

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DİŞLİ ÇARKLARIN BİLGİSAYAR DESTEKLİ
GERİLME ANALİZLERİ

Makine Müh. Sevgihan YILDIZ

F.B.E Konstrüksiyon Anabilim Dalında Konstrüksiyon Programında
Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Ferhat DİKMEN

İSTANBUL, 2005

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	iv
KISALTMA LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
ÇİZELGE LİSTESİ	viii
ÖNSÖZ	ix
ÖZET	x
ABSTRACT	xi
1. GİRİŞ.....	1
2. DİŞLİ TANIMI VE SINIFLANDIRILMASI	3
2.1 Dişli Tanımı	3
2.2 Dişlilerin Sınıflandırılması	3
2.2.1 Paralel eksenli dişliler.....	4
2.2.1.1 Düz (alın) dişliler.....	4
2.2.1.2 Helisel dişliler.....	4
2.2.1.3 Çift helisli dişliler	5
2.2.1.4 İç dişliler	5
2.2.1.5 Çubuk dişliler.....	6
2.2.2 Kesişen eksenli dişliler	6
2.2.2.1 Düz konik dişliler	6
2.2.2.2 Spiral konik dişliler.....	7
2.2.2.3 Aykırı Eksenli Dişliler.....	7
2.2.2.3.1 Hipoid dişliler	7
2.2.2.3.2 Vida mekanizması	8
2.2.2.3.3 Spiral dişliler.....	8
2.2.2.3.4 Özel dişli türleri	9
3. TEMEL DİŞLİ GEOMETRİSİ.....	10
3.1 Dişli Çark Geometrisi	10
3.1.1 Taksimat çemberi.....	11
3.1.2 Temel çember	11
3.1.3 Baş ve taban çemberleri.....	11
3.1.4 Yan boşluğu	11
3.1.5 Yuvarlanma çemberleri	11
3.1.6 İç dişli mekanizmaları.....	12
3.1.7 Diş profilleri.....	12
3.2 Dişli Ana Kanunu	13
3.2.1 Kavrama oranı	14
3.2.2 Evolvent ve özellikleri.....	15

3.2.3	İmalat kavrama açısı	16
3.2.4	Diş yüksekliği ile ilgili oranlar	17
3.2.5	Diş kalınlığı	17
4.	DİŞ GERİLMELERİNİN BULUNMASI VE MUKAVEMET HESAPLARI.....	20
4.1	Diş Dibi Gerilmesi	20
4.2	Yan Yüzey Basıncı	24
5.	DİŞLİ ÇARKLARDA GERİLME ANALİZİ UYGULAMALARI.....	25
5.1	Analitik Yöntemle Dişli Çark Analizi Uygulama	25
5.2	Dişli Çarkların Bilgisayar Destekli Gerilme Analizi.....	28
5.2.1	Sonlu Elemanlar Yöntemi	28
5.2.1.1	Sonlu Elemanlar Yönteminin Avantajları	29
5.2.1.2	Sonlu Elemanlar Yönteminin Dezavantajları	29
5.2.1.3	Sonlu Elemanlar Yönteminin Kısa Tarihçesi	30
5.2.1.4	Sonlu Elemanlar Yönteminde İşlem Adımları	30
5.2.1.5	Sonlu Elemanlar Yöntemi Kullanılarak Bilgisayarla Analiz.....	31
5.2.1.6	Sonlu Eleman Kavramı.....	33
5.2.1.7	Sonlu Eleman Çeşitleri	33
5.2.2	Dişli çarkın sonlu elemanlar yöntemi ile bilgisayar destekli analizi	35
5.2.2.1	Lineer analiz	35
5.2.2.1.1	Geometrik model	35
5.2.2.1.2	Sınır Şartları ve Çözüm Bölgesi	35
5.2.2.1.3	Gerilme analizi sonucu	38
5.2.2.2	Non-Lineer analiz	39
5.2.2.2.1	Geometrik model	39
5.2.2.2.2	Sınır Şartları ve Çözüm Bölgesi	40
6.	SONUÇLAR.....	43
	KAYNAKLAR	45
	EKLER	46
	Ek 1 Dişli çark diş sayılarına göre kavrama oranları.....	47
	Ek 2 Diş şekil faktörü	48
	Ek 3 Açıların evolvent değerleri.....	49
	ÖZGEÇMİŞ	50

SİMGE LİSTESİ

a	Dişli çarkların eksenleri arası mesafe
b	Diş genişliği
c	Diş dibi yuvarlatma merkezinden yuvarlatma eksenine olan uzaklık
C_k	Zorlama sınır faktörü
d_0	Taksimata çemberi çapı
d_b	Baş çemberi çapı
d_g	Temel çember çapı
d_t	Taban çemberi çapı
d_ω	Yuvarlanma çemberi çapı
e	Kavrama süresi
f	Sağ taraf vektörü
F_D	Diş normal kuvveti
F_r	Radyal kuvvet bileşeni
F_t	Teğetsel kuvvet bileşeni
g	Kavrama kıtası
h_b	Diş başı yüksekliği
h_t	Diş tabanı yüksekliği
i	Çevrim oranı
k	Katsayılar matrisi
m	Modül
M_t	Teğetsel hıza göre döndürme momenti
q	Diş şekil faktörü
r_0	Taksimata dairesi yarıçapı
r_g	Temel çember yarıçapı
r_{kr}	Kritik yarıçap
r_ω	Yuvarlanma çemberi yarıçapı
s	Diş kalınlığı
\hat{s}	Profil kaydırmaz diş kalınlığı
S_B	Baş boşluğu
\hat{s}_b	Temel çember üzerindeki diş kalınlığı
s_f	Kritik kesitteki diş dibi kalınlığı
s_{kr}	Kritik çaptaki diş kalınlığı
t_0	Diş taksimata

U	Dişli çarkın teğetsel hızı
V	Yuvarlanma çemberinin teğetsel hızı
V_b	Temel çemberin teğetsel hızı
Y_F	Diş form faktörü
Y_S	Gerilim düzeltme faktörü
z	Dişli çark diş sayısı
α_ω	İmalat kavrama açısı
β	Kuvvetin diş simetri eksenine dik olan doğruya yaptığı açı
γ	Taksimata çemberi üzerindeki diş kalınlığına karşı gelen merkez açısı
δ	Kesici bıçak uç yuvarlatma çapı
ε	Kavrama oranı
μ	Bilinmeyenleri içeren vektör
ρ_b	Temel çember taksimatı
ρ_y	Evolventin eğrilik yarıçapı
σ_b	Basma gerilmesi
σ_e	Eğilme gerilmesi
σ_{em}	Emniyetli gerilme
σ_{Hmax}	Yan yüzey basıncı
σ_{max}	Maksimum gerilme
ω	Dişli çarkın açısal hızı

KISALTMA LİSTESİ

2B	İki Boyutlu
3B	Üç Boyutlu
CAD	Computer Aided Design
SEY	Sonlu Elemanlar Yöntemi

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1 Pinyon-çark dişli mekanizması	3
Şekil 2.2 Düz (alın) dişliler	4
Şekil 2.3 Helisel dişliler	4
Şekil 2.4 Çift helisli dişliler	5
Şekil 2.5 İç dişliler.....	5
Şekil 2.6 Çubuk dişliler	6
Şekil 2.7 Düz konik dişliler	6
Şekil 2.8 Spiral konik dişliler	7
Şekil 2.9 Hipoid dişliler.....	7
Şekil 2.10 Vida mekanizması	8
Şekil 2.11 Spiral dişliler	8
Şekil 3.1 Alın dişli geometrisi	10
Şekil 3.2 Dişli ana kanunu	13
Şekil 3.3 Evolvent ve Özellikleri.....	16
Şekil 3.4 Diş kalınlığı ile ilgili parametreler	18
Şekil 3.5 Doğru parçası ve yay uzunluğu olarak diş kalınlığı	19
Şekil 4.1 Diş dibinde oluşan gerilmeler.....	20
Şekil 4.2 Diş profilinde kuvvet dağılımı	21
Şekil 4.3 Kavrama boyunca yük dağılımı	21
Şekil 5.1 Uygulamada kullanılan dişli çark çifti	25
Şekil 5.2 Dişli çarkın analiz için kullanılacak modeli	35
Şekil 5.3 Sonlu eleman modelinin sınır şartları ve uygulanan kuvvet	37
Şekil 5.4 Sonlu eleman modelinde von Mises gerilme dağılımı	37
Şekil 5.5 Sonlu eleman modelinde von Mises gerilme dağılımı ve sayısal değerleri	38
Şekil 5.6 Geartrax programında verilerin sisteme aktarılması	39
Şekil 5.7 Assembly dosyasında oluşturulan dişli çifti modeli.....	40
Şekil 5.8 MSC visual Nastran programında açılan model.....	41
Şekil 5.9 MSC visual Nastran programında analiz sonuçları	42

ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 5.1 Analizlerde kullanılan dişli çarkların geometrik özellikleri	25
Çizelge 5.2 Basit eleman geometrileri.....	34
Çizelge 5.3 Analizi yapılan dişli çarkın özellikleri	36
Çizelge 5.4 Analizlerin sonucunda bulunan maksimum gerilme değerleri	43

ÖNSÖZ

Bu tez çalışmasında, makine elemanlarından, endüstrinin bir çok alanında yaygın olarak kullanılan dişli çarklar incelenmiştir.

Bu çalışmanın giriş bölümünde, tez çalışmasının içeriği ve literatürde yapılmış çalışmalar hakkında genel bilgiler verilmiştir.

İkinci bölümde, dişli çarklar hakkında genel bilgiler verilmiş, dişli çarkların sınıflandırılması yapılmıştır.

Üçüncü bölümde, temel dişli geometrisi ve dişli çarklarla ilgili oranlar verilmiştir.

Dördüncü bölümde, dişli çarklarda meydana gelen gerilmelerin çeşitleri ve bu gerilmelerin analitik yöntemle hesaplanmasında kullanılan bağıntılar verilmiştir.

Beşinci bölümde, analitik yöntemle dişli çarkların analizi bir örnek üzerinde incelenmiştir. Sonlu elemanlar yöntemi açıklanmış, ardından MSC Partran, Solidworks ve Geartrax programları kullanılarak dişli çark modellenmiş, modellenen dişli çark MSC Nastran, MSC visual Nastran paket programları kullanılarak aynı veriler üzerinde analiz yapılmıştır.

Tezin altıncı ve son bölümünde ise ortaya çıkan sonuçların değerlendirilmesi yapılmıştır.

Bu tez çalışmasında, tezin başlangıcından tamamlanmasına kadar, değerli görüşlerini, yardımlarını ve zamanını esirgemeyen danışmanım Doç. Dr. Ferhat Dikmen'e teşekkür ederim.

Çalışmalarım sırasında bana destekte bulunan ailem ve Mak.Yük.Müh.Güven Bircan'a ayrıca teşekkür ederim.

ÖZET

Bu çalışmada, hareket ve güç iletiminde kullanılan, dişli çarklar tanıtılmış, dişli çarkların sınıflandırılması yapılarak dişli türleri hakkında bilgi verilmiştir. Temel dişli geometrisi tanıtılarak genel kavramlar ve bu kavramlarla ilgili bağıntılar ve oranlar verilmiştir.

Çalışmanın içerisinde, dişli çarklarda meydana gelen gerilmeler ve bu gerilmelerin hesaplanmasında, analitik hesaplama yönteminde kullanılan bağıntılar verilmiştir. Analitik yöntemle dişli çarkların analizi bir örnek üzerinde incelenmiştir. Sonlu elemanlar yöntemi açıklanmıştır. Ardından Solidworks, Geartrax, MSC Partran ve MSC visual Nastran programları tanıtılmış, bu programlar kullanılarak, analitik yöntemle çözdüğümüz dişli çarkın verileriyle analiz yapılmıştır.

Özellikle hızlı ve güvenilir biçimde gerçekleştirilmesi gereken mukavemet analizlerinde, malzemenin tahribatını gerçekleştirecek deneylerin bilgisayarda tahribatsız olarak gerçekleştirilmesinde, çok sayıda tekrar gerektiren hesaplarda bu metodun sağladığı faydalar tartışılmazdır. Ayrıca analiz sonuçları kullanılarak dişlilerin üzerinde oluşan gerilmeler hesaplanmış, ve bu hesapların sonuçları karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler; dişli çarklar, gerilme analizi, Geartrax, MSC Partran, MSC Nastran, MSC visual Nastran, Solidworks.

ABSTRACT

In this study, a description and classification of the gear mechanism is given. After that, basic gear geometry is introduced by examining general terms and equations about them.

The purpose of this project is to analyze stress of gears which are used for transferring power. Stress formulas are given for classical hand calculations. And they used in example. Stress analyses are done in MSC Nastran, MSC visual Nastran of CAD packages and the analyses are done by help of finite element method.

Especially, in the stress analyses which are needed to be calculated quickly, calculations which are needed to be several times, the benefits of the method is undisputable. Classical hand calculations and analyses done by MSC Partran, MSC Nastran and MSC. Visual Nastran are observed as comparison of results.

Key Words; gears, stress analyses, Geartrax, MSC Partran, MSC Nastran, MSC visual Nastran, Solidworks.

1. GİRİŞ

Dişli çarklar geniş bir kullanım alanına sahip olması bakımından makine elemanları arasında önemli bir yere sahiptir. Teknolojinin ilerlemesi ihtiyaçlara cevap verecek yüksek özellikteki makine ve proje tasarımlarını, dolayısı ile kullanılacak dişli çarkların sahip olacağı özellikleri de etkilemektedir. Kullanılacak dişli çarkların daha yüksek hızlarda çalışabilmesi ve daha yüksek güçleri taşıyabilmesi gerekmektedir. Yük taşıyan dişli çark üzerinde meydana gelen gerilmeler, bu ihtiyacın karşılanmasında engel teşkil eden bir faktördür. Bu gerilmelerinin bilinmesi, tasarım aşamasında dişli çarkta oluşacak hasarlara karşı önlem alınması ve yük taşıma kapasitesinin artırılması bakımından önem taşımaktadır.

Dişli çarkların endüstride yaygın kullanılmaya başlamasından itibaren çeşitli analitik ve deneysel metotlarla gerilmeler incelenmektedir. Bilgisayar teknolojisindeki hızlı gelişmelere paralel olarak, çeşitli parametrelerin etkilerinin hızlı ve gerçeğe yakın bir şekilde incelenmesine olanak sağlayan sayısal metotlar, dişli çarkların gerilme analizinde kullanımını arttırmıştır. Bu analizlerin yapılmasında kolaylık sağlaması açısından Sonlu elemanlar metodu ile paket programlar yaygın olarak kullanılmaktadır.

Dişli çarkların modellenmesi ve analizi ile ilgili literatürde birçok çalışma bulunmaktadır.

Cănănau (2003) yaptığı çalışmada MSC Nastran 2.1 programını kullanarak 2D ve 3D modellerinin farklarını düz dişli çarkların analizlerinde incelemiştir. İncelemeler sonucunda aynı diş formuna sahip 2D ve 3D modelde gerilme dağılımının aynı olduğu fakat değerlerinde farklar olduğunu görmüştür.

Fetvacı ve İmrak (2004) kavramadaki dişli çiftindeki diş dibi gerilmelerinin incelenmesine imkân sağlayan dişli çark sonlu eleman modelini elde etmiş, ANSYS programı kullanılarak analizlerini gerçekleştirmiş, oluşturulan sonlu eleman modeli ile analiz sonuçlarını, literatürdeki modeller ve analizleriyle karşılaştırmışlardır.

Karpat, Çavdar ve Babalık (2004) yapmış oldukları çalışmada; asimetrik evolvent profilli düz dişli çarkı ve simetrik evolvent profilli düz dişli çark modelini modellemiş, ANSYS 5.6 programında aynı yükleri uygulayarak analizlerini gerçekleştirmiş ve bu analizlerin sonuçlarını karşılaştırmışlardır. Yük taşıma kapasitesi açısından oluşturdukları bu alternatif dişli çark modelini avantajları ve dezavantajlarıyla irdelemişlerdir.

Karpat, Çavdar ve Babalık (2002) Autocad 2000 programını kullanarak dişli modelini oluşturan, ANSYS programını kullanarak analizi gerçekleştiren bilgisayar programı

oluşturmuşlardır. Dişli çarkların tasarımını ve parametrik tasarımı kolaylaştırmış, tasarım aşamalarında kaybedilen zamanı azaltan bir yöntemi geliştirmişlerdir.

Bu çalışmada, gerilme analizleri şu şekilde incelenmiştir; birlikte çalışan dişli çifti için geometrik özellikler belirlenmiş, belirli bir kuvvet için maksimum gerilme analitik yöntemle hesaplanmıştır. İkinci aşamada lineer elastik sisteme indirgenmiş, MSC Partran programında tek bir diş sonlu elemanlar yöntemine göre modellenmiş ve MSC Nastran programında analizi çözdürülmüştür. Üçüncü aşamada ise dinamik analizi gerçekleştirmek amacıyla Geartrax ve Solidworks programlarını kullanarak dişli çifti modellenmiş, MSC visual Nastran programında sınırlandırmalar girilerek analiz çözdürülmüştür. Bu analizlerin sonuçları sayısal ve görsel veriler olarak elde edilmiştir.

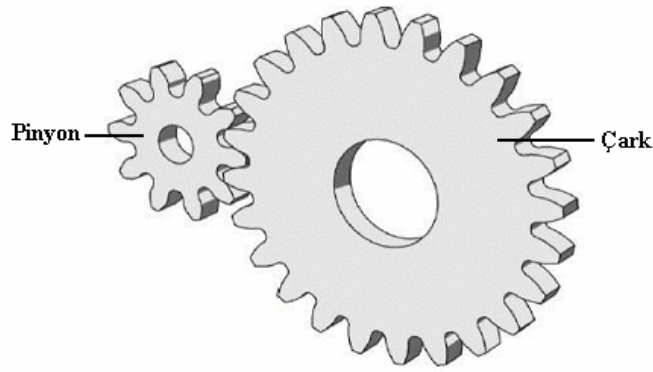
Elde edilen bu sonuçlar birbirleriyle karşılaştırılarak irdelenmiştir.

2. DİŞLİ TANIMI VE SINIFLANDIRILMASI

2.1 Dişli Tanımı

Dişli, bir milden diğerine hareket ve güç iletimini şekil bağı ile sağlayan makine elemanıdır. Dişli mekanizmalarında iletilen hareketin düzgün olması istenir. Döndüren ve dönen dişliler düzgün açısal hızlarda dönmelilerdir.

Dişli mekanizmalarındaki nispeten küçük ve genelde döndüren dişliye “pinyon”, daha büyük olan dişliye “çark” adı verilir. Şekil 2.1’ de pinyon-çark dişli mekanizması gösterilmiştir.



Şekil 2.1 Pinyon-çark dişli mekanizması

2.2 Dişlilerin Sınıflandırılması

Ewert (1994), dişlilerin sınıflandırılmasını aşağıda verildiği gibi yapmıştır.

Paralel eksenli dişliler;

- Düz (alın) dişliler
- Helisel dişliler
- Çift helisli dişliler
- İç dişliler
- Çubuk (kremayer) dişliler

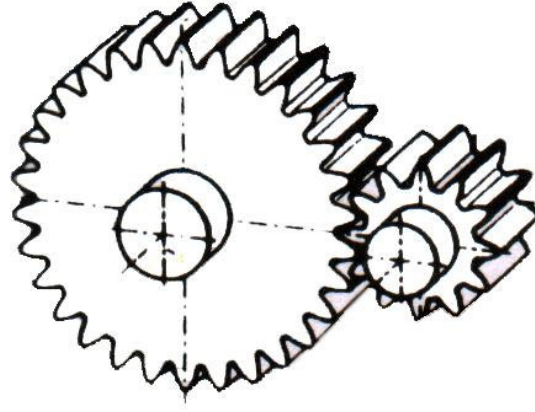
Kesişen eksenli dişliler;

- Düz konik dişliler
- Spiral konik dişliler
- Aykırı eksenli dişliler
 - Hipoid dişliler
 - Vida mekanizması
 - Spiral dişliler
- Özel dişli türleri;
 - Eliptik dişliler
 - Üçgen dişliler
 - Kare dişliler

2.2.1 Paralel eksenli dişliler

2.2.1.1 Düz (alm) dişliler

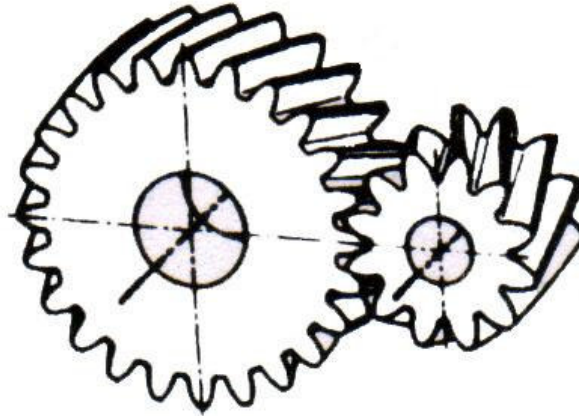
Bu dişlilerde; dişler dişlinin dönme eksenine paralel yönde kesilmişlerdir. Diğer dişli türleri ile karşılaştırıldığında tasarımı en kolay dişli türüdür. Düz dişli dişleri, diş yükü sebebi ile herhangi bir eksenel kuvvete maruz kalmamaktadır. Şekil 2.2' de alm dişliler gösterilmiştir.



Şekil 2.2 Düz (alm) dişliler

2.2.1.2 Helisel dişliler

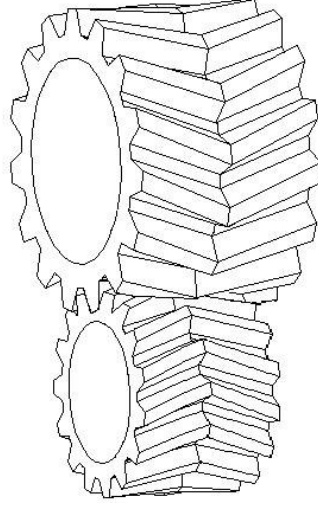
Düz dişlilerden farkı, dişlerinin helis şeklinde olmasıdır. Bu tür dişlilerde dişlerin temas noktası dişin bir ucundan diğerine değişim gösterir. Diş yükü helisel dişlilerde eksenel kuvvet oluşturur. Düz dişlilere göre daha az gürültülü, daha az darbeleri ve daha yüksek hızlarda çalışabilirler. Şekil 2.3' te helisel dişliler gösterilmiştir.



Şekil 2.3 Helisel dişliler

2.2.1.3 Çift helisli dişliler

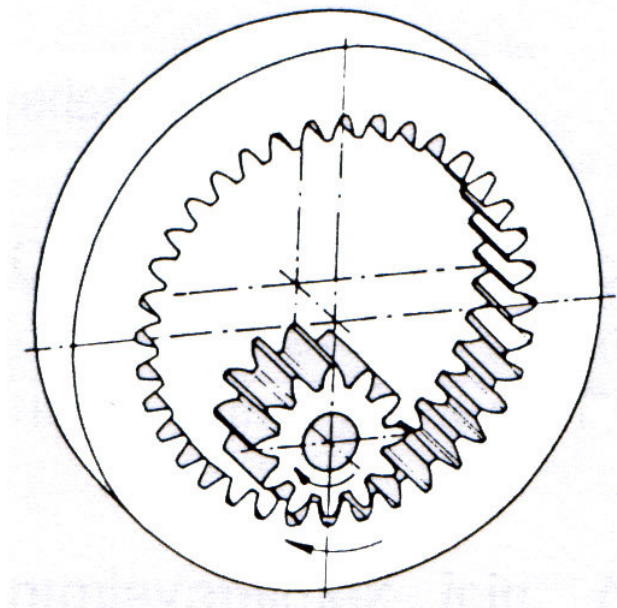
Bu dişlilerin diş formu yan yana getirilmiş, karşıt iki helis şeklindedir. Helisel dişlilerde oluşan aksenal kuvvetler, çift helislide görülmez. Şekil 2.4' te çift helisli dişliler gösterilmiştir.



Şekil 2.4 Çift helisli dişliler

2.2.1.4 İç dişliler

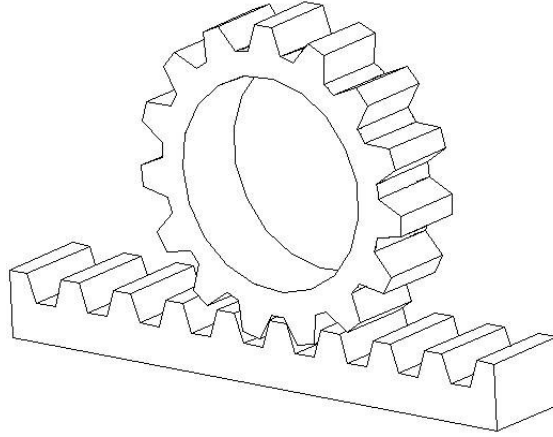
Bu tür dişlilerin en çok kullanıldığı alanlar, basit pinyon çark mekanizmaları, planet mekanizmaları, elastik kaplinlerdir. İç dişli mekanizmalarının bir özelliği de dişlilerin aynı yönde dönmesidir. Şekil 2.5' te iç dişliler gösterilmiştir.



Şekil 2.5 İç dişliler

2.2.1.5 Çubuk dişliler

Dişli çapı sonsuza götürülürse çubuk dişliler elde edilir. Çoğunlukla çubuk dişliler düz formdadır, ancak helisel ve çift helisel çubuk dişliler de mevcuttur. Çubuk dişliler, dönme hareketlerinin ilerleme hareketlerine dönüşmesinin istendiği durumlarda kullanılır. Bir diğer kullanım alanı da dişli imalatıdır. Alın, helisel ve çift helisel dişliler için kesme takımları çubuk dişli şeklindedir. Şekil 2.6' da çubuk dişli gösterilmiştir.

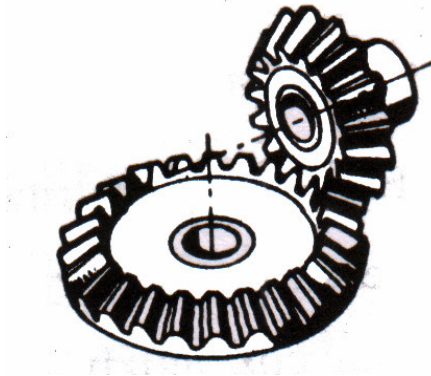


Şekil 2.6 Çubuk dişliler

2.2.2 Kesişen eksenli dişliler

2.2.2.1 Düz konik dişliler

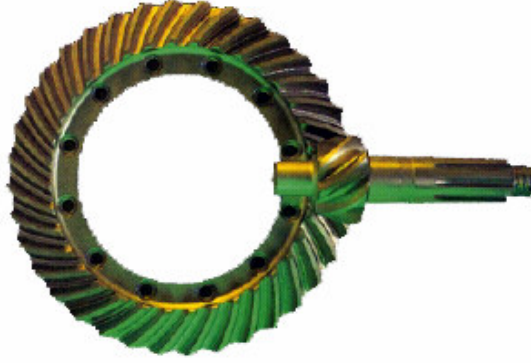
Bu tür dişliler, dişlerin arasında çizgisel temas bulunmasından ötürü düz dişli çarklara benzerler. Diş kalınlığı koniğin tabanında, koniğin tepesine göre daha fazladır. Yük altında koniğin tepesinden aşağıya doğru bastırma kuvveti oluşur. Şaft açısı genellikle 90° 'dir düz konik dişliler daha çok düşük hızlarda kullanılır. Yüksek hızlarda dinamik kuvvetler artar ve kavrama oranı azalır. Şekil 2.7' de konik dişliler gösterilmiştir.



Şekil 2.7 Düz konik dişliler

2.2.2.2 Spiral konik dişliler

Dişleri helisel şekilde açılmıştır. Dişli çifti teması kesmeden diğer dişliler temasa geçtikleri için kinematik olarak düzgün çalışabilen, düz konik dişlilere göre daha yüksek hızlarda kullanılabilen bir dişlidir. Düz konik dişlilere göre bir avantajı da daha sessiz çalışmasıdır. Değişik türde helis eğrileri bu tür dişliler için kullanılabilir. Spiral, çember yayı ve evolvent bu tür dişliler için kullanılan eğri türleridir. Şekil 2.8’ de spiral konik dişliler gösterilmiştir.

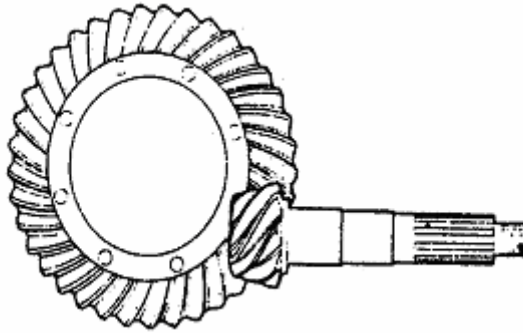


Şekil 2.8 Spiral konik dişliler

2.2.2.3 Aykırı Eksenli Dişliler

2.2.2.3.1 Hipoid dişliler

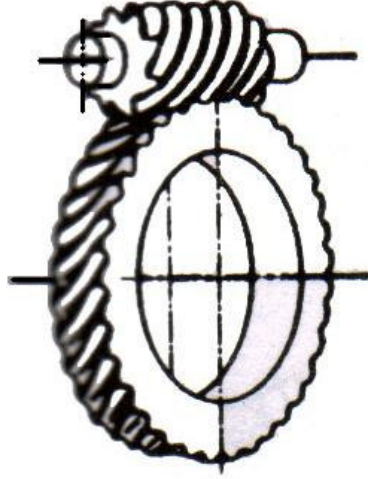
Spiral konik dişlilere benzer, ancak pinyon shaftı kaydırılmıştır. Bu nedenle dişli eksenleri kesişmez. Sessiz çalışması en büyük avantajdır. En büyük kullanım alanı otomobil diferansiyelleridir. Şekil 2.9’ da hipoid dişliler gösterilmektedir.



Şekil 2.9 Hipoid dişliler

2.2.2.3.2 Vida mekanizması

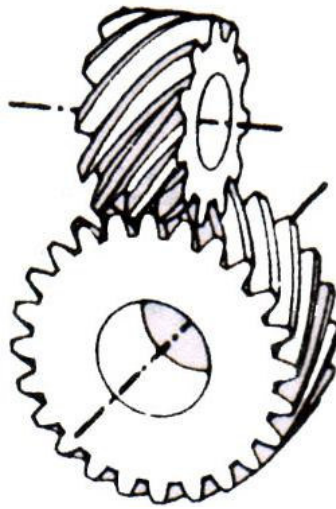
Dişlilerden biri vida şeklindedir. Dişli eksenini ile vida eksenini arasında 90° lik açı bulunur. Tek kademede yüksek çevrim oranı elde edilebilir. Şekil 2.10' da bir vida mekanizması gösterilmektedir.



Şekil 2.10 Vida mekanizması

2.2.2.3.3 Spiral dişliler

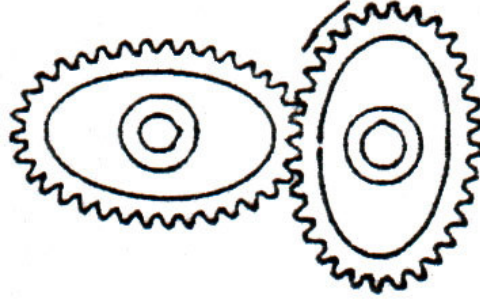
Helisel iki dişlinin aykırı eksenlerde çalıştırılması ile spiral dişli mekanizmaları elde edilir. Dişlilerin helis yönleri genelde aynı tarafa doğrudur. Bu tür dişli mekanizmalarında nokta teması söz konusudur. Bu nedenle ağır yük uygulamalarında kullanılamazlar. Eksen aralığındaki küçük oynamalar düzgün çalışmayı engellemez. Şekil 2.11' de bir spiral dişli mekanizması gösterilmektedir.



Şekil 2.11 Spiral dişliler

2.2.2.3.4 Özel dişli türleri

Bu tür dişliler, sabit hız girişinden değişken hız çıkışı alan mekanizmalarda kullanılırlar. Düşük hızlarda düşük güçler iletmek için kullanılırlar. En çok kullanılanları eliptik, kare ve üçgen dişlilerdir. Fellows metodu ile imal edilecek dişli ile aynı şekil ve boyuttaki kesiciler yardımı ile işlenebilirler. Şekil 2.12' de eliptik dişliler gösterilmiştir.



Şekil 2.12 Eliptik dişliler

3. TEMEL DİŞLİ GEOMETRİSİ

3.1 Dişli Çark Geometrisi

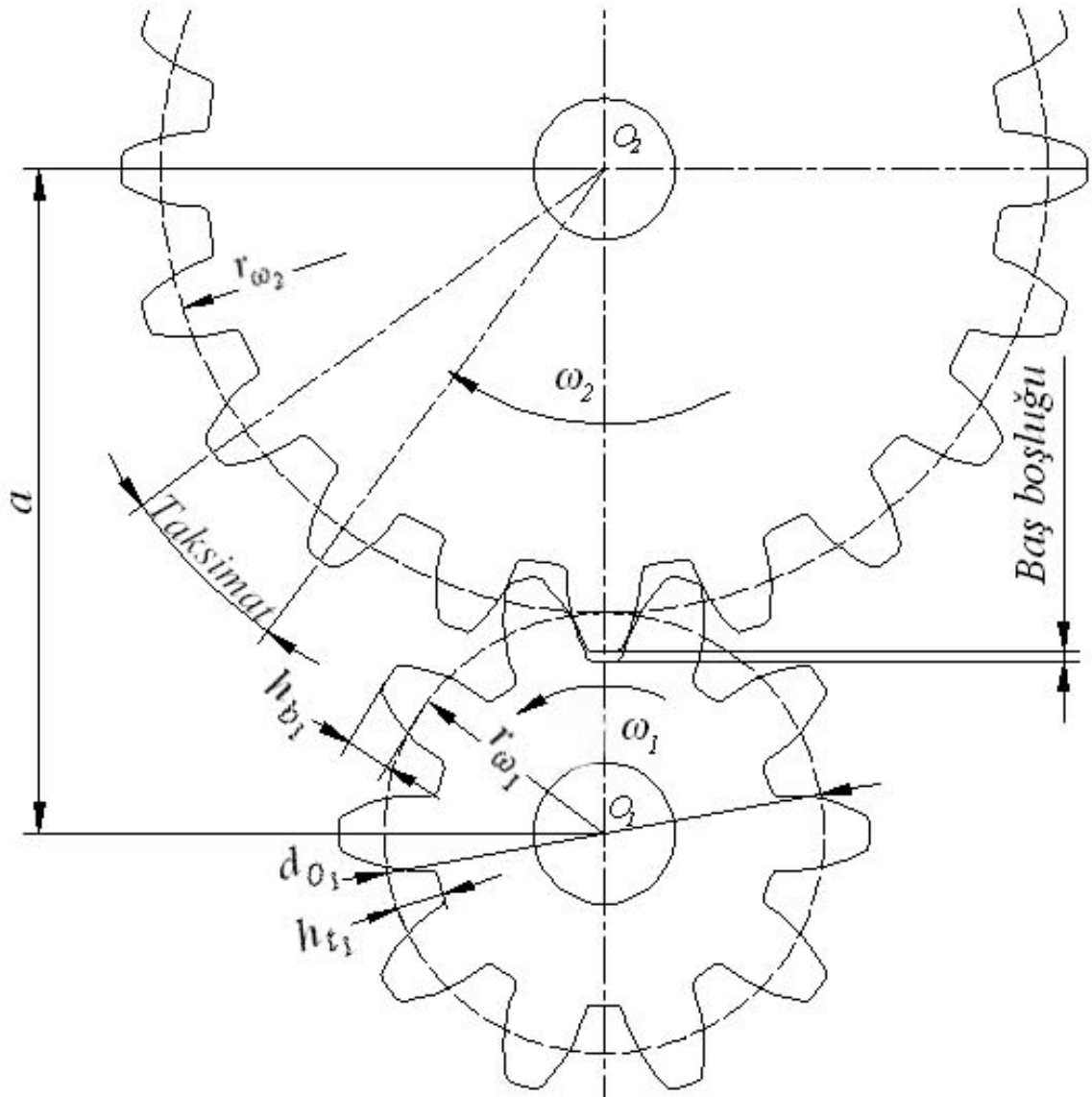
Verilen bir alın dişli mekanizması için;

z_1, z_2 : Sırasıyla pinyon ve dişlinin diş sayısı,

a : Dişli çarkların eksenleri arası mesafe

ω_1, ω_2 : Sırasıyla pinyon ve dişlinin açısal hızlarıdır.

Şekil 3.1' de böyle bir mekanizma gösterilmiştir.



Şekil 3.1 Alın dişli geometrisi

Uygun yapılmış dişli çiftleri için, açısal hızların oranı sabit olmalıdır.

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \text{sabit 'tir.} \quad (3.1)$$

Eğer dişli dişleri eşit aralıklı ise, yukarıdaki oran dişlinin diş sayısının pinyonun diş sayısına oranına eşittir. Bu oran “*Dişli Oranı*” veya “*Çevrim Oranı*” olarak adlandırılır ve “*i*” ile gösterilir.

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} \quad (3.2)$$

3.1.1 Taksimat çemberi

Üzerinde dişlilerin taksimatı yapılan dişli çarkın asıl büyüklüğünü belirleyen çemberdir. Taksimat çemberi çapı $d_0 = m \cdot Z$ dişliler için standartlaştırılmış olan “*m*” modül ve “*Z*” diş sayısı bağlı olarak ifade edilmiştir. Diş taksimatı t_0 dediğimiz bir diş kalınlığı ile diş arası boşluğun ölçüsü taksimat çemberi üzerinden alınır.

$$t_0 = m \cdot \pi \quad (3.3)$$

3.1.2 Temel çember

Evolvent profilin üzerine inşa edildiği çemberdir. Karşı dişli ile temas anında ortak teğetlerinden çıkılan dikmeler evolvent fonksiyonun gereği olarak temel çemberine teğettir.

$$Ev(\alpha) = \tan(\alpha) - \alpha \quad (3.4)$$

3.1.3 Baş ve taban çemberleri

Bu çemberlerin değeri dişli yükseklikleri tarafından saptanır. Baş yüksekliği $h_b = m$ taban yüksekliği ise dişli başının kolay girip çıkabilmesi baş boşluğu denilen $S_B = 0,25 \cdot m$ değeri kadar artırılır ve sonuçta $h_t = 1,25 \cdot m$ kadar olur. Buna göre baş çemberi çapı $d_b = d_0 + 2 \cdot h_b$ ve taban çemberi çapı $d_t = d_0 - 2 \cdot h_t$ olur.

3.1.4 Yan boşluğu

Dişli çarkların çalışma esnasında ısınma ve imalat hataları gibi nedenlerden sıkışma yapmaması için bir tolerans mertebesinde diş kalınlığı, diş arası boşluğundan küçük yapılır.

3.1.5 Yuvarlanma çemberleri

Bir dişli çifti için birbiri üzerine kaymadan yuvarlanan çember çifti tanımlamak mümkündür.

Bu çemberler, yuvarlanma çemberleridir.

$d_{\omega_1}, d_{\omega_2}$: yuvarlanma çemberlerinin çaplarıdır.

$r_{\omega_1}, r_{\omega_2}$: yuvarlanma çemberlerinin yarıçaplarıdır.

$$r_{\omega_1} + r_{\omega_2} = a \quad (3.5)$$

$$r_{\omega_1} + i \cdot r_{\omega_1} = a \quad (3.6)$$

$$r_{\omega_1} = \frac{a}{i+1} \quad (3.7)$$

$$r_{\omega_2} = \frac{i}{i+1} \cdot a \quad (3.8)$$

3.1.6 İç dişli mekanizmaları

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{r_{\omega_2}}{r_{\omega_1}} \quad (3.9)$$

$$r_{\omega_2} - r_{\omega_1} = a \quad (3.10)$$

$$r_{\omega_1} = \frac{a}{i-1} \quad (3.11)$$

$$r_{\omega_2} = \frac{i}{i-1} \cdot a \quad (3.12)$$

Yukarıda yuvarlanma çemberleri hakkındaki ilişkiler aynı zamanda helisel dişli mekanizmaları için de geçerlidir. Yuvarlanma çemberleri yalnız verilen dişli çifti için geçerlidir. Tek dişlinin herhangi bir yuvarlanma çemberi yoktur. Dişlilerin merkezleri arasındaki mesafeyi değiştirirsek, yeni bir yuvarlanma çemberi çifti elde ederiz.

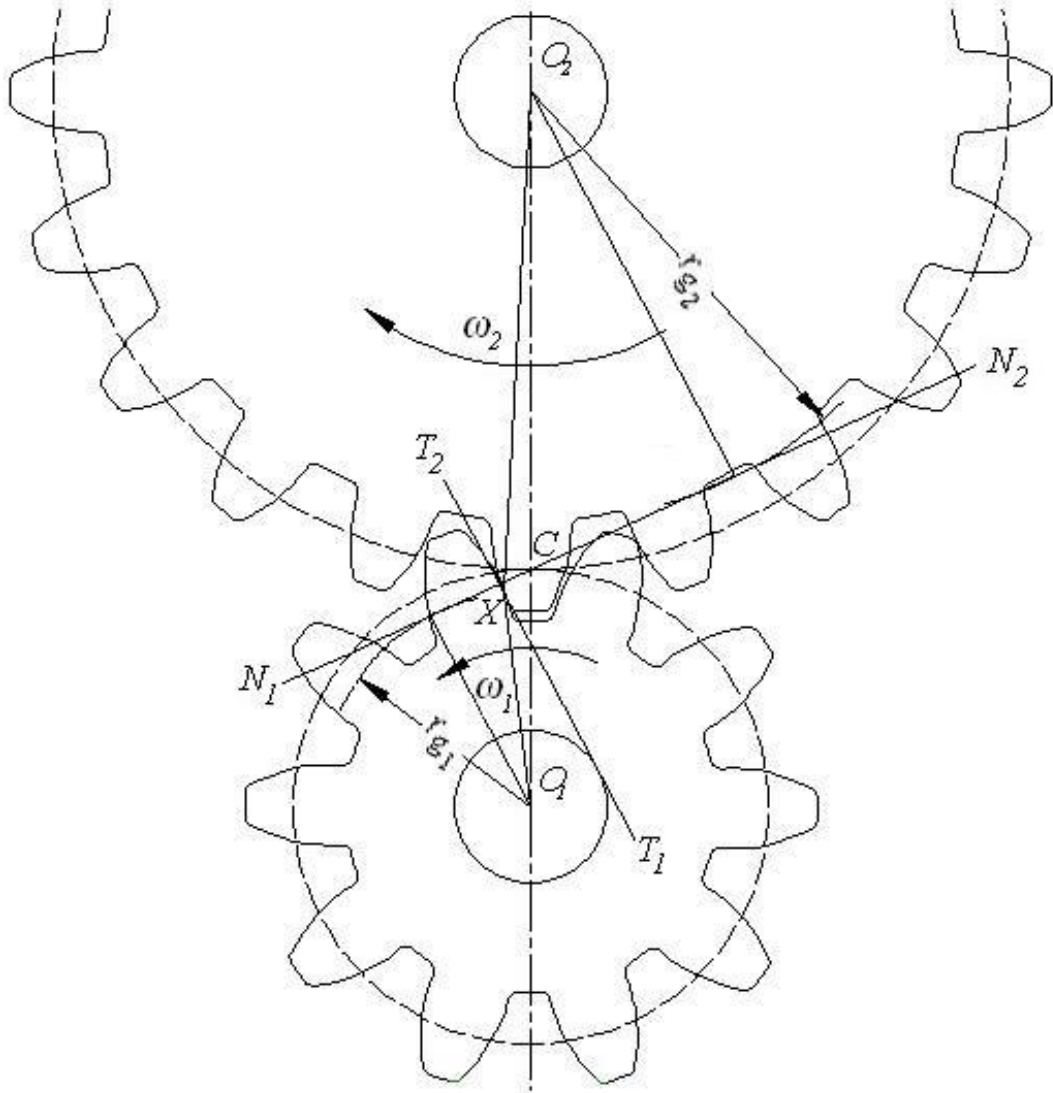
3.1.7 Diş profilleri

Dişli mekanizmalarında ana amaç hareketin düzgün olarak iletilmesidir. Dişli için kullanılacak profilin de bu şartı sağlaması gerekmektedir. Çok sayıda değişik şekilli profil bu şartı sağlamaktadır. Ancak pratikte en yoğun kullanımını evolvent diş profilleridir.

3.2 Dişli Ana Kanunu

Dişli çark mekanizmasının sabit bir oranda hız iletebilmesi için, eş çalışan profillerin herhangi bir temas noktasındaki ortak normallerinin her iki yuvarlanma dairelerinin temas noktasından geçmesi gerekmektedir. Buna “*Dişli Ana Kanunu*” denir.

Şekil 3.2’ de görülebileceği gibi eş çalışan profiller belirli bir anda X noktasında temas etmektedir. Herhangi bir andaki temas eden noktaya “*Kavrama Noktası*” denir. Bu noktada, $\overline{T_1T_2}$ profillerin ortak teğetidir. Bu teğete dik $\overline{N_1N_2}$ doğrusu ise ortak normal olup, $\overline{O_1O_2}$ merkezler doğrusunu C' de keser. O_1 ve O_2 merkezlerinden, $\overline{N_1N_2}$ normaline indirilen dikmelerin uzunluklarını r_{g1} ve r_{g2} ile, merkezlerin X ’ e olan mesafelerini $\overline{O_1X} = r_1$, $\overline{O_2X} = r_2$ ile gösterilmektedir.



Şekil 3.2 Dişli ana kanunu

Eş çalışan profillerin herhangi bir anda temas noktasındaki ortak normalleri daima yuvarlanma çemberlerinin değme noktasından (ani dönme merkezinden) geçer. Bu şart sağlandığı takdirde dönme hareketinin düzgün olarak iletilmesi sağlanır. Diş profili olarak kullanılacak eğrilerin bu şartı sağlaması gerekir.

3.2.1 Kavrama oranı

Dişli profillerinin temas noktalarının sabit düzlemde oluşturduğu eğriye "*Kavrama Eğrisi*" denir. Yuvarlanma çemberleri belli ise verilen bir profile ait kavrama eğrisi tamamen belirlidir.

Kavrama eğrisinin bir kısmı yuvarlanma noktasının önünde bir kısmı arkasındadır. Dişler diş başı çemberi ile sınırlandırıldığından kavrama eğrisinin diş başı çemberleri tarafından kesildiği noktalar arasındaki bölümü kullanılır. Kavrama, 2 No' lu O_2 çarkının diş başı çemberi ile kavrama eğrisinin kesiştiği noktadan başlar ve O_1 çarkının diş başı çemberi ile kavrama eğrisinin kesiştiği noktasından sona erer. Buna göre kavrama eğrisinin gerçek kullanma bölgesi bu iki nokta arası olup bu bölgeye "*Kavrama Kıtası*" "g" adı verilir. Dişler bu bölgede birbiri ile temastadır. Yuvarlanma çemberleri üzerinde ölçülmek üzere, kavrama kıtasına karşılık olan yay uzunlukları, kavramanın başlangıcından sonuna kadar profil tarafından geride bırakılan yay uzunluğu "*Kavrama Süresi*" "e" olarak tanımlanır.

Kavrama Süresinin alın taksimata oranı "*Kavrama Oranı*" "e" olarak tanımlanır. Kavramanın sona erdiği noktada, sürekli ve darbesiz çalışmayı sağlamak için yeni bir çift dişin daha önceden çalışmaya başlaması gerekir. Bu ise kavrama süresi e' nin alın taksimatından büyük olması ile mümkündür. Bu ise Kavrama Oranı' nın 1 'den büyük olmasını gerektirir. Kavrama Oranı, daima 1 'den büyük olmalıdır. Kavrama Oranı 1' den küçük olursa, bir diş çiftinin teması sona erdikten sonra diğer diş çifti temasa başlayacaktır. Bu ise darbeleri geçme, gürültülü bir çalışma doğuracaktır.

$$\varepsilon = \frac{e}{t} > 1 \quad (3.13)$$

olmalıdır.

ε ne kadar büyük ise diş çifti o kadar uzun süre temasta kalır. Kavrama kıtası boyunca, belli bölgede iki çift diş, belli bölgede de bir çift diş temasta olur.

Düz dişlilerde kavrama oranı değeri diş sayılarına ve çevrim oranına bağlı olarak normal mekanizmalarda 1.25 -1.50 arasında değişir. Alt sınır $\varepsilon_{min}=1.08$ dir.

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon \quad (3.14)$$

eşitliğine göre dişli çiftinin kavrama oranı bulunur. Aşağıdaki Ek 1' de ε_1 ve ε_2 değerleri verilmiştir.

Kavrama oranları toplamı birden büyük olduğu halde $z=12$ ve 13 dişlileri ile oluşturulabilecek dişli sistemlerinde gerek kuvvet taşıma bakımından gerekse aşınma bakımından çalışma rahat olmaz. Bu sebeplerden ötürü pratikte kullanılacak diş sayısının alt sınırı $z=14$ olarak uygulanır.

3.2.2 Evolvent ve özellikleri

Evolvent, bir doğrunun bir çember üzerinde kaymadan yuvarlanması sırasında doğru üzerindeki bir noktanın çizdiği eğridir.

Dişli çarklarda, sabit hız, kuvvet iletimi imalat kolaylığı gibi konular göz önüne alındığında en uygun diş profilleri formlarının eğri tipi evolvent profillerinin olduğu görülür.

Şekil 3.3' de temel çemberine teğet olan doğru, P_y noktasında evolventin normalidir, $T_y P_y$ doğru parçasının uzunluğu. GT_y yayına eşit olup aynı zamanda P_y noktasında evolventin eğrilik yarıçapıdır.

$$\widehat{GT}_y = \overline{P_y T_y} = \rho_y \quad (3.14)$$

$$r_g (\varphi_y + \alpha_y) = r_g \tan \alpha_y \quad (3.15)$$

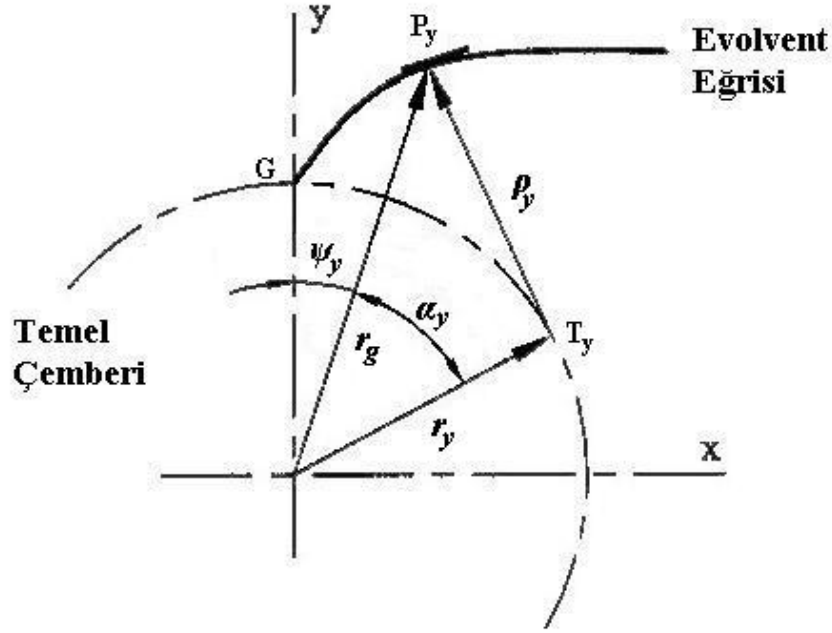
$$\varphi_y = \tan \alpha_y - \alpha_y = ev(\alpha_y) \quad (3.16)$$

elde edilir. Bu fonksiyona "Evolvent Fonksiyonu" denir. Temel çember yarıçapı

$$r_g = r_y \cos(\alpha_y) \quad (3.17)$$

dir.

Şekil 3.3'te evolvent ile ilgili temel parametreler gösterilmiştir.



Şekil 3.3 Evolvent ve Özellikleri

Evolventin şekli, temel çember büyüklüğüne bağlıdır. Evolvent profilli bir dişli düzgün dönme hareketi yaparken, başka bir evolvent ile eş çalıştırılırsa temel çemberlerin merkezleri arasındaki mesafe ne olursa olsun, düzgün hareket iletimi sağlanır. Bu nedenle merkezler arası mesafenin değişmesi evolvent dişlilerde çalışmayı etkilemez.

Ardışık iki sol veya sağ evolvent kenarının başlangıç noktaları arasındaki yay uzunluğu temel çember taksimatı ismini alır (p_b).

3.2.3 İmalat kavrama açısı

Yuvarlanma çemberlerinin ortak teğeti ile kavrama doğrusu arasında kalan açığa “İmalat Kavrama Açısı” denir. İmalat kavrama açısı α_ω ile gösterilirse,

$$\cos \alpha_\omega = \frac{r_{b1}}{r_{\omega 1}} = \frac{r_{b2}}{r_{\omega 2}} \quad (3.18)$$

Yuvarlanma çemberleri yarıçapları merkezler arası mesafeye bağlı olduğundan imalat kavrama açısı da merkezler arası mesafeye bağlıdır. Yuvarlanma çemberlerinin teğetsel hızları

$$V = \omega_1 r_{\omega 1} = \omega_2 r_{\omega 2} \quad (3.19)$$

Temel çember üzerindeki bir noktanın ve temas noktasının teğetsel hızı

$$V_b = \omega_1 r_{b1} = \omega_2 r_{b2} \quad (3.20)$$

$$V_b = V \cdot \cos \alpha_o \quad (3.21)$$

olarak tanımlanabilir.

3.2.4 Diş yüksekliği ile ilgili oranlar

Diş yüksekliğinin tamamı karşı dişli ile temas halinde bulunmaz. Diş profilinin temasta bulunduğu kısmın radyal uzunluğuna “Çalışma Derinliği” denir. Diş profilinin temasta olmayan kısmı “Kök Açıklığı” ismini alır. Diş yüksekliğinin tamamı da “Toplam Derinlik” olarak nitelendirilir.

Çalışma derinliği ve toplam derinlik modül ile orantılıdır. Standart dişliler için çalışma derinliği değeri modülün iki katına eşittir ($2 \cdot m$). Kök açıklığı değeri ise 0,137m ile 0,3m değerleri arasında değişmektedir. Genellikle 0,2m 0,25m değerleri kök açıklığı için kullanılmaktadır.

3.2.5 Diş kalınlığı

Taksimat çemberi üzerinde yay boyu olarak diş kalınlığı dişli ile eş çalışan çubuk dişlinin imalat taksimat doğrusu üzerindeki diş boşluğuna eşittir. Bu kalınlık,

$$s = \frac{\hat{p}}{2} + 2 \cdot x \cdot m \cdot \tan \alpha = \frac{\pi \cdot m}{2} + 2 \cdot x \cdot m \cdot \tan \alpha = m \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \tan \alpha \right) \quad (3.22)$$

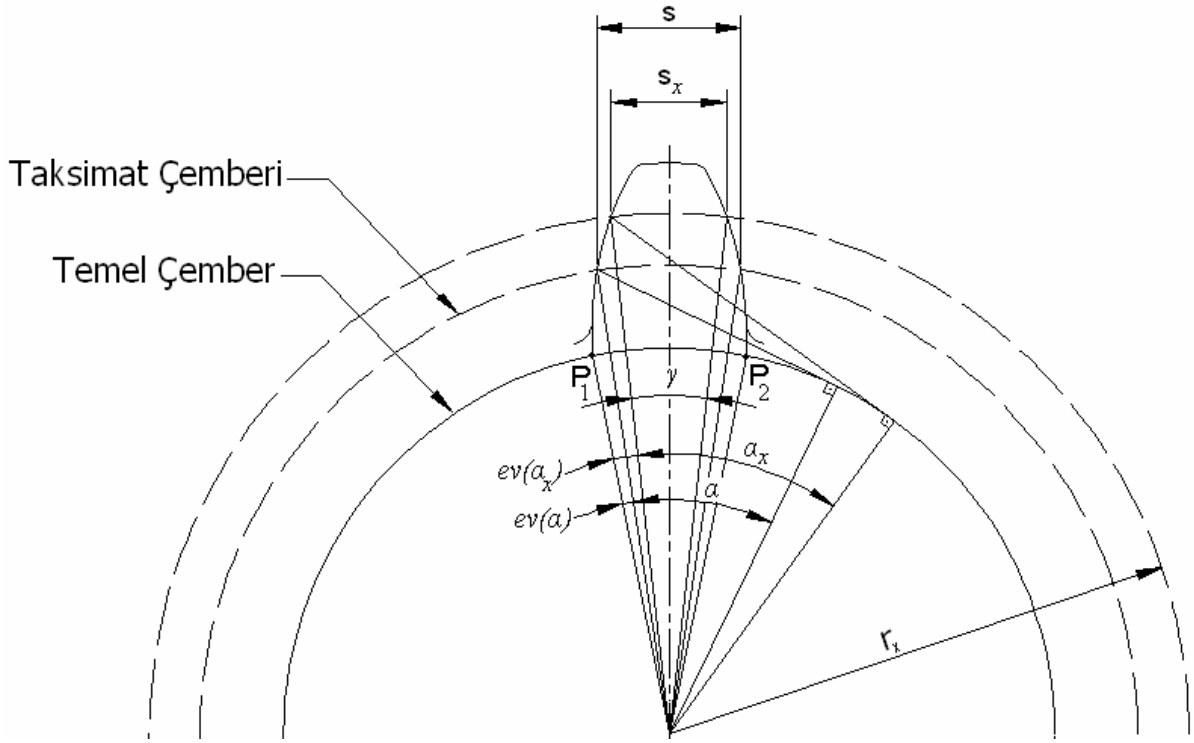
formülünden bulunabilir. Taksimat çemberi üzerinde yay boyu olarak iki diş arasındaki boşluk,

$$e = m \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 2 \cdot x \cdot \tan \alpha \right) = p - s \quad (3.23)$$

formülünden bulunabilir. Eğer profil kaydırma yoksa ($x = 0$),

$$\hat{s} = \hat{e} = \frac{p}{2} = \frac{\pi \cdot m}{2} \quad (3.24)$$

formülü geçerlidir.



Şekil 3.4 Diş kalınlığı ile ilgili parametreler

Temel çember üzerindeki diş kalınlığı,

$$\hat{s}_b = F_1 F_2 \quad (3.25)$$

γ , taksimat çemberi üzerindeki diş kalınlığına karşı gelen merkez açısı olmak üzere,

$$\gamma = \frac{\hat{s}}{r} = \frac{\hat{s}}{m \cdot z / 2} = \frac{2 \cdot \hat{s}}{m \cdot z} \quad (3.26)$$

formülünden bulunabilir. Şekil 3.4' te diş kalınlığı ile ilgili temel parametreler gösterilmiştir. Temel çember üzerinde diş kalınlığına karşı gelen merkez açısı, $\gamma + 2 \cdot ev(\alpha)$ olduğundan temel çember üzerindeki diş kalınlığı

$$F_1 F_2 = \hat{s}_b = \left(\frac{2 \cdot s}{m \cdot z} + 2 \cdot ev(\alpha) \right) \cdot r_b \quad (3.27)$$

olarak bulunur. $r_b = r \cdot \cos \alpha$ olduğu bilinmektedir. Herhangi bir yarıçap (r_x) ve ona karşı gelen açı (α_x) için,

$$r_b = r_x \cdot \cos(\alpha_x) \quad (3.28)$$

$$r_x = \frac{r_b}{\cos(\alpha_x)} = r \cdot \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha_x)} \quad (3.29)$$

s_x diş kalınlığına karşı gelen merkez açısı,

$$\gamma + 2(ev\alpha - ev\alpha_x) = \frac{2 \cdot \hat{s}}{m \cdot z} + 2(ev\alpha - ev\alpha_x) \quad (3.30)$$

r_x , yarıçaplı çember üzerindeki diş kalınlığı,

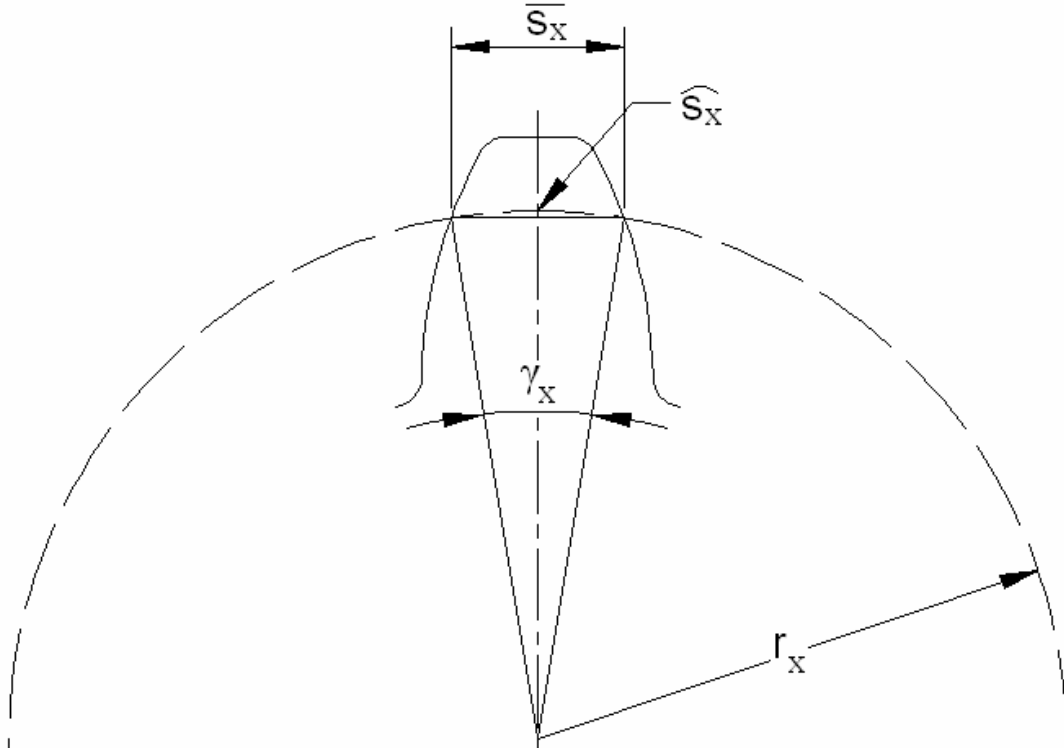
$$\hat{s}_x = \left[\frac{2 \cdot \hat{s}}{m \cdot z} + 2(ev\alpha - ev\alpha_x) \right] \cdot r_x \quad (3.31)$$

Yukarıdaki bütün diş kalınlıkları (\hat{s} , \hat{s}_b , \hat{s}_x) çember yayı uzunluklarıdır. Şekil 2.5' ten bu fark görülebilir. Doğru uzunlukları değildir.

$$\gamma_x = \frac{\hat{s}_x}{r_x} \quad (3.32)$$

$$\overline{s}_x = 2 \cdot r_x \cdot \sin\left(\frac{\gamma_x}{2}\right) \quad (3.33)$$

formülünden doğru uzunluğu bulunabilir.



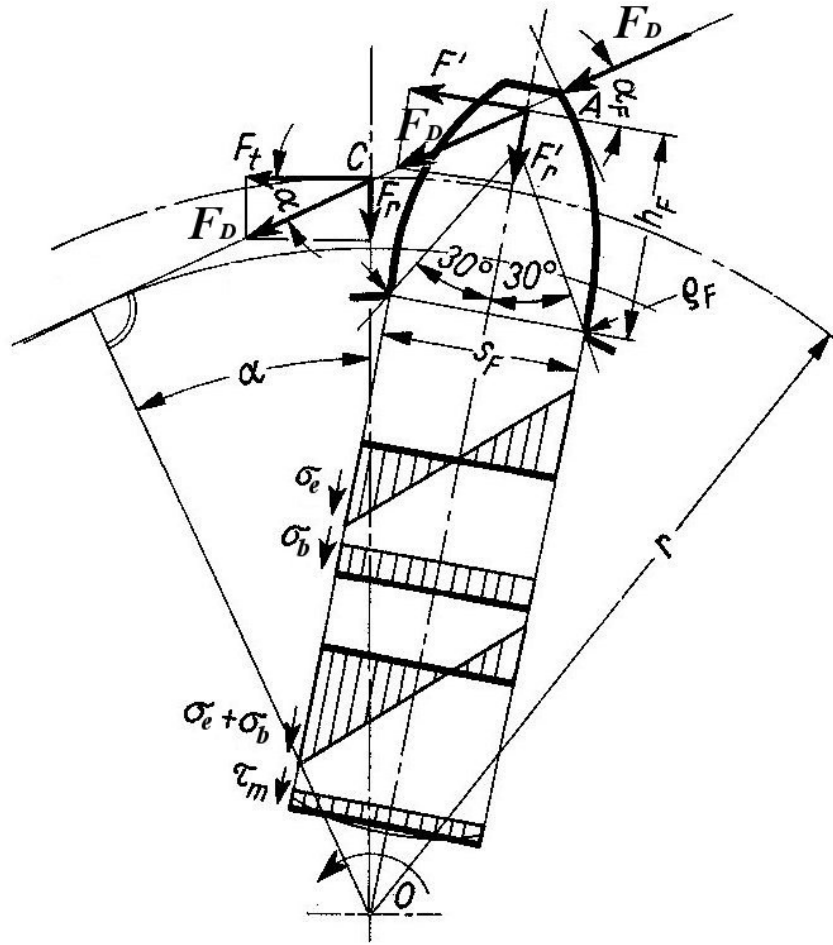
Şekil 3.5 Doğru parçası ve yay uzunluğu olarak diş kalınlığı

4. DİŞ GERİLMELERİNİN BULUNMASI VE MUKAVEMET HESAPLARI

4.1 Diş Dibi Gerilmesi

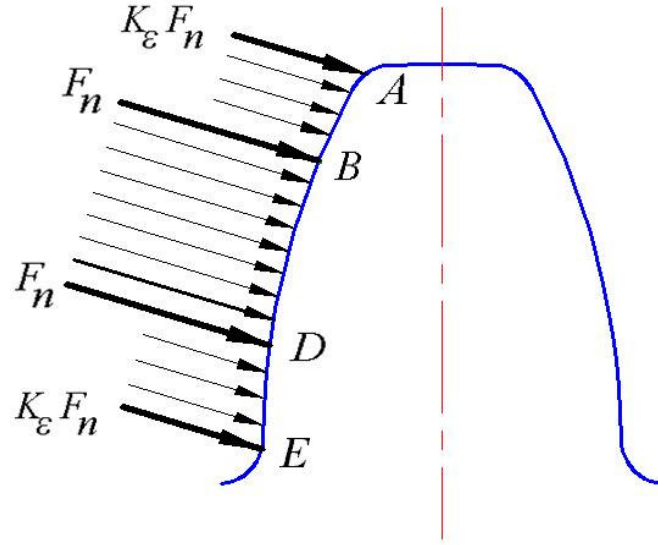
Çalışma halinde olan çark çiftindeki dişler değişken zorlamalar ile karşılaşılır. Kavrama doğrusu boyunca etkiyen kuvvetler aktif profil üzerinde dişlilerin birbiri peşi sıra devreye girmesi ve devreden çıkması ile büyüklüğü sürekli değişen değerler ile dinamik zorlamalara neden olurlar. Özellikle sertleştirilmiş çeliklerde en sık görülen hasar durumu diş dibi kırılmasıdır. Bu nedenle diş dibinde oluşan gerilmelerin belirlenmesi dişli çark boyutlandırma hesabında önem taşır. F_D diş kuvvetinin etkisiyle diş dibi bölgesi;

1. Eğilme
2. Bası
3. Kayma zorlamalarına maruz kalır.



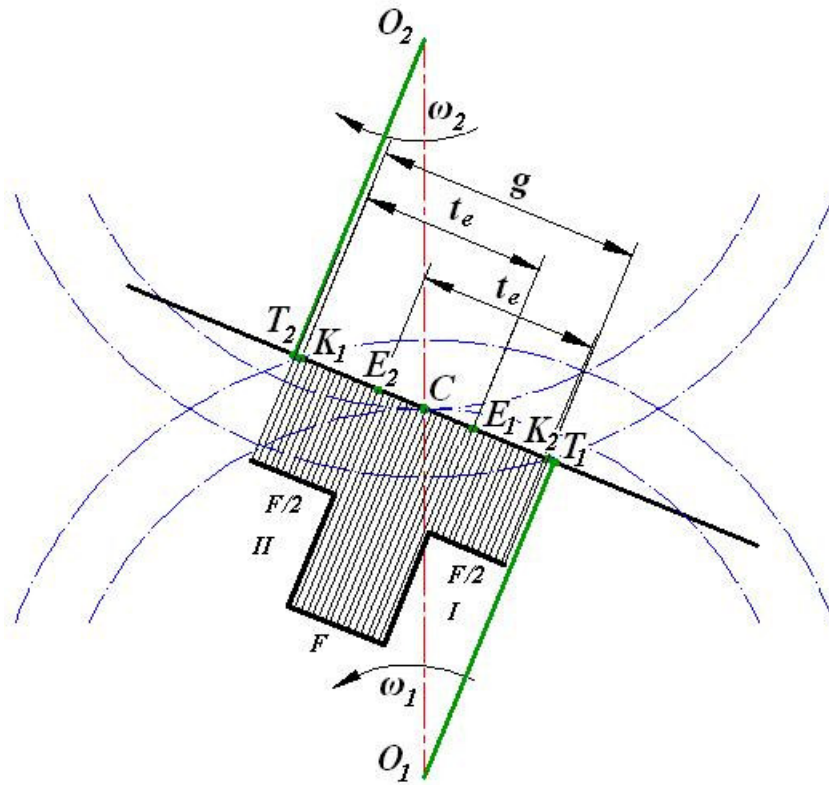
Şekil 4.1 Diş dibinde oluşan gerilmeler

Dişler yük paylaşımını sağlayacak hassasiyette imal edilmediği düşünülerek diş kuvvetinin diş ucunda tam değerde etki ettiği kabul edilmiştir. Bu nedenle diş dibinde azami gerilmeyi sağlayan yük tatbik noktası diş ucudur ve bu durum Şekil 4.1' de gösterilmiştir.



Şekil 4.2 Diş profilinde kuvvet dağılımı

Pratikte kavrama durumundaki iki dişe farklı yükler dağılmış olsa da Şekil 4.2' de ki gibi bir yaklaşım ile K_e değeri 1/2 kabul edilebilir.



Şekil 4.3 Kavrama boyunca yük dağılımı

Şekil 4.3' te K_1K_2 kavrama doğrusunun çalışma boyunca diş çiftinin yüklenişi gösterilmiştir. "I" nolu diş profili için incelediğimizde iki kritik nokta vardır. Bunlardan biri moment kolunun en uzun olduğu K_1 noktası diğeri ise kuvvetin tek diş tarafından taşındığı E_2 noktasıdır.

K_1 noktasının yeri geometrik olarak hemen bulunur. Eğer ikinci kritik nokta olan E_2 noktasının yerini tayin etmek istersek ;

$$g_1 = \varepsilon_1 \cdot m \cdot \pi \cdot \cos(\alpha_0) \quad (4.1)$$

$$g_2 = \varepsilon_2 \cdot m \cdot \pi \cdot \cos(\alpha_0) \quad (4.2)$$

bağıntılarıyla

$$r_{E_2} = \sqrt{(r_0 + (t_e - g_2) \cdot \sin(\alpha_0))^2 + ((t_e - g_2) \cdot \cos(\alpha_0))^2} \quad (4.3)$$

bağıntısı elde edilir. Bu değer evolvent profil üzerindeki E_2 noktasının O_1 dişli merkezine olan yarıçap uzunluğudur. F_D normal kuvvet ise evolvent profil üzerinde etki ettiği noktanın α açısı olmak üzere;

$$F_t = F_D \cdot \cos(\alpha) \quad (4.4)$$

$$F_r = F_D \cdot \sin(\alpha) \quad (4.5)$$

F_t teğetsel kuvvet bileşeni ve F_r radyal kuvvet bileşeni olmak üzere elde edilir.

Yuvarlanma dairelerinin teğet olduğu "C" noktasında iki çarkın teğetsel hızları birbirine eşittir.

$$\frac{U_1}{U_2} = \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot r_{01} \cdot n_1}{2 \cdot \pi \cdot r_{02} \cdot n_2} \right) = \left(\frac{z_1 \cdot n_1}{z_2 \cdot n_2} \right) = 1 \quad (4.6)$$

Teğetsel hızlara göre döndürme momentleri;

$$M_{t_1} = \frac{9550 \cdot P}{n_1} = F_t \cdot r_{01} \quad (4.7)$$

$$M_{t_2} = \frac{9550 \cdot P}{n_2} = F_t \cdot r_{02} \quad (4.8)$$

Temasa geçen dişlerden bir tanesinin ucunun temas düzleminde olması durumunda normal kuvvet diş üzerinde en büyük gerilmeleri oluşturur. Hesaplama kavrama oranı göz önüne alınmadan, tek bir dişin bütün yükü taşıdığını düşünürsek, F_D normal kuvvetin diş eksenine

üzerindeki K tatbik noktasına göre eksene dik F'_t teğetsel kuvvet bileşeni diş dibini en büyük eğme gerilmesiyle ayrıca F'_r bileşeni ise en büyük basma gerilmesiyle zorlar. Bunlardan başka diş dibinde kesme kuvveti olmuşsa da diğerlerinin yanında küçük kaldığından ihmal edilir. Eğme ve basma gerilmelerinin toplamı ise dişin zorladığı en büyük bileşik gerilmeyi verir.

$$\sigma_{max} = \sigma_e + \sigma_b < \sigma_{em}. \quad (4.9)$$

Dişi etkileyen basma gerilmesi, “ b ” diş genişliği olmak üzere,

$$\sigma_b = F'_r / b \cdot S_f \quad (4.10)$$

$$F'_r = F_t \cdot \cos(\lambda) / \cos(\alpha_0) \quad (4.11)$$

$$\sigma_b = F_t \cdot \cos(\lambda) / b \cdot S_f \cdot \cos(\alpha_0) \quad (4.12)$$

Dişi etkileyen eğme gerilmesi ise,

$$\sigma_e = F'_t \cdot h / W \quad (4.13)$$

$$F'_t = F_t \cdot \sin(\lambda) / \cos(\alpha_0) \quad (4.14)$$

$$W \approx b \cdot S_f^2 / 6 \quad (4.15)$$

olmak üzere,

$$\sigma_e = 6 \cdot F_t \cdot \sin(\lambda) \cdot h / b \cdot S_f^2 \cdot \cos(\alpha_0) \quad (4.16)$$

Maksimum gerilme modülüne bağlı olarak gösterirsek,

$$\sigma_{max} = (F_t / b \cdot m) \cdot [(m \cdot 6 \cdot \sin(\lambda) \cdot h / S_f^2 \cdot \cos(\alpha_0)) + (m \cdot \cos(\lambda) / S_f^2 \cdot \cos(\alpha_0))] \quad (4.17)$$

Bu ifadede “ m ” modül değeri, “ q ” diş şekil faktörü ve “ b ” diş kalınlığı olmak üzere maksimum gerilme;

$$\sigma_{max} = (F_t / b \cdot m) \cdot q \quad (4.18)$$

şeklinde ifade edilir.

Diş dibi gerilmesi açısından zorlamanın en büyük olduğu hal diş kuvveti F_D' nin dişin tepe noktasından etkidiği andır. Kavrama oranına bağlı olarak birden fazla diş yük taşıdığı halde hesapta tek diş yük taşıyor kabulü yapılmıştır. Yapılan deneysel çalışmalar neticesinde diş dibi gerilmesinin hesaplanmasında 3 farklı metot geliştirilmiştir. Bu tez çalışmasında DIN 3990'da standartlaştırılmış olan hesap yöntemini kullanıldı. Bu yöntemde 3 kabul mevcuttur:

- Diş kuvveti diş yan yüzeyinin en tepe noktasından etkimektedir.
- Diş kuvveti tek bir diş tarafından karşılanmaktadır.
- En büyük gerilme, diş dibi kavisine 30° eğimli teğet noktasındadır.

Diş dibinde oluşan gerilme için bu kabuller yapılmış ve bu kabullere göre maksimum gerilme formülü elde edilmiştir.

$$q = Y_F \cdot Y_S \quad (4.19)$$

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b \cdot m} \cdot Y_F \cdot Y_S \quad (4.20)$$

olarak verilmektedir. Diş şekil faktörü “ q ”, diş form faktörü Y_F ve gerilim düzeltme faktörü Y_S ’ nin çarpımından oluşmaktadır. Y_S , kritik kesitteki diş dibi kalınlığına (s_f) bağlıdır.

Hesap yöntemi incelendiğinde, diş dibindeki gerilme, diş dibi kesit alanına bağlıdır.

Ayrıca olabilecek imalat ve montaj hatalarından dolayı meydana gelebilecek zorlamalar da göz önüne alındığında $\varepsilon > 1$ olduğu halde kavrama oranı ($0,85 \cdot \varepsilon$) kabulü ile ikinci bir düzeltme yapılır.

$$\sigma_{\max} = \left(\frac{F_t}{b \cdot m \cdot 0,85 \cdot \varepsilon} \right) \cdot q \leq \sigma_{em} \quad (4.21)$$

ifadesi elde edilir.

4.2 Yan Yüzey Basıncı

Dişli çarkın mukavemeti açısından çarkların yan yüzeylerinde oluşan basınç da incelenmelidir. Dişli çarkların hasarlarının birçoğunun temel nedeni yan yüzeyde oluşan yüksek basınçtır. Hertz teorisine göre iki silindirin temas eden alanlarında oluşan maksimum basınç:

$$\sigma_{H \max} = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \left[\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right] \frac{F}{b} \cdot \frac{1}{(1 - \nu^2)} \cdot \frac{2 \cdot E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}} \quad (4.22)$$

Yapılan deneysel ve teorik çalışmalar, pinyon için yan yüzeydeki maksimum basıncın, kavramada iki diş çiftinden tek diş çiftine geçildiği nokta olan B' de oluştuğunu göstermektedir.

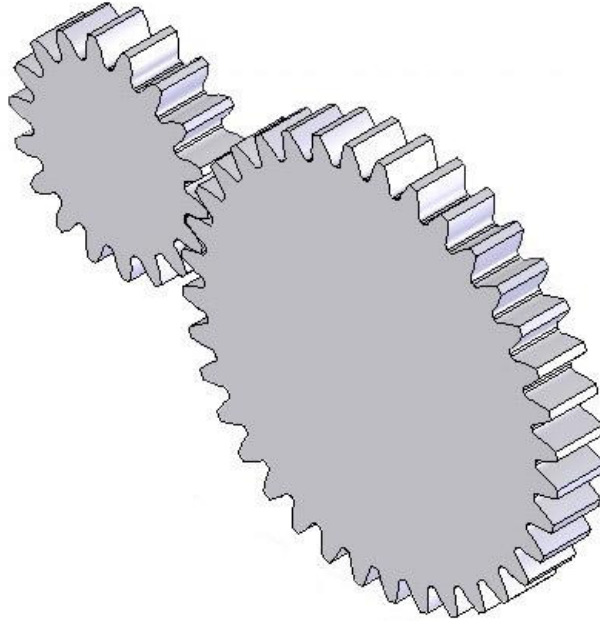
5. DIŞLİ ÇARKLARDA GERİLME ANALİZİ UYGULAMALARI

5.1 Analitik Yöntemle Dişli Çark Analizi Uygulama

Uygulamada analizi yapılacak olan dişli çarklar, düz dişli çark olarak seçilmiştir. Çevrim oranı; $i=2$ olmak üzere aşağıdaki boyutsal kabuller yapılmıştır.

Çizelge 5.1 Analizlerde kullanılan dişli çarkların geometrik özellikleri

Geometrik özellikler		
Geometrik özellikler	Döndüren dişli çark (pinyon)	Döndürülen dişli çark
Diş sayısı	$z_1=18$	$z_2=z_1 \cdot i = 18 \cdot 2=36$
Modül (mm)	$m=4$	
Taksimat çemberi çapı (mm)	$d_{01}=z_1 \cdot m=18 \cdot 4=72\text{mm}$	$d_{02}=z_2 \cdot m=36 \cdot 4=144\text{mm}$
Diş başı çemberi çapı (mm)	$d_{b1}=d_{01}+2 \cdot m=72+2 \cdot 4=80\text{mm}$	$d_{b2}=d_{02}+2 \cdot m=144+2 \cdot 4=152\text{mm}$
Diş taksimatı (mm)	$t_0=m \cdot \pi=12,567\text{mm}$	
Baş çemberindeki diş kalınlığı	$s_0=t_0/2=6,283\text{mm}$	
Diş genişliği (mm)	$b= 30 \text{ mm}$	$b= 30 \text{ mm}$
Kavrama oranı (Ek 1'den alınmıştır.)	$\varepsilon_1=0,765$	$\varepsilon_2=0,840$
Kavrama açısı (Derece)	20	



Şekil 5.1 Uygulamada kullanılan dişli çark çifti

Kavrama oranı değerleri; dişlilerin diş sayıları değerleri, $z_1=18$, $z_2=36$ kullanılarak Ek 1' den alınmıştır. Alınan değerler toplanarak;

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0,765 + 0,840 = 1,605$$

olarak kavrama oranı değeri bulunmuştur. Bu değeri kullanarak kavrama kıtası aşağıdaki formülden bulunur.

$$\varepsilon = \frac{g}{t_e} = \frac{g}{t \cdot \cos(\alpha_0)} = \frac{g}{m \cdot \pi \cdot \cos(\alpha_0)} \quad (5.1)$$

$$1,605 = \frac{g}{4 \cdot \pi \cdot \cos(20)}$$

Kavrama kıtası;

$$g = 18,952 \text{ mm}$$

olarak bulunmuştur. Diş taksimatının kavrama doğrusu üzerindeki iz düşüm değeri olan t_e ;

$$t_e = g / \varepsilon = 18,952 / 1,605 = 11,8 \text{ mm}$$

bulunur, bu değerleri formül (4.3)'te yazdığımızda,

$$r_{kr} = \sqrt{(36 + (11,8 - 9,919) \cdot \sin(20))^2 + ((11,8 - 9,919) \cdot \cos(20))^2} = 36,69 \text{ mm}$$

olarak kuvvetin tek diş tarafından taşındığı en kritik yarı çapı buluruz.

Çapı “ d ” olan evolvent diş profilinin “ s ” diş kalınlığı olmak üzere;

$$\cos \alpha = \frac{d_0 \cdot \cos(\alpha_0)}{d} \quad (5.2)$$

Diş kalınlığı;

$$s = d \cdot \left(\frac{s_0}{d_0} + Ev(\alpha_0) - Ev(\alpha) \right) \quad (5.3)$$

formülünden, β açısı kuvvetin diş simetri eksenine dik olan doğruyla yaptığı açı olup,

$$\beta = \alpha - \left(\frac{s}{2 \cdot r} \right) \quad (5.4)$$

formüllü kullanılarak hesaplanır.

Kritik çaptaki diş kalınlığını bulmak için yukarıdaki (5.2), (5.3) ve (5.4) nolu formüllerde değerleri yerlerine koyduğumuzda kritik kavrama açısı;

$$\cos \alpha_{kr} = \frac{72 \cdot \cos(20)}{36,69} = 0,922, \quad \alpha_{kr} = 22,77^\circ$$

olarak bulunur. Kritik diş kalınlığı;

$$s_{kr} = 73,38 \cdot \left(\frac{6,28}{72} + 0,0149 - 0,0419 \right) = 4,42 \text{ mm}$$

olarak bulunmuştur. Kuvvetin diş simetri eksenine dik olan doğruyla yaptığı kritik açı,

$$\beta_{kr} = 22,77 - \left(\frac{4,42}{2 \cdot 36,69} \right) = 22,71^\circ$$

olarak bulunur.

Eğer dişlilerimizi $F_D=500 \text{ N}$ luk bir kuvveti taşıdığını kabul edildiğinde, Teğetsel kuvvet;

$$F_t = F_D \cdot \cos(\beta) = 461 \text{ N}$$

olarak bulunmaktadır. Radyal Kuvvet;

$$F_r = F_D \cdot \sin(\beta) = 193 \text{ N}$$

olmaktadır.

Maksimum gerilme;

$$\sigma_{\max} = \left(\frac{461}{30 \cdot 4 \cdot 0,85 \cdot 1,605} \right) \cdot 3,582 \cong 1,0092 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$$

olarak hesaplanır.

5.2 Dişli Çarkların Bilgisayar Destekli Gerilme Analizi

Dişli çarkların klasik yöntemlerle analizi zordur. Bu nedenle sayısal temelli çözüm yöntemleri kullanmak gerekmektedir. Sayısal temelli çözüm yöntemlerini uygulamak için kullanılan paket programları, modellenen sistemlerin farklı yükleme durumları altındaki davranışlarını kısa sürede elde edilmesini sağlar. Bu da üretilecek ürünün üretimden önce, meydana gelebilecek hataların görülebilmesini ve o hatalara karşı tedbir alınmasını sağlar.

En güncel ve en önemli sayısal çözüm yöntemi olan “Sonlu Elemanlar Yöntemi”, bu tez çalışmasında kullanılmış olan çözüm yöntemidir.

5.2.1 Sonlu Elemanlar Yöntemi

Mühendislik problemleri genellikle, fiziksel durumların matematiksel modelleridir. Sonlu elemanlar yöntemi (SEY) ise değişik mühendislik problemlerine kabul edilebilir bir yaklaşımla çözüm arayan sayısal bir çözüm yöntemidir. Bu ve diğer sayısal çözüm yöntemlerinin matematiksel temeli çok önceden bilinmesine karşın bu yöntemlerin etkin ve sağlıklı kullanılmaları çok hızlı ve hafızalı bilgisayarların üretilmesi ile mümkün olmuştur.

Fiziksel problemler; diferansiyel denklem, integral denklem veya integro diferansiyel denklem şeklinde matematiksel olarak modellenir. Modellenen bu problemler; analitik çözüm yöntemleri ve sayısal çözüm yöntemleri kullanılarak çözülmeye çalışılır.

Analitik çözüm yöntemleri ele alınan yönetici denklemin bilinen çözüm teknikleri kullanılarak hiçbir yaklaşım yapılmaksızın çözülmesi şeklinde gerçekleşir. Günümüzde değişen malzeme özellikleri (örneğin kompozit malzemeler veya yaşlanan malzemeler) karmaşık geometri ve karmaşık sınır koşulları nedeniyle analitik çözüm yöntemleri ile çözülebilecek problemlerin sayısı çok kısıtlıdır. Bu nedenle sayısal çözüm yöntemlerinin kullanılması kaçınılmazdır. Verilen problemin analitik çözümü mümkünse bu çözüm yolu tercih edilmelidir. Sonlu elemanlar (FEM), sınır elemanları (BEM), sonlu farklar (FDM) vb. gibi yöntemler sayısal çözüm yöntemleridir. Esas olarak sayısal çözüm yöntemlerinde verilen probleme uygun prosedürler takip edilerek o çözüm yönteminin etkin olduğu fonksiyonlar kümesinden optimal çözümün belirlenmesi şeklinde yapılır. Sayısal çözüm yöntemlerinden en çok kullanılanı ve en yaygın olanı SEY’ dir.

SEY matematikçilerden ziyade daha çok mühendisler tarafından geliştirilmiş ve ilk olarak gerilme analizi problemlerine uygulanmıştır. Tüm bu uygulamalarda bir büyüklük alanının

hesaplanması istenmektedir. Gerilme analizinde bu değer deplasman alanı veya gerilme alanı; ısı analizinde sıcaklık alanı veya ısı akışı; akışkan problemlerinde ise akım fonksiyonu veya hız potansiyel fonksiyonudur. Hesaplanan büyüklük alanın almış olduğu en büyük değer veya en büyük gradyen pratikte özel bir öneme sahiptir.

SEY' de yapı, davranışı daha önce belirlenmiş olan bir çok elemana bölünür. Elemanlar "nod" adı verilen noktalarda tekrar birleştirilirler. Bu şekilde cebrik bir denklem takımı elde edilir. Gerilme analizinde bu denklemler nodlardaki denge denklemleridir. İncelenen probleme bağlı olarak bu şekilde yüzlerce hatta binlerce denklem elde edilir. Bu denklem takımının çözümü ise bilgisayar kullanımını zorunlu kılmaktadır.

5.2.1.1 Sonlu Elemanlar Yönteminin Avantajları

SEY' nin başlıca avantajları aşağıdaki gibi sıralanabilir:

1. SEY geometrisi karmaşık şekillerin incelenmesine olanak sağlar. Çözüm bölgesi alt bölgelere ayrılabilir ve değişik sonlu elemanlar kullanılabilir. Gerektiğinde bazı alt bölgelere daha hassas çözümler yapılabilir.
2. SEY değişik ve karmaşık malzeme özellikleri olan sistemlerde kolaylıkla uygulanabilir. Örneğin; anizotropi, nonlineer, zamana bağlı hız özellikleri ele alınabilir.
3. Sınır koşulları temel denklemler takımı kurulduktan sonra basit sütun, satır işlemleri ile sisteme dahil edilir.
4. SEY matematiksel olarak genelleştirilebilir ve pek çok problemi çözebilmek için aynı model kullanılabilir.
5. Yöntemin hem fiziksel anlamı hem de matematiksel temeli mevcuttur.

5.2.1.2 Sonlu Elemanlar Yönteminin Dezavantajları

SEY' nin başlıca dezavantajları aşağıdaki gibi sıralanabilir:

1. SEY kırılma, temas mekaniği gibi bazı problemlere uygulanmasında belli birtakım zorluklarla karşılaşılır.
2. Bu yöntemle elde edilen sonucun doğruluğu verilerin doğruluğuna bağlıdır.
3. Bir bilgisayara ihtiyaç duyulmaktadır.
4. Kabul edilebilir doğru sonucun elde edilmesi için bölgenin ayrıklaştırılması deneyim ister.

5. Elde edilen sonucun doğruluğu bilinen matematiksel ve fiziksel gerçeklerle test edilmelidir.

5.2.1.3 Sonlu Elemanlar Yönteminin Kısa Tarihçesi

- R. Courant : Ritz' in, sayısal analiz ve varyasyonlar yönteminde minimizasyon, metodlarını kullanarak titreşim analizinde yaklaşık çözümler elde etti ve sonlu elemanlar yönteminin ilk uygulayıcılarından oldu.
- M. J. Turner, R.W. Clough, H.C. Martin ve L.C. Topp : Courant' dan kısa bir süre sonra, kompleks yapıların katılık ve çökme (stiffness and deflection of complex structures) problemleri üzerine bir makale yayınladılar.
- R.W. Clough : Düzlem problemlerinde sonlu elemanlar kullanımı üzerinde çalıştı.
- 1970' ler Mainframe bilgisayar uygulamaları : Çok pahalı olan bu sistemler daha çok havacılık, otomotiv, savunma ve nükleer sanayiler tarafından kullanılabilirdi.
- 1980' ler : Mikrobilgisayarlar ile ilk ve son işlemciler (pre and postprocessors)
- 1990' lar : Günümüzde süper bilgisayarlar yardımı ile her tür problem için kabul edilebilir çözümler elde etmek mümkün olmaktadır.

5.2.1.4 Sonlu Elemanlar Yönteminde İşlem Adımları

Sonlu elemanlar yönteminde izlenen işlem adımları aşağıda kısaca anlatılmıştır :

1. İncelenmesi kararlaştırılmış olan fiziksel olay için kullanılacak olan matematiksel model hazırlanır veya hazır olarak alınır.
2. Ele alınmış olan matematiksel modele ait olan matematiksel varyasyonel, yani 'Varyasyonel Formülasyon' kurulur.
3. Elde edilen çözüm bölgesi 'sonlu eleman' adı verilen alt bölgelere ayrıştırılır. Yapılan bu işlem 'ayrıklaştırma', 'sonlu eleman ağı' veya 'mesh' olarak da adlandırılabilir. Çözüm bölgesinin geometrisine uygun olarak bir boyutlu problemlerde çizgi eleman, iki boyutlu problemlerde üçgen ve dikdörtgen şeklinde elemanlar, üç boyutlu problemlerde ise küp, piramit vb. şekilde elemanlar seçilir.
4. Çözüm için her bir sonlu eleman polinom olarak kabul edilir.
5. Her bir sonlu elemanda kabul edilen bu çözümler varyasyonel formülasyonda yerine

yazılarak her bir sonlu eleman için K_{ij} şeklinde cebrik denklem takımı kurulur. Bu denklem takımlarının uygun şekilde birleştirilmesiyle global sisteme ait lineer denklem takımı elde edilir.

$$k.\mu = f \quad (5.5)$$

Burada k katsayılar matrisi olup adı rijidlik (stiffnes) matrisi olarak bilinir. μ bilinmeyenleri içeren vektör ve f sağ taraf vektörü olarak bilinir.

6. Elde edilen denklem sistemine sınır koşulları, satır-sütun işlemleri ile dahil edilir. Elde edilen bu son sisteme 'indirgenmiş sistem' adı verilir. Bu sistemin çözülmesi ile her bir nodda aranan büyükler bulunmuş olur.

7. Elde edilen son çözüm tablo, grafik veya fotoğraf şeklinde sunulur.

5.2.1.5 Sonlu Elemanlar Yöntemi Kullanılarak Bilgisayarla Analiz

Bilgisayarla yapılan analizler üç ana adımda olur.

- Ön işleme : Model geometrisi oluşturulur veya hazır alınır ve geometri üzerinde ağ oluşturulur.
- Çözüm : Yüklemeler uygulanır ve çözüm yapılır.
- Son işleme : Sonuçlara bakılır ve sonuçların doğruluğu kontrol edilir.

1. Bu adımda analizi yapılacak problemi bilgisayara aktarmak için, problemin geometrisi kullanılan sonlu elemanlar yöntemine dayalı paket program içinde veya bir CAD ortamında oluşturulur. Modelin başka CAD ortamında oluşturulması durumunda IGES, SAT, VDA gibi dönüştürücü formatlar kullanılarak sonlu elemanlar programına transfer edilebilir.

Sonlu elemanlar programında açılan bu datanın üzerinde ağ oluşturulması gereklidir. SEY kullanarak yapılan bir analiz işleminde ağ oluşturma işlemi sonlu elemanlar metodunun belkemiğini oluşturur. Termal, yapısal, mekanik, akışkan ve elektromagnetik gibi mühendisliğin temel alanlarında sayısal analiz işlemleri esnasında ağ oluşturma işlemi vazgeçilmez bir adımdır. Ağ oluşturma işlemi düğüm noktalarının ve elemanların koordinatlarını oluşturur. Aynı zamanda kullanıcı tarafından girilen minimum bilgiye karşılık optimum sürede otomatik olarak düğüm noktalarını ve elemanları sıralar, numaralanmasını sağlar.

Ağ oluşturmak için doğru eleman tipini seçmek analiz işleminin çok önemli bir parçasıdır. Bu adım için kullanıcının yeterince sonlu elemanlar yöntemi hakkında bilgi sahibi olması gerekir. Çözümü istenen cismin geometrisi, analizin tipi (mukavemet, ısı transferi, manyetik analiz tipi) ve sınırları eleman seçimini etkiler.

Ayrıca malzeme özelliklerini de doğru tanımlamak çok önemlidir. Malzeme özellikleri, malzemenin elastikiyet modülü veya özgül ağırlık gibi geometriden bağımsız fiziksel özelliklerdir. Bu noktada malzemenin fiziki özellikleri tanımlanır. Örneğin katı yapısal problemler için, elastikiyet modülü, poisson's oranı ya da malzemenin yoğunluğu tanımlanmalıdır.

2. Bu adımda, yüklemelerin ağ yapısı oluşturulmuş olan geometri üzerine uygulanması yapılır. Yüklemeler için 5 kategori mevcuttur:

- Serbestlik derecesi (DOF) sınırlandırmaları: Gerilme analizindeki yer değiştirmeler veya termal analizdeki sıcaklıklar gibi değerler girilebilir.
- Yoğun yüklemeler: Kuvvetler veya sıcaklık akış oranları gibi noktasal yükler girilebilir.
- Yüzey yüklemeleri: Basınç veya konveksiyon gibi bir yüzey üzerinde tanımlanmış yüklemeler girilebilir.
- Gövde yüklemeleri: Hacimsel veya içsel ısı oluşturulması gibi hacimsel veya alansal yüklemeler girilebilir.
- Atalet yüklemeleri: Yerçekimi veya açısal hız gibi yüklemeler girilebilir.

Yüklemeler, katı model yada sonlu eleman modeli (nodlar ve elemanlar) üzerine uygulanabilirler. Katı model yüklemelerini uygulamak daha kolaydır çünkü daha az seçilecek yer vardır. Ayrıca yüklemeler katı model üzerine uygulanırsa ağ yapısından bağımsız olur. Böylelikle ağ yapısı değiştiği zaman yükleri tekrardan uygulamaya gerek kalmaz.

Yüklemeler yapıldıktan sonra son bir kontrol yapıp çözüm adımına geçilebilir. Bu adımda bilgisayar arka planda matematiksel işlemleri yapar.

3. Gerilme analizinde ki sonuçlara bakmak genellikle deforme olmuş şekli, gerilmeleri ve reaksiyon kuvvetlerini içerir.

SEY' nde doğru sonuca yaklaşmak için iki yöntem kullanılır. Klasik sonlu elemanlar analizinde sonuçların doğruluğu çoğunlukla eleman sayısına bağlıdır. Eleman sayısı arttıkça

sonuçlar daha gerçeğe yakın çıkar. Gerilme değişimlerinin yüksek olduğu bölgelerde eleman sayısı arttırılarak elde edilen sonucun hassasiyeti de arttırılır. Bu çözüm yöntemi, h metodu olarak tanımlanabilir. İkinci bir yöntem ise bu elemanların sayısını arttırmak yerine elemanların polinom derecesini arttırmaktır. Polinom derecesi arttıkça elde edilen modelin doğruluğu da artar. Sonuçlar kullanıcı tarafından tayin edilen tolerans içine girene kadar polinom derecesi artar. Bu yöntem ise p metodu olarak bilinmektedir.

5.2.1.6 Sonlu Eleman Kavramı

SEY temelinde parçadan bütüne gitme prensibi bulunmaktadır. Bu prensip ilk önce kiriş-kafes yapıları üzerinde uygulanmıştır. Daha sonra iki ve üç boyutlu sürekli ortamlar, değişik boyutlarda kiriş elemanlarından meydana gelmiş olarak düşünülmüş ve bu yaklaşıma ‘Parçalı Eleman Yöntemi’ adı verilmiştir.

Sonlu eleman kavramı, fiziksel bakımdan kiriş-kafes yaklaşımından farklıdır. Sonlu eleman, iki veya üç boyutlu sürekli ortamın iki veya üç boyutlu bir parçası yada bir bölgesidir. Fiziksel sistemin davranışı sonlu elemanların geometrileri ve malzeme özellikleri ile belirlenir. Bu yüzden öncelikle sonlu elemanın özellikleri bilinmelidir.

5.2.1.7 Sonlu Eleman Çeşitleri

Doğru sonuç elde edilebilmesi için ortamın iyi bir biçimde sonlu elemanlara bölünmesi gerekir. Bu da problemi çözen mühendise bağlıdır. Öncelikle, sürekli ortamın boyutuna, yapının veya cismin geometrisine uygun olarak sonlu elemanın şekli seçilmelidir. Sonlu eleman bir, iki yada üç boyutlu olabilir. Sonlu elemanın sınırları genellikle doğru olarak seçilmekle birlikte bazı problemlerde eğri sınırlı sonlu elemanlar kullanılabilir.

Sonlu elemanlar geometrik olarak 4 ana gruba ayrılabilir :



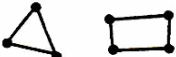


- Tek boyutlu elemanlar : Tek boyutlu elemanlar geometrik olarak diğer iki boyutu tek boyutuna göre ihmal edebilen geometrik yapıların analizlerinde ve problemin özelliğinden dolayı tek boyutlu inceleme yapmayı gerektiren durumlarda kullanılır. İlk duruma örnek olarak kafes sistemleri, ikinci duruma örnek olarak da tek boyutlu ısı transferi gösterilebilir.
- İki boyutlu elemanlar (düzlem elemanlar) : İki boyutlu elemanlar çözüm bölgesinin düzlem olduğu durumlarda kullanılır. Temel olarak üçgen ve dörtgen elemanlar olmak üzere iki eleman tipi vardır.

Çözüm bölgesinin gerçeğe yakın olarak tanımlanmasında üçgen elemanlar çok kullanışlıdır. Dörtgen elemanlar daha özel durumlarda çözüm bölgesinin dörtgen elemanlara ayrılabilir yapıda olması durumunda kullanılır.

- Üç boyutlu elemanlar (uzay elemanlar) : Bazı problemlerde çözüm bölgesinin üç boyutlu olarak ele alınması gerekebilir. Bu durumda kullanılacak eleman tipinin de üç boyutlu olması gerekmektedir. En basit üç boyutlu eleman dörtyüzlü elemandır. Ayrıca altı yüzlü ve eksenel simetrik dönel elemanlar kullanılır.
- İzoparametrik eleman tipleri : Çözüm bölgesinin eğri kenarlı olduğu durumlarda gerçeğe yakın olması amacıyla izoparametrik elemanlar kullanılır. Elemanı geometrik olarak tanımlayan fonksiyon ile alan değişkeninin çözüm bölgesi içerisindeki değişimini tanımlayan fonksiyonun aynı dereceden olmasından dolayı bu tür elemanlara izoparametrik elemanlar denir.

Çizelge 5.2’de sonlu elemanlar yönteminde kullanılan sonlu eleman geometrileri görülmektedir.

Çizelge 5.2 Basit eleman geometrileri

Basit Eleman Geometrileri		
Boyut	Tip	Geometri
Nokta	Kütle	
Çizgi	Yay, kiriş, çubuk, direk, boşluk, bükülme	
Alan	2B süreklilik, eksensimetrik süreklilik, düz kabuk	
Eğrisel Alan	Genelleştirilmiş kabuk	
Hacim	3B süreklilik	

5.2.2 Dişli çarkın sonlu elemanlar yöntemi ile bilgisayar destekli analizi

5.2.2.1 Lineer analiz

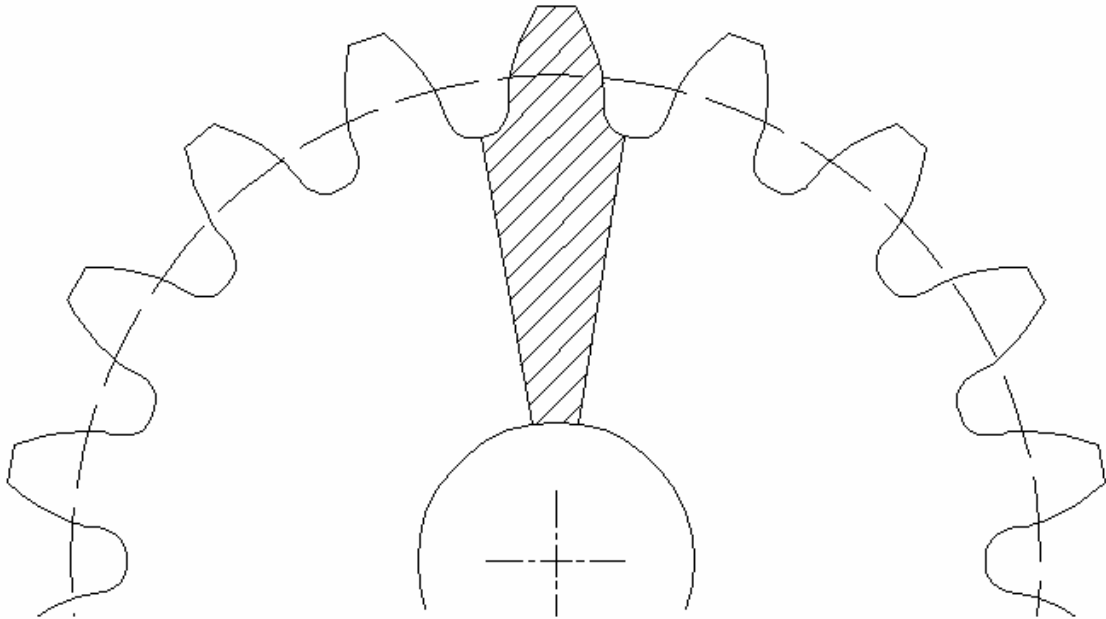
5.2.2.1.1 Geometrik model

MSC Nastran programında analizi yapılacak olan dişli çarkın modelleme aşaması MSC Partran programı kullanılarak yapılmıştır. Dişli çark modellenirken boyutsal değerleri, analiz sonuçları karşılaştırabilmek için analitik yöntemde alınan, Çizelge 5.1' deki değerler kullanılmıştır.

5.2.2.1.2 Sınır Şartları ve Çözüm Bölgesi

Üç boyutlu hacimsel problemlerde genellikle çözüm zamanını azaltmak için problemin tamamını mesh etmek yerine modelin simetri eksenine göre $\frac{1}{2}$ yada $\frac{1}{4}$ 'ü mesh edilir. Böylece sonlu eleman modelinde kullanılan eleman ve düğüm sayısı azaltılmış olur. Bununla birlikte çözüm zamanı da kısaltılmış olur.

Dişli çarkların analizinde ise bu işlem tek bir diş, 2 diş veya 1 diş 2 yarım diş ve bunu gibi birçok farklı şekilde modellenerek analiz gerçekleştirilebilir. Bu çalışmada modellemeyi basitleştirmek ve hesaplama zamanını azaltmak için, dişli çarkı olduğu gibi modellemek yerine, bütün sınır şartları ve parametrelerin tanımlanmasına imkan sağlayan tek bir diş parçası göz önüne alınmıştır.



Şekil 5.2 Dişli çarkın analiz için kullanılacak modeli

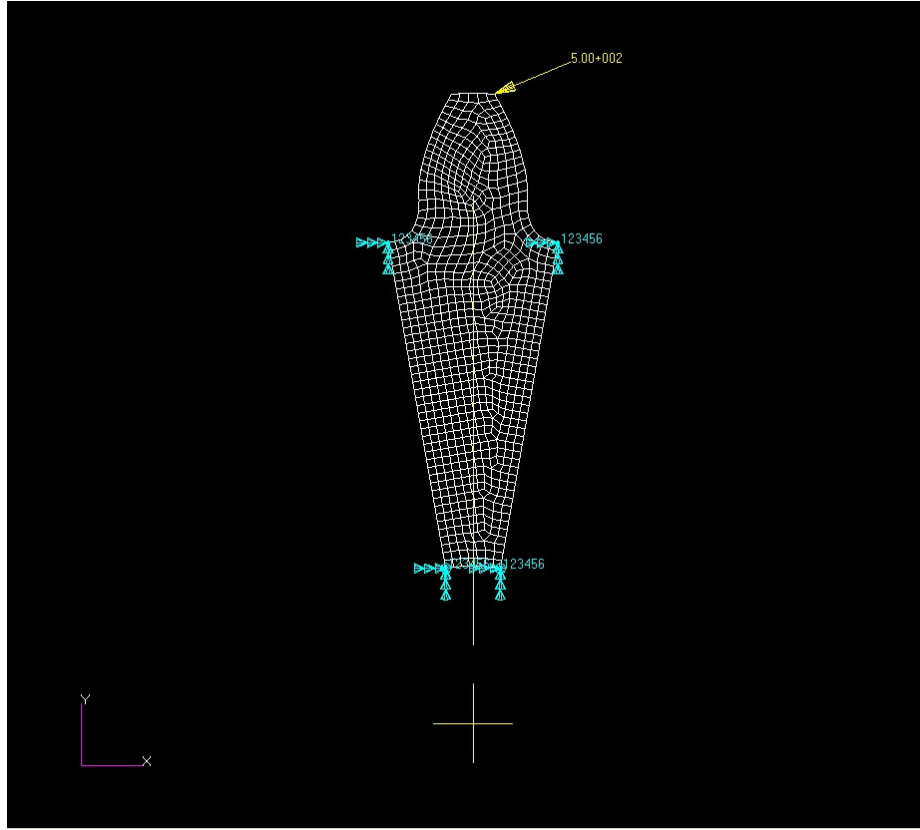
Analizi yapılan pinyon dişli çarkına ait özellikler aşağıdaki çizelgede verilmiştir. (Çizelge 5.3)

Çizelge 5.3 Analizi yapılan dişli çarkın özellikleri

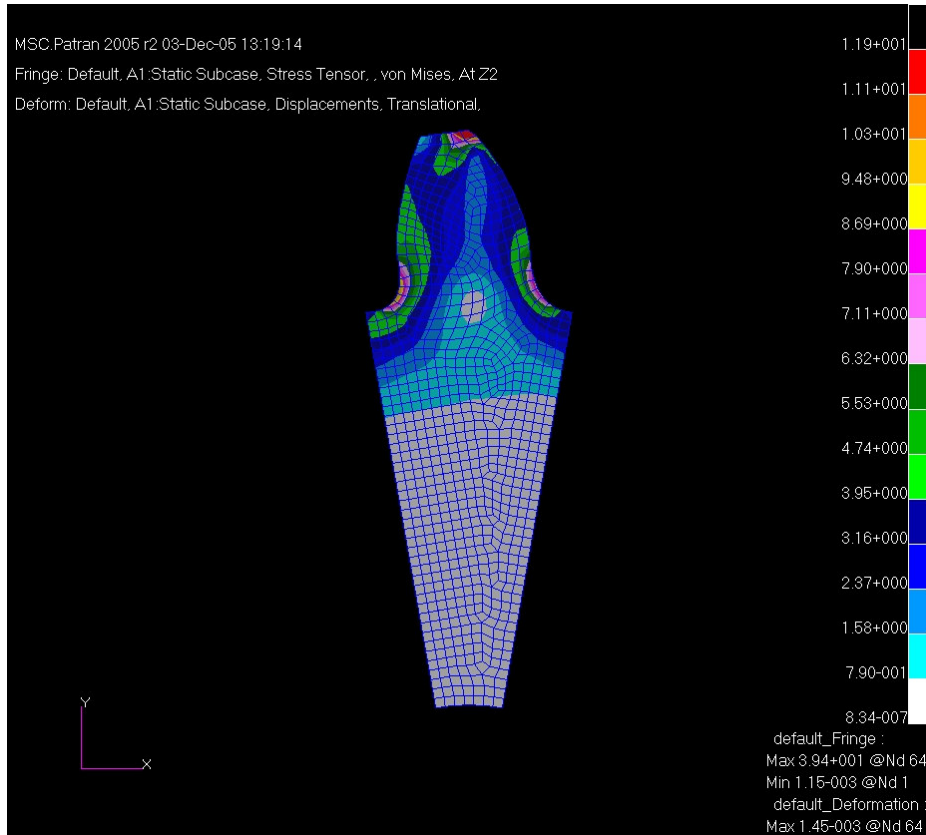
Geometrik Özellikler	
Diş sayısı	$z_1=18$
Modül (mm)	$m=4$
Taksimat çemberi çapı (mm)	$d_{01}=z_1 \cdot m=18 \cdot 4=72\text{mm}$
Diş başı çemberi çapı (mm)	$d_{b1}=d_{01}+2 \cdot m=72+2 \cdot 4=80\text{mm}$
Diş taksimatı (mm)	$t_0=m \cdot \pi=12,567\text{mm}$
Baş çemberindeki diş kalınlığı	$s_0=t_0/2=6,283\text{mm}$
Diş genişliği (mm)	$b=30\text{ mm}$
Kavrama oranı (Ek 1'den alınmıştır.)	$\epsilon_1=0,765$
Kavrama açısı (Derece)	20
Kinematik Özellikler	
Normal kuvvet (N)	500
Teğetsel kuvvet (N)	461
Radyal kuvvet (N)	193
Mekanik Özellikler	
E(GPa)	210
ν	0.3
Sonlu Eleman Modeli Özellikleri	
Nod sayısı	884 node
Eleman sayısı	812 eleman

Belirlenen modelde sınır şartları olarak; dişin dişliden ayrıldığı sağ, sol kesiti ve alttan, gerek şekil değiştirmelere gerekse hareketine sınırlandırmalar getirilmektedir (Şekil 5.3).

Dişli çarkın MSC Partran programında modellenmesi aşaması, modelin sonlu elemanlara ayrılmış hali ve sınır şartları Şekil 5.3' te görülmektedir. Bu sınırlandırmalar ile nonlinear olan problem, lineer bir probleme indirgemekte, analitik yöntemle yaptığımız çözümdeki kabullere eş değerde bir problem haline gelmektedir.



Şekil 5.3 Sonlu eleman modelinin sınır şartları ve uygulanan kuvvet



Şekil 5.4 Sonlu eleman modelinde von Mises gerilme dağılımı

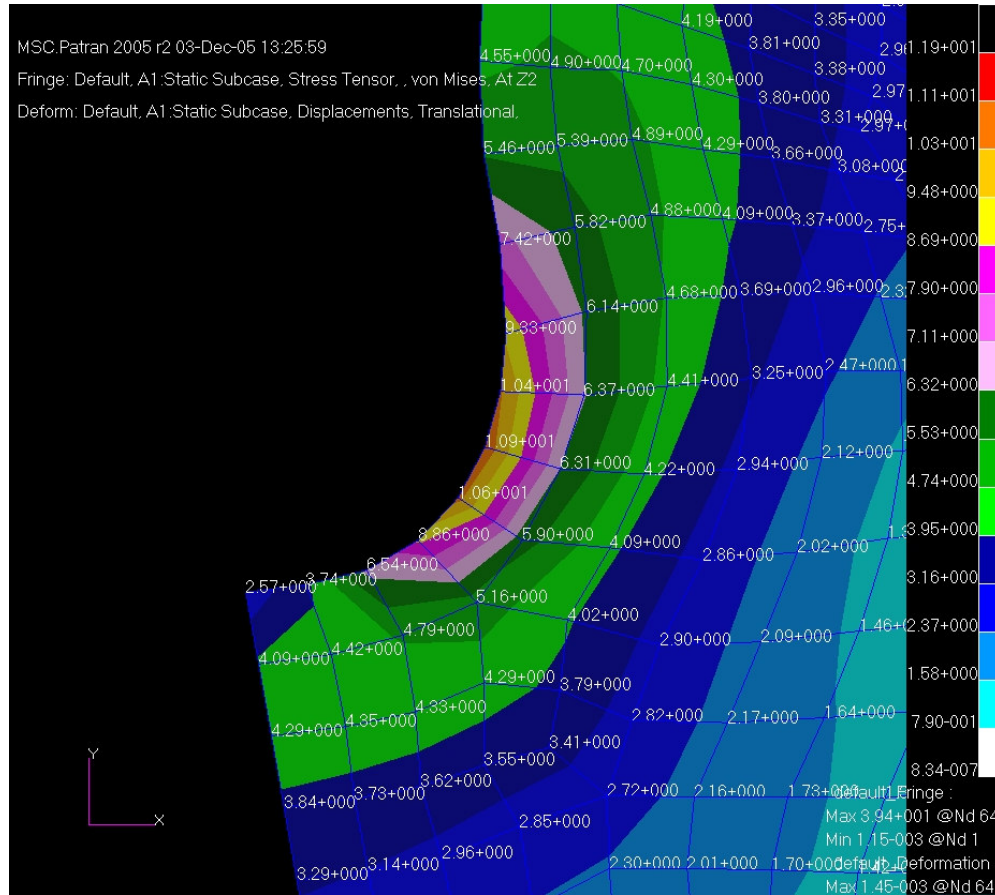
Model, 4 nodlu dörtgen kabuk elemanları ile otomatik olarak program tarafından mesh edilmiştir. Oluşturulan bu sonlu eleman modelinde toplam 884 node ve 812 eleman bulunmaktadır.

Uygulanan kuvvet ve doğrultusu, analiz sonuçlarını karşılaştırabilmek için, analitik yolla hesaplanan değerler kullanılmıştır.

5.2.2.1.3 Gerilme analizi sonucu

Analiz, MSC Nastran programı vasıtasıyla gerçekleştirilmiştir. Analizi birçok analiz yöntemi kullanılarak gerçekleştirmek mümkündür. Bu çalışmada von Mises yöntemine göre gerilme analizi incelenmiştir. Maksimum gerilme her ne kadar kuvvetin dış uygulama noktasında görünmekte ise de gerçekte maksimum gerilme dış dibi gerilmeleri olmaktadır. Bu nedenle dış dibi gerilmelerini dikkate alarak karşılaştırmalar bu şarta göre yapılacaktır.

Yapılan analizde von Mises' e göre maksimum dış dibi gerilmesi $1,09 \cdot 10^7 \text{N/m}^2$ olarak bulunmuştur. Bu değerler Şekil 5.5' te ise ayrıntılı olarak görülebilmektedir.



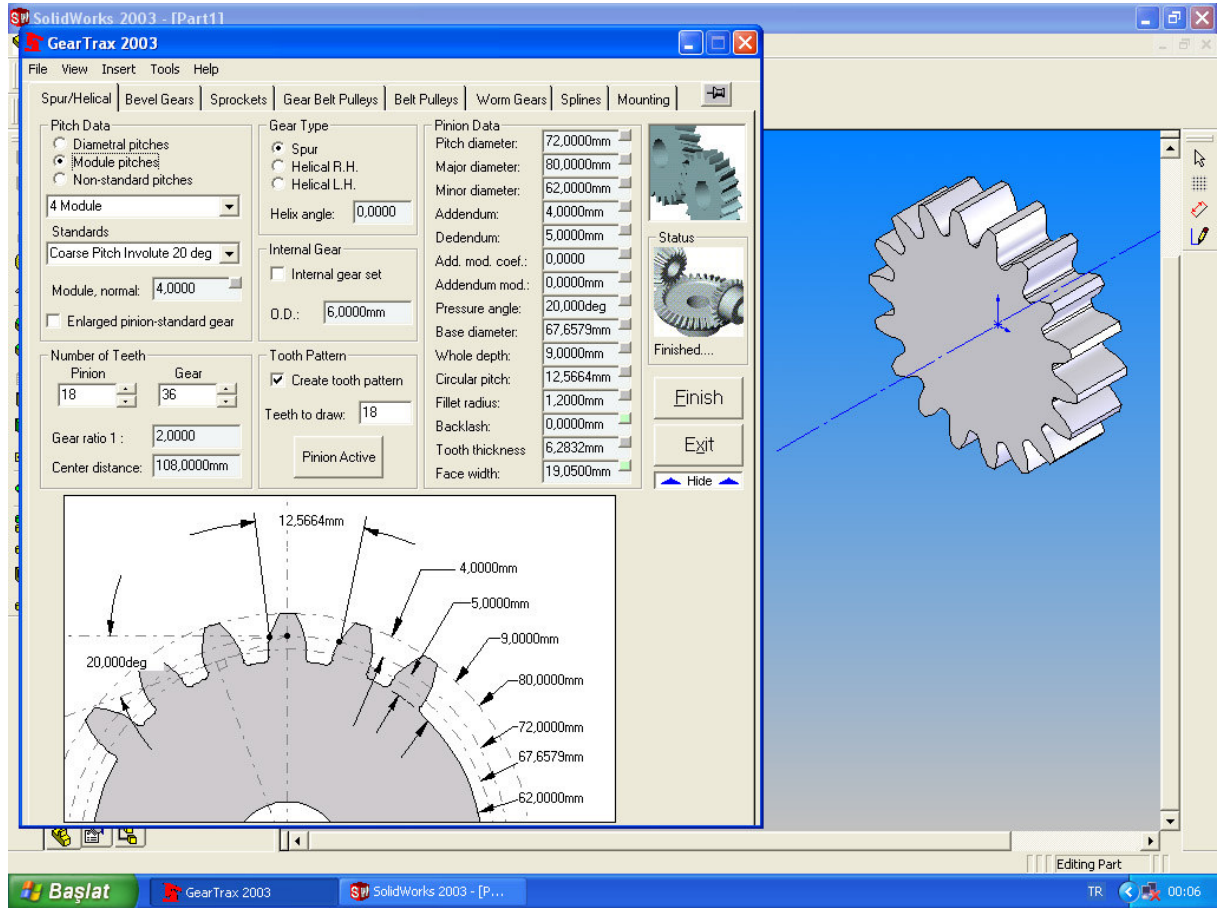
Şekil 5.5 Sonlu eleman modelinde von Mises gerilme dağılımı ve sayısal değerleri

5.2.2.2 Non-Lineer analiz

Problemi non-lineer olarak ele alıp analizlerini aynı şartlar altında gerçekleştirildiğinde işlem adımları aşağıdaki gibi olmaktadır.

5.2.2.2.1 Geometrik model

Problemin modellenmesinde dişli çarkları modellemek amacıyla kullanılan Geartrax programında dişli çarka ait geometrik bilgiler sisteme girilmiş, katı model Solidworks programında çizdirilmiştir. Geartrax programında açılan pencereye pinyon ve çark dişli çiftine ait bilgilerin aktarılması Şekil 5.6 'da görülmektedir. Burada dişli çiftinin modülü, dişlilerin diş sayısı, genişliği, eksenler arası mesafeleri, dişli türü girildiğinde diğer bilgiler program tarafından otomatik olarak hesaplanmaktadır.



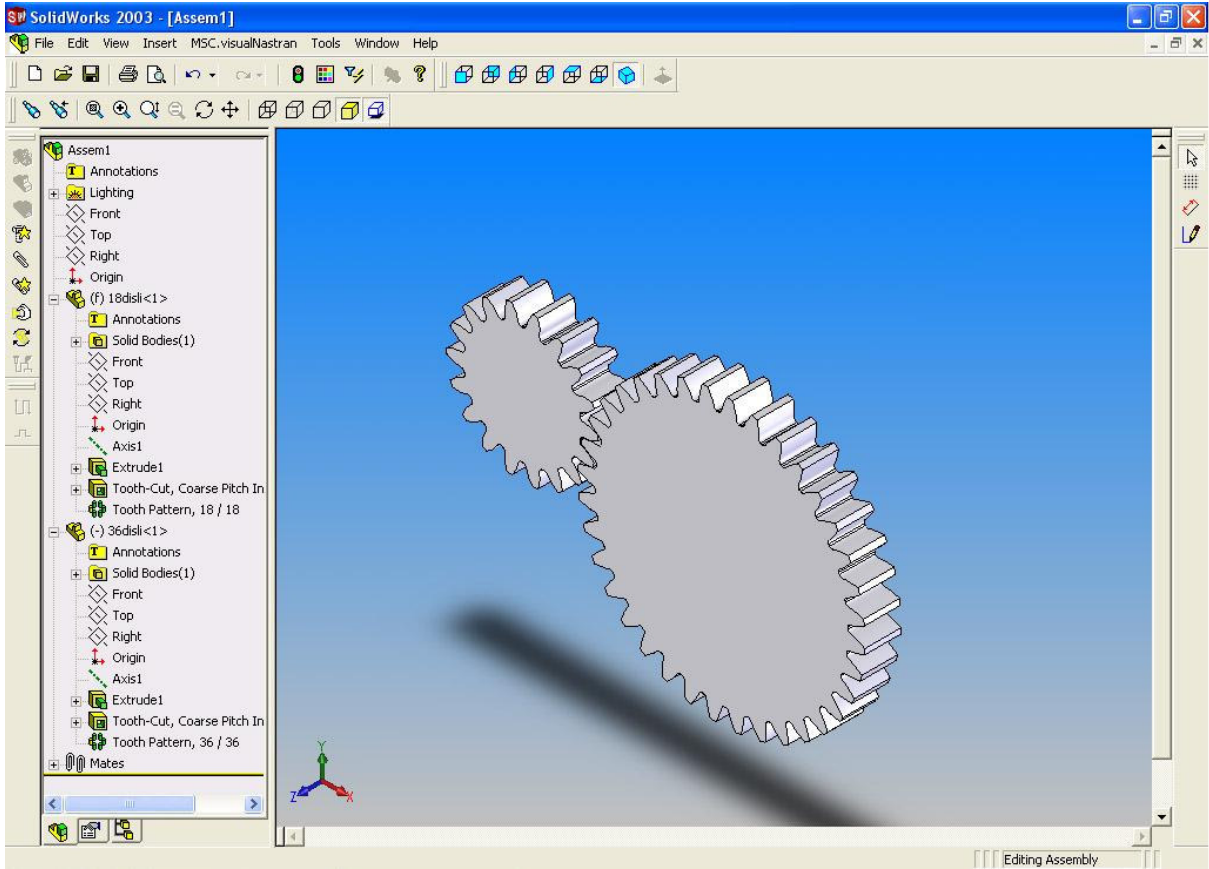
Şekil 5.6 Geartrax programında verilerin sisteme aktarılması

Tüm bu bilgiler sisteme girildikten sonra “Finish” butonuna basılarak boyutlandırma işlemi sonlandırılır ve Solidworks programında bu verilerde çark ve pinyon dişlisi katı model olarak çizdirilir. Diğer işlem adımlarında çizdirilen bu dişli çarkları kullanmak amacıyla dosyalar

kaydedilir.

Dişlilerin birlikte çalışmalarını sağlamak amacıyla Solidworks programında yeni belge oluşturulmuş, yeni belge türü olarak “Assembly” belge türü seçilmiştir. Bu türde oluşturulan belge toplu modellemeye imkan vermektedir.

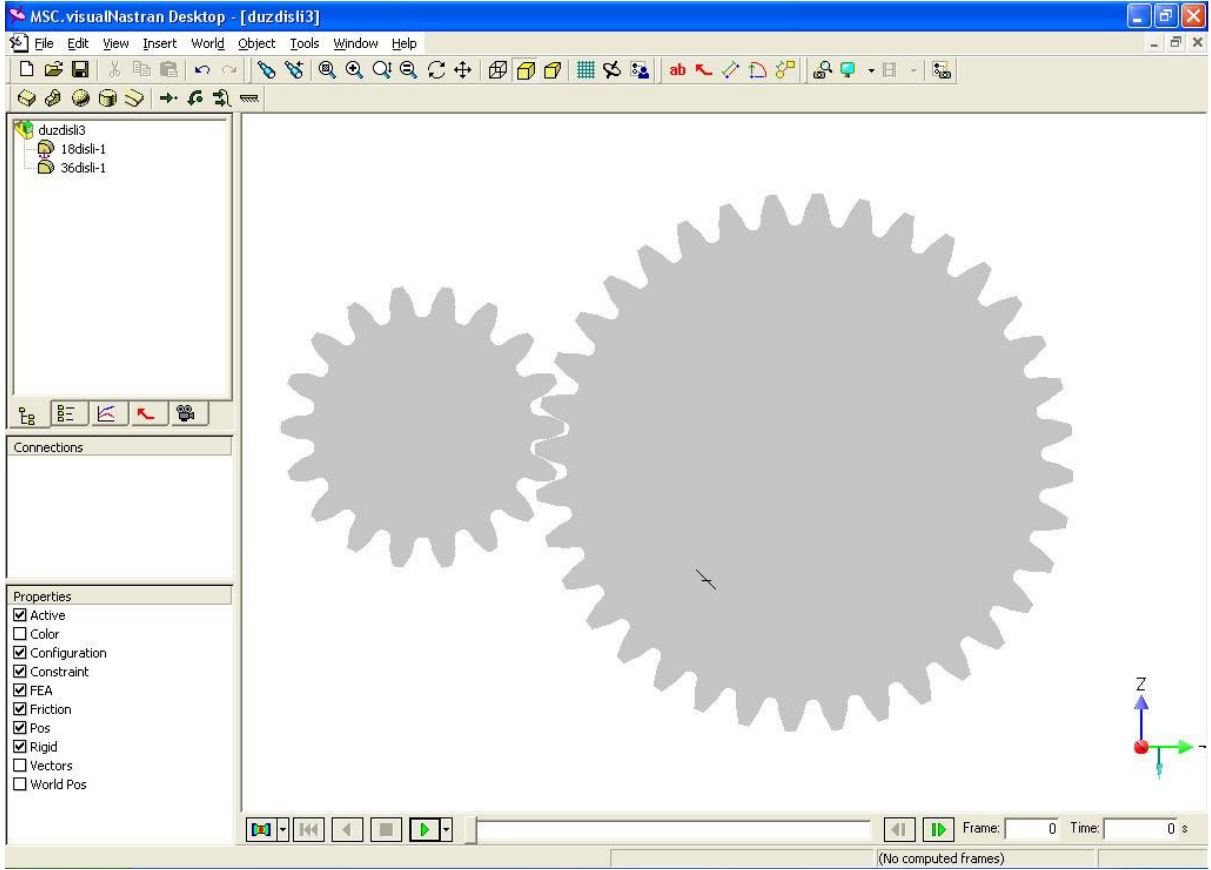
Açılan yeni belgeyle birlikte diğer pinyon ve çark modellerinin bulunduğu belgeler açılarak, assembly dosyasına aktarılmıştır. Dişlilerin konumuna ve eksen uzaklıklarına göre referans atanmıştır (Şekil 5.7). Dosya kaydedilmiştir.



Şekil 5.7 Assembly dosyasında oluşturulan dişli çifti modeli

5.2.2.2.2 Sınır Şartları ve Çözüm Bölgesi

Geometrik özellikleriyle tanımlanmış modelin kaydedildiği dosya non-linear analiz gerçekleştirmek amacıyla MSC visual Nastran programında açılmıştır. Açılan dosyadaki verilerin hepsinin program tarafından tanındığına emin olmak gerekmektedir. Eğer veri kaybı olmuş ise, kaybolan verilerin model üzerinde tekrar uygulanması gerekmektedir.

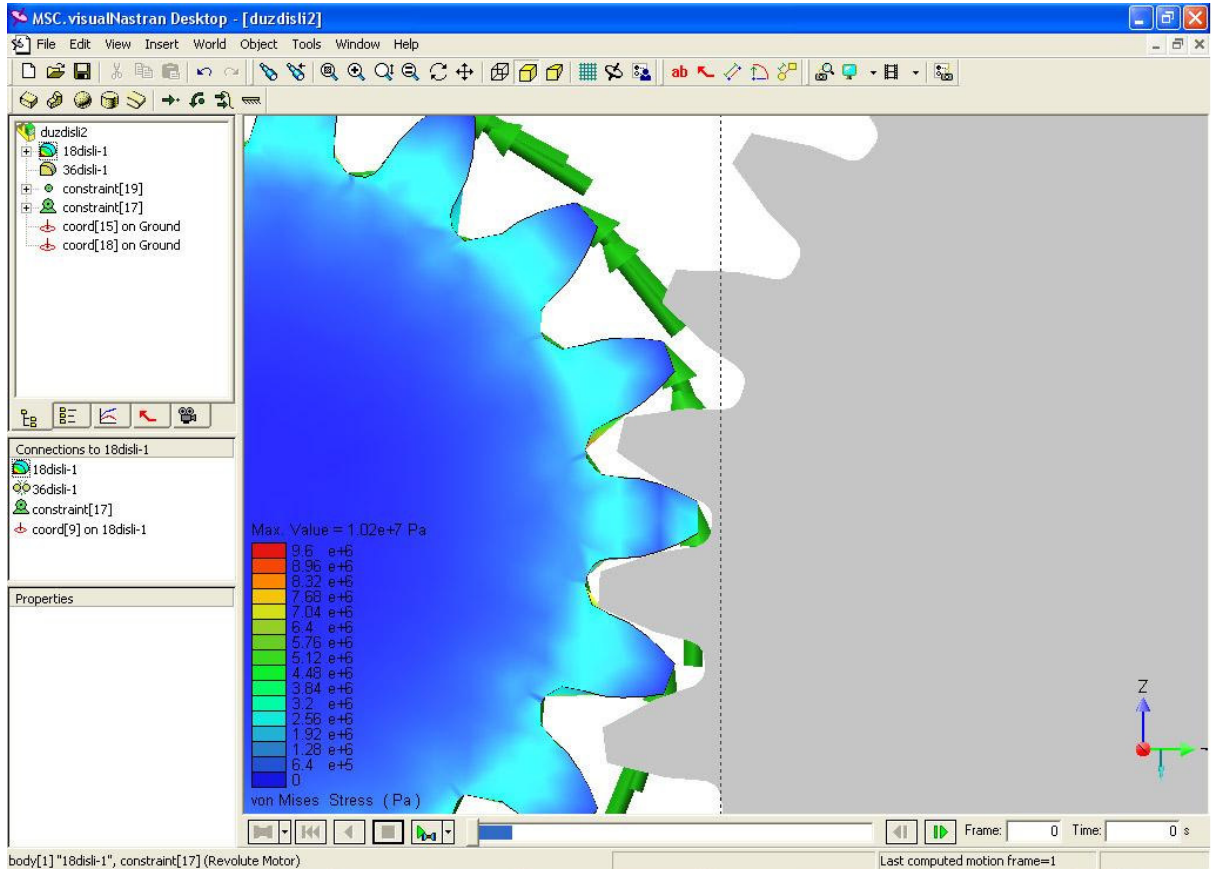


Şekil 5.8 MSC visual Nastran programında açılan model

MSC visual Nastran programında açılan modelde sınırlandırmalar tanımlanmıştır. Pinyon dişlisi için tek eksenle dönebilme kabiliyetini sağlamak ve tek serbestlik derecesine indirmek amacıyla coord atanmıştır ve bu coord üzerinden motor tahrikli constraint sınırlandırması getirilmiştir. Dönen dişli çarka ise aynı amaç için merkezine coord atanmıştır ve pinyon dişlisinin etkisiyle dönebilmesi için bu coord üzerinden revolute komutu verilmiştir. Ayrıca iki dişlinin birbiri ile çalışabilmesi collide komutuyla sağlanmıştır.

Sonlu elemanlar yöntemine göre gerilme analizleri yapabilmek için, dişli çarklara “Include in FEA” komutu verilmiştir. Bu adımdan sonra “mesh” işlemini ve hesaplamaları program otomatik olarak gerçekleştirmektedir.

Şekil 5.9’ da görünen analiz sonuçları pinyondaki gerilmeler göz önüne alınarak von Mises yöntemiyle hesaplanmıştır. Maksimum gerilme $1,02 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$ olarak bulunmuştur.



Şekil 5.9 MSC visual Nastran programında analiz sonuçları

6. SONUÇLAR

Yapılan çalışmada, dişli çark analizi önce analitik yöntemle, ardından sonlu elemanlar yöntemi ile gerçekleştirilmiştir.

Analitik yöntem birtakım ampirik yaklaşımlarla maksimum gerilme değerini bulmayı sağlamıştır. Sonlu elemanlar yöntemine göre analiz, linner ve non-linear olarak gerçekleştirilmiş, her iki yolla da maksimum gerilme değeri elde edilmiştir.

Lineer analizde, analitik yöntemde yapılmış olan varsayımlar kullanılmıştır. Lineer model MSC Partran programında modellenmiş, MSC Nastran programında ise analiz gerçekleştirilmiş, maksimum gerilme değeri sayısal ve görsel verilerle elde edilmiştir.

Non-linear analizde ise model, varsayımlar yapılmaksızın MSC visual Nastran programında gerilme analizi gerçekleştirilmiş, sonuçlar sayısal ve görsel olarak elde edilmiştir.

Analizler sonucunda elde edilen maksimum gerilme değerleri ve bu gerilme değerleri ile analitik yöntemle bulunan maksimum gerilme değeri arasındaki farkların oranları hesaplanmış, Çizelge 5.4' te verilmiştir.

Çizelge 5.4 Analizlerin sonucunda bulunan maksimum gerilme değerleri

Kullanılan yöntemler	Analitik yöntem	Sonlu elemanlar yöntemi	
		Lineer model (von Mises) (MSC Nastran)	Non-linear model (von Mises) (MSC visual Nastran)
Maksimum gerilme σ_{max}	$1,01 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$	$1,09 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$	$1,02 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$
Analitik yöntemle aradaki farkın oranı (%)	-	% 7,92	% 0,99

Analitik yöntemle bulunan sonuç ile lineer modelde bulunan değer arasındaki farkın oranı %7,92 olarak bulunmuştur. Analitik yöntemle non-linear model arasındaki gerilme farkı ise %0,99 olmuştur.

Bu farklar analitik yöntemde yaptığımız varsayımlar ve sonlu elemanlar yöntemindeki yaklaşımlardan kaynaklanmaktadır.

Non-lineer modelde elde edilen sonuç, analitik yöneme, lineer modelden daha yakındır. Non-lineer modelde, lineer modelde yapılan varsayımlar yapılmamıştır. Dişli çarkların bir kısmı değil tamamı modellenmiştir. Kuvvet noktasal kuvvet olarak değil, motor tahriki ile oluşturulmuştur. Buda dişliler üzerinde gerçeğe yakın bir kuvvet dağılımına imkan vermiştir. Dolayısı ile sonuçlarda gerçeğe daha yakın olmuştur.

Elde edilen sonuçlarda, gerilmelerin diş diplerinde yoğunlaştığı ve bu bölgelerde en yüksek değerlerde oldukları görülmektedir.

Analitik yöntemle bulunan sonuçlar ile sonlu elemanlar yöntemi ile elde ettiğimiz sonuçlar arasındaki farkın azaltması, sonlu elemanlar modeli üzerinde uygulanan verilerin (nod sayısı, eleman çeşidi) değiştirilmesiyle sağlanabilir.

Paket programlar kullanılarak gerçekleştirilen gerilme analizi, çok yakın sonuçları imalat öncesinde, tasarım aşamasında kısa sürede elde etmemizi sağlar.

Malzeme türü, dişli çarkın boyutsal parametreleri ve uygulanan kuvvetler değiştirilerek incelemeler yapılabilir. Alternatif bir kullanım için farklı dişli formları oluşturularak tasarlanan dişli grupları analiz edilerek amaca en uygun çözümlere yaklaşılabilir. Yapılacak çalışmalarla dişli çarklarda meydana gelen olumsuzluklar tasarım aşamasında minimuma indirilebilir.

KAYNAKLAR

- Akkurt, M., (1986), “Makine Elemanları III. Cilt Dişli Çarklar ve Diğer Güç İletim Elemanları ”, Birsen Yayınevi, İstanbul
- Babalık, F.C., (1995), “Kayış Kasnak ve Dişli Çark Mekanizmaları”, Uludağ Üniversitesi Yayınları
- Bozacı, A., Kocuş, İ., Çolak, Ö.Ü., (2001), “Makina Elemanlarının Projelendirilmesi”, Çağlayan Kitapevi, Beyoğlu-İstanbul
- Cănanău, S., (2003), “3D Contact Stress Analysis for Spur Gears”, Natioanal Tribology Conference, The Annals of University “Dunărea De Jos“ of Galați, ISSN 1221-4590
- Çakmak, M.S., (1980), “Dişli Çarklar”, Yıldız Teknik Üniversitesi Yayınları, İstanbul
- Dikmen., F., (2001), “Makine Elemanları Ders Notları”, İstanbul
- Fetvacı, M.C., İmrak, C.E., (2004), “Düz Dişli Çarkların Sonlu Elemanlar Metodu İle Modellenmesi”, İstanbul Teknik Üniversitesi, Makine Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Gümüşsuyu-İSTANBUL
- Gediktaş, M., Savcı., M., (1985), “Dişli Çarklar Mukavemet Hesapları”, İstanbul Üniversitesi Matbaası, İstanbul
- Karpat, F., Çavdar, K., Babalık, F.C., (2004), “Asimetrik Evolvent Profilli Düz Dişli Çarkların Geometrisi Ve Gerilme Analizi”, Mühendis ve Makine, Sayı 528
- Karpat, F., Çavdar, K., Babalık, F.C., (2002), “Bilgisayar Yardımıyla Düz, Helisel, Konik ve Sonsuz Vida Dişli Mekanizmalarının Boyutlandırılması ve Analizi”, Mühendis ve Makine, Sayı 510
- Mottram, J.T. and Shaw, C.T., (1996), “Using Finite Elements In Mechanical Design” McGraw-Hill, New York
- Tunalı, M. A., (2001), “Scanner yardımıyla sacrum kemiğinin kompozit olarak modellenmesi ve sonlu elemanlar metodu ile gerilme analizinin yapılması”, Yüksek Lisans Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul
- Tüzel, S. (Çeviren), (2004), “Solidworks 2004 Parçalar ve Montajlar”, Alfa Yayınları, İstanbul
- Zahavi, E., (1992), “The Finite Element Method in Machine Design”, Ben-Gurion University, Negev

EKLER

- Ek 1 Dişli çark diş sayılarına göre kavrama oranları
Ek 2 Diş şekil faktörü
Ek 3 Açıların evolvent değerleri

Ek 1 Dişli çark diş saylarına göre kavrama oranları

z	ε	z	ε	z	ε	z	ε	z	ε	z	ε
11	0,480	26	0,810	41	0,854	56	0,881	71	0,896	86	0,911
12	0,563	27	0,815	42	0,858	57	0,882	72	0,897	87	0,912
13	0,640	28	0,820	43	0,861	58	0,883	73	0,898	88	0,913
14	0,720	29	0,8225	44	0,863	59	0,884	74	0,899	89	0,914
15	0,735	30	0,825	45	0,865	60	0,885	75	0,900	90	0,915
16	0,745	31	0,8275	46	0,867	61	0,886	76	0,901	91	0,9155
17	0,755	32	0,830	47	0,869	62	0,887	77	0,902	92	0,916
18	0,765	33	0,8325	48	0,871	63	0,888	78	0,903	93	0,9165
19	0,770	34	0,835	49	0,873	64	0,889	79	0,904	94	0,917
20	0,780	35	0,875	50	0,875	65	0,890	80	0,905	95	0,9175
21	0,785	36	0,840	51	0,876	66	0,891	81	0,906	96	0,918
22	0,790	37	0,8425	52	0,877	67	0,892	82	0,907	97	0,9185
23	0,795	38	0,845	53	0,878	68	0,893	83	0,908	98	0,919
24	0,800	39	0,8475	54	0,879	69	0,894	84	0,909	99	0,9195
25	0,805	40	0,850	55	0,880	70	0,895	85	0,910	100	0,920

Ek 2 Diş şekil faktörü

x/z	Dış dişliler $\alpha = 20^\circ$, $y=1$											İç dişliler $\alpha=20^\circ$, $x=0$	
	Negatif profil kaydırma					Sıfır dişlileri	Pozitif profil kaydırma						
	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	0	+0.1	+0.2	+0.3	+0.4	+0.5	z	q
10							4.33	3.68	3.27	3.02	2.87	20	1.70
12						4.75	3.34	3.37	3.06	2.88	2.79	24	1.80
15					4.55	3.90	3.45	3.15	2.92	2.78	2.70	30	1.90
20			4.85	4.23	3.76	3.37	3.12	2.92	2.76	2.66	2.60	38	2.00
25	4.90	4.44	4.04	3.71	3.41	3.17	2.98	2.82	2.69	2.60	2.55	50	2.10
30	4.13	3.87	3.64	3.45	3.24	3.05	2.89	2.75	2.64	2.56	2.52	60	2.15
35	3.83	3.65	3.45	3.29	3.12	2.97	2.82	2.70	2.60	2.54	2.49	70	2.20
40	3.68	3.51	3.34	3.18	3.04	2.90	2.77	2.66	2.57	2.52	2.47	100	2.30
50	3.47	3.32	3.17	3.03	2.91	2.80	2.69	2.60	2.53	2.48	2.44	130	2.35
60	3.34	3.20	3.07	2.95	2.83	2.83	2.64	2.57	2.50	2.46	2.42	160	2.38
80	3.14	3.02	2.92	2.81	2.70	2.70	2.57	2.51	2.46	2.42	2.39	180	2.39
100	3.02	2.91	2.82	2.72	2.64	2.64	2.53	2.48	2.43	2.40	2.38	200	2.40
150	2.84	2.76	2.69	2.62	2.55	2.55	2.46	2.43	2.39	2.37	2.36	∞	2.50

Ek 3 Açıların evolvent değerleri

α	0 ,0°	6 ,1	12 ,2	18 ,3	24 ,4	30 ,5	36 ,6	42 ,7	48 ,8	54 ,9
10°	0,00179	00185	00191	00196	00202	00208	00214	00220	00227	00233
11	00239	00246	00253	00260	00267	00274	00281	00289	00296	00304
12	00312	00320	00328	00336	00344	00353	00362	00370	00379	00388
13	00398	00407	00416	00426	00436	00446	00456	00466	00477	00487
14	00498	00509	00520	00532	00543	00555	00566	00578	00590	00603
15	00615	00628	00640	00653	00667	00680	00693	00707	00721	00735
16	00749	00764	00778	00793	00808	00823	00839	00854	00870	00886
17	00903	00919	00936	00952	00969	00987	01004	01022	01040	01058
18	01076	01095	01113	01132	01152	01171	01191	01211	01231	01251
19	01272	01292	01313	01335	01356	01378	01400	01422	01445	01467
20	01490	01514	01537	01561	01585	01609	01634	01659	01684	01709
21	01735	01760	01787	01813	01840	01867	01894	01921	01949	01977
22	02005	02034	02063	02092	02122	02151	02182	02212	02243	02274
23	02305	02337	02368	02401	02433	02466	02499	02533	02566	02601
24	02635	02670	02705	02740	02776	02812	02849	02885	02922	02960
25	02998	03036	03074	03113	03152	03192	03232	03272	03312	03353
26	03395	03436	03479	03521	03564	03607	03651	03695	03739	03784
27	03829	03874	03920	03966	04013	04060	04108	04156	04204	04253
28	04302	04351	04401	04452	04502	04554	04605	04657	04710	04763
29	04816	04870	04925	04979	05034	05090	05146	05203	05260	05317
30	05375	05434	05492	05552	05612	05672	05733	05794	05856	05918
31	05981	06044	06108	06172	06237	06302	06368	06434	06501	06569
32	06636	06705	06774	06843	06913	06984	07055	07127	07199	07272
33	07345	07419	07493	07568	07644	07720	07797	07874	07952	08031
34	08110	08189	08270	08351	08434	08514	08597	08680	08764	08849
35	08934	09020	09107	09194	09282	09370	09459	09549	09640	09731
36	09822	09915	10008	10102	10196	10292	10388	10484	10581	10680
37	10778	10878	10978	11079	11180	11283	11386	11490	11594	11700
38	11806	11913	12021	12129	12238	12348	12459	12571	12683	12797
39	12911	13025	13141	13258	13375	13493	13612	13732	13853	13974
40	14097	14220	14344	14469	14595	14722	14850	14979	15108	15239

α	15°	20°
sin α	0,258819	0,342020
tan α	0,267949	0,363970
cot α	3,73205	2,74748
cos α	0,965926	0,939693
sec α	1,035276	1,064178
ev α	0,006150	0,014904

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi 27.08.1981

Doğum yeri Iğdır

Lise 1995-1998 Bakırköy Lisesi

Lisans 1998-2002 Yıldız Teknik Üniversitesi Makina Fakültesi
Makina Mühendisliği Bölümü

Yüksek Lisans 2003-2005 Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Müh. Anabilim Dalı,
Konstrüksiyon Programı

Çalıştığı kurumlar

2002-2004 Varteks Makine
2004-2005 Makino-CNC İleri Teknoloji Paz. Ltd. Şti
2005 Yıldız Teknik Üniversitesi/Makine Fakültesi