

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MAKİNE MÜHENDİSLİĞİNDE KULLANILAN OPTİMİZASYON  
TEKNİKLERİNİN İNCELENMESİ**

Mak.Müh. H. İ. Yasin UZUN

F.B.E.Makine Mühendisliği Anabilim Dalı Konstrüksiyon Programında  
Hazırlanan

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Atilla BOZACI (YTÜ)**

**İSTANBUL-2006**

# İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ .....	iv
KISALTIMA LİSTESİ .....	vi
ŞEKİL LİSTESİ .....	vii
ÇİZELGE LİSTESİ .....	ix
ÖNSÖZ.....	x
ÖZET .....	xi
ABSTRACT .....	xii
1. MÜHENDİSLİK TASARIM SÜRECİ .....	13
1.1 Literatür .....	13
1.2 Sistem Tasarımı .....	15
1.2.1 Modelleme ve Simulasyon .....	16
1.2.2 Optimizasyon.....	17
1.3 Tasarım Sürecini Tasarlamak .....	18
1.3.1 Tasarım Yaklaşımı.....	18
1.4 Yapısal Optimizasyona Giriş.....	21
1.4.1 Tasarım Optimizasyonu.....	23
1.4.2 Şekil Optimizasyon.....	23
1.4.3 Topoloji Optimizasyonu .....	24
2. TASARIM OPTİMİZASYONU .....	27
2.1 Giriş .....	27
2.2 Optimum Tasarım Modeli .....	27
2.3 Temel Tanımlar ve Çözümün Varlığı.....	29
2.4 Optimallik Şartları .....	30
2.4.1 Kısıtsızlık Problemi .....	31
2.4.2 Kısıtlılık Problemi .....	33
2.5 Genel Optimallik .....	36
2.6 Optimizasyon Sonrası Analiz .....	38
2.6.1 Kısıtlılık Limitlerinde Değişiklikler .....	38
2.6.2 Maliyet Fonksiyonunu Değerlendirme .....	39
2.6.3 Kısıtlılığın Ölçeklendirme .....	39
3. ŞEKİL TASARIM HASSASİYET ANALİZİ ve OPTİMİZASYONU.....	41
3.1 Giriş .....	41
3.2 Üç Boyutlu Esnek Katıların Şekil Tasarım Hassasiyet Analizi .....	44
3.2.1 Doğrudan Türetme Metodu .....	48
3.2.2 Bitişik Değişken Yöntemi .....	50
3.3 CAD Temelli Şekil Tasarım Değişkenleri.....	53
3.4 Tasarım Hız Alanını Kullanarak Otomatik Tekrar Izgaralama .....	61
3.4.1 Sınır Hız Alan Hesaplaması .....	62
3.4.2 Domain Hız Alan Hesaplaması .....	65

3.4.3	Otomatik Tekrar Izgaralama.....	67
3.5	Şekil Tasarım Hassasiyet Analizinin Nümerik Yöntemi.....	68
3.5.1	Şekil Dizayn Hassasiyet Analizi ve Üç Boyutlu Kilit Örneği.....	69
3.5.2	Şekil Tasarım Optimizasyonu .....	80
3.5.2.1	Motor Yatak Kovanı.....	80
3.5.2.2	Kemer Baraj.....	83
4.	TOPOLOJİ OPTİMİZASYONU.....	87
4.1	Giriş : Topoloji Optimizasyonun Önem Ve Amacı.....	87
4.2	Grid Tipi Yapılar İçin Optimal Yerleşim Teori – Temel Bakışlar .....	88
4.3	Optimal Yerleşim Teori : Bazı Basit Kendi Bitişik Problemler İçin Analitik Çözümler .....	91
4.3.1	Genel Formülasyon.....	91
4.3.2	Birinci Uygulama : Optimal Plastik Tasarım .....	94
4.3.3	İkinci Uygulama : Verilen Bir Uygunluk İçin Optimal Elastik Tasarım.....	95
4.3.4	Basit Bir Örnek : İki Kirişli Bir Kiriş Sistemi .....	96
4.3.5	Kafes ve Kiriş Yerleşim Teorisinde Tam Çözümlerde Optimal Bölgeler.....	97
4.3.6	Bir Tam Optimal Kiriş Yerleşim'in Örneği .....	98
4.4	En hafif Kafes Sistemleri.....	100
4.4.1	Genel Bakış.....	100
4.4.2	Daha Önceki Gelişmelerin Gözden Geçirilmesi .....	102
4.4.3	Yeni Gelişmeler .....	103
4.4.3.1	Basit mesnet ve ankastre sınırlarla mesnet maliyeti için birleştirilmiş yapılar. ...	103
4.4.3.2	Serbest Birleşim ile Kafes Sistemi , basit mesnetler ve ankastre uçlar .....	107
4.4.3.3	Kısmi aşağı ,kısmi yukarı yüklemeli Kafesler.....	109
4.5	En Hafif Kiriş ( Michell yapılar.) .....	110
4.6	Tekrarlanan COC-DCOC Yöntemleri ile elde edilen ayrıklaştırılmış yerleşim çözümleri .....	115
4.6.1	10.6.1. Kiriş İçeren Basit Test Örnekleri.....	115
4.6.2	Hencky Ağlarını İçeren Süreklilik Tipi Kiriş .....	115
4.6.3	Ankastre Kare Bölge İçin Optimal Ağ Yerleşimi .....	117
4.6.4	İki Basit Mesnetli ve İki Serbest Uç Rhombic Kafes : Çözümde Kiriş Örgü .....	118
4.6.5	Basit Mesnetli , Ankastre ve Serbest Uçlu Kafes .....	119
4.6.6	İki Ankastre ve İki Serbest Uçlu Kare Kafes.....	119
4.6.7	Gerilme ve Çökme Kısıtlılıkları ile Pratik Bir Çözüm : İki Basit Mesnetli Uçlar ve Bir Serbest Uç ile Üçgen Ağ .....	120
4.7	Birkaç Yükleme Şartı ve Kendinden Adjoint Olmayan Problemler İçin Çözümler123	
4.7.1	Uygunluk Kısıtlılığı için Elastik Tasarım ve Birkaç Yükleme Şartı ile Plastik Tasarım .....	123
4.7.2	Kendinden Bitişik Olmayan Problemler İçin Yapısal Yerleşimler .....	125
4.8	Sonuçlar .....	128
5.	SONUÇ.....	130
	KAYNAKLAR.....	131

## SİMGE LİSTESİ

$c$	$\nabla f$ , Maliyet fonksiyonunun gradyanı
$d$	$x$ 'deki küçük bir değişim
$e$	$j$ . Kısıtlılık fonksiyonlarında vektörel değişim
$f$	Maliyet fonksiyonu
$g$	Kısıtlılık fonksiyonunun vektörü
$g_i$	$i$ Kısıtlılık fonksiyonu
$H$	Hession matrix (simetrik) bir iki kez sürekli türetilebilir. Fonksiyonun ikini türevinden oluşur.
$L$	Lagrange fonksiyonu
$m$	Kısıtlılığın toplam sayısı
$n$	Dizayn değişkenlerinin sayısı
$p$	Denk kısıtlılık sayısı
$R^n$	$n$ Boyutlu vektörlerden oluşan vektör uzayı
$S$	Kısıtlılık seti; fizible dizaynlarının seti; dizaynların fizible seti
$U$	Lagrange çarpan vektörü
$u_i$	$i$ , kısıtlılık için Lagrange çarpanı
$X$	$m$ Boyutlu dizayn değişken vektörü
*	Bir değişkenin optimum değerini gösteren bir üst indis.
$\Delta f$	Maliyet fonksiyonunda değişiklik
$\Phi$	Dual fonksiyonu
$\lambda_i$	Hessian matriksin $i$ . özdeğeri
$\nabla$	Gradyan operatörü
$\nabla^2$	Hessian operatör bir iki kez sürekli türetilebilir fonksiyonun ikinci kısım türevinin bir simetrik matriksini tanımlar.
$\nabla_g$	$i$ . kolonu $\nabla g_i$ olan gradyan matriks, $i$ . kısıtlılığın gradyanı
$\sigma$	Gerilme
$z$	Yer değiştirme
$\bar{z}$	Sanal yer değiştirme
$f$	Kuvvet vektörü
$T$	Yüzey gerilme
$C$	Esnek modül tensörü
$V$	Tasarım hız alanı
$\psi$	Elastik katı hacmi
$G$	Geometrik katsayı matrisi
$\delta A$	Geometrik varlıkların şekil tasarımlarının matematiksel ifadesi
$\delta G$	Tasarım değişkenleri dağılımı
$K$	İndirgenmiş katılık matrisi
$p_{b+\delta b}$	Değişen düğüm noktaları
$\delta_p$	Tasarım değişimi
$\psi$	Statik kinematik optimallik kriteri
$u$	Ağırlık elemanı
$k$	Verilen sabit
$\Phi$	Toplam ağırlık

$\xi$	Uzaysal koordinatlar
$D$	Yapısal tanım aralığı
$N$	Eksenel eleman kuvveti
$\sigma_0$	Çekme veya basmada akma gerilmesi
$M$	Eğilme momenti
$\rho$	Özgül ağırlık
$h$	Kirişlerde sabit derinlik
$E$	Young modülü
$\Phi_p$	Plastik tasarım
$\Phi_c$	Esnek uygunluk tasarımı
$\Omega$	Maliyet fonksiyonu
$M_c$	Anksetre Mesnet
$\bar{u}$	Bitişik Çökme
$\bar{s}$	Eğim
$I_i$	Bessel fonksiyonu

## **KISALTMA LİSTESİ**

NLP	Non Lineer Programming
NP	Lineer Programming
QP	Quadratic Programming
KKT	Karush-Kuhn-Tucker
COC	Sürekli-tip Optimallik Kriteri
DCOC	Ayrık Sürekli-tip Optimallik Kriteri
CAD	Computer Aided Design

## ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1 Roozenburg ve Eekls'a göre temel tasarım döngüsü .....	14
Şekil 1.2 Sistem Tasarım Süreci.....	15
Şekil 1.3 Modelleyen elemanların tasarım görevi ve tasarım incelemesi. ....	19
Şekil 1.4 Kavramsal ve Hazırlık tasarımı ile başlayan Hidrolik Pompanın gelişim süreci. ....	19
Şekil 1.5 Hidrolik pompanın gelişim sürecindeki başlangıç zamanı dağılımı, beklenen başlangıç zamanı ve toplanan olasılık ile birlikte * .....	20
Şekil 1.6 Görev süresine bağlı olarak değişen başlangıç zamanı ve maliyet hassaslığı.....	21
Şekil 1.7 Optimizasyon Teknikleri Arasındaki Farklar (a) Tasarım (b) Şekil (c) Topoloji ...	22
Şekil 1.8 Bir Desteğin Şekil Optimizasyonu. Solda ilk geometri ve sağda optimizasyon uygulanmış hali .....	23
Şekil 1.9 Michell Kiriş Problem tanımı ( İç Delik sabitlenmiştir.) .....	24
Şekil 1.10 Michell Kiriş Problemine Topoloji Optimizasyonu uygulaması .....	25
Şekil 1.11 Bir Kiriş'e Topolojik Optimizasyon uygulaması örneği .....	26
Şekil 3.1 Üç Boyutlu Esnek Katı.....	45
Şekil 3.2 Deformasyon Prosesi.....	47
Şekil 3.3 Önceden tanımlı geometrik özellik –Daralan delik.....	55
Şekil 3.4 Şekil Tasarım Değişkenleri hiyerarşisi.....	56
Şekil 3.5 $C^0$ ve $C^1$ arasında sürekli Bezier Eğrileri .....	56
Şekil 3.6 $C^0$ ve $C^1$ arasında sürekli Bezier Eğrileri .....	58
Şekil 3.7 Geometrik Yüzey .....	59
Şekil 3.8 Kaba Yüzey .....	60
Şekil 3.9 İki kaba yüzey tarafından şekillendirilen incelen yarı silindirik yüzey.....	61
Şekil 3.10 İki Bezier eğrisi kullanılarak elde edilen değiştirilmiş sınır .....	63
Şekil 3.11 Domain Hız Alanını hesaplamak için sınır yer değiştirme metodu .....	66
Şekil 3.12 Sonlu Eleman Yöntemi Kodları ile Tasarım Hassasiyet Hesaplaması.....	69
Şekil 3.13 Üç boyutlu kilit a) Standart b) Yeniden tasarlanmış .....	70
Şekil 3.14 Yeniden tasarlanmış kilitte Von Misses gerilmesi dağılımı.....	70
Şekil 3.15 Yeniden Tasarlanmış kilitte sınır koşulları .....	71
Şekil 3.16 a Geometrik şekil-Ön kenar .....	72
Şekil 3.16 b Geometrik şekil-Arka kenar .....	72
Şekil 3.16 c Geometrik şekil -Yarısilindirik yüzey 1 .....	73
Şekil 3.16 d Geometrik şekil -Yarısilindirik yüzey 2.....	73
Şekil 3.16 e Geometrik şekil –Üst yüzey .....	74
Şekil 3.17 a Üç boyutlu kilit geometrik şeklinin hassasiyet çizgilerin görünümü-ön yüzey ...	75
Şekil 3.17 b Geometrik şekil -Arka yüzey .....	76
Şekil 3.17 c Geometrik şekil-Yarısilindirik yüzey 1 .....	77
Şekil 3.17 d Geometrik şekil-Yarısilindirik yüzey 2.....	77
Şekil 3.17 e Geometrik şekil-Üst yüzey .....	78
Şekil 3.18 Üç Boyutlu Kilit tasarım değişimleri .....	79
Şekil 3.19 Motor Yatak Kovanının Sonlu Eleman Modeli .....	80
Şekil 3.20 Engine Bearing Cap'in Basınç Profili.....	81
Şekil 3.21 Motor Yatak Kovanı optimum şekli.....	82
Şekil 3.22 Baraj kemerinin başlangıç şekli .....	84
Şekil 3.22 Bir barajın parametrik gösterimi .....	84
Şekil 3.24 Baraj Kemerinin Optimum Şekli.....	85
Şekil 3.25 Baraj Kemer Maliyet-Kısıt Tarihçesi.....	86
Şekil 4.1. Grid tipi bir yapının kesit alan, topolojik ve geometrik özelliklerini gösteren örnek .88	88
Şekil 4.2. Genel şekil optimizasyonunu gösteren örnek.....	88
Şekil 4.3. Plastik Tasarım için COC Algoritması.....	92
Şekil 4.4. Tek yük altında Plastik Tasarım için COC Algoritması .....	93

Şekil 4.5. Elastik tasarımda uygun kısıtlılık şartları için COC algoritması.....	93
Şekil 4.6. Yerleşim Teorisi uygulama örneği.....	95
Şekil 4.7. Yerleşim Teorisi uygulama örneği.....	98
Şekil 4.8. Gerçek bir kiriş örneği.....	98
Şekil 4.9. Kafes yerleşim örneği.....	100
Şekil 4.10. İki yönde mesnetlenmiş kiriş örneği .....	104
Şekil 4.11. Tek yönde mesnetlenmiş kiriş örneği.....	104
Şekil 4.12. Şekil 4.10 ve 4.11 'in bilgisayar yardımı ile elde edilmiş yapıları.....	106
Şekil 4.13. Üç sınırlı bağlantı yapısı .....	107
Şekil 4.14. Serbest ve basit mesnetli kafes geometrisi .....	108
Şekil 4.15. kafes geometrisi nde serbest ve basit mesnetli kiriş.....	109
Şekil 4.16 Üç basit mesnet ve bir serbest köşeli kafes geometrisi çözümü .....	109
Şekil 4.17 Kafes geometrisinde yukarı ve aşağı yük noktaları .....	110
Şekil 4.18 Sonsuz sayıda elemandan oluşan Michell yapı .....	111
Şekil 4.19 Dörtgen mesned için en hafif kiriş örneği .....	112
Şekil 4.20 Bir çizgi mesned ve iki serbest uçlu daireSEL kiriş örneği .....	113
Şekil 4.21 a-c En hafif kiriş yapı için ayrıık yinelenmiş COC çözümü d yinelenme özeti.....	114
Şekil 4.22 Bir çizgi mesned ve üç serbest köşe için Michell yapı çözümü a ) Analitik Çözüm b ) Ayrıık COC çözüm.....	116
Şekil 4.23 Ankastre kare bölge için analitik ve ayrıık çözümler.....	117
Şekil 4.24 Rhombic Kafes sistemi için analitik ve ayrıık çözümler.....	118
Şekil 4.25 asit mesnetli ve serbest uçlu kafes için analitik ve ayrıık çözümler.....	119
Şekil 4.26 İki serbest uç ve iki mesnetli kare kafes için ayrıık çözüm.....	120
Şekil 4.27 Kafes sisteminin köşe bölgesinde oluşan stress ve çökme yer değiştirmelerinin ayrıık çözümü.....	121
Şekil 4.28 a) Şekil 4.27 deki problemin gerçek plastik tasarım çözümü b) Lowe ve Melchers bölgesel topoloji çözümü (1972-1973) c) Mesnet maliyetleri çözümü.....	122
Şekil 4.29 En hafif kirişte uygunluk kısıtlılığı için analitik çözüm.....	124
Şekil 4.30 Şekil 4.29 daki problem için plastic tasarım çözümü.....	124
Şekil 4.31 Şekil 4.29'daki problem için COC yöntemi kullanılarak elde edilen ayrıık çözüm.....	125
Şekil 4.32 Kendinden bitişik olmayan problem için : yükleme, bitişik yükleme, topoloji, gerçek ve bitişik gerilme alanları.....	126
Şekil 4.33 Çubuk doğrultuları ve şekil değiştirme alanlarının ağırlılığa etkisi .....	127
Şekil 4.34 Şekil 4.32 deki problemin ayrıık çözümü .....	127



## **ÇİZELGE LİSTESİ**

Çizelge 3.1 Motor Yatak Kovanı Şekil Tasarım Değişkenleri.....	83
Çizelge 3.1 Motor Yatak Kovanı'nın Şekil Tasarım Değişkenleri .....	85
Çizelge 4.1 Yerleşim teoriye dayanan analitik ve sayısal yöntemlerin bir karşılaştırılması....	90

## ÖNSÖZ

Optimizasyon tekniklerinde yabancı kaynakların oldukça fazla olmasına rağmen, türkçe kaynaklar sınırlıdır. Bu çalışmada optimizasyon tekniklerinin geniş bir literatür çalışması yapılmıştır.

Bu çalışmada bana her türlü desteği sağlayan hocam Sayın Prof. Dr. Atilla Bozacı 'ya çok teşekkür ederim. Bu çalışmanın konuda çalışacak diğer arkadaşlara bir temel oluşturmasını dilerim.

## ÖZET

Bu çalışma optimizasyon tekniklerinin genişçe bir literatür taraması olup, dört ana bölümden oluşmaktadır.

Birinci bölümde , tasarım sürecinin tarihsel gelişimi üzerinde durulmaktadır.İlerideki bölümlerde ele alınacak konular bu bölümde kısaca belirtilmiştir.

İkinci bölümde sistemlerin optimum tasarımı ile ilgili bazı temel kavramlar anlatılacak.İlk olarak, bir genel tasarım optimizasyon modelinin tanımlaması yapılacaktır. Yerel ve genel en düşük tanımları yapıp ; tasarım optimizasyon modeli için bir çözümün varlığı araştırılacaktır. Model için optimallik koşulu ortaya konup sonuçları paylaşılacaktır.

Üçüncü bölümde literatürün önemli bir kısmı tasarım hassasiyet analizini kapsadığından şekil tasarım hassasiyet analizi ve optimizasyonu üzerinde durulmuştur.

Dördüncü bölümde topoloji optimizasyonunun önem ve amacı üzerinde durulmuş ve bu konuda yapılan çalışmaların sonuçlarına yer verilmiş olup sonuç kısmı ile bu çalışmanın ana amacı anlatılmıştır.

## **ABSTRACT**

This study contains wide literature research of optimization techniques and has mainly four division.

In first chapter , histrocial changes and other chapters has been mentioned briefly.

The second chapter is about design optimization and its main concepts. First of all a general design optimization model will be described. Local and global minumum will be discussed and a solution for design optimization model will be studied.

As there are many studies about shape design sensivity analysis the third chapter will be about shape design analysis and optimization.

In last chapter topology optimization will be mentioned in all aspects with many cases and main aim of this study will be summarized.

## 1. MÜHENDİSLİK TASARIM SÜRECİ

Mühendislik Tasarımı, önceden belirlenen koşul ve sınırlamalar yada yükümlülükleri bozmadan içinde bir dizi belirgeni olmayan hedeflerinde gerçekleştirilmeye çalışıldığı özel bir problem çözme yoludur.

Bu nedendir ki, bir tasarım problemini bir optimizasyon problemi gibi görmek doğal gelebilir.

Çağdaş modelleme, simülasyon ve optimizasyon tekniklerini işin içine sokarak tasarımda çok büyük gelişmeler elde edilebilir. Ayrıca, otomasyonda hiçbir optimizasyon stratejisine uymayan, sayıya dökülemeyen fikirler veya insana ihtiyaç duyulacak tasarım süreçleri her zaman olacaktır. Bu bölüm içinde, farklı tasarım teorileri tartışılacak ve genel optimizasyon süreciyle nasıl benzeştikleri ele alınacaktır.

### 1.1 Literatür

Literatürde sistemin ne olduğuna dair birçok tanımlama vardır. Sistem kelimesinin en yaygın tanımı; genel amacı başarmaya yönelik birbiriyle ilgili bileşenlerin tümüdür. Ayrıca sistem, çevresi ile bağlantılı her konuya değinen bir sınıflandırmayla da tanımlanabilir ve böylece sistemin girdi ve çıktıları belirlenir. Her bileşenin nitelik ve davranışı sistemin davranışına bir bütün olarak katkıda bulunur.

Bir sistem tasarımında, her bileşenin ayrıntılı tasarımlarına odaklanmak yerine, bileşenlerin kendi aralarındaki ilişkilerinde sınırlı anahtar değişkenler grubu tanımlanabilir.

Mühendislik tasarım sürecinin bir çok modeli vardır. Evre modeli yukarıdan aşağıya tekrarlanan bir süreçtir. Burada Pahl ve Beitz'in \* sınıflandırması gösterilmektedir.

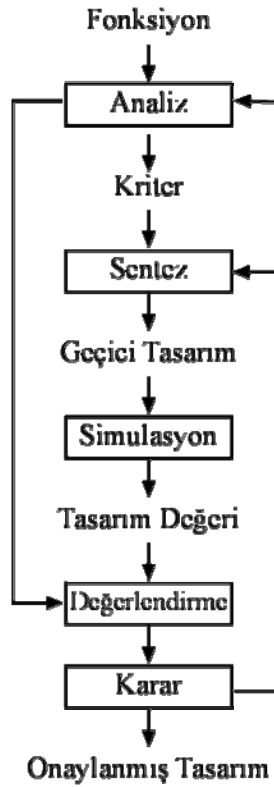
- Görevin açıklığı
- Kavramsal açıklık
- Düzenleme tasarımı
- Ayrıntılı tasarım

Her bir evrede bir grup faaliyete geçirilir. Normal olarak, her evrenin sadece bir kere

---

\*PAHL G.AND BEITZ W.,Engineering Design – Systematic Approach, Springer-Verlag, London, 1996

yapılması amaçlanır, böylece hiçbir yinelemeye gerek kalmadan son tasarım elde edilebilir. Temel modelin yineleme modeli Roozenburg ve Eekels \* tarafından aşağıdaki Şekil 1.1’de gösterilmiştir. Bu tekrarlı tasarım süreci evre tipi modelin son üç evresinin her birinde uygulanabilir.



Şekil 1.1 Roozenburg ve Eekls’a göre temel tasarım döngüsü

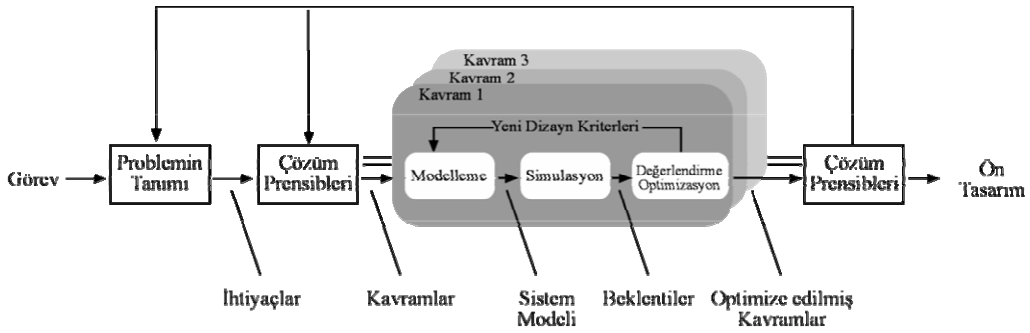
Şekil 1.1’deki modelde ; tasarım, yeni tasarım taslaklarının üretildiği ve değerlendirildiği tekrarlı bir süreçtir. Roozenburg ve Eekls’a göre; tekrarlı bölüm analiz, sentez, simulasyon ve kararı içerir. Geçici tasarımlar için istenen ölçütler karşılaştırılır. Eğer tasarım, ölçütü karşılamazsa tasarım değiştirilir ve en iyi muhtemel tasarım için yeniden değerlendirilir. Bu modelde tasarımın temel olarak bir optimizasyon süreci olduğu görülebilir. Otomasyonun seviyesini arttırmak ve böylece sürecin bölümlerini hızlandırmak için optimizasyona tam bir biçim verilebilir.

---

\* ROOZENBURG N.AND GERO J. S., Product Design : Fundamentals and Methods , John Wiley & Sons Inc, 1995

## 1.2 Sistem Tasarımı

Aşağıdaki Şekil 1.2 tasarım sürecini hızlandırmak ve desteklemek için sunulan modelleme, simülasyon ve optimizasyonun gösterildiği bir sistem tasarım süreci ele alınır. Sürecin odağı evre tipi modelin ortadaki iki safhası olan kavramsal ve düzenleme tasarımıdır. Tasarlanmış sistem tasarım sürecinde, Şekil 1.1 deki genel tasarım sürecinin tekrarlı bölümü, optimizasyon algoritmasının da yardımıyla formalize edilmiştir.



Şekil 1.2 Sistem Tasarım Süreci

Şekil 1.2'deki "problemin tanımı" farklı çözüm kavramları üretmek için beklentiler listesi oluşturulmasını sağlar. Kavramlar yeteri kadar açık hale getirildiğinde, modelleme ve simülasyon bazı belirli sistem çözümlerinin niteliklerini tahmin etmek üzere kullanılır. Her çözüm sonrasında optimizasyon, sistem çözümlerinin değerlendirilmesinin otomatize edilmesi için ve yeni sistem taslakları üretmek için kullanılır. Süreç, optimizasyon birleştirilene ve en uygun sistem bulunana kadar devam eder. Genellikle ilk optimizasyon çalışmasında nihai tasarım elde edilemez.

Modelleme ve simülasyonun kullanılmasının nedenlerinden biri tasarladığımız sistemi anlamaktır. Diğer neden ise sistemden beklentilerimizi anlamak ve hedefler arasındaki önceliklerimizi belirlemektir. Bu iki durumda aynı derecede önemlidir. Schrage'in<sup>\*</sup> da ifade ettiği gibi, genellikle simülasyonlar beklentilerimizin gerçekçi olmadığını ya da yanlış

---

\* SCHRAGE M., Serious Play : How the world's best companies simulate to innovate, Harvard Business School Press, 2000.

planlanmış olduğunu teyit eder.

Bunun tersine, beklentilerimizin yeterince yaratıcı ve gerçekçi olmadığıda ortaya çıkabilir. Eğer optimizasyon ile düşünülen istenilen sonuç elde edilemiyorsa kavram değiştirilmeli ya da yeni bir hedef fonksiyonuyla problem yeniden formalize edilmelidir. Bu şekil 1.2’de dış döngünün sırasıyla “çözüm prensiplerinin üretimi” ve “ problem tanımına” dönüştürülmesiyle gösterilir. Doğal olarak “ çözüm prensiplerinin üretimi” faaliyeti her biri iyileştirilmiş, akla uygun bir dizi kavram üretir. Böylece her kavram en üst performans düzeyine getirilir. Bu da optimizasyon kavram seçimi için sağlam bir temel sağlar. İnsanı ve nicelenemeyen yargıları içeren değerlendirme bölümleri optimizasyon döngüsü dışında “karşılaştırma” olarak adlandırılan bölümde yapılır. Eğer kavramlar ihtiyaçlara karşılık veremiyorsa, işaret edilen dış döngüdeki gibi değiştirilmelidir. Değiştirme, hem asıl kavramlara hem de örneğin; yeni kısıtlamalarla amaç fonksiyonun yeniden tanımlanmasını içerebilir.

### 1.2.1 Modelleme ve Simulasyon

Roozenburg ve Eekels \*\* simulasyon terimini şu şekilde ifade etmiştir ; “tasarlanmış bir ürünün nitelik ve davranış sistemlerinin muhakeme ve/veya modeller ile test edilmesiyle bir şekle sokulmasıdır.”. Bu simulasyonun harika bir tanımıdır. Burada simulasyon daima şuna gönderme yapar; bir tasarım taslağının niteliklerini tahmin üzere bir modelin meydana getirilmesi.”. Model kelimesinin tanımı ise çok geniştir. Burada Neelamkavil’in \* de ifade ettiği genel tanım yeterince açık. “ Bir model sistemin davranışını mümkün olduğunca kontrol etme, tahmin etme ve anlama kabiliyetimizi geliştirmek amacıyla sistemin basitleştirilmiş bir sunumudur.”. Bugün sistemler genellikle farklı mühendislik disiplinlerini bir araya getirmektedir ve her disiplin sisteminin parçalarının modellerini yaratmak için kendi aletlerini kullanır. Sistemin niteliklerini tam olarak tahmin edebilmek için farklı modeller birbirine bağlanmalıdır. Tasarımın yapıldığı yol hangi optimizasyon tekniğinin kullanılabileceğini belirler. Sistem tasarımı süreçleri içinde kullanılan simulasyon modelleri belirleyicidir. Şöyle ki, önceden kabul edilen şartlar altında tekrarlanan hesaplamalar daima aynı sonucu verirler. Buna rağmen, gerçekte sistem değişkenleri bir dereceye kadar daima çeşitlilik içerirler.

---

\*\* ROOZENBURG N. AND EEKELS J., Product Design :Fundamentals and Methods,John Wiley & Sons Inc, 1995.

\* NEELAMKAVIL F., Computer Simulation and Modeling, John Wiley & Sons Inc., 1987.



## 1.2.2 Optimizasyon

Optimizasyon, burada bahsedilen şekliyle, simülasyon sonuçlarına dayanır. Problem ayrıca, hem sürekli değişkenlerin varlığı hem de ayrı ayrı bileşenlerin kataloglardan ve veritabanlarından seçimi olarak tanımlanır. Bunun sonucu olarak problem doğrusal değildir. Karmaşık Metod ya da genetik algoritma gibi derece derece değişmeyen metodların uygulanmasının bir nedeni de budur. Diğer ana neden, bu metodlar çok modelli araştırma alanlarında yerleştirildiğinde genel uygunluğu daha sağlıklıdır. Bu metodlar algoritmalarda hiçbir değiştirme yapmaksızın geniş bir problem sahasına uygulanabilirler. Optimizasyonun bir tarafı tasarım taslaklarının değerlendirilmesidir. İkinci tarafı yeni ve daha umut vadeden tasarımların meydana getirilmesidir. Böylece, optimizasyon hem analizi (değerlendirme) hem de sentezi (yeni çözümlerin üretimi) içerir. Değerlendirme genellikle tasarım taslağının ne kadar iyi olduğunu belirleyen ve değer biçimini içeren hedef fonksiyon vasıtasıyla yapılır. Her optimizasyon probleminde olduğu gibi hedef fonksiyonun biçimlendirilmesi optimizasyonun sonuçları noktasında çok can alıcıdır.

Yeni çözümlerin üretilmesi optimizasyon stratejisine bağlıdır. Teknik olarak konuşmak gerekirse bizler sadece zaten ortada bulunmak için bekleyen çözümleri buluyoruz. Tabii ki, ortada araştırma yapılacak küçük alanla ilgili yaratıcı bir şey yok, ama çözüm alanı devasa büyüklükte olabilir, ve bu büyüdükçe en iyi ya da en azından iyi çözümler bulmak için karmaşık araştırmalara olan ihtiyaç gittikçe artar.

*Kör Saatçi'de* (the Blind Watchmaker), Dawkins \* evrimi “önceden tanımlanmış tasarımlar”ın bulunduğu yaratıcı bir süreç olarak tarif eder. Schrage da kitabı “ Ciddi Oyun” (Serious Play) da \*\* şunu der; “ *her yönden evrim nihai bir esas modelleme( prototipleştirme) ve simülasyon metodolojisidir. Evrimin gücü ve çok yönlülüğü tartışılmaz; yenilikteki yeteneği şaşırtıcılığı karşı koyulamaz.*” Bu nedenle, bazı kesin önermeler altında optimizasyon yenilik için bir teknik olarak görülebilir. Doğal olarak bu optimizasyon probleminin nasıl biçimlendirildiğine bağlıdır. Her ne kadar daha iyi metodlar ve araçlar devamlı olarak tasarım sürecini desteklemek üzere geliştirilse de , etkili olmak için tasarım sürecinin kendisi idare edilmelidir.

---

\* DAWKINS R., The blind Watchmaker , Harlow , Lognman 1986.

\*\* SCHRAGE M., Serious Play : How the world's best companies simulate to innovate, Harvard Business School Press , 2000.

### 1.3 Tasarım Sürecini Tasarlamak

Endüstrinin bugünkü sorunu her zamankinden daha hızlı bir biçimde yüksek kalitede ürünler geliştirmektir. Bu durum geliştirme sürecine daha güçlü bir odaklanmayı gerektirmektedir. Yarışmada kalabilmek için iyi yönetilmiş bir ürün geliştirme süreci önemli bir etkidir.

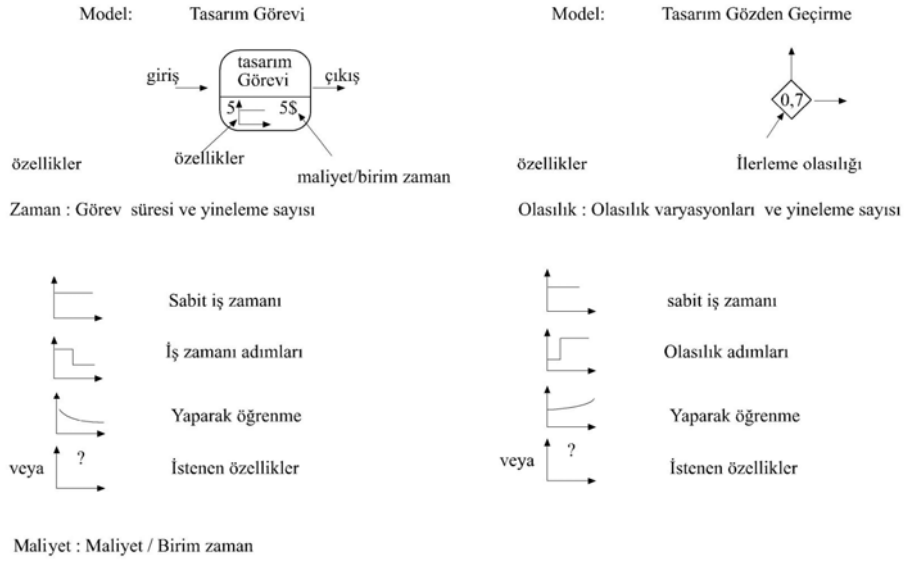
Gelişim sürecinin devamlılık gerektiren doğasının farkına varıldığında süreç modellenabilir ve sürecin performansını öngörmek için simülasyon yapılabilir. Tasarım sürecini modellemek başlangıç zamanı ve masraf üzerine önemli etkilerde bulunan anahtar niteliğindeki etkinlikleri keşfetmek için bir adım olabilir. Mühendislik tasarım sürecinde işlemler temeldir, ancak PERT grafikleri gibi genel yönetim araçları işlemleri açıklamakta tatmin edici olamamaktadır.

#### 1.3.1 Tasarım Yaklaşımı

Burada uygulanan tasarım süreci daha küçük tasarım etkinliklerinden oluşan bir tasarım süreci olduğu gözlemine dayanmaktadır. Bu süreç, farklı tasarım görevleri arasındaki tasarım bilgisinin değişiminin belirlenmesi ile modellenabilir. Bu tür bir modelde, hem paralel hem de ardışık akışlar sıklıkla gözlenmektedir. Bu modelleme iki çeşit bileşen içermektedir, tasarım görevleri ve tasarım incelemeleri. Şekil 1.3'te tarif edildiği gibi her tasarım görevi ile bitirme zamanının ve her bir ünitenin görev masrafı özellikleri ilişkilidir. Esnek ve doğru bir model yaratmak için görev özelliklerinin gerçekleştirilmiş işlem sayısı ile çeşitlenmesine izin verilmektedir. Örneğin, çok miktarlı bir CAD modellemesi ile bir tasarım sürecini düşünün. İlk işlem tasarımında CAD modelleri yaratılmalıdır, ikinci işlemde ise sadece düzeltilmelidir, ki bu daha az zaman alır. Bu da Şekil 1.3'te gösterildiği gibi görev zamanında adım azaltılması anlamına gelir.

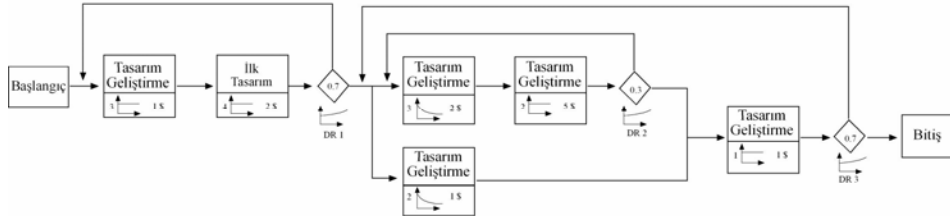
Her tasarım işlemi ile uygulama zamanının azaldığı bir görev, “yaparak öğrenme” göreviyle ilgili eğri fonksiyonu ile modellenabilir.

Tasarım inceleme model elemanı, bak.Şekil 1.3, bir sonraki tasarım görevine doğru ilerleme olasılığını modellemektedir, yoksa süreç önceki görevlere gitmektedir. Tasarım incelemesi rastgele fonksiyon yardımıyla değerlendirilir. Tasarım incelemesinin özellikleri yapılmış işlemlerin sayısı fonksiyonu da olabilir.



Şekil 1.3 Modelleyen elemanların tasarım görevi ve tasarım incelemesi. \*

Bu temel model elemanlarını birleştirerek bir tasarım süreci de modellenebilir. Aşağıdaki Şekil 1.4'te modelleme yaklaşımını açıklamak için hidrolik pompanın gelişim sürecini modelleyen örnek bir süreç modeli gösterilmiştir.

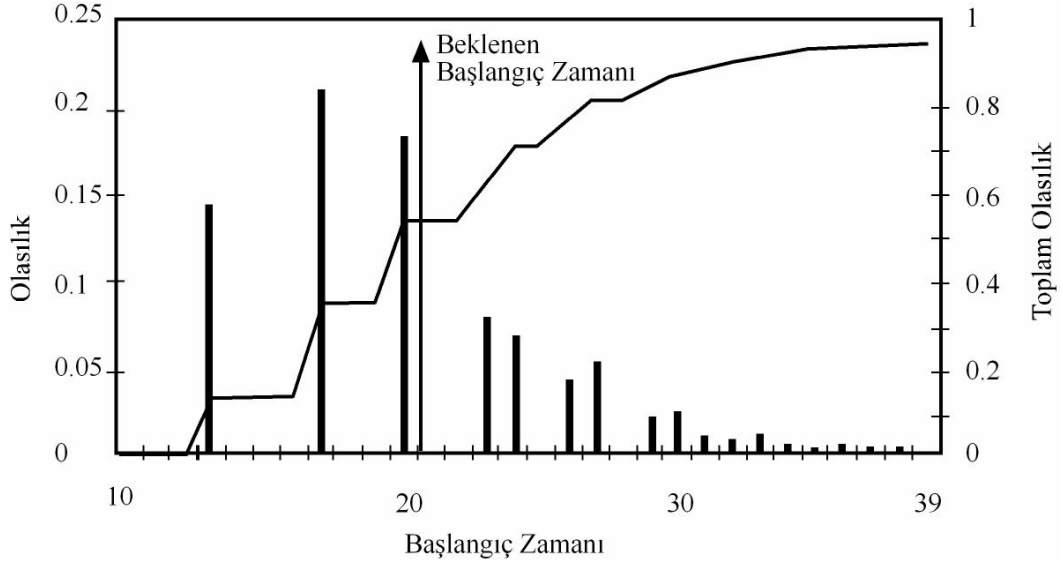


Şekil 1.4 Kavramsal ve Hazırlık tasarımı ile başlayan Hidrolik Pompanın gelişim süreci. \*

Süreç tasarımı ile paralel olarak ürün tasarımı ve test etme, son olarak da üretim analizi. Lütfen görev ve tasarım inceleme özelliklerindeki dinamik değişime dikkat edin.

Süreçteki başlangıç zamanı ve masraf dağılımı değiştirilmiş Monte Carlo simülasyonunun çeşitli tipleri kullanılarak sayısal olarak hesaplanır. Şekil 1.4 'deki pompa gelişim sürecinin başlangıç zamanı dağılımı aşağıdaki şekil 1.5'te gösterilmiştir.

\* RAJAN COELHO, Multicriteria Optimization with Expert Rules for Mechanical Design , 2004.

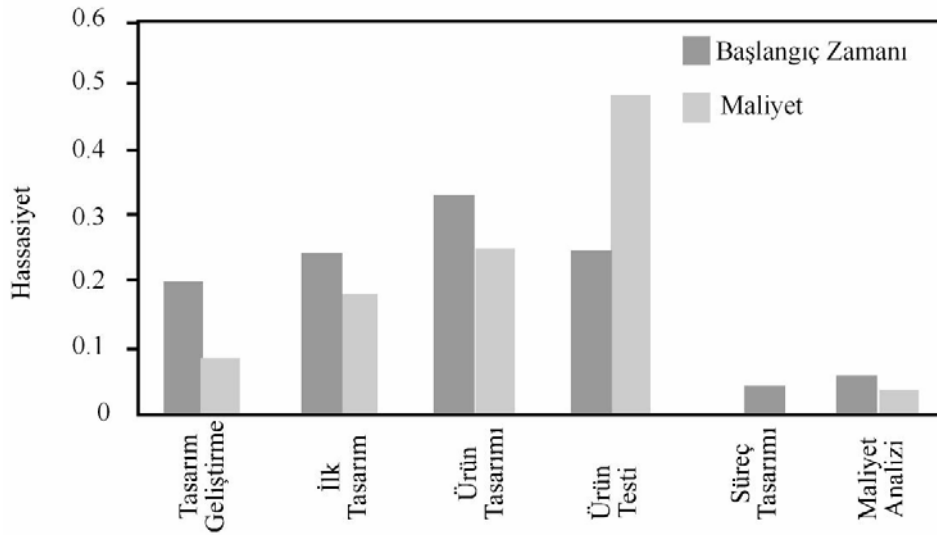


Şekil 1.5 Hidrolik pompanın gelişim sürecindeki başlangıç zamanı dağılımı, beklenen başlangıç zamanı ve toplanan olasılık ile birlikte \*

Şekil 1.5'te en kısa başlangıç zamanının 13 zaman ünitesi ve beklenen değerin 20.4 zaman üniteleri olduğu görülebilir. Toplanan olasılık ile belirli bir zamanda biten sürecin olasılığını hesaplamak mümkündür. Bu ölçütler projeye ilgili risklerin hesaplanmasında kullanılabilir. Değişik muhtemel süreçler modellenerek masraf ve başlangıç zamanlarına göre karşılaştırılabilirler. Her görev ve tasarım incelemesinin toplam başlangıç zamanı ve masrafı nasıl etkilediği ile ilgili çıkarımlarda bulunmak için tasarım sürecinde hassaslık analizi yapılabilir. Hassaslık, beklenen değerin bir değişkendeki küçük değişimlerden kaynaklanan nispi değişiminden hesaplanabilir, örn. bir görev özelliği. Eğer L başlangıç zamanını ve k da ilgilenilen parametreyi gösteriyorsa, k'daki değişimlere göre L'nin hassaslığı (1.1)'deki eşitlikte verilmiştir.

$$S_k^L = \frac{\Delta E[L] / E[L]}{\Delta k / k} \quad (1.1)$$

Şekil 1.6'da Uygulanan bir hassaslık analizinin örnek süreci ve sonuçları gösterilmiştir.



Şekil 1.6 Görev süresine bağlı olarak değişen başlangıç zamanı ve maliyet hassaslığı.\*

Hassaslık analizi, daha sık yapılan görevlerin görev değişkenlerindeki değişime daha duyarlı oldukları ile ilgili olan görüşleri onaylamaktadır. Olumlu hassaslık değerleri görev zamanlarındaki olumlu çeşitliliğindeki başlangıç zamanı ve masrafın ne ölçüde arttığını göstermektedir. En yüksek masraf hassaslığı değeri ürün değerlendirmesinin zamanına olan hassaslıktır, ki bu da en pahalı olandır. En yüksek zaman hassaslığı en uzun zamanlı görev için değildir. Bunun yerine en yüksek zaman hassaslığı ürün tasarımı süresindeki değişimlerde, bunlar da en sık yapılan işlemlerin içindedir. Diğer bir görüş de süreç tasarım görevinin, ürün tasarımı ve değerlendirme ile paralel olarak yapılan toplam başlangıç zamanı üzerinde hiçbir etkisi yoktur şeklindedir, ki bunların birlikte daha uzun başlangıç zamanları vardır. Bununla birlikte, süreç tasarımı toplam masrafı etkilemektedir. Başlangıç zamanı olasılığının dağılımını ve hassasiyet analizini çalışmak sürecin açıklıkla anlaşılmasına meydan verir. Başlangıç zamanı ve masraf üzerinde en çok etkisi olan görev tanımlanabilir ve bununla birlikte sürecin ne zaman gelişeceği üzerine odaklanılabilir.

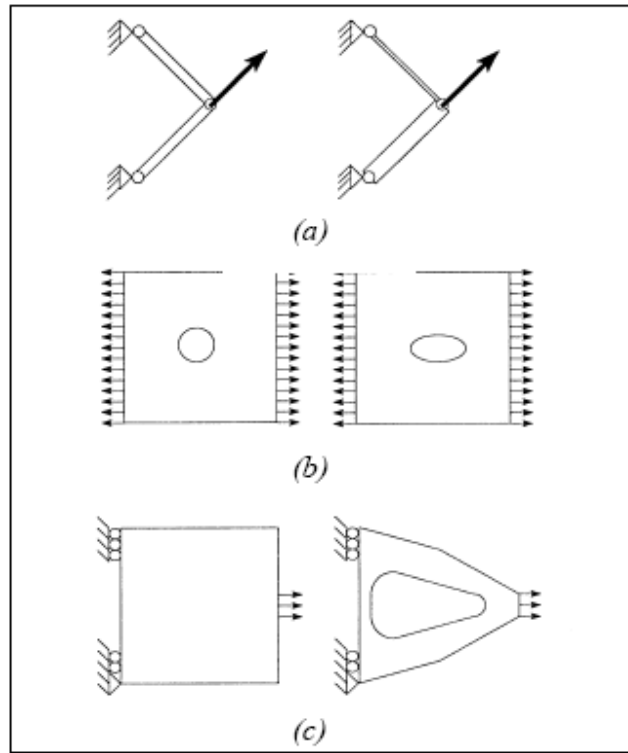
#### 1.4 Yapısal Optimizasyona Giriş

1960'lardan bu yana, mekanik bileşenlerin tasarımı sayısal yöntemlerin gelişmesiyle çoklukla yapılagelmiştir. Sonlu eleman programları, örneğin, şu anda uzaysal, mekanik, deniz ve sivil mühendislikte genel kullanım içindedir. Aynı zamanda, etkili ve hızlı optimizasyon algoritmaları çok çeşitli matematiksel program problemlerini çözmek için ortaya çıkarılmıştır.

\* RAJAN COELHO, Multicriteria Optimization with Expert Rules for Mechanical Design , 2004.

Bu iki yaklaşım yapısal optimizasyonun doğmasına yol açmıştır, yapısal optimizasyonun amacı geometrik, maddi ve/yada topolojik değişkenleri değiştirerek en uygun yapıyı bulmaktır, bunun için bulunan en uygun çözüm en az bir kriter ile açıklanmaktadır ve bir gereksinimler setini karşılamaktadır. Aslında tasarım süreçlerinin son safhasındaki performansları arttıracak bir çok yapısal optimizasyon tekniği geliştirilmişken çok az çalışmada birinci safhadaki optimizasyonla ilgilidir, ki ilk aşamadaki küçük bir değişiklik son yapıya önemli gelişmeler getirebilir.

Yapısal optimizasyon ilişkili değişkenlerin doğası gereği genel olarak üç aile şeklinde sınıflandırılmaktadır. (Bak. Şekil 1.7)



Şekil 1.7 Optimizasyon Teknikleri Arasındaki Farklar (a) Tasarım (b) Şekil (c) Topoloji \*

- Tasarım ya da hacim optimizasyonu , değişkenler sadece bölümler arası boyutları ya da çapraz kalınlığı göstermektedir (geometri ve topoloji sabit kalır) ;
- Şekil optimizasyonu, değişkenler yapının geometrisi üzerinde doğrudan hareket eden değişkenlerdir. (ancak sabit topolojiyle);

\* P.DUYSINX, Optimization Topologique : Du milieu continu a la structure elastique, Universite de Liege , 1996.

- Son olarak , topolojik optimizasyon değişkenlerin yapının topolojisini ve şeklini değiştirebilir olarak ele almaktadır.

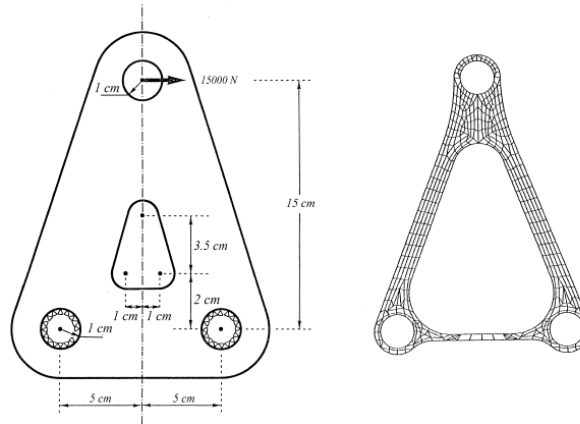
Bu kategoriler yukarıda kısaca resmedilmiştir.

#### 1.4.1 Tasarım Optimizasyonu

Yapıların otomatik boyutlandırılması olarak da bilinen ilk yaklaşımda değişkenler bölümler arası boyutlar ve çapraz kalınlıktır (geometri ve topoloji sabit kalır). Örneğin desteklerde, çubuk alanlarının birleştiği bölümler tasarım değişkenleri olarak görev yapar, burada genel olarak amaç bir set sınırı karşılayabilecek en ince yapıyı bulmaktır.\*

#### 1.4.2 Şekil Optimizasyon

Şekil optimizasyonunda değişkenler yapının şeklini belirleyen geometrik parametrelerdir (topoloji sabit kalır). Var olan çalışmaların çoğunda parametreler belirli noktaların koordinatlarıdır: kutuplar. 2D'deki kutuplar eğriler seti olarak yapının dış hatlarını belirler, örneğin Lagrangian, Bézier yada B-splines interpolasyon kullanarak.\*\*



Şekil 1.8 Bir Desteğin Şekil Optimizasyonu. Solda ilk geometri ve sağda optimizasyon uygulanmış hali \*\*\*

\* I.A.AZID,A.S.K. Kwan & K.N.Seetharamu, A GA-based technique for layout optimization of truss with stress and displacement constraints,International Journal for Numerical Methods in Engineering,vol.53,pp.1641-1674,2002.

\*\* S.M.B AFONSO,CMH. MACEDO & D.A.P. OLIVERIA, Structural Shape Optimization Under Multicriteria Conditions,WCCM V , July 7-12 2002.

V.BRAIBANT & CL.FLEURY, Shape Optimal Design Using B-Splines, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,vol.44,pp.247-267 ,1984.

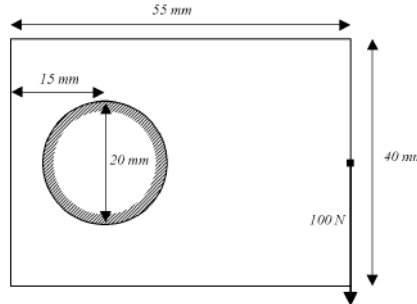
W.H. ZHANG, Calcul des sensibilités et optimisation de forme par la methode des elements finis,Phd Thesis, Universite de Liege 1992

\*\*\* W.H. ZHANG, Calcul des sensibilités et optimisation de forme par la methode des elements finis,Phd

Geometri de doğrudan parçaların uzunlukları, çapları, açılar vb. gibi tasarım değişkenleriyle modellenebilir. Bu teknik destek yapısı probleminde Zhang tarafından resmedilmiştir, amaç Von Mises gerilmelerinin kritik limiti geçmeden en aza indirmektir. Yük durumu ve sınır durumları Şekil 1.8’de detaylı olarak gösterilmiştir, bağımsız değişkenler kullanılmıştır, modelleme destek geometrisi uzunluklar ve yuvarlakların yaylarıyla. Yapısal analiz, sonlu eleman modeline göre yapılmıştır ve Zhang’ın bulduğu optimal çözüm Şekil 1.8’de, ilk yapıya göre 69.6% bir toplam düşüş gösterilmiştir. Optimizasyon uygulamak için hesaplarda amaç ve sınırların dışbükey çizgisel yaklaşımlarının yapılandırılmasına dayanan CONLIN algoritması kullanılmıştır.

### 1.4.3 Topoloji Optimizasyonu

Topolojik optimizasyonda amaç başlangıçta bir çok maddenin optimal şeklinin yapısını belirlemek ve geliştirerek az yükleme geçiren maddeleri kaldırmaktır. Elbette, en son yapı kullanıcı tarafından tanımlanan sınırları karşılamalıdır. ( genellikle maksimum Von Mises gerilmelerinin kısıtlanmasıyla ilgilidir) \*



Şekil 1.9 Michell Kiriş Problem tanımı ( İç Delik sabitlenmiştir.) \*\*

Topolojik optimizasyonda çok önemli bir nokta olan Michell destek problemi şekil 1.9’te tasvir edilmiştir, Reynolds (a.e.) bu problemi ters uyarlama tekniği ile çözmüştür; bir kez ilk sonlu eleman problemi yapılandırıldığında, yöntem ağ elemanlarının ayrıştırılması ile düşük (Von Mises) gerilme alanlarının inceltmesi ile devam eder. Daha sonra, ayrıştırılmış düşük

---

Thesis, Universite de Liege 1992

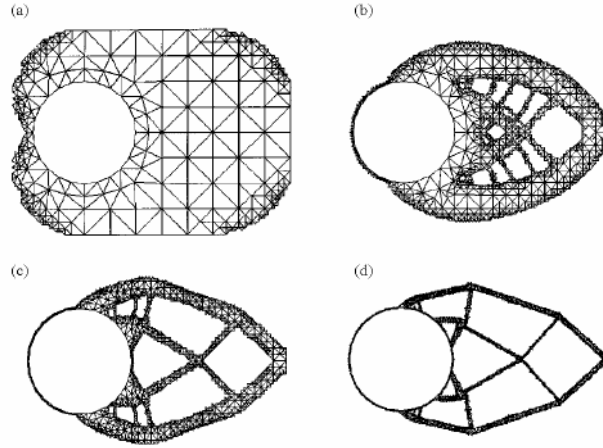
\* P.DUYSINX, Optimisation topologique: du milieu continu a la structure elastique, PHD Thesis ,Universite de Liege 1996

Y.Nakanishi, Application of homology theory to topology optimization of three dimensional structure using genetic algorithms, 2001.

\*\* D.Reynolds, J.McConnachie,P.Bettess,W.C. Christie & J.W.Bull ,Reverse Adaptivity- A new evolutionary tool for structural optimization,International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol.45(5),pp.529-552, 1999.



gerilme elemanları kaldırılır ve süreç tekrarlanır. İşlemin 6, 42, 75 ve 120 kez tekrarlanmasından sonra elde edilen veriler şekil 1.10'da verilmektedir. 120. işlemde sadece ilk alanın sadece 8.8% kalmaktadır. Topolojik optimizasyon destekler için de başarılıdır. Örneğin, Deb ve Gulati, optimal bölümler arası alanları ve 2-D ve 3-D destek noktalarının topolojisini genetik algoritmaları kullanarak bulmak için bir yöntem tasvir etmişlerdir. Tasarım değişkenlerine ek olarak bileşimde bulunan (ya da bulunmayan) her elemanı işaret eden topolojik değişkenler tanımlanmıştır (örn. Rot bölümlerinin alanları). Buradaki amaç, vurgular ve yer değiştirmeler izin verilebilir değerler içinde kalması gerekirken toplamı minimize etmektir. Şekil 1.11 genetik algoritmanın 39 elemanlı destekten 9 elemanlı bir desteğe dönüşmesinin 3 boyutlu bir örneğini göstermektedir. \*,\*\*



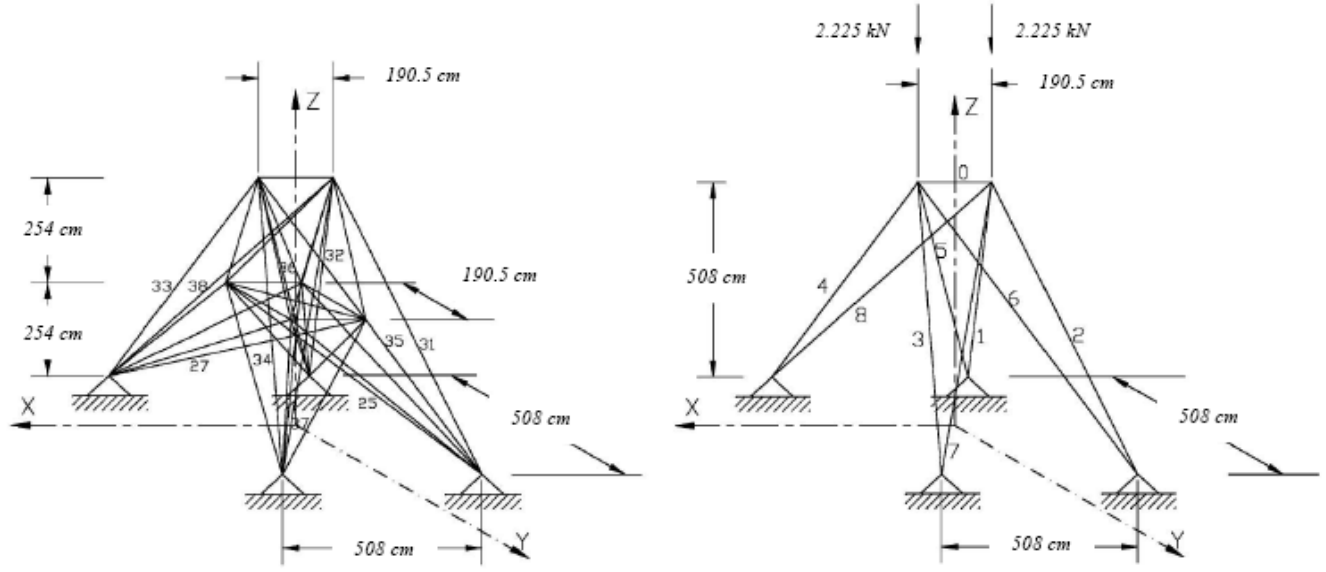
Şekil 1.10 Michell Kiriş Problemine Topoloji Optimizasyonu uygulaması \*\*\*

---

\* J.MACKERLE, Topology and Shape Optimization of structures using FEM and BEM : a bibliography 199-2001.

\*\* K.DEB&S.GULATI, Design of Truss –structures for minumum weight using genetic algorithmhs,Finite Elements in Analysis and Design 37,pp.447-465, 2001.

\*\*\* D.Reynolds, J.McConnachie,P.Bettess,W.C. Christe & J.W.Bull ,Reverse Adaptivity- A new evolutionory tool for structural optimization,International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol.45(5),pp.529-552, 1999.



Şekil 1.11 Bir Kiriş'e Topolojik Optimizasyon uygulaması örneği \*

\* K.DEB&S.GULATI, Design of Truss –structures for mininum weight using genetic algorithhms,Finite Elements in Analysis and Design 37,pp.447-465, 2001.

## 2. TASARIM OPTİMİZASYONU

### 2.1 Giriş

Bu bölümde sistemlerin optimum tasarımı ile ilgili bazı temel kavramlar anlatılacak. İlk olarak, bir genel tasarım optimizasyon modelinin tanımlanmasının yapılması yararlı olacaktır. Yerel ve genel minimum tanımları yapılarak ; tasarım optimizasyon modeli için bir çözümün varlığı araştırılacaktır. Model için optimallik koşulu ortaya konup sonuçları paylaşılacaktır.

Aşağıda değineceğimiz kavramlar pratik uygulamada önemli bir yere sahiptir çünkü faydalı bir çözüm üretmede başarısız olan optimizasyon proseslerindeki durumlar için bir bakış açısı verirler. Optimizasyon için sayısal metodların çoğu bu kavramlara dayandığından önemli bir yere sahiptirler.\*

### 2.2 Optimum Tasarım Modeli

Problemin formülasyonu tasarım optimizasyon işleminde önemli bir adımdır. Statik ve dinamik tepki problemleri, mekanik ve yapısal sistemlerin şekil optimizasyonu , güvenilir tasarım, sistemlerin optimal kontrolü ve bir çok diğerleri nonlinear programlama problemleri olarak (NLP) formüle edilebilir.\*\*

Problem formülasyon işlemi tasarım değişkenlerinin tanımlanmasını gerektirir. Bir maliyet fonksiyonu veya bir objektif fonksiyon ve sistemin uygun performansı ve güvenliği için kısıtlılıklar problemin sınıfına ve ihtiyaçlara bağlı olarak tasarım değişkenlerinin bir kaç tipi ve maliyet fonksiyonları tanımlanabilir. Kısıtlılıklar genellikle fiziksel limitleri, malzeme göçmesi, burkulma yükü, titreşim frekansları ve diğer böyle tepki miktarlarını içerir. Bu problemler bir standart NLP modele kaydedilebilir.

Bir " $\leq$ " formda ifade edilen denk olan ve olmayan kısıtlılıklara maruz bir fonksiyonun minimizasyonu olarak

**Problem P.** Uygun set'te (Kısıtlılık seti olarakta isimlendirilir.) X ile bir maliyet fonksiyonu

---

\* Arora, J.S. ,”Computational Design Optimization:A Review and Future Directions.” Structural Safety, Vol.7 1990, pp.131-148

\*\* Fu. G.,and Frangopol,D.M., “Multicriterion Reliability-Based Optimization of Structural Systems”.Probabilistic Methods in Civil Engineering, Edited by P.D. Spanos, ASCE, New York , 1988 , pp. 177-180

( aşağıdaki şekilde tanımlanan )

$$S = \left\{ \begin{array}{l} X : g_j(X) = 0, j = 1, 2, \dots, p; \\ g_j(X) \leq 0, j = p + 1, p + 2, \dots, m \end{array} \right\} \quad (2.1)$$

F(x): En aza indirmek için n boyutlu bir tasarım değişken vektör X'i bul.

Not: Etki optimizasyon problemlerinin çoğu P problemine 2.1 dönüştürülebilir; yani f(x) en yükseği  $f(x) = -G(x) \geq 0$  en azı ile yer değiştirebilir.

$g_j(x) = -G_j(x) \leq 0$  ile sayısal optimizasyon işleminde kolayca etkiliyebilir. Bu yüzden, verimliliği arttırmak için algoritmaların bilgisayar uygulamalarında ayırık olarak uygulanabilir. Ancak sunum basitliğinden dolayı, böyle basit sınır kısıtlılıkları denk olmayan kısıtlılıklarda  $g_j(x) \leq 0$  olarak kabul edilir.

Bir denk olmayan kısıt  $g_j(x) \leq 0$  aktif olarak tasarım noktası X de belirtilen noktada yani  $g_j(x) = 0$  'da bir denklik olarak sağlanırsa aktif değil denilir, eğer negatif değerli ise belirtilen noktadaki pozitif değerde bozulursa aktif olarak kabul edilir.

Eğer problemin maliyet ve kısıtlılık fonksiyonları değişken terimlerde sayıysa problem P bir sayısal programlama (LP) olarak adlandırılır, eğer maliyet fonksiyonu ikinci mertebeden denklem ve kısıtlar sayıysa problem bir ikinci dereceden denklem programlama (QP) problemi olarak adlandırılır. Nonlinear problemler de, sayısal algoritmaların çoğu yineleme işlemlerinde ya bir LP veya QP alt problemini çözer bu yüzden, bu problem alanları oldukça önemlidir ve araştırmanın ana büyüklüğü nonlinear problemler için özel metodlar geliştirmeye yönelmiştir.

Yapısal ve mekanik sistem tasarım problemlerine bağlı olarak NLP modeller için aşağıdaki noktaları not etmek önemlidir;

1. Model sürekli tasarım değişkenleri ile tüm problemlere uygulanabilir. Çok nesnel ve ayırık değişken problemler belli bir aşamadan sonra tatbik edilebilir.
2. Problemin fonksiyonları iki kez türetilebilir kabul edilir. Türetilebilir fonksiyonları olmayan problemler ilave hesaplama yöntemleri ile uygulanabilir.\*
3. Maliyet ve kısıtlılık fonksiyonları genellikle tasarım değişkenlerinin açık fonksiyonları

---

\* Schittkowski , K., Computational Mathematical Programming , Proceedings of NATO AS,Bad Windsheim FRG, July 23 – August 02 1984, Springer, Berlin,Heidelberg , New York , Tokyo , 1985.

olarak kesindir. Ancak bu fonksiyonlar çeşitli analiz yöntemleri kullanılarak da değerlendirilebilir. Bu da yaygın olarak tasarım hassasiyet analizi olarak bilinir ve bu bölüm içerisinde aşağıda değinilecektir.

### 2.3 Temel Tanımlar ve Çözümün Varlığı

Tasarım optimizasyonu ile ilgili çeşitli kavramları sunmadan önce, fonksiyon  $F(x)$  için bir minimum nokta tanımının yapılması, problem  $P$  için optimum çözümün varlığını tartışılabilmesi için gereklidir.

**Yerel minimum** maliyet fonksiyonu  $f(x)$  bir yerel minimuma sahiptir ve görelî minimum olarak da adlandırılır. Kısıtlılık setinde bir  $X$  noktasında eğer  $X^*$  noktasının uygun küçük bir komşuluğunda tüm  $X$  için, eğer sıkı eşitsizlik varsa yani;

$$f(X^*) \leq f(X) \quad (2.2)$$

$f(X^*) < f(X)$  tüm  $X \neq X^*$  için,  $X^*$  sıkı veya yalıtılmış yerel minimum olarak adlandırılır.

**Genel minimum** maliyet fonksiyonu  $F(x)$  genel bir minimuma sahiptir. (Mutlak minimum olarak da adlandırılır.) Bir  $X^*$  noktasında eğer denklem 2.2 izlenirse, yani;  $f(x^*) \leq f(x)$  kısıtlılık seti  $S$ 'de tüm  $X$  için. Eğer kesin (Strict) eşitsizlik varsa yani;  $f(x^*) < f(x)$  tüm  $X \neq X^*$  ise, o zaman  $X^*$  kesin veya tek, genel minimum olarak adlandırılır. Bu tanımlardan anlaşıldığı üzere, Yerel minimum için,  $X^*$  noktası civarında  $S$ 'de küçük bir uygun set grup tamamen  $n$ -boyutlu uzaydır. Önceki tanımlar böyle kısıtlılığı olmayan problemleri de açıklanmasına yardımcı olur. Ayrıca fonksiyon  $S$   $f(x)$  birçok genel minimum noktası fonksiyon değerlerini sıçratabilir (aşırı şekilde değiştirebilir). Noktaların tümünde aynı olan, ancak bir tane keskin genel minimum olabilir ve buda Yerel minimum yalıtılmış olmadığını gösterir.

Genel olarak problem  $P$  nin bir çözümünün varlığını bilmek zordur. Önemli olan çözümün varlığının sorgulanmasıdır, ancak gelecek olan teorem bu konuda yardımcı olabilir.\*

**Genel minimum'un varlığı.** Eğer  $f(X)$  boş olmayan uygun bir grup  $S$ , kapalı ve sınırlı, grup üzerinde süreklidir, o zaman  $S$ 'de  $f(X)$  için bir genel minimum vardır. Burada dikkat edilmesi gereken nokta yukarıdaki teorem bir genel minimum noktanın varlığı için sadece yeterli şartları verir. Bu şartların sağlanması gerekli değildir çünkü problem için bir genel minimum

---

\* Haug, E. J., and Aroro, J.S., Applied Optimal Design: Mechanical and Structural Systems, Wiley-Interscience, New York, 1979

şartlara ihtiyaç olmayabilir. Diğer deyişle, yukarıdaki teorem “yeter ve gerek şart” durumunu belirtmez. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, kapalı ve sınırlı bir  $S$  grubunda  $f(X)$  sürekli olduğundan, sınırlı fonksiyondur. Gelecek teoremi kullanmak için,  $S$  grubunun kapalı, sınırlı ve boş olmadığı belirtilmelidir. Eğer tüm kısıtlı fonksiyonlar  $g_i(x)$  sürekli ise ve problem formulasyonunda kesin eşitsizlik yoksa [ $g_i(x) < 0$ ], o zaman  $S$  grubu kapalıdır. Bu yüzden, bu şartı kontrol etmek zordur.  $S$  grubu boş değildir. Eğer uygun tasarımlar varsa, yani, kısıtlılıkta karışıklık yoktur ve problem fazla kısıtlanmamıştır. Çözüm işlemini başlatmadan bu şartı kontrol etmek zordur. Eğer çözüm işlemi uygun noktaya uğramazsa, o zaman  $S$  grubunun boş olduğu düşünülebilir. Bu durumda, problem formulasyonu uygun tasarımların varlığı için yeniden incelenmeye ihtiyaç duyar.  $S$ 'in sınırsızlığını da kontrol etmek zordur ve öyle bir  $R$  sayısı vardır ki  $S$  de herhangi  $X$  için,  $(X.X) < R$ .

## 2.4 Optimallik Şartları

Yerel ve genel minimum'un aşağıdaki tanımları problem  $P$  için minimum noktaları bulmanın pratik bir yolunu vermez. Aşağıdaki tanımlar, sonsuz hesap ile verilen bir noktanın optimalliğini kontrol etmek için de kullanılamaz. Ancak, tanımlar şartları türetmek için kullanılır ki buda bir minimum nokta karakterize eder. Bunlar optimallik koşulları olarak adlandırılır.

İki tip optimallik koşulu vardır; gerekli ve yeterli. Bir yerel minimum nokta gerekli şartları sağlamalıdır; yoksa o minimum nokta olamaz. Burada önemli olan nokta bu şartları sağlayan nokta bir minimum nokta olmamalıdır, yani noktalar minimum nokta olmadan gerekli koşulları sağlayabilmelidir. Gerekli koşulları sağlayan noktalar sadece minimuma aday, veya basitce sabit noktalardır. Yeterli şartlar minimum noktaları diğerlerinden ayırır. Hem gerekli hem de yeterli şartların tanımlaması yapılacaktır. Bu şartların kullanımını gösteren örnek problemler referans<sup>\*</sup> de sunulur.

Optimallik şartları iki yönden önemlidir:

- 1) Minimum noktaları bulmak için nümerik yöntemler geliştirmede kullanılabilirler; bu konuya literatürde genişçe değinilmiştir.<sup>\*\*</sup>

---

\* Arora, J.S., Introduction to Optimum Design, McGraw-Hill, New York, 1989

\*\* Venkayya, V.B., "Structural Optimization: A Review and Some Recommendations." International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.13, 1978, pp.205-228

Rozvany, G.I.N., Structural Design via Optimality Criteria, Kluwer Academic Publishers, Hingham, MA, 1988

2) Verilen bir noktanın optimalliğini kontrol için kullanılabilir; \*

Kısıtsız problem için optimallik koşullarını ilk olarak ele alacağız ve sonra problem P'nin genel kısıtlılığını inceleyeceğiz.

#### 2.4.1 Kısıtsızlık Problemi

Kısıtlılığı olmayan problem için, denklem 2.1'de ki kısıtlı grup S tüm tasarım uzayı  $R^n$  dir, böylece basitçe  $F(x)$ ; minimize edilir. Böyle problemler için optimallik şartları minimum nokta  $X^*$  de maliyet fonksiyonu  $f(x)$ 'in yerel davranışını analiz ederek türetilir. Minimum nokta  $X^*$  de küçük bir değişiklik yapalım (daha sonra yeterince küçük olduğu kabul edilecektir) ve maliyet fonksiyonunda  $X^*$  noktasından  $X^* + d$  de  $\Delta f$  değişikliği olsun  $X^*$  noktasından uzaklaşırken çalışabilen maliyet fonksiyonunda ki değişiklikler  $d$  'nin bir fonksiyonu olarak ifade edebiliriz. Eğer  $\Delta f$  değişimi tüm hareketli  $d$  için pozitif ise, o zaman denklem 2.2'ye göre,  $X^*$  gerçekten bir izole yerel minimum noktadır.

$\Delta f$  değişimi  $X^*$  noktasında Taylor açılımı kullanılarak  $d$ 'nin bir fonksiyonu olarak ifade edilebilir:

$$\Delta f(d) \equiv f(x^* + d) - f(x^*) = (c(X^*), d) + \frac{1}{2}(d.H(x^*)d) + R \quad (2.3)$$

R kalan terimdir ve gradyan C ve Hessian H şöyle tariflenir.

$$c \equiv \nabla f = \left[ \frac{\partial f}{\partial X_i} \right]_{(nx1)} : H = \nabla^2 f = \left[ \frac{\partial^2 f}{\partial X_i \partial X_j} \right]_{(n \times n)} \quad (2.4)$$

Şimdi denklem 2.3'de sağ taraftaki birinci terim, yani,  $(c(X^*), d)$ , küçük  $d$  için tüm diğer daha-yüksek mertebedeki terimlere hakim olur (dominanttır). Bu terim pozitif veya değerlere ve  $c(X^*)$ 'de ve  $d$  deki bileşenlerin işaretlerine bağlı olarak negatif olabildiğinden bu terim yok olmadıkça tüm olası  $d$  değerleri için  $\Delta f$  pozitif olamaz. Böylece,  $\Delta f(d) \geq 0$  sağlanmalı, ve  $(c(X^*), d)$  olası tüm  $d \neq 0$  için sıfır şartını sağlamalıdır. Bunun sağlanması için  $c(X^*) = 0$  yeter ve gerek şarttır. Bu şart sağlandığında birinci mertebeden gereklilik şartını verir., denklem 2.3'de kalan terimler aşağıdaki denklemi verir.

---

\* Arora, J.S. ,”Computational Design Optimization:A Review and Future Directions.” Structural Safety, Vol.7 1990, pp.131-148

$$\Delta f(d) = \frac{1}{2}(d.H(x^*)d) + R \quad (2.5)$$

Bu denklem de  $\Delta f > 0$  gerek ve yeter şarttır.  $(d, H(X^*).d) > 0$  tüm  $d \neq 0$  için çünkü bu terim kalan daha yüksek mertebeli terimlere hakimdir. Eğer  $(d, H(X^*)d) = 0$  ise o zaman optimalliğin bir ikinci mertebe şartı, yani,  $(d, H(X^*)d) \geq 0$  tüm  $d \neq 0$  için bir gerek şarttır.

$(d, H(X^*).d)$  d değişkenlerinin terimlerinde ikinci derece form olarak bilinir çünkü sadece  $d_i$  değişkenlerinde ikinci mertebe terimler içerir.  $H(X^*)$  ikinci derece formda metrik olarak isimlendirilir ki zaten Hessian matriksidir. İkinci derece formlar sayısal algoritmalar ve optimizasyon teorisinde önemli bir rol oynarlar. Bir ikinci derece form pozitif tanımlı olarak adlandırılır ve tüm  $d \neq 0$  için eğer  $(d, H(X^*)d) \geq 0$  ise. Bundan dolayı, ikinci derece form matriksi sırasıyla pozitif tanımlı ve pozitif yarı tanımlı olarak adlandırılır.

$H(X^*)$  in özdeğerlerine onun formunu kontrol etmek için ihtiyaç duyulur.

$\lambda_i (i = 1, 2, \dots, n)$   $H(X^*)$ 'in özdeğerleri olsun. O zaman  $H(X^*)$  pozitif tanımlıdır onun özdeğerleri gerek ve yeter şart olarak kesin pozitifdir, yani  $\lambda_i > 0$   $i = 1, 2, \dots, n$  için pozitif yarı tanımlıdır eğer onun özdeğerlerinin tamamı negatif değilse yani  $i = 1, 2, \dots, n$  için  $\lambda_i > 0$  ise. Gerekli ve yeterli şartlar aşağıda özetlenir:

**Gerekli şartlar birinci mertebe.** Eğer  $X^*$  fonksiyon  $f(x)$  için bir Yerel minimum ise, o zaman  $X^*$  de onun gradyanı yok olmalıdır, yani,  $c(X^*) = 0$ ,

**Gerekli şart: İkinci mertebe.** Eğer  $X^*$  fonksiyon  $f(x)$  için Yerel bir minimumsa  $X^*$  de onun Hessian  $H$ 'ı pozitif yarı tanımlı olmalıdır.

**Yeterli şart: İkinci mertebe.** Eğer matriks  $H(X^*)$  sabit  $X^*$  noktasında pozitif tanımlı ise o zaman  $X^*$  fonksiyon  $f(x)$  için bir yalıtılmış minimum noktadır.

Not: Etki fonksiyonunun türevlerini içeren ilerideki gelecek şartlar ve  $X^*$  noktasında fonksiyon değeri değildir. Bu yüzden, minimum noktaya değişmez bir sabit maliyet fonksiyonuna eklenirse veya pozitif bir ölçek ile ölçeklendirilirse maliyet fonksiyonunun optimum değeri işlemde elbette değişir ve de net etki gerekli şartları sağlayan herhangi bir nokta sabit nokta olarak adlandırılır. Eğer sabit bir nokta ne bir minimum veya maksimumsa, o zaman bir eğilme noktası olarak adlandırılır.



## 2.4.2 Kısıtlılık Problemi

Kısıtlı bir problem için optimallik şartları maliyet fonksiyonuna ilave olarak kısıtlar içermelidir. Bir kısıtlılık probleminde kısıtların aktif olmadığı (yani kısıtların hiçbiri bağlayıcı değil) minimum noktalarda olabilir, fakat bu genellikle pratik tasarım problemlerinde olmaz. Eğer kısıtlar aktif değilse, optimum nokta kısıt grubu S'nin içindedir ve kısıtsız problem için optimallik şartları uygulanır. Diğer bir ifade ile kısıtsız problem için optimallik şartları kısıtlı problem için özel bir haldir.

Kısıtlı problem için optimallik şartları bir kaç alternatifle ifade edilebilir. Fakat burada ele alınacak şartlar çoğunlukla çağdaş literatürde kullanılan ilk olarak Karush tarafından bağımsız olarak türetilmiştir ve sonra Kuhn ve Tucker tarafından geliştirilmiş bu yüzden de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) şartları olarak bilinen şartlardır.

KKT şartlarının türetilmesinde temel bir kabul uygun grub S'nin düzenli noktanın minimum nokta olmasıdır. Bir nokta X kısıt grubu S'nin düzenli bir noktası olarak isimlendirilir ve X noktasındaki aktif kısıtlılıkların tümünün gradyenleri lineer bağımsız ise Lineer bağımsız vektörlerin sayısı n 'den fazla olamayacağından (aktif tasarım değişkenlerinin sayısı) kısıtların toplam sayısı düzenli noktada tasarım değişkenlerinin sayısından fazla olamaz.

Karush - Kuhn – Tucker gerekli şartları. Problem P için Lagrangien'i şöyle tanımlayalım

$$L(X, u) = f(X) + (u.g) \quad (2.6)$$

u kısıt  $g_j(X^*)$  için Lagrange çarpanı olarak  $u_j$  ile m boyutlu bir vektördür. Ve de kısıt grubu S'nin  $X^*$  düzenli bir noktası olsun ki buda  $f(x)$  için bir Yerel minimumdur. Burada  $u^*$  düzenli bir nokta olsun;  $f(x)$  için bir Yerel minimumdur. Burada  $u^*$  tek lagrange çarpanları bulunur;

$$\nabla L(X^*, u^*) = 0 \quad \text{veya} \quad \nabla f(X^*) + \nabla g(X^*) u^* \quad (2.7a)$$

veya

$$\frac{\partial L(X^*)}{\partial X_i} \equiv \frac{\partial f(X^*)}{\partial X_i} + \sum_{j=1}^m u^*_j \frac{\partial g_j(X^*)}{\partial X_i} = 0 \quad i = 1, \dots, n \quad (2.7b)$$

$$g_j(X^*) = 0, \quad j = 1, \dots, p; \quad g_j(X^*) \leq 0, \quad j = (p+1), \dots, m \quad (2.8)$$

$$u^*_j g_j(X^*) = 0, \quad j = (p+1), \dots, m \quad (2.9)$$

$$u^*_j \geq 0 \quad j = (p+1), \dots, m \quad (2.10)$$

$\nabla g(X^*)$  i kolonu  $g_i$  'nin gradyeni olan  $n \times m$  boyutlu bir matristir.

İlerideki şartlar bazen birinci merteye gerekli şartlar olarak adlandırılır. Dikkat edilmesi gereken  $n \times m$  n tasarım değişkenleri ve m Lagrange çarpanlarıdır. Bilinmeyenler vardır ve bu bilinmeyenler denklem 2.7-2.9 arasında verilen şartlardaki  $n \times m$  denklemleri ile ilgilidir. Bu yüzden, genellikle sayısal olmamasına rağmen gerekli şartlar denklemlerin kararlı sistemini verir. Denklem 2.7'de elde edilen Lagranian L, X e göre sabittir, denklem 2.8 'de  $X^*$  grup S'nin bir uygun noktası olmalıdır, denklem 2.9'da  $j_i$  eşitsizlik için ya Lagrange çarpanı sıfırdır veya minimum noktada (eğer  $u_j=0$  ise,  $g_j X^*$  in uygunluğu için  $\leq 0$  olmalıdır.) kısıt aktiftir, ve denklem 2.10'da eşitsizlik kısıtlılığı için Lagrange çarpanları negatif olmamalıdır. Denklem 2.9 anahtar şart veya tamamlayıcı şart olarak adlandırılır. Aktif olmayan kısıtlar için Lagrange çarpanları sıfır olduğundan, denklem 2.7'de sadece aktif kısıtlar içerilebilir. Bu sayısal yöntemlerde önemlidir çünkü aktif olmayan kısıtların gradyenlerinin hesaplanmasına gerek olmadığını sonucunu ortaya koyar.

Denklem 2.7a gerekli şartlar için bazı fiziksel bakış açılarını vermek için ufak bir fark kullanılarak da yazılabilir.

$$-\nabla f(X^*) = \nabla g(X^*)u^* \equiv \sum_{j=1}^m u_j^* \nabla g_j(X^*) \quad (2.11)$$

Bu denklem minimum noktada maliyet fonksiyonunun gradyanının lineer kombinasyonun ölçekleri olarak Lagrange çarpanları ile negatif kısıtların gradyenlerinin bir lineer kombinasyonudur Diğer deyişle,  $-\nabla f(X^*)$  kısıtların gradyenleri ile gerilen alt uzayındadır.

Dikkat edilmesi gereken husus KKT şartları düzenli olmayan noktalarda sağlanabilir de sağlanamazda ve yine bu noktalarda Lagrange çarpanları tek olabilir veya olmayabilir. Daha farklı bir ifade ile düzensiz noktalar KKT şartlarının gerçekte bozulduğu yerdeki yerel minimum'un tasarım adaylarıdır.

İkinci merteye şartları minimum noktaları diğerlerinden ayırmak için kullanılabilir. Bu şartlar kısıtsız problemler için fonksiyonların Hessianlarını da içerebilir. Burada hatırlanması gereken kısıtsız problemler için, tüm sıfır olmayan küçük değişikliklerde pozitif olacak  $X^*$  de maliyet fonksiyonu için Taylor açılımının gerekli yerel şartı ikinci dereceden denklemin eşitlik kısmı  $d$  den  $X^*$  e değişir. Kısıtlı halde küçük uygun değişiklikleri  $d$  'de belirlemek için  $X^*$  deki aktif kısıtlılıkları göz önüne almalıyız. Bir  $d$  doğrultusu uygun adlandırılır eğer  $d$  boyunca herhangi küçük hareket için, aktif kısıtların tümü aktif kalır, yani,  $g_i(X^*) = 0$  ,  $g_i(X^*+d)$  de sıfır için.  $g_i(X^*+d)$ 'yi onun birinci merteye Taylor açılımıyla yer değiştirerek

$g_i(X^*) \neq (\nabla g_i \cdot d) = 0$  i elde ederiz , buda bize  $(\nabla g_i \cdot d) = 0$  verir çünkü  $g_i(X^*) = 0$  dir. Bu sonuç ile uygun  $d$  tüm aktif kısıtların eğimine normal (dik) olmalıdır yani herhangi bir uygun  $d \neq 0$  kısıt yüzeyine teğet olmalıdır. ( $d$  kısıt yüzeyine hiperdüzlem teğetindedir.) Böylece  $d$  doğrultuları  $X^*$  noktası civarında bir uygun alan tanımlamak için.; lineer denklemlerin  $(\nabla g_i \cdot d) = 0$  alt belirli sistemlerinin çözümleri olarak belirlenir.

İkinci merteye şartları türetmek için, Lagrange'in Taylor açılımını yazarız ve  $d$ 'nin önceki şartları sağladığını düşünürüz. Eğer Taylor açılımının ikinci teoremi kısıt hiperdüzleminde tüm  $d$  için pozitif ise  $X^*$  o zaman bir izole Yerel minimum noktadır. Bu da bizim için yeterli şarttır. Bir gerek şart olarak, ikinci merteye terim negatif olmamalıdır. Bu sonuçları aşağıda özetlemeye çalıştık.

**Gerek şart: İkinci merteye.** Problem P için  $X^*$  birinci merteye KKT gerek koşulunu sağlasın.  $H(X^*)$  denklem (2.6) da tanımlanan Lagrange Hessian'ı olsun. Orada  $X^*$  sıfır olmayan uygun doğrultuları olur, yani,  $d \neq 0$  lineer sistemin çözümleri olsun.  $j = 1,2,3,\dots,p$  için ve  $g_j = 0$  ile tüm  $j > p$  elde ederiz.

$$[\nabla g_j(X^*) \cdot d] = 0 \quad (2.12)$$

Yani tüm eşitlikler ve aktif eşitsizlikler denklem (2.12)'deki lineer sistemi tanımlamada elde edilir.  $Q = [d \cdot H(X^*) \cdot d]$  yi tanımlayıp sonra eğer  $X^*$  problem P için bir Yerel minimum nokta ise, aşağıdaki denklem ; denklem 2.12 yi sağlayan tüm  $d \neq 0$  için; doğru olmalıdır ;

$$Q \geq 0 \quad (2.13)$$

Denklem (2.13) ile verilen eşitsizlik bir gerek şarttır, ve eğer herhangi  $X^*$  noktası bozulur ise minimum nokta olamaz.  $\nabla g_j(X^*)$  gradyanı  $X^*$  noktasında kısıtlılık yüzeyine normal (dik) olduğundan denklem 2.12 sonucu vektör  $d$  aktif kısıtların tümünün eğimine diktir (normaldir). Bu doğrultular boyunca herhangi küçük hareket aktif kısıtlılığın sağlanmasını korur (birinci mertebeye kadar); böylece, bunlar  $f(X^*)$  in Yerel optimumluğunu kontrol etmek için hareket eden uygunluklardır. Böyle vektörlerin toplanması için kısıt yüzeyine teğet olan bir hiperdüzlem tanımlar. Denklem 2.13'de  $Q \geq 0$  şartı ile eğer  $X^*$  bir Yerel minimum nokta ise ; hiperdüzleme teğet üzerinde düşünülen Lagrangian'ın Hessian'ı pozitif yarıtanımlı olmalıdır.

**Yeter şart: ikinci merteye.** Problem P için birinci merteye KKT gerek şartını  $X^*$  sağlasın. Denklem (2.6)'da tanımlanan Lagrangian'ın Hessian'ı  $H(X^*)$  olsun.  $X^*$  i de sıfır olmayan uygun doğrultuları olsun, yani,  $d \neq 0$  lineer sistemin çözümleridir.  $j = 1,2,3,\dots,p$  için ve  $u_j > 0$  ile tüm  $j > p$  için, aşağıdaki denklem kullanabiliriz.

$$[\nabla g_j(X^*).d] = 0 \quad (2.14)$$

Ve de  $u_j = 0$  ile aktif eşitsizlikler için  $[(\nabla g_j(X^*).d)] \leq 0$  olsun

$$Q > 0 \quad (2.15)$$

eğer  $Q > 0$  denklem 2.14'ü sağlayan tüm  $d \neq 0$  ise  $X^*$  problem P için bir izole Yerel minimum noktadır.

Sırasıyla denklem 2.13 ve 2.15 de kullanılan  $d$ , uygun doğrultuları belirleyen denklem 2.12 ve 2.14'den az farklı olabilir. Denklem 2.12 de tüm aktif eşitsizlikler içerilir, eşitsizliklere ilave olarak, denklem 2.14 de sadece pozitif çarpanlı eşitsizlikler olur. Denklem 2.15 ifade edilen eşitlik kısıtlılığının eğimleri ile tanımlanan hiper düzleme teğet düşürülen kısıt Lagrangian'ın Hessian'ı ve pozitif Lagrange çarpanları ile bu eşitsizlikler pozitif tanımlı olmalıdır.

$X^*$  denklem 2.15 ile verilen eşitlikte bozulur fakat ikinci mertebe gerek koşulu sağlar, o zaman  $X^*$  bir Yerel minimum nokta olduğuna karar verilemez. Bu nokta hala Yerel bir minimum olabilir fakat bir izole hal değildir. Eğer matriks  $H(X^*)$  pozitif tanımlı ise [yani denklem 2.15 deki  $Q$  tüm  $d \neq 0$  için pozitifdir] o zaman denklem 2.14'ü sağlayan  $d$  bunlar için pozitif tanımlıdır. Bu halde,  $X^*$  bir izole Yerel minimum için yeter şartı sağlar. Aksine, eğer matriks  $H(X^*)$  negatif yarı tanımlı ise, o zaman denklem 2.12'yi sağlayan  $d$  bunlar için negatif yarı tanımlıdır. Bu halde,  $X^*$  ikinci mertebe gerek şartı bozar ve bir minimum nokta değildir. Ancak, eğer  $H$  tanımsızsa,  $X^*$  bir izole Yerel minimum nokta olmadığına karar verilemez ve denklem 2.15 ile verilen eşitsizliğin kontrol edilmesi gerekir.

## 2.5 Genel Optimallik

Bir kez bir sistemin optimum tasarımı elde edilir ve onun genel optimalliği hakkında soru işareti doğar. Genellikle bu sorunun cevabı çözüm sadece yerel minimumdur. Problem için genel çözüm ya kısıt gruplarının bazı geniş araştırması ya da problemi dış bükey göstererek bulunabilir. Her iki prosedür de geniş hesaplamayı gerektirir. Eğer problem dış bükey ise, o zaman herhangi yerel minimum bir genel minimumdur  $d_1$  ve KKT birinci mertebe şartlar yeterlilik içinde gereklidir. Bir problemin sorusu kısaca burada gösterilir.

Eğer maliyet fonksiyonu  $f(x)$  dış bükey kısıt grubu  $S$  üzerinde dış bükey ise, o zaman problem P bir dış bükey programlama problemi olarak adlandırılır. Bir problemin dış bükeyliğini göstermek için  $S$  grubunun dış bükeyliğini ve  $f(x)$  fonksiyonunun dış bükeyliğini

göstermek gerekir. S noktalarının grubu (X vektörleri) bir dış bükey grup olarak adlandırılır ve yeter ve gerek şart olarak S grubundaki herhangi iki A ve B noktaları için, tüm AB doğru parçası da gruptadır. Grafik olarak, bu demektir ki bir dış bükey grupta tekrarlı köşe ve delikleri yoktur. Düşünülecek sonsuz nokta çiftlerinden dolayı bir grubun dış bükeyliğini kontrol için bu tanımları kullanmak zordur ve böylece bir hesaplama prosedürüne ihtiyaç duyulur. Problem P için kısıt grubu  $g_i(X)$ ,  $i = 1,2,3,\dots,m$  fonksiyonları ile tanımlanır. Eğer bu fonksiyonların tümü dış bükey ise, o zaman kısıt grubu S dış bükeydir. Bir fonksiyonun dış bükeyliğini nasıl kontrol edeceğimiz sorusu ortaya çıkar.

Dış bükey fonksiyonlar Dış bükey gruplar üzerinde tanımlanır. N değişkenli bir grupta eğer Hessian  $R^n$  üzerinde her yerde pozitif yarı tanımlı ise  $R^n$  ( dış bükey gruptur) üzerinde dış bükeydir gerek ve yeter şarttır. Eğer bu fonksiyon  $g_i(x)$  dış bükey ise, o zaman  $g_i(x) \leq e_i$  eşitsizliği ile tanımlanan grup dış bükeydir,  $e_i$  herhangi bir sabittir. (Bu gerek ve yeter şart koşulu değildir.) Bir lineer eşitlik veya eşitsizlik kısıtı daima bir dış bükey grubu tanımlar. Fakat bir non lineer eşitlik kısıtı daima bir dış bükey olmayan grubu tanımlar. Bu sonuçlar yukarıda verilen bir dış bükey grubun tanımını kullanarak doğrulanabilir. Özetle eğer bir problemi dış bükey olarak gösterebilirsek o zaman herhangi bir minimum da bir genel minimumdur. Ancak bir problem için dış bükeyliği kontrol oldukça pahalıdır. Her fonksiyonun Hessian'ı değerlendirilmeye ihtiyaç duyar ve onun formu tüm uygun alanlar üzerinde kontrol edilmelidir.

Aşağıdaki noktalar dış bükey programlama problemleri için not edilmelidir:

1. Bir dış bükey programlama problemi maliyet fonksiyonunun aynı sayısal değere sahip olduğu bir kaç genel minimum noktaya sahip olabilir.
2. Bir kısıt fonksiyonu için konvekslik kontrolü bazen başarısız olabilir eğer kısıtlılığın formu değiştirilirse, kısıtlılık ile tanımlanan uygun set hala dış bükey olabilir. Örneğin, kısıtlılığı düşünelim,  $g_1 = (a/X_1 \cdot X_2) - b \leq 0$ ,  $a > 0$  ve  $b \geq 0$  özleşir ve sabitler,  $X_1 > 0$  ve  $X_2 > 0$ . Fonksiyon şu ilerdeki dış bükeylik kontrolünü sağlar ve böylece  $g_1 \leq 0$  ile tanımlanan uygun grup dış bükeydir. Eğer kısıtlılık yeniden  $g_2 = a - bX_1X_2 \leq 0$  ( ki bu uygun grubu değiştirmez.) olarak yazılırsa, o zaman  $g_2$  dış bükeyliği kontrol de başarısız olur, ancak bu  $g_2 \leq 0$  ile tanımlanan grup dış bükey olmadığını göstermez. Burada ortaya çıkan sonuç kısıtlılık grubunun dış bükeyliğini kontrol için aşağıda verilen şartlar sadece yeterlidir fakat gerekli değildir; yani “eğer  $g_i(X)$  dış bükey ise, o zaman  $g_i(X) \leq e_i$  eşitsizliği ile tanımlanan grup dış bükeydir” şartı sadece yeterli bir şarttır.

3. Dış bükeyliği kontrolün başarısızlığı için problemler veya dış bükey olmayan problemler genel minimum noktalar alabilirler. Buradaki fark bir genel çözümün elde edildiğini bilmek zordur.

## 2.6 Optimizasyon Sonrası Analiz

Çoğu zaman , problem değişirken parametrelerin bazısı ile optimum çözümün nasıl değiştiğini bilmek faydalıdır. Optimizasyon sonrası analiz optimum çözümün değişimlerini gösterir. Tasarım değişkenlerinin yeni değerlerinin hesaplanması daha fazla hesaplamayı gerektirir bu da zaman harcanmasına yol açar.\* Ancak, kısıt limitlerinde maliyet fonksiyonlarının analizi daha fazla hesaplamaya gerek kalmadan elde edilir.

### 2.6.1 Kısıtlılık Limitlerinde Değişiklikler

Problem P kısıtlılık için sıfır olarak mevcut limit değerlerle çözüldüğünü düşünelim.  $E_j$ -i kısıtlılığın sağ tarafında küçük bir değişim olsun. Bozulmuş problem için optimum nokta vektörün bir fonksiyonudur, yani,  $X^* = X^*(e)$ .

Ve de,  $f = f(e)$ . Fakat bunlar  $e$ 'nin kesin fonksiyonlarıdır ve aşağıdaki teorem  $\partial F / \partial e_j$  kesin türevlerini hesaplamanın yolunu verir.

**Kısıtlılık değişkenlerinde hassasiyet.**  $X^*$  bir düzenli nokta olsun ,  $u_j^*$  çarpanları ile birlikte hem KKT gerek şartlarını hem de problem P için bir izole yerel minimum nokta için yeterli şartları sağlar. Eğer,  $j > p$  için  $g_j(X) = 0$  için doğrudur ki  $u_j^*$ , o zaman değiştirilmiş çözümü  $X^*(e)$   $e = 0$  civarında  $e$ 'nin sürekli türetilebilir bir fonksiyonudur. Ayrıca, aşağıdaki eşitlik hem de eşitsizlik kısıtlılığına uygulanabilir; ancak eşitsizlik kısıtlılığı “ $\leq$ ” formunda ifade edilmelidir “ $\geq$ ” formunda değil. Burada dikkat edilmesi gereken eğer yukarıda ifade edilen şartlar sağlanmadı ise denklem 2.16'nın kesin türevlerinin varlığı kullanılamaz. Yani, türevler hala mevcut olabilir fakat onların varlığı garanti edilemez.

$$\frac{\partial f[X(0)]}{\partial e_j} = -u_j^*, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2.16)$$

Denklem 2.16'yı kullanarak  $j$  kısıtlılığın sağ tarafında çıkan bir değişiklikten maliyet

---

\* Vanderplaats, G. N., and Yoshida, N., “Efficient Calculation of Optimum Design Sensivity.” AIAA Journal, vol. 23, No. 11, 1985, pp. 1798-1803

fonksiyonundaki değişim tahmin edilebilir.  $e_j = 0$  noktası civarında maliyet fonksiyonu için birinci mertebe Taylor açılımı aşağıdaki Őekildedir.

$$f(e_j) = f(0) + \frac{\partial f(0)}{\partial e_j} e_j \quad (2.17)$$

$f(0)$   $e_j = 0$  ile elde edilen optimum maliyet fonksiyonu değeridir. Denklem 2.16'da yerine koyarak  $e_j$  değişiminden dolayı  $\Delta F$ , maliyet fonksiyonundaki değişimi elde ederiz, buda

$$\Delta f = f(e_j) - f(0) = -u_j^* e_j \quad (2.18)$$

Denklem 2.18'de bir "≤" kısıtlılık tipine karőı gelen Lagrange çarpanının negatif olmaması gerektiğini göstermek için kullanılabilir. Bunu görmek için  $e_j > 0$  seğenek,  $g_j \leq 0$  bir aktif eőitsizlik kısıtsızlığını yumuőatmak istediğimizi dűőünelim. Bir eőitsizlik yumuőatıldıęı zaman problem için kısıtlılık seti geniőler yani daha uygun tasarımlar vardır. Bűyölce maliyet fonksiyonu için minimum değer azalmalı veya ağılan (geniőleyen) uygun set ile değişmeden kalmalıdır. Ancak, denklem 2.1'den elde edilen sonu , eęer  $u_j^* < 0$  ise , kısıtlılık yumuőaması ( $e_j < 0$ ) maliyette bir artıőa neden olur (yani  $\Delta F = -u_j^* e_j > 0$ ). Bu fiziken ve teori olarak da műmkűn değildir. Bu yűzden, bir "≤" kısıtlılık tipi için Lagrange çarpanı negatif olamaz.

### 2.6.2 Maliyet Fonksiyonunu Değerlendirme

oęu zaman problem için maliyet fonksiyonu pozitif bir sabit ile ۆleklendirilmeye ihtiya duyar. Bu ۆleklendirme optimum noktayı etkilememesine rağmen, maliyet fonksiyonu değerini ve kısıtlılık için Lagrange çarpanlarını deęiőtirir. Denklem 2.7'nin KKT Őartlarını kullanarak Lagrange çarpanlarının tűmű de aynı ۆlekteki faktűrler ile çarpılabilir.  $u_j^*$  orjinal maliyet fonksiyonu ile  $j$ , kısıtlılık için Lagrange çarpanı olsun. Maliyet fonksiyonu  $f^{\text{new(yeni)}} = qf$  olarak yazılabilir,  $a > 0$  için verilen bir sabittir, ve  $u_j^{\text{new(yeni)}}$  optimum da  $j$ , kısıtlılık için Lagrange çarpanının yeni değeri olsun. Yeni ve eski Lagrange çarpanları aőaęıdaki Őekilde iliőkilidir.

$$u_j^{\text{new}} = a u_j^*, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2.19)$$

### 2.6.3 Kısıtlılığı ۆleklendirme

oğu zaman bir kısıt pozitif bir sabit ile ۆleklendirildięinde (yani normalize edildiğinde), bu kısıtlılığının sınırını değiştirmez, ve optimum nokta üzerinde bir etkisi yoktur veya maliyet fonksiyonunu etkilemez. Ancak, kısıtlılık için Lagrange çarpanı etkilenir. Buda denklem

2.7'nin KKT koşullarını kullanarak gösterilebilir, ölçeklendirilmiş kısıtlılık için Lagrange çarpanı aynı ölçekli faktör ile bölünür. j. Kısıtlılık  $g_j$   $b_j$  ile  $g_j^{\text{new}} = b_j g_j$



### 3. ŞEKİL TASARIM HASSASİYET ANALİZİ ve OPTİMİZASYONU

#### 3.1 Giriş

Literatürün önemli bir kısmı tasarım hassasiyet analizi konusunda ve yapısal yapısal elementlerin ve bina yapılarının optimizasyonu konusunda yapılan çalışmalar sonucu ortaya çıkmıştır. \* Yapı sistemlerinin ve makine bileşenlerinin tasarım hassasiyet analizi sadece optimizasyon algoritmalarında tasarım hassasiyetini kullanmada değil aynı zamanda etkileşimli tasarım için bilgisayar destekli mühendislik ortamında tasarım hassasiyetini kullanımında da aşırı ihtiyaç duyulan bir araçtır.\*\*

Yapı tasarım hassasiyet analizinin ve optimizasyonun gelişmesi tasarım değişkenlerini ölçülendirmeye yoğunlaşması ile başlamıştır. Ancak, birçok tasarım problemi için şekil tasarım değişkeni olarak düşünmek gerekmektedir ; çünkü şekil tasarımı tasarımı ölçülendirmeden daha etkilidir.\*\*\* Ayrıca , üç boyutlu elastik katı yapı elemanları için , şekil yapısal elemanlarının malzeme özelliklerinden ayrı olarak sadece tasarım değişkenidir.

Şekil tasarım hassasiyet analizinin gelişmesine katkı olarak iki temel farklı yaklaşım bulunmaktadır. Birincisinde ayrık (discrete) sonlu eleman matriks denklemi tasarım hassasiyet analizini gerçekleştirmek için kullanılır. Ayrık tasarım hassasiyet analiz yaklaşımında üç farklı yöntem bulunmaktadır; sonlu farklar , yarı analitik ve analitik yöntemler. Yarı analitik yöntemde , Katılık (stiffness) matriksinin tasarım türevleri sonlu farklar kullanılarak hesaplanır ve analitik yöntemde tasarım değişkenleri analitik olarak elde edilir. İkinci yöntemde , yapının sürekli değişken denklemi tasarım hassasiyet analizini gerçekleştirmek için kullanılır. Yapının değişken denkleminin şekil tasarım türevleri sürekli ortamlar mekaniğinin malzeme türev kavramı kullanılarak şekil tasarım değişkenlerindeki değişimlerle

---

\* Haug, E. J., and Cea, J. Optimization of Distributed Parameter Structures, Sijthoof & Noordhoff, Alphen an den Rijn, Netherlands, 1981

Haug, E. J., Choi, K. K., and Komkov, V., Design Sensivity Analysis for Discrete Structural Systems, Academic, New York , 1986

\*\* Santos, J. L. T., and Choi, K. K., Integrated Computational Consideration for Large Scale Structural Design Sensivity Analysis and Applications, Edited by H. Eschenauer and G. Thieruf, Springer-Verlag, 1989 pp.229-307

\*\*\* Bennett, J.A., and Botkin, M. E. (eds.) The Optimum Shape: Automated Structural Design. Plenum, New York , 1986

Haftka, R. Tç, and Grandhi, R. V., Structural Shape Optimaziton-A Survey. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol 57 No.1 1986, pp.91-106

yapısal performans ölçümlerinde ki değişiklikleri ilişkilendirmek için kullanılır. Referans \* 'da birkaç yapısal bileşen için şekil tasarım hassasiyet analizi ele alınmıştır ve açık tasarım hassasiyet ifadeleri sınır eleman yöntemi formunda kullanılır , kısmen bütünleşik veya ara yüz şartları kullanılarak sonuç sınır integrallerinin sayısal değerlendirmesi gerilme ,birim şekil değiştirme ve sadece sınırdaki bitişik yapıların ve orjinallerinin yer değiştirmelerinin türevlerini gerektirir. Ancak , orijinal ve bitişik yapıların analizi için sonlu eleman yöntemi kullanıldığı zaman sınırdaki ve arayüzde sonuçların sayısal doğruluğu iyi sonuçlar vermeyebilir. Bu zorluğu aşmak için şekil tasarım hassasiyet analizinin bir domain yöntemi referans \*\*'da geliştirilmiştir. Burada tasarım hassasiyet ifadeleri domain integral formda verilir.Domain yöntem Fironneau \*\*\* ve Haslinger ve Neittanmaki \*\*\*\* tarafından da teklif edilmiştir.Domain hata tahmini ve sınır yöntemleri Masmoudi \*\*\*\*\* 'de verilir.Domain ve sınır metodlar analitik olarak denktir.Ancak hassasiyet ifadelerini değerlendirme için yaklaşık sonlu eleman analiz yöntemini kullanılırsa sonuçlar oldukça farklı olabilir.Domain yöntem doğru sonuçlara ulaşmakla kalmaz ve bina yapıları için şekil tasarım hassasiyet ifadelerinin türevinde önemli bir basitlik sunar, çünkü ara yüz şartları tasarım hassasiyet ifadelerini elde etmek için gerekli değildir.\*\*\*\*\*

Bu kısımda referans \*\* 'de malzeme türev metodu iki ve üç boyutlu elastik katıların şekil tasarım hassasiyet analizleri için özet şeklinde ele alınacaktır.

Hazır sonlu eleman analiz kodları ile nümerik uygulama için şekil tasarım hassasiyet ifadelerinin domain integral formu ( domain şekil değişikliklerinde ve yer değiştirmelerde ,gerilmeler ve birim şekil değiştirmeler gibi doğal fiziksel büyüklüklerin terimlerinde

---

\* Haug,E. J., Choi, K. K.,and Komkov, V., Design Sensivity Analysis for Discrete Structural Systems,Academic,New York , 1986

Choi , K. K., And Haug, E. J.,Shape Design Sensivity Analysis Of Elastic Structures.Journal Of Structural Mechanics, Vol.11No.2, 1983,pp.231-269

\*\* Choi, K.K.,and Seong, H. G., A domain method for shape design sensivity Aanalysis of built-up structres.Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.57, No.1, 1986, pp.1-15

\*\*\* Prionneau, O., Optimal Shape Design for Elliptic Systems,Springer-Verlag,New York, 1984

\*\*\*\* Haslinger, J., and Neittanmaki, P., Finite Element Aproximaiton for Optimal Shape Design , Wiley , Chischester, 1988

\*\*\*\*\* Masmoudi, M., Outils pour la Conception Optimale de Forms.Ph.D. Dissertation, Univ.of Nice, 1987

\*\*\*\*\* Choi, K.K., and Seong, H. G., Design Compenet Method for Sensivity Analysis of Built-up Structures..Journal Of Numericak Methods in Engineering, Vol. 28 , No.2 1989, pp. 369-384

kullanılır) sonlu eleman analiz sonuçları kullanılarak nümerik olarak değerlendirilir.\* Nümerik yöntem sonlu fark değişimlerinin seçimi ile ilişkili nümerik hassasiyete bağlı sorunsuz doğru tasarım hassasiyeti sağlar.Ve de bu yöntem ayırık yaklaşımındaki gibi sönüm matrisi , kütle ve katılık'ın türevini gerektirmez.Sürekli metodun diğer avantajı birleşik yapı tasarım hassasiyet analiz kapasitesini sağlamasıdır.Şöyleki herhangi bir tasarım hassasiyet yazılım sistemi iyi yazılmış bir sonlu eleman analiz kodları ile çalışır farklı kodların sonlu eleman analiz sonuçlarını birleştirir.

Şekil tasarım hassasiyet analizinin nümerik uygulaması ile iki ve üç boyutlu elastik katıların optimizasyonu için fiziksel domainin sınırı değişken ifade edilmelidir.Şekil tasarım değişkenlerini ölçeklendirmeden daha karışık ve zordur. Uygun olmayan bir tasarım değişkeni kullanımı pratik olmayan bir tasarım doğurabilir Diğer taraftan tasarım değişkenlerinde ardışık değişiklikleri yansıtan tasarım modelinin geometrik şeklini değiştirme tasarım değişkenlerinde ardışık değişiklikleri yansıtan can sıkıcı karışıklık ve verimsiz bir işlem ortaya çıkartır. Sonlu eleman ağları ve geometrik şeklin el ile güncellenmesi pratik değildir. Şekil tasarım işlemini desteklemek için verimli otomatik şekil güncellemeye ihtiyaç duyulur.

Tasarım değişkenleri için, Bezier eğrisi ve yüzey referans \*\*, de kullanılır, ve daha genel değişkenlendirme yöntemi bilgisayar destekli tasarım (CAD) ile geliştirilmiştir.\*\*\* CAD geometrik modellemeye dayanan şekil tasarım değişkenleri , şekil tasarım hassasiyet analiz ve tasarım mühendislerince kullanılan bir optimizasyon aracı olarak çok önemli bir aşamadır.

Şekil tasarım problemi için , tasarım problemi ölçülendirmeden farklı olarak fiziksel domainin şekli değişir ve böylece sonlu eleman modelin düğüm noktaları hareket eder.Bunun için Yao ve Choi elastik katıların yönetici denklemine uyan domainde tasarım hız alanı kullanarak ızgara dikliğini korumak için otomatik olarak yeniden ızgaralama yapan bir yöntem

---

\* CHOI, K. K., Santos, J. L. T., and Frederick M.C., Implemation of Design Sensivity Analysis with Existing Finite Element Codes.Journal of Mechanisms,and Automation in Desing, Vol.109, No.3, 1987, pp. 385 -391

\*\* Yao, T.M, and Choi, K. K., Three-Dimensinaol Shape Optimal Design and Automatic Finite Element Regridding.İnternational Journal of Numerical Methods in Enginnering, Vol.28, No.2 ,1989, pp.2401-2405

Yao, T.M, and Choi, K. K., Shape Optimal Design of an Arch Dam .İnternational Journal of Structural Enginnering, Vol.115 No. 9 ,1989, pp.2401-2405

\*\*\* Choi, K.K., and Chang, K. H., Shape Design Sensivity Analysis and What-if Work Station for Elastic Solids.AIAA32 nd SDM Conference,AIAA paper 91-1206, April 1991

geliştirdiler.\* Başlangıçta oluşturulan ağın aynı topolojisine dayanan otomatik yeniden ızgaralama kullanılırsa ağın elemanları bozmaksızın tekrar oluşturulması için birkaç tasarım yinelenmesi , tasarım optimizasyon prosesinde gerekli değildir.

Şekil tasarım hassasiyet analizinin sayısal metodunu göstermek için 3 örnek problem verilecektir.

### 3.2 Üç Boyutlu Esnek Katıların Şekil Tasarım Hassasiyet Analizi

Sistemli esnekkatıdan yapılan mekanik bileşenleri analiz etmek için üç boyutlu lineer esnekliğe başvurulabilir. Keyfi üç boyutlu esnek katı şekil 3.1’de gösterilmektedir. Esnek katı için değişken denge denklemi sanal iş prensibi kullanılarak elde edilir.\*\*

$$a_{\Omega}(z, \bar{z}) = \iiint_{\Omega} \sigma^{ij}(z) \varepsilon^{ij}(\bar{z}) d\Omega \quad \bar{z} \in Z \quad (3.1)$$

$$= \iiint_{\Omega} f^i \bar{z}^i d\Omega + \iint_{\tau_2} T^i \bar{z}^i d\tau = \ell_{\Omega}(\bar{z})$$

$\sigma^{ij}(z)$  ,  $\varepsilon^{ij}(\bar{z})$  gerilme ; yer değiştirme  $z$  ‘nin birim şekil değiştirme tansörü ile  $\bar{z}$  sanal yer değiştirme ;  $z = [z^1, z^2, z^3]^T$  yer değiştirme vektörüdür.  $f = [f^1, f^2, f^3]^T$  kuvvet vektörüdür; ve  $T = [T^1, T^2, T^3]^T$  yüzey gerilme vektörüdür.

Bu kısımda çarpmada tekrarlanan indislerde toplama uylaşımı kullanılmaktadır. Formül 3.1’de birim şekil değiştirme tensörü aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\varepsilon^{ij}(z) = \frac{1}{2}(z_j^i + z_i^j) \quad i, j = 1, 2, 3, \quad x \in \Omega \quad (3.2)$$

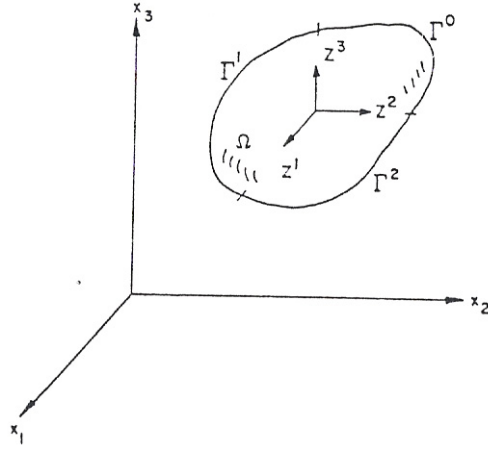
---

\* Yao, T.M, and Choi, K. K., Three-Dimensinaol Shape Optimal Design and Automatic Finite Element Regridding.İnternational Journal of Numerical Methods in Enginnering, Vol.28, No.2 ,1989, pp.2401-2405

Yao, T.M, and Choi, K. K., Shape Optimal Design of an Arch Dam .İnternational Journal of Structural Enginnering, Vol.115 No. 9 ,1989, pp.2401-2405

\*\* Haug,E. J., Choi, K. K.,and Komkov, V., Design Sensivity Analysis for Discrte Structural Systems,Academic,New York , 1986

Choi , K. K., And Haug, E. J.,Shape Design Sensivity Analysiss Of Elastic Structures.Journal Oof Structural Mechanics, Vol.11No.2, 1983,pp.231-269



Şekil 3.1 Üç Boyutlu Esnek Katı

Burada alt indisler kısmi türevleri göstermektedir. Gerilme–birim şekil değiştirme ilişkisi şöyle verilir.

$$\sigma^{ij}(z) = C^{ijkl} \varepsilon^{kl}(z) \quad i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad x \in \Omega \quad (3.3)$$

ve  $C^{ijkl}$  sınır şartları  $C^{ijkl} = C^{jikl}$ ,  $C^{ijkl} = C^{ijlk}$  ve  $C^{ijkl} = C^{klij}$  simetrisi olan esnek modül tensörü (esnek katsayıları) ‘dır.

$$z^i = 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad x \in \Gamma^0 \quad (3.4)$$

Sabit bir sınır için ,

$$T^{ni}(z) = 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad x \in \Gamma^1 \quad (3.5)$$

yüzey gerilmesiz için ,

$$T^{ni}(z) \equiv \sigma^{ij}(z)_{n_j} = T^i \quad i = 1, 2, 3 \quad x \in \Gamma^2 \quad (3.6)$$

Yüzey gerilmeli sınır için denklem (3.1) de Z kinematik olarak kabul edilebilir yer değiştirmeleri göstermektedir.\*

---

\* Haug, E. J., Choi, K. K., and Komkov, V., Design Sensivity Analysis for Discrete Structural Systems, Academic, New York, 1986

$$Z = \{z \in [H^1(\Omega)]^3 : z^i = 0 \quad i=1,2,3 \quad x \in \Gamma^0\} \quad (3.7)$$

Yani  $H^1(\Omega)$  bir Sobolev uzayıdır.\* Sonlu eleman matris denklemleri varyasyonel denklem 3.1'in yaklaşık bir denklemdir. Denklem 3.1 de  $a_\Omega(z, \bar{z})$  ve  $l_\Omega(\bar{z})$  sırasıyla enerji çift lineer ve yük lineer formlarını göstermektedir ve alt indis  $\Omega$  şeklin üzerinde bu formların bağıllığını göstermektedir.

Bir esnek katının domaininin şekli tasarım değişkeni olarak uygulanmasında şekil 3.2 gösterilen  $\Omega$  ve  $\Omega_\tau$ 'ye domainin değişen şeklinin işlemini ve domaini sürekli bir ortam olarak düşünürsek, zamanın rol oynadığı  $\tau$  ile, ortamın deforme olduğu dinamik bir süreç için dönüşümü  $T$  süreci ile tanımlayabiliriz.\*

$$T : x \rightarrow x_\tau(x), \quad x \in \Omega \quad (3.8)$$

ve

$$\begin{aligned} x_\tau &\equiv T(x, \tau) \\ \Omega_\tau &\equiv T(\Omega, \tau) \\ \Gamma_\tau &\equiv T(\Gamma, \tau) \end{aligned} \quad (3.9)$$

$\tau=0$  da başlangıç domaininin de  $x \in \Omega$  olan bir malzeme seçelim. Meydana gelen düzensizlikten sonra, bu nokta yeni yeri  $x_\tau \in \Omega_\tau$ 'ye bozulan domainde hareket eder. Bir tasarım hız alanı  $V$  şöyle tariflenebilir.\*

$$v(x_\tau) \equiv \frac{dx_\tau}{d\tau} = \frac{dT(x, \tau)}{d\tau} = \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} \quad (3.10)$$

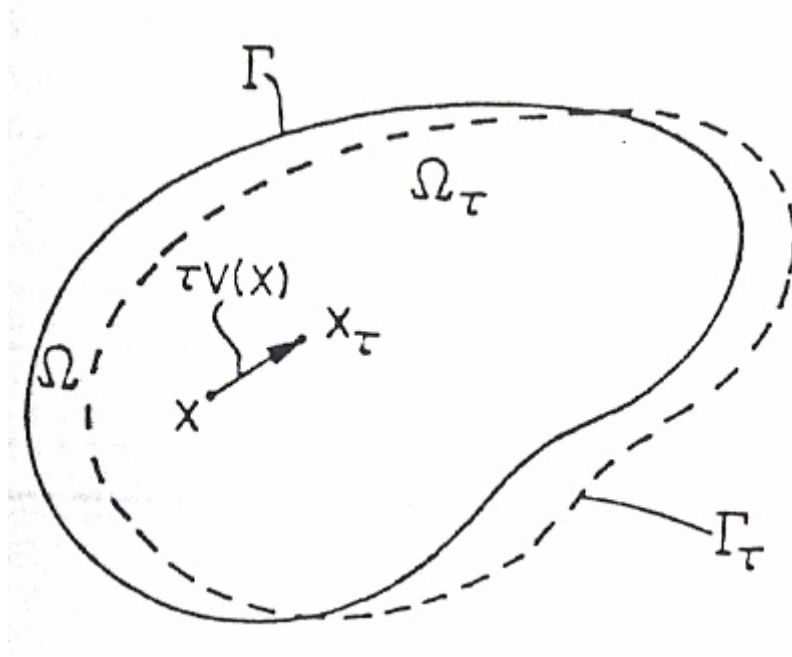
$\tau=0$  başlangıç zamanın çerçevesinde belli düzenli hipotezler ve yüksek terimleri ihmal ederek  $T$  yaklaştırılır.\*

$$\begin{aligned} T(x, \tau) &= T(x, 0) + \tau \frac{\partial T(x, 0)}{\partial \tau} + O(\tau^2) \\ &\approx x + \tau V(x, 0) \end{aligned} \quad (3.11)$$

$x \equiv T(x, 0)$  ve  $V(x) \equiv V(x, 0)$  'dır.

---

\* Choi, K. K., And Haug, E. J., Shape Design Sensitivity Analysis Of Elastic Structures. Journal Of Structural Mechanics, Vol.11No.2, 1983, pp.231-269



Şekil 3.2 Deformasyon Prosesi

Domain integral fonksiyonun malzeme türevi

$$\psi_\tau = \iiint_{\Omega_\tau} g_\tau(x_\tau) d\Omega_\tau \quad (3.12)$$

$\Omega$  'da ( veya  $\tau=0$ 'da ) ref 7 ve 9'dandır.

$$\psi' = \iiint_{\Omega} [g'(x) + \Delta g(x)^T V(x) + g(x) \text{div} V(x)] d\Omega \quad (3.13)$$

Oysa sınır integral fonksiyonun malzeme türevi

$$\psi_\tau = \iint_{\Gamma_\tau} f_\tau(x_\tau) d\Gamma_\tau \quad (3.14)$$

$\Omega$  'da ( veya  $\tau=0$ 'da )

$$\psi' = \iint_{\Gamma} \{f'(x) + [\nabla f(x)^T n + Hf(x)] [V^T n]\} d\Gamma \quad (3.15)$$

H  $\mathbb{R}^2$  de  $\Gamma$  'nin eğriliği  $\mathbb{R}^3$  'de ortalama eğriliğin iki katıdır ve n  $\Gamma$  yüzeyine birim normal vektördür.  $z_\tau(x_\tau)$  bozulan  $\Omega_\tau$  domaininde değişim denkleminin çözümü olsun veya

$$a\Omega_\tau = (z_\tau, \bar{z}_\tau) = \ell_{\Omega_\tau}(\bar{z}_\tau) \quad \bar{z}_\tau \in Z_\tau \quad (3.16)$$

Bozulan domain  $\Omega_\tau$  denklem 3.16 nın  $z_\tau$  çözümü şekil tasarım değişkenlerinin türetilbilir bir fonksiyonu olduğunu, sonra  $z_\tau(x_\tau) \equiv z_\tau[x + \tau V(x)]$  dönüşümü  $\Omega$  'de tanımlanır, ve

$z_\tau(x_\tau)$  iki yolla  $\tau$ 'ye bağlanır. Birincisi  $\Omega_\tau$  de denklem 3.16'nın denge denkleminin çözümüdür. İkincisi  $\tau$ 'de hareket eden  $x_\tau$  noktasında değerlendirilir, eğer varsa aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$\dot{z}(x) \equiv \frac{d}{d\tau} z_\tau[x + \tau V(x)] \Big|_{\tau=0} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{z_\tau[x + \tau V(x)] - z(x)}{\tau} \quad (3.17)$$

Eğer  $z_\tau$   $\Omega_\tau$ 'nin  $U_\tau$  komşuluğuna düzenli bir açılımı varsa o zaman

$$\dot{z}(x) = z'(x) + \nabla z^T V(x) \quad (3.18)$$

ki

$$z'(x) \equiv \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{z_\tau - z(x)}{\tau} \quad (3.19)$$

$z_\tau$  nin kısmı türevi ve  $\Delta z = \Delta z^1, \Delta z^2, \Delta z^3$  dür önceki tanımları kullanarak kısmı türev  $x_j$  alınır (7 ve 9)

$$(z^i_j)' = (z^i)'_j \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (3.20)$$

### 3.2.1 Doğrudan Türetme Metodu

Denklem 3.13 ve 3.15 'i kullanarak denklem 3.16'nın iki tarafının malzeme türevini alıp; denklem 3.20 'de gösterildiği gibi kısmi türevleri  $x_j$  ye göre alarak

$$\left[ a_\Omega(z, \bar{z}) \right]' \equiv a'_V(z, \bar{z}) + a_\Omega(\dot{z}, \bar{z}) = \ell'_V(\bar{z}) \quad \bar{z} \in Z \quad (3.21)$$

'i elde ederiz.

Denklem 3.21'de denklem 3.18 'i kullanarak ve enerji çift lineer şeklinin integrandlarındaki katsayıların kısmi türevlerinin sıfır olduğu gerçeği ile aşağıdaki denklem 3.22 ve denklem 3.23 elde edilir.

$$\begin{aligned} \left[ a_\Omega(z, \bar{z}) \right]' &\equiv a_\Omega(z', \bar{z}) + a_\Omega(z, \bar{z}') + a^0_\Omega(z, \bar{z}) \\ &= a_\Omega(\dot{z} - \Delta z^T V, \bar{z}) + a_\Omega(z, \bar{z} - \nabla \bar{z}^T V) + a^0_\Omega(z, \bar{z}) \end{aligned} \quad (3.22)$$



$$\ell'_v(\bar{z}) = \iiint_{\Omega} \left[ f^i \bar{z}^i + \nabla(f^i \bar{z}^i)^T V + (f^i \bar{z}^i) \text{div} V \right] d\Omega + \iint_{\Gamma^2} \left\{ T^i \bar{z}^i + [\nabla(T^i \bar{z}^i)^T n + H(T^i \bar{z}^i)] (V^T n) \right\} d\Gamma \quad (3.23)$$

Bu denklemde  $f' = T' = 0$  kullanılıp  $a_{\Omega}^0(z, \bar{z})$  ifadesi denklem 3.22 'de aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$a_{\Omega}^0(z, \bar{z}) = \iiint_{\Omega} \nabla [\sigma^{ij}(z) \varepsilon^{ij}(\bar{z})]^T V d\Omega + \iiint_{\Omega} [\sigma^{ij}(z) \varepsilon^{ij}(\bar{z})] \text{div} V d\Omega \quad (3.24)$$

Sanal yer değiştirme  $\bar{z}_T$  keyfi olduğundan  $\bar{z}_T [x + {}_T V_{(x)}] = \bar{z}_x$  olarak seçilebilir. Yani  $\bar{z}_x$   $x_T = x + {}_T V_{(x)}$  boyunca sabit seçilebilir. Kinematik olarak kabul edilebilir yerdeğişirmelerin toplamı için denklem 3.18'den denklem 3.25 elde edilir.

$$\dot{\bar{z}}(x) = \bar{z}'(x) + \nabla \bar{z}^T V(x) = 0 \quad (3.25)$$

Denklem 3.21-3.23 ile denklem 18 'den beraberce aşağıdaki denklem 3.26'yı elde edebiliriz.

$$a'_v(z, \bar{z}) = -a_{\Omega}(\nabla z^T V, \bar{z}) - a_{\Omega}(\bar{z}, \nabla \bar{z}^T V) + a_{\Omega}^0(z, \bar{z}) \quad (3.26)$$

ve

$$\ell'_v(\bar{z}) = \iiint_{\Omega} \left[ \bar{z}^i (\nabla f^{iT} V) + (f^i \bar{z}^i) \text{div} V \right] d\Omega + \iint_{\Gamma^2} \left\{ T^i (\nabla \bar{z}^{iT} V) + [\nabla(T^i \bar{z}^i)^T n + H(T^i \bar{z}^i)] (V^T n) \right\} d\Gamma \quad (3.27)$$

Elde ettiğimiz bu denklem ile aşağıdaki denklemi doğrulayabiliriz.

$$\sigma^{ij}(z) \varepsilon^{ij}(\nabla \bar{z}^T V) = \sigma^{ij}(z) (\nabla \bar{z}_j^{iT} V + \nabla z^{iT} V_j) \quad (3.28)$$

ve

$$\nabla [\sigma^{ij}(z) \varepsilon^{ij}(\bar{z})]^T V = [\sigma^{ij}(\bar{z}) (\nabla \bar{z}_j^{iT} V + \sigma^{ij}(\bar{z}) (\nabla z^{iT} V))] \quad (3.29)$$

$$V_j = [V_j^1, V_j^2, V_j^3]^T \text{ 'dir.}$$

Bu sonuçları denklem 3.24 ile denklem 3.26'da kullanırsak

$$a'_v(z, \bar{z}) = \iiint_{\Omega} \left\{ \sigma^{ij}(z) (\nabla z^{iT} V_j) + \sigma^{ij}(\bar{z}) (\nabla \bar{z}_j^{iT} V) \right\} - [\sigma^{ij}(z) \varepsilon^{ij}(\bar{z})] \text{div} V d\Omega \quad (3.30)$$

elde ederiz.

Denklem 3.21 aşağıdaki sonuca ulaşmak için yeniden yazabiliriz.

$$a_{\Omega}(\dot{z}, \bar{z}) = \ell'_v(\bar{z}) - a'_v(z, \bar{z}) \quad z \in Z \quad (3.31)$$

$\ell'_v(\bar{z})$  ve  $a'_v(z, \bar{z})$  sırası ile denklem 3.27 ve 3.30 kullanılarak elde edilir. Eğer  $z'$  in denklem 3.21'in çözümü olarak bilindiğini farzederek denklem 3.31'nin malzeme türevi  $\dot{z}$  için değişim denklemidir. Buda denklem 3.31'de doğrudan türetme denklemini verir.

### 3.2.2 Bitişik Değişken Yöntemi

Sık bir yapının toplam hacmi ile maliyetini asgariye indirmek için uğraşılır, oysa belli noktalarda yerdeğiştirmeler veya belli bölgelerde gerilmeler üzerine kısıtlayıcı olarak düşünülse daha tatmin edici sonuçlar verir.

Yaygın olarak performans ölçümleri düğüm noktaları yerdeğiştirmesi, Von misses gerilmesi, asal gerilme, yorulma ömrü, birim şekil değiştirme enerji yoğunluğu, ve/veya diğer çökme kriterleri ile yapılır.\*

Bir esnek katının toplam hacmi

$$\psi_1 = \iiint_{\Omega} d\Omega \quad (3.32)$$

Ve malzeme türevide denklem 3.13 kullanılarak aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\psi'_1 = \iiint_{\Omega} \text{div} V d\Omega \quad (3.33)$$

Küçük bir test bölgesi  $\Omega_p$  bölgesi üzerimde ölçülen ortalama gerilme performansı aşağıda verilmektedir.

$$\psi_2 = \iiint_{\Omega} g[\sigma(z)] m_p d\Omega = \frac{\iiint_{\Omega_p} g[\sigma(z)] d\Omega}{\iiint_{\Omega_p} d\Omega} \quad (3.34)$$

$m_p$  bir karakteristik fonksiyonu göstermektedir. ve aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$m_p = \begin{cases} (\iiint_{\Omega_p} d\Omega)^{-1} & x \in \Omega_p, \\ 0 & x \in \Omega - \Omega_p \end{cases} \quad (3.35)$$

Denklem 34 ün malzeme türevini alarak ve denklem 13 ü kullanarak denklem 36 yi elde ederiz.

---

\* Ugural, A.A., and Fenster, S.K., Advanced Strength and Applied Elasticity, American Elsevier, New York, 1975

$$\psi'_2 = \left[ \iiint_{\Omega_p} (g' + \Delta g^T V + g \operatorname{div} V) d\Omega \iiint_{\Omega_p} d\Omega - \iiint_{\Omega_p} g d\Omega \iiint_{\Omega_p} \operatorname{div} V d\Omega \right] / \left( \iiint_{\Omega_p} d\Omega \right)^2 \quad (3.36)$$

Denklem 3.36 aşağıdaki şekillerde de gösterilebilir.

$$\sigma^{ij}(\Delta z^T V) = C^{ijkl} (\nabla z_l^{kT} V + \nabla z^{kT} V_l) \quad (3.37)$$

ve

$$\sigma_k^{ij}(z) V^k = C^{ijkl} (\nabla z_l^{kT} V) \quad (3.38)$$

Önceki sonuçları kullanarak denklem 3.36 'ı aşağıdaki denkleme dönüştür.

$$\begin{aligned} \psi'_2 = & \iiint_{\Omega} g_{\sigma_{ij}}(z) \sigma_{ij}(\dot{z}) m_p d\Omega - \iiint_{\Omega} g_{\sigma_{ij}}(z) C^{ijkl} (\nabla z_l^{kT} V) m_p d\Omega + \iiint_{\Omega} g \operatorname{div} V m_p d\Omega \\ & - \iiint_{\Omega} g m_p d\Omega \iiint_{\Omega} m_p \operatorname{div} V d\Omega \end{aligned} \quad (3.39)$$

$\sigma^{ij}(\dot{z})$  tasarım hız alanı  $V$ 'ye bağlıdır. Tasarım hız alanının terimlerinde  $\psi'_2$  için kesin bir ifade elde edebilmek için  $V$  teriminde kesinlikle denklem 3.39' un sağ tarafındaki birinci terimi ifade etmelidir. Bitişik denklem için bir yük formu tanımlamak için denklem 3.39'un sağ tarafında birinci terimde malzeme türevi  $\dot{z} \in Z$ ,  $\lambda \in Z$  bir sanal yerdeğiştirme ile yer değiştirebilir veya bütün  $\lambda \in Z$  kümesi elemanları için

$$\sigma_{\Omega}(\lambda, \bar{\lambda}) = \iiint_{\Omega} g_{\sigma_{ij}}(z) \sigma^{ij}(\bar{\lambda}) m_p d\Omega \quad (3.40)$$

$\dot{z} \in Z$  den dolayı denklem 3.40  $\dot{z} = \bar{\lambda}$  olarak değerlendirilebilir. Burdan yola çıkarak denklem 3.41 elde edilir.

$$\sigma_{\Omega}(\lambda, \dot{z}) = \iiint_{\Omega} g_{\sigma_{ij}}(z) \sigma^{ij}(\dot{z}) m_p d\Omega \quad (3.41)$$

Benzer olarak  $\dot{z} \in Z$  ve  $\lambda \in Z$  den dolayı denklem 3.31  $\bar{z} = \lambda$  'de 3.42 nolu denklemi elde etmek için kullanılabilir.

$$a_{\Omega}(\dot{z}, \lambda) = \ell'_V(\lambda) - a'_V(z, \lambda) \quad (3.42)$$

Esnek modül tansör  $C^{ijkl}$  nin simetrisini kullanarak denklem 3.43'ü elde ederiz.

$$\begin{aligned} a_{\Omega}(z, \bar{z}) &= \iiint_{\Omega} \sigma^{ij}(z) \varepsilon^{ij}(\bar{z}) d\Omega \\ &= \iiint_{\Omega} \sigma^{ij}(\bar{z}) \varepsilon^{ij}(z) d\Omega \equiv a_{\Omega}(\bar{z}, z) \end{aligned} \quad z, \bar{z} \in [H^1(\Omega)]^3 \quad (3.43)$$

Böylece  $a_{\Omega}(\dot{z}, \lambda) = a_{\Omega}(z, \lambda)$  ve denklem 3.39,3.41 ve 3.42 kullanılarak

$$\psi'_2 = \ell'_V(\lambda) - a'_V(z, \lambda) - \iiint_{\Omega} g_{\sigma ij}(z) C^{ijkl} (\nabla z^{kT} V_{\ell}) m_p d\Omega + \iiint_{\Omega} g \operatorname{div} V m_p d\Omega - \iiint_{\Omega} g m_p d\Omega \iiint_{\Omega} m_p \operatorname{div} V d\Omega \quad (3.44)$$

$\ell'_V(\lambda)$  ve  $a'_V(z, \lambda)$  denklem 3.27 ve 3.30 sırası ile yerlerine konulursa denklem 3.44 elde edilebilir.

Düz domain ve veriler için gerilme süreklidir. Bu durumda gerilme performans ölçümü tasarım hassasiyet analizi için düşünülebilir. Gerilme tasarım hassasiyeti denklem 3.44'ün domain ortalama şeklinin özel hali olarak elde edilebilir. Yani test bölgesi  $\Omega_p$  bir  $\hat{x}$  noktasına indirgenirken limit olarak domain ortalama şeklinden doğrudan türetilebilir. Denklem 3.40 ve 3.44'de karakteristik fonksiyon  $m_p$ 'nin limiti,  $\hat{x}$  noktasında Dirac ölçümü olacaktır.

Benzer olarak bir  $\hat{x}$  noktasında yer değiştirme  $z^k$ ,  $k = 1, 2, 3$ , ün şekil tasarım hassasiyeti ile denklem 3.45 elde edilir.

$$\psi_3 = z^k(\hat{x}) = \iiint_{\Omega} \hat{\delta}(x - \hat{x}) z^k(x) d\Omega \quad (3.45)$$

Bu denklemden aşağıdaki denklemi çıkartabiliriz.

$$\psi'_3 = \ell'_V(\lambda) - a'_V(z, \lambda) \quad (3.46)$$

$\lambda$  bitişik denklemin çözümüdür.

$$a_{\Omega}(\lambda - \bar{\lambda}) = \iiint_{\Omega} \hat{\delta}(x - \hat{x}) \lambda^k(x) d\Omega \quad \bar{\lambda} \in Z \quad (3.47)$$

Denklem 3.44 ve 3.46'nın tasarım hassasiyet formüllerinin değerlendirmesi denklem 3.1'in  $z$  çözümünü gerektirir. Bitişik denklemler 3.40 ve 3.47 bitişik çözümleri  $\lambda$  için çözümlenmelidir. Bu yöntem sonlu elemanlar yöntemini kullanarak elde edilen verimli bir hesaplamadır. Eğer  $z$  için sınır değer problemi çözülmemişse sadece farklı sağ tarafların sonlu eleman denklemlerinin aynı grubunun çözümünün değerlendirilmesini gerektirir yani bitişik yüklerin.

### 3.3 CAD Temelli Şekil Tasarım Değişkenleri

Şekil tasarım değişkenleri metodolojisi geometrik özelliklerle ilgilidir.,bu kısımda bu tanımlamalara değinmeye çalışacağım. Geometrik özellik bir yapısal bileşenin geometrik sınırlarının alt birimidir. Örneğin dairesel delik geometrik özelliktir , bazı ilgili karakteristiklerle bu muhtemelen tasarım olarak seçilebilir. Tanımlanan tasarım değişkenleri ile geometrik özellik değiştirilmiş geometrik özelliktir. Değişkeni belirlenmiş geometrik özellik şekil tasarım sürecinde tek bir varlık olarak ele alınır. Örneğin dairesel delik tasarım değişkeni olarak tanımlanan yarıçap ve onun merkezinin yeri ile değişkeni belirlenmiş bir geometrik özelliktir.Böyle değişkeni belirlenmiş dairesel delik yapı etrafında hareket ettirilebilir ve onun boyutu tasarım değişkenleri ile değiştirilebilir. Ancak dairesel deliğin yapısı aynı kalır.

Genelde yapısal şekil tasarım problemleri 3 tipte sınıflandırılabilir.

Birinci tipte bir keyfi açık veya kapalı sınırın şekli bir çember veya baraj yüzeyi gibi

İkinci tipte önceden tanımlanan şekillerin boyutları ,deliğin dairesel yarıçapı oval bir deliğin büyük ve küçük ekseninin boyutları, dikdörtgen bir zarın uzunluğu veya bir deliğin yarıçapı bulunur.

Üçüncü tipte tasarım sınırının yerleri, dairesel bir deliğin merkezinin yeri ; oval delik keyfi bir şeklin deliği veya kör bir delik gibi genel referans çerçeveye göre bağlı olarak ya keyfi yada önceden tanımlı şekil tanımlanabilir.

Bir yapının açık sınırının şekil tasarımı bir süre çalışılmıştır. Ancak kapalı sınırlar önceden tanımlı şekiller ve tasarım sınırlarının yerini içeren tasarım problemleri çok ilgi çekmemiştir.\* Yapısal sınırların üs tipini tasarlamak için bir üç aşamalı şekil tasarım değişkeni belirleme süreci geometrik modelleyici PATRAN \*\* ile yeni geliştirilmiştir.\*\*\* Tasarım değişkeni belirleme yöntemi temel Patran modeli kapasitesini ve geometrik verileri kullanır.PATRAN

---

\* Rasmussen, J.,and Fenster,S.K., The Structural Optimization Systems,CAOS,Structural Optimization,Vol. 2, 1990 , pp. 109-116

\*\* PDA Engineering,PATRAN Plus User's Manuel Vols.1 and 2,Software Products Division, 1560 Brookhollow Drive, Santa Ana, CA 1987

\*\*\* Choi, K.K., and Chang, K. H., Shape Design Sensivity Analysis and What-if Work Station for Elastic Solids.AIAA32 nd SDM Conference,AIAA paper 91-1206, April 1991

Chang, Kç H., and Choi,K.K., Shpae Design Sensivity Analysis and a What-if Design Workstation for Elastic Strucral Components.Center for Simulation and Design Optimization, The University of IOWA,TR R-93, 1991

da tüm geometrik varlıklar değişken kübik çizgiler ,yüzeyle ve katılar kullanılarak gösterilir.Bir düzlemde değişken kübik çizgi şöyle gösterilir.

$$\begin{aligned}
 p(u) &= a_3u^3 + a_2u^2 + a_1u + a_0 \\
 &= \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix}_{4 \times 2} \quad u \in [0,1] \\
 &= UA
 \end{aligned} \tag{3.48}$$

$p(u)=[p_x,p_y]$  ,u domain  $[0,1]$  ile çizginin değişken doğrultusudur ve  $a_i = a_{ix}, a_{iy}$   $i=0$  dan  $3$ 'e eğrinin cebrik katsayılarıdır.Benzer olarak bir çift kubik uzaysal yüzey şöyle gösterilebilir.

$$\begin{aligned}
 p(u, w) &= \sum_{i,j=0}^3 a_{ij}u^i w^j \\
 &= \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{33} & a_{32} & a_{31} & a_{30} \\ a_{23} & a_{22} & a_{21} & a_{20} \\ a_{13} & a_{12} & a_{11} & a_{10} \\ a_{03} & a_{02} & a_{01} & a_{00} \end{bmatrix}_{4 \times 4 \times 3} \begin{bmatrix} w^3 \\ w^2 \\ w^1 \\ 1 \end{bmatrix}_{4 \times 1} \\
 &= UAW^T \quad (u, w) \in [0,1] \times [0,1]
 \end{aligned} \tag{3.49}$$

$p(u, w) = [p_x, p_y, p_z]$ ,  $a_{ij}=[a_{ijx}, a_{ijy}, a_{ijz}]$  yüzeyinin cebrik katsayılarıdır ve u ve w geometrik varlığının parametrik doğrultularıdır.

Denklem 3.48 de parametrik kübik çizginin herhangi bileşeni eğimin işareti ile en fazla iki defa değişebilir ve sadece bir etki noktası yaratabilir. Bir değişken kübik yüzeyde benzer karakteristikler denklem 3.49'da da bulunabilir.Şonuç olarak tasarım sürecinde salınım yüzeylerinin oluşumu değişken kübik doğruları ve yüzeyleri gibi varlıkları asgariye indirgenir.\*

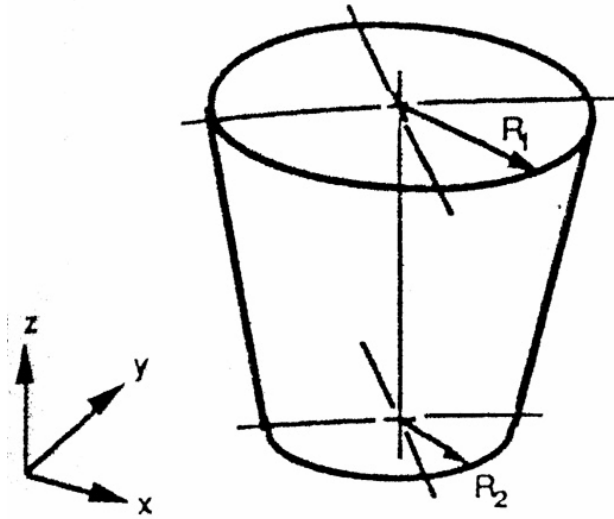
Ancak önceden tanımlanan şekiller ve karışık geometrilerle bazı geometrik özellikler ,dairesel delik gibi, bir tek kübik geometrik varlık ile gösterilemez.Model hatalarını asgariye indirmek

---

\* Ding, Y.,Shape Optimization of Structures-A Literature Survey.Computers and Structures,Vol.24, No.6 ,1986 ,pp. 985-1004

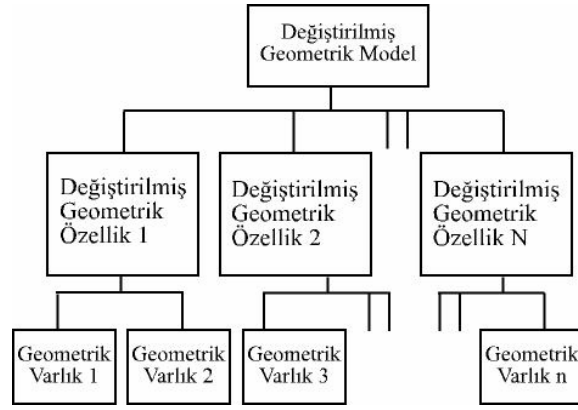
için sınır parçalara ayırarak modellenmelidir. Tasarım sürecinde bu parçalar uygun tasarım değişkenleri ile bağlanarak bir geometrik özellik olarak birlikte düşünülmelidir. Şekil tasarımı için düzlem değişken kübik çizgiler ve uzay değişken çift kübik yüzeyler sırası ile iki veya üç boyutlu yapısal bileşenlerin tasarım sınırlarını göstermek için kullanılır.

Tasarım değişkeni belirleme sürecinde birinci adım birçok geometrik varlığı birbiri ile bağlantılı gruplayarak ve geometrik özelliğinin tipini tanımlayarak genel bir geometrik özellik oluşturmaktır. Yapısal bileşenlerin yapısında sıklıkla kullanılan geometrik özellikler önceden tanımlanan geometrik özelliklerin kütüphanesine konulabilir. Tasarımcı bu özellikleri basitçe önceden tanımlı şekil tasarım değişkenleri ile ilgili seçerek değişkenleri belirlemelidir. Örneğin Şekil 3.3’de görülen ince bir delik önceden tanımlı bir geometrik özellik olarak tanımlanabilir ve kütüphaneye konulur. İncelen delik için kurallı yüzeylerin bir kaçı oluşturulabilir, tepe ve dipdeki dairesel deliklerin yarıçapları  $R_1$  ve  $R_2$  şekil tasarım değişkeni olarak tanımlanabilir. Diğer taraftan, kütüphanenin içermediği geometrik özellikler kullanıcı tarafından tanımlanan özellikler olarak tanımlanmalıdır. Bir değişken olarak belirlenmiş kullanıcı tanımlı geometrik özellik üretmek için tasarımcı geometrik varlıklara ve tasarım değişkenleri ile varlıkları bağlayarak tasarım değişkenlerini kullanabilir. Son aşama eğer gerekli ise değişken geometrik özellikler ile tasarım değişkenleri arasında bağlantı kurmaktır.



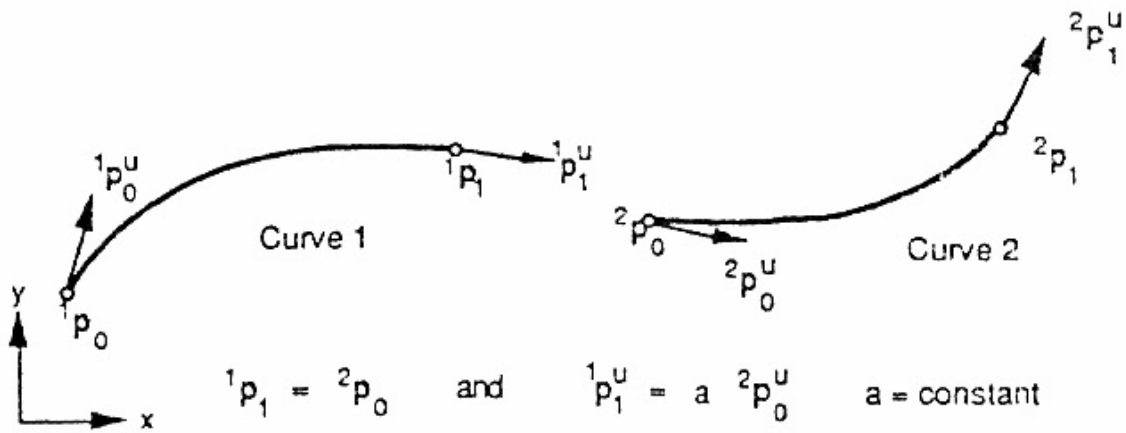
Şekil 3.3 Önceden tanımlı geometrik özellik –Daralan delik

Daha öncede tanımlandığı üzere , en temel şekil tasarım değişkeni geometrik varlıklarla tanımlanır ve değişken geometrik özelliklerle değişken geometrik varlıklar kullanılarak oluşturulur. Tasarım değişkenlerini belirleme yönteminin hiyerarsisi şekil 3.4’de gösterilmektedir.



Şekil 3.4 Şekil Tasarım Değişkenleri hiyerarşisi

İki boyutlu yapısal şekil tasarımı için tasarım ,tasarım sınırları düzlem eğrileridir.Genelde denklem 3.48’de gösterildiği üzere bir düzlem değişken kübik eğri için şekil serbestlik derecesi vardır.Sekiz serbestlik dereceli düzlem eğriler Bezier,geometrik, cebrik, dört nokta, çubuk , ve B-spline eğriler gibi temel eğriler olarak tasarlanırlar. Diğer taraftan önceden tanımlanan dairesel kemer ,düz çizgi veya konikler gibi özel eğriler eğriler kısıtlanmış olarak tasarlanırlar.Özel eğri temel tasarım serbestlik derecelerinin bazılarında daha az serbestlik derecesine sahip olarak kısıtlanır,eğrinin gerekli karakteristiklerini tanımlamak için PATRAN’da tüm eğriler değişken kübik eğriler olarak tanımlandığından eğrilerin farklı tiplerine karşılık gelen sabit dönüşüm matrisleri ile birbirlerine dönüştürülebilir.\* Düzlem eğrilerin nasıl değişken hale getirildiğini açıklamak için örnek olarak geometrik ve Bezier eğrilerini düşünelim.



Şekil 3.5  $C^0$  ve  $C^1$  arasında sürekli Bezier Eğrileri

\* Chang, Kç H., and Choi,K.K., Shpae Design Sensivity Analysis and a What-if Design Workstation for Elastic Strucral Components.Center for Simulation and Design Optimization, The University of IOWA,TR R-93, 1991



Geometrik eğri şekil 3.5’de görüldüğü gibi eğri 1’in iki uç noktasında teğet gösterilir. Geometrik eğriyi parametrize etmek için geometrik katsayı matrisi G’de sekiz geometrik katsayı şekil tasarım değişkeni olarak tanımlanır ;

$$G = \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_u^0 \\ p_u^1 \end{bmatrix}_{4 \times 2} \quad (3.50)$$

$p_0 = [p_x, p_y]_u = 0$ ,  $p_1 = [p_x, p_y]_u = 1$ ,  $p_u^0 = [dp_x / du, dp_y / du]_u = 0$  ve  $p_u^1 = [dp_x / du, dp_y / du]_u = 1$   $C^0$  - ve  $C^1$  – sürekliliği şekil 3.5’de gösterildiği üzere bitişik noktaları bağlayan pozisyonlarla ve (birleşen noktalarda teğet vektörler) bitişik iki geometrik eğrinin birleşme noktasında korunur buda şekil tasarımı için geometrik eğriye önemli bir bakış açısıdır.

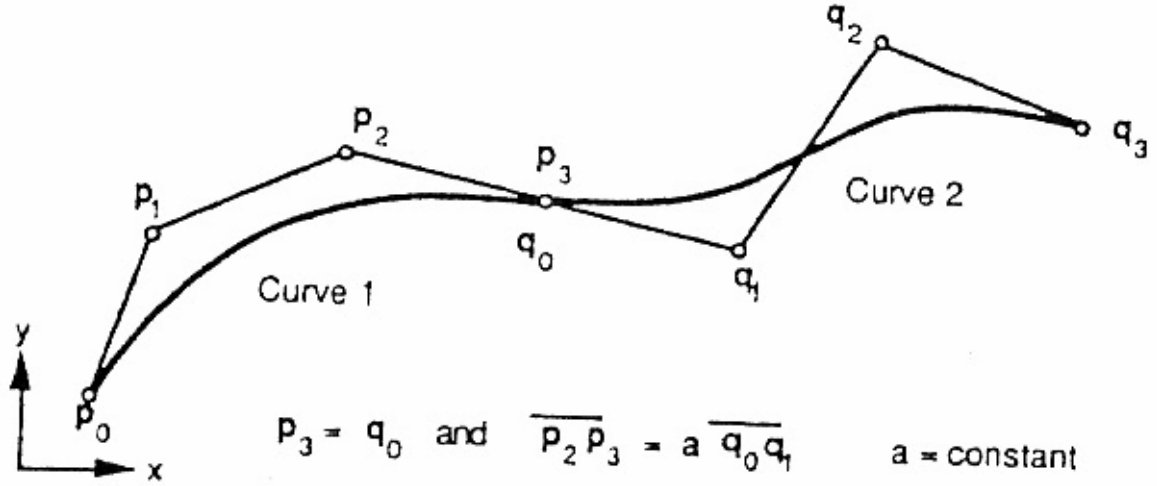
Bezier eğrisi dört kontrol noktasının pozisyonu ile geometrik olarak gösterilir ve Benstein\* temel fonksiyonları ile eğrinin şekli belirlenir,

$$p(u) = \sum_{i=0}^3 p_i B_{i,3}(u) \quad u \in [0,1] \quad (3.51)$$

$p_i$ ,  $i=0,3$  dört kontrol noktasının pozisyonlarıdır ve  $B_{i,3}(u)$  ise üçüncü mertebeden Berstein polinomudur. Dört kontrol noktası şekil 3’6 da gösterilen Bezier eğrisinin karakteristik poligonun dikeyleridir.

---

\* Mortensen, M.E., Geometric Modeling, Wiley , New York,1985



Şekil 3.6  $C^0$  ve  $C^1$  arasında sürekli Bezier Eğrileri

Bezier eğrisinin bazı önemli karakteristikleri aşağıdadır.

1. Bezier eğrisi iki uç kontrol noktasından geçer.
2. Uç noktaları  $p_0$  ve  $p_3$  de teğetler sırası ile  $p_0 p_1$  ve  $p_2 p_3$  vektörleridir.
3. Bezier eğrisinin şekli kontrol noktalarının hareketi ile tahmin edilebilir. Bir Bezier eğrisini değişken hale getirmek için şekil tasarım değişkeni olarak ilgili matris  $G$ 'de verilen dört kontrol noktasının pozisyonlarını tanımlayabiliriz. Yani

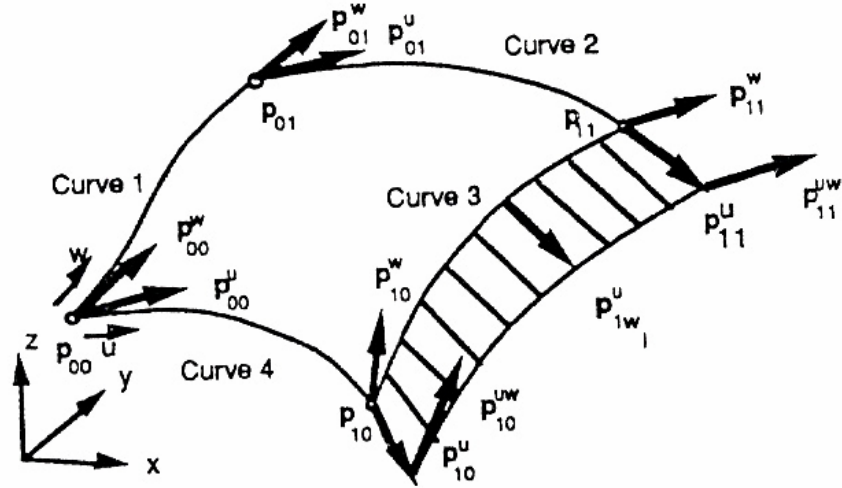
$$G = \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix}_{4 \times 2} \quad (3.52)$$

Geometrik eğri gibi iki bitişik Bezier eğrilerinin birleşme noktasında  $C^0$  - ve  $C^1$  - sürekliliği bitişen noktaların pozisyonlarını bağlayarak elde edilebilir. Şekil 3.6 'da gösterildiği üzere kontrol noktalarını sıraya koyarak birleşim noktalarındaki eğim vektörleri herbirinin çok yönlü olarak belirlenebilir

Üç boyutlu yapısal şekil tasarımı için tasarım sınırları uzayda yüzeylerdir. Genelde bir değişken bikübik yüzey için 48 tasarım serbestlik derecesi vardır. 48 serbestlik derecesi olan yüzeyler cebrik , geometrik, 16-nokta ve Bezier gibi temel yüzeyler olarak tanımlanırlar.

Diğer taraftan özelleştirilmiş yüzeyler düzlem yüzey, silindirik yüzey, ruled (yaklaşık, kabaca) yüzey ve düzel yüzey gibi önceden tanımlı koşulları simgelemek için kısıtlanır. Özelleştirilmiş eğriler gibi özelleştirilmiş yüzey daha az tasarım serbestlik derecesine sahiptir.

Uzay yüzeylerin nasıl değiştirildiğini örneklerle açıklamak için bir geometrik ve kaba yüzey düşünelim. Şekil 3.7’de gösterildiği üzere Geometrik eğriye benzer olarak, bir geometrik yüzey pozisyon ,eğim vektörleri ve yüzeyin dört köşe noktasında burulma (dönme) vektörleri ile tanımlanır.\*



Şekil 3.7 Geometrik Yüzey

Bir geometrik yüzeyi değişken hale getirmek için G matrisinde tüm 48 geometrik katsayı şekil tasarım değişkeni olarak tanımlanabilir.

$$G = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & p^w_{00} & p^w_{01} \\ p_{10} & p_{11} & p^w_{10} & p^w_{11} \\ p^u_{00} & p^u_{01} & p^{uw}_{00} & p^{uw}_{01} \\ p^u_{10} & p^u_{11} & p^{uw}_{10} & p^{uw}_{11} \end{bmatrix}_{4 \times 4 \times 3} \quad (3.53)$$

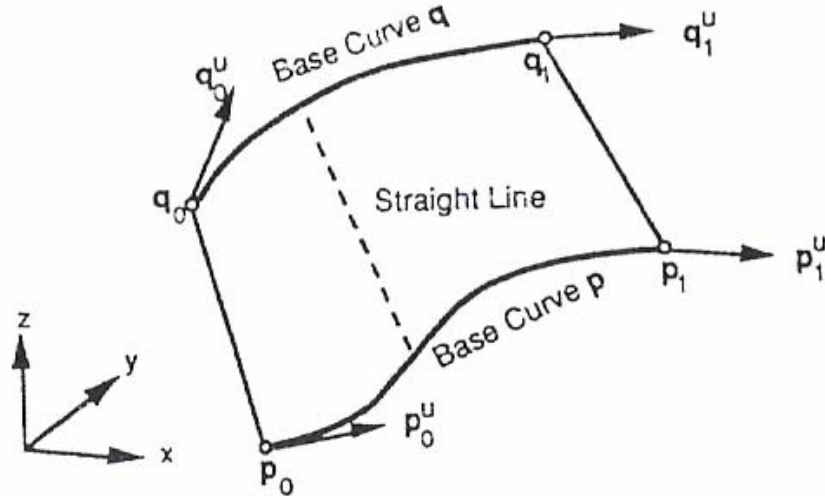
Bitişik geometrik yüzeyler boyunca C0- ve C1- sürekliliğinden emin olmak için şartlar benzerdir fakat ihtiyaç duyulan geometrik eğriden daha karışıktır.\*

Bir kaba yüzey silindirik yüzeyin genelleştirilmesidir.Kaba yüzey p(u) ve g(u) iki farklı temel eğri tanımlayarak oluşturulur ve sonra  $u \in [0,1]$ 'nin tüm değerleri için g(u) noktasına doğru bir çizgi ile p(u) üzerinde birleştirilir ve her noktada kaba yaklaşık yüzey, incelen delikler ve

\* Mortensen, M.E., Geometric Modeling, Wiley , New York,1985

\* Chang, Kç H., and Choi,K.K., Shpae Design Sensivity Analysis and a What-if Design Workstation for Elastic Strucral Components.Center for Simulation and Design Optimization, The University of IOWA,TR R-93, 1991

koniler gibi yapısal elemanlarda incelen silindirik sınırlar tasarımı için kullanılabilir. Şekil tasarımı açısından yaklaşık kaba yüzeyler için mümkün şekil tasarım değişkenleri şekil 3.8 de gösterildiği gibidir.

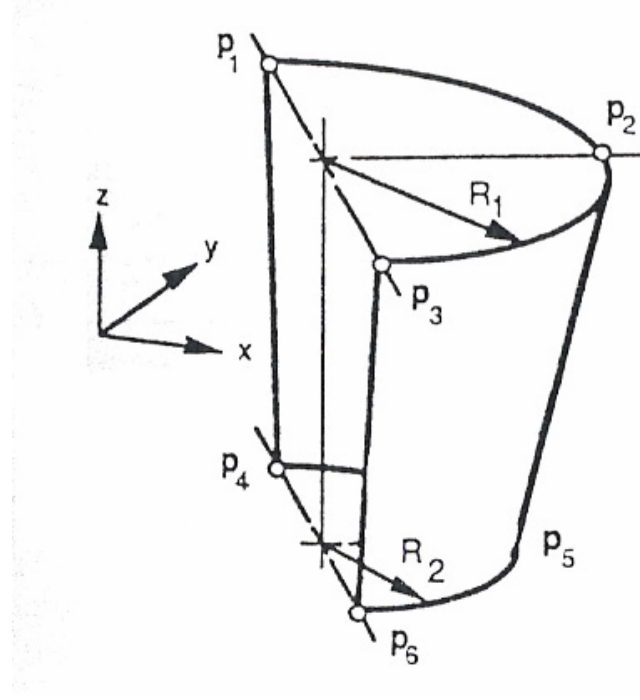


Şekil 3.8 Kaba Yüzey

Tasarım değişken matrisi G denklem 3.54 'dedir.

$$G = \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_u^0 \\ p_u^1 \end{bmatrix}_{4 \times 3} \cup \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_u^0 \\ q_u^1 \end{bmatrix}_{4 \times 3} \quad (3.54)$$

Şekil tasarım problemlerinin birinci tipi için temel eğriler ve yüzeyler sırasıyla iki boyutlu ve üç boyutlu yapısal bileşenleri değişkenlerini belirlemede kullanılabilir. Problemlerin ikinci tipi için bir dairesel delik, top kabuk veya silindirik deliğin yarıçapı özelleştirilmiş eğriler veya yüzeyler kullanılarak değişkenleri belirlenebilir. Örneğin şekil 3.9'da gösterildiği gibi incelen bir yarı silindirik yüzey oluşturan iki yaklaşık yüzeyde tanımlanan tasarım değişkenlerini belirlenebilir. Birinci kaba yaklaşık yüzey  $p_1 p_2 p_3 p_4$ ,  $p_1 p_2$  ve  $p_4 p_5$  dairesel kemerleri kullanılarak oluşturulur. Yarıçap  $R_1$  'i değiştirmek için  $p_1 p_2$  'in yarısına bağımsız tasarım parametresi  $dp1$  olarak tanımlanır ve  $p_2 p_3$  kemer eğrisinin yarıçapı  $dp1$  'e bağlanır, 1 oranı ile benzer olarak tasarım değişkeni  $dp2$  yarıçap  $R_2$  için tanımlanabilir.



Şekil 3.9 İki kaba yüzey tarafından şekillendirilen incelen yarı silindirik yüzey

Şekil tasarım probleminin üçüncü tipini desteklemek için değişken geometrik özelliklerin sadece x,y ve z hareketine müsaade edilir ve geometrik varlıklar, geometrik özellik oluşturan yüzeyler ve eğriler ile birlikte bağlanır. Örneğin şekil 3.9 'da gösterilen yarı silindirik yüzeyler, iki yaklaşık kaba yüzey ve bir düzlem yüzey  $p_1p_3p_6p_4$  yarı incelen bir delik olarak birlikte hareket kabiliyeti kazanmaları için  $p_1$  noktasından  $p_6$  noktasına kadar x koordinatı 1 oranı ile bağlanabilir .

### 3.4 Tasarım Hız Alanını Kullanarak Otomatik Tekrar İzgaralama

Denklem 3.44 ve denklem 3.46 'nın tasarım hassasiyet ifadelerini hesap etmek için önce tasarım hız alanını değerlendirilmelidir. Tasarım hızı hem çizgisel hemde düzlem gereksinimlerini \* sağlamaya ihtiyaç duyar. Tasarım hız hesabı sınır hız alan ve domain hız alan hesaplamalarının birleşimidir.

Sınır hız alanı sınır düğümlerinin hareketidir ve geometrik modelin sınır şekil değişimi ile sonuçlanır.Sınır hız alanını hesaplamak için isoparametrik dönüşüm yöntemi, bağlanan şekil tasarım değişken bozulmaları üzerine sınır hız alanının sayısal bağımlılığını kurmada

\* Haug,E. J., Choi, K. K.,and Komkov, V., Design Sensivity Analysis for Discrete Structural Systems,Academic,New York , 1986

kullanılır. Gelecek kısımda açıklanacağı üzere tasarım hız alanı ve hassasiyet hesaplamaları bağlı şekil tasarım değişkenleri tanımlanabilir. Fakat temel tasarım değişkeni hesaplama zamanını azaltmada değil domain  $z$  alanını hesaplamak için \* ' nin sınır yerdeğiştirme metodu kullanılır. Bunu yaparak tasarım hız alanından bağımsız yaklaşık bir yol elde edilir ve aynı hız alanı kullanılarak birkaç tasarım yinelemesinde sınır yerdeğiştirme yöntemi ağın dikliğini korur ve ağın bozulmasını azaltır.

### 3.4.1 Sınır Hız Alan Hesaplaması

Ayrık sonlu eleman model için sınır hız alanının hesaplaması doğrudan tasarım değişkeni ile ilgilidir ve geometrik model için tanımlanır. Önceki kısımda tanımladığımız gibi ,en ilkel tasarım değişkenleri geometrik varlıklar üzerinde tanımlanır. Sonuç olarak sınır hız alanı tüm bağlı şekil tasarım değişkenleri için hesaplanmalıdır. Sırası ile denklem 3.55 a ve 3.55 b'de sınır hız alanı iki ve üç boyutlu yapısal bileşenler için tek tasarım dağılımı ile ifade edilebilir.

$$V_{1 \times 2} = \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta a_3 \\ \delta a_2 \\ \delta a_1 \\ \delta a_0 \end{bmatrix}_{4 \times 2}$$

$$= U \delta A \quad u \in [0,1] \quad (3.55 a)$$

$$V_{1 \times 3} = \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta a_{33} & \delta a_{32} & \delta a_{31} & \delta a_{30} \\ \delta a_{23} & \delta a_{22} & \delta a_{21} & \delta a_{20} \\ \delta a_{13} & \delta a_{12} & \delta a_{11} & \delta a_{10} \\ \delta a_{03} & \delta a_{02} & \delta a_{01} & \delta a_{00} \end{bmatrix}_{4 \times 4 \times 3} \begin{bmatrix} w^3 \\ w^2 \\ w \\ 1 \end{bmatrix}_{4 \times 1}$$

$$= U \delta A W^T \quad (u, w) \in [0,1] \times [0,1] \quad (3.55 b)$$

$\delta A$  matrisi geometrik varlıkların şekil tasarım dağılımlarının matematiksel şeklidir ;  $u$  ve  $w$  vektörleri ve tasarım sınırını simgeleyen düğümlerin yerleridir. Matris  $\delta A$  sayısal bir değişimi \*\* takip eden sınır geometrik varlığın  $\delta G$  değişen tasarım parametre matrisinden elde edilebilir.  $\delta G$  matrisinde varlıklar şekil tasarım değişkenleri işleminde bağımsız ve bağımlı dağılımları simgeler. Tasarım değişimlerinde sınır hız alanının sayısal bağımlılığı hem

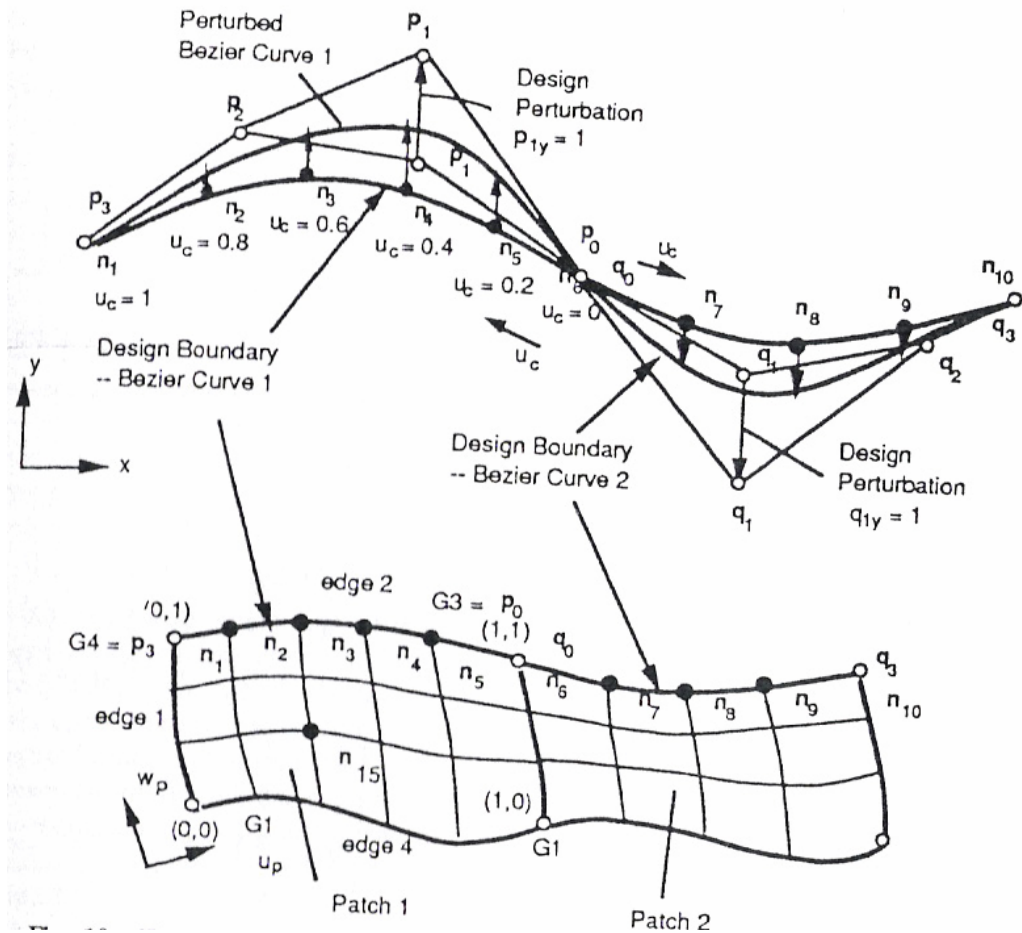
\* Yao, T.M., and Choi, K.K., Three Dimensional Shape Optimal Design and Automatic Finite Element Regriding., International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol.57 No.1, 19989, pp. 369-384

\*\* Chang, K. H., and Choi, K.K., Shpae Design Sensivity Analysis and a What-if Design Workstation for Elastic Strucral Components. Center for Simulation and Design Optimization, The University of IOWA, TR R-93, 1991

isoparametrik dönüşüm hemde matris değişiminin sayısal operasyonlar olmasından dolayı doğal olarak elde edilir.

İki bölgenin iki boyutlu modeli şekil 3.10 da gösterildiği üzere,tasarım sınırı iki Bezier eğrileri olarak ifade edilir ve sınır hız alan hesaplama prosedurunu açıklamak için kullanılabilir.

Bezier eğrisi 1 'in kontrol noktası  $p_1$ 'in y doğrultusundaki hareketi bağımsız tasarım değişkeni  $dp1$  olarak tanımlanır.Beizer eğrisi 2 nin kontrol noktası  $q_1$ 'in y doğrultusundaki hareketi -1 faktörü- ile  $dp1$ 'e bağlı olduğu farzedilir.Bu yüzden, pozitif y doğrultusunda bir birim şiddette tasarım değişkeni  $dp2$ 'e -1 şiddeti ile değiştirilmelidir.Şekil 3.10 daki gibi.



Şekil 3.10 İki Bezier eğrisi kullanılarak elde edilen değişkenleştirilmiş sınır

İki Bezier eğrisi kullanarak elde edilen değişkeni belirlenmiş sınır için değişen tasarım

değişkeni matrisleri  $\delta G_1$  ve  $\delta G_2$  eğrileri için aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\delta G_1 = \begin{bmatrix} \delta p_0 \\ \delta p_1 \\ \delta p_2 \\ \delta p_3 \end{bmatrix}_{4 \times 2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{4 \times 2} \quad (3.56 \text{ a})$$

Ve

$$\delta G_2 = \begin{bmatrix} \delta q_0 \\ \delta q_1 \\ \delta q_2 \\ \delta q_3 \end{bmatrix}_{4 \times 2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{4 \times 2} \quad (3.56 \text{ b})$$

Değişen tasarım değişkeni matrisleri değişen sayısal katsayılar matrisi  $\delta A_1$  ve  $\delta A_2$  dönüştürülebilir ve aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\begin{aligned} \delta A_1 &= \Omega \delta G_1 \\ &= \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{4 \times 2} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & -6 \\ 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.57 \text{ a})$$

ve

$$\begin{aligned} \delta A_2 &= \Omega \delta G_2 \\ &= \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{4 \times 2} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & -6 \\ 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.57 \text{ b})$$



Q G den A'ya matrisler oluşturan değişim matrisidir.\*

Şekil 3.10'da gösterildiği üzere Patch 1 de tanımlanan bir 3x5 düzgün ağı eğri değişken doğrultularında  $n_1$  den  $n_6$  'ya kadar sınır düğümlerinin yerleri 1.0, 0.8 , 0.6 ,0.4 ,0.2 , ve 0.0 olarak elde edilir.Üstelik patch 2'de tanımlı düzgün bir ağ ile, Bezier eğrisi 2 de  $n_6$  dan  $n_{10}$  'a kadar düğümler sırası ile  $u_c=0.0$  , 0.25 , 0.5 , 0.75 , ve 1.0'a sahiptir. Sonra , sınır hız alanı şöyle hesaplanabilir (yani  $n_3$  ve  $n_8$  düğümlerinde  $u_c=0.6$  ve 0.5 Bezier eğrileri 1 ve 2 'de sırası ile

$$\begin{aligned}
 V_{n_3} &= U\delta A_1 \\
 &= [0.6^3, 0.6^2, 0.6, 1] \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & -6 \\ 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 &= [0, 0.288]
 \end{aligned} \tag{3.58 a}$$

ve

$$\begin{aligned}
 V_{n_8} &= U\delta A_2 \\
 &= [0.5^3, 0.5^2, 0.5, 1] \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & -6 \\ 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 &= [0, -0.288]
 \end{aligned} \tag{3.58 b}$$

Bu prosedurler tasarım değişkenleri ile ilişkili tüm diğer sınır geometrik varlıklar için ve bağımsız tasarım değişkenleri ile her sınır geometrik varlığı için oluşturulmalıdır. Sonuç olarak geometrik özellik oluşturulan geometrik varlıklar üzerinde tanımlanan serbest tasarım değişkenleri ile bağ oluşturan değişken geometrik özelliklerin tasarım değişkenliği geometrik özelliğin sınırına yayılacaktır.

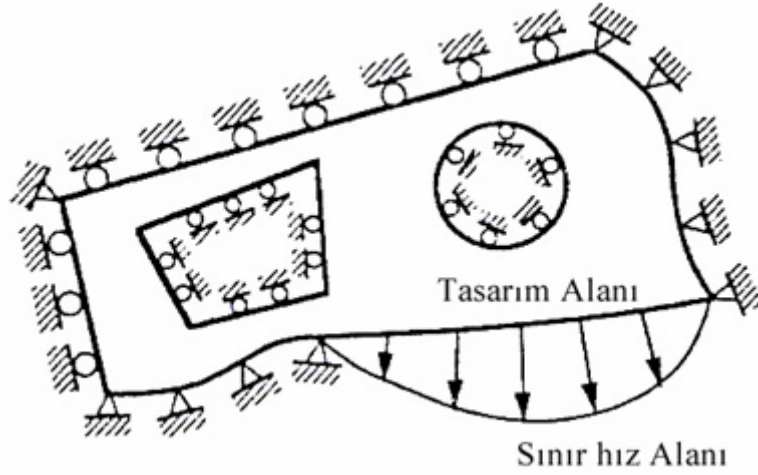
### 3.4.2 Domain Hız Alan Hesaplaması

Şekil tasarım değişkenlerinin değişimi önceden tartışıldığı üzere tasarım sınırının hareketini doğurur.Sırası ile tasarım sınırında düğüm noktalarının hareketi tariflenen yerdeğiştirme alanı

---

\* Mortensen, M. E., Geometric Modeling, Wiley, New York, 1985

olarak uygulanır. Tasarım değişimlerine karşı gelen domain hız alanı şekil 3.11’de gösterildiği gibi tasarım sınırında tariflenen yerdeğiştirme ile bir yardımcı esneklik problemi çözümü ile elde edilebilir.



Şekil 3.11 Domain Hız Alanını hesaplamak için sınır yer değiştirme metodu

Yardımcı problem oluşturmak için domain hız hesaplaması gerektirir.

1. Sınır hız alanının sonuçları
2. Diğer sınır hareketlerini tanımlayan yerdeğiştirme kısıtlılıkları
3. Yardımcı problemin ayırık denge denklemi şöyle yazılabilir.

$$KV = f \quad (3.59)$$

$K$  yardımcı yapının indirgenmiş katılık matrisi olarak farklı sınır şartları kullanmanın bir sonucu olarak ilk yapıdan farklılaşmış  $V$  hız vektörü ve  $f$  tasarım sınırının tariflenen değişimleri üreten hayali sınır kuvvetlerinin bilinmeyen vektörü olup bölünmüş şekilde aşağıdaki denkemde ifade edilmiştir.

$$\begin{bmatrix} K_{bb} & K_{db} \\ K_{db} & K_{dd} \end{bmatrix}_{2 \times 2} \begin{bmatrix} V_b \\ V_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_b \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

$V_b$  sınırındaki düğümlerin değişimi verildiğinde  $V_d$  iç domain bölgede düğüm hız vektörü ve  $f_b$  değişken sınır üzerine etkileyen hayali sınır kuvveti denklem 3.60’da yeniden düzenlenebilir.

$$K_{dd}V_d = -K_{db}V_b \quad (3.61)$$

Bu denklem domain hız alanı ve sınır arasında lineer bir ilişkiyi tanımlar.

Sınır yerdeğiştirme yöntemi sınır hız alanının hesaplandığı yoldan bağımsızdır. Yöntemin bir önemli avantajı analiz için kullanılan aynı sonlu eleman analiz kodları yardımı ile model alanın yerdeğiştirme alanını hesap etmede kullanılabilmesidir buda domain hız alanında doğal olarak düzenlilik ve sayısalık gerekliliklerini sağlar.\*

### 3.4.3 Otomatik Tekrar Izgaralama

Oval kısmı diferansiyel denklem olarak yazılan esneklik probleminin önemli bir karakteristiği çözüm yolunun dikliği koruma eğilimidir.\*\* Dizayn değişiminin bir sonucu olarak hız alanından güncellenerek elde edilen ağ dik olmaya eğilimidir. Dikliği koruma ve sınır yerdeğiştirme yönteminin yaklaşık yol –bağımsız yörüngesi tasarım değişkenleri üzerinde tasarım hız alanının çizgisel bağımlılığı ile beraber otomatik tekrar ızgaralamayı kullanarak yapısal şekil optimizasyonunu ; birkaç tasarım yinelemesi için tekrar ağ üretmeye gerek kalmadan tamamlar. Ayrıca alt model teknikleri hesaplama çabasını azaltmak için tasarım hız alan hesaplamaları alt bölgeleri tanımlamak için kullanılabilir.\*\*\*

Yeni tasarım bir sonlu eleman ağı hız alan bilgisi kullanılarak üretilebilir. Değişmiş tasarımda düğüm noktalarını yerleri aşağıdaki formülle hesaplanır.

$$\begin{aligned} p_{b+\delta b} &= p_b + \delta_p \\ &= p_b + \sum_{i=1}^k V_i \delta b_i \end{aligned} \quad (3.62)$$

$p_{b+\delta b}$  ve  $p_b$  sırası ile değişen düğüm noktalarının yerleri ve mevcut tasarımlarıdır;  $\delta_p$  tasarım değişimi ile düğüm noktalarının hareketidir.  $V_i$  ve  $\delta b_i$  hız alanı ve  $i$  'inci tasarım

---

\* Haug, E. J., Choi, K. K., and Komkov, V., Design Sensivity Analysis for Discrete Structural Systems, Academic, New York, 1986

\*\* Yao, T.M., and Choi, K.K., Three Dimensional Shape Optimal Design and Automatic Finite Element Regriding., International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol.57 No.1, 19989, pp. 369-384

Kikuchi, N., Adaptive Grid-Design Methods for Finite Element Analysis., Computers Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.55, 1986, pp. 129-160

Winslow, A. M., Numerical Solution of the Quasilinear Poisson Equation in a Nonuniform Triangular Mesh., Journal of Computational Physics, No.1, 1977, pp. 149-172

\*\*\* Chang, K. H., and Choi, K.K., Shape Design Sensivity Analysis and a What-if Design Workstation for Elastic Strucral Components. Center for Simulation and Design Optimization, The University of IOWA, TR R-93, 1991

değişkenlerinin değişimidir.; ve  $k$  tasarım değişkenlerinin numarasıdır.

### 3.5 Şekil Tasarım Hassasiyet Analizinin Nümerik Yöntemi

Şekil tasarım hassasiyet hesaplaması dört ana hesaptan oluşur.

1. Orijinal yapı analizi
2. Hız alan hesaplaması
3. Bitişik ve hassasiyetin tekrar analizi
4. Nümerik İntegrasyon

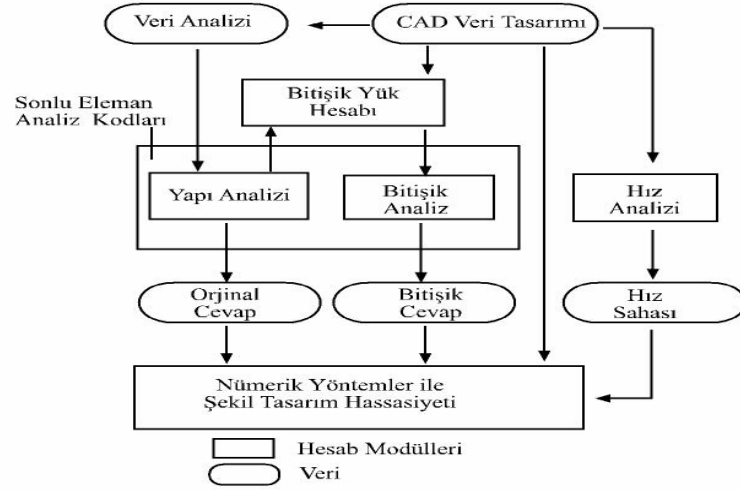
Kurulan sonlu eleman düğüm noktalarından original yapı analizi ,hız alan hesaplaması ve bitişik ve/veya hassasiyet tekrar analizleri tamamlamak için faydalanılabilir.Farklı analizlerden elde edilen verileri sonlu eleman analizi ile işleyerek sonlu eleman analiz kodu oluşturulur.Hesaplama prosedürünün bir şeması şekil 3.12' de gösterilmektedir.

Tasarım hassasiyet bilgisini hesaplamak için hem bitişik değişken hemde doğrudan türetme yöntemleri kullanılabilir. Bitişik veya hassasiyet tekrar analizleri bitişik yüklerin hesaplanmasını gerektirir ; orijinal yapı bu yüklerle tekrar analiz edilebilir.Bitişik değişken yöntem için bitişik yük hesaplaması üzerinde sayısal integrasyon tamamlanmalıdır.Bir kere bitişik tepki elde edilince; tüm yapı domaini üzerinde sayısal integrasyon tasarım hassasiyet bilgilerini hesaplamak için oluşturulmalıdır. Doğrudan türetme yöntemi için, tüm yapı domaini üzerinde hayali yüklerin hesabı tanımlanmalıdır.Hassasiyet tekrar analizlerinden sonra sonuçlar elde edilir.Bitişik değişken ve doğrudan türetme yöntemleri referans \* 'de verimlilik yönünden karşılaştırılmaktadır, burada kısıtlılık sayıları bağlı tasarım değişkenleri ve yükleme halleri kullanılır.Refeans \* 'in yöntemlerine dayanan iki yöntem hesaplama gayretini en fazla kaydetmek etmek için optimizasyon sürecinde alternatif olarak kullanılabilir.

---

\* Yang, R.J., A Hybrid Approach for Shape Optimization , Computers in Engineering , 1998 , pp.107-112

Dopker, B., and Choi , K. K., A Study of Solution Algorithms for Shape Design Sensivity Analysis on a Supermini Computer with Attached Array Processor , Engineering with Computers, Vol 3 , 1987 , pp. 111-119



Şekil 3.12 Sonlu Eleman Yöntemi Kodları ile Tasarım Hassasiyet Hesaplaması

Bu kısımda sürekli tasarım hassasiyet analiz sonuçlarını ve önceki kısımlarda sunulan nümerik yöntem tasarım hassasiyet analizini tamamlamak için kullanılır ve birkaç örnekle optimizasyon desteklenecektir. İki çubuğu bağlayan bir kilit ile çalışıldığı tanımlamada şekil tasarım hassasiyet bilgisinin kullanım göstermek için kullanılır. Kilitin bir geometrik modeli tasarım değişkenleri olarak tanımlanan parçaların köşe noktalarının yerleri ile geometrik parça olarak beş tasarım sınırı tanımlanarak PATRAN 'da \* oluşturulur. Bu model için bağlanan tasarım değişkenleri düz tasarım sınırları oluşturmada kullanılır. Performans ölçümü için Von Mises akma gerilmesi kullanılır. Burada geliştirilen şekil tasarım hassasiyet analizinin sayısal yönteminin uygulamalarını göstermek için ,bir motor yatak kovani ve baraj kemerin şekil optimizasyon örnekleri incelenecektir. Her iki örnekte Bezier yüzeyi CAD temelli dizayn parametrizasyonu için kullanılır.

### 3.5.1 Şekil Dizayn Hassasiyet Analizi ve Üç Boyutlu Kilit Örneği\*\*

Yeniden tasarlanmış kilit modeli \*\*\* ,Şekil 3.13'de gösterilen, bir örnek olarak kullanılır. M-1 tankı bazı manevralara maruz kaldığında kilit ve kanca arasında karışıklık meydana

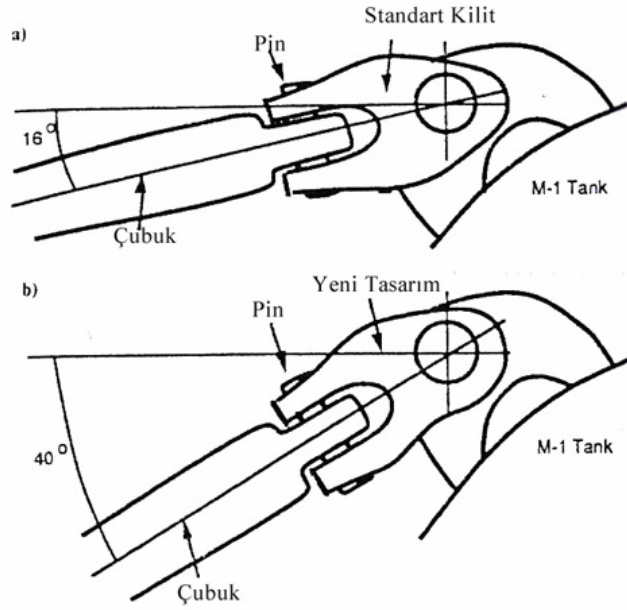
\* PDA Engineering, PATRAN Plus User's Manual Vols. I and II, Software Products Division, 1560 Brookhollow Drive, Santa Ana CA, 1987

\*\* Bu bölümde kullanılan şekiller aşağıdaki makaleden alınmıştır.

Kyung K. Choi and Kuang-Hua Chang ., Shpae Design Sensivity Analysis and Optimization of Elastic Solids , University of Iowa 52242

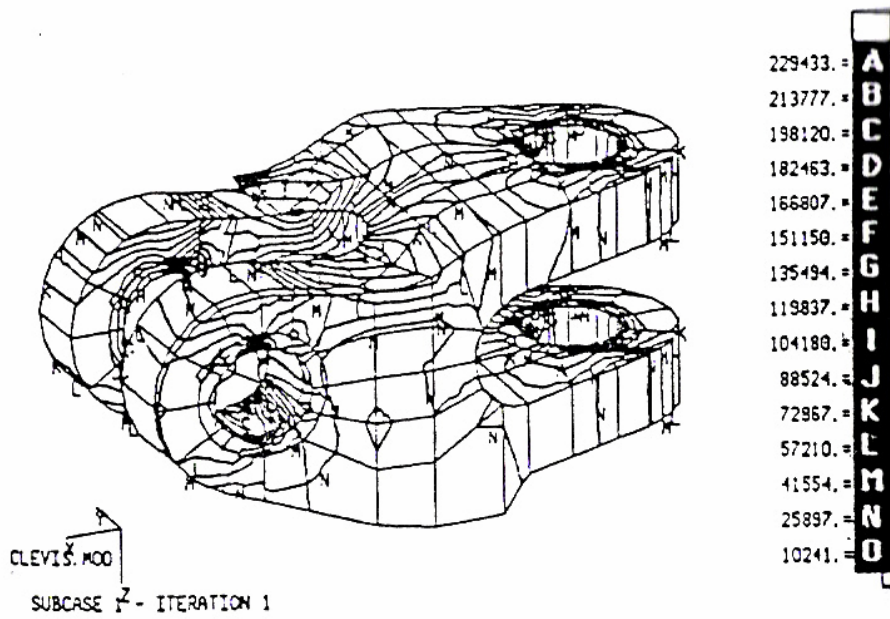
\*\*\* Peterson, S., and Stone T.A., Finite Element Analysis of M88 Tow Bar Clevis, TACOM Report, May 15 , 1987

gelir. Böyle bir karışıklığı önlemek için kilitin alt yüzeyi çubuğun düşey hareketini artırmak için yeniden tasarlanmıştır. Şekil 3.13 b’de gösterildiği gibi.



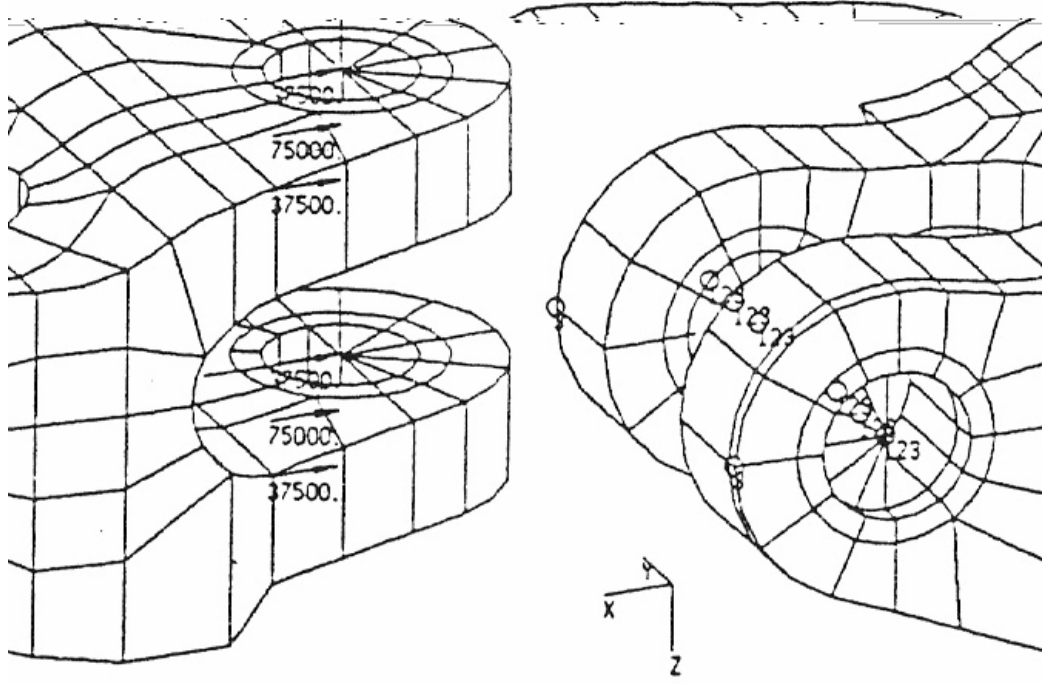
Şekil 3.13 Üç boyutlu kilit a) Standart b) Yeniden tasarlanmış

Ancak tekrar tasarlanan kilit alt yüzeyinde gerilme yorulmalarından dolayı alan testlerinde başarısız olmuştur. Şekil 3.14’ de ki gibi (G etiketli gerilme ile yarı silindirik yüzeyin daha üst kenarında)



Şekil 3.14 Yeniden tasarlanmış kilitte Von Misses gerilmesi dağılımı

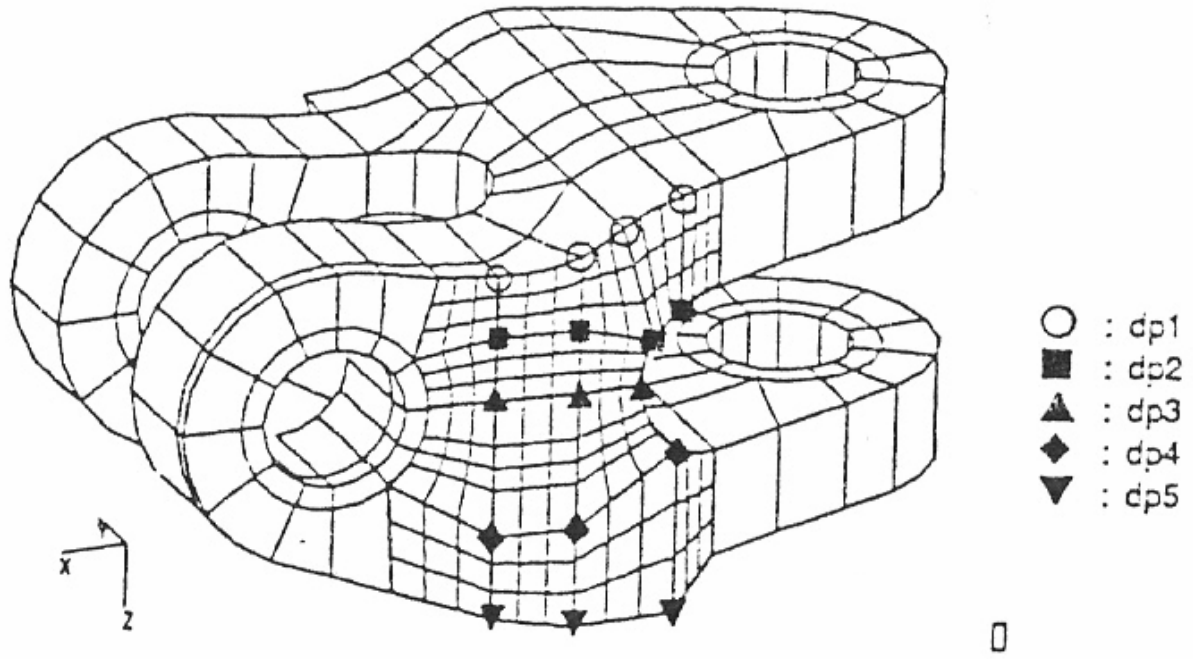
Şekil 3.15'deki gibi (dört yarım pimlerin sınır şartları altında uygulanması ile) malzeme özellikleri Young modulu  $E=10.5 \times 10^6$  psi ve poisson arası  $\nu = 0,3$ 'dür. Sonlu elemanlar model 247 yirmi düğüm noktası isoparametrik eleman (STIF95 ANSYS 'in) \* ve 5000 serbestlik derecesine sahiptir.



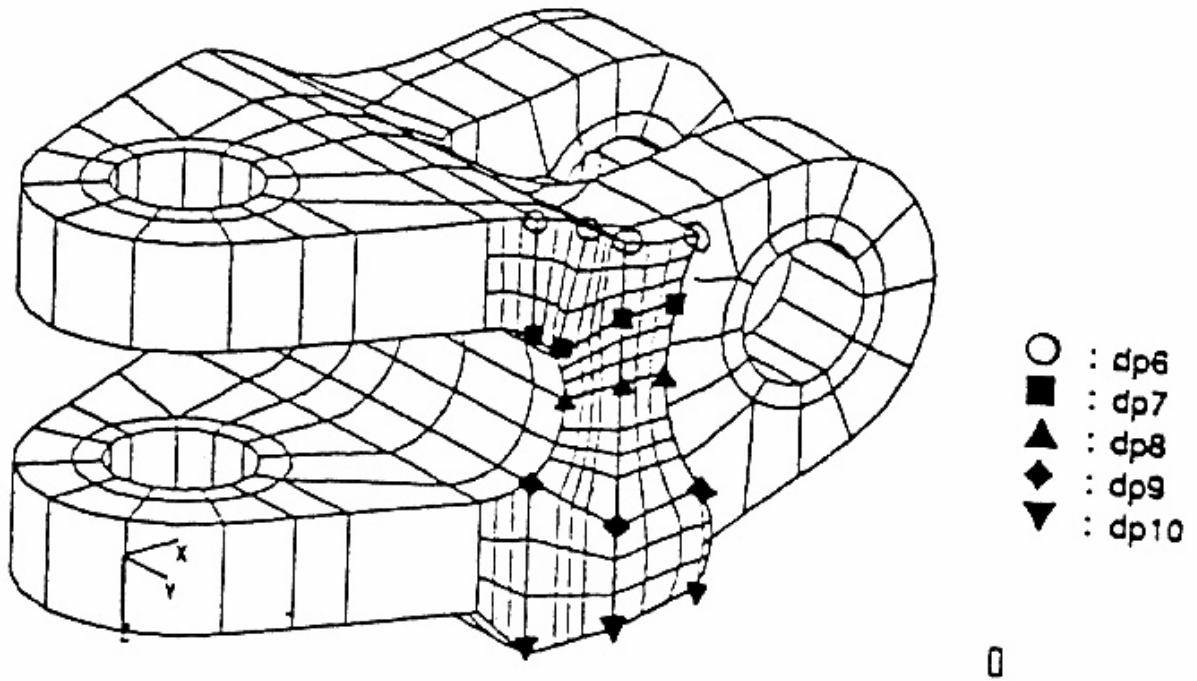
Şekil 3.15 Yeniden Tasarlanmış kilitte sınır koşulları

Tekrar tasarlanan kilitin amacı gerilme yığılmasını , ağırlığı artırmadan belirli sınır yüzeylerini değiştirerek azaltmaktır. Tekrar tasarlanan kiliti değiştirmek için beş geometrik özellik ,ön kenar ,arka kenar,yarı silindirik yüzey 1 ,yarı silindirik yüzey 2 ve üst yüzey ,sırası ile şekil 3.16a-6e gösterildiği üzere tasarım sınırları olarak tanımlanır. PATRAN da bir yüzey 3x3 sonlu eleman ağı olarak değil ; 3x3 sıra ile tanımlanır, şekil 3.16 gösterildiği gibi.

\* Desalvo, G. J., and Swanson, J. A., ANSYS Engineering Analysis System , User's Manuals, Vols.I and II, Swanson Analysis System, Inc., P.O. Box 65, Houston ,PA, 1987

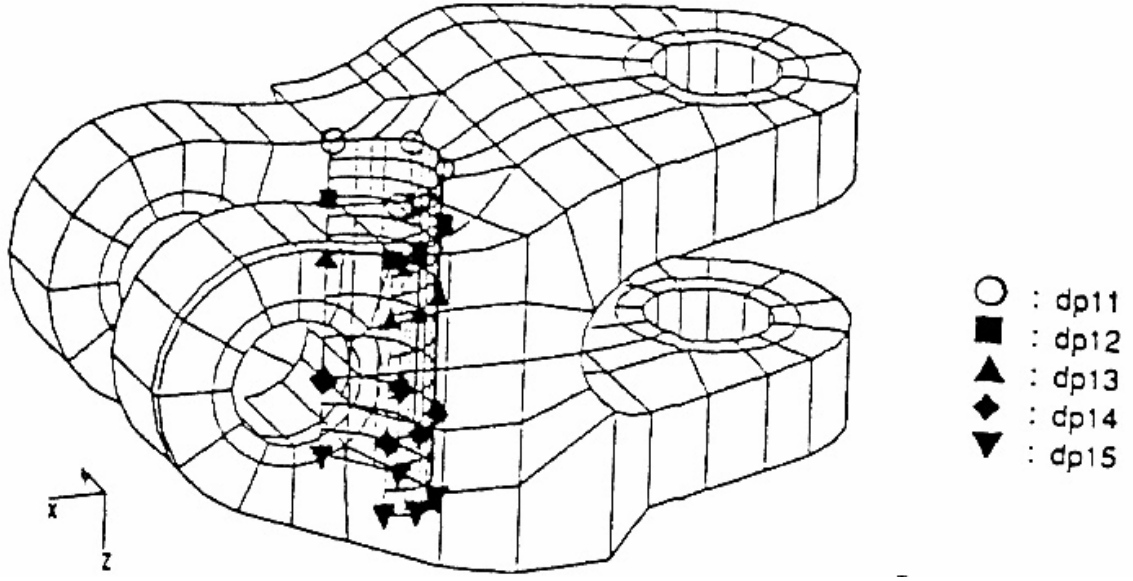


Şekil 3.16 a Geometrik şekil-Ön kenar

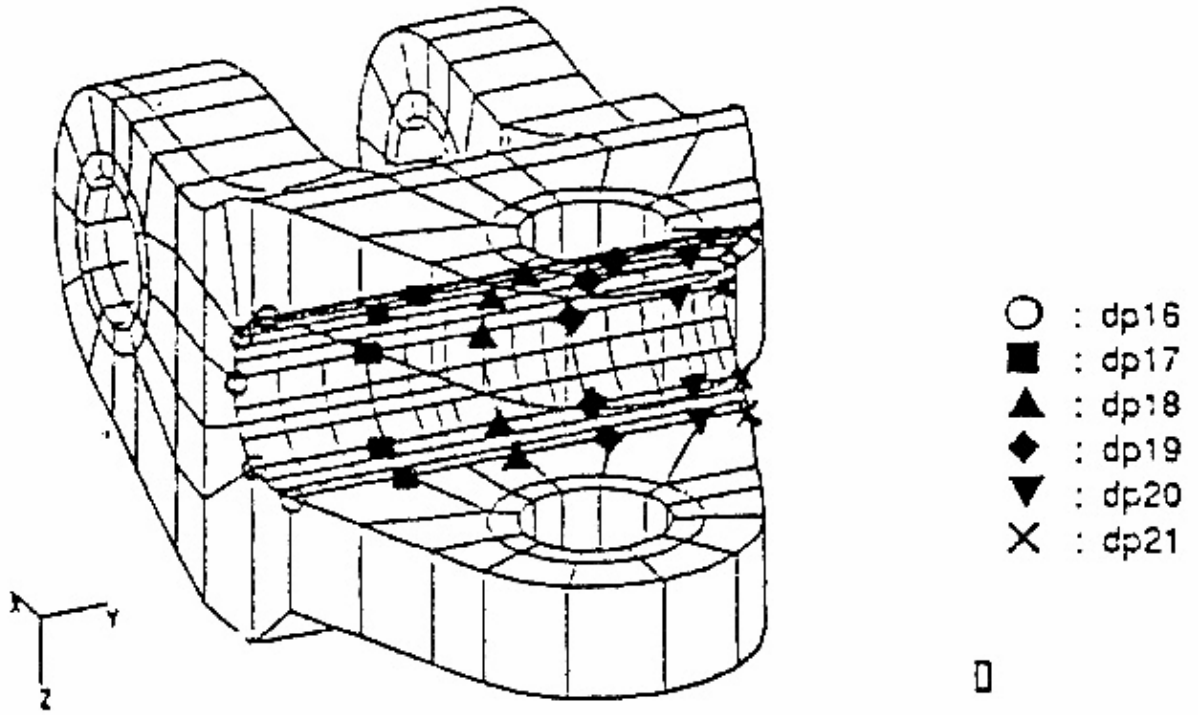


Şekil 3.16 b Geometrik şekil-Arka kenar

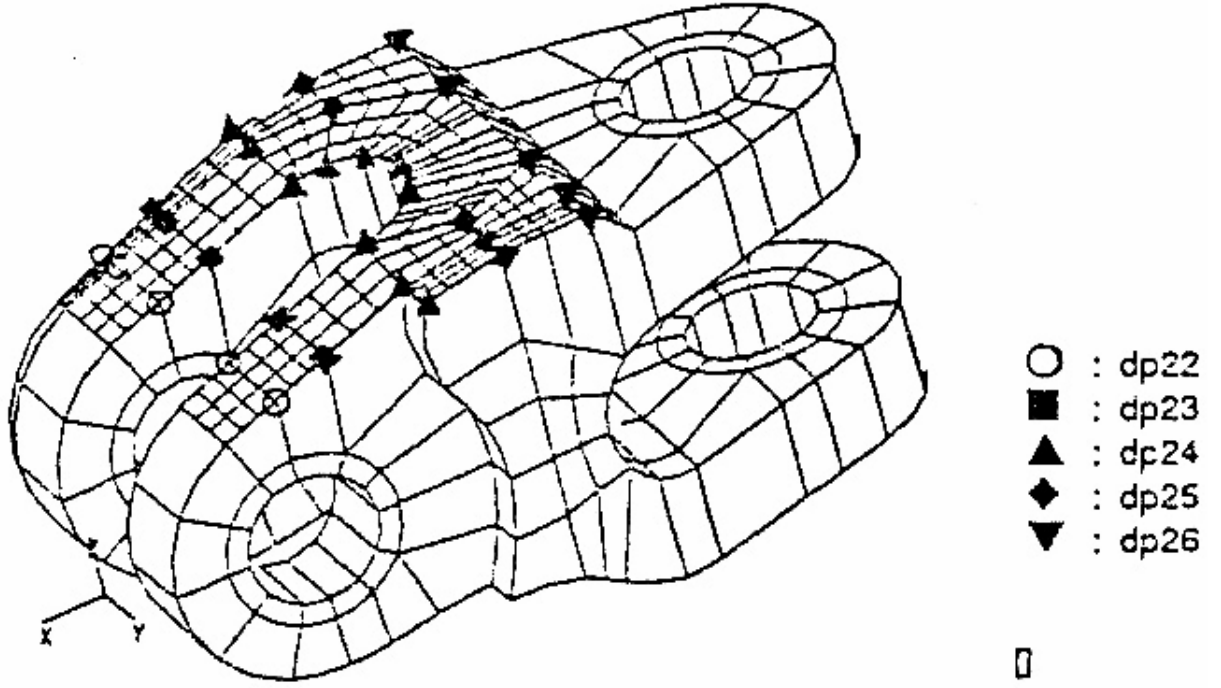




Şekil 3.16 c Geometrik şekil -Yarısilindirik yüzey 1



Şekil 3.16 d Geometrik şekil -Yarısilindirik yüzey 2



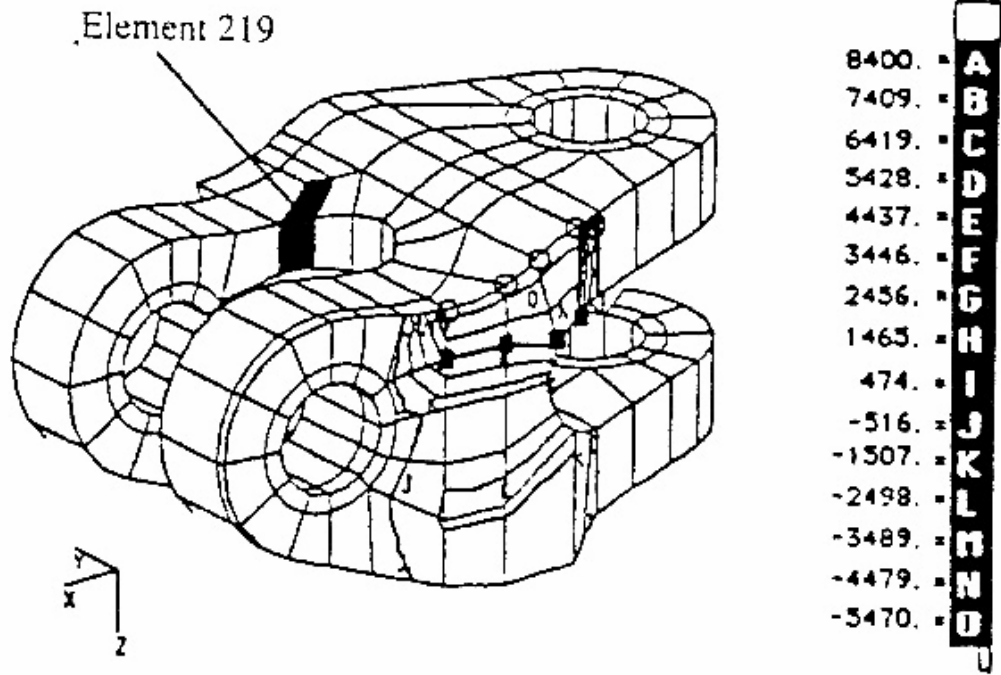
Şekil 3.16 e Geometrik şekil –Üst yüzey

Birinci geometrik özelliği değiştirmek için 15 yüzey geometrik yüzeyler olarak tanımlanır ve 17 ızgara noktasının y koordinatları , 5 bağımsız şekil tasarım değişkenleri olarak bağlanır. Şekil 3.16 a’da gösterildiği gibi.

Bu geometrik özellik için C0- sürekliliği arayüzey sınırlarının ızgaralarında bağlanan tasarım değişkenleri ile kalır. Ayrıca C1-sürekliliği eğim vektörleri ve burulma vektörleri değişmez olduklarından aynı kalırlar. Geometrik yüzeyler diğer geometrik özellikleri değiştirmek için kullanılırlar ve şekil tasarım değişkenleri ızgara noktalarında tanımlanarak ; semboller ile gösterilen bağımsız tasarım değişkeni olarak bağlanırlar. Arka yüzey için, y koordinatları değişmeye müsaade eder. İki yarı silindirik için y koordinatları değişime müsaade eder. Üst yüzey için ızgara noktalarının z koordinatları şekil tasarım değişkenleri olarak tanımlanır.Sonuç olarak 26 bağımsız tasarım değişkeni kiliti değiştirmek için 5 geometrik özelliğe tanımlanır.

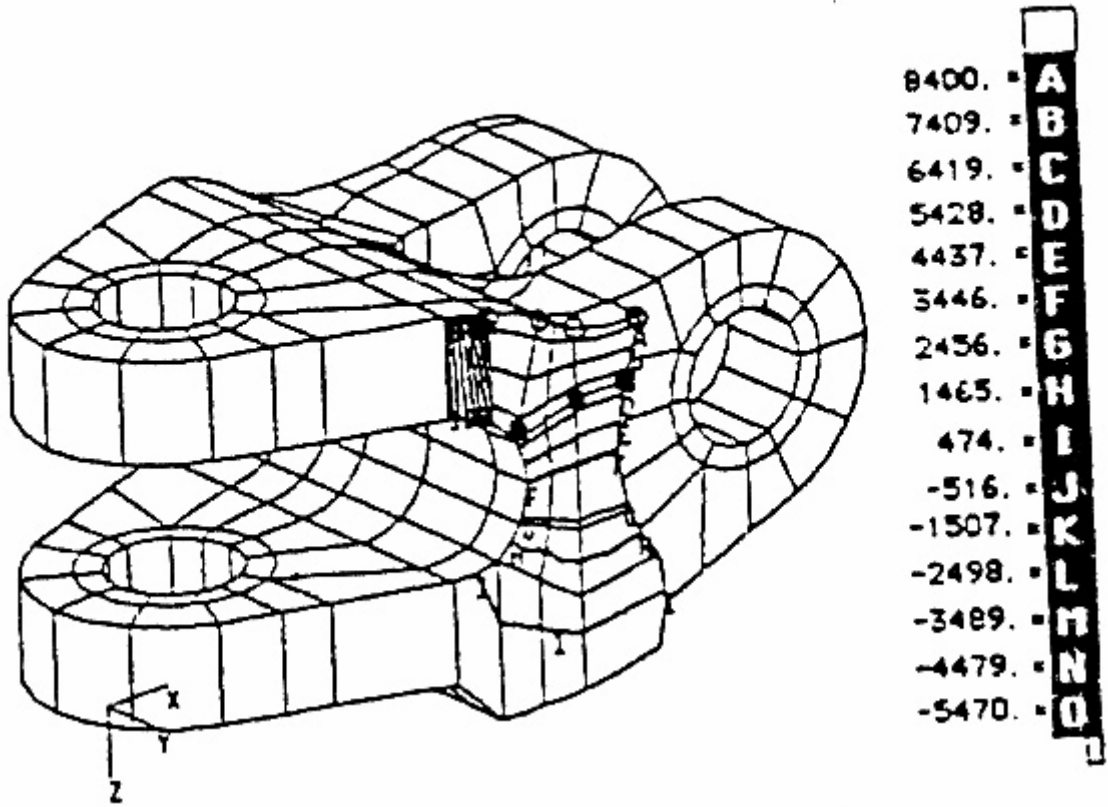
Gerilme performans ölçümünde tasarım değişkenleri etkisi şekil 3.17’de gösterilir.Performans ölçümü şekil 3.14 deki gibi gerilme yığılmasının olduğu 219 elemanındaki bir Gauss noktasında Von Mises gerilmesi olarak tanımlanır.Adım Adım azalan tasarım hassasiyet doğrultusunun düğüm nokta hareketlerinin çizgileri şekil 3.17a-17e ‘de verilmektedir.

Şekil 3.17 a'dan alınan sonuç, ön kenarda , 0 (yani tasarım değişkeni 1) ile gösterilen hareketli ızgara noktaları negatif y doğrultusunda bir birim şiddette ön kenarı daha kalın yapmak için 5740 psi miktarı ile 219 elemanında gerilmeyi azaltır. Tasarım değişkeni , ■ ile gösterilen 219 ızgara noktasının y hareketi olarak tanımlanır ve benzer olarak gerilmeyi azaltır fakat diğer tasarım değişkenlerini etkilemez.



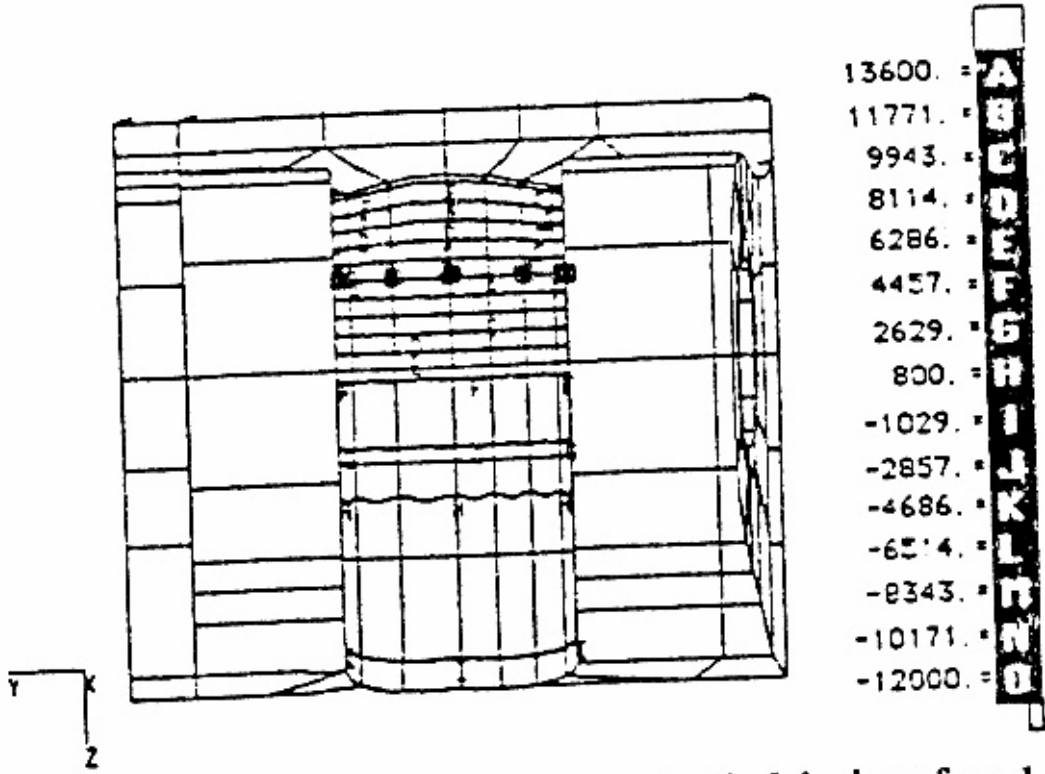
Şekil 3.17 a Üç boyutlu kilit geometrik şeklinin hassasiyet çizgilerin görünümü-ön yüzey

Şekil 3.17 b' de ortaya çıkan sonuç ise , arka kenarda değişen tasarım parametresi 6 , k , O ile gösterilen ızgara noktalarında pozitif y doğrultusunda bir birim şiddet arka kenarda kalınlığa sebep olur ve 8400 psi ile gerilme yığılmasını azaltır.Arka kenarda tanımlanan diğer tasarım parametleri benzer olarak daha az miktarlarda gerilmeyi azaltır..

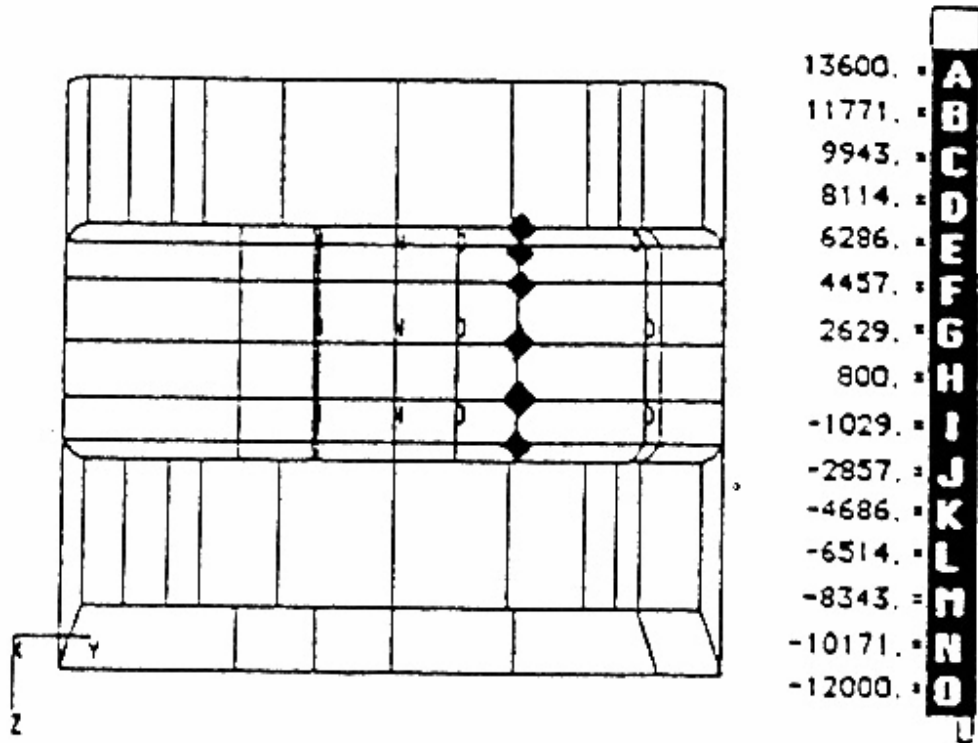


Şekil 3.17 b Geometrik şekil -Arka yüzey

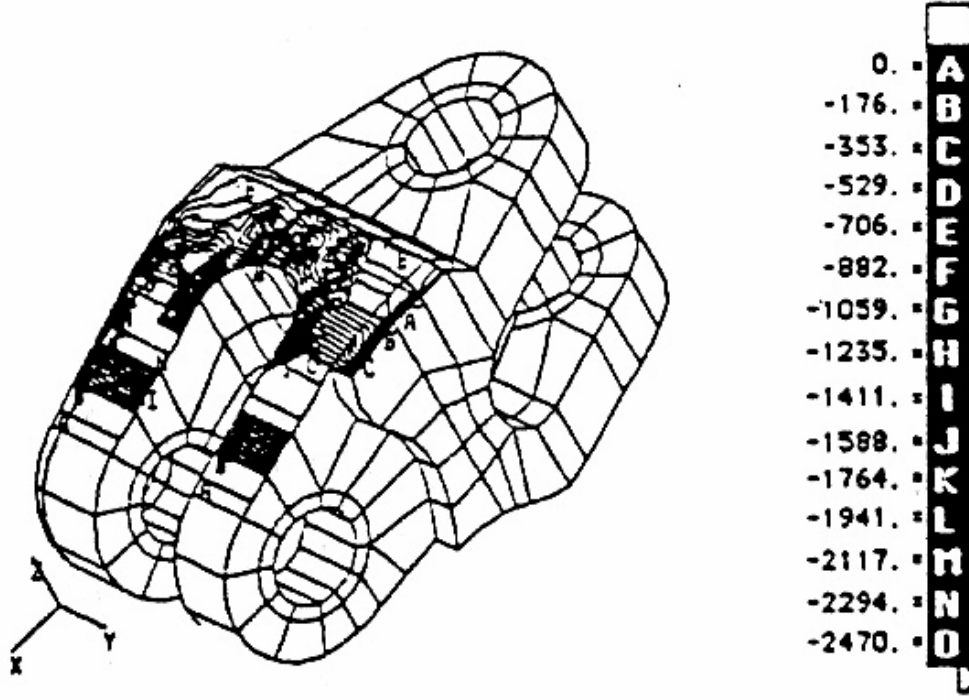
Şekil 3.17 c'den alınan sonuç ise,tasarım değişkeni 14, ■ olarak gösterilen ızgara noktalarının x hareketi olarak tanımlanır ve gerilme performansı üzerine en büyük etkiye sahiptir. Tasarım parametresi 14 'ü değiştirme x doğrultusunda bir birim şiddette üst silindir yüzeyini daha kalınlaştırmak için gerilme yığılmasını 13600 psi azaltır. Silindirik yüzeyde tanımlanan diğer tasarım değişkenleri benzer olarak daha az miktarda gerilmeyi azaltır. Diğer silindirik yüzey için, ♦ işaretleri ızgaraların hareketi negatif x doğrultusunda bir birim şiddet gerilme yığılmasını 12000 psi azaltır.(şekil 3.17d) Silindirik yüzeyde tanımlanan diğer tasarım değişkeni benzer olarak daha az miktarda gerilmeyi azaltır.



Şekil 3.17 c Geometrik şekil-Yarısilindirik yüzey 1



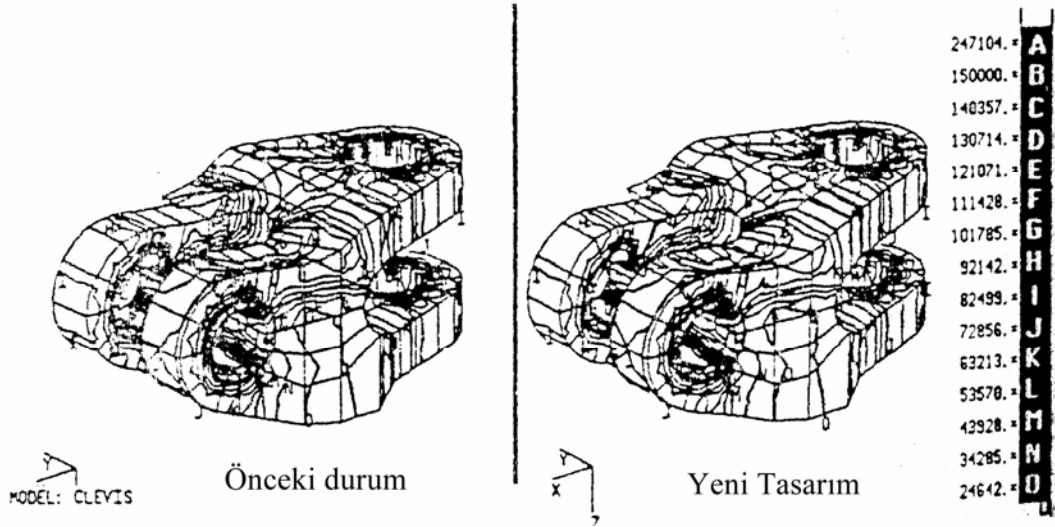
Şekil 3.17 d Geometrik şekil-Yarısilindirik yüzey 2



Şekil 3.17 e Geometrik şekil-Üst yüzey

Beş geometrik özellik arasında ,yüzeydeki tasarım değişimleri gerilme yığılması üzerinde en az etkiye sahiptir. Ancak ilginç bir gözlem olarak şu not edilebilir;üst yüzeye eklenen malzeme yerine , içeri doğru hareketli ızgaralar gerilme yığılmasını azaltır. Üst yüzeydeki malzemeyi kesme ,toplam gerilme alanında yeniden dağılıma sebep olur ve gerilme yığılması azalır.

Özetle en etkili tasarım değişkenleri iki silindirik yüzey üzerine yerleştirilir.Izgaralar gerilme yığılma alanına yaklaştıkça daha fazla etkilenirler. Ayrıca ,üst yüzey değişimleri daha az etkiye sahiptir.



Şekil 3.18 Üç Boyutlu Kilit tasarım değişimleri

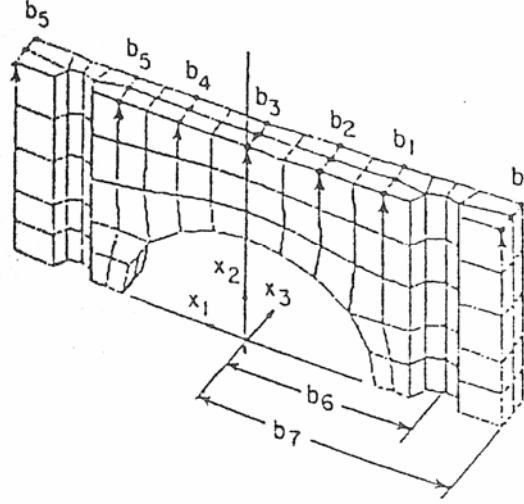
Tasarım hassasiyet görünümüne dayalı bir tasarım değişiminde ki tasarımı değiştirmek için örnek olarak adım azaltma doğrultusunda fakat maksimum 0,2'in sınır hareketi alalım. Şekil 3.18'de aşağıdaki gibi bir tasarım değiştirme diğer gerilme yığılmalarını tanımlamaksızın 219 elemanında tanımlı Gauss noktasının Von Mises gerilmesi E etiketinden F ye indirger (127,618.5 den 116,369.1 psi a kadar). Böyle tasarım değişiklikleri için kilitin hacmi 89.674'den 91.566 in 'e kadar artar.Yani %2.1 'lik bir artış gösterir.

Değiştirilmiş tasarım için sonlu eleman analiz sonuçları Gauss noktasının maximum Von Mises gerilmesini 127,618.5'den 117,522.1 psi 'ya azaltır, buda %7,9 gerilme azalmasıdır.

### 3.5.2 Şekil Tasarım Optimizasyonu\*

#### 3.5.2.1 Motor Yatak Kovanı

Bir motor yatak kovasının şekil optimum tasarımı \*\* için sunulan yöntem örneği verilecektir..Motor yatak kovasının sonlu eleman modeli şekil 3.19’da gösterilmektedir.



Şekil 3.19 Motor Yatak Kovasının Sonlu Eleman Modeli

Modelin yarı kalınlık doğrultusunda yapısal benzerlikten dolayı analiz ve tasarım için kullanılır. Parçanın 23,825 mm düzgün kalınlıklı ve 73 mm düzgün bir yüksekliği vardır. Parça iki civata ile bölmeye sıkıştırılmıştır. Her civata parçaya 65,725 N ‘luk bir basınç kuvveti uygular. \* Bu civata yükü civata başı altındaki alan üzerinde dağılır. Muylu ve yatak arasında yağ film basıncının bir profili şekil 3.20 ‘de gösterilmektedir. Maximum yağ film basıncı 26,16 MPa.

Bir demir döküm için young modulu ve poisson oranı 100 Gpa ve 0,3 ‘dür. ANSYS katı eleman STI95 (20 düğüm noktası)\*\*\* modelini kurmak için kullanılır. 116 isoparametrik katı

\* Bu bölümde kullanılan şekiller aşağıdaki makaleden alınmıştır.

Kyung K. Choi and Kuang-Hua Chang ., Shpae Design Sensivity Analysis and Optimization of Elastic Solids , University of Iowa 52242

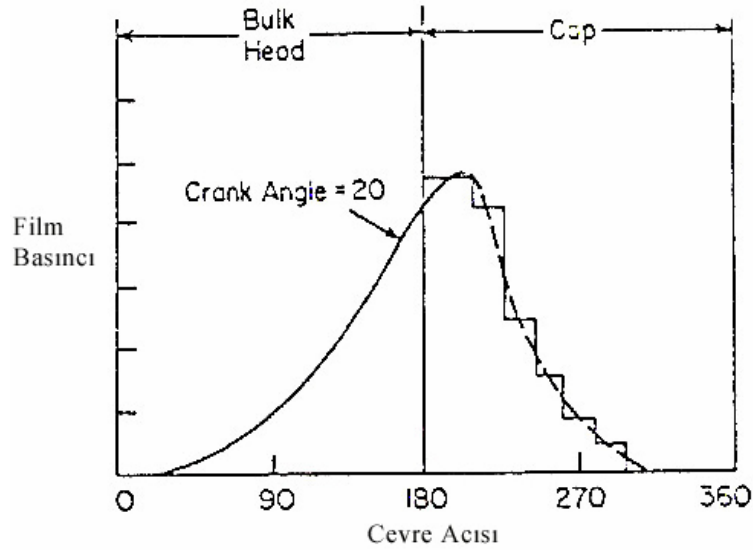
\*\* Imam, M. H., Three-Dimensioal Shape Optimization, İnternational Journal for Numeraiical Methods in Engineering, Vol.18, 1982, pp. 661 – 673

Yang, R. J., and Botkin, M. E., A Modular Approach for Three-Dimensional Shape Optimization of Structures, General Motors Research Laboratories, Research Publication GMR-5216,1986

\*\*\* DeSalvo, G. J., and Swanson, J. A., ANSYS Engineering Analysis System, User’s Manual, Vols.IandII, Swanson Analysis System,Inc.,P.O.Box 65, Houston, P.A, 1987



eleman ,927 düğüm noktası ve 2204 aktif serbestlik derecesinden oluşur.Parçanın altının bir sabit bölmeye bağlandığı kabul edilir.Bu kabul sonlu eleman modelini kurmak için kullanılır.Bu kabuldeki dipdeki düz yüzeylerde  $x_2$  doğrultusunda çekme gerilmesi olmadığı sonlu eleman analizi ile doğru çıkartılır.Parça muylu ile en yüksek yağ film basınç yükü altında bile sıkı temasta kalır.  $x_3$  doğrultusunda simetri düzleminde kısıtlanan düğüm noktaları hariç tüm diğer düğüm noktaları hareketlidir.



Şekil 3.20 Engine Bearing Cap'in Basınç Profili

Parçanın üst yüzeyi şekil 3.19'da gösterildiği gibi yedi kontrol noktası ile, bir tek eğri Bezier yüzeyi ile değişken olarak kabul edilir.Bu kontrol noktalarının  $x_2$  koordinatları ilk beş tasarım değişkeni olarak seçilir.Bağlanan civatanın merkez çizgisinden parçanın merkez çizgisine ölçülen mesafe altıncı tasarım değişkeni olarak seçilir,oyşa parçanın merkez hattından parçanın kenarına ölçülen mesafe yedinci tasarım değişkeni olarak tanımlanır.Tasarım problemi parçanın toplam hacmini en aza indirmektir. Radyal doğrultuda parçanın maximum yüzey yer değiştirmesi 0,0165 mm'den daha az korunurken ; kırılmalı malzeme için çökme kriteri sağlanır.\* Yer değiştirme kısıtlılığı muylu ve parça arasında müsaade edilen açıklık 0,0305 mm – 0,0635 mm'e kadar olan aralıkta korunması gerekliliğine dayanarak kurulur.Ortalama açıklık 0,047 mm ve müsaade edilen sapma 0,0165 mm'dir.Yani parça fazla deforme olmamalıdır.

\* Yao, T.M., and Choi, K.K., and Seong, H.G., Design Component Method for Sensitivity Analysis of Built-Up Structures, Journal of Structural Engineering, Vol.28 No.2, 1989, pp.369-384

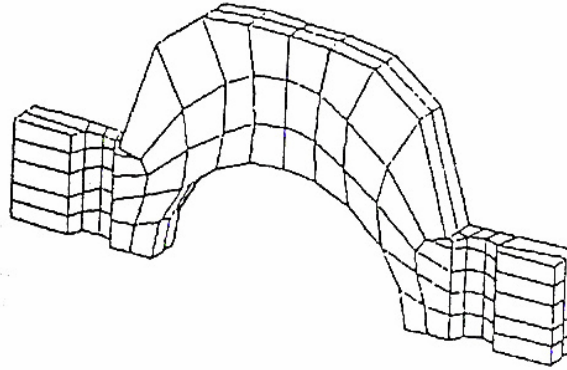
Çökme kriteri şöyle ifade olunur.\*

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \leq \left( \frac{\sigma_t \sigma_c}{S} \right) \quad (3.63)$$

Buradaki S parçanın öngerilme ve yorulma etkileri göz önüne alınarak verilen emniyet faktörüdür.  $\sigma_t$  nihai çekme mukavemeti,  $\sigma_c$  nihai basınç mukavemeti ve  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  üç asal gerilmedir. Kullanılan değerler  $S=2$ ,  $\sigma_t = 206,7$  Mpa, ve  $\sigma_c = 751,0$  Mpa 'dır. Bu kısıtlılık her sonlu elemanın tüm Gauss noktalarında uygulanır. Bağlı civata yüklerinin uygulandığı bölgedeki bu noktalar hariç çünkü yayılı yükte civata yükünün yaklaşımından dolayı gerilmeler doğru değildir. Bu kısımda tasarım optimizasyonu için matematik programlama Pshenichny'in lineerleştirme yöntemidir.\*\*

Burada değinilmesi gereken optimum şekil yerdeğiştirme kısıtlılığı hem statik (sadece civata yükü etkiliyor) hem de çalışılan kısımda ( yağ filmi basıncı ve civata yükü ) sağlanır.

Bir optimum şekil çalışan durum için elde edildikten sonra , parça yağ filminin basınçsız statik kol için yer değıştirme kısıtlılığını kontrol amacı ile analiz edilir. Tasarım optimizasyonu için ,bir simetrik tasarım düşünülür. Parçanın şekil tasarım değışkenleri Çizelge 3.1'de listelenmiştir. Bu başlangıç tasarımının toplam hacmi 58,175 mm<sup>3</sup>'dür. Başlangıç tasarımının en yüksek radyal yerdeğiştirmesi 0,02572 mm'dir. 12 tasarım tekrarlanmasından sonra ,bir optimal şekile, şekil 3.21 'de gösterilene ulaşılır.



Şekil 3.21 Motor Yatak Kovanı optimum şekli

\* Yang, R. J., and Botkin, M. E., A Modular Approach for Three-Dimensional Shape Optimization of Structures, General Motors Research Laboratories, Research Publication GMR-5216, 1986

\*\* Choi, K.K., Haug, E.J., Hou, J.W., and Sohoni, V.N., Pshenichny's Linearization Method for Mechanical System Optimization, Journal of Mechanical Design, Vol.106, No.3, 1984, pp.415-419

Çizelge 3.1 Motor Yatak Kovanı Şekil Tasarım Değişkenleri

Parametre No.	İlk Tasarım / mm	Son Tasarım / mm	Alt Sınır / mm	Üst Sınır / mm
1 , 5	38.0	30.90	30.0	76.2
2 , 4	73.0	136.41	30.0	150.0
3	73.0	20	20.0	150.0
6	53.975	57.15	47.0	57.15
7	73.025	78.10	65.405	78.105

Optimum şeklin toplam hacmi 77,557 mm<sup>3</sup>'dur. Optimum şekil bağlı civataların uzunluğu azalma eğilimindedir ve sonuç olarak civataya bağlı deformasyonu parçanın orta kısmında yapısal katılık ve malzeme yağ film basıncından dolayı oluşan deformasyonu azaltmak için arttırılır. Optimum parça şekli o zaman yağ film basınçsız analiz edilir ve civata yükünden dolayı en yüksek çap radyal yerdeğiştirme 0,0129 mm olarak bulunur buda ,0,0165 mm kritik değerden daha azdır.

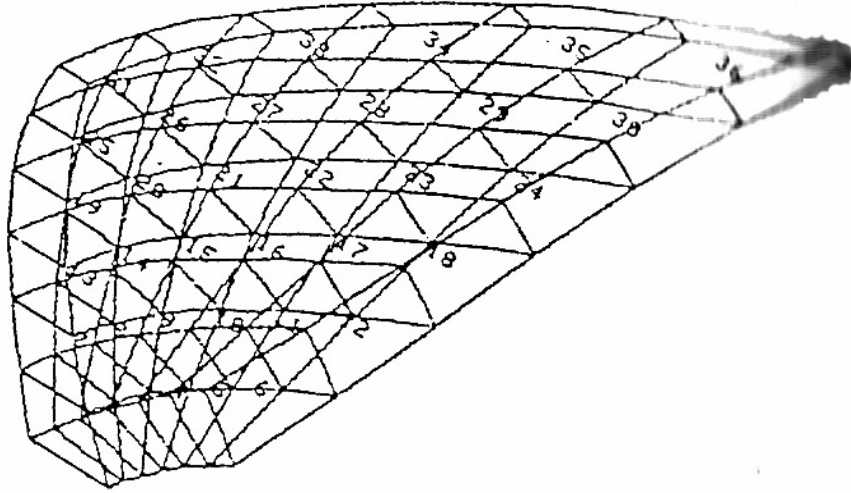
### 3.5.2.2 Kemer Baraj

Wasserman tarafından çözülen çift eğrili kemer baraj bir daha yüksek mertebeden sonlu eleman yaklaşımı kullanılarak uygulanır.\* Genelliği kaybetmeksizin çalışmayı basitleştirmek için birkaç kabul kemer baraj problemlerinde yapılabilir. Birincisi, yapı ve yükleme şartları kesitin tepe noktasına göre simetrik olduğu kabul yapılır ve şekil 3.22'de gösterilen kemer barajın sadece yarı açıklığı analiz edilir. Ayrıca sıcaklık etkileri düşünülmez. Sonuçta gravel betonun homojen olduğu ve esnek davranış gösterdiği kabul edilir. İçerdiği fiziksel özellikler yerçekiminden dolayı ivme (10m/s/s) , suyun ağırlık yoğunluğu (10kN/m<sup>3</sup>), gravel beton'un ağırlığı (25kN/M<sup>3</sup>), betonun elastisite modülü (21 Gpa) ve beton için Poisson oranı 0,2 dir.

Bezier yüzeylerinden kemer barajın üst ve alt yüzeylerini değişken olarak kullanımda yararlanılır. Her kenar 16 kontrol noktası ile tanımlanır. Bu kontrol noktalarının pozisyonları şekil tasarım değişkenleri olarak kullanılır. Değiştirilmiş kontrol noktaları yeni şekillere öncülük eder. İki yüzeyin parametrik gösterimi şekil 3.23'de verilmiştir. 32

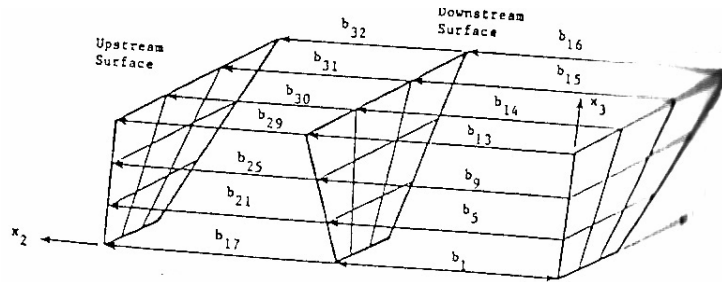
\* Wasserman, K., Three Dimensional Shape Optimization of Arch Dam with Prescribed Shape Function , Journal of Structural Mechanics, Vol.11 , No.4, 1983, pp. 465-489

kontrol noktasının  $x_2$  - koordinatları tasarım değişkeni olarak seçilir. Barajın sonlu elemanlar modeli, Şekil 3.22 de gösterilen, düzgün olarak  $x_1$ -  $x_3$  düzleminde bir 6x6 ağı  $x_2$  doğrultusunda sadece bir tabaka ile bölünür. 36 isoparametrik katı eleman ANSYS'in (STIF95 'i) \* ve 726 aktif serbestlik derecesi ile 315 düğüm noktası içerir. Bezier yüzeylerinin genel kontrol doğallığı bir kontrol noktasının herhangi bir değişikliğine tepkide tüm sonlu elemanları değiştirir.



Şekil 3.22 Baraj kemerinin başlangıç şekli

ANSYS 'in kullanımında iki nümerik yaklaşım kullanılır. Birincisi, baraja etkiyen yerçekimi kuvvetinde \*\* 'de tanımlanan bir ayrıklaştırma yöntemi ile bir yayılı düğüm noktası kuvvetleri olarak dağıtılır. İkincisi, su basıncı bir lineer dağılım yerine bir rampa dağılımı olarak yaklaşık olarak alınır. Bu iki yaklaşım süreklilik kabulüne dayanan şekil tasarım hassasiyet analizinin sonuçlarına önemli bir yanlışlık katmaz.



Şekil 3.22 Bir barajın parametrik gösterimi

\* DeSalvo, G. J., and Swanson, J. A., ANSYS Engineering Analysis System, User's Manual, Vols.I and II, Swanson Analysis System, Inc., P.O. Box 65, Houston, P.A., 1987

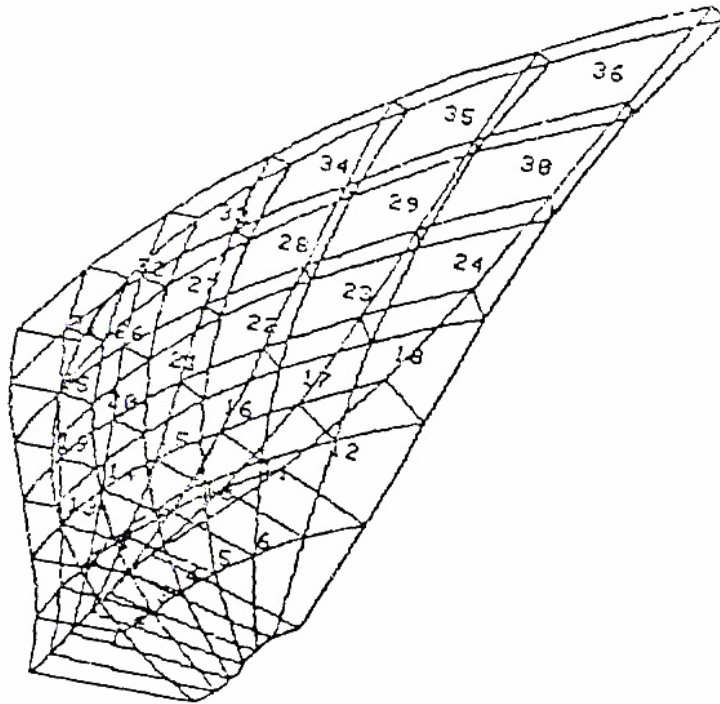
\*\* Hinton, E., Rock, T., and Zienkiewicz, O.C., A Note on Mass Lumping and Related in the Finite Element Method, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.11 1979, pp.245-249

Çizelge 3.1 Motor Yatak Kovanı'nın Şekil Tasarım Değişkenleri

No.	İlk Tasarım	Son Tasarım	No.	İlk Tasarım	Son Tasarım	No.	İlk Tasarım	Son Tasarım
1	115.00	108.45	12	54.50	73.18	23	130.00	125.68
2	115.00	99.51	13	119.00	97.90	24	95.00	77.00
3	111.00	109.71	14	119.00	108.22	25	155.50	139.35
4	103.00	98.70	15	83.00	84.75	26	155.50	147.33
5	128.50	142.14	16	10.00	12.00	27	119.00	107.28
6	128.50	137.20	17	141.00	155.49	28	74.50	59.15
7	108.00	122.08	18	141.00	153.53	29	129.00	115.64
8	72.00	68.49	19	138.00	154.24	30	129.00	112.92
9	132.50	125.93	20	130.00	151.76	31	93.00	90.43
10	132.50	127.60	21	146.00	132.26	32	20.00	18.01
11	101.00	116.82	22	146.00	141.43			

Optimizasyon problemi kalınlık ve asal gerilme kısıtlılığına maruz kemer barajın toplam hacminin en aza indirmektedir.32 tasarım değişkeni başlangıç değerleri Tablo 3.2 de listelenir.Kalınlık kısıtlılığı şöyle ifade edilir.

$$\Psi_{t_i} = 1 - (t_i / t_{\min}) \leq 0 \quad (3.64)$$



Şekil 3.24 Baraj Kemerinin Optimum Şekli

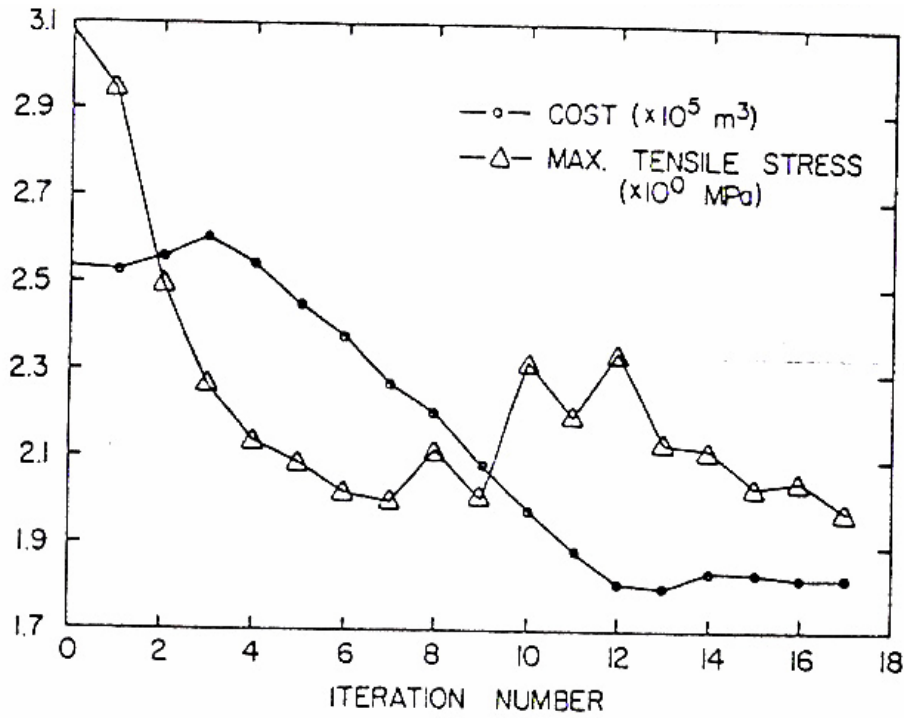
Barajın üstünde dört kalınlık kısıtlılığı vardır.En az kalınlık  $t_{\min} = 6$  m'dir.Gerilme kısıtlılığı şöyle ifade edilir.

$$\psi_{\sigma_i} = (\sigma_i / S_t) - 1 \leq 0 \quad (3.65)$$

Çekme gerilmesi için aşağıdaki ifade kullanılır.

$$\psi_{\sigma_i} = 1 - (\sigma_i / S_t) \leq 0 \quad (3.66)$$

Basma gerilmesi için  $\sigma_i$  i. asal gerilmedir.  $S_t=2$ Mpa betonun çekme akma gerilmesi ve  $S_c=-10$  MPs betonun basma akma gerilmesidir.1944 adet gerilme kısıtlılığı vardır.



Şekil 3.25 Baraj Kemerli Maliyet-Kısıt Tarihçesi

17 tasarım yinelemesinden sonra,tüm kısıtlılık bozuklukları elenir ve maliyetteki azalma oranı çok küçük olur.Bu yüzden son dizayn ,17 yinelemeden sonra elde edilen optimum olarak düşünülür ve şekil 3.24 'de gösterilir.Son maliyet (barajın toplam hacmi)253,566 m<sup>3</sup> orijinal değerden 182,583 m<sup>3</sup>'e iner.Üst yüzeydeki en yüksek çekme gerilmesi 3,084 Mpa orijinal değerinden 1,981 Mpa'a iner.Tasarım geçmişi şekil 3.25 'de gösterilmiştir.Optimal tasarım değişkenleri Tablo 3.2 'de listelenmiştir.

## 4. TOPOLOJİ OPTİMİZASYONU

### 4.1 Giriş : Topoloji Optimizasyonun Önem Ve Amacı

Bir yapısal sistemin topolojisi uzaysal seri veya elemanların konfigürasyonu ve iç sınırların ekleri demektir. Topoloji optimizasyonunun uygulamalarının iki ana alanı ızgaralama optimizasyonu ve sürekli genel şekil optimizasyonu veya bileşenleridir.

Bir ızgara tipi yapı kesişen elemanların sisteminden oluşur, uzunlukla mukayese edildiğinde kesit alan boyutları küçüktür ve böylece elemanlar bir boyutlu ortam olarak idealleştirilebilir temel bir özelliğe sahiptir.

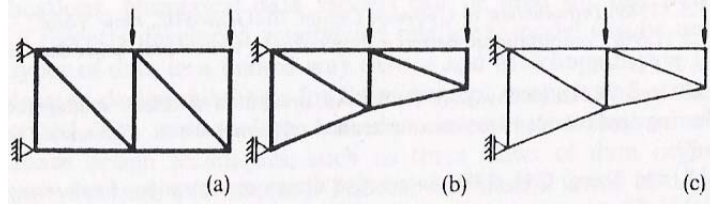
Bu özelliğin sonuçları şunlardır:

- kesişen elemanların mukavemet, sertlik ve yapısal ağırlığa etkisi ihmal edilebilir
- açık maliyet çeşitli doğrultularda çalışan elemanların maliyetlerinin toplamı olarak ifade edilebilir.
- Izgara tipi yapıların örnekleri kafes yapılar, giriş sistemler, ve kablo hatlarıdır.
- Izgara tipi yapıların yerleşim optimizasyonu üç eş zamanlı operasyondan oluşur,
- elemanların ve eklerin uzay serilerini içeren topolojik optimizasyon
- eklerin koordinatlarını içeren geometrik optimizasyon ve boyutlandırma, yani kesit alan boyutlarının optimizasyonu.

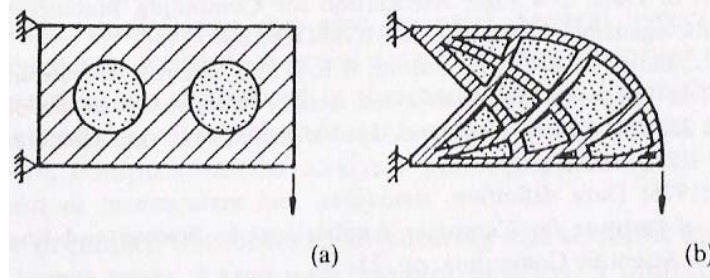
Yukarıdaki kavramlar Şekil 4.1'de üç kafesin hepsi de aynı topolojiye sahip olan örneklerle açıklanır. Şekil 4.1 b ve Şekil 4.1 c'deki kafesler aynı geometrik yapıda olup fakat farklı kesit boyutlarına sahiplerdir. Prager ve Rozvany (1977)\* yerleşim optimizasyonu yapısal tasarım problemlerin en güç sınıfı olarak göz önüne almıştır , çünkü olası çözümlerin sonsuz sayısı vardır bunları sınıflandırmak ve ölçmek zordur. Aynı zamanda, yerleşim optimizasyonu pratiktir ,çünkü düz kesit (boyutlandırma ) optimizasyonundan çok daha fazla malzeme sonucu verir.

---

\* Prager, W. , Rozvany, G.I.N. (1977b) Optimization of Structural geometry, in Dynamical Systmes (eds.A.R. Bednarek , L.Cesari ) , Qacademic Press, New York , pp.265-293



Şekil 4.1. Grid tipi bir yapının kesit alan, topolojik ve geometrik özelliklerini gösteren örnek .



Şekil 4.2. Genel şekil optimizasyonunu gösteren örnek.

Topoloji optimizasyonu uygulamasının diğer önemli alanı genelleştirilmiş şekil optimizasyonudur. Eş zamanlı bir optimizasyon da birleşik malzemeler arası ara yüzler için hem sınırların şekli hem de topolojisinde süreklilik gerekir.

Şekil 4.2 a , örneğin başlangıç sınır şeklini ve topolojiyi gösterir.Şekil 4.2 b ' de düzlem gerilmeye bir birleşik malzeme levha için topoloji ve optimal şekildeki noktalı bölgeler daha az yerdeğiştirme ,daha zayıf ve daha hafif malzemeyi simgeler.Bir hücreyel yapı için ( burada delikli levha ) noktalı bölgeler oyukları ( veya boşlukları ) simgeler.

#### 4.2 Grid Tipi Yapılar İçin Optimal Yerleşim Teori – Temel Bakışlar

Geçmişte, optimal yapısal yerleşim teorisi genişçe incelendi; özellikle, NATO toplantılarının ana konferanslarında ( Iowa,1980 ( Rozvany,1981 ) \*; Troia,1986 ( Rozvany and Ong,1987 ) \*\*; Edinburg,1989 ( Rozvany,Gollub and Zhou,1992 ) \*\*\*; Berchtesgaden,1991 (

\* Rozvany, G.I.N. (1981) Optimality criteria for grids,shlles and arches, in Optimization of Distributed Parameter Structures, Proceed,ngs of Nato ASI , Iowa City, 1980, Sijthoff and Noordhoff, Alphen aan der Rijn , pp.112-51

\*\* Rozvany, G.I.N , Ong, T.G. (1987) , Minumum-weight plate design via Prager's layout theory, in computer Aided Optimal Design: Structural and Mechanical Systmes, Proceedings of NATO ASI , Troia , 1986, Springer , Berlin, pp.165-79

\*\*\* Rozvany, G.I.N., Gollub, W., Zhou, M.,(1992), Layout Optimization in Structural Design , in proceedings of NATO ASI, Optimization and Decision Support Systems in Civil Engiining, Edinburg, June 25- July 7 , 1989 , Kluwer, Dordrecht



Rozvany,Zhou and Gollub,1993)\*;. Teknik literatür alandaki gelişme hem hızlı hem de geniştir.

Optimal yerleşim teori, Prager tarafından yetmişlerde geliştirildi ve ilk uzman ( yani Prager ve Rozvany, 1977)\*\* kafesler için Michell'in teorisinin bir genelleştirilmesi olarak, kısım 4.1.'de listelenen basitleştirilmiş kabullerin temelinde ızgara tipli yapılar için orjinal olarak formülize edilir.Bu basitleştirmeler yerleşim teorisinin daha gelişmiş bir versiyonu ile kaldırılmıştır. Klasik yerleşim teorisinin düşük "hacim oranlı" ( yani malzeme hacmi/mümkün hacim oranı ) yapılarla ilgili olduğu söylenebilir. Yüksek hacim oranlı yapılarla ileri yerleşim teorisi ilgilenir. İkincisinde, ilk mikroyapı için verilen sertlik oranı için veya asal doğrultulardaki kuvvetler için optimize edilir,ikinci bir işlemde, mikroyapıların optimal makroskopik dağılımı yerleşim teorisinin metodları kullanılarak belirlenir.

Klasik yerleşim teorisi iki temel kavrama dayanmaktadır,yani

- Yapısal evren ( sayısal yöntemlerde; zemin yapılar ), elemanların veya tüm potansiyel elemanların birliğidir ve
- Sürekli-tip optimallik kriteri ( COC ), bitişik yapılar terimlenen hayali bir sistemin terimlerinde ifade olunur,

Yok olan elemanlar için bitişik şekil değiştirmeleri de sağlayan yukarıdaki optimallik kriterlerinden dolayı tüm yapısal evren için elemanların tam doldurulduğu yerleşim optimalliğinin bir yeterliliği ve gerekliliğini simgeler.

Optimal yerleşim teorisinin temelinde, iki temel yaklaşım geliştirilmiştir,

- Tam optimal yerleşimi simgeleyen kapalı formda sürekli-tip çözümleri üretmek için analitik yöntemler ve
- Sayısal,yaklaşık ( genellikle yüksek oranda doğru ) optimal yerleşimleri üretmek için ayrık tekrarlanan yöntemler

Bu iki metod arasında temel farklılıklar Çizelge 4.1'de listelenir.Sayısal okul ( yani Kirsch,

---

\* Rozvany, G.I.N., Zhou, M., Gollub, W., (1993) Layout Optimizationby COC methods; analytical solutions, in Optimization of Large Structural Systmes, Procecdings of NATO ASI, Berchtesgaden , 1991, Kluwer , Dordrecht, pp.77-102

\*\* Prager, W. , Rozvany, G.I.N. (1977) Optimization of Structural geometry,in Dynamical Systmes (eds.A.R. Bednarek , L.Cesari ) , Qacademic Press, New York , pp.265-293

1989 \*; Kirsch ve Rozvany,1993 \*\*) tarafından kullanılan Yerleşim Optimizasyon yöntemleri genellikle aşağıdaki iki aşamalı prosedüre dayanır:

- Birinci topoloji verilen bir geometri için optimize edilir; ve sonra
- Bu seçilen topoloji için geometri optimize edilir.

Bu prosedürün bir sakıncası, yeni optimize edilen geometri de eski topoloji daha fazla optimal olmayabilir. COC-DCOC yöntemlerine kadar, diğer yöntemlerin sınırlı optimizasyon kapasitelerinden dolayı, özellikle Yapısal alemden elemanların birçoğu için aktif gerilme kısıtlılıkları ile gerçekçi problemler için, iki aşamalı prosedür gerekli idi

Çizelge 4.1 Yerleşim teoriye dayanan analitik ve sayısal yöntemlerin bir karşılaştırılması.

Hesaplamalı Yöntem	Analitik	Sayısal
Yapısal Model	Sürekli	Ayrık ( Sonlu Elemanları )
Prosedür	Tüm Denklemlerin Eş Zamanlı Çözümü	Tekrarlanan Çözüm
Yapısal Alan	Elemanların Sonsuz Sayısı	Sonlu Fakat Elemanlar Çok Sayıda (Birkaç Bin)
Yapısal Alan	Sıfır	Sıfır Değil Fakat Küçük ( $10^{-8}$ den $10^{-12}$ ye )

Yeni optimallik kriter yöntemleri ( COC-DCOC ), bizi topoloji ve geometrinin eş zamanlı optimizasyonunu yapmaya teşvik eder, çünkü yapısal evrende elemanların sayısı ya sonsuzdur ( analitik yöntemler ) veya çok büyük ( sayısal COC-DCOC yöntemler ).

Burada tartışılan yerleşim teorisinin daima “sürekli-tip” çözüm olduğu iddia edilir, oysa sonsuz küçük aralıklı elemanların yoğun ızgaralarından oluşur, ve sayısal yerleşim çalışmaları sadece birkaç elemandan oluşan pratik çözümler ile neticelenir.

Araştırmaların ilgisi analitik çözümlerle ve kafes sistemler alanında sınırlı olmayıp hem boyutlandırma hem de yerleşim optimizasyonu için en etkin sayısal yöntemleri geliştirilmiştir.

Sonuç olarak, kiriş ve kafes sistemi içeren yerleşim problemlerin oldukça detaylı birkaç

\* Kirsch, U. (1989) Optimal topologies of structures. Applied Mechanics Review, 42, 223,38

\*\* Kirsch, U., Rozvany, G.I.N. ( 1993 ) Design consideration in the optimization of structural topologies, in Optimization of Large Structural Systems, Proceedings of NATO ASI, Berchtesgaden, 1991, Kluwer, Dordrecht, pp.121-41

sınıfının bağıl olarak basit tam optimal topolojilerini yakın geçmişte incelenmiştir. Bu durum yapısal optimizasyonda ayırık yöntemlerin büyüyen popülaritesinin bir sonucu olarak ortaya çıkmaktadır.

Hızlıca artan hesaplama kabiliyeti

- Birçok pratik problemde ayırıklaştırma için gereklilik.
- Ancak, kesin analitik çözümler sayısal yöntemlerin geçerliliğini güvenle kontrol etmede kaçınılmazdır.

### 4.3 Optimal Yerleşim Teori : Bazı Basit Kendi Bitişik Problemler İçin Analitik Çözümler

#### 4.3.1 Genel Formülasyon

Yukarıdaki yerleşim teoriye dayanan analitik düzen genellikle aşağıdaki adımlardan oluşur.

- Tüm potansiyel elemanlardan oluşan bir yapısal evren kur.
- Elemanlar için belli maliyet fonksiyonunu ve sürekli-tip optimallik kriteri (COC)'i belirle.
- Kinematik sınırı sağlayan bir bitişik yer değiştirme alanı ve süreklilik şartları kur.
- Yok olmayan ( optimal ) elemanların doğrultularını ve bitişik birim şekil değiştirme alanı yerlerini ve optimallik kriterlerinin temellerini belirle.
- Dış yükleri ve statikçe kabul edilebilir optimal elemanlar boyunca gerilme bileşenlerini kontrol et.
- Böyle elemanlar için optimallik kriterlerini sağlayan ( genellikle eşitsizlik ) yok olan elemanlar ( optimal olmayan ) boyunca bitişik birim şekil değiştirmeleri kontrol et.

Bu kısımda; optimal plastik dizayn ve optimal elastik dizayn kısıtlılığı olan iki çeşit problemi tartışacağız

Optimal plastik dizayn durumunda, gerçek yapı sadece tam statiktir. Böylece sadece gerilme kısıtlılığı vardır, fakat yer değiştirme kısıtlılığı yoktur. Bitişik yapı sadece aktif ön gerilme kısıtlılığından ön birim şekil değiştirmelere maruzdur, yan yüksüz veya genelleştirilmiş gerilmelerdir. Biz sadece bitişik yapının kinematik kısmına sahibiz ve böylece Şekil 4.3'de gösterilen şema elde edilebilir. Bir yük şartı için bu daha da basitleştirilebilir , genelleştirilmiş gerilmeler ,  $\psi = \psi(\sigma)$  , teriminde doğrudan özel bir maliyet ifade edebiliriz, Prager ve Shield

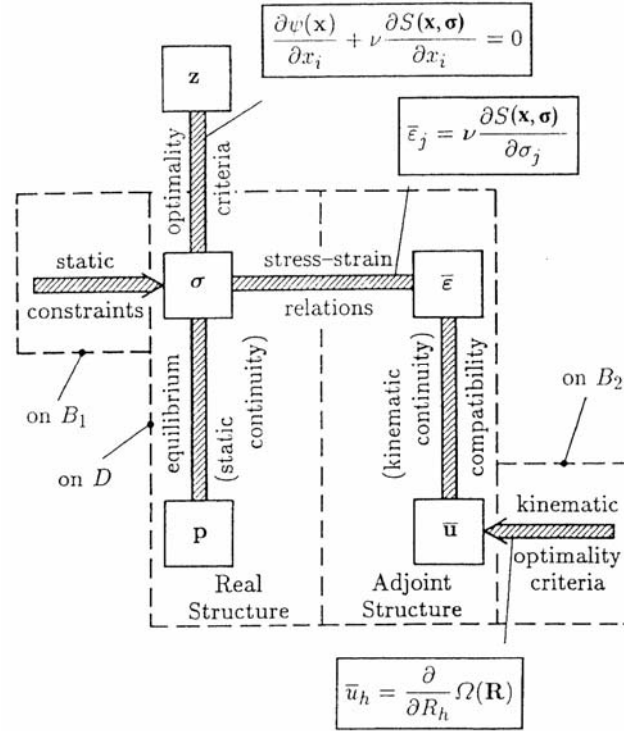
(1967)\*. Karşı gelen basitleştirilmiş şema Şekil 4.4’de gösterilir, gerçek gerilmeler ve yan bitişik birim ki ilişkiler, şekil değiştirmeler “ $\psi$ ” “statik-kinematik optimallik kriteri” olarak adlandırılır. (Rozvany, 1989)\*\*. Uygun kısıtlılıkla optimal elastik dizayn durumunda, şöyle gösterilebilir.

$$\int_D p u d\xi \leq C \quad (4.1)$$

Burada C verilen bir sabit ve tüm diğer semboller notasyon kısmında tanımlanmıştır. Bu durumda, “ağırlık faktörü” esnek şekil değiştirmeler  $u$ , gerçek yük  $p$  ile verilir.

$$p \equiv \bar{p}, \sigma \equiv \bar{\sigma}, \varepsilon \equiv \bar{\varepsilon}, u \equiv \bar{u} \text{ (bütün } \xi \text{)} \quad (4.2)$$

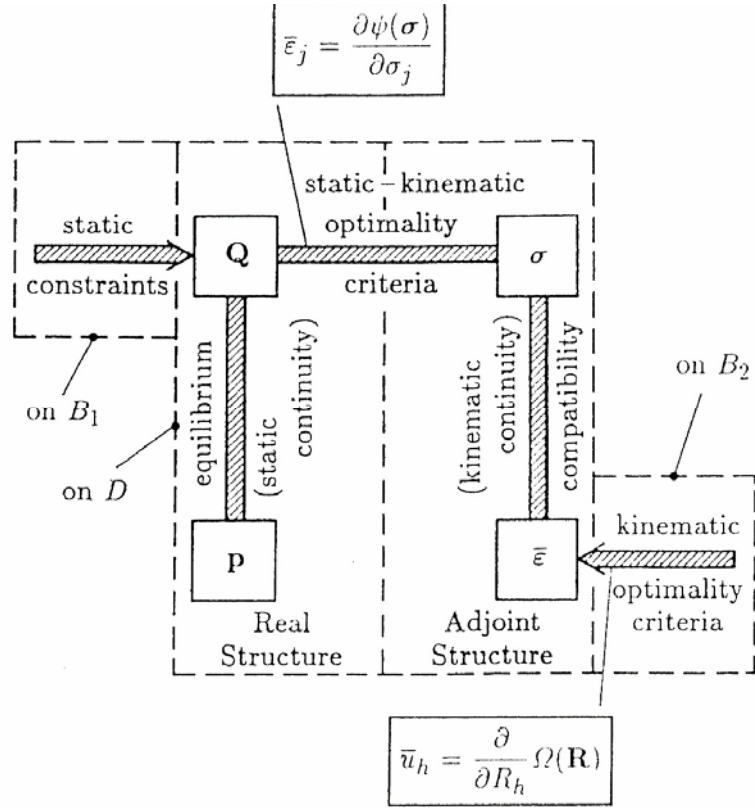
Şekil 4.5’den görülebileceği üzere, takip eden problemlerin belli bir basit kısmı için optimal plastik tasarım ve optimal elastik tasarım uygun bir kısıtlılık ve sabit çarpan ile aynı sonuca gider.



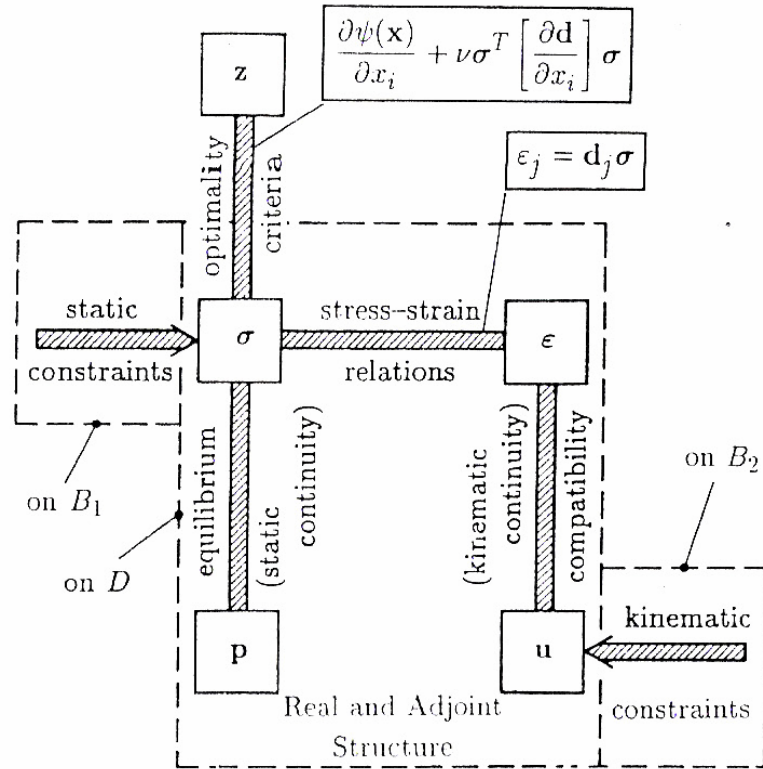
Şekil 4.3. Plastik Tasarım için COC Algoritması

\* Prager, W., Shields, R.T. (1967) A general theory of optimal plastic design, Journal of Applied Mechanics, 34 (1), pp.184-6

\*\* Rozvany, G.I.N., (1989), Structural Design via Optimality Criteria, Kluwer, Dordrecht.



Şekil 4.4. Tek yük altında Plastik Tasarım için COC Algoritması



Şekil 4.5. Elastik tasarımda uygun kısıtlılık şartları için COC algoritması

### 4.3.2 Birinci Uygulama : Optimal Plastik Tasarım

Formun maliyet fonksiyonu aşağıdaki şekilde düşünürüz.

$$\psi = k|\sigma|, \quad \Phi = \int_D k|\sigma|d\xi, \quad (4.3)$$

Burada  $u$  birim uzunlukta ağırlık elemanı,  $k$  verilen bir sabit,  $\sigma$  genelleştirilmiş bir gerilme ( gerilme bileşeni ),  $\Phi$  toplam ağırlık,  $\xi$  uzaysal koordinatlar ve  $D$  ise yapısal tanım alanıdır.

Kirişler için, (i)  $\sigma = N$  aksenal eleman eleman kuvveti ve (ii)  $k = p/\sigma_0$  burada  $p$  kiriş malzemesinin spesifik (özgül) ağırlığı ve  $\pm\sigma_0$  çekme veya basmada akma gerilmesidir.

Genişliği değişken kirişler için verilen  $h$  derinliği için , (i)  $\sigma = M$  burada  $M$  eğilme momentidir ve (ii)  $k = up/h^2\sigma_0$  burada  $\pm\sigma_0$  tekrar akma gerilmesidir. Kısmi tüketilebilirlik özgül maliyet fonksiyonları ( denklem 4.3 'deki gibi ) Şekil 4.4'de kısmi türevler alt gradyenlerle yer değiştirirler ( yani Rozvany,1989 ) \*. Bunun anlamı, süreksizlik eğimindeki bitişik eğimlerin herhangi dışbükey birleşimi alınabilir.

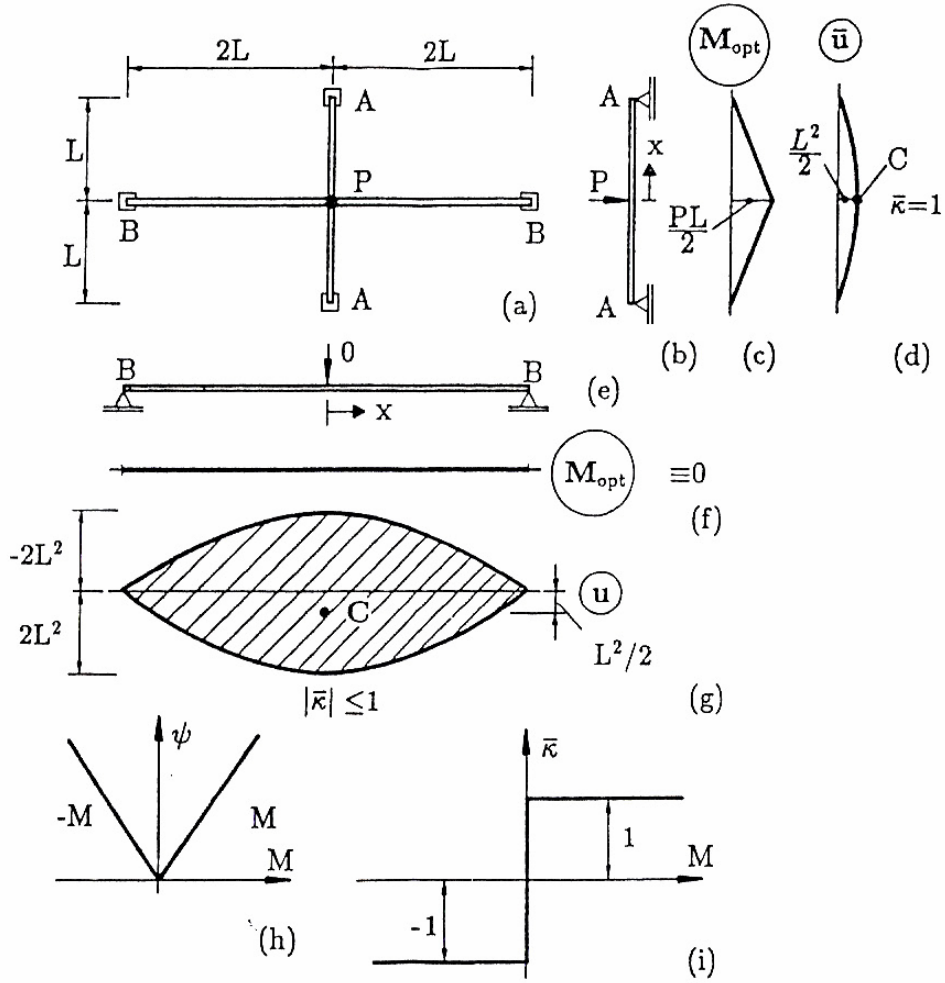
Bu demektir ki, formül (4.3) ilişkilerinde özgül maliyet fonksiyonu için bitişik birim şekil değiştirmeler olur.

$$\bar{\varepsilon} = k \operatorname{sgn} \sigma \quad (\sigma \neq 0), \quad |\bar{\varepsilon}| \leq k \quad (\sigma = 0) \quad (4.4)$$

Burada  $\bar{\varepsilon}$  elemanlarda bitişik aksenal birim şekil değiştirmelerdir. (4.3) ve (4.4) ilişkileri  $k = 1$  için Şekil 4.6 h ve 4.6 i'de grafik olarak gösterilmiştir.

---

\* Rozvany, G.I.N., (1989) , Structural Design via Optimality Criteria, Kluwer, Dordrecht.



Şekil 4.6. Yerleşim Teorisi uygulama örneği

### 4.3.3 İkinci Uygulama : Verilen Bir Uygunluk İçin Optimal Elastik Tasarım

$$\psi = cx, [d] = 1/rx \quad (4.5)$$

ile karakterize edilen problemler sınıfını düşüneceğiz.

Burada  $c$  ve  $r$  verilen sabitlerdir.  $[d]$  genelleştirilmiş esnek matris ve  $x$  bir kesit değişkenidir.

Kirişler için, örneğin,  $\psi$  birim uzunlukta eleman ağırlığı,  $x$  kesit alanı ve  $c = p$  özgül ağırlıktır. Üstelik,  $r = E$  Young modülüdür. Sabit derinliği  $h$  olan kirişler için,  $x$  değişkenli genişlik  $c = h$  ve  $r = h^3 E / 12$  eşitliklerine sahibiz.

Şekil 4.5 'in üstündeki optimalite şartı ile, problemlerin bu sınıfını elde ederiz.

$$c - v\sigma^2 / rx^2 = 0, \quad x = (v/rc)^{1/2}|\sigma|, \quad \varepsilon = \sigma / rx = (c/rv)^{1/2} \operatorname{sgn} \sigma \quad (\sigma \neq 0) \quad (4.6)$$

İlave olarak, (Rozvany,Zhou ve Gollub,1993)\* yok olan elemanlar için ( $x = \sigma = 0$ ) optimallik kriterine sahip olduğumuz gösterildi.

$$|\varepsilon| \leq (c/rv)^{1/2} \quad (\sigma = 0) \quad (4.7)$$

4.6 ve 4.7 denklemlerinde  $\sigma$  sembolü bir gerilme bileşenini simgeler ; klasik bir gerilmeyi değil.

4.4 , 4.6 ve 4.7 denklemlerinden görülebildiği üzere hem bölüm 4.3.2 hem de 4.3.3. de düşünülen problemlerin her iki sınıfı için bitişik birim şekil değiştirme alanları sabit bir çarpan ile aynıdır.

Plastik tasarım  $\Phi_p$  ve uygun elastik tasarım  $\Phi_c$  'da optimal ağırlıklar aşağıdaki ilişkiye sahiptir.

$$\Phi_c = \frac{c}{k^2 r C} \Phi_p^2 \quad (4.8)$$

Burada  $C$  denklem 4.1 'de belirlenen en yüksek uygunluk değeridir.

#### 4.3.4 Basit Bir Örnek : İki Kirişli Bir Kiriş Sistemi

Bu örnek önceden kullanılmasına rağmen, aşırı kesitliğinden dolayı burada tekrar genişletilmiş halinde sunulacaktır.İki basit kirişten oluşan bir yapı düşünelim,iki kirişin ara kesitinde bir nokta yük  $P$  ile ( Şekil 4.6 a ) bu probleme oldukça açık optimal çözüm şekil 10.6.b ve 10.6.e'de verilir .Tüm yük daha kısa AA kirişiyle taşınır ve kiriş BB, sıfır kesit alanı ile yüksüzdür.Karşı gelen moment diyagramları şekil 4.6. c ve 4.6. f 'de gösterilir.Özgül maliyet fonksiyonu ve optimallik kriteri ( $k=1$  ile ) grafik olarak şekil 4.6.h ve 4.6.i'de gösterilir.Bitişik yer değiştirme basit kirişlerde sıfır olması gerektiğinden ve şekil 4.6 i veya denklem 4.4 ile  $\sigma = M$  ,  $\Sigma = k$  ve  $k=1$  ile bitişik eğri  $\bar{\kappa} = -d^2\bar{u} / dx^2$  kısa kiriş için aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\bar{u} = -\int \int dx dx + Ax + B, \quad A = 0, B = L^2 / 2, \bar{u} = L^2 / 2 - x^2 / 2 \quad (4.9)$$

---

\* Rozvany, G.I.N., Zhou, M., Gollub, W., (1993) Layout Optimization by COC methods; analytical solutions, in Optimization of Large Structural Systmes, Procecdings of NATO ASI, Berchtesgaden , 1991, Kluwer , Dordrecht, pp.77-102



Yukarıdaki sınır ve eğrilik şartları şekil 4.6 d 'de gösterildiği üzere uzun kiriş BB için, eğilme momenti boylu boyunca sıfırdır ve böylece denklem (4.4)  $\sigma = M$  ile  $|\bar{\kappa}| = \left| -d^2\bar{u}/dx^2 \right| \leq 1$  verir ve tek olmayan bitişik yer değiştirme alanı  $-2L^2 + x^2/2 \leq \bar{u} \leq 2L^2 - x^2/2$  (şekil 4.6 g 'de taralı alan) elde edilir. İkincisi  $L^2/2$  (şekil 4.6 g'de C noktasında) merkezi bir yer değiştirme (çökme) içerir, kinematik kabulü sağlanır. Özgül maliyet fonksiyonu bu problemde (şekil 4.6 h) dış bükey olduğundan ve kısıtlılıklar lineerliğinden; optimallik için gerek ve yeter şartlar yerine getirilir ve böylece şekil 4.6 b- 10.6 f'deki çözüm gerçekten optimaldir.

#### 4.3.5 Kafes ve Kiriş Yerleşim Teorisinde Tam Çözümlerde Optimal Bölgeler

Kirişler ve kafesler için tam optimal yerleşim türetmede, yapısal sistem olası uzayın tüm noktalarında tüm olası doğrultularda elemanlar içerir. Denklem (4.4) ile bitişik genelleştirilmiş birim şekil değiştirmenin mutlak değeri  $k$ 'dir. Herhangi yok olmayan elemanın doğrultusu bitişik birim şekil değiştirme alanının bir asal doğrultusuyla uyuşmalıdır,  $\bar{\varepsilon}_1 = k$ 'nin asal birim şekil değiştirmesine ilave olarak, ikinci asal birim şekil değiştirmenin mutlak değeri  $\bar{\varepsilon}_2 \leq k$  olmalıdır ve  $k=1$ 'i benimseyerek, yükler ve yok olmayan elemanların olduğu olası uzayın tüm noktalarında kiriş ve kafesler için optimal bölgelerin takip edilmesi mümkün kılınır.

$$R^+ : \sigma_1 > 0, \sigma_2 = 0, \bar{\varepsilon}_1 = 1, |\bar{\varepsilon}_2| \leq 1$$

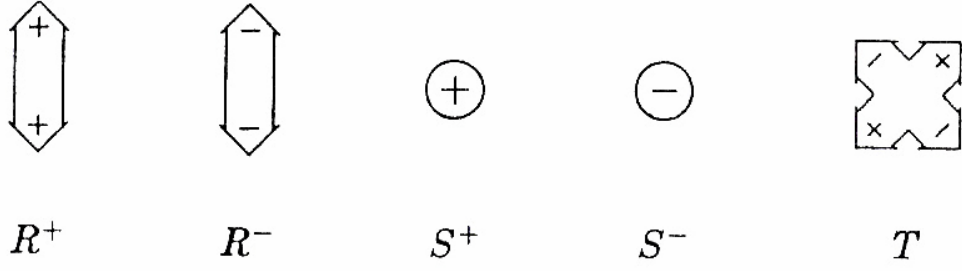
$$R^- : \sigma_1 < 0, \sigma_2 = 0, \bar{\varepsilon}_1 = -1, |\bar{\varepsilon}_2| \leq 1$$

$$S^+ : \sigma_1 > 0, \sigma_2 > 0, \bar{\varepsilon}_1 = \bar{\varepsilon}_2 = 1, \tag{4.10}$$

$$S^- : \sigma_1 < 0, \sigma_2 < 0, \bar{\varepsilon}_1 = \bar{\varepsilon}_2 = -1,$$

$$T : \sigma_1 > 0, \sigma_2 < 0, \bar{\varepsilon}_1 = -\bar{\varepsilon}_2 = 1,$$

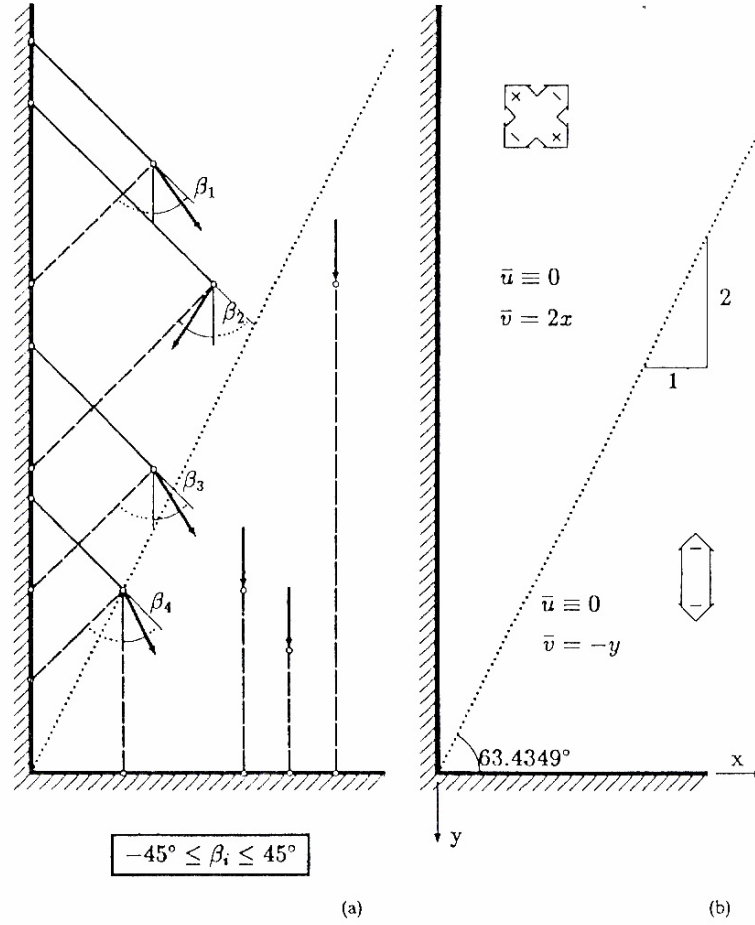
Burada  $\sigma_i = M_i$ ,  $\bar{\varepsilon}_i = \bar{\kappa}_i$  kafesler için ve  $\sigma_i = N_i$ ,  $\bar{\varepsilon}_i = \bar{\varepsilon}_i$  kirişler için. Denklem 4.10 ilişkilerinde optimal bölgelerin çeşitli tiplerini gösteren semboller şekil 4.7'de gösterilir.



Şekil 4.7. Yerleşim Teorisi uygulama örneği

#### 4.3.6 Bir Tam Optimal Kiriş Yerleşim'in Örneği

Şekil (4.8 b ) bir yatay ve düşey doğru ile oluşturulan kiriş ile mesnede düşey bir noktada yükün optimal iletimini düşüneceğiz. Bu problemde, yapısal sistem elemanlarının ( olası uzayın (  $x \geq 0, y \leq 0$  ) herhangi verilen noktasında ) sonlu sayısından oluşan elemanlar her doğrultuda çalışabilir.



Şekil 4.8. Gerçek bir kiriş örneği

İlk önce, (4.10 ) ve (4.7) ilişkilerinde optimal bölge ile olası uzayı kaplayıp süreklilik ve kinematik sınır şartlarının oluşmasını sağlamalıyız.

$$x \geq 0, y \leq 0, \bar{u} = \bar{v} = 0 \quad (4.11)$$

burada  $\bar{u}$  ve  $\bar{v}$  sırasıyla , $x$  ve  $y$  doğrultularında bitişik yer değiştirmelerdir. Dipte bir  $R^-$  bölgesi ve üstte bir  $S$  bölgesi olan bir topoloji deneyeceğiz. Şekil 4.8 b' de 2:1 eğimli bir bölge sınırı bulunmaktadır.

Üst bölgede

$$\bar{u} \equiv 0, \bar{v} = 2x, \bar{\varepsilon}_x = d\bar{u} / dx = 0, \bar{\varepsilon}_y = d\bar{v} / dy = 0, \bar{\gamma}_{xy} = d\bar{u} / dy + d\bar{v} / dx = 2$$

$$\bar{\varepsilon}_{1,2} = \frac{\bar{\varepsilon}_x + \bar{\varepsilon}_y}{2} \pm \left[ \left( \frac{\bar{\varepsilon}_x - \bar{\varepsilon}_y}{2} \right)^2 + \frac{\bar{\gamma}_{xy}^2}{4} \right]^{1/2}, \bar{\varepsilon}_1 = 1, \bar{\varepsilon}_2 = -1$$

$$\alpha = 1/2 \arctan \frac{\bar{\gamma}_{xy}}{\bar{\varepsilon}_x - \bar{\varepsilon}_y} = 1/2 \arctan \infty = 45^\circ \quad (4.12)$$

ve alt bölgede

$$\bar{u} \equiv 0, \bar{v} = -y, \bar{\varepsilon}_x = d\bar{u} / dx = 0, \bar{\varepsilon}_y = d\bar{v} / dy = -1,$$

$$\bar{\gamma}_{xy} = d\bar{u} / dy + d\bar{v} / dx = 0, \bar{\varepsilon}_1 = -1, \bar{\varepsilon}_2 = 0, \alpha = 0 \quad (4.13)$$

burada  $\alpha$  düşeye göre birinci asal yer değiştirmenin doğrultusudur.

Yukarıdaki sonuçlar ve (4.10) ilişkilerinden ,üst bölgede,optimal çubuklar düşeye  $\pm 45^\circ$  ile çalışmalıdır ve sırasıyla iki asal doğrultuda çekme ve basma almalıdırlar ve dip bölgede dikey olmalıdırlar. Basitçe kontrol edilebileceği gibi (i) kinematik sınır şartları  $\bar{u} = \bar{v} = 0$  mesnetler boyunca ve (ii) bölge sınırı boyunca süreklilik şartları şekil 4.8 b 'deki yer değiştirme alanlarını sağlar. Optimal çubuk doğrultuları ve karşı gelen kuvvetlerin işaretleri şekil 4.8 b 'de oklarla gösterilir. Bu çözüm ve karşı gelen optimal kafes elemanları için kabul edilebilir yüklerin örnekleri şekil 4.8 a 'da gösterilmektedir. Oysa üst bölgede, yükler çevrilebilir düşeyle  $\pm 45^\circ$  ile herhangi bir açıda, kuvvetler ise şekil 10.8 b 'de bitişik alanın dip bölgesinde dikey olmalıdır. Bölge sınırı boyunca yükler için, optimal kiriş üç çubuktan oluşabilir ( $\beta_4$  şekil 4.8 a 'da ).

Yukarıdaki çözüm 1980'lerin sonunda elde edilmiştir. (Rozvany ve Gollub,1990).\*

Üst bölgede kabul edilebilir yük doğrultularının alanı gerçekte iki çubuktan birinin basınçta iken diğerinin çekme de olmasındandır.Karşı gelen yükler denge için dikey olmalıdır.Çünkü dikey doğrultularda sadece çubuklar alt bölgede bitişik alanla kabul edilebilir.Şekil 4.8 a 'da gösterilen tüm yükler eş zamanlı etkileyebilir veya verilen optimal yerleşim için ayrı olarak etkileyebilirler.

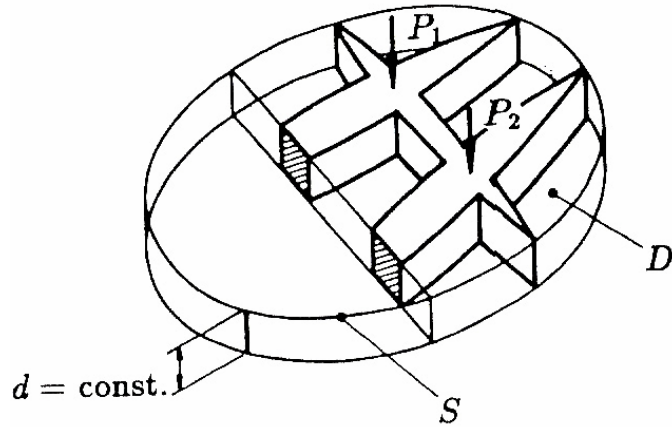
Not:

Kiriş ve kafes içeren tüm çözümlerde , sürekli kalın çizgiler çekme olan elemanları veya pozitif moment ve kesik çizgiler basma veya negatif momenti gösterirler.

#### 4.4 En hafif Kafes Sistemleri

##### 4.4.1 Genel Bakış

Tam yerleşim teorisinin en başarılı uygulamalarından biri kafes yerleşimlerinin optimizasyonudur.Prager ile aşağıdaki işaretden görülebileceği üzere : “ Michell kirişleri literatürde oldukça geniş olmasına rağmen, matematik olarak benzer en hafif kafes sistemleri geçen on yıl boyunca geliştirilmiştir.Bu teori optimal kafeslerden daha geç ele alınmasına rağmen daha fazla gelişmiştir.(Prager Ve Rozvany,1977)\*\*



Şekil 4.9. Kafes yerleşim örneği

\* Rozvany, G.I.N., Gollub, W., (1990) Michell layouts for various combinations of line support , part I.International Journal of Mechanical Science, 32 (12) 1021 - 43

\*\* Prager, W. , Rozvany, G.I.N. (1977) Optimization of Structural geometry,in Dynamical Systmes (eds.A.R. Bednarek , L.Cesari ) , Qacademic Press, New York , pp.265-293

Kafes optimizasyon problemi aşağıdaki gibi tariflenebilir .(Şekil 4.9) : Bir yapısal tanım aralığı  $D$  , iki yatay düzlem ve bazı düşey yüzeylerle sınırlanmıştır ve bir düşey yük sistemine maruzdur bu sistemde değişken genişlikli dikdörtgen kesitli kirişlerle verilen mesnetlere iletilir.Kirişler içerilen yapısal tanım aralığında minimum bir ağırlık ( hacim) alırlar. Kiriş sistemi verilen bir akma gerilmesi veya verilen uygunlukta elastik olarak dizayn edilirler.

Yukarıda aktarılanlardan da anlaşılacağı üzere, Prager aşağıdaki özelliklerden dolayı özellikle kafes optimizasyon problemini önemli saymıştır.

**Kafes çoğu yükleme ve sınır şartları için kapalı formda-analitik çözümler için tamamen iki-boyutlu yapısal optimizasyon problemlerinin birinci sınıfını oluşturmaktadır.**

**Optimal kafes Michell yapılardan ( en hafif kafesler ), daha pratiktir, çünkü ikincisi formülde ihmal edilen kararsızlığa maruzdur.**

**Katı levhalarda gövdelerin optimal topolojisi ve delikli levhada delikler minimum ağırlık kafes sistemine benzer bulunmuştur. ( yani Cheng ve Olhoff,1981 ) \***

**Bir bilgisayar algoritması optimal kiriş yerleşim alanı ve sınır şartlarını analitik olarak üretip çizmek için yeterlidir. (Rozvany ve Hill,1978 \*\*; )**

**Aynı kafes yerleşim düzeni için ,plastik tasarım ve elastik tasarımda gerilme ile bir doğal frekans kısıtlılığının optimal olduğu gösterilmiştir. (Rozvany,1976 \*\*\* ; Olhoff and Rozvany,1982 \*\*\*\* ).**

**Eğer iç basit mesnetler yoksa optimal kafes yerleşimde yük ( negatif olmayan ) dağılımından bağımsızdır**

**Bitişik yer değiştirme alanı kolayca üretilebilir ve bu etki yüzeyi herhangi ( negatif olmayan) bir yükleme için toplam yapısal ağırlık bitişik çökmelerin**

---

\* Cheng, K.T., Olhoff, N., (1981), An investigation concerning optimal design of solid elastic plates.International Journal of Solids and Structures, 17, 305 -23

\*\* Rozavany, G.I.N., Hill, R.H.; (1978), A computer algorithm for deriving analytically and plotting optimal structural layout.Computers and Structures, 10, 295-300

\*\*\* Rozvany, G.I.N., (1976) Optimal Design of Flexural Systems, Pergamon, Oxford.

\*\*\*\* Olhoff, N. , Rozvany , G.I.N., (1982) , Optimal Grillage layout for given natural frequency.Journal of Engineering Mechanics of ASCE , 10, pp. 971-5

ve yüklerin çarpımının integraline eşit olur .  
**Optimal kafes teoriye birçok ilaveler yapılmıştır bunlarada aşağıdaki kısımlarda değineceğiz.**

#### **4.4.2 Daha Önceki Gelişmelerin Gözden Geçirilmesi**

Analitik çözümler şu anda

**ñıdaki**

### 4.4.3 Yeni Gelişmeler

#### 4.4.3.1 Basit mesnet ve ankastre sınırlarla mesnet maliyeti için birleştirilmiş yapılar.

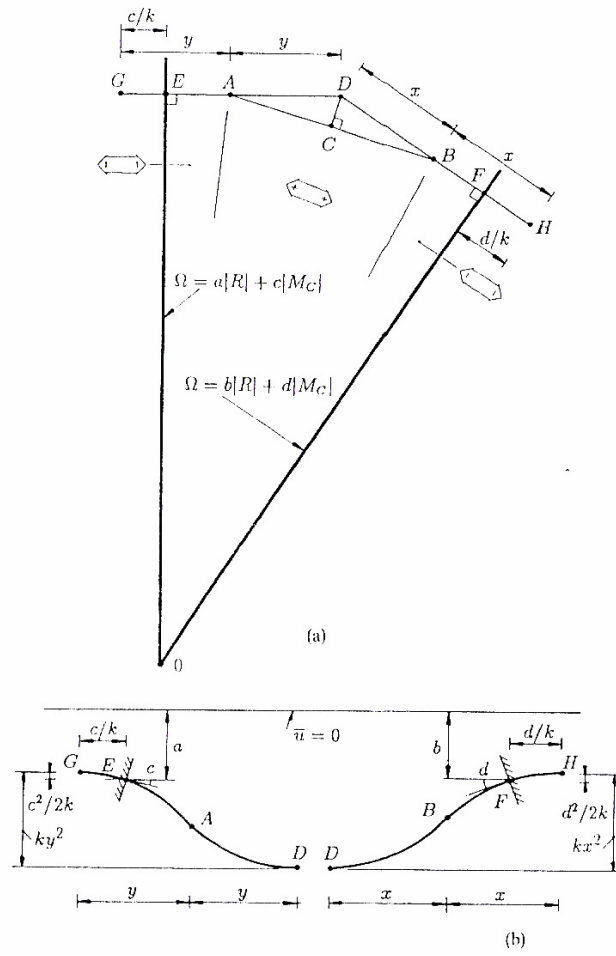
Şekil 4.10 ve 4.11’de verilen basit yapılar oldukça yeni türetilmiştir.(Rozvany, 1994 )<sup>\*</sup>.

Ankastre mesnetler de maliyetin  $\Omega = a|R| + c|M_c|$  veya  $\Omega = b|R| + d|M_c|$  oldukları varsayılır ve basit mesnetler  $\Omega = b|R|$  , ki  $a, b, c, d$  sabit olarak verilirler,  $R$  birim uzunlukta dikey reaksiyondur ve  $M_c$  birim uzunlukta ankastre mesnettir.  $x$  ve  $y$  uzunlukları aşağıdaki ilişkileri de sağlamalıdır :

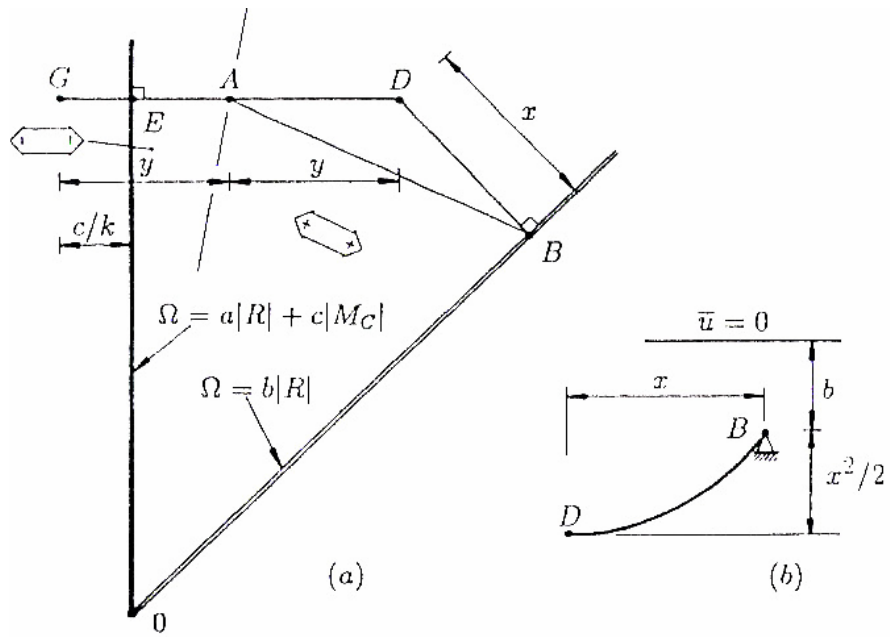
---

boundaries.International Journal of Mechanical Science , 15, pp. 665-77

<sup>\*</sup> Rozvany, G.I.N., Optimal layout theory-allowance for the cost of supports and optimization of support locations. Mechanics and Structures of Machines , 22



Şekil 4.10. İki yönde mesnetlenmiş kiriş örneği



Şekil 4.11. Tek yönde mesnetlenmiş kiriş örneği



$$(\text{şekil 10.10a}) \quad a + ky^2 - c^2 / 2k = b + kx^2 - d^2 / 2k \quad (4.14)$$

$$(\text{şekil 10.11a}) \quad a + ky^2 - c^2 / 2k = b + kx^2 / 2 \quad (4.15)$$

Doğal olarak , yukarıdaki birleştirilmiş yapılar  $a = b = c = d = 0$  mesnet maliyetsiz kafes için de geçerlidir. Şekil 4.10.a ve 4.11. a' daki yapıların ispatı 4.10 'daki denklemler optimal bölgelerin tipine ; kinematik sınır şartlarının sağlanmasına ve de süreklilik ile bölge sınırı boyunca eğim sürekliliği şartlarına sağlanmasına bağlıdır.

Şekil 4.4 ile , mesnetler boyunca bitişik yer değiştirmeler tepki bileşenlerine göre mesnet maliyet fonksiyonu ,  $\Omega$ 'nın kısmi türevleri ile verilir. Bir tepki maliyet fonksiyonu  $\Omega = a|R| + c|M_c|$  için ,örneğin, bir bitişik çökme  $\bar{u}$  ve eğimi olan  $\bar{s}$  'i biliyoruz.

$$\bar{u} = a, \quad \bar{s} = c \quad (R > 0, M_c > 0) \quad (4.16)$$

Tüm optimallik şartlarını sağlayan bitişik çökmeler şekil 4.10 b ve 4.11 b' de gösterilmektedir ( detaylar için, Rozvany ( 1994 ) \*makalesine bak ).

Şekil 4.10 ve 4.11'deki yapıları analitik olarak üretmek ve analitik olarak tanımlanan düz ve eğrisel basit mesnetli ve ankastre sınırların herhangi bir birleşeni için optimal yerleşimleri çizmek için bir bilgisayar programı D.Gerdes tarafından Essen Üniversitesi'nde geliştirildi. Bilgisayarın ürettiği bu analitik çözümlerin bazıları şekil 4.12' de verilir.Bir doğrultudaki çizgiler bir  $R$  bölgesinde kirişleri gösterir ,  $90^0$  de iki doğrultudaki çizgiler bir  $T$  bölgesindeki kirişleri ve siyah alanlar  $S$  (ki tüm kiriş doğrultuları denk olarak optimaldir) bölgesini gösterirler.Üst ve sol dipteki çözümler sırasıyla iki veya dört iç nokta mesnedine sahiptir.

Yukarıda anılan otomatik bilgisayar algoritması noktalar merkez diye tanımlanan noktaları bulur. 4.14 ve 4.15 denklemlerindeki ilişkilerin tipleri iki sınır noktasından daha fazlası ile sağlanır. Örneğin, şekil 4.13'de  $D$  merkezi sınır noktası  $G$  ,  $H$  ve  $L$  'ye göre aşağıdaki ilişkiyi sağlar.

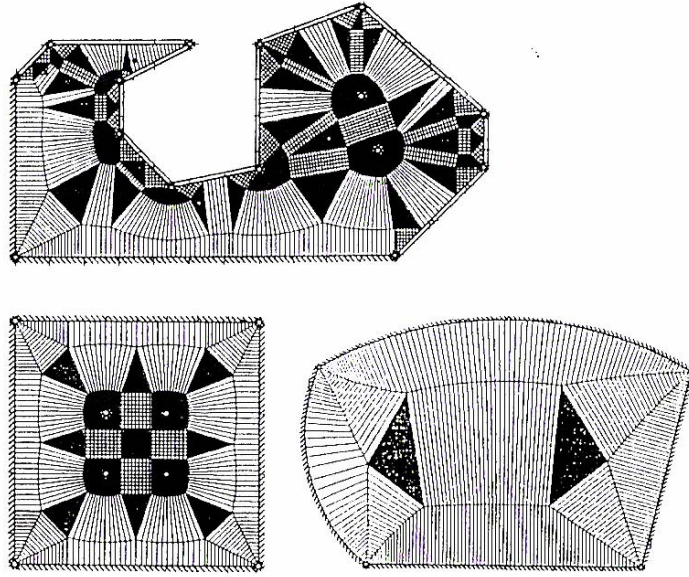
$$a + ky^2 - c^2 / 2k = b + kx^2 - d^2 / 2k = e + kz^2 / 2 \quad (4.17)$$

burada  $\overline{DG}, \overline{DH}, \overline{DL}$  sınıra diktir.Yukarıdaki yapıda her sınır noktasına göre  $G$  ,  $H$  ve  $L$  bitişik çökme değerleri  $\bar{u}_D$  aynıdır.  $\bar{u}_{DM} = \bar{u}_{DG} = \bar{u}_{DL}$  ile  $\bar{u}_{DG} = a + ky^2 - c^2 / 2k$  ,

---

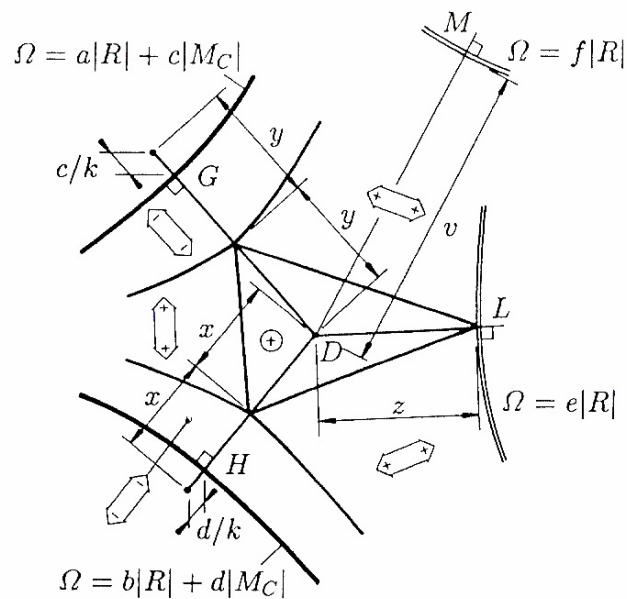
\* Rozvany, G.I.N., Optimal layout theory-allowance for the cost of supports and optimization of support locations. Mechanics and Structures of Machines , 22

$$\bar{u}_{DM} = b + kx^2 - d^2/2k, \bar{u}_{DL} = e + kz^2/2 \text{ 'dir.}$$



Şekil 4.12. Şekil 4.10 ve 4.11 'in bilgisayar yardımı ile elde edilmiş yapıları

Ancak,şekil 4.13'de yerleşimlerin optimalliği önemli bir ilave şarttır ve bir normal için herhangi bir diğer sınır noktası merkez  $D$ 'den çizilebilir ve denklem (4.17)'dekinden daha büyük bir  $\bar{u}$  değeri verir.Örneğin şekil 4.13'de, sınır noktası için,  $\bar{u}_{DM} = f + kv^2/2$ ,  $\bar{u}_{DM} = \bar{u}_{DG} = \bar{u}_{DL}$ 'den daha büyük olmalıdır. Her bir potansiyel merkez için eğer kenarların sayısı bağıl olarak yüksek ise böyle testlerden çok sayıda bilgisayar yardımı ile tamamlanmalıdır (şekil 4.12'nin üstünde).



#### Şekil 4.13. Üç sınırlı bağlantı yapısı

Her bir merkez için, şekil 4.13'deki yapı "bağlantı" olarak ifade edilen bir  $S^+$  bölgesini tanımlar ( Rozvany , 1976) \*. İki tane bu tür bağlantı (siyah üçgen alanlar ) şekil 4.12'nin alt sağ köşesindeki çözümde gösterilmiştir.

#### 4.4.3.2 Serbest Birleşim ile Kafes Sistemi , basit mesnetler ve ankastre uçlar.

Serbest ve basit mesnetli uçlu kafes geometrilerinin bazı izole halleri için, çözümler daha önce anlatılmıştı. ( Prager ve Rozvany, 1977\*\* ; Rozvany 1981\*\*\* ) .Genelde, serbest uçlar boyunca optimal topoloji , negatif eğilmede kısa kirişlerden ve pozitif eğilmede uzun kirişlerden oluşur ( şekil 4.14 a). Düz serbest uç boyunca uzunluk  $t$  ve uzun ve kısa kiriş arasındaki açı arasındaki ilişki için genel denklem ( Rozvany ve Gerdes, 1994) \*\*\*\*

$$\frac{t}{a} = \exp \left[ \int_{\alpha}^{\alpha_0} \frac{\sin \gamma d\alpha}{\sin(\alpha + \gamma) \cos(2\alpha + 2\gamma) \sin \alpha} \right] \quad (4.18)$$

Şekil 4.14. b ve  $A$  noktasında bitişik çökme ( şekil 4.14. c ) aşağıda ifade edilir.

$$\bar{u} = \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \right)_D (a - t_A) - \int_{t_A}^{\alpha} \cos(2\alpha)(t - t_A) dt \quad (4.19)$$

$$\left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \right)_D = \frac{a \sin \gamma \sin(2\alpha_0 + \gamma)}{2 \sin^2(\alpha + \gamma)} \quad (4.20)$$

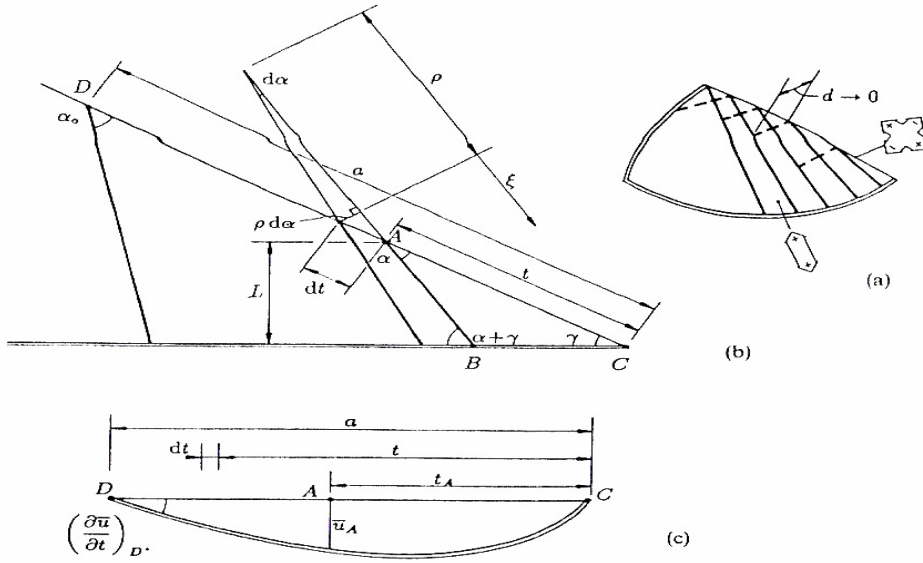
---

\* Rozvany, G.I.N., (1976) Optimal Design of Flexural Systems , Pergamon, Oxford.

\*\* Prager, W. , Rozvany, G.I.N. (1977) Optimization of Structural geometry,in Dynamical Systmes (eds.A.R. Bednarek , L.Cesari ) , Qacademic Press, New York , pp.265-293

\*\*\* Rozvany, G.I.N., (1981) Optimality criteria for grids, shells and arches, in Optimization of Distributed Parameter Structures , Proceedings of NATO ASI , Iowa City, 1980, Sijth and Noorhoff, Alphen aan der Rijn , pp.112-51

\*\*\*\* Rozvany, G.I.N., Gerdes, D. (1994) , Optimal layout of grillages with free, simply supported and clamped edges.Structural Optimization



Şekil 4.14. Serbest ve basit mesnetli kafes geometrisi

Bu genel denklemlere rağmen şu anda sadece sayısal integrasyon ile çözüm elde edilebilir ve  $\gamma = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  için bilinen analitik çözümlere indirgenir. (Rozvany, 1989)\*. Üstelik, yukarıdaki çözümlerde serbest köşe herhangi bir  $A$  noktasında ; basit geometrisi ile basit kirişe paralel doğrultuda bitişik eğimi aşağıdaki ifade ile verilir.

$$slope_{A,II} = t \sin \gamma \cot(\alpha + \gamma) \quad (4.21)$$

Düz serbest bir uç için bu düz ankastre bir mesnede paraleldir, yönetici denklemler aşağıda gösterilmiştir. (Rozvany ve Gerdes, 1994)\*\*

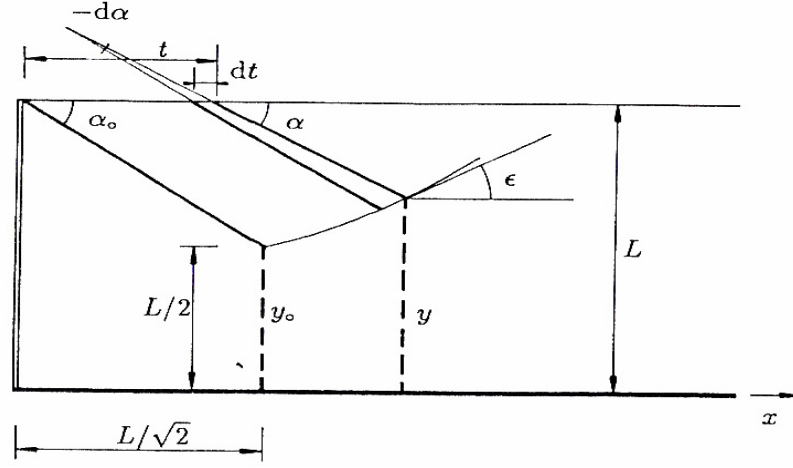
$$dt = -\frac{L-y}{\sin^2 \alpha} \frac{1 + \sin^2 \varepsilon}{2 \sin^2(\alpha + \varepsilon) - 1 - \sin^2 \varepsilon} d\alpha, \quad \frac{d^2 \bar{u}}{dt^2} = -\cos(2\alpha) \quad (4.22)$$

$$y = L - \sin \alpha \left[ (L^2 - 2\bar{u}) / (1 + \sin^2 \alpha) \right]^{1/2}, \quad \tan \varepsilon = dy / dx$$

4.22 denkleminde kullanılan sembollerin anlamı şekil 4.15’de gösterilmektedir. 4.22 denklemleri bazı örnekler ve ayrıık çözümlerle mukayese edilerek sayısal integrasyonla çözülr.

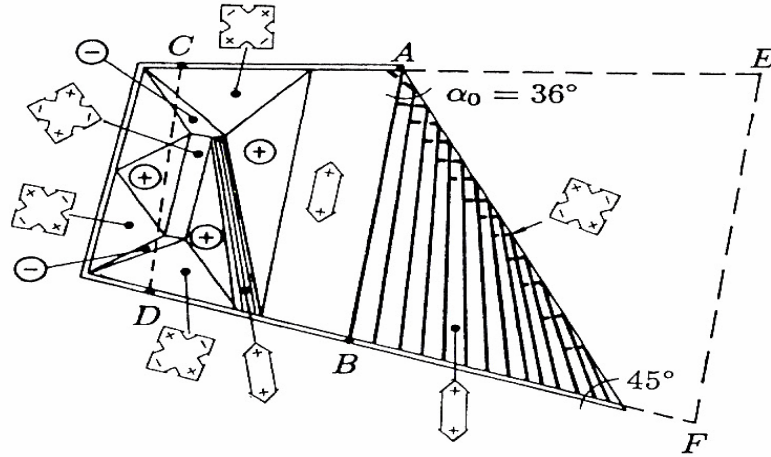
---

\* Rozvany , G.I.N., (1989) , Structural Design via optimality Criteria, Kluwer, Dordrecht.  
 \*\* Rozvany, G.I.N., Gerdes, D. (1994) , Optimal layout of grillages with free, simply supported and clamped edges. Structural Optimization



Şekil 4.15. kafes geometrisi nde serbest ve basit mesnetli kiriş

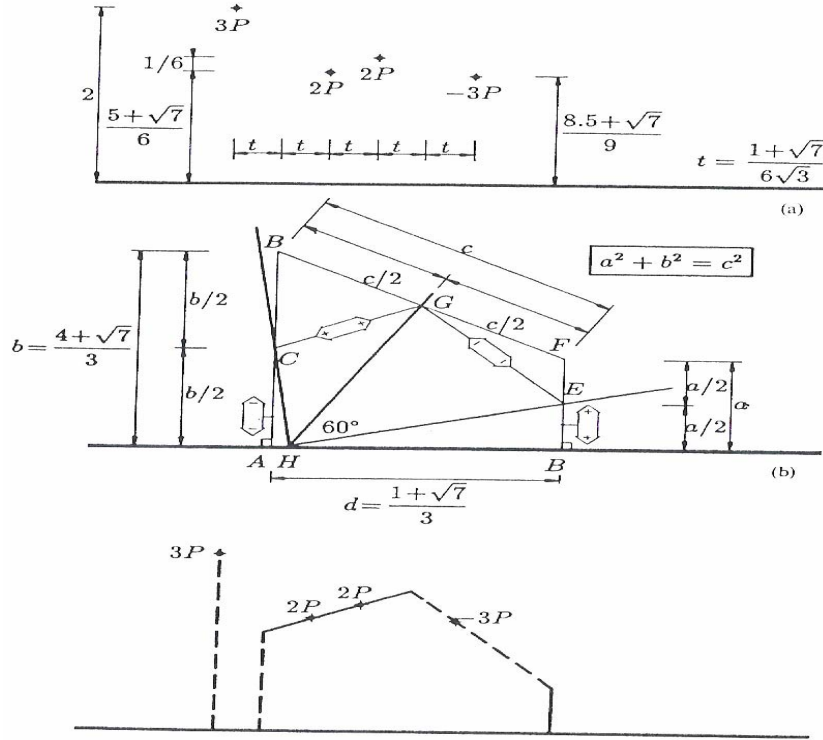
Kafes yerleşimlerinin karmaşıklıkları , hatta bağıl olarak basit sınır şartları için, bir üç basit mesnetli kenarlı bir kafes için en az ağırlık çözüm şekil 4.16'da gösterilmektedir. Kirişler serbest uçla ilişkili sadece  $R^+$  bölgesinde daha kalın çizgilerle gösterilir.



Şekil 4.16 Üç basit mesnet ve bir serbest köşeli kafes geometrisi çözümü

#### 4.4.3.3 Kısmi aşağı ,kısmi yukarı yüklemeli Kafesler

Daha önce anıldığı gibi ankastre ve basit mesnetli kenarlar için eğer tüm yükler aynı işaretliyse optimal kafes yerleşimleri yük dağılımından bağımsızdır. Eğer bu şart bozulursa, o zaman optimal kafes yerleşimleri (i) yüke bağlı ve (ii) çok daha karışık hale gelir.



Şekil 4.17 Kafes geometrisinde yukarı ve aşağı yük noktaları

Şekil 4.17 a , bir yukarı (negatif) ve üç aşağı nokta yük gösterir. Optimal çözümün geometrisi için basit değerleri elde etmeyi çalışırken yüklerin mesafesi yapay görülebilir.

Şekil 4.17 b'den görülebildiği üzere, problemlerin çözümü sayısal değişen bir bitişik yer değiştirmeye sahip  $\overline{HG}$  hayali bir basit kirişin tanımlanması ile elde edilebilir. Şekil 4.10 ve 4.11'deki yapı, hayali mesnet boyunca sürekli eğim ile, optimal yerleşimi oluşturur. (Şekil 4.17 c )

Yukarıdaki prosedürün detaylı bir işlemini (Rozvany,1993 )\*'de verilmektedir. Şekil 4.17 c ' deki çözüm tamamen Sigmund tarafından sayısal çözümlerle oluşturulmuştur.

#### 4.5 En Hafif Kiriş ( Michell yapılar.)

Kısım 4.2'de anıldığı üzere, En hafif birinci kiriş çözümleri ve onları türetmek için genel bir teori hemen hemen 90 yıl önce yayınlandı. (Michell ,1904)\* Bu konudaki en önemli yayınlar

\* Rozvany , G.I.N., (1993) Optimal Grillages Layouts for partially upwards and partially downward loading. Structural Optimization

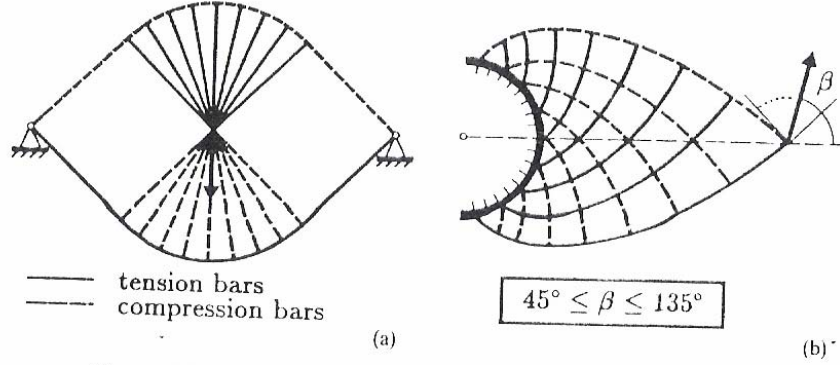
\* Michell , A.G.M., (1904) , The limits of economy of material in frame – structures. Philosophical Magazine, 8, 589-97

geçen 20 yıl boyunca Hemp (1973)'in \*\* bir kitabı ve Lagache (1981)'in \*\*\* bir makalesidir.

En hafif kirişler için optimal bölgeler tekrar denklem 4.10 ilişkileri ile verilir yani eleman kuvveti  $\sigma_i$  ile  $N_i$ 'yi yer değiştirebiliriz.

En hafif kirişler için en öncü çözümler kiriş tek bir nokta yüke maruz olmasına rağmen yoğun uzay elemanların sonsuz sayısından oluşmaktadır. ( Şekil 4.18 ; detaylı bir uygulama Hemp'in 1973'deki kitabı).

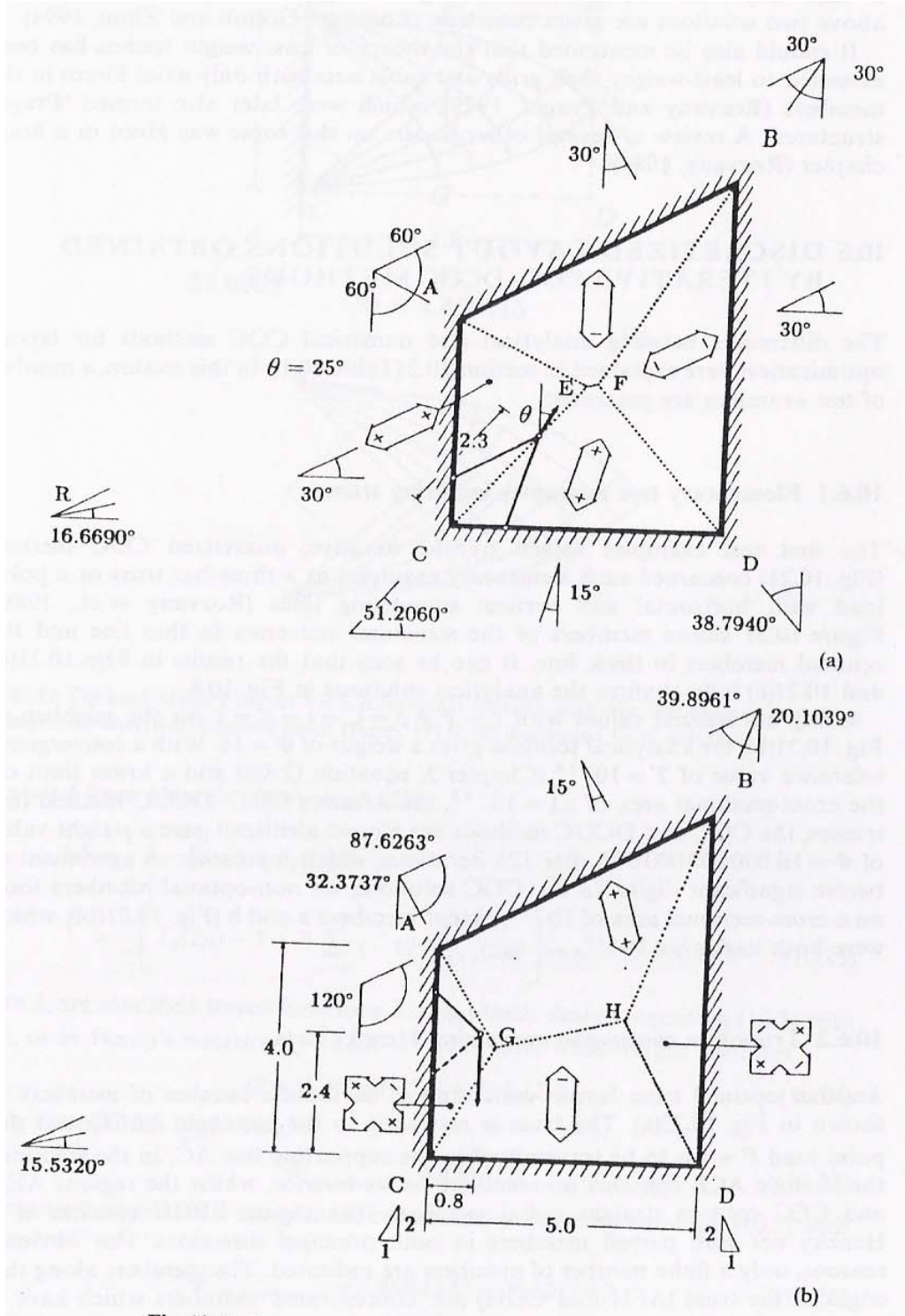
Michell yapılar eğer mesnetler statik olarak yüksekçe sınırlayıcı ise ( yani nokta mesnetleri veya kısa çizgi mesnetleri ) genellikle böyle karışık yapıda oluşurlar, fakat bağıl olarak basit olurlar eğer mesnetler daha uzun çizgi parçalarından oluştukları bulundu. (Rozvany ve Golloub,1990) ( şekil 4.8 ). Bu şekil 4.18 – 4.21'de gösterilir.



Şekil 4.18 Sonsuz sayıda elemandan oluşan Michell yapı

\*\* Hemp , W.S., (1973) Optimum Structures, Clarendon, Oxford.

\*\*\* Lagache , J.M., (1981) , Developments in Michell theory, in Proceedings of International Symposium on Optimal Structure Design , Tuscon , 1981, University of Arizona, Tuscon , AZ, pp.4.9-4.16

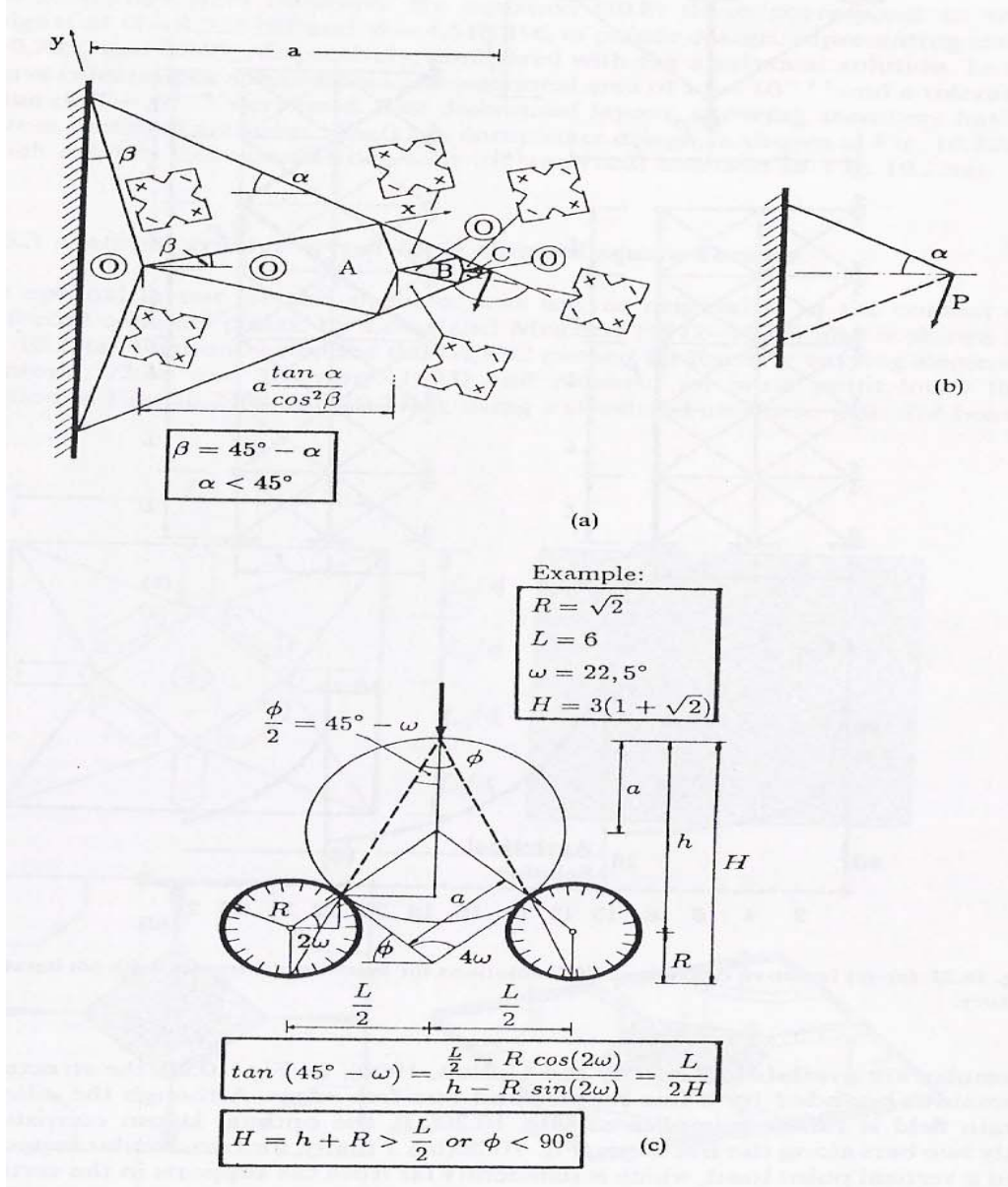


Şekil 4.19 Dörtgen mesned için en hafif kiriş örneği

Şekil 4.19 iki farklı yerde bir nokta yük optimal kiriş yerleşimine karşı gelen ile birlikte bir dörtgen mesnedi gösterir. Her ikisi de çok basit , iki çubuktan oluşur. Gösterilen optimal



çubuk doğrultuların, kesin formülleri vardır (Rozvany ve Gollub,1990\*). Şekil 4.20'de , yapısal tanım aralığı bir çizgi mesnedi ve iki serbest uç ile sınırlanır.Bitişik birim şekil değiştirme alanı daha karışık olmasına Şekil 4.20 a rağmen optimal yerleşim serbest uçlar boyunca sadece iki çubuktan oluşur.

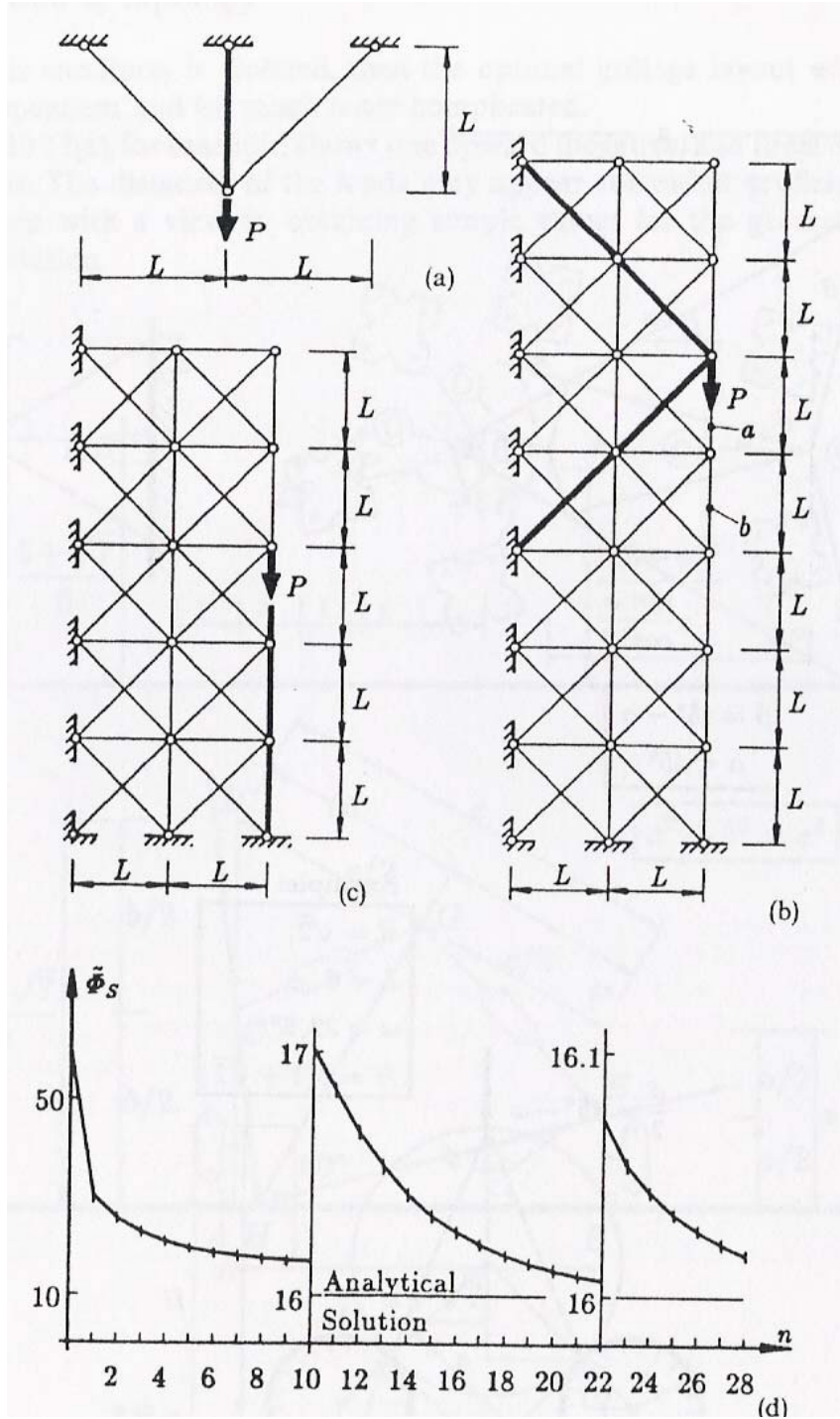


Şekil 4.20 Bir çizgi mesned ve iki serbest uçlu dairesel kiriş örneği

İki dairesel mesnet ve bir düşey nokta yükü için, düşey doğrultuda mesnetlerden yeterince uzaktadır, iki çubuktan oluşan optimal yerleşim Şekil 4.20 c 'nin merkez çizgisini dairelerin en küçük noktası ile kuvvetin ucuna bağlar.Bu çözüm sadece eğer çubukların eğimi 1/1'den

\* Rozvany, G.I.N., Gollub, W., (1990) Michell layouts for various combinations of line support , part I.International Journal of Mechanical Science, 32 (12) 1021 - 43

daha büyük ise geçerlidir. Yukarıdaki iki çözümün daha fazla detayı ( Rozvany, Gollub ve Zhou, 1994 \*) verilir.



Şekil 4.21 a-c En hafif kiriş yapı için ayrıık yinelenmiş COC çözümü d yinelenme özeti

\* Rozvany, G.I.N., Gollub, W., Zhou, M., (1994) , Michell layouts for various combinations of line support, part II International Journal of Mechanical Science

## 4.6 Tekrarlanan COC-DCOC Yöntemleri ile elde edilen ayrıklaştırılmış yerleşim çözümleri

Yerleşim optimizasyonu için, analitik ve sayısal COC yöntemler arasında farklar bölüm 4.2 'deki çizelge 4.1 'de açıklanmaktadır. Bu bölümde bazı örnekler verilecektir.

### 4.6.1 10.6.1. Kiriş İçeren Basit Test Örnekleri

Tekrarlama ile çözülen test örneklerinin birincisi, ayrıklaştırılmış COC yöntemi Şekil 4.21 ile ilgilidir. Basit örneklerle, bir üç çubuklu kiriş veya bir nokta yükü yatay ve düşey mesnet çizgileri ile (Rozvany ve diğerleri, 1989<sup>\*</sup>), Şekil 4.21 kalın çizgide optimal elemanlar ve ince çizgide tüm yapının elemanlarını gösterir. Şekil 4.21 b 'de ki ve 4.21 c 'deki sonuçlar tamamen Şekil 4.8'deki analitik çözümlere dönüşür.

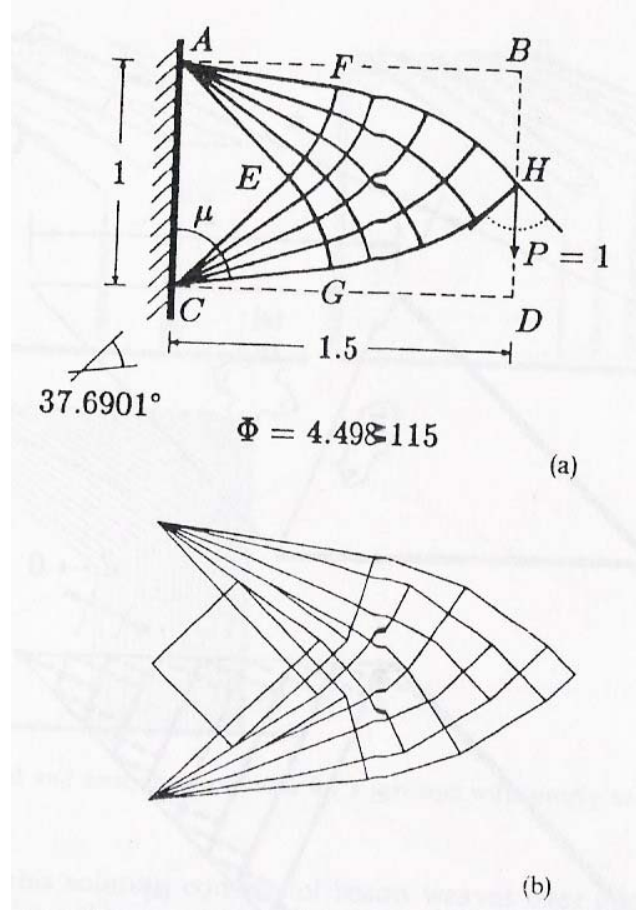
Şekil 4.21 b ' deki problem için  $L = P = \rho = C = t = E = 1$  ile normalize edilmiş değerleri kullanarak, analitik çözüm  $\Phi = 16$  bir ağırlığını verir.  $T = 10^{-14}$  bir yakınsama tolerans değeri ve  $x \downarrow = 10^{-12}$  'nin kesit alanı da daha düşük bir limit, COC-DCOC yöntem 126 tekrarlardan sonra  $\Phi = 16.000000000048$  'nin bir ağırlık değerini verir ve 12 önemli rakam uyumlu olarak elde edildi. COC çözümlerde, tüm optimal olmayan elemanlar  $15^{12}$  'nin kesit alanı üzerinde oldu,  $a$  ve  $b$  elemanları Şekil 4.21 b hariç,  $3 \times 15^{12}$  altındadır.

### 4.6.2 Hencky Ağlarını İçeren Süreklilik Tipi Kiriş

Sonlu elemanlardan oluşan diğer bir optimal kiriş yerleşimi Şekil 4.22 a 'da gösterilmektedir. Kafes  $ABCD$  dörtgeni ile sınırlıdır ve nokta yük  $P = 1$   $\overline{AC}$  mesnedine iletilir, çözümde, üçgen  $ACE$  içinde eleman içermez,  $AEF$  ve  $CEG$  bölgeleri düz radyal elemanlar içerirken  $EFHG$  bölgesi her iki asal doğrultuda eğri elemanlarla bir Hencky ağından oluşur. Açık sebepler için sadece elemanların sonlu sayısı gösterilir. Kafesin uçları boyunca elemanlar ( $AFG$  ve  $CGH$ ) diğerlerinden çok daha büyük kesit alanı olan yoğun yayılı elemanlardır. Yukarıdaki analitik çözüm Hemp (1973, sayfa 97-9)<sup>\*\*</sup> tarafından tartışılmıştır. Şekil 4.22 a 'da  $\mu$  açısı Hemp'in denkleminde hesaplanabilir.

\* Rozvany, G.I.N., (1989), Structural Design via optimality Criteria, Kluwer, Dordrecht

\*\* Hemp, W.S., (1973) Optimum Structures, Clarendon, Oxford.



Şekil 4.22 Bir çizgi mesned ve üç serbest köşe için Michell yapı çözümü a ) Analitik Çözüm  
b ) Ayrık COC çözüm

$$\begin{aligned}
 1.5 &= \frac{1}{2} \int_0^{2\mu} [I_0(t) + I_1(t)] dt \\
 &= \frac{1}{2} \left[ I_0(2\mu) - 1 + 2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n I_{2n+1}(2\mu) \right] \Rightarrow \mu = 82.690133^\circ
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

burada  $I_i$  modifiye Bessel fonksiyonlarıdır.  $K=1$  ile plastik tasarımı denklem 4.3 'ü kullanarak veya Hemp'in notasyonunda  $\sqrt{2FR/\sigma} = 1$  toplam kiriş ağırlığı

$$\Phi = (1 + 2\mu)I_0(2\mu) + 2\mu I_1(2\mu) \tag{4.24}$$

olur. Optimal kiriş ağırlığını veren

$$\Phi_{opt, plastic} = 4.498115 \tag{4.25}$$

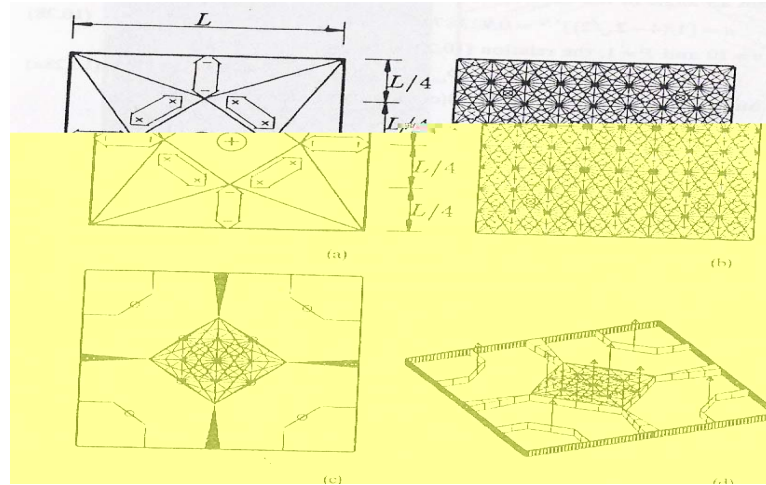
$c = k = r = C = 1$  eşitliği ve denklem 4.18 kullanılarak aşağıdaki sonuç elde edilir.

$$\Phi_{opt,compliance} = 4.498115^2 = 20.223042 \quad (4.26)$$

Bir uygunluk kısıtlılığı ile elastik yapısal bir sistem ile tekrarlanan COC-DCOC yöntemi kullanarak,  $\Phi = 20.540807$  'nin kafes ağırlıkları ve  $\Phi = 20.419699$  elde edilir. Denklem 4.8 ile bunlar  $\Phi = 4.532197$  ve  $\Phi = 4.518816$  'nın kafes ağırlıklarına karşı gelir ve analitik çözümlerle karşılaştırıldığında plastik tasarımda sırasıyla % 0,76 ve % 0,46 hatayı ifade eder. Yukarıdaki hesaplamalarda  $x \downarrow = 10^{-12}$  'nin bir minimum kesit alanı ve  $T = 10^{-8}$  tolerans değeri kullanıldı. Ayrıklaştırılmış yerleşim, uygunluk tasarımında  $z^e = 0.1$  'in üzerinde bir kesit alanına sahip elemanları gösteren, Şekil 4.22 b, Şekil 4.22 a 'da ki analitik çözümlerle açık benzerlikler gösterir.

#### 4.6.3 Ankastre Kare Bölge İçin Optimal Ağ Yerleşimi

Bu problem için takviyeli beton plakalar bağlamında, optimal yerleşim özgün olarak Lowe ve Melchers (1972-1973) \* tarafından türetilmiştir. Şekil 4.23 a 'da gösterilir. Sigmund DCOC metodu lineer değişen elemanlar için genişletti ve Şekil 4.23 c ve 4.23 d 'deki 9 nokta yük çözümünü 624 kiriş elemanlı Şekil 10.23 b 'deki yapısal sistemi kullanarak elde etti. (Sigmund, Zhou ve Rozvany, 1983) \*\* Analitik ve ayrıklaştırılmış çözüm hemen hemen aynı boyutsuz ağırlığı (0,234619 ve 0,2346201) verdi.



Şekil 4.23 Ankastre kare bölge için analitik ve ayrık çözümler

\* Lowe, P.G., Melchers, R.E. (1973) On the theory of optimal constant thickness fibre-reinforced plates, I,II,III.International Journal of Mechanical Science, 14, 311-24; 15, 157-70, 711, 26

\*\* Sigmund, O., Zhou, M., Rozvany, G.I.N., (1993), Layout optimization of large FE systems by new optimality criteria methods: applications to beam systems.in Proceedings of NATO ASI Concurrent Engineering Tools and Technologies for Mechanical Systems Design, Iowa 1992, Springer, Berlin

#### 4.6.4 İki Basit Mesnetli ve İki Serbest Uç Rhombic Kafes : Çözümde Kiriş Örgü

Yukarıdaki problem için, analitik çözüm ( $d \rightarrow 0$  ile) Şekil 4.24 a 'da gösterilmektedir. Uzun kirişlerin bir sonlu sayısı için, bu ağın yapısal ağırlığı ( Prager ve Rozvany, 1977a ) tarafından verilir.

$$\Phi = Pa^2 \left[ 1 + 3c^2 + (1 - c^2)/n \right] / 2 \quad (4.27)$$

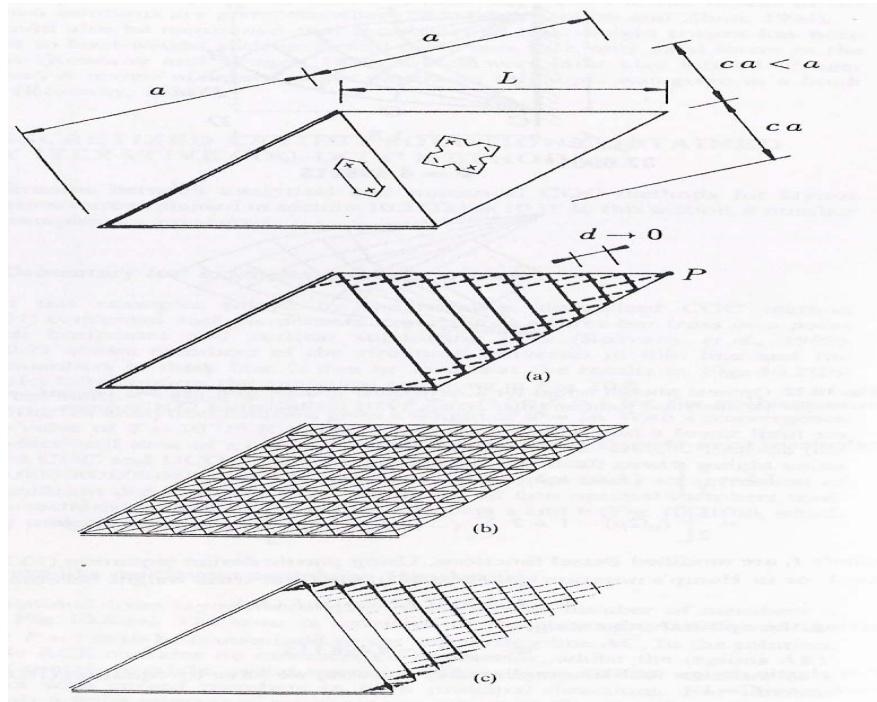
burada  $n$  uzun kirişlerin sayısıdır,  $C > 1$  ile  $2a$  ve  $2ca$  simetrisinin iki eksenleri boyunca ağın boyutlarıdır. 620 kiriş elemanından oluşan yapısal bir sistemi kullanarak, Sigmund Şekil 4.24 c 'deki çözümü elde etmiştir. Optimal çözümün tek olmamasından dolayı kısa kirişlerin bazıları uzun kirişlerden daha zahmetlidir. Bir kenar uzunluğu 1 olan ve  $45^\circ$  'lik kesin köşeli açılar ve yukarıdaki örnek için

$$a = \left[ 1 / (4 - 2\sqrt{2}) \right]^{1/2} = 0.92387953, c = \sqrt{2} - 1 = 0.41421356 \quad (4.28)$$

'e sahip oluruz.

$n = 10$  ve  $P = 1$  için, denklem 4.27 ağırlığı verir.

$$\Phi_{plastic} = 0.68180195, \Phi_{compliance} = \Phi_{plastic}^2 = 0.46485390 \quad (4.28 a)$$

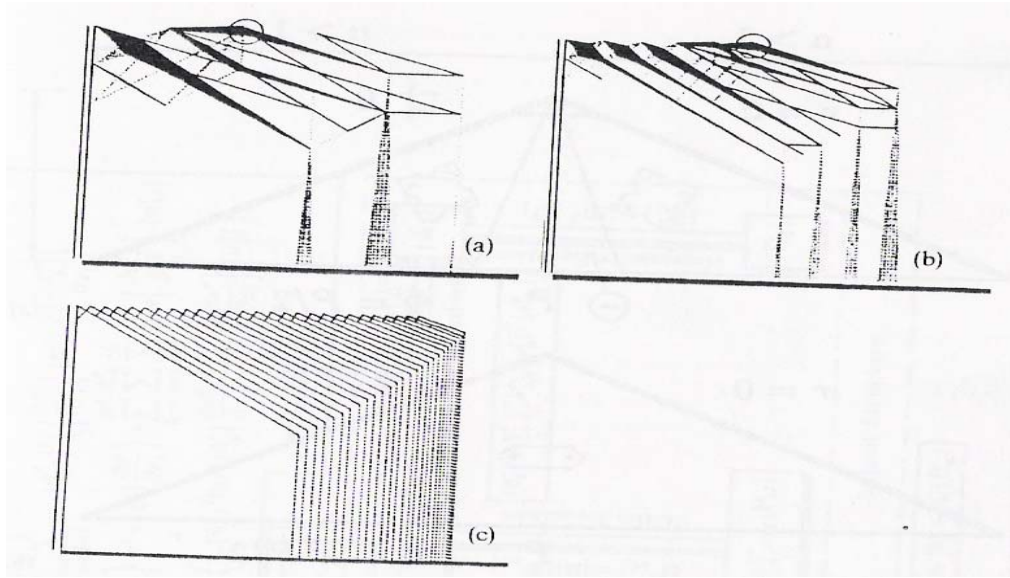


Şekil 4.24 Rhombic Kafes sistemi için analitik ve ayrık çözümler

#### 4.6.5 Basit Mesnetli , Ankastre ve Serbest Uçlu Kafes

İki ayrılaştırılmış çözüm, 466 ve 1982 kiriş elemanlı, sırasıyla yapısal sistemde, Şekil 4.25 a ve 4.25 b ' de gösterilmektedir.

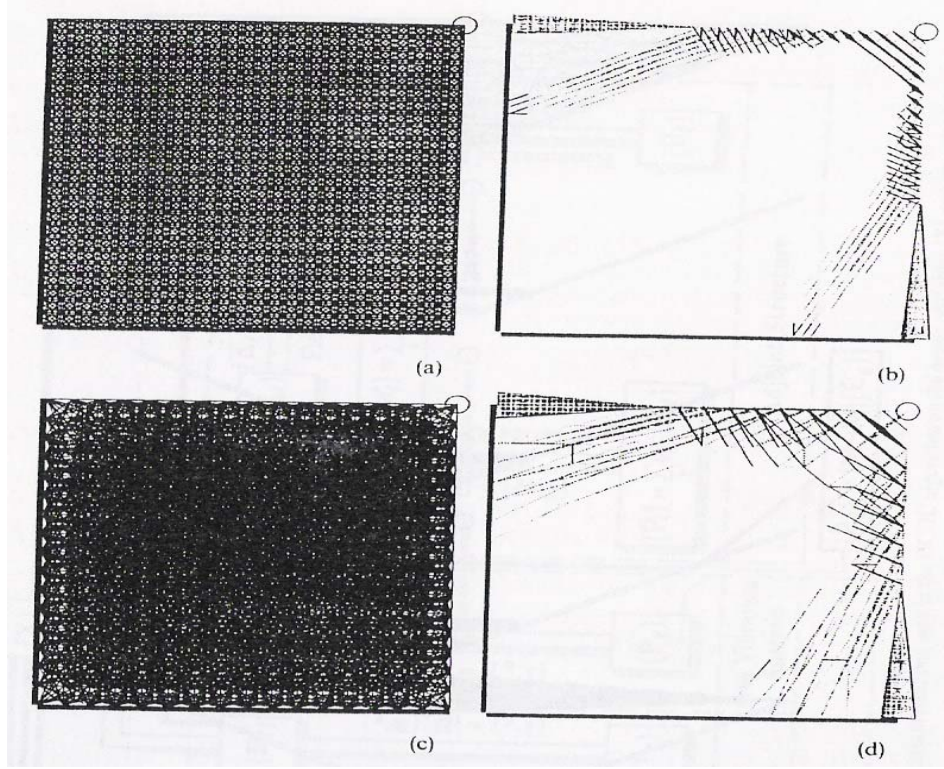
Analitik çözüme karşı gelen, 4.22 ifadelerinde diferansiyel denklemlerin sayısal birleşimine dayanan, ayrılaştırılmış çözümlere açık benzerlikler Şekil 4.25 c 'de gösterilir. Yukarıdaki ayrılaştırılmış çözümler gerçekte analitik çözümün türetilmesinden önce elde edilir ve yukarıda ayrılaştırılmış yerleşimler ile teklif edilen topolojiye dayanır.



Şekil 4.25 asit mesnetli ve serbest uçlu kafes için analitik ve ayrık çözümler

#### 4.6.6 İki Ankastre ve İki Serbest Uçlu Kare Kafes

Mesnet şartların bu bileşimi henüz analitik çözümü bilinmeyen nadir şartlardandır. Mesnetsiz köşede bir nokta yük düşünerek, serbest uç boyunca iki ankastreden oluşan basit bir kiriş yerleşimin esnek uygunluğu için  $\Phi = 0.250$  normalleştirilmiş bir ağ ağırlığı verir.



Şekil 4.26 İki serbest uç ve iki mesnetli kare kafes için ayrıık çözüm

9312 elementli Şekil 4.26 a , yapısal bir sistemi kullanarak,  $\Phi = 0.1819$  yapısal ağırlığı ile Sigmund Şekil 4.26 b 'deki çözümü elde etmiştir. Bu çözüm serbest uçların bir yarısında kiriş örgülerinden oluşur ve iki ağır ankastre kiriş ve negatif moment altında daha uzun kirişlerle dengelenmiştir.

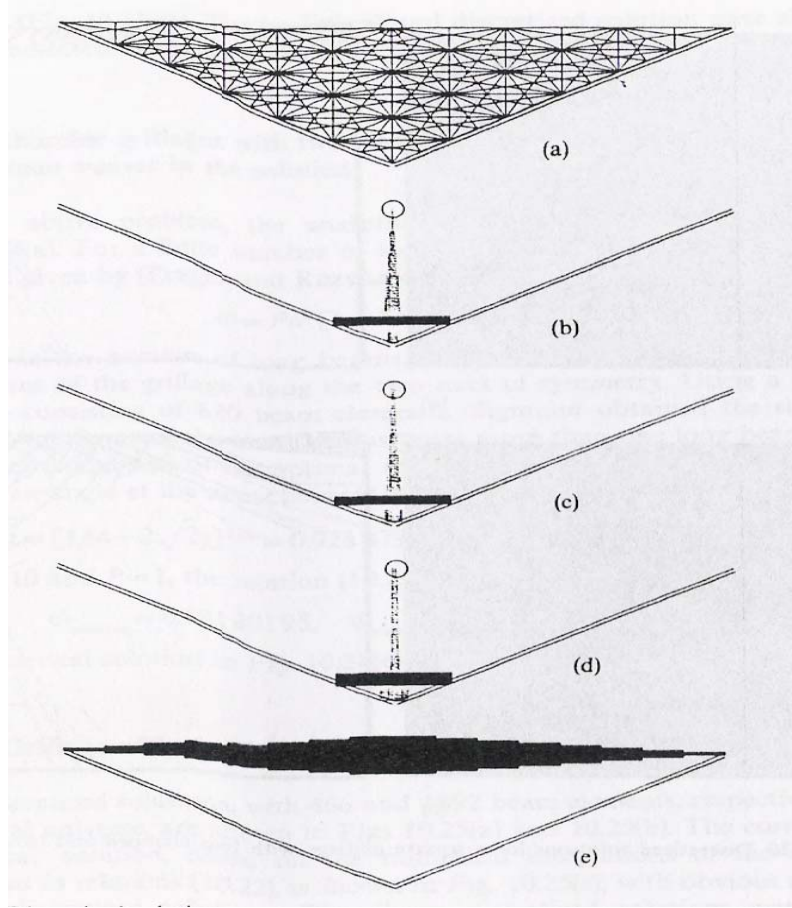
Şekil 4.26 a ve 4.26 b 'de kiriş doğrultuları  $0,1/1$  ve  $1/2$  eğimlerinden kenarlara sınırlanır. Şekil 4.26 c 'deki yapısal sistem  $1/3$  ve  $2/3$  ilave eğimlerini içerir.Şekil 10.26 d 'ye karşı gelen çözümün ağırlığı böylece daha yüksektir ( $\Phi = 1906$ ) fakat kiriş örgüsünün bir parçasını oluşturan uzun kirişlerin doğrultusunun değişimini daha iyi gösterir.

#### 4.6.7 Gerilme ve Çökme Kısıtlılıkları ile Pratik Bir Çözüm : İki Basit Mesnetli Uçlar ve Bir Serbest Uç ile Üçgen Ağ

COC- DCOC ile ayrıık yerleşim çözümlerin ana avantajı tasarım şartlarının birleşimlerini içermeleridir, gerilme, yer değiştirme, doğal frekans ve sistem burkulma kısıtlılıkları.

Şekil 4.27 'de basit mesnetli ucun uzunluğu 1.0 'dir ve simetri eksenine eğimi 2 : 1' dir.





Şekil 4.27 Kafes sisteminin köşe bölgesinde oluşan stress ve çökme yer değiştirmelerinin ayrıık çözümü

Yapısal sistem  $w$ . 299 eleman Şekil 4.27 a 'da gösterilmektedir ve izin verilebilir kayma gerilmeleri ve Şekil 4.28 'deki yapısal ağırlıklar aşağıdaki gibidir :

Sırası ile Şekil 4.27 b , 4.27 c , 4.27 d

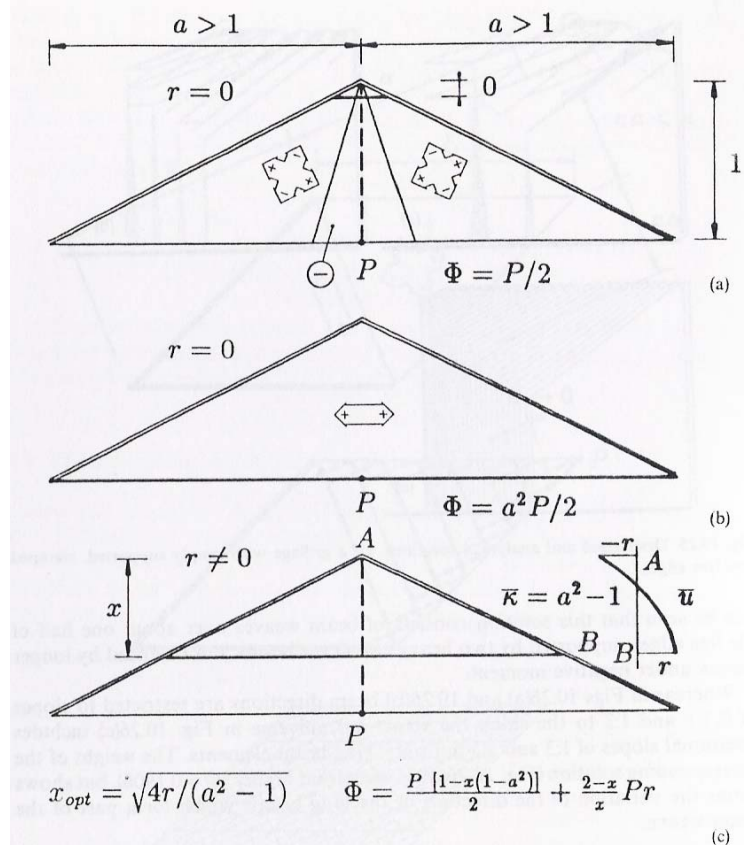
$$\tau_a = 17.79 \quad \Phi = 0.026653$$

$$\tau_b = 10.00 \quad \Phi = 0.027801$$

$$\tau_c = 6.00 \quad \Phi = 0.035282$$

(4.28 )

Yukarıdaki sonuçlar Sigmund tarafından bir normalize formülasyon  $w$ .  $P = \rho = t = 1$  kullanılarak elde edilir. Serbest uçlara kiriş elemanları kısıtlarsak, Şekil 4.27 e 'deki çözümü elde ederiz.



Şekil 4.28 a) Şekil 4.27 deki problemin gerçek plastik tasarım çözümü b) Lowe ve Melchers bölgesel topoloji çözümü (1972-1973) c) Mesnet maliyetleri çözümü

Bu çözüm,  $\Phi = 0.161626$  ( $\tau_{\max} = 4.82$  aktif olmayan) 'nin bir ağırlığı ile Lowe ve Melchers (1972-1973) \* tarafından teklif edilen pratik optimum bu halde optimal ağırlığın % 400 üzerini göstermektedir ve (Lowe,1988) \* tarafından iddia edildiği üzere Şekil 4.27 e 'deki topoloji bağıl olarak ekonomiktir. Şekil 4.28 a optimal bölgelerle birlikte aynı problem için analitik çözümü gösterir. Köşe boyunca kısa kenar teorik olarak sonsuz küçük uzunluktadır. Bir karşılaştırma için, Lowe-Melchers çözümünün bölge topolojisi ki, açıkça simetri eksenlerinin doğrultusunda, 4.4 eşitsizliğini bozar, ve Şekil 4.28 b 'de verilir. Sonuç olarak,  $\Omega = r|R|$  'nin mesnet maliyetleri için müsaade edilen tam optimal çözüm Şekil 4.28 c 'de gösterilmektedir ki , bir sabit olarak verilmektedir ve  $R$  tepkidir.

\* Lowe, P.G., Melchers, R.E. (1973) On the theory of optimal constant thickness fibre-reinforced plates, I,II,III.International Journal of Mechanical Science, 14, 311-24; 15, 157-70, 711, 26

\* Lowe, P.G., (1988) Optimization of systems in bending conjecture , bounds and estimates relating to moment volume and shape , in Proceedings of IUTAM Symposium on Structural Optimization , Melbourne, 1988, Kluwer , Dordrecht, pp. 169-76

## 4.7 Birkaç Yükleme Şartı ve Kendinden Adjoint Olmayan Problemler İçin Çözümler

### 4.7.1 Uygunluk Kısıtlılığı için Elastik Tasarım ve Birkaç Yükleme Şartı ile Plastik Tasarım

Tüm yükleme şartlarının en yüksek uygunluk değeri her eleman için alındı ve bu değerlerin toplamı tüm sistem için hesaplandı

Uygun ağırlık birleşenleri ( veya doğal frekanslar ) nesnel fonksiyonlar olarak alındı.

Her iki metod önemli miktarda işlemi basitleştirir ve sonraki tek bir uygun kısıtlılığına denktir. DCOC ile elde edilen çözümler gerçek çok yüklü problemlere dayanmaktadır.

Birkaç yükleme şartı ile kirişler için bir analitik yerleşim teorisi ile eş zamanlı geliştirildi. (Rozvany,1992/2)\*\* . Yerleşimin uygunluğu için aşağıdaki şartlara sahibiz.

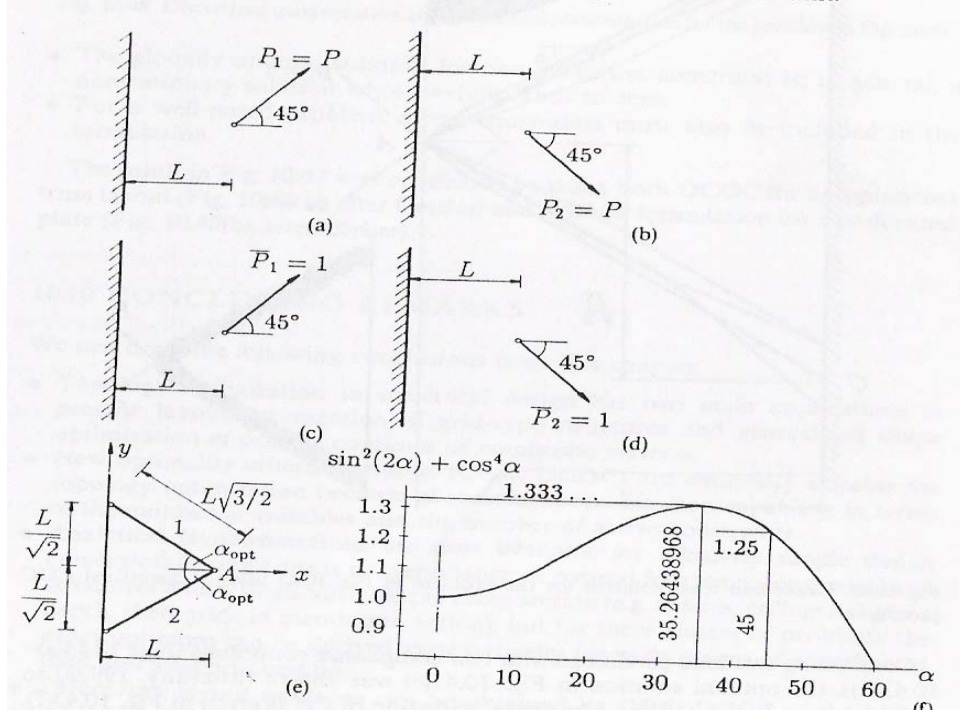
$$\begin{aligned} \mathcal{E}_l^e &= F_l^e / E^e A^e, \bar{\mathcal{E}}_l^e = \left( \sum_k v_{lk} F_{lk}^e \right) / E^e A^e \\ \frac{E^e}{\zeta^e} \sum_l \mathcal{E}_l^e \bar{\mathcal{E}}_l^e &\leq 1 & A^e &= 0 \\ \frac{E^e}{\zeta^e} \sum_l \mathcal{E}_l^e \bar{\mathcal{E}}_l^e &= 1 & A^e &\neq 0 \end{aligned} \quad (4.29)$$

burada  $l$  yük şartını ve  $k$  bir yer değiştirme kısıtlılığını gösterir. İki uygunluk kısıtlılığı ile şekil 4.29 a , 4.29 d iki yük şartı düşünerek, şekil 4.29 e 'de optimal çözüm 4.29 şartlarını sağlamak için gösterilmiştir. (Rozvany,1992/2)\*\*  $\mathcal{E}_l^e \bar{\mathcal{E}}_l^e$  'nin gerçek değişimi şekil 4.29 f 'de verilir. Burada dışbükey bir problem ile ilgilendiğimizden, yukarıdaki delil genel optimalliği kurar.Karşı gelen normalize optimal ağırlık  $\Phi = 27/8 = 3.375$  'dir.Karşılaştırma için, şekil 4.29'da iki yük için optimal plastik tasarım şekil 4.30'de verilir burada sonucusu üç elemandan oluşur. (Zhou ve Rozvany,1991)\*

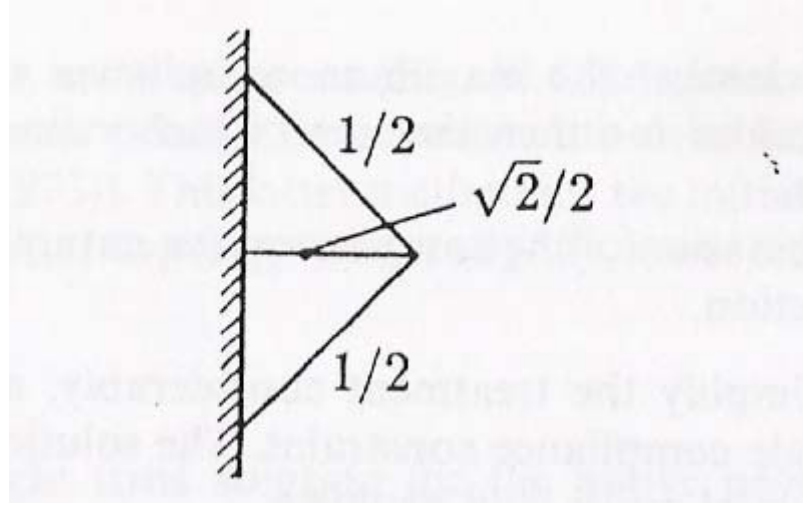
---

\*\* Rozvany, G.I.N., ( 1992/2) Optimal layout theory , analytical solutions for elastic structures with several deflection constraints and load conditions.Structural Optimization, 4 , 247-9

\* Zhou, M., Rozvany, G.I.N., (1991) The COC algorithm , part II: topological ,geometrical and generalized shape optimization.Computer Methods in Applied Engineering, 89, 309-36



Şekil 4.29 En hafif kirişte uygunluk kısıtlılığı için analitik çözüm



Şekil 4.30 Şekil 4.29 daki problem için plastic tasarım çözümü

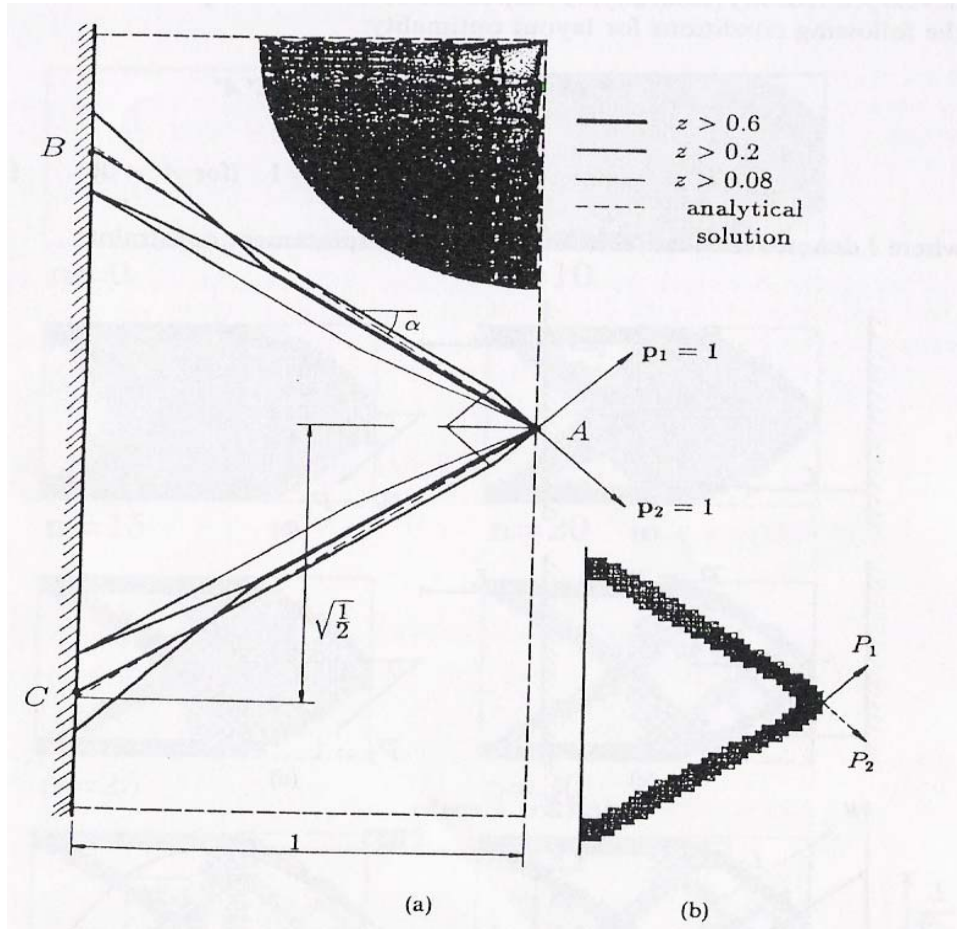
Şekil 4.29'daki problem için ayrıık COC çözümleri (Zhou ve Rozvany,1991)\* tarafından elde edilmiştir. Üst sağ köşede yapısal sistemi içeren daha önceki ayrıık çözüm için 4.31 a 'da gösterilir,.Bu yapısal sistem sadece sınırlı elemanların doğrultusunu içerir ve şekil 4.31 a 'da kesik çizgi oldukça yüksek eleman sayısı kullanarak analitik çözüme

\* Zhou, M., Rozvany, G.I.N., (1991) The COC algorithm , part II: topological ,geometrical and generalized shape optimization.Computer Methods in Applied Engineering, 89, 309-36

yaklaşır,  $\Phi = 3.49295726$  (3.495 % hata) 'nın ağırlığı ile.12202 elemanlı yapısal sistemde 11x21 tüm düğüm noktaları tüm diğer düğüm noktalarına bağlanır ve karşı gelen ayrık çözümler analitik çözümde olduğu üzere sadece başlıca iki elemandan oluşur..Karşı gelen ağırlık 3,375668 (sadece % 0,0198 hata).

SIMP prosedürünü kullanarak,T.Birker şekil 4.31 (b)'deki çözümü elde etti iki yükleme şartı ile bir delikli levha ve iki uygunluk kısıtlılığı için.

Şekil 4.31 ve 4.29' deki her iki çözüm arasındaki uyum oldukça açıktır



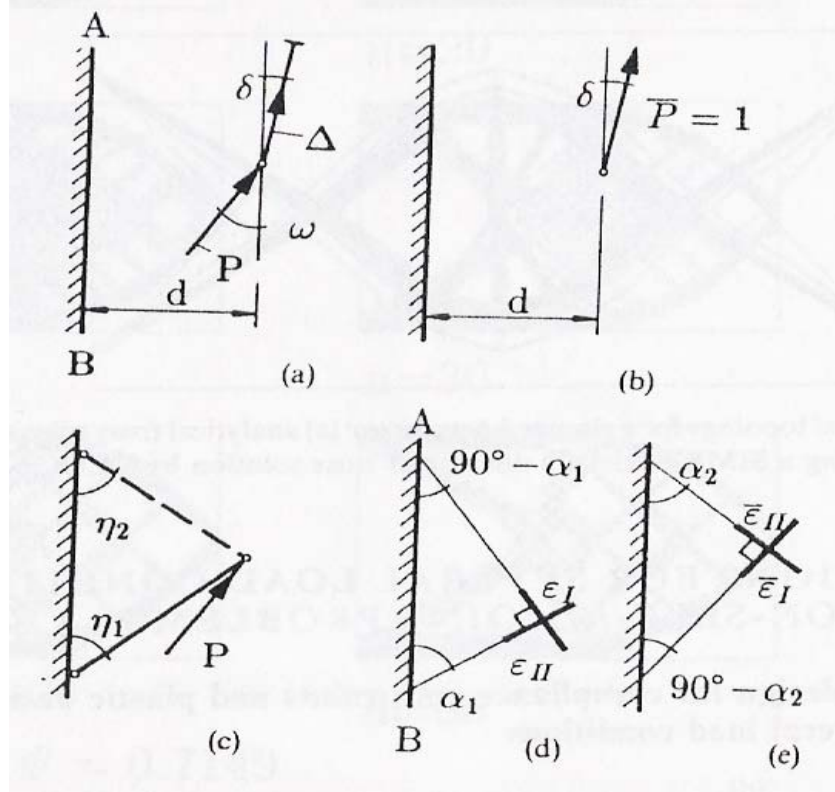
Şekil 4.31 Şekil 4.29'daki problem için COC yöntemi kullanılarak elde edilen ayrık çözüm

#### 4.7.2 Kendinden Bitişik Olmayan Problemler İçin Yapısal Yerleşimler

Kendinden Bitişik olmayan problemler halinde ortaya çıkan zorlukları göstermek için şekil 4.32 a'daki yerleşim probleminde  $w$  açısında nokta yüke ve önceden tanımlanmış yerdeğiştirme açısı  $\delta$ 'ye biliyoruz burada  $\delta \neq w$  tanımlaması ile problem için bitişik yük

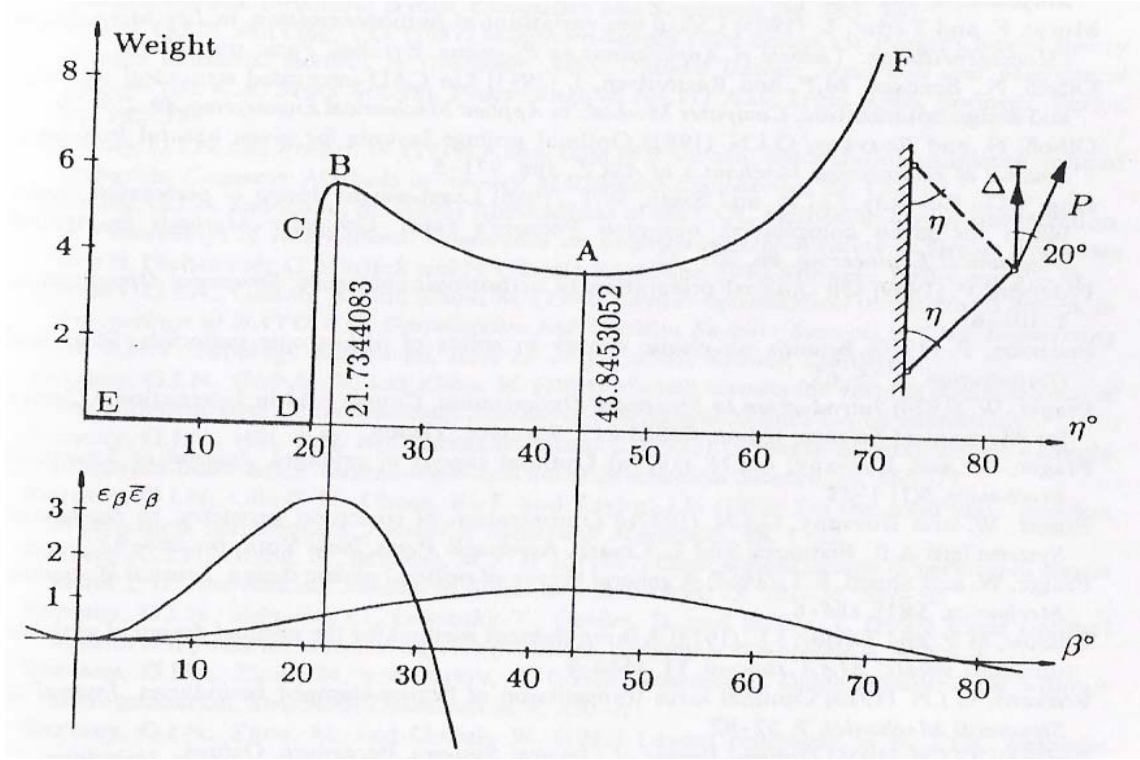
şekil 4.32 b'de gösterilir. (Rozvany ve diğerleri,1993).\*

Şekil 4.32 c mümkün bir topolojiyi gösterir, şekil 4.32 d ve 4.32 e gerçek ve bitişik birim şekil değiştirme alanları optimallik şartlarına dayanır.



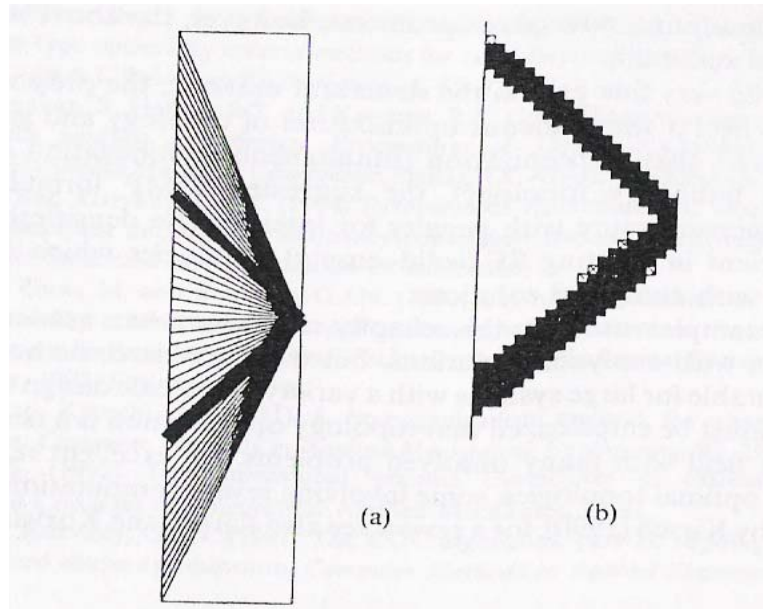
Şekil 4.32 Kendinden bitişik olmayan problem için : yükleme, bitişik yükleme, topoloji, gerçek ve bitişik gerilme alanları

\* Rozvany, G.I.N., (1993) , Layout theory for grid-type structures, in Topology Design of Structures, Proceedings , of Nao ARW , Ses,mbra, 1992, Kluwer, Dordrecht, pp. 251 -72



Şekil 4.33 Çubuk doğrultuları ve şekil değiştirme alanlarının ağırlığa etkisi

Şekil ( 4.33) de optimallik şartları (10.36) birim şekil değiştirme alanı  $\varepsilon$  ve  $\bar{\varepsilon}$  için iki değeri verir ve karşı gelen çarpımların  $\varepsilon\bar{\varepsilon}$  ağırlık eğrisinin en düşük veya en yüksek değere sahip olduğu noktalarda bir en yüksek değeri vardır.



Şekil 4.34 Şekil 4.32 deki problemin ayrık çözümü

Yukarıdaki örnekte, aşağıdaki sonuçları çıkarabiliriz.

**Çökme kısıtlılığı ile elastik yapıların yerleşim optimizasyonu bir kendinden bitişik olmayan problemi verir.**

**Dış bükeyliği olmayan, optimallik kriteri yerel en yüksek bazı parametrelere bağlı olarak, yerel en düşük değere gider.**

**Bir çökme kısıtlılığı için genel olarak optimum çözüm sabit olmayan bir çözümdür ve ağırlık trendi sıfıra doğrudur.**

**İyi tanımlanmış bir problemde , gerilme kısıtlılıkları da formülasyonun içinde olmalıdır.**

Şekil 4.33'deki sonuç hem DCOC bir optimize kiriş yerleşimi için Şekil 4.34 a hem de delikli bir levha için sınır formülasyonu şekil 4.34 b ile doğrulandı.

#### **4.8 Sonuçlar**

Bu bölümden aşağıdaki sonuçları çıkarabiliriz :

**Yapısal dizaynda topoloji optimizasyonu şu anda iki ana uygulamaya sahiptir ; Izgara tipi yapıların yerleşim optimizasyonu ve hücresel süreklilikli genelleştirilmiş şekil optimizasyonu veya kompozit sistemler, Değişken sayılarının terimlerinde yüksek optimizasyon kapasiteleri ve aktif kısıtlılıkların sayılarından dolayı yeni optimallik kriter yöntemleri (COC-DCOC) topoloji optimizasyonu için kesinlikle uygundur**  
**Analitik yerleşim çözümler şu anda bağlı olarak basit tasarım kısıtlılıkları için mümkündür**

**Binlerce potansiyel eleman için gerilme, yer değiştirme ve doğal frekans kısıtlılıklarının birleşimi için ayırık yerleşim çözümleri COC-DCOC yöntemlerle yapısal sistem de elde edilebilir**

**Kendinden bitişik olmayan , dış bükey olmayan problemler için, ancak yukarıdaki yöntemler bir yerel optimuma varır.**

**Yapısal sistemde iyi bir ızgaralama ile teklif edilen yöntemlerde topoloji ve geometrinin eş zamanlı optimizasyonuna ulaşılır.**

**Bu bölümde kullanılan test örnekleri analitik çözümlerle kolay mukayese**



**in akademiktir , fakat gercek tasarim kısıtlıklarının çokluğu nedeni ile  
kullanılan ayırık yöntemler büyük sistemler için uygundur  
Sonunda, ifade edilmeli ki, topoloji optimizasyonu yenidir, fakat bir çok  
çözülmemiş problem ile gelişen bir alandır.**

## 5. SONUÇ

Bu çalışmanın amacı optimizasyon tekniği üzerine türkçe kaynak boşluğunu doldurmaktır. Bu sebeple geniş bir literatür çalışması yapılmış ve ilgili yayınlar verilmiştir. Bu çalışmada detaylı bir şekilde tasarım süreci ilk başlangıcından günümüze kadar olan tarihsel gelişimi incelenmiştir ve optimizasyon teknikleri detaylı şekilde ele alınmıştır.

Öncelikle tasarım optimizasyonu genel olarak incelenmiştir. Daha sonra şekil tasarım hassasiyet analizleri üzerinde durulmuş olup , bu konudaki çeşitli yöntemler ( Üç Boyutlu Esnek Katıların Şekil Tasarım Hassasiyet Analiz, Doğrudan Türetme Metodu, Bitişik Değişken Yöntemi, CAD Temelli Şekil Tasarım Değişkenleri , Tasarım Hız Alanını Kullanarak Otomatik , Tekrar Izgaralama , Sınır Hız Alan Hesaplaması , Domain Hız Alan Hesaplaması Tekrar Izgaralama , Şekil Tasarım Hassasiyet Analizinin Nümerik Yöntemi ) incelenmiş ve bu konuda literatüre geçmiş örnek problemler sunulmuştur.

Son olarak da topoloji optimizasyonu incelenmiş ve bu konuda kafes ve kiriş sistemler üzerine yapılmış çalışmalar incelenmiş olup sonuçlar ve detaylı örnekler verilmiştir.

## **KAYNAKLAR**

- Arora, J.S. ,”Computational Design Optimization:A Review and Future Directions.”  
Structural Safety, Vol.7 1990, pp.131-148
- Arora, J.S., Introduction to Optimum Design, McGraw-Hill, New York, 1989
- Bennett, J.A., and Botkin, M. E. (eds.) The Optimum Shape:Automated Structural Design.Plenum,New York ,1986
- Chang, K. H., and Choi, K.K., Shape Design Sensivity Analysis and a What-if Design Workstation for Elastic Strucral Components.Center for Simulation and Design Optimization, The University of IOWA , TR R-93, 1991
- Cheng, K.T., Olhoff, N., (1981), An investigation concernign optimal design of solid elastic plates.International Journal of Solids and Structures, 17, 305 -23
- Choi , K. K., And Haug, E. J.,Shape Design Sensivity Analysiss of Elastic Structures.Journal of Structural Mechanics, Vol.11No.2, 1983,pp.231-269
- Choi, K.K., and Chang, K. H., Shape Design Sensivity Analysis and What-if Work Station for Elastic Solids.AIAA32 nd SDM Conference,AIAA paper 91-1206, April 1991
- Choi, K.K., and Seong, H. G., Design Compenent Method for Sensivity Analysis of Built-up Structures..Journal Of Numericak Methods in Engienering, Vol. 28 , No.2 1989, pp. 369-384
- Choi, K.K., Haug, E.J., Hou, J.W., and Sohoni, V.N., Pshenichny’s Linearization Method for Mechanical System Optimization, Journal of Mechanical Design, Vol.106, No.3, 1984, pp.415-419
- Choi, K.K.,and Seong, H. G., A domain method for shape design sensivity Aanalysis of built-up strucutres.Computer Methods in Applied Mechanics and Engienering, Vol.57, No.1, 1986, pp.1-15
- CHOİ. K. K., Santos, J. L. T., and Frederick M.C., Implemation of Design Sensivity Analysis with Existing Finite Element Codes.Journal of Mechanisms,and Automation in Desing, Vol.109, No.3, 1987, pp. 385 -391
- D.Reynolds, J.McConnachie,P.Bettess,W.C. Christe & J.W.Bull ,Reverse Adaptivity- A new evolutionary tool for structural optimization,International Journal for Numerical Methods in Engiineering, vol.45(5),pp.529-552, 1999
- DAWKINS R., The blind Watchmaker , Harlow , Lognman 1986

- DeSalvo, G. J., and Swanson, J. A., ANSYS Engineering Analysis System, User's Manual, Vols.I and II, Swanson Analysis System, Inc., P.O. Box 65, Houston, P.A, 1987
- Ding, Y., Shape Optimization of Structures-A Literature Survey. Computers and Structures, Vol.24, No.6, 1986, pp. 985-1004
- Dopker, B., and Choi, K. K., A Study of Solution Algorithms for Shape Design Sensitivity Analysis on a Supermini Computer with Attached Array Processor, Engineering with Computers, Vol 3, 1987, pp. 111-119
- Fu, G., and Frangopol, D.M., "Multicriterion Reliability-Based Optimization of Structural Systems". Probabilistic Methods in Civil Engineering, Edited by P.D. Spanos, ASCE, New York, 1988, pp. 177-180
- Haftka, R. T., and Grandhi, R. V., Structural Shape Optimization-A Survey. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol 57 No.1 1986, pp.91-106
- Haslinger, J., and Neittaanmaki, P., Finite Element Approximation for Optimal Shape Design, Wiley, Chichester, 1988
- Haug, E. J., and Arora, J.S., Applied Optimal Design: Mechanical and Structural Systems, Wiley-Interscience, New York, 1979
- Haug, E. J., Choi, K. K., and Komkov, V., Design Sensitivity Analysis for Discrete Structural Systems, Academic, New York, 1986
- Haug, E. J., Choi, K. K., and Komkov, V., Design Sensitivity Analysis for Discrete Structural Systems, Academic, New York, 1986
- Haug, E. J., and Cea, J. Optimization of Distributed Parameter Structures, Sijthoff & Noordhoff, Alphen aan den Rijn, Netherlands, 1981
- Hemp, W.S., (1973) Optimum Structures, Clarendon, Oxford
- Hinton, E., Rock, T., and Zienkiewicz, O.C., A Note on Mass Lumping and Related in the Finite Element Method, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.11 1979, pp.245-249
- I.A. AZID, A.S.K. Kwan & K.N. Seetharamu, A GA-based technique for layout optimization of truss with stress and displacement constraints, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol.53, pp.1641-1674, 2002.
- Imam, M. H., Three-Dimensional Shape Optimization, International Journal for Numerical

Methods in Engineering, Vol.18, 1982, pp. 661 – 673

J.MACKERLE, Topology and Shape Optimization of structures using FEM and BEM : a bibliography 199-2001

K.DEB&S.GULATI, Design of Truss –structures for minimum weight using genetic algorithms, Finite Elements in Analysis and Design 37, pp.447-465, 2001

Kikuchi, N., Adaptive Grid-Design Methods for Finite Element Analysis., Computers Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.55, 1986, pp. 129-160

Kirsch, U. (1989) Optimal topologies of structures. Applied Mechanics Review, 42, 223,38

Kirsch, U., Rozvany, G.I.N. ( 1993 ) Design consideration in the optimization of structural topologies, in Optimization of Large Structural Systems, Proceedings of NATO ASI , Berchtesgaden , 1991, Kluwer , Dordrecht , pp.121-41

Kyung K. Choi and Kuang-Hua Chang ., Shape Design Sensitivity Analysis and Optimization of Elastic Solids , University of Iowa 52242

Lagache , J.M., (1981) , Developments in Michell theory, in Proceedings of International Symposium on Optimal Structure Design , Tucson , 1981, University of Arizona, Tucson , AZ, pp.4.9-4.16

Lowe, P.G., (1988) Optimization of systems in bending conjecture , bounds and estimates relating to moment volume and shape , in Proceedings of IUTAM Symposium on Structural Optimization , Melbourne, 1988, Kluwer , Dordrecht, pp. 169-76

Lowe, P.G., Melchers, R.E. (1973) On the theory of optimal constant thickness fibre-reinforced plates, I,II,III. International Journal of Mechanical Science, 14, 311-24; 15, 157-70, 711, 26

Masmoudi, M., Outils pour la Conception Optimale de Forms. Ph.D. Dissertation, Univ. of Nice, 1987

Michell , A.G.M., (1904) , The limits of economy of material in frame – structures. Philosophical Magazine, 8, 589-97

Mortensen, M. E., Geometric Modeling, Wiley, New York, 1985

NEELAMKAVIL F., Computer Simulation and Modeling, John Wiley & Sons Inc., 1987.

Olhoff, N. , Rozvany , G.I.N., (1982) , Optimal Grillage layout for given natural frequency. Journal of Engineering Mechanics of ASCE , 10, pp. 971-5

- P.Duysinx, Optimization Topologique : Du milieu continu a la structure elastique, Universite de Liege , 1996
- PAHL G.AND BEITZ W., Engiining Design – Systematic Approach, Springer-Verlag, London, 1996
- PDA Engineering, PATRAN Plus User’s Manual Vols. I and II, Software Products Division, 1560 Brookhollow Drive, Santa Ana CA, 1987
- PDA Engineering, PATRAN Plus User’s Mauel Vols.1 and 2, Software Products Division, 1560 Brookhollow Drive, Santa Ana, CA 1987
- Peterson, S., and Stone T.A., Finite Element Analysis of M88 Tow Bar Clevis, TACOM Report, May 15 , 1987
- Prager , W., Shields , R.T. (1967) A general theory of optimal plastic design, Journal of Applied Mechanics , 34 (1), pp.184-6
- Prager, W. , Rozvany, G.I.N. (1977) Optimization of Structural geometry, in Dynamical Systmes (eds.A.R. Bednarek , L.Cesari ) , Qacademic Press, New York , pp.265-293
- Prionneau, O., Optimal Shape Design for Elliptic Systems, Springer-Verlag, New York, 1984
- RAJAN COELHO, Multicriteria Optimization with Expert Rules for Mechanical Design , 2004
- Rasmussen, J., and Fenster, S.K., The Structural Optimization Systems, CAOS, Structural Optimization, Vol. 2, 1990 , pp. 109-116
- ROOZENBURG N. AND EEKELS J., Product Design :Fundemantals and Methods, John Wiley & Sons Inc, 1995.
- Rozavany, G.I.N., Hill, R.H.; (1978), A computer algortihm for deriving analytically and plotting optimal structral layout. Computers and Structres, 10, 295-300
- Rozvany , G.I.N., (1989) , Structural Design via optimality Criteria, Kluwer, Dordrecht
- Rozvany , G.I.N., (1993) Optimal Grillages Layouts for partially upwards and partially downward loading. Structural Optimization
- Rozvany, G.I.N., Optimal layout theory-allowance for the cost of supports and optimization of support locations. Mechanics and Structures of Machines , 22
- Rozvany, G.I.N , Ong, T.G. (1987) , Minimum-weight plate design via Prager’s layout theory, in computer Aided Optimal Design: Structural and Mechanical Systmes, Proceedings

of NATO ASI , Troia , ( 1986 ) , Springer , Berlin, pp.165-79

Rozvany, G.I.N. (1981) Optimality criteria for grids, shells and arches, in Optimization of Distributed Parameter Structures, Proceedings of NATO ASI , Iowa City, 1980, Sijthoff and Noordhoff, Alphen aan der Rijn , pp.112-51

Rozvany, G.I.N., ( 1992/2) Optimal layout theory , analytical solutions for elastic structures with several deflection constraints and load conditions. Structural Optimization, 4 , 247-9

Rozvany, G.I.N., (1973) Optimal force transmission of flexure-clamped boundaries. Journal of Mechanics, 2, pp.57-82

Rozvany, G.I.N., (1976) Optimal Design of Flexural Systems , Pergamon, Oxford

Rozvany, G.I.N., (1981) Optimality criteria for grids, shells and arches, in Optimization of Distributed Parameter Structures , Proceedings of NATO ASI , Iowa City, 1980, Sijthoff and Noordhoff, Alphen aan der Rijn , pp.112-51

Rozvany, G.I.N., (1989) , Structural Design via Optimality Criteria, Kluwer, Dordrecht

Rozvany, G.I.N., (1993) , Layout theory for grid-type structures, in Topology Design of Structures, Proceedings , of NATO ASI , Sequeira, 1992, Kluwer, Dordrecht, pp. 251 -72

Rozvany, G.I.N., Gerdes, D. (1994) , Optimal layout of grillages with free, simply supported and clamped edges. Structural Optimization

Rozvany, G.I.N., Gerdes, D. (1994) , Optimal layout of grillages with free, simply supported and clamped edges. Structural Optimization

Rozvany, G.I.N., Gollub, W., (1990) Michell layouts for various combinations of line support , part I. International Journal of Mechanical Science, 32 (12) 1021 - 43

Rozvany, G.I.N., Gollub, W., Zhou, M., (1994) , Michell layouts for various combinations of line support, part II International Journal of Mechanical Science

Rozvany, G.I.N., Gollub, W., Zhou, M., (1992), Layout Optimization in Structural Design , in proceedings of NATO ASI, Optimization and Decision Support Systems in Civil Engineering, Edinburgh, June 25- July 7 , 1989 , Kluwer, Dordrecht

Rozvany, G.I.N., Hill, R.H., Gangadharaiyah, C. (1973) Grillages of least weight –simply supported boundaries. International Journal of Mechanical Science , 15, pp. 665-77

Rozvany, G.I.N., Zhou, M., Gollub, W., (1993) Layout Optimization by COC methods; analytical solutions, in Optimization of Large Structural Systems, Proceedings of NATO

- ASI, Berchtesgaden , 1991, Kluwer , Dordrecht, pp.77-102
- Rozvany, G.I.N., Structural Design via Optimality Criteria, Kluwer Academic Publishers, Hingham, MA, 1988
- S.M.B AFONSO, CMH. MACEDO & D.A.P. OLIVERIA, Structural Shape Optimization Under Multicriteria Conditions, WCCM V , July 7-12 2002
- Santos, J. L. T., and Choi, K. K., Integrated Computational Consideration for Large Scale Structural Design Sensitivity Analysis and Applications, Edited by H. Eschenauer and G. Thieruf, Springer-Verlag, 1989 pp.229-307
- Schittkowski , K., Computational Mathematical Programming , Proceedings of NATO ASI, Bad Windsheim FRG, July 23 – August 02 1984, Springer, Berlin, Heidelberg , New York , Tokyo , 1985
- SCHRAGE M., Serious Play : How the world's best companies simulate to innovate, Harvard Business School Press , 2000.
- Sigmund, O., Zhou, M., Rozvany, G.I.N., (1993), Layout optimization of large FE systems by new optimality criteria methods: applications to beam systems. in Proceedings of NATO ASI Concurrent Engineering Tools and Technologies for Mechanical Systems Design, Iowa 1992 , Springer, Berlin
- Ugural, A.A., and Fenster, S.K., Advanced Strength and Applied Elasticity, American Elsevier, New York, 1975
- V.BRAIBANT & CL.FLEURY, Shape Optimal Design Using B-Splines, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol.44, pp.247-267 , 1984
- Vanderplaats, G. N., and Yoshida, N., "Efficient Calculation of Optimum Design Sensitivity." AIAA Journal, vol. 23, No. 11, 1985, pp. 1798-1803
- Venkayya, V.B., "Structural Optimization: A Review and Some Recommendations." International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.13, 1978, pp.205-228
- W.H. ZHANG, Calcul des sensibilités et optimisation de forme par la méthode des éléments finis, Phd Thesis, Université de Liège 1992
- Wasserman, K., Three Dimensional Shape Optimization of Arch Dam with Prescribed Shape Function , Journal of Structural Mechanics, Vol.11 , No.4, 1983, pp. 465-489
- Winslow, A. M., Numerical Solution of the Quasilinear Poisson Equation in a



Nonuniform Triangular Mesh., Journal of Computational Physics, No.1, 1977, pp.149-172

Y.Nakanishi, Application of homology theory to topology optimization of three dimensional structure using genetic algorithms, 2001

Yang, R. J., and Botkin, M. E., A Modular Approach for Three-Dimensional Shape Optimization of Structures, General Motors Research Laboratories, Research Publication GMR-5216,1986

Yang, R.J., A Hybrid Approach for Shape Optimization , Computers in Engineering , 1998 , pp.107-112

Yao, T.M, and Choi, K. K., Shape Optimal Design of an Arch Dam .International Journal of Structural Engineering, Vol.115 No. 9 ,1989, pp.2401-2405

Yao, T.M, and Choi, K. K., Three-Dimensional Shape Optimal Design and Automatic Finite Element Regridding.International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol.28, No.2 ,1989, pp.2401-2405

Yao, T.M., and Choi, K.K., Three Dimensional Shape Optimal Design and Automatic Finite Element Regridding., International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol.57 No.1, 1989, pp. 369-384

Zhou, M., Rozvany, G.I.N., (1991) The COC algorithm , part II: topological ,geometrical and generalized shape optimization.Computer Methods in Applied Engineering, 89, 309-36