

**T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**KRENLERİN DOĞRUSAL PARAMETRE DEĞİŞİMLİ
MODELLENMESİ VE DAYANIKLI KONTROLÜ**

AYHAN AKTAŞ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
MAKİNE TEORİSİ VE KONTROL PROGRAMI**

**DANIŞMAN
DR. ÖĞR. ÜYESİ HAKAN YAZICI**

İSTANBUL, 2018

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KRENLERİN DOĞRUSAL PARAMETRE DEĞİŞİMLİ
MODELLENMESİ VE DAYANIKLI KONTROLÜ**

Ayhan AKTAŞ tarafından hazırlanan tez çalışması 19.06.2018 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı

Dr. Öğr. Üyesi Hakan YAZICI
Yıldız Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri

Dr. Öğr. Üyesi Hakan YAZICI
Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ
Yıldız Teknik Üniversitesi

Dr. Öğr. Üyesi Ali Fuat ERGENÇ
İstanbul Teknik Üniversitesi

ÖNSÖZ

Lisans hayatımdan beri birlikte çalıştığım, beni sistem dinamiği ve kontrol konularıyla ilk defa tanıştıran ve yüksek lisans eğitimimin sonuna kadar desteğini ve bilgi birikimini hiçbir zaman esirgemeyen değerli hocam Sayın Dr. Öğr. Üyesi Hakan Yazıcı' ya sonsuz saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım. Lisans hayatımdan bugüne kadar gerek bir dost gerekte bir hoca olarak kıymetini kelimeler ile anlatamayacağım, beni kontrol alanında çalışmaya motive eden, vermiş olduğu desteklerle sürekli yanımda olan, birlikte çalışmaktan onur duyduğum Arş. Gör. Sayın Mert Sever' e en içten dileklerle teşekkür ederim.

Bugünlere gelmemi sağlayan, maddi ve manevi desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen, bu süreçte bana sabırla destek olan Aileme sonsuz sevgi ve saygılarımı sunarım.

Üniversite hayatım boyunca, desteklerini bir kez olsun esirgemeyen, hayatımı renklendiren, akıl ve dert ortaklarım, dostlarım, Merve Abdurrahmanoğlu ve Meltem Uçak' a, yıllardır kahrımı çeken, hayatımın kritik kararlarını vermemde en büyük destekçilerimden olan ve bu çalışmada da yardımlarını esirgemeyen çocukluk arkadaşım, kardeşim Eyüp Mert' e sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Haziran, 2018

Ayhan AKTAŞ

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	vi
KISALTMA LİSTESİ.....	viii
ŞEKİL LİSTESİ.....	ix
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xi
ÖZET.....	xii
ABSTRACT.....	xiv
BÖLÜM 1	
GİRİŞ.....	1
1.1 Literatür Özeti.....	4
1.2 Tezin Amacı.....	10
1.3 Hipotez.....	11
BÖLÜM 2	
DOĞRUSAL ZAMANLA DEĞİŞEN SİTEMLER İÇİN DOĞRUSAL MATRİS EŞİTSİZLİKLERİ YAKLAŞIMI İLE DAYANIKLI KAZANÇ PLANLAMALI KONTROL PROBLEMİ.....	12
2.1 Dışbükey En İyileştirme	13
2.1.1 Parametre En İyileştirmesi.....	13
2.1.2 Fonksiyon En İyileştirmesi.....	14
2.1.3 Dışbükey Problemler.....	14
2.1.4 Dışbükey En İyileştirme Problemi.....	15
2.2 Doğrusal Matris Eşitsizlikleri.....	15
2.2.1 H_∞ Normu.....	16
2.3 Kazanç Planlamalı Kontrol ve DPD Sistemler.....	17
2.4 Durum Geri Beslemeli H_∞ Kontrolör Tasarımı	18
2.5 DME Tabanlı Kutup Yerleştirme ile H_∞ Kontrolör Tasarımı.....	20
2.6 DME Tabanlı Kutup Yerleştirme ile Dayanıklı H_∞ Kontrolör Tasarımı	23
2.7 DPD Sistem Kazanç Planlamalı H_∞ Kontrolör Tasarımı.....	25

2.8	DPD Sistem Kazanç Planlamalı Bölgesel Kutup Yerleştirme ile H_{∞} Kontrolör Tasarımı	30
2.9	Kazanç Planlamalı Belirsiz Parametrelere Dayanıklı H_{∞} Kontrolör Tasarımı	32
BÖLÜM 3		
	KREN SİSTEMLERİNİN MODELLENMESİ.....	34
3.1	Gezer Kren Matematiksel Kren Modeli 1	35
3.1.1	Kontrolle Yönelik Modelin Oluşturulması.....	38
3.1.2	DPD Gezer Kren Modeli.....	39
3.2	Gezer Kren Matematiksel Kren Modeli 2	41
BÖLÜM 4		
	SAYISAL BENZETİM ÇALIŞMALARI.....	43
4.1	Gerçekleme Esasları.....	44
4.2	Referans Yörünge Profili	44
4.3	Kontrolör Tasarımı	46
4.4	Sayısal Benzetim Çalışmaları	48
4.4.1	Sayısal Benzetim Çalışması 1.....	48
4.4.2	Sayısal Benzetim Çalışması 2.....	53
4.4.2.1	Bölgesel Kutup Yerleştirme ile Nominal H_{∞} Kontrolör (Kontrolcü 1) ...	53
4.4.2.2	Kazanç Planlamalı H_{∞} Kontrolör (Kontrolcü 2)	54
4.4.2.3	Bölgesel Kutup Yerleştirme ile Kazanç Planlamalı H_{∞} Kontrolör (Kontrolcü 3)	55
4.4.2.4	Durum Geri Beslemeli Kutup Yerleştirme Kontrolcüsü (Kontrolcü 4) ..	59
4.4.3	Sayısal Benzetim Çalışması 3.....	69
4.4.3.1	Kontrolcü 1.....	69
4.4.3.2	Kontrolcü 2.....	70
4.4.3.3	Kontrolcü 3.....	71
4.4.3.4	Kontrolcü 4.....	73
4.4.4	Sayısal Benzetim Çalışması 4.....	76
4.4.4.1	DME Tabanlı Parametre Bağımlı Durum Geri Beslemeli H_{∞} Dayanıklı Kontrolör Tasarımı 1	76
4.4.5	Sayısal Benzetim Çalışması 5.....	82
4.4.5.1	DME Tabanlı Parametre Bağımlı Durum Geri Beslemeli H_{∞} Dayanıklı Kontrolör Tasarımı 2	83
BÖLÜM 5		
	SONUÇ VE ÖNERİLER.....	90
	KAYNAKLAR	92
	ÖZGEÇMİŞ.....	98

A	Sistem matrisi
A ($\theta(t)$)	İlgın parametreye bağlı sistem matrisi
B_{eq}	Doğrusal viskoz sönümlleme katsayısı
B_u	Kontrol girişi matrisi
B_u ($\theta(t)$)	İlgın parametreye bağlı kontrol girişi matrisi
B_w	Bozucu(Referans) girişi matrisi
B_w ($\theta(t)$)	İlgın parametreye bağlı bozucu(Referans) girişi matrisi
C	Kontrol edilmek istenen ıkışlar matrisi
C ($\theta(t)$)	İlgın parametreye bağlı kontrol edilmek istenen ıkışlar matrisi
$D_{(L,M)}$	Kutup yerleştirme bölgesi
D_{vex}	Politopik köşe noktalar kümesi
D_u	Kontrol edilmek istenen kontrol çıkışı matrisi
D_u ($\theta(t)$)	İlgın parametreye bağlı kontrol edilmek istenen kontrol çıkışı matrisi
D_w	Kontrol edilmek istenen bozucu çıkışı matrisi
D_w ($\theta(t)$)	İlgın parametreye bağlı kontrol edilmek istenen bozucu çıkışı matrisi
$e(t)$	Referans takip hatası vektörü
F	Arabaya uygulanan kuvvet
F_{ℓ}	Yük kaldırmak için uygulanan kuvvet
I	Birim Matris
K	Kontrolör kazancı matrisi
K ($\theta(t)$)	İlgın parametreye bağlı kontrolör kazancı matrisi
ℓ	Kablo uzunluğu
L	m \times n boyutunda dikdörtgensel matris
M	Yapısal olmayan matris
m_L	Yük kütleli
m_T	Araba kütleli
P	Pozitif tanımlı Lyapunov matrisi

\mathfrak{R}^n	Elemanları reel sayı olan n boyutlu vektörler uzayı
$\mathfrak{R}^{n \times m}$	Elemanları reel sayı olan nxm boyutlu matrisler kümesi
R_{vex}	Politopik köşe noktalar kümesi
$r(t)$	Referans yörünge
T_b	Referans profil bitiş zamanı
t_1	Referans profil başlangıç zamanı
T	Simetrik matris
q	Genelleştirilmiş koordinat vektörü
Q	Genelleştirilmiş dış kuvvet vektörü
V_d	Açısal viskoz sönümlenme katsayısı
X	nxn boyutunda pozitif tanımlı matris
X($\theta(t)$)	nxn boyutunda pozitif tanımlı ilgin parametreye bağlı matris
W	mxn boyutunda dikdörtgensel matris
W($\theta(t)$)	mxn boyutunda ilgin parametreye bağlı dikdörtgensel matris
u(t)	Kontrol giriş vektörü
w(t)	Bozucu giriş vektörü
x(t)	Durum Vektörü
$x_a(t)$	Arabanın yataydaki konumu
z(t)	Çıkış vektörü
γ	H_∞ Normu
τ	Parametrik belirsizlik ifadesi
α	Yük salınım açısı
α_i	Politopik koordinat ifadesi
$\theta(t)$	Planlama parametresi
ξ_i	Politopik koordinat
θ_i	Politopik koordinat köşe noktaları
$\hat{\partial}_1$	Kutup bölgesi en sağ kısıtı
$\hat{\partial}_2$	Kutup bölgesi en sol kısıtı
ψ	Kutup bölgesi açı kısıtı
\otimes	Kroneker simgesi

KISALTMA LİSTESİ

DD	Diferansiyel Değerlendirme
DME	Doğrusal Matris Eşitsizlikleri
DPD	Doğrusal Parametrik Değişen
DZD	Doğrusal Zamanla Değişmeyen
GA	Genetik Algoritma
IAE	İntegral mutlak Hatası
ITAE	Mutlak Hata Çarpılan Zaman İntegrali
KYP	Kalman Yakupoviç Popov
KKK	Kayan Kipli Kontrol
KP	Kazanç Planlama
LQG	Linear Quadratic Gaussian
LQR	Linear Quadratic Regulator
MSE	Ortalama Karesel Hata
MÖK	Model Öngörülü Kontrol

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 1. 1 Gezer kren	3
Şekil 1. 2 Döner kren	3
Şekil 1. 3 Bomlu kren	4
Şekil 2. 1 Yerleştirilmek İstenilen Kutup Bölgesi	20
Şekil 3. 1 Gezer Kren' e ait Fiziksel Model 1	35
Şekil 3. 2 Gezer Kren' e ait Fiziksel Model 2	41
Şekil 4. 1 S-Şekilli Referans Profil	46
Şekil 4. 2 KP I-PD+PD tipi Kontrolcüye ait Basitleştirilmiş Blok Şeması	48
Şekil 4. 3 Araba Pozisyon Değişimi	50
Şekil 4. 4 Yük Salınım Açısı	51
Şekil 4. 5 Kontrol Sinyali	52
Şekil 4. 6 Kontrolcü 2 ve Kontrolcü 3' e ait kablo uzunluğuna göre I-PD kazançlar	58
Şekil 4. 7 Kontrolcü 2 ve Kontrolcü 3' e ait kablo uzunluğuna göre PD kazançlar	58
Şekil 4. 8 Kontrolcü 2 ve Kontrolcü 3' e ait kapalı çevrim kutup noktaları	59
Şekil 4. 9 Sabit kablo uzunluğunda Kontrolcü 1' e ait simülasyon sonuçları	61
Şekil 4. 10 Zamanla değişen kablo uzunluğunda Kontrolcü 1' e ait simülasyon sonuçları	62
Şekil 4. 11 Yük indirme işlemi sırasında Kontrolcü 2, Kontrolcü 3 ve Kontrolcü 4' e ait simülasyon sonuçları	63
Şekil 4. 12 Yük kaldırma işlemi sırasında Kontrolcü 2, Kontrolcü 3 ve Kontrolcü 4' e ait simülasyon sonuçları	64
Şekil 4. 13 Yük kaldırma işlemi sırasında Kontrolcü 4' e ait simülasyon sonuçları	65
Şekil 4. 14 Yük indirme işlemi sırasında Kontrolcü 4' ün farklı ω_n değerlerine karşı Kontrolcü 3 karşılaştırması	67
Şekil 4. 15 Yük kaldırma işlemi sırasında Kontrolcü 4' ün farklı ω_n değerlerine karşı Kontrolcü 3 karşılaştırması	67
Şekil 4. 16 Yük kaldırma işlemi sırasında Kontrolcü 4' ün farklı ω_n değerlerine göre ayrıntılı cevapları	68
Şekil 4. 17 Yük indirme işlemi sırasında Kontrolcü 1, Kontrolcü 2, Kontrolcü 3 ve Kontrolcü 4' e ait simülasyon sonuçları	74

Şekil 4. 18	Yük kaldırma işlemi sırasında Kontrolcü 1, Kontrolcü 2, Kontrolcü 3 ve Kontrolcü 4' e ait simülasyon sonuçları	75
Şekil 4. 19	Yük indirme işlemi sırasında DPD Dayanıklı kontrolcünün $m_L = 2$ kg değerinde Nominal Kontrolcü ile karşılaştırılması.....	79
Şekil 4. 20	Yük kaldırma işlemi sırasında Dayanıklı DPD kontrolcünün $m_L = 2$ kg değerinde Nominal Kontrolcü ile karşılaştırılması	80
Şekil 4. 21	Yük indirme işlemi sırasında Dayanıklı DPD kontrolcünün $m_L = 0.2$ kg değerinde Nominal Kontrolcü ile karşılaştırılması.....	81
Şekil 4. 22	Yük kaldırma işlemi sırasında Dayanıklı DPD kontrolcünün $m_L = 0.2$ kg değerinde Nominal Kontrolcü ile karşılaştırılması	82
Şekil 4. 23	Yük indirme işlemi sırasında Dayanıklı DPD kontrolcünün $m_L = 42200$ kg değerinde Nominal Kontrolcü ile karşılaştırılması.....	86
Şekil 4. 24	Yük kaldırma işlemi sırasında Dayanıklı DPD kontrolcünün $m_L = 42200$ kg değerinde Nominal Kontrolcü ile karşılaştırılması.....	87
Şekil 4. 25	Yük indirme işlemi sırasında Dayanıklı DPD kontrolcünün $m_L = 12200$ kg değerinde Nominal Kontrolcü ile karşılaştırılması.....	88
Şekil 4. 26	Yük kaldırma işlemi sırasında Dayanıklı DPD kontrolcünün $m_L = 12200$ kg değerinde Nominal Kontrolcü ile karşılaştırılması.....	89

ÇİZELGE LİSTESİ

	Sayfa
Çizelge 4. 1 Gezer kren Model 1 sistem parametreleri.....	49
Çizelge 4. 2 Gezer kren Model 2 sistem parametreleri.....	53
Çizelge 4. 3 Kontrolcü 2, Kontrolcü 3ve Kontrolcü 4 arasında performans karşılaştırması.....	65
Çizelge 4. 4 Kontrolcü 1, Kontrolcü 2, Kontrolcü 3 ve Kontrolcü 4 arasında performans karşılaştırması.....	76

KRENLERİN DOĞRUSAL PARAMETRE DEĞİŞİMLİ MODELLENMESİ VE DAYANIKLI KONTROLÜ

Ayhan AKTAŞ

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Hakan YAZICI

Kren sistemleri fabrikalarda, tersanelerde, nükleer tesislerde, endüstriyel alanlarda ve yüksek bina yapılarında ağır, geniş yükleri ve tehlikeli maddeleri taşımak için yaygın bir kullanım alanına sahiptir. Bu tarz sistemlerin hareketi sırasında yükü olabildiğince hızlı bir şekilde düşük salınım ile konumlandırmak klasik ve en temel problemlerinden biridir. Ağır yüklerin salınımı sonucunda oluşabilecek kaza durumları maddi zarara ve ciddi yaralanmalara sebep olabilmektedir. Bu nedenlerden ötürü, belirtilen zarar ihtimallerini en aza indirebilmek için yüksek konumlama hassasiyeti ve hızı sağlayacak şekilde kren dinamiklerini iyileştirmek önemli hale gelmektedir.

Ayrıca yukarıdaki performans kriterlerini sağlamanın yanında, kablo uzunluğu gibi zamanla değişebilen dinamikleri hesaba katan ve yük kütlesi gibi belirsizlikleri ele alan kontrolcülerin tasarımı günümüzde büyük bir ihtiyaçtır. Bu sebeple, kren modeli Doğrusal Parametreleri Değişen (DPD) model olarak ele alınarak Doğrusal Matris Eşitsizlikleri (DME) tabanlı Kazanç Planlamalı (KP) kontrol kanununun tasarlanması uygun görülmüştür. Tasarlanan bu kontrolcü yapıları çeşitli kontrol yapılarıyla karşılaştırılarak üstünlüğü ön plana çıkarılmıştır.

Bu çalışmada, DPD gezer kren modeli ele alınarak, KP denetleyici tasarımını mümkün kılmak için değişken kablo uzunluğu planlama parametresi olarak kabul edilmiştir. Durum ve kontrol çıkış vektörleri, referans takip hatası integral terimiyle artırılarak, kararlı hal hatası olmadan doğru konum takibi amaçlanmıştır. Bu sayede sistem I-PD + PD denetleyici yapısına

getirilmiştir. Kararlı hal hatalarının giderilmesi ve düşük yük salınım hareketi, referans girişlerden kontrol edilmek istenen çıkışlara olan transfer fonksiyonları matrisinin H_∞ normunun minimize edilmesi iç bükey en iyileştirme problemlerinin çözülmesiyle gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, kapalı çevrim kutuplarını karmaşık düzlemde istenen yerlere sınırlamak için DME bölgeleri kullanılarak istenen geçici rejim cevabı özellikleri sağlanmıştır. Daha sonra önerilen yaklaşımın etkinliğini göstermek için kapsamlı sayıda simülasyon gerçekleştirilerek, DME bölge kısıtlamalarına sahip olan, önerilen parametre bağımlı H_∞ kontrolörünün performansı, nominal karşılığı ve DME bölgesi olmayan bir parametreye bağlı H_∞ kontrolörü karşılaştırılarak analiz edilmiştir. Farklı bir çalışma olarak kablo uzunluğunu ve yük kütlelerinin parametrik belirsizlik olarak ele alan DME bölgelerine kutup yerleştiren H_∞ kontrolcüsünün performansı da incelenmiştir. Son olarak, DPD model üzerinde bir başka KP kontrol yapısı kullanılarak yük kütlelerinin parametrik belirsizliği politopik belirsizlik olarak hesaba katılıp dayanıklı bir kontrolcü tasarlanmıştır. Önerilen bu kontrolcünün performansı da nominal karşılığı ile karşılaştırılarak hem zamanla değişen parametrelere hem de parametre belirsizliklerine karşı dayanıklılığı analiz edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kren sistemleri, H_∞ kontrolör, Kazanç Planlama, Doğrusal Parametre Değişimi, Doğrusal Matris Eşitsizlikleri

**LINEAR PARAMETER VARYING MODELING AND ROBUST
CONTROL OF CRANES**

Ayhan AKTAŞ

Department of Mechanical Engineering

MSc. Thesis

Adviser: Assist. Prof. Dr. Hakan YAZICI

Crane systems have a widespread use to transport heavy loads and hazardous materials in factories, shipyards, nuclear facilities, industrial areas and high-rise buildings. It is one of the classic and most basic problems to locate the payload with low sway as fast as possible during the movement of such systems. Accidental situations that can occur because of swaying heavy loads and can be caused by material damage and serious injuries. For these reasons, it is important to improve the dynamics of the crane in such a way that to provide high positioning precision and speed in order to reduce the most possible damage incidents.

In addition to the above performance criteria, designing controllers which having time-varying dynamics, such as cable length, and payload uncertainties is a great deal of interest. It has been deemed appropriate to design a Linear Matrix Inequalities (LMI) based Gain Scheduling (GS) control law, by considering the Linear Parametric Varying (LPV) crane model. These controllers have been compared to various control structures and the superiority of these controllers has been emphasized.

In this study, the cable length is considered as scheduling parameter to enable the design of GS controller on LPV gantry crane model. The state and control output vectors are augmented by integral term of reference tracking error, to ensure positioning without steady state error. In this case, the system has been turned into an I-PD + PD control structure. The elimination of steady-state errors and the mitigation of payload oscillations are achieved

using convex optimization problem by minimizing the H_∞ norm of the transfer function matrix from the reference inputs to the desired outputs to be controlled. In addition, the desired transient response characteristics are ensured by using LMI regions to constrain the closed-loop poles to the prescribed locations in complex plane. The performance of the proposed GS H_∞ controller with LMI region constraints analyzed by comparing with nominal counterparts with and without LMI region constraints. As an additional study, the performance of the H_∞ controller, which places the poles in the LMI regions, which treats the cable length and the load mass as parametric uncertainty, is also examined. Finally, another GS control structure on the LPV model is used and the parametric uncertainty of the payload mass consider as a polytopic uncertainty to design a robust controller. The performance of this proposed controller is also compared with the nominal case and analyzed against time varying parameters as well as against parameter uncertainties.

Keywords: Crane systems, H_∞ controller, Gains Scheduling, Linear Parameter Varying, Linear Matrix Inequalities.



GİRİŞ

Kren sistemleri fabrikalarda, tersanelerde, nükleer tesislerde, endüstriyel alanlarda ve yüksek bina yapılarında ağır ve geniş yükleri, ve tehlikeli maddeleri taşımak için yaygın bir kullanım alanına sahiptir [1]. Kren sistemlerinin işleyişinin iyileştirilmesi ile ilgili birçok problem vardır. Kren sisteminin hareketi sırasında yükü olabildiğince hızlı bir şekilde düşük salınım ile konumlamak klasik ve en temel problemlerinden biridir. Ağır yüklerin salınımı sonucunda oluşabilecek kaza durumları maddi zarara ve ciddi yaralanmalara sebep olabilmektedir. Salınım önleme çözümlerinin yardımı olmadan kren operatörlerinin duygu, gözlem ve deneyime dayalı olarak yükü konumlandırmaları ve yukarıda belirtilen hedefleri aynı anda sağlamayı zorlaştırmaktadır. Operatörlerin salınımlardan kaçınmak ve çevredeki nesnelere ve insanlara zarar verme riskini azaltmak için dikkatli hareket etmesi sistemi yavaş hareket ettirmelerine sebep olmaktadır. Örneğin, büyük bir salınım meydana gelirse, salınım duruncaya kadar operasyonun duraklatılması gerekir. Ayrıca, kren sistemlerinin kaldıraç fonksiyonu operatörlerin karşılaştığı zorluklardan birisidir ve aynı zamanda yükün salınmasını da büyük ölçüde etkilemektedir [2]. Dolayısıyla kren operasyonlarında verim düşmekte, zaman kaybı ve yüksek operasyon ücretleri ortaya çıkmaktadır [3]. Salınım önleme çözümleri, kaza risklerini büyük ölçüde azaltarak, çalışma güvenliğini sağlayıp daha hızlı operasyon imkânı sağlayabilmektedir.

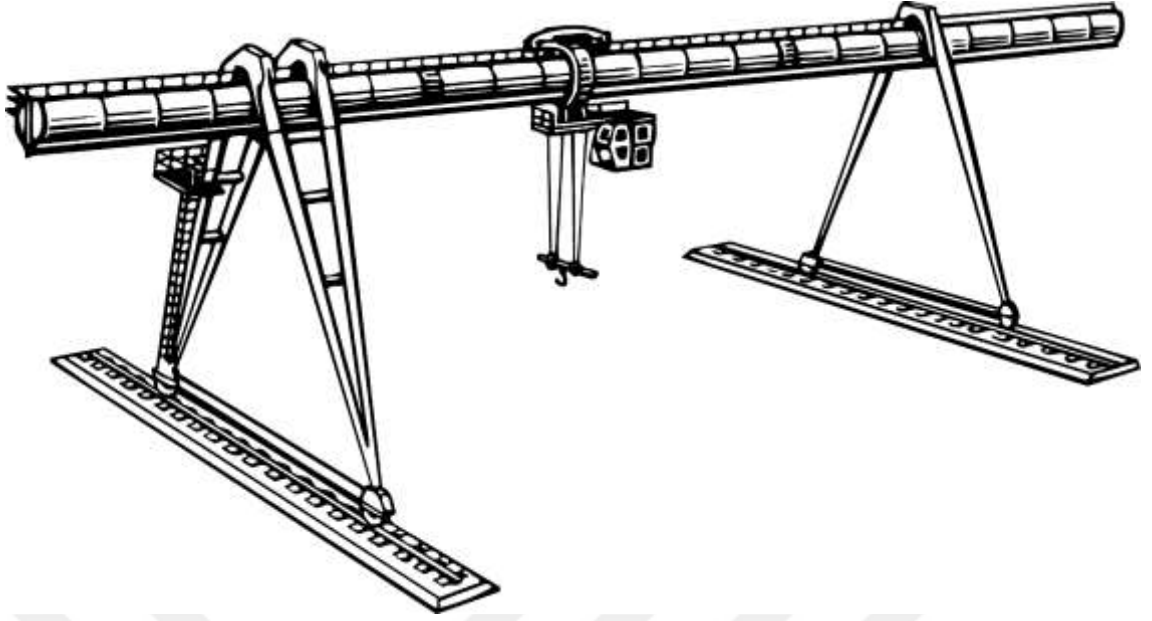
Kren sistemlerinin kontrol edilmesi açısından başka bir problemi ise eksik tahrikli sistem yapısına sahip olmalarıdır. Eksik tahrikli sistem, serbestlik derecesinden daha az tahrik elemanına sahip sistemler ya da diğer bir ifade ile tek girişli olup çoklu çıkışa sahip sistemler olarak tanımlanmaktadır [4]. Kren sisteminin yük arabasına uygulanan kuvvet

olarak tek girişi olup, araba pozisyonu ve yük salınım açısı olmak üzere iki adet çıkışı vardır. Bunun sebebinin ise kren sistemlerinin maliyetini, karmaşıklığını, boyutunu ve ağırlığını azaltma gerekliliği olduğu söylenebilir. Fakat, bu durum karmaşık dinamiklerin ve holonomik olmayan davranışların ortaya çıkmasına sebep olarak kontrol etme problemini zorlaştırmaktadır [5] ve yukarıda belirtmiş olduğumuz performans gereksinimlerini sağlayabilmek için etkili kontrol metotlarının geliştirilmesini gerekli hale getirmektedir.

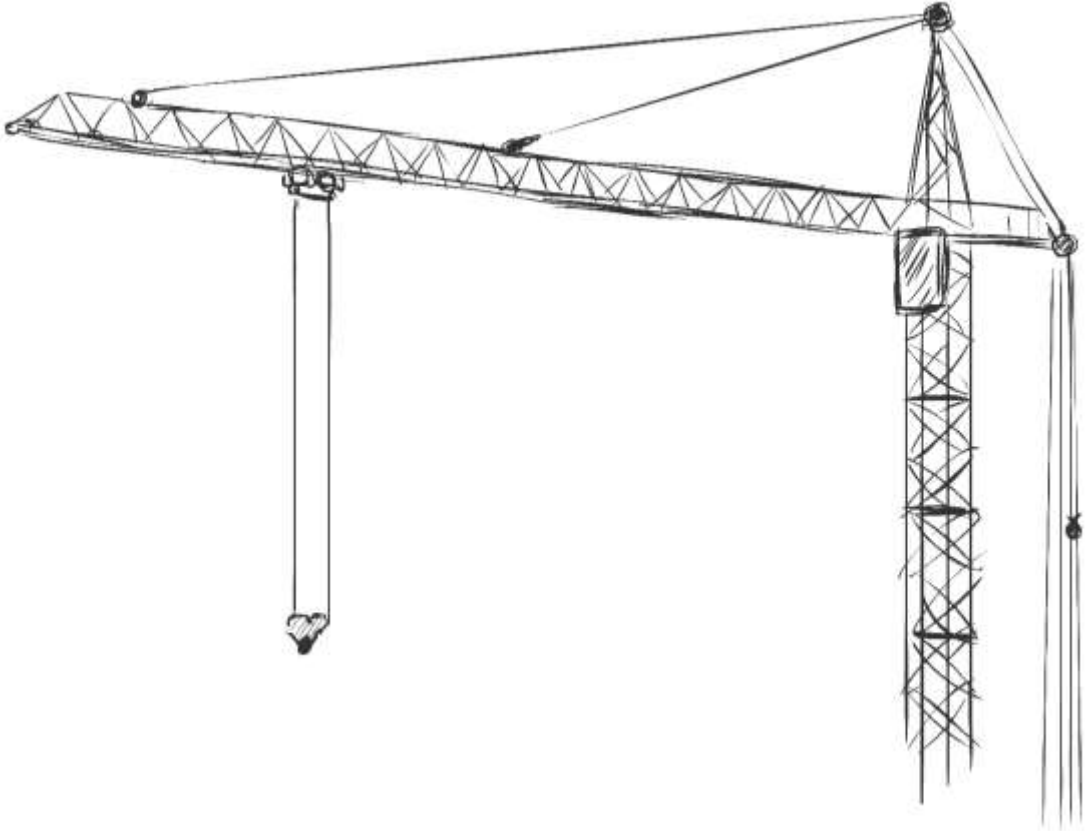
Kren sistemlerinde yükün araba ile birlikte hareketi sebebiyle kararlılık problemleri ortaya çıkabilmektedir. Araba ve yük salınımları arasındaki dinamik ilişkiler doğrusal olmamakla beraber birbirlerine bağımlıdır. Ayrıca araba kütlesi, yük kütlesi, kablo uzunluğu ve sürtünme gibi belirsizlikler performansı etkilemektedir.

Kren sistemleri serbestlik dereceleri ve yapılarına dayanarak Gezer kren, Döner kren ve Bomlu kren olmak üzere üç farklı kategoride sınıflandırılmaktadır [3]. Genellikle taşıma endüstrisinde, madenlerde ve montaj hatlarında kullanılan gezer krenler, Şekil 1.1'te görülebileceği üzere bir yükü yatay olarak birbirine dik iki yönde hareket ettiren bir arabadan ve bu arabaya bir kablo ile bağlı olan yükten ibarettir. Bu iki yönlü hareketi ayrıık olarak ele aldığımızda analiz sonuçları neredeyse aynı olduğu için tek eksen olarak inceleyebilmekteyiz. Burada kablo ile yük, bir serbestlik derecesine sahip tek boyutlu bir sarkaç olarak ele alınmaktadır. Kablo uzunluğu bir kaldıraç mekanizmasıyla değişebilmektedir. Literatürde gezer vinçler Tepe kren olarak da isimlendirilmektedir. Buradaki tek fark gezer krenler, yük arabasını veya arabalarını taşıyan köprü, sabit raylar üzerinde iki veya daha fazla ayak ile desteklenmektedir.

Döner krenler ise genellikle inşaat alanlarında kullanılmaktadır. Bu tarz sistemlerde, Şekil 1.2, yük hattı bağlantı noktası döner bir yapıya sahip olup sisteme ekstra bir serbestlik derecesi kazandırmaktadır. Kablo ve yük, iki serbestlik dereceli salınım yapan küresel sarkaç olarak ele alınmaktadır.

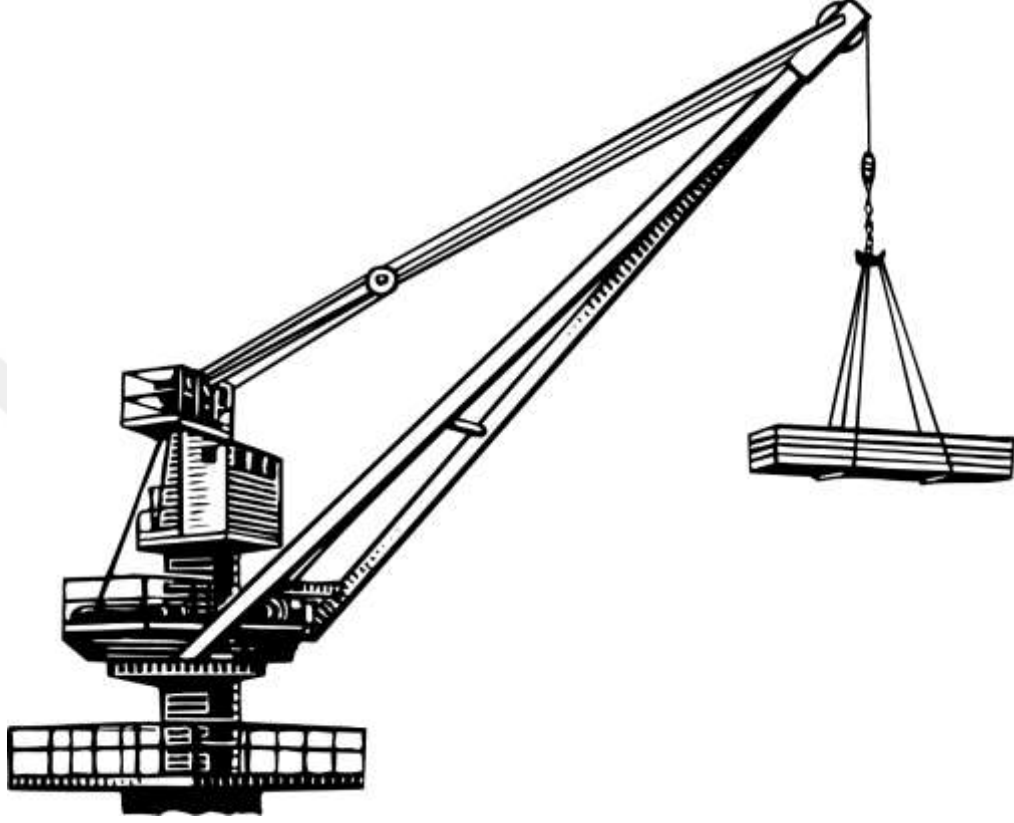


Şekil 1. 1 Gezer kren



Şekil 1. 2 Döner kren

Bomlu krenler ise genellikle gemi ve tersanelerde kullanılmakta olup mobil uygulamalar için de tercih edilmektedir. Bomlu krenlerde yük hattı bağlantı noktası bomun sonunda sabittir, kablo ve yük bomun tabanına yerleştirilmiş iki dikey eksen etrafında döner hareket yapabilmektedir.



Şekil 1. 3 Bomlu kren

Bu çalışmada, kren sistemlerinin kontrolüne yönelik literatür çalışmaları gezer krenler perspektifinden incelenmiş olup, tasarlanan kontrolcüler gezer kren sistemine ait doğrusal hale getirilmiş matematik modeli ele alınarak uygulanmıştır.

1.1 Literatür Özeti

Bu bölümde, kren sistemleri üzerine literatürde yer alan çalışmalara yönelik detaylı bir inceleme sunulmuştur. Daha sonra, yük salınımlarının bastırılması ve doğru pozisyonlamaya yönelik yüksek lisans tezinin literatüre katkısı ortaya konulmuştur.

Söz konusu tartışmalar ışığında, kren sistemlerinin otomatik kontrolüne yönelik birçok araştırmacı çeşitli kontrol yapılarını literatüre kazandırmışlardır. Geliştirilmiş olan

kontrolcü yapılarını açık çevrim ve kapalı çevrim teknikleri olarak iki ana başlık altında inceleyebiliriz.

Açık çevrim sistemler yük salınımının ölçülmesi için ek sensörlere ihtiyaç duymamasından dolayı uygulaması kolay ve maliyetleri düşüktür [6]. Bu durum ele alındığında açık çevrim kontrol sistemleri geniş bir kullanım alanı bulmuştur. Kren sistemlerinde kullanılan açık çevrim kontrol sistemlerini giriş şekillendirme, filtreleme ve komut yumuşatma olarak sıralayabiliriz. Giriş şekillendirme yöntemi kren sistemleri üzerinde hareketten kaynaklı titreşim ve salınımları minimize etmek amacıyla kullanılan etkili bir ileri besleme kontrol yöntemidir [7]. Örneğin, Garrido vd. kren hareketi esnasında oluşan yük salınımlarını azaltmak için giriş şekillendirme yöntemini kullanmışlardır. Bu çalışmada giriş şekillendirme yöntemi düz hat hareketini sağlamak ve dışsal sarsıntıları önlemek amacıyla iki faza ayrılmıştır ve gerçek bir kren sistemi üzerinde uygulanmıştır [8]. Daqaq ve Masoud [9] basit sarkaç ve rıhtım kren modelleri üzerinde giriş şekillendirmeli kontrolcü tasarlamışlardır. Ayrıca, sisteme gecikmeli-pozisyon geri besleme yapısı ekleyerek sistem parametrelerinin belirsizliklerine karşı dayanıklılığı geliştirmeyi amaçlamışlardır. Fujioka ve Singhouse [10] basit sarkaç modeli referans alınarak parametreleri zamanla değişen çift sarkaç üstünde Lyapunov Kontrol Kanunu temelli giriş şekillendirme metodunu tatbik etmişlerdir. Bir diğer açık çevrim kontrol yöntemi olan filtreleme yöntemi ise, Jouanch ve Anderson tarafından Sonlu İmpuls Yanıtı filtreleme yöntemini giriş şekillendirme kontrol yapısına uygulayarak sistem yanıtlarını geliştirmeyi amaçlamıştır [11]. Huang vd. bir çift sarkaca bağlı dağılılı faydalı yüke sahip bir model üzerinde bir diğer açık çevrim kontrol yöntemi olan komut yumuşatma [12] yöntemini uygulayarak yük salınımlarını teorik ve deneysel olarak bastırdıklarını göstermişlerdir. Açık çevrim kontrol uygulamalarının sadeliği, düşük maliyeti ve performansı uygulamada kendini gösterse de bu tarz tekniklerin dış bozuculara, salınım frekanslarına ve parametre değişimlerine karşı hassas olması büyük bir dezavantaj oluşturmaktadır [1]. Bu doğrultuda üstün performans elde etmek amacıyla araştırmacılar kapalı çevrim kontrol yöntemlerinin kren sistemleri üzerinde geliştirilmesi için birçok çalışma yapmıştır.

Kapalı çevrim kontrol yöntemlerinin kren sistemlerinde istenilen çıkış performans cevabına göre kendini ayarlayabilme özelliği önemli tercih sebeplerinden birisidir. Geri

bildirim şemaları, sistem konumlandırmasını doğru bir şekilde mümkün olduğunca az salınımlarla gerçekleştirmek için sistem durumlarının ölçümü ve tahminini kullanır. Bu nedenle kapalı çevrim kontrol yapıları, bozuculara ve parametre değişikliklerine daha az duyarlıdır [13].

Literatürdeki kapalı çevrim yöntemini kullanan çalışmaları incelediğimizde, farklı yük değerleri için LQ optimal kontrolörünün verimliliği Wang ve Surgenor [14] tarafından araştırılmıştır. Çalışmaları göstermiştir ki optimal kontrolörler dikkatlice ayarlandığında parametre değişimlerine karşı baş edebilmektedir. Yang ve Xiong [15] bir tepe vinç üzerinde salınım önlemeye yönelik Linear Quadratic Regulator (LQR) yöntemini uygulamışlardır. Çalışmalarında, LQ tersinim problemini çözmek için, parametrik formül tekniği uygulanarak uygun bir ağırlık matrisi (Q) tespit edilmiştir. Yük ve ip uzunluklarının alt ve üst sınırların siteme politopik belirsizlik olarak katıldığı ve geçici rejim cevabı isterleri Doğrusal Matris Eşitsizlikleri (DME) bölgeleri ile ifade edilerek kutup yerleştirme yöntemi Aktaş vd. [16] tarafından sunulmuştur.

Bir diğer kapalı çevrim yöntemi olan Model Öngörülü Kontrol (MÖK), basit modelleri kullanma kapasitesi, kapalı çevrim kararlılık güvencesi ve parametrik belirsizliklere karşı dayanıklılığı sayesinde optimal çok değişkenli kontrol algoritmalarından biri haline gelmiştir. Wu vd. [17], MÖK yaklaşımıyla, kren sisteminin kararlılığını ve dayanıklılığını sağlarken enerji verimliliği ve güvenlik performanslarını geliştirmeyi amaçlayan optimal bir kontrolcü tasarlamayı hedeflemişlerdir. Diğer bir MÖK yapısı Jolevski ve Bego [18] tarafından düşük salınımda hızlı yük transferine yönelik iki kriter fonksiyonu ele alınarak uygulanmıştır. MÖK kontrolcü yapısına ait bu iki kriter fonksiyonu çoklu kriter optimizasyonu ele alınarak çözülmüş ve ele aldıkları matematik modele kaldıraç dinamiklerini ekleyerek, deneysel çalışmalar ile karşılaştırmışlardır. Spathopoulos ve Fragopoulos, tork ve kinematiğe dayalı iki ayrı matematik model üzerinde, Linear Quadratic Gaussian (LQG) ve Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol yapıları uygulanarak başarılı bir şekilde karşılaştırılmıştır [19].

Parametre belirsizlikleri ve dış bozuculara karşı uyarlanabilir yapılarından dolayı Uyarlamalı kontrol yöntemleri tepe kren sistemleri özelinde geniş bir araştırma alanı bulmuştur [5]. Ayrıca doğrusal olmayan modele dayanan kontrol şemalarının

tasarımında, parametre belirsizliklerini Lyapunov tabanlı bir yapı ile tahmin etme kabiliyetine sahip olmaları önemli bir avantajdır. Örneğin, Nguyen vd. [20] üç boyutlu bir tepe kreni için doğrusal olmayan yapıda bir uyarlamalı kontrolör tasarlamışlardır. Bu çalışmada, sistemin asimptotik kararlılığı Lyapunov metodu ile incelenerek, doğrusal olmayan kontrolcü yapısı; bilinmeyen sistem parametrelerini, sürtünme kuvvetlerini ve yükün kütlesini tahmin eden adaptasyon yapıları kullanarak arabaya uygulanacak kontrol kuvvetlerini hesaplamaktadır. Bir diğer uyarlamalı kontrol yöntemi olan Model Referans Kontrol yapısı Fujioka ve Singhose tarafından giriş şekillendirme yöntemi kullanılarak konumlama, kontrol eforunu düşürme ve salınım bastırma performanslarını test eden çeşitli numerik ve deneysel çalışmalar yapmışlardır [21].

Birçok belirsizlik koşuluna karşı dayanıklı ve hassas bir kontrol yapısına sahip olmasıyla bilinen Kayan Kipli Kontrol (KKK) yöntemi kren sistemleri üzerinde de kullanılmıştır [3]. Choi ve Lee [22], doğrusal olmayan dinamikleri ihmal ederek büyük yük değişimleriyle baş edebilecek giriş-çıkış ayrıştırma kontrol kanunu ile birleştirilmiş bir KKK tasarlamışlardır. Karkoub ve Zribi [23] ise μ -sentezi bazlı kontrol şemasına doğrusal geri besleme yapısını entegre ederek dayanıklı bir KKK elde etmişlerdir. Bu sentez yapısını nominal KKK ve durum geri beslemeli KKK yapılarını, artık titreşim ve kontrol gürültüsü performans kriterlerini ele alarak karşılaştırmışlardır.

Yukarıda belirttiğimiz üzere, kren sistemlerinin yük kaldırma ve yük indirme senaryoları gibi işletim döngüleri nedeniyle zamanla değişen parametrelere sahip olduğu bilinmektedir. Bu nedenle, Kazanç Planlamalı (KP) kontrol üniteleri yakın zamanda kren sistemleri üzerinde geniş bir kullanım alanı bulmuştur [24]. Örneğin Corrigan vd. [25], yük eş zamanlı olarak kaldırılırken ve konumlanırken kablo uzunluğunu planlama parametresi olarak ele alarak KP LQR tasarlamışlardır. Zavari vd. değişken kablo uzunluğuna sahip bir Doğrusal Parametrik Değişken (DPD) kren modeli için enterpolasyon tabanlı KP kontrolcü geliştirmişlerdir [26]. DME tabanlı DPD optimal LQR yapısı değişken yük ve kablo uzunluğu için Aktaş vd. [27] tarafından tasarlanmıştır. Omar ve Nayfeh [28], bir kule vincini doğrusal ve rotasyonel hareketlerini kontrol edebilmek için kablo uzunluğu ve yük değişimlerinin etkilerini hesaba katarak KP uyarlamalı geri beslemeli bir kontrolcü yapısı önermişlerdir. Burada sistemin oturma zamanı yük salınımının periyoduna eşit olması kriteri seçilerek geri beslemeli kontrol kazancını ayarlamışlardır.

Literatürde yer alan bir diğer kontrol yöntemi olan H_∞ kontrolcülerin kren sistemleri üzerinde uygulamalarından bahsedecek olursak; Tumari vd. [29] H_∞ kontrolcü yapısını DME tabanlı kutup yerleştirme yöntemine adapte etmiştir. Bu yöntemle, hızlı giriş takip kapasitesi ve küçük salınımla doğru yük konumlaması gibi performans beklentilerini garantilemeyi amaçlayarak elde edilen sonuçları numerik ve deneysel olarak karşılaştırmıştır. Hilhorst vd. [30], indirgenmiş mertebeli bir H_∞ kontrolcüsünü DME yaklaşımı ile tatbik etmiş ve bu yapıyı çok amaçlı vakalar için genişletmişlerdir. Elde edilen kontrolör, tasarım metodolojisinin pratik potansiyelini göstermiş ve deneysel olarak başarıyla uygulanmıştır.

PID kontrolcüler basit yapıları nedeniyle doğal olarak kren sistemleri özelinde büyük bir uygulama alanı bulmuştur. Birçok araştırmacı, PID döngüsünü araba konumlandırması ve PD döngüsünü de yük salınımlarını bastırmak amacıyla PID + PD tipinde kontrolcü yapısı önermişlerdir. Standart PID kontrolörlerinin ise parametre varyasyonları altında zayıf performansa sahip olduğu ve kontrolcü katsayısı ayarlaması için sistematik bir prosedüre sahip olmadığı yaygın olarak kabul edilmektedir. Özellikle, çok değişkenli ve düşük kademeli sistemler için ayar prosedürü hâlâ açık bir sorundur [31]. Bu nedenle, zamana bağlı parametrelere sahip sistemler için denetleyici ayarlama problemini çözmek için akıllı (intelligent) teknikler kullanılmaktadır. Akıllı kontrol yöntemlerinden bahsedecek olursak, temel olarak Yapay Sinir Ağı ve Bulanık Mantık denetleyicilerine dayanmaktadır [5]. Bir sinir ağı yapısı iyi bir doğrusal olmayan işleme kabiliyetine sahip olup ayrıca kablo uzunluğu değişimlerine ve belirsizliğine karşı bir geri bildirim şeması uygulayarak dayanıklılığı sağlayabilmektedir [6]. Bulanık mantık kontrolcülerin akıllı kontrol yapısı ile uyarlanabilirliği yüksektir. Doğrusal olmayan vinç sistemi karmaşık hale geldikçe matematik modeli elde etmek zorlaşır ama bu metot sayesinde matematiksel model yerini bulanık modele bırakarak karmaşık yapılarla uğraşmaktan kurtarmaktadır [32]. Literatürde yer alan çalışmalara örnek verecek olursak: Li ve Yu [33] sürtünme etkilerini gideren bulanık mantık yapısına sahip olan bir PD kontrolcü geliştirmişlerdir. Elde ettikleri deneysel sonuçlar ile de tasarladıkları kontrolcü yapısının parametre değişimlerine karşı daha az hassas olduğunu göstermişlerdir. Yarı global asimptotik kararlılığın garanti edildiği, bulanık mantık yapısına sahip PD kontrolcüsünün yapay sinir ağı yapısına genişletildiği bir çalışma Yu vd. [31] tarafından literatüre kazandırılmıştır. Liu

vd. [32] bulanık mantık PID kontrol yapısını salınım önleme ve araba pozisyonlama için ayrı ayrı uygulayarak kontrol performansını hızlandırmayı amaçlamışlardır.

Genetik Algoritma (GA), Diferansiyel Değerlendirme (DD) ve KP gibi yapıları da akıllı kontrol yöntemleri arasında literatürde yerlerini almaktadır. Örneğin; Solihin vd. GA temelli çevrimdışı ayarlama metodunu çeşitli amaç fonksiyonlarını minimize eden bir kontrolcü yapısı sunmuştur. Burada bahsedilen amaç fonksiyonları; IAE(İntegral mutlak Hatası), ITAE(Mutlak Hata ile Çarpılan zamanın integrali) ve MSE(Ortalama Karesel Hata) gibi farklı performans ölçümleriyle tanımlanmaktadır. Minimum salınım açısıyla doğru pozisyonlama performansı ITAE pozisyon hatası, ITAE yük salınımı ve MSE giriş sinyali amaç fonksiyonlarının gerçekleşmesiyle elde edilmektedir [34]. PID kontrolcü parametrelerinin DD yöntemi ile ayarlandığı bir çalışma Sun vd. [35] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada DD-PID kontrolör yapısı GA-PID kontrol yapısı ile araba pozisyon hatası ve salınım açısı ITAE performans değerleri baz alınarak karşılaştırılmıştır. Simülasyonlar ve ITAE değerleri göstermiştir ki DD-PID yapısının aynı anda daha hızlı konumlandırma ve daha düşük yük salınımına sahiptir.

KP kontrol yaklaşımının kren sistemlerinin değişen operasyonel gereksinimlerine karşı başarılı bir metodoloji olduğu kanıtlanmıştır [5]. Solihin vd. bulanık mantık ayarlamalı KP yapıda bir PID kontrolör tasarlanmıştır [36]. Burada kontrolcü kazançlarını anlık hata ve hata oranı sinyallerine göre ayarlayan bir bulanık mantık kontrolcüsünün tasarlanması amaçlanmıştır.

Yapılan literatür araştırmasından da görüldüğü gibi kren sistemlerinin pozisyon ve salınım kontrolüne yönelik kontrolüne yönelik birçok farklı performans kriteri ele alınarak çeşitli kontrolör tasarımları yapılmıştır. Özellikle önemli bir performans kriteri olan, parametre değişimlerine ve/veya belirsizliklerine karşı dayanıklılığı garanti eden kontrolör tasarımları günden güne büyük önem kazanmaktadır. Bu alanda DPD kontrol yöntemi son yıllarda büyük ilgi görmüştür [37], [38], [39], [40]. Bununla birlikte kablo uzunluğunun ve yük kütlelerinin parametrik belirsiz ve/veya DPD olarak sistem modellerinin ele alındığı DME tabanlı, H_∞ normunu minimize eden dayanıklı ve KP akıllı kontrol tekniklerinin uygulanmasında boşluk olduğu görülmüştür. Bu bilgiler ışığında bu yüksek lisans tezi ile, gezer kren sistemlerinin düşük salınım açısı ile konumlanmasına

yönelik, kablo uzunluğundaki ve yük kütleindeki belirsizliklere karşı dayanıklı olan H_∞ kontrolcüsü ve kablo uzunluğunun zamandaki değişimine göre kendini güncelleyebilen ve yük kütlelerinin politopik belirsizlik olarak hesaba katıldığı KP bir kontrolcü tasarlanarak literatüre katkıda bulunmaya aday kontrolör sentezleri sunulmuştur.

1.2 Tezin Amacı

Yukarıda sözü edilen tüm çalışmalar literatüre önemli ölçüde katkıda bulunmuştur. Bununla birlikte, bölgesel kutup kısıtlamalarına sahip olan ve aynı zamanda kapalı çevrim Doğrusal Parametrik Değişen (DPD) sisteminin H_∞ kazancını en aza indiren bir kontrolör tasarımı, yapılan literatür araştırmasında rastlanmamıştır. Bu çalışmada, KP denetleyici tasarımını mümkün kılmak için değişken kablo uzunluğu, bir DZD yapıda gezer kren modeli ele alınarak, planlama parametresi olarak kabul edilmiştir. Durum ve kontrol çıkış vektörleri, referans takip hatası integral terimiyle artırılarak, kararlı hal hatası olmadan doğru konum takibi amaçlanmıştır. Bu sayede sistem I-PD + PD denetleyici yapısına getirilmiştir. Bu yapıdaki kontrolcüler, orantısal vuruş ve/veya türevsel vuruş etkilerinden kaynaklı aşım ve agresif kontrol sinyallerini ortadan kaldırmak için yaygın olarak kullanılan bir PID kontrolör sınıfıdır [41]. Kren sistemi bu yapıya getirilerek, standart durum geri beslemeli kontrol yasası pozisyon döngüsü için I-PD yapısında ve salınım önleme döngüsü de PD yapısında ifade edilmiştir. Böylece kararlı hal hatalarının giderilmesi ve yük salınım hareketi, referans girişlerden kontrol edilmek istenen çıkışlara olan transfer fonksiyonları matrisinin H_∞ normunun minimize edilmesiyle gerçekleştirilir. Ayrıca, kapalı çevrim kutuplarını karmaşık düzlemde istenen yerlere sınırlamak için DME bölgeleri kullanılarak istenen geçici rejim cevabı özellikleri sağlanmaktadır. Daha sonra önerilen yaklaşımın etkinliğini göstermek için kapsamlı sayıda simülasyon gerçekleştirilmiştir. DME bölge kısıtlamalarına sahip olan, önerilen parametre bağımlı H_∞ kontrolörünün performansı, nominal karşılığı ve LMI bölgesi olmayan bir parametreye bağlı H_∞ kontrolörü karşılaştırılarak analiz edilmiştir. Ayrıca bu tez çalışmasının bir sonucu olarak kablo uzunluğu ve yük kütlelerinin politopik belirsizlik olarak ele alındığı bir çalışmanın sonucu da bu tez kapsamına dahil edilmiştir.

1.3 Hipotez

Bu çalışmada, DME tabanlı dayanıklı Kazanç Planlamalı I-PD + PD tipinde denetleyiciler tasarlanmıştır. Pek çok makalenin dayanıklı ve KP yapısına sahip PID akıllı teknikleri kullanmasına rağmen, DME tabanlı bir yaklaşım şimdiye kadar dikkate alınmamış olması bu çalışmanın ana motivasyonunu oluşturmaktadır. Önerilen kontrolörlerin performansları, kablo uzunluğunun zamanla değiştiği ve/veya yük kütlesinin parametrik belirsizliğinin hesaba katıldığı kontrolcü sentezleri verilmiş olup, ITAE ve H_{∞} normu koşulları için optimize edilmiş kontrolcü yapıları ile karşılaştırılmıştır. Tasarlanan kontrolcü yapıları biri deneysel biri gerçek parametrelere sahip kren modelleri üzerinde uygulanarak benzetim çalışmaları yapılmıştır.



DOĞRUSAL ZAMANLA DEĞİŞEN SİTEMLER İÇİN DOĞRUSAL MATRİS EŞİTSİZLİKLERİ YAKLAŞIMI İLE DAYANIKLI KAZANÇ PLANLAMALI KONTROL PROBLEMİ

Bu bölümde, Doğrusal Zamanla Değişmeyen (DZD), Doğrusal Parametrik Değişimli (DPD) sistemler için durum geri beslemeli H_∞ kontrolör tasarımına yönelik DME tabanlı sentezler geliştirilmesi amaçlanmıştır.

İlk olarak Bölüm 2.1, Bölüm 2.2 ve Bölüm 2.3 içerisinde bu çalışmada kullanılan kontrolcü sentezlerine ait temel tanımlamalar yapılmıştır. Bölüm 2.4 içerisinde DZD sistemler için durum geri beslemeli H_∞ kontrolcü sentezi ele alınmıştır. Bölüm 2.5’de sistem performans kriterlerini sağlamak amacıyla DME tabanlı kutup yerleştirme yöntemi H_∞ kontrolör yapısıyla entegre şekilde uyarlanmıştır. Devamında Bölüm 2.6 kapsamında sistem parametrelerinin politopik belirsizlik olarak ele alındığı dayanıklı H_∞ kontrolör, Bölüm 2.7’te ise DPD yapıya sahip sistemler için Kazanç Planlamalı H_∞ kontrolcü sentezi verilmiştir. Bölüm 2.8’te ise DPD yapısında ki Kazanç Planlamalı H_∞ kontrolcü sentezi bölgesel kutup yerleştirme yöntemi ile genişletilmiştir. Son olarak Bölüm 2.8’da DPD yapısındaki Kazanç Planlamalı H_∞ kontrolcü sentezine yük kütlelerinin politopik belirsizlik olarak hesaba katıldığı parametrik değişimlere ve belirsizliklere karşı dayanıklı bir kontrolcü sentezi yapısı verilmiştir.

2.1 Dışbükey En İyileştirme

En iyileştirme, gerçek hayatta karşımıza çıkan problemlerde elde edebileceğimiz çözüm kümelerinde veya ihtimallerinde bizim için en iyisini seçmek olarak tanımlanabilir. Hangi bakımdan en iyi sorusunun yanıtını oluşturan nitelik en iyileştirme ölçütü olarak adlandırılır. Her somut en iyileştirme problemi ancak kesin olarak tanımlanmış bir en iyileştirme ölçütü ile mevcut olmaktadır. Bu ölçüt aranan “en iyi” yi tanımlamaktadır. Bununla birlikte, “en iyi” olanın ayırt edilebilmesi için adayların birbirleriyle karşılaştırılabilmesi ve bu karşılaştırmaların bilimsel çerçevede yapılabilmesi için ise bu “iyi”liklerin ölçülebilmesi gerekmektedir. Bu yüzden, her adaya, en iyileştirme ölçütüne göre ne kadar “iyi” olduğunu gösteren bir skaler nicelik eşleştirilmesi gerekir. Bu skalere başarımlık ölçüsü denilmektedir ve en iyi çözüm dendiğinde başarımlık göstergesini ekstremum (yerine göre en küçük ya da en büyük) yapan çözüm anlaşılmaktadır. Bilimsel olarak en iyileştirme, bir problemin olası çözümleri arasından başarımlık göstergesini ekstremum yapan değerlerin belirlenmesi eylemidir. Bir en iyileştirme probleminin matematiksel olarak formüle edilmesi için başarımlık göstergesi bir takım skalerler yada bağımsız değişken fonksiyonları olarak ifade edilebilirler [42].

2.1.1 Parametre En İyileştirmesi

Matematikte birtakım skalerlere bir skaler eşleştiren yasalara fonksiyon adı verildiğinden parametre en iyileştirmesinde başarımlık göstergesi

$$Z = f_0(x); x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T \quad (2.1)$$

şeklinde bir fonksiyon ile ifade edilebilmektedir. Bu fonksiyona amaç fonksiyonu denir ve bu fonksiyonun x argümanlarına ise en iyileştirme parametreleri adı verilir. En iyileştirme parametrelerinin amaç fonksiyonunu ekstremum yapan değerleri belirlemek parametre en iyileştirmesinin hedefidir.

Bazı parametre en iyileştirme problemlerinde, en iyileştirme parametreleri hiçbir sınırlamaya tabi olmamaktadır. Bu duruma kısıtsız en iyileştirme denmektedir. Fakat bazı durumlarda bu parametreler çeşitli kısıtlamalara tabi olurlar. Bu duruma kısıtlı en iyileştirme denir. Dolayısıyla kısıtlar en iyileştirme parametrelerinin sağlamaları gereken kısıt denklemleri şeklinde ifade edilmektedir. Bunlar,

$$f_j(x) = 0; j = 1, 2, \dots, m \quad (2.2)$$

gibi eşitlik kısıtları olabileceği gibi

$$f_j(x) \leq 0; j = 1, 2, \dots, k \quad (2.3)$$

şeklinde eşitsizlik kısıtları da olabilir.

2.1.2 Fonksiyon En İyileştirmesi

Fonksiyon en iyileştirmesinde ise başarımların göstergesi, bağımsız bir değişkenin birtakım fonksiyonlarına bağlı olan bir skalar olarak ortaya çıkar. Matematikte birtakım fonksiyonlara bir skalar eşleştiren yasalara fonksiyonel adı verilmektedir ve fonksiyon en iyileştirmesinde de başarımların göstergesi fonksiyonel olarak ifade edilir.

2.1.3 Dışbükey Problemler

Bir en iyileştirme probleminde amaç fonksiyonu ve mevcut kısıtların serbest bıraktığı olası çözümler kümesi dışbükeylik adı verilen bir özelliğe sahip olduğunda bu problem dışbükey olarak adlandırılır. Kısa bir şekilde bu konudaki temel kavramların tanımlarını verecek olursak [42]:

Tanım 2.1 (Dışbükey Fonksiyon) Bir $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ fonksiyonu, $H(x_1, x_2, \dots, x_n)$ Hesiyanı, n boyutlu x_i 'ler uzayının her noktasında pozitif belirli ise bu fonksiyon bir tam dışbükey fonksiyon olarak adlandırılır. Bazı ya da tüm noktalarda pozitif yarı belirlilik söz konusu olduğunda ise sıradan dışbükey fonksiyon olarak adlandırılır.

Tanım 2.2 (Dışbükey Küme) Eğer n boyutlu x_i 'ler uzayında tanımlı bir N noktalar kümesine ait herhangi iki noktayı birleştiren bütün Z noktaları yine bu kümeye ait ise, N bir dışbükey kümedir.

Tanım 2.3 (Dışbükey Kabuk) Normlu doğrusal uzay olan N_r kümesi içinde kompakt bir küme olan Z_k kümesinin $(Z_k \subset N_r)$ dışbükey kabuğu $\text{conv}(Z_k)$ ile ifade edilir. Bu kabuk $(Z_k \in N_r)$ alt kümesini kapsayan tüm kümelerin kesişiminden oluşmaktadır. Eğer Z_k kümesini kapsayan sonlu sayıda dışbükey küme mevcut ise, bu kümelerin kesişim

noktalarına $\text{conv}(Z_k)$ kümesinin köşe noktaları denir. Rastgele seçilen dışbükey konik kümelerin kesişimi de yine bir dışbükey küme oluşturmaktadır.

Tanım 2.4 (Ilgın Küme) Her $x_1 \in Z_k$, $x_2 \in Z_k$ ve $\beta \in \mathfrak{R}$ için $x := \beta x_1 + (1 - \beta)x_2$ ile tanımlanan nokta, doğrusal vektör uzayında tanımlı alt küme olan Z_k içerisinde yer alıyor ise bu kümeye ilgın küme denmektedir. Ilgın kümelerde, ilgili küme içerisinde seçilen iki nokta arasındaki doğru parçası her zaman belirtilen küme içerisinde yer alır. Her ilgın küme dışbükey olarak ifade edilir.

Tanım 2.5 (Ilgın Fonksiyon) Her $x_1 \in Z_k$, $x_2 \in Z_k$ ve $\beta \in \mathfrak{R}$ için

$$f(\beta x_1 + (1 - \beta)x_2) = \beta f(x_1) + (1 - \beta)f(x_2) \quad (2.4)$$

şeklinde ise f fonksiyonu ilgın fonksiyon şeklindedir.

2.1.4 Dışbükey En İyileştirme Problemi

Standart forma getirilmiş haliyle

$$Z = f_0(x); x = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}^T \rightarrow \min \quad (2.5)$$

$$f_j(x) = 0; j = 1, 2, \dots, J; J < N \quad (2.6)$$

$$g_k(x) = b_k; k = 1, 2, \dots, T \quad (2.7)$$

Şeklindeki bir en iyileştirme probleminde, (2.6) ve (2.7) kısıtları, bir S aday çözümler kümesi dışbükey küme, amaç fonksiyonu da S kümesinin sınırları içerisinde yer alan dışbükey bir fonksiyonu olan en iyileştirme problemi olarak ifade edilmektedir.

2.2 Doğrusal Matris Eşitsizlikleri

Doğrusal Matris Eşitsizlikleri ilk olarak 1890 yılında Alexandır Mikhailovich Lyapunov' un kararlılık analizinde karşımıza çıkmaktadır [43]. Ardından, Lure ve Postikov doğrusal olmayan eyleyicilerin kararlılığı için ortaya koydukları çözümde DME' lerinden yararlanmışlardır [44]. 1960 yılında ise, DME' lerin çözümüne yönelik Kalman Yakupovich ve Popov tarafından grafiksel bir çözüm metodu geliştirilerek KYP yardımcı teoremi olarak kontrol alanında yerini almıştır. DME' nin sayısal çözümü için Nesterov ve

Nemirovski tarafından H_∞ en iyileştirme probleminin DME ile çözümünün elde edilmesine yönelik yeni bir sayısal yöntem önermişlerdir. Çalışmalarında, iç nokta algoritmasını, DME kısıtları üzerinden dışbükey en iyileştirme problemine genişletmişlerdir[45].

Bu tez çalışmasında, DZD ve DPD sistemler için performans ölçütü olarak, kontrol edilen çıkışlar ile bozucu girişler arasındaki transfer fonksiyonları matrisinin H_∞ normu kullanılacaktır. Bu konu ile ilgili temel tanımlar ve kavramlar aşağıda verilmiştir.

2.2.1 H_∞ Normu

Norm kavramı gerçek değerli bir fonksiyon olup, bu kavramdan matris ve vektörler gibi çok bileşenli matematiksel ifadelerin büyüklüğünün ya da uzunluğunun ölçülendirilirken yararlanılmaktadır.

H_∞ doğrusal vektör uzayı, (2.8) ile verilen norma göre sınırlı olan fonksiyonların oluşturduğu sağ yarı açık s düzleminde analitik bir Banach uzayının kapalı bir alt uzayıdır. Bu uzayda tanımlı olan norm H_∞ normu olarak adlandırılır. $G(s) \in H_\infty$ ise H_∞ normu,

$$\|G(s)\|_\infty := \sup_{\text{Re}(s)>0} \sigma_{\max}(G(s)) = \sup_{\omega \in \mathfrak{R}} \sigma_{\max}(G(j\omega)) \quad (2.8)$$

şeklinde ifade edilebilir. H_∞ vektör uzayı kararlı ve düzgün transfer fonksiyonlarını içermektedir. Eşitlik (2.8)' deki ikinci eşitlik Maksimum Genlik Teoremi' nin genelleştirilmiş halidir [46]. Burada, eğer $G(s)$ tek girişli ve tek çıkışlı bir sistemin transfer fonksiyonu olarak ifade edilmek istenirse H_∞ normu,

$$\|G(s)\|_\infty := \sup_{\omega \in \mathfrak{R}} \sigma_{\max}(G(j\omega)) \quad (2.9)$$

şeklinde yazılmaktadır. Bu ifade bir girişli bir çıkışlı sistemin transfer fonksiyonuna ilişkin Bode genlik diyagramındaki maksimum noktayı veya Nyquist eğrisinin orjinden olan maksimum uzaklığını vermektedir.

H_∞ normunu zaman alanında da tanımlayacak olursak DZD bir sistem için $w(t)$ sistemin girişi, $z(t)$ ise sistemin çıkışı olmak üzere, bunların enerjileri

$$\|w\|_2^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} w^T(t)w(t)dt$$

$$\|z\|_2^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} z^T(t)z(t)dt$$

olarak tanımlanabilir ve $G(s)$ ' in H_∞ normu

$$\|G\|_\infty := \sup_{w \neq 0} \frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} \quad (2.10)$$

şeklinde elde edilebilir. Bu ifadeden de görüldüğü gibi H_∞ normu bir sistemin en kötü hal performansını belirler. H_∞ normunun DME ile hesaplanması verilen teoriler içerisinde gösterilmiştir.

2.3 Kazanç Planlamalı Kontrol ve DPD Sistemler

DPD kontrolcü yapısı, sistem belirsizliklerine ve doğrusal olmayan parametreler ile baş etmeyi sağlayan alternatif bir dayanıklı Kazanç Planlama tekniğidir [47]. Bir DPD kontrolcüsü teorik olarak kapalı çevrim sistemin kararlılık, dayanıklılık ve performans gerekliliklerini garanti eder [48].

Bu çalışmada kren sistemleri özelinde, H_∞ normunu, parametreye bağlı Lyapunov fonksiyonunu kullanarak ilgin DPD sistem sınıfı için, garanti eden KP bir kontrolör tasarlanması amaçlanmıştır. Bu amaçla Chumale ve Whidborne [49]' un sunmuş olduğu politopik DPD yapısında sunduğu DME tabanlı KP kontrolcü yapısından faydalanılmıştır. Bu DPD yapısı, DZD Lyapunov fonksiyon yapısını kullanan kazanç planlamalı kontrolcü yapılarına göre daha az tutucu olması, diğer bir DPD yöntemi olan çoklu dış büyüklük tekniğine [50] göre daha az DME kısıtlarına ve karar parametresine sahip olması, ayrıca hesaplama zamanının daha az olmasıyla kontrolcü uygulamasını kolaylaştırma gibi yapısal üstünlükleriyle ön plana çıkmaktadır [49]. Bu teorem yardımı ile tasarlanan kontrolcü yapıları ilerleyen başlıklarda anlatılacaktır.

2.4 Durum Geri Beslemeli H ∞ Kontrolör Tasarımı

Bu bölümde, DZD bir sistem durum uzay formunda;

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_u\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_w\mathbf{w}(t) \\ \mathbf{z}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_u\mathbf{u}(t) + \mathbf{D}_w\mathbf{w}(t),\end{aligned}\tag{2.11}$$

ele alınmaktadır. Burada, $\mathbf{x}(t) \in \mathfrak{R}^n$ durum vektörü, $\mathbf{z}(t) \in \mathfrak{R}^m$ çıkış vektörü, $\mathbf{w}(t) \in \mathfrak{R}^p$ bozucu vektör ve $\mathbf{u}(t) \in \mathfrak{R}^m$ giriş vektörüdür. $\mathbf{A} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B}_u \in \mathfrak{R}^{n \times m}$, $\mathbf{B}_w \in \mathfrak{R}^{n \times p}$, $\mathbf{C} \in \mathfrak{R}^{m \times n}$, $\mathbf{D}_u \in \mathfrak{R}^{m \times m}$ ve $\mathbf{D}_w \in \mathfrak{R}^{m \times p}$ uygun boyutlarda sistem durum uzay matrisleridir.

Durum geri beslemeli kontrol kanunu

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}\mathbf{x}(t)\tag{2.12}$$

olarak belirlenmiştir. Burada, $\mathbf{K} \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ kontrolör kazanç matrisidir. Durum geri beslemeli kontrol kanununu (2.11) ile verilen sistem üzerinde uyguladığımızda kapalı çevrim sistem,

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= (\mathbf{A} + \mathbf{B}_u\mathbf{K})\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_w\mathbf{w}(t) \\ \mathbf{z}(t) &= (\mathbf{C} + \mathbf{D}_u\mathbf{K})\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_w\mathbf{w}(t),\end{aligned}\tag{2.13}$$

şeklini alır. Ardından, bozucu sinyal $\mathbf{w}(t)$ 'nin çıkış $\mathbf{z}(t)$ 'ye etkisi aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\mathbf{z}(s) = \mathbf{G}_{zw}(s)\mathbf{w}(s)\tag{2.14}$$

buradan

$$\|\mathbf{z}(t)\|_2 \leq \|\mathbf{G}_{zw}(s)\|_\infty \|\mathbf{w}(t)\|_2\tag{2.15}$$

H ∞ performans problemi kapalı çevrim sistemi kararlı kılarak ve sistemin $\|\mathbf{G}_{zw}(s)\| < \gamma$ normunu γ gibi bulunabilecek en küçük skaler pozitif bir değerden küçük kılacak bir kontrol kazancı bulmaktır. Bu problemi çözmek için aşağıdaki teoremden yararlanılmıştır.

Teorem 2.1 [51 Duan ve Yu] H ∞ performans problemi, aşağıdaki doğrusal matris eşitsizliklerinin çözümünün mümkün olduğu bir \mathbf{W} matrisi ve pozitif tanımlı simetrik bir \mathbf{X} matrisi mevcut ise çözümü vardır.

$$\begin{aligned}
& \min \gamma \\
& \mathbf{X} > 0 \\
& \left[\begin{array}{ccc} (\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}_u\mathbf{W})^T + \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}_u\mathbf{W} & \mathbf{B}_w & (\mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{D}_u\mathbf{W})^T \\ \mathbf{B}_w^T & -\gamma\mathbf{I} & \mathbf{D}_w^T \\ \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{D}_u\mathbf{W} & \mathbf{D}_w & -\gamma\mathbf{I} \end{array} \right] < 0
\end{aligned} \tag{2.16}$$

\mathbf{W} ve \mathbf{X} matrisleri bulunduğunda, durum geri besleme kontrol kazancı

$$\mathbf{K} = \mathbf{W}\mathbf{X}^{-1} \tag{2.17}$$

çözümü ile elde edilir.

İspat 1: H_∞ normu ile DME arasındaki bağlantı Sınırlı Gerçek Yardımcı Teoremi [46 Boyd vd.] yardımıyla sağlanmaktadır. $\mathbf{V}(\mathbf{x}(t)) = \mathbf{x}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0$ karesel Lyapunov kararlılık fonksiyonudur. $\gamma > 0$ olmak üzere sistemin kararlılık ve performans kısıtları için aşağıdaki (2.18) eşitsizliği, tüm $\mathbf{x}(t)$ ve $\mathbf{w}(t)$ ' ler için negatif tanımlı olmalıdır.

$$\dot{\mathbf{V}}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{z}^T(t)\mathbf{z}(t) - \gamma^2\mathbf{w}^T(t)\mathbf{w}(t) < 0 \tag{2.18}$$

Elde edilen eşitsizliği kapalı çevrim sistem (2.13) yapısı ile birleştirilip DME formunda yazdığımızda,

$$\left[\begin{array}{cc} (\mathbf{A} + \mathbf{B}_u\mathbf{K})^T\mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} + \mathbf{B}_u\mathbf{K}) + (\mathbf{C} + \mathbf{D}_u\mathbf{K})^T(\mathbf{C} + \mathbf{D}_u\mathbf{K}) & \mathbf{P}\mathbf{B}_w + (\mathbf{C} + \mathbf{D}_u\mathbf{K})^T\mathbf{D}_w \\ \mathbf{B}_w^T\mathbf{P} + \mathbf{D}_w^T(\mathbf{C} + \mathbf{D}_u\mathbf{K}) & -\gamma^2\mathbf{I} + \mathbf{D}_w^T\mathbf{D}_w \end{array} \right] < 0 \tag{2.19}$$

matris eşitsizliği elde edilir. Schur tümleyeni [46 Boyd vd.] ve eşitsizliğin soldan $\text{diag}(\mathbf{P}^{-1}, \mathbf{I})$ ile çarpılmasının ardından $\mathbf{P} = \mathbf{P}^{-1} = \mathbf{X}$ değişken dönüşümüyle;

$$\left[\begin{array}{cc} \mathbf{X}(\mathbf{A} + \mathbf{B}_u\mathbf{K})^T + (\mathbf{A} + \mathbf{B}_u\mathbf{K})\mathbf{X} + \mathbf{X}(\mathbf{C} + \mathbf{D}_u\mathbf{K})^T(\mathbf{C} + \mathbf{D}_u\mathbf{K})\mathbf{X} & \mathbf{B}_1 + \mathbf{X}(\mathbf{C} + \mathbf{D}_1\mathbf{K})^T\mathbf{D}_w \\ \mathbf{B}_w^T + \mathbf{D}_w^T(\mathbf{C} + \mathbf{D}_u\mathbf{K})\mathbf{X} & -\gamma^2\mathbf{I} + \mathbf{D}_w^T\mathbf{D}_w \end{array} \right] < 0 \tag{2.20}$$

bilinmeyen ifadeler yan yana gelmiş olmasına rağmen γ^2 'li ifade DME formunu bozmaktadır. Bu sorunu aşmak için Kalman Yakupovic Popov (KYP) yardımcı teoremi yardımıyla [46 Boyd vd.] ve ardından Schur tümleyeni kullanarak $\mathbf{X} > 0$ için, (2.13)' de tanımlanan kapalı çevrim sistemin H_∞ performans kısıtları DME şeklinde (2.22) elde edilir.

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{A} + \mathbf{B}_u \mathbf{K})\mathbf{X} + \mathbf{X}(\mathbf{A} + \mathbf{B}_u \mathbf{K})^T & \mathbf{B}_w & \mathbf{X}(\mathbf{C} + \mathbf{D}_u \mathbf{K})^T \\ \mathbf{B}_w^T & -\gamma \mathbf{I} & \mathbf{D}_w^T \\ (\mathbf{C} + \mathbf{D}_u \mathbf{K})\mathbf{X} & \mathbf{D}_w & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (2.21)$$

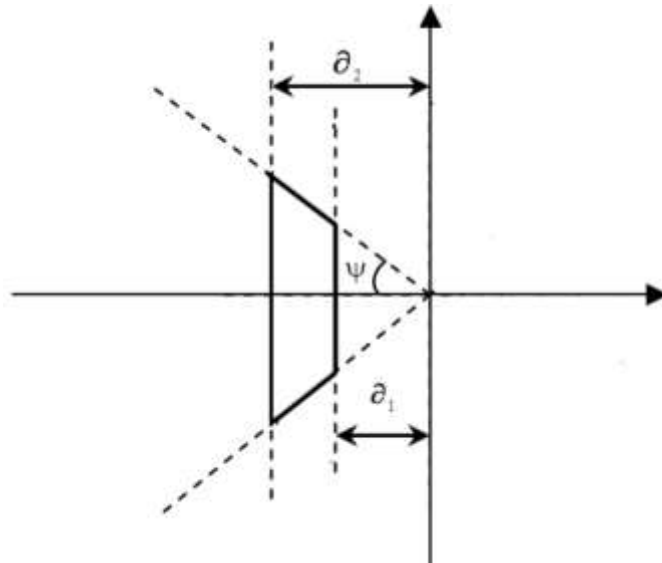
$\mathbf{W} = \mathbf{KX}$ dönüşümünün yapılmasıyla,

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}_u \mathbf{W})^T + \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}_u \mathbf{W} & \mathbf{B}_w & (\mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{D}_u \mathbf{W})^T \\ \mathbf{B}_w^T & -\gamma \mathbf{I} & \mathbf{D}_w^T \\ \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{D}_u \mathbf{W} & \mathbf{D}_w & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (2.22)$$

Yukarıda tanımlanan eşitsizlik DME formu elde edilir. ■

2.5 DME Tabanlı Kutup Yerleştirme ile H_∞ Kontrolör Tasarımı

Geçici rejim cevabı özelliklerinin sistem kutuplarının yerlerine bağlı olduğu bilinmektedir. Öngörülen performans gereksinimlerini garanti etmek için kapalı çevrim kutup konumlarını belirli bir bölgeye sınırlamak normaldir. Kren sistemlerinde, araba konumlandırma yanıtı kapalı çevrim kutuplarını ∂_1 değerinin sol tarafına yerleştirerek daha hızlı gerçekleştirilebilir. Arzu edilmeyen yüksek kontrolcü kazançlarını ise negatif reel kısımda ∂_2 değerinin sağ tarafına yerleştirerek önlenir. Yük salınımları, sönüm oranını $\cos(\psi)$ değeriyle sınırlandırarak küçük tutulabilir. Yukarıda belirtilen performans kriterlerine kapalı çevrim kutuplarını Şekil 2.1' de gösterilen $S(\partial_1, \partial_2, \psi)$ bölgesine yerleştirilmesi sağlanabilir.



Şekil 2.1 Yerleştirilmek istenilen Kutup Bölgesi

Sonuç olarak, minimum salınım açısı ile araba konumlandırma için kontrolör tasarımı problemi, aşağıdaki gibi bir dışbükey optimizasyon problemi olarak formüle edilebilir:

$$\min \gamma$$

$$S(\partial_1, \partial_2, \psi) = \begin{cases} \operatorname{Re}[\lambda_i(\mathbf{A} + \mathbf{BK})] < \partial_1, \\ \operatorname{Re}[\lambda_i(\mathbf{A} + \mathbf{BK})] > \partial_2, \\ \left(\frac{\operatorname{Im}[\lambda_i(\mathbf{A} + \mathbf{BK})]}{\operatorname{Re}[\lambda_i(\mathbf{A} + \mathbf{BK})]} \right) \leq \tan \psi. \end{cases}$$

Belirtilen optimizasyon probleminin çözümü, elde edilen kapalı çevrim sisteminin minimum H_∞ normu ile $S(\partial_1, \partial_2, \psi)$ -bölgesel kararlı olmasını sağlar.

Teorem 2.2 [51 Duan ve Yu] DZD kapalı çevrim bir sistemi (2.13) düşündüğümüzde, verilen pozitif tanımlı skaler bir sabit $\gamma > 0$ için, eğer pozitif tanımlı bir \mathbf{X} matrisi ve dikdörtgenel \mathbf{L} matrisi mevcut ise, aşağıdaki DME' lerini sağladığında, kapalı çevrim sistem bir H_∞ normu olan γ ile $S(\partial_1, \partial_2, \psi)$ - bölgesel kararlıdır.

$$\begin{aligned} \min \gamma \\ \mathbf{X} \succ 0 \end{aligned} \tag{2.23}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{AX} + \mathbf{XA}^T + \mathbf{B}_u \mathbf{L} + \mathbf{L}^T \mathbf{B}_u^T & \mathbf{B}_w & \mathbf{XC}^T + \mathbf{L}^T \mathbf{D}_u^T \\ \mathbf{B}_w^T & -\gamma \mathbf{I} & \mathbf{D}_w^T \\ \mathbf{CX} + \mathbf{D}_u \mathbf{L} & \mathbf{D}_w & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} \prec 0 \tag{2.24}$$

$$2\partial_1 \mathbf{X} + \mathbf{AX} + \mathbf{XA}^T + \mathbf{B}_u \mathbf{L} + \mathbf{L}^T \mathbf{B}_u^T \prec 0 \tag{2.25}$$

$$2\partial_2 \mathbf{X} + \mathbf{AX} + \mathbf{XA}^T + \mathbf{B}_u \mathbf{L} + \mathbf{L}^T \mathbf{B}_u^T \succ 0 \tag{2.26}$$

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{AX} + \mathbf{B}_u \mathbf{L} + \mathbf{XA}^T + \mathbf{L}^T \mathbf{B}_u^T) \sin \psi & (\mathbf{AX} + \mathbf{B}_u \mathbf{L} - \mathbf{XA}^T - \mathbf{L}^T \mathbf{B}_u^T) \cos \psi \\ (\mathbf{XA}^T + \mathbf{L}^T \mathbf{B}_u^T - \mathbf{AX} - \mathbf{B}_u \mathbf{L}) \cos \psi & (\mathbf{AX} + \mathbf{B}_u \mathbf{L} + \mathbf{XA}^T + \mathbf{L}^T \mathbf{B}_u^T) \sin \psi \end{bmatrix} \prec 0 \tag{2.27}$$

Yardımcı Teorem 1. [37 Chilali ve Gahinet] Karmaşık düzlemdeki herhangi bir alan, eğer $\mathbf{T} \in \mathfrak{R}^{d \times d}$ simetrik matrisi ve $\mathbf{M} \in \mathfrak{R}^{d \times d}$ yapısal olmayan matrisi mevcut ise DME bölgeleri ile ifade edilebilir. Öyle ki,

$$D_{(L,M)} = \{ s \in \mathbb{C} \mid \mathbf{T} + s\mathbf{M} + \bar{s}\mathbf{M}^T \prec 0 \} \tag{2.28}$$

Burada s sol yarı düzlemi ifade eden karmaşık bir sayıdır ve \bar{s} ise kompleks konjügesidir. Ardından, $D_{(L,M)}$ karmaşık düzlemde bir DME bölgesidir. \mathbf{T} ve \mathbf{M} matrisleriyle ilişkili belirli bir $D_{(L,M)}$ DME bölgesi için, sadece ve sadece aşağıdaki eşitsizliği sağlayan pozitif tanımlı simetrik bir $\mathbf{P} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ mevcut ise bir $\mathbf{L} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ matrisi D-bölgesel kararlıdır;

$$\mathbf{T} \otimes \mathbf{P} + \mathbf{M} \otimes \mathbf{L} \mathbf{P} + \mathbf{M}^T \otimes (\mathbf{L} \mathbf{P})^T \prec 0 \quad (2.29)$$

burada \otimes Kronecker çarpım simgesidir. Kapalı çevrim sisteminin kutuplarını Şekil 2.1' de gösterildiği gibi bir bölgeye yerleştirmek için, ilgili \mathbf{T} ve \mathbf{M} matrisleri aşağıdaki gibi seçilmiştir.

$$\mathbf{T}_\psi = 1, \mathbf{T}_\delta = 2\delta \quad (2.30)$$

$$\mathbf{M}_\psi = \begin{bmatrix} \sin \psi & \cos \psi \\ -\cos \psi & \sin \psi \end{bmatrix}, \mathbf{M}_\delta = \mathbf{0}_{2 \times 2} \quad (2.31)$$

İspat 2: Yardımcı Teorem 1 yardımıyla, durum geri beslemeli DME tabanlı kutup yerleştirme yöntemi aşağıdaki eşitsizliği sağlayarak gerçekleştirilir:

$$\mathbf{T} \otimes \mathbf{P} + \mathbf{M} \otimes [\mathbf{A} + \mathbf{B}_u \mathbf{K}] \mathbf{P} + \mathbf{M}^T \otimes \mathbf{P} [\mathbf{A} + \mathbf{B}_u \mathbf{K}]^T \prec 0 \quad (2.32)$$

(2.30) ve (2.31) bölgesel kısıtları (2.29)' e uygulanırsa ve $\mathbf{L} := \mathbf{K} \mathbf{P}$ değişken dönüşümü yapıldıktan sonra her kısıt için ayrı ayrı çözümlerse aşağıdaki

$$2\delta_1 \mathbf{P} + \mathbf{A} \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}^T + \mathbf{B}_u \mathbf{L} + \mathbf{L}^T \mathbf{B}_u^T \prec 0 \quad (2.33)$$

$$2\delta_2 \mathbf{P} + \mathbf{A} \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}^T + \mathbf{B}_u \mathbf{L} + \mathbf{L}^T \mathbf{B}_u^T \succ 0 \quad (2.34)$$

$$\begin{bmatrix} \sin \psi (\mathbf{A} \mathbf{P} + \mathbf{B}_u \mathbf{L} + \mathbf{P} \mathbf{A}^T + \mathbf{L}^T \mathbf{B}_u^T) & \cos \psi (\mathbf{A} \mathbf{P} + \mathbf{B}_u \mathbf{L} - \mathbf{P} \mathbf{A}^T - \mathbf{L}^T \mathbf{B}_u^T) \\ \cos \psi (\mathbf{P} \mathbf{A}^T + \mathbf{L}^T \mathbf{B}_u^T - \mathbf{A} \mathbf{P} - \mathbf{B}_u \mathbf{L}) & \sin \psi (\mathbf{A} \mathbf{P} + \mathbf{B}_u \mathbf{L} + \mathbf{P} \mathbf{A}^T + \mathbf{L}^T \mathbf{B}_u^T) \end{bmatrix} \prec 0 \quad (2.35)$$

eş değer bölgesel kısıtlar elde edilir. Bir durum geri beslemeli kontrol kanunu, \mathbf{L} ve \mathbf{P} matrislerinin birlikte çözümü mümkünse kapalı çevrim kutupları DME bölgelerine yerleştirilir ve kontrol kanunu yasası $\mathbf{u}(t) = \mathbf{K} \mathbf{x}(t) = \mathbf{L} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{x}(t)$ ile ifade edilir. ■

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \left(\frac{\tau(t) - \underline{\tau}_1}{\tau_1 - \underline{\tau}_1} \right) \dots \left(\frac{\tau(t) - \underline{\tau}_p}{\tau_p - \underline{\tau}_p} \right) \\
\alpha_2 &= \left(\frac{\tau(t) - \underline{\tau}_1}{\tau_1 - \underline{\tau}_1} \right) \dots \left(\frac{\overline{\tau}_p - \tau(t)}{\tau_p - \underline{\tau}_p} \right) \\
&\vdots \\
\alpha_i &= \left(\frac{\overline{\tau}_1 - \tau(t)}{\tau_1 - \underline{\tau}_1} \right) \dots \left(\frac{\overline{\tau}_p - \tau(t)}{\tau_p - \underline{\tau}_p} \right)
\end{aligned} \tag{2.41}$$

Sonuç olarak politopik belirsizliğe sahip sistemler için DME tabanlı kutup yerleştirme ile H_∞ Kontrolör kanunu aşağıdaki teorem ile verilir:

Teorem 2.3 [51 Duan ve Yu] : DZD kapalı çevrim bir sistem (2.13), verilen pozitif tanımlı skaler bir sabit $\gamma > 0$ için, eğer pozitif tanımlı bir \mathbf{X} matrisi ve dikdörtgenel \mathbf{L} matrisi tanımlanan politopik koordinat noktalarında elde edilebiliyorsa, aşağıdaki DME' leri sağladığında, kapalı çevrim sistem bir H_∞ normu olan γ ile $S(\partial_1, \partial_2, \psi)$ - bölgesel kararlıdır.

$$\begin{aligned}
\min \gamma \\
\mathbf{X} \succ 0
\end{aligned} \tag{2.42}$$

$$\begin{bmatrix}
\mathbf{A}_i \mathbf{X} + \mathbf{X} \mathbf{A}_i^T + \mathbf{B}_{ui} \mathbf{L} + \mathbf{L}^T \mathbf{B}_{ui}^T & \mathbf{B}_w & \mathbf{X} \mathbf{C}^T + \mathbf{L}^T \mathbf{D}_u^T \\
\mathbf{B}_w^T & -\gamma \mathbf{I} & \mathbf{D}_w^T \\
\mathbf{C} \mathbf{X} + \mathbf{D}_u \mathbf{L} & \mathbf{D}_w & -\gamma \mathbf{I}
\end{bmatrix} \prec 0 \tag{2.43}$$

$$2\partial_1 \mathbf{X} + \mathbf{A}_i \mathbf{X} + \mathbf{X} \mathbf{A}_i^T + \mathbf{B}_{ui} \mathbf{L} + \mathbf{L}^T \mathbf{B}_{ui}^T \prec 0 \tag{2.44}$$

$$2\partial_2 \mathbf{X} + \mathbf{A}_i \mathbf{X} + \mathbf{X} \mathbf{A}_i^T + \mathbf{B}_{ui} \mathbf{L} + \mathbf{L}^T \mathbf{B}_{ui}^T \succ 0 \tag{2.45}$$

$$\begin{bmatrix}
(\mathbf{A}_i \mathbf{X} + \mathbf{B}_{ui} \mathbf{L} + \mathbf{X} \mathbf{A}_i^T + \mathbf{L}^T \mathbf{B}_{ui}^T) \sin \psi & (\mathbf{A}_i \mathbf{X} + \mathbf{B}_{ui} \mathbf{L} - \mathbf{X} \mathbf{A}_i^T - \mathbf{L}^T \mathbf{B}_{ui}^T) \cos \psi \\
(\mathbf{X} \mathbf{A}_i^T + \mathbf{L}^T \mathbf{B}_{ui}^T - \mathbf{A}_i \mathbf{X} - \mathbf{B}_{ui} \mathbf{L}) \cos \psi & (\mathbf{A}_i \mathbf{X} + \mathbf{B}_{ui} \mathbf{L} + \mathbf{X} \mathbf{A}_i^T + \mathbf{L}^T \mathbf{B}_{ui}^T) \sin \psi
\end{bmatrix} \prec 0 \tag{2.46}$$

$i = 1, \dots, N$

Yukarıda verilen doğrusal matris eşitsizliklerini sistemin farklı köşe noktaları için çözebilen bir kontrol kazancının elde edilmesi mümkünse, kontrol kanunu $\mathbf{u}(t) = \mathbf{K} \mathbf{x}(t) = \mathbf{L} \mathbf{X}^{-1} \mathbf{x}(t)$ ile hesaplanır.

İspat 3: Yardımcı Teorem 1 yardımıyla, Politopik belirsizliğe sahip durum geri beslemeli DME tabanlı kutup yerleştirme yöntemi aşağıdaki eşitsizliğe her bir politopik koordinatı ayrı ayrı uygulanarak gerçekleştirilir:

$$\mathbf{T} \otimes \mathbf{P} + \mathbf{M} \otimes [\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_{ui} \mathbf{K}] \mathbf{P} + \mathbf{M}^T \otimes \mathbf{P} [\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_{ui} \mathbf{K}]^T \prec 0 \quad (2.47)$$

(2.30) ve (2.31) bölgesel kısıtları (2.47)' a uygulanıp, İspat 2' de uygulanan prosedür takip edildikten sonra $\mathbf{L} := \mathbf{K}\mathbf{P}$ değişken dönüşümü her politopik parametre belirsizliğinin köşe noktalarına göre yazıldığında denklem (2.42-2.46)' daki eşitsizlikler elde edilir.

2.7 DPD Sistem Kazanç Planlamalı H_∞ Kontrolör Tasarımı

DPD bir sistemin durum-uzay gösterimi;

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}(t)) \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_u(\boldsymbol{\theta}(t)) \mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_w(\boldsymbol{\theta}(t)) \mathbf{w}(t) \\ \mathbf{z}(t) &= \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}(t)) \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_u(\boldsymbol{\theta}(t)) \mathbf{u}(t) + \mathbf{D}_w(\boldsymbol{\theta}(t)) \mathbf{w}(t) \end{aligned} \quad (2.48)$$

Parametreye bağımlı durum geri beslemeli kontrol kanununun $\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}(t)) \mathbf{x}(t)$ kullanılmasıyla, DPD kapalı çevrim sistem;

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}_{cl} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_{cl} \mathbf{w}(t) \\ \mathbf{z}(t) &= \mathbf{C}_{cl} \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_{cl} \mathbf{w}(t) \end{aligned} \quad (2.49)$$

olarak elde edilir. Burada, kapalı çevrim durum uzay matrisleri

$$\mathbf{A}_{cl} = [\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}(t)) + \mathbf{B}_u(\boldsymbol{\theta}(t)) \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}(t))], \mathbf{B}_{cl} = \mathbf{B}_w(\boldsymbol{\theta}(t)),$$

$$\mathbf{C}_{cl} = [\mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}(t)) + \mathbf{D}_u(\boldsymbol{\theta}(t)) \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}(t))] \text{ ve } \mathbf{D}_{cl} = \mathbf{D}_w(\boldsymbol{\theta}(t)) \text{ şeklindedir.}$$

Parametreye bağımlı durum uzay matrisleri ilginç olarak θ_i planlama parametresine bağlıdır. Planlama parametrelerinin vektör gösterimi $\theta_i = (\theta_1, \dots, \theta_k) \in \mathfrak{R}^k$, $i = 1, 2, \dots, k$ şeklindedir. Alt ve üst sınırların parametre değerleri ve varyasyon oranları için mevcut olduğu varsayılır. θ_i ' nin her parametresi $\underline{\theta}_i$ ve $\bar{\theta}_i$ alt ve üst noktaları aralığındadır,

$$\theta_i \in [\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i] \quad (2.50)$$

Bu varsayım, θ planlama parametre vektörünün parametre kutusu olarak adlandırılan bir hiper-dikdörtgende değer aldığını belirtmektedir. Sonrasında,

$$R_{\text{vex}} := \{(\Theta_1, \dots, \Theta_k) : \Theta_i \in [\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i]\} \quad (2.51)$$

ise parametre kutusundaki köşe noktaları kümesini 2^k ifade eder. Değişim oranı $\dot{\theta}_i$ tüm zaman aralıklarında tanımlanabilmelidir:

$$\dot{\theta}_i \in [\underline{\dot{\theta}}_i, \bar{\dot{\theta}}_i] \quad (2.52)$$

Burada $\underline{\dot{\theta}}_i \leq 0 \leq \bar{\dot{\theta}}_i$, $\dot{\theta}_i$ ' nin alt ve üst sınırları olarak bilinmektedir. Benzer olarak, değişim oranının hiper dikdörtgeninin uç noktaları;

$$D_{\text{vex}} := \{(\tau_1, \dots, \tau_k) : \tau_i \in \{\underline{\dot{\theta}}_i, \bar{\dot{\theta}}_i\}\} \quad (2.53)$$

ile ifade edilir. DPD bir sistem çerçevesinden KP' lı bir kontrolör tasarlamak için, parametreye bağımlı doğrusal zamanla değişen sistem matrisleri politopik gösterimi;

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{ccc} \mathbf{A}(\theta(t)) & \mathbf{B}_u(\theta(t)) & \mathbf{B}_w(\theta(t)) \\ \mathbf{C}(\theta(t)) & \mathbf{D}_u(\theta(t)) & \mathbf{D}_w(\theta(t)) \end{array} \right] \in \left\{ \left[\begin{array}{ccc} \hat{\mathbf{A}}_i & \hat{\mathbf{B}}_{ui} & \hat{\mathbf{B}}_{wi} \\ \hat{\mathbf{C}}_i & \hat{\mathbf{D}}_{ui} & \hat{\mathbf{D}}_{wi} \end{array} \right], i=1,2,\dots,k \right\} \\ & = \sum_{i=1}^k \xi_i \left[\begin{array}{ccc} \hat{\mathbf{A}}_i & \hat{\mathbf{B}}_{ui} & \hat{\mathbf{B}}_{wi} \\ \hat{\mathbf{C}}_i & \hat{\mathbf{D}}_{ui} & \hat{\mathbf{D}}_{wi} \end{array} \right], \xi_i \geq 0, \sum_{i=1}^k \xi_i = 1. \end{aligned} \quad (2.54)$$

burada ξ_i politopik koordinatları belirtmektedir. Parametre bağımlı sistem matrisleri matris köşe noktalarının konveks kombinasyonu olarak yazılır [53]. Bu köşe noktaları ılgın parametre bağımlı matrislerinin fonksiyonu olarak aşağıdaki gibi yazılır [49]:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}_1 \\ \hat{\mathbf{A}}_2 \\ \hat{\mathbf{A}}_3 \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{A}}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \underline{\theta}_1 & \underline{\theta}_2 & \cdots & \underline{\theta}_{n-1} & \underline{\theta}_n \\ 1 & \bar{\theta}_1 & \bar{\theta}_2 & \cdots & \bar{\theta}_{n-1} & \bar{\theta}_n \\ 1 & \underline{\theta}_1 & \underline{\theta}_2 & \cdots & \bar{\theta}_{n-1} & \underline{\theta}_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \bar{\theta}_1 & \bar{\theta}_2 & \cdots & \bar{\theta}_{n-1} & \bar{\theta}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \\ \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_n \end{bmatrix}, \quad (2.55)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{B}}_{u1} \\ \hat{\mathbf{B}}_{u2} \\ \hat{\mathbf{B}}_{u3} \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{B}}_{uk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \underline{\theta}_1 & \underline{\theta}_2 & \cdots & \underline{\theta}_{n-1} & \underline{\theta}_n \\ 1 & \underline{\theta}_1 & \underline{\theta}_2 & \cdots & \underline{\theta}_{n-1} & \bar{\theta}_n \\ 1 & \underline{\theta}_1 & \underline{\theta}_2 & \cdots & \bar{\theta}_{n-1} & \underline{\theta}_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \bar{\theta}_1 & \bar{\theta}_2 & \cdots & \bar{\theta}_{n-1} & \bar{\theta}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{u0} \\ \mathbf{B}_{u1} \\ \mathbf{B}_{u2} \\ \vdots \\ \mathbf{B}_{un} \end{bmatrix}, \quad (2.56)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_1 \\ \hat{\mathbf{X}}_2 \\ \hat{\mathbf{X}}_3 \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{X}}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \underline{\theta}_1 & \underline{\theta}_2 & \cdots & \underline{\theta}_{n-1} & \underline{\theta}_n \\ 1 & \underline{\theta}_1 & \underline{\theta}_2 & \cdots & \underline{\theta}_{n-1} & \bar{\theta}_n \\ 1 & \underline{\theta}_1 & \underline{\theta}_2 & \cdots & \bar{\theta}_{n-1} & \underline{\theta}_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \bar{\theta}_1 & \bar{\theta}_2 & \cdots & \bar{\theta}_{n-1} & \bar{\theta}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_0 \\ \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_n \end{bmatrix}, \quad (2.57)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{W}}_1 \\ \hat{\mathbf{W}}_2 \\ \hat{\mathbf{W}}_3 \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{W}}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \underline{\theta}_1 & \underline{\theta}_2 & \cdots & \underline{\theta}_{n-1} & \underline{\theta}_n \\ 1 & \underline{\theta}_1 & \underline{\theta}_2 & \cdots & \underline{\theta}_{n-1} & \bar{\theta}_n \\ 1 & \underline{\theta}_1 & \underline{\theta}_2 & \cdots & \bar{\theta}_{n-1} & \underline{\theta}_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \bar{\theta}_1 & \bar{\theta}_2 & \cdots & \bar{\theta}_{n-1} & \bar{\theta}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_0 \\ \mathbf{W}_1 \\ \mathbf{W}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{W}_n \end{bmatrix}. \quad (2.58)$$

$\hat{\mathbf{B}}_{wi}, \hat{\mathbf{C}}_i, \hat{\mathbf{D}}_{ui}$ ve $\hat{\mathbf{D}}_{wi}$ yukarıdaki prosedürle aynı şekilde oluşturulurlar. Matris köşe noktalarının elde edilişi verilmesine rağmen, Politopik koordinatlar henüz formüle edilmemiştir. İlk olarak, normalleştirilmiş koordinatların hesaplanması;

$$\xi_f := \frac{\bar{\theta}_f - \theta_f}{\theta_f - \underline{\theta}_f}, \quad f = 1, \dots, n. \quad (2.59)$$

ve her köşe noktası $(\theta_i, \quad i = 1, \dots, k)$ için politopik koordinatlar normalleştirilmiş koordinatlar cinsinden aşağıdaki gibi formüle edilir:

$$\xi_i = \prod_{l=1}^n \tilde{\xi}_f, \quad \text{burada } \tilde{\xi}_f = \begin{cases} \xi_f & \text{eğer } \theta_f \text{ } \Theta_i \text{'nin kordinatı ise} \\ 1 - \xi_f & \text{eğer } \underline{\theta}_f \text{ } \Theta_i \text{'nin kordinatı ise} \end{cases}. \quad (2.60)$$

Bu bilgiler ışığında Kazanç Planlamalı H_∞ Kontrolör tasarımı aşağıdaki teorem vermektedir.

Teorem 2.4 [49 Chumalee ve Whidborne] DPD kapalı çevrim bir sistemi (2.49) düşündüğümüzde, verilen pozitif tanımlı skaler bir sabit $\gamma > 0$ için, eğer pozitif tanımlı bir $\mathbf{X}(\boldsymbol{\theta}(t)) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ matrisi ve dikkörtgensel $\mathbf{W}(\boldsymbol{\theta}(t)) \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ matrisi mevcut ise, aşağıdaki matris eşitsizliklerine bağlı olarak, kapalı çevrim sistem H_∞ normunun γ değerinden küçük olması ile asimptotik kararlıdır:

$$\min \gamma \quad \mathbf{X}_i \succ 0, \quad i = 1, \dots, k \quad (2.61)$$

$$\begin{bmatrix} \left(\hat{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{X}}_i + \mathbf{B}_{ui} \mathbf{W}_i \right)^T + \hat{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{X}}_i + \hat{\mathbf{B}}_{ui} \hat{\mathbf{W}}_i + \hat{\mathbf{X}}_m & * & * \\ \mathbf{B}_w^T & -\gamma \mathbf{I} & * \\ \mathbf{C} \hat{\mathbf{X}}_i + \mathbf{D}_u \hat{\mathbf{W}}_i & \mathbf{D}_w & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} \prec 0, \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, k \\ m = 1, \dots, k \end{matrix} \quad (2.62)$$

$$\begin{bmatrix} \left(\hat{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{X}}_j + \hat{\mathbf{B}}_{ui} \mathbf{W}_j \right)^T + \hat{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{X}}_j + \hat{\mathbf{B}}_{ui} \hat{\mathbf{W}}_j + \hat{\mathbf{X}}_m & * & * \\ + \left(\hat{\mathbf{A}}_j \hat{\mathbf{X}}_i + \hat{\mathbf{B}}_{uj} \mathbf{W}_i \right)^T + \hat{\mathbf{A}}_j \hat{\mathbf{X}}_i + \hat{\mathbf{B}}_{uj} \hat{\mathbf{W}}_i & & \\ \left(\mathbf{B}_w + \mathbf{B}_w \right)^T & -2\gamma \mathbf{I} & * \\ \mathbf{C} \hat{\mathbf{X}}_j + \mathbf{D}_u \hat{\mathbf{W}}_j + \mathbf{C} \hat{\mathbf{X}}_i + \mathbf{D}_u \hat{\mathbf{W}}_i & \mathbf{D}_w + \mathbf{D}_w & -2\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} \prec 0, \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, k-1; \\ m = 1, \dots, k-1; \\ j = i+1, \dots, k. \end{matrix} \quad (2.63)$$

Sonuç olarak kapalı çevrim durum geri beslemeli kontrol kanunu $\mathbf{u}(t) := \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{x}(t) = \mathbf{W}(\boldsymbol{\theta}(t)) \mathbf{X}(\boldsymbol{\theta}(t))^{-1} \mathbf{x}(t)$ H_∞ normu γ ile birlikte hesaplanmasıyla elde edilir.

Yardımcı Teorem 2 [37]: Verilen bir DPD kapalı çevrim sistem için (2.49), H_∞ normu pozitif skaler γ dan küçüktür ve sadece pozitif tanımlı simetrik parametre bağımlı bir $\mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}(t))$ matrisi mevcut ise, takip eden şart sağlanır:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_d^T(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}(t)) + \mathbf{A}_d(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}(t)) + \dot{\mathbf{P}}(\boldsymbol{\theta}(t)) & * & * \\ \mathbf{B}_d^T(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}(t)) & -\gamma \mathbf{I} & * \\ \mathbf{C}_d(\boldsymbol{\theta}(t)) & \mathbf{D}_d(\boldsymbol{\theta}(t)) & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} \prec 0. \quad (2.64)$$

Yardımcı Teorem 3 [49]: Parametre bağımlı bir matris $\mathbf{R}(\boldsymbol{\theta}(t))$ eş bir biçimde;

$$\mathbf{R}(\boldsymbol{\theta}(t)) = \sum_{i=1}^k \theta_i^2(t) \mathbf{R}_i + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \theta_i(t) \theta_j(t) \mathbf{R}_{ij}. \quad (2.65)$$

formunda yazılabilir. Ardından $\mathbf{R}(\boldsymbol{\theta}(t))$ matrisinin negatif tanımlılığı, takip eden şartın sağlanmasına bağlı olmaktadır:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_i &< 0, i = 1, \dots, k \\ \mathbf{R}_{ij} &< 0, i = 1, \dots, k-1; j = i+1, \dots, k \end{aligned} \quad (2.66)$$

İspat 4: Kapalı çevrim sistemin durum uzay matrisleri (2.48), Yardımcı Teorem 2'den (2.64) içine yerleştirilirse;

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}^T(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}(t)) + \mathbf{K}^T(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{B}_u^T(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}(t)) & * & * \\ +\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}(t)) + \mathbf{B}_u(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}(t)) + \dot{\mathbf{P}}(\boldsymbol{\theta}(t)) & * & * \\ \mathbf{B}_w^T(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}(t)) & -\gamma\mathbf{I} & * \\ \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}(t)) + \mathbf{D}_u(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}(t)) & \mathbf{D}_w(\boldsymbol{\theta}(t)) & -\gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (2.67)$$

elde edilir. Eşitsizlik (2.67) DME eşitsizliği formuna soldan ve sağdan $\text{diag}(\mathbf{X}(\boldsymbol{\theta}(t)), \mathbf{I}, \mathbf{I})$ çarpılarak getirilebilir. Ardından $\mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}(t)) = \mathbf{P}^{-1}(\boldsymbol{\theta}(t)) = \mathbf{X}(\boldsymbol{\theta}(t))$ dönüşümü ve $\mathbf{W}(\boldsymbol{\theta}(t)) = \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}(t))$ değişken dönüşümü yapılırsa, (2.67) eşitsizliği (2.68) eşitsizliğine eş değer olur:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{A}^T(\boldsymbol{\theta}(t)) + \mathbf{W}^T(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{B}_u^T(\boldsymbol{\theta}(t)) & * & * \\ +\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{X}(\boldsymbol{\theta}(t)) + \mathbf{B}_u(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{W}(\boldsymbol{\theta}(t)) + \dot{\mathbf{X}}(\boldsymbol{\theta}(t)) & * & * \\ \mathbf{B}_w^T(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{X}(\boldsymbol{\theta}(t)) & -\gamma\mathbf{I} & * \\ \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{X}(\boldsymbol{\theta}(t)) + \mathbf{D}_u(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{W}(\boldsymbol{\theta}(t)) & \mathbf{D}_w(\boldsymbol{\theta}(t)) & -\gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0. \quad (2.68)$$

Yardımcı Teorem 3 ile, negatif tanımlı (2.68), eşitsizlik (2.61), (2.62) ve (2.63)'ün negatif tanımlılığına eş değer olmaktadır. ■

2.8 DPD Sistem Kazanç Planlamalı Bölgesel Kutup Yerleştirme ile H ∞ Kontrolör

Tasarımı

Aşağıdaki teorem kazanç planlamalı DME tabanlı kutup yerleştirme ile H ∞ Kontrolör tasarımı vermektedir. Bölüm 2.7 ile DPD KP H ∞ Kontrolör tasarımı verilmiştir bu bölümde ise yukarıda belirtilen performans kriterlerini gerçekleştirmek amacıyla DME bölgesel kısıtları teoriye eklenerek yeni bir sentez sunularak kren sistemleri üzerinde uygulanmıştır.

Teorem 2.5 DPD kapalı çevrim bir sistemi (2.49) düşündüğümüzde, verilen pozitif tanımlı skaler bir sabit $\gamma > 0$ için, eğer pozitif tanımlı bir $\mathbf{X}(\theta(t)) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ matrisi ve dikdörtgenel $\mathbf{W}(\theta(t)) \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ matrisi mevcut ise, aşağıdaki matris eşitsizliklerine bağlı olarak, kapalı çevrim sistem H ∞ normunun değerinden küçük olması ile $\mathcal{S}(\tau_1, \tau_2, \psi)$ bölgesel kararlıdır:

$$\min \gamma \quad (2.69)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_i > 0$$

$$\begin{bmatrix} \left(\hat{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{X}}_i + \hat{\mathbf{B}}_{ui} \hat{\mathbf{W}}_i \right)^T + \hat{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{X}}_i + \hat{\mathbf{B}}_{ui} \hat{\mathbf{W}}_i + \hat{\mathbf{X}}_k & * & * \\ \hat{\mathbf{B}}_{wi}^T & -\gamma \mathbf{I} & * \\ \hat{\mathbf{C}}_i \hat{\mathbf{X}}_i + \hat{\mathbf{D}}_{ui} \hat{\mathbf{W}}_i & \hat{\mathbf{D}}_{wi} & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0, \quad (2.70)$$

$$\begin{bmatrix} \left(\hat{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{X}}_j + \hat{\mathbf{B}}_{ui} \hat{\mathbf{W}}_j \right)^T + \hat{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{X}}_j + \hat{\mathbf{B}}_{ui} \hat{\mathbf{W}}_j + \hat{\mathbf{X}}_m & * & * \\ + \left(\hat{\mathbf{A}}_j \hat{\mathbf{X}}_i + \hat{\mathbf{B}}_{uj} \hat{\mathbf{W}}_i \right)^T + \hat{\mathbf{A}}_j \hat{\mathbf{X}}_i + \hat{\mathbf{B}}_{uj} \hat{\mathbf{W}}_i & & \\ \left(\hat{\mathbf{B}}_{wi} + \hat{\mathbf{B}}_{wj} \right)^T & -2\gamma \mathbf{I} & * \\ \hat{\mathbf{C}}_i \hat{\mathbf{X}}_j + \hat{\mathbf{D}}_{ui} \hat{\mathbf{W}}_j + \hat{\mathbf{C}}_j \hat{\mathbf{X}}_i + \hat{\mathbf{D}}_{uj} \hat{\mathbf{W}}_i & \hat{\mathbf{D}}_{wi} + \hat{\mathbf{D}}_{wj} & -2\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0, \quad (2.71)$$

$$2\tau_1 \hat{\mathbf{X}}_i + \hat{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{X}}_i + \hat{\mathbf{X}}_i \hat{\mathbf{A}}_i^T + \hat{\mathbf{B}}_{ui} \hat{\mathbf{W}}_i + \hat{\mathbf{W}}_i^T \hat{\mathbf{B}}_{ui}^T < 0. \quad (2.72)$$

$$2\tau_2 \hat{\mathbf{X}}_i + \hat{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{X}}_i + \hat{\mathbf{X}}_i \hat{\mathbf{A}}_i^T + \hat{\mathbf{B}}_{ui} \hat{\mathbf{W}}_i + \hat{\mathbf{W}}_i^T \hat{\mathbf{B}}_{ui}^T > 0. \quad (2.73)$$

$$2\tau_1 \hat{\mathbf{X}}_i + 2\tau_1 \hat{\mathbf{X}}_j + \hat{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{X}}_j + \hat{\mathbf{A}}_j \hat{\mathbf{X}}_i + \hat{\mathbf{X}}_j \hat{\mathbf{A}}_i^T + \hat{\mathbf{X}}_i \hat{\mathbf{A}}_j^T + \hat{\mathbf{B}}_{ui} \hat{\mathbf{W}}_j + \hat{\mathbf{B}}_{uj} \hat{\mathbf{W}}_i + \hat{\mathbf{W}}_j^T \hat{\mathbf{B}}_{ui}^T + \hat{\mathbf{W}}_i^T \hat{\mathbf{B}}_{uj}^T < 0 \quad (2.74)$$

$$2\tau_2 \hat{\mathbf{X}}_i + 2\tau_2 \hat{\mathbf{X}}_j + \hat{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{X}}_j + \hat{\mathbf{A}}_j \hat{\mathbf{X}}_i + \hat{\mathbf{X}}_j \hat{\mathbf{A}}_i^T + \hat{\mathbf{X}}_i \hat{\mathbf{A}}_j^T + \hat{\mathbf{B}}_{ui} \hat{\mathbf{W}}_j + \hat{\mathbf{B}}_{uj} \hat{\mathbf{W}}_i + \hat{\mathbf{W}}_j^T \hat{\mathbf{B}}_{ui}^T + \hat{\mathbf{W}}_i^T \hat{\mathbf{B}}_{uj}^T \succ 0 \quad (2.75)$$

$$\begin{bmatrix} \sin\psi \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{X}}_i + \hat{\mathbf{B}}_{ui} \hat{\mathbf{W}}_i \\ + \hat{\mathbf{X}}_i \hat{\mathbf{A}}_i^T + \hat{\mathbf{W}}_i^T \hat{\mathbf{B}}_{ui}^T \end{pmatrix} & \cos\psi \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{X}}_i + \hat{\mathbf{B}}_{ui} \hat{\mathbf{W}}_i \\ - \hat{\mathbf{X}}_i \hat{\mathbf{A}}_i^T - \hat{\mathbf{W}}_i^T \hat{\mathbf{B}}_{ui}^T \end{pmatrix} \\ \cos\psi \begin{pmatrix} -\hat{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{X}}_i - \hat{\mathbf{B}}_{ui} \hat{\mathbf{W}}_i \\ + \hat{\mathbf{X}}_i \hat{\mathbf{A}}_i^T + \hat{\mathbf{W}}_i^T \hat{\mathbf{B}}_{ui}^T \end{pmatrix} & \sin\psi \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{X}}_i + \hat{\mathbf{B}}_{ui} \hat{\mathbf{W}}_i \\ + \hat{\mathbf{X}}_i \hat{\mathbf{A}}_i^T + \hat{\mathbf{W}}_i^T \hat{\mathbf{B}}_{ui}^T \end{pmatrix} \end{bmatrix} \prec 0. \quad (2.76)$$

$$\begin{bmatrix} \sin\psi \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{X}}_j + \hat{\mathbf{A}}_j \hat{\mathbf{X}}_i + \hat{\mathbf{B}}_{ui} \hat{\mathbf{W}}_j \\ + \hat{\mathbf{B}}_{uj} \hat{\mathbf{W}}_i + \hat{\mathbf{X}}_j \hat{\mathbf{A}}_i^T + \hat{\mathbf{X}}_i \hat{\mathbf{A}}_j^T \\ + \hat{\mathbf{W}}_j^T \hat{\mathbf{B}}_{ui}^T + \hat{\mathbf{W}}_i^T \hat{\mathbf{B}}_{uj}^T \end{pmatrix} & \cos\psi \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{X}}_j + \hat{\mathbf{A}}_j \hat{\mathbf{X}}_i + \hat{\mathbf{B}}_{ui} \hat{\mathbf{W}}_j \\ + \hat{\mathbf{B}}_{uj} \hat{\mathbf{W}}_i - \hat{\mathbf{X}}_j \hat{\mathbf{A}}_i^T - \hat{\mathbf{X}}_i \hat{\mathbf{A}}_j^T \\ - \hat{\mathbf{W}}_j^T \hat{\mathbf{B}}_{ui}^T - \hat{\mathbf{W}}_i^T \hat{\mathbf{B}}_{uj}^T \end{pmatrix} \\ \cos\psi \begin{pmatrix} -\hat{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{X}}_j - \hat{\mathbf{A}}_j \hat{\mathbf{X}}_i - \hat{\mathbf{B}}_{ui} \hat{\mathbf{W}}_j \\ - \hat{\mathbf{B}}_{uj} \hat{\mathbf{W}}_i + \hat{\mathbf{X}}_j \hat{\mathbf{A}}_i^T + \hat{\mathbf{X}}_i \hat{\mathbf{A}}_j^T \\ + \hat{\mathbf{W}}_j^T \hat{\mathbf{B}}_{ui}^T + \hat{\mathbf{W}}_i^T \hat{\mathbf{B}}_{uj}^T \end{pmatrix} & \sin\psi \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{X}}_j + \hat{\mathbf{A}}_j \hat{\mathbf{X}}_i + \hat{\mathbf{B}}_{ui} \hat{\mathbf{W}}_j \\ + \hat{\mathbf{B}}_{uj} \hat{\mathbf{W}}_i + \hat{\mathbf{X}}_j \hat{\mathbf{A}}_i^T + \hat{\mathbf{X}}_i \hat{\mathbf{A}}_j^T \\ + \hat{\mathbf{W}}_j^T \hat{\mathbf{B}}_{ui}^T + \hat{\mathbf{W}}_i^T \hat{\mathbf{B}}_{uj}^T \end{pmatrix} \end{bmatrix} \prec 0. \quad (2.77)$$

Burada (2.69), (2.70), (2.72), (2.73), (2.76) için $i=1, \dots, k$, (2.71), (2.74), (2.75), (2.77) için ise $i=m=1, \dots, k-1; j=i+1, \dots, k$ şeklindedir.

İspat 5: H_∞ norm şartları olan (2.70) ve (2.71) elde edilmesi İspat 3 ile gösterilen (2.62) ve (2.63) ile denktir. Sadece bölgesel kutup yerleştirme kısıtları DME şartları tanımlanmalıdır. İlk olarak kapalı çevrim sistem matrisleri (2.48), Yardımcı Teorem 1' deki (2.29) şartının içine yerleştirdiğimizde;

$$\mathbf{T} \otimes \mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}(t)) + \mathbf{M} \otimes [\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}(t)) + \mathbf{B}_u(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}(t))] \mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}(t)) + \mathbf{M}^T \otimes \mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}(t)) [\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}(t)) + \mathbf{B}_u(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}(t))]^T \prec 0 \quad (2.78)$$

şeklini almaktadır. Ardından (2.78) eşitsizliği $\mathbf{P}^{-1}(\boldsymbol{\theta}(t)) = \mathbf{X}(\boldsymbol{\theta}(t))$ ve $\mathbf{W}(\boldsymbol{\theta}(t)) = \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}(t))$ değişken dönüşümleriyle DME formatına getirilmektedir:

$$\mathbf{T} \otimes \mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}(t)) + \mathbf{M} \otimes [\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{X}(\boldsymbol{\theta}(t)) + \mathbf{B}_u(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{W}(\boldsymbol{\theta}(t))] + \mathbf{M}^T \otimes [\mathbf{X}(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}(t))^T + \mathbf{W}(\boldsymbol{\theta}(t))^T \mathbf{B}_u(\boldsymbol{\theta}(t))^T] \prec 0 \quad (2.79)$$

T ve M matrisleri (2.30-2.31), eşitsizlik (2.79)'ye tatbik edilirse sönümleme oranı ve kapalı çevrim gerçek kutup konumlarının alt ve üst sınırları, (2.69 - 2.77) DME koşulları

ile sağlanır. Pozitif tanımlılık şartı $\hat{\mathbf{X}}_1 \succ 0$ 'nin Lyapunov kararlılık kriterinden geldiği bilinmektedir.

2.9 Kazanç Planlamalı Belirsiz Parametrelere Dayanıklı H_∞ Kontrolör Tasarımı

DPD kapalı çevrim sistemin politopik gösterimini bu teorem özelinde tekrar ele alacak olursak [54]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}(t)) & \mathbf{B}_u & \mathbf{B}_w(\boldsymbol{\theta}(t)) \\ \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}(t)) & \mathbf{D}_u & \mathbf{D}_w(\boldsymbol{\theta}(t)) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^k \xi_i \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}_i & \hat{\mathbf{B}}_u & \hat{\mathbf{B}}_{wi} \\ \hat{\mathbf{C}}_i & \hat{\mathbf{D}}_u & \hat{\mathbf{D}}_{wi} \end{bmatrix}, \quad (2.80)$$

$$\xi_i(\boldsymbol{\theta}(t)) \geq 0, \sum_{i=1}^k \xi_i(\boldsymbol{\theta}(t)) = 1, i = 1, 2, \dots, k. \quad (2.81)$$

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{i=1}^k \xi_i(\boldsymbol{\theta}(t)) \mathbf{K}_i \mathbf{x}(t). \quad (2.82)$$

Burada $\hat{\mathbf{A}}_i, \hat{\mathbf{B}}_{wi}, \hat{\mathbf{C}}_i, \hat{\mathbf{D}}_{wi}$ matrisleri $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}(t)), \mathbf{B}_w(\boldsymbol{\theta}(t)), \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}(t)), \mathbf{D}_w(\boldsymbol{\theta}(t))$ matrislerinin politoplarının i 'nci noktadaki değerlerini belirtir. Sistemlerin değişen $\mathbf{B}_u(\boldsymbol{\theta}(t)), \mathbf{D}_u(\boldsymbol{\theta}(t))$ giriş matrisleri olması durumunda, sisteme (2.40) birinci mertebeden filtreler yardımıyla giriş matrisleri sistem matrisine eklenebilmektedir. Ele alınan bu DPD sistemde parametre belirsizliği mevcut ise bu belirsizlikler M_i ile politopik DZD sistem olarak belirlenerek;

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}_i & \hat{\mathbf{B}}_u & \hat{\mathbf{B}}_{wi} \\ \hat{\mathbf{C}}_i & \hat{\mathbf{D}}_u & \hat{\mathbf{D}}_{wi} \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^{M_i} \eta_{ij} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{ij} & \mathbf{B}_{uj} & \hat{\mathbf{B}}_{wij} \\ \hat{\mathbf{C}}_{ij} & \hat{\mathbf{D}}_{uj} & \hat{\mathbf{D}}_{wij} \end{bmatrix}. \quad (2.83)$$

şeklini alır. Burada amaç DPD durum geri beslemeli $\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}(t)) \mathbf{x}(t)$ kontrol kanununu hesaplamaktır. Politopik belirsizliğe sahip DPD sistemler için dayanıklı H_∞ durum geri beslemeli kontrolcüsü tasarlamak için Teorem 2.6' dan yararlanılır.

Teorem 2.6 [55] DPD kapalı çevrim bir sistemi (2.49) düşündüğümüzde, verilen pozitif tanımlı skaler bir sabit $\gamma > 0$ için, eğer pozitif tanımlı bir $\mathbf{X} \succ 0 \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ matrisi ve dikdörtgensel $\mathbf{W}_i \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ matrisi mevcut ise, aşağıdaki matris eşitsizliklerine bağlı olarak, kapalı çevrim sistem H_∞ normunun değerinden küçük olması ile kararlıdır:

$$\mathbf{X} \succ 0. \quad (2.84)$$

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{A}_{ij}\mathbf{X} + \mathbf{B}_{uj}\mathbf{W}_i)^T + \mathbf{A}_{ij}\mathbf{X} + \mathbf{B}_{uj}\mathbf{W}_i & * & * \\ \mathbf{B}_{wij}^T & -\gamma\mathbf{I} & * \\ \hat{\mathbf{C}}_i\hat{\mathbf{X}} + \hat{\mathbf{D}}_{uj}\hat{\mathbf{W}}_i & \hat{\mathbf{D}}_{wij} & -\gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} \prec 0. \quad (2.85)$$

$$\forall i = 1, \dots, N \quad \forall j = 1, \dots, M_i$$

DPD politopik belirsizliğe sahip durum geri beslemeli H_∞ kontrol kazancı $\mathbf{K}_i = \mathbf{W}_i\mathbf{X}^{-1}, i = 1, \dots, N$, ile hesaplanır.

İspat 6: Parametre belirsizliğine ve parametre değişimine sahip DPD kapalı çevrim sistem (2.49) Teorem 2.4 ' ün sabit Lyapunov matrisi açılımıyla hesaplanarak gerekli H_∞ performans şartı aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}\mathbf{A}^T(\boldsymbol{\theta}(t)) + \mathbf{W}^T(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{B}_u^T + \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{X} + \mathbf{B}_u\mathbf{W}(\boldsymbol{\theta}(t)) & * & * \\ \mathbf{B}_w^T(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{X} & -\gamma\mathbf{I} & * \\ \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{X} + \mathbf{D}_u\mathbf{W}(\boldsymbol{\theta}(t)) & \mathbf{D}_w(\boldsymbol{\theta}(t)) & -\gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} \prec 0 \quad (2.86)$$

(2.80), (2.81), (2.82) ve (2.83) hesaba katılarak eşitsizlik (2.86) Teorem 2.6' da belirtilen şeklini $\mathbf{W}_i = \mathbf{K}_i\mathbf{X}$ ile alarak ispatı tamamlamaktadır. ■

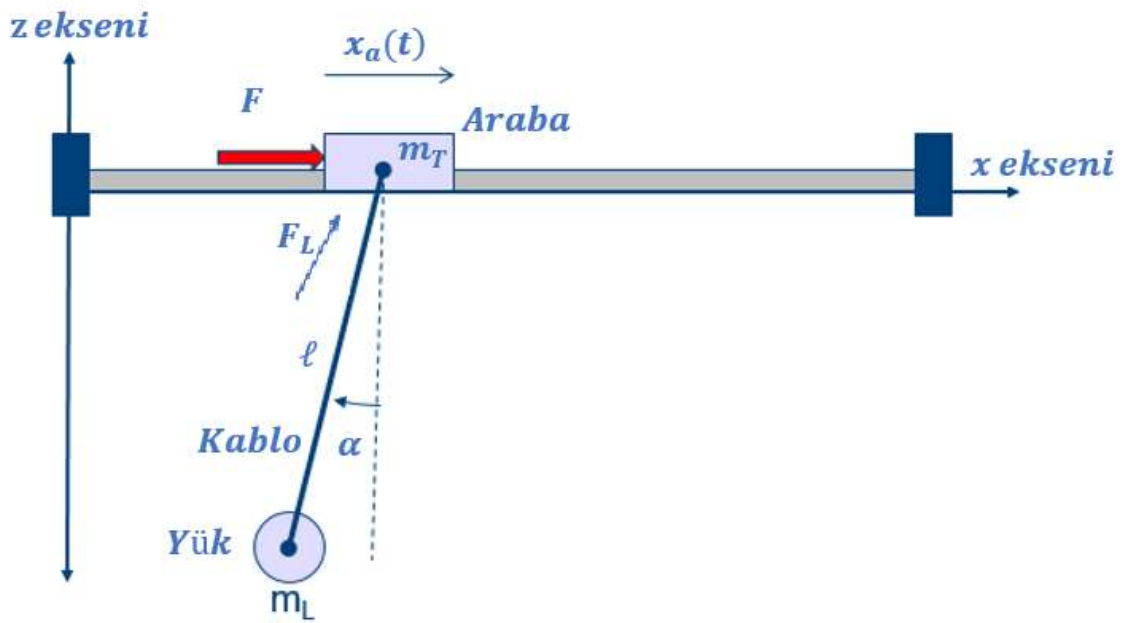
KREN SİSTEMLERİNİN MODELLENMESİ

Bu bölümde, bir kren sisteminin pozisyon ve salınım kontrolüne yönelik hareketlerinin matematiksel modelin elde edilmesi amaçlanmıştır. Literatürde kren dinamiğinin modellenmesinde genellikle iki yaklaşım kullanılmaktadır. İlk yaklaşım, parçalı kütle yaklaşımı olarak adlandırılmaktadır, burada yük kablosu kütsüz rijit bir çubuk olarak kabul edilir ve yük noktasal bir kütle olarak ele alınır. Sallanma hareketi iki ya da üç boyutlu uzayda sarkaç hareketi olarak modellenmektedir. Bu sayede, kontrol yasaları elde edilirken adi diferansiyel denklemler kullanılabilir. Bir diğer yaklaşım ise, yük kablosunun dağıtılmış kütle olarak ele alındığı dağıtılmış parametre yaklaşımıdır. Bu yaklaşımda yük kablosunun esnek olmayan ve uzayamaz bir yapıda olduğu varsayılmaktadır. Bu yapıda, araba hareketi “adi diferansiyel denklem” olarak, kablo dinamiği ise “kısmi diferansiyel denklem” formunda verilir [56]. Gezer krenlerin modellenmesinde, basitliği ve sistemin birçok önemli karakteristik özelliğini barındırdığı için parçalı kütle yaklaşımı literatürde en yaygın kullanılan modeldir.

Bölüm 3.1 kapsamında Lagrange metodunun kullanılarak gezer kren modeline ait hareket denklemlerinin elde edilmesi ve DZD sistem olarak durum uzay formunda ifade edilmiştir ve ardından referans takibi için arttırılmış uzay matrisi elde edilmiştir. Ardından söz konusu modelin parametrelerinin zamanla değişmesi durumunda kontrolör tasarımını için DPD modelinin elde edilmesi ve arttırılmış uzay matrisi Bölüm 3.2 içerisinde verilmektedir.

3.1 Gezer Kren Matematiksel Kren Modeli 1

Bu bölümde bir gezer vinç hareketlerinin matematiksel olarak modellenmesi ele alınmıştır. Bu çalışmada fiziksel modeli Şekil 1 ile gösterilmekte olan gezer krenin hareketleri modellenecektir. Kren sistemlerinin çoklu değişkenlere ve yüksek etkileşimli dinamiklerine sahip olduğu için Newton dinamik metodunu kullanarak matematiksel modelini elde etmek zordur. Bu zorluklarla Lagrange denklemi etkili bir şekilde baş edebilmektedir [57]. Bu nedenle, gezer kren sisteminin matematiksel modeli Lagrange yöntemi ile türetilmiştir.



Şekil 3. 1 Gezer Kren' e ait Fiziksel Model 1

Bu şekilde, kren sistemi bir araba, bir kablo ve bir yükten meydana gelmektedir. Burada $x_a(t)$ arabanın yataydaki konumunu, α yükün salınım açısını, l ise kablo uzunluğunu göstermektedir. F ise arabaya x eksen yönünde uygulanan kuvveti, F_L yükü taşımak için uygulanan kuvveti ve g yer çekimi ivmesini ifade etmektedir. Literatürde, kullanışlı ve doğrusal modeller elde etmek için bazı varsayımlar yapmak yaygın bir uygulamadır. Bu varsayımları sıralamak istersek [58]:

- Araba ve yük noktasal kütle kabul edilmiştir.
- Araba ve kaldıraç sürtünmeleri ihmal edilmiştir.
- Kablo rijit ve kütesiz olarak kabul edilmiştir.

- Hava ve rüzgâr bozucu etkileri ihmal edilmiştir
- Vinç sisteminin hareketi x_a ve α yönlerinde olmak üzere iki serbestlik dereceli olarak ele alınmıştır.

Sistemin dinamik denklemlerini Euler Eşitliğinin kullanılmasıyla elde edilir:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (3.1)$$

burada $L = T - V$ kinetik enerji ile potansiyel enerji arasındaki değişimi göstermektedir.

Genelleştirilmiş koordinatlar ve genelleştirilmiş kuvvetler ise;

$$\begin{aligned} q &= [x_a \quad \alpha \quad \ell]^T \\ Q &= [F \quad 0 \quad -F_\ell]^T \end{aligned} \quad (3.2)$$

şeklinde dir. Kinetik ve potansiyel enerjileri ifade edecek olursak:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m_T \dot{x}_a^2 + \frac{1}{2} m_L \dot{S} \dot{S}^T \\ S &= (x_a + \ell \sin \alpha) i + \ell \cos \alpha j \\ \dot{S} &= (\dot{x}_a + \dot{\ell} \sin \alpha + \dot{\alpha} \ell \cos \alpha) i + (\dot{\ell} \cos \alpha - \dot{\alpha} \ell \sin \alpha) j \\ \dot{S} \dot{S}^T &= \begin{bmatrix} \dot{x}_a + \dot{\ell} \sin \alpha + \dot{\alpha} \ell \cos \alpha & \dot{\ell} \cos \alpha - \dot{\alpha} \ell \sin \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_a + \dot{\ell} \sin \alpha + \dot{\alpha} \ell \cos \alpha \\ \dot{\ell} \cos \alpha - \dot{\alpha} \ell \sin \alpha \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \dot{S} \dot{S}^T &= \dot{x}_a^2 + \dot{\ell}^2 + 2\dot{x}_a \dot{\ell} \sin \alpha + 2\dot{x}_a \dot{\alpha} \ell \cos \alpha + \dot{\alpha}^2 \ell^2 \\ T &= \frac{1}{2} m_T \dot{x}_a^2 + \frac{1}{2} m_L (\dot{x}_a^2 + \dot{\ell}^2 + 2\dot{x}_a \dot{\ell} \sin \alpha + 2\dot{x}_a \dot{\alpha} \ell \cos \alpha + \dot{\alpha}^2 \ell^2) \end{aligned}$$

$$V = -m_L g \ell \cos \alpha \quad (3.4)$$

İfade edilen kinetik ve potansiyel enerjileri yerine koyarsak Euler-Lagrange denklemini en genel haliyle ifade etmiş oluruz:

$$L = T - V = \frac{1}{2} m_T \dot{x}_a^2 + \frac{1}{2} m_L (\dot{x}_a^2 + \dot{\ell}^2 + 2\dot{x}_a \dot{\ell} \sin \alpha + 2\dot{x}_a \dot{\alpha} \ell \cos \alpha + \dot{\alpha}^2 \ell^2) + m_L g \ell \cos \alpha \quad (3.5)$$

Elde ettiğimiz bu Euler-Lagrange denklemini araba pozisyonu x_a cinsinden hesaplırsak eşitlik 3.7 elde edilir:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_a} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_a} = F$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_a} = m_T \dot{x}_a + m_L (\dot{x}_a + \dot{\ell} \sin \alpha + \dot{\alpha} \ell \cos \alpha)$$
(3.6)

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_a} \right) = m_T \ddot{x}_a + m_L (\ddot{x}_a + \ddot{\ell} \sin \alpha + 2\dot{\alpha} \dot{\ell} \cos \alpha + \ell \ddot{\alpha} \cos \alpha - \dot{\alpha}^2 \sin \alpha)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_a} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_a} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_a} = m_T \ddot{x}_a + m_L (\ddot{x}_a + \ddot{\ell} \sin \alpha + 2\dot{\alpha} \dot{\ell} \cos \alpha + \ell \ddot{\alpha} \cos \alpha - \dot{\alpha}^2 \sin \alpha) = F \quad (3.7)$$

Euler-Lagrange denklemini salınım açısı α cinsinden hesaplırsak eşitlik 3.9 elde edilir:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} = m_L \ell^2 \dot{\alpha} + m_L \dot{x}_a \ell \cos \alpha$$
(3.8)

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} \right) = m_L (\ell^2 \ddot{\alpha} + 2\dot{\ell} \dot{\alpha} \ell + \ddot{x}_a \ell \cos \alpha + \dot{x}_a \dot{\ell} \cos \alpha - \dot{x}_a \dot{\alpha} \ell \sin \alpha)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha} = m_L (\dot{x}_a \dot{\ell} \cos \alpha - \dot{x}_a \dot{\alpha} \ell \sin \alpha - g \ell \sin \alpha)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha} = m_L (\ell^2 \ddot{\alpha} + 2\dot{\ell} \dot{\alpha} \ell + \ddot{x}_a \ell \cos \alpha + g \ell \sin \alpha) = 0 \quad (3.9)$$

Euler-Lagrange denklemini kablo uzunluğu ℓ cinsinden hesaplırsak eşitlik 3.11 elde edilir:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\ell}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \ell} = -F_\ell$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\ell}} = m_L \dot{\ell} + m_L \dot{x}_a \sin \alpha$$
(3.10)

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\ell}} \right) = m_L \ddot{\ell} + m_L \ddot{x}_a \sin \alpha + m_L \dot{x}_a \dot{\alpha} \cos \alpha$$

$$\frac{\partial L}{\partial \ell} = m_L \dot{\alpha}^2 + m_L \dot{x}_a \dot{\alpha} \cos \alpha + m_L g \cos \alpha$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\ell}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \ell} = m_L (\ddot{\ell} + \ddot{x}_a \sin \alpha - \dot{\alpha}^2 - g \cos \alpha) = -F_\ell \quad (3.11)$$

Özet olarak, hareket denklemleri genelleştirilmiş koordinatlarla ilişkilendirilmiş olarak yazarsak:

$$x_a : m_T \ddot{x}_a + m_L (\ddot{x}_a + \ddot{\ell} \sin \alpha + 2\dot{\alpha} \dot{\ell} \cos \alpha + \ell \ddot{\alpha} \cos \alpha - \ell \dot{\alpha}^2 \sin \alpha) = F \quad (3.12)$$

$$\alpha : m_L (\ell^2 \ddot{\alpha} + 2\dot{\ell} \dot{\alpha} \ell + \ddot{x}_a \ell \cos \alpha + g \ell \sin \alpha) = 0 \quad (3.13)$$

$$\ell : m_L (\ddot{\ell} + \ddot{x}_a \sin \alpha - \ell \dot{\alpha}^2 - g \cos \alpha) = -F_\ell \quad (3.14)$$

Salınım açısının küçük olduğu ve ip uzunluğunun sabit olduğu varsayımları kullanılarak:

$$\sin \alpha \cong \alpha, \cos \alpha \cong 1, \dot{\alpha}^2 \cong 0, \dot{\ell} = \ddot{\ell} = 0 \quad (3.15)$$

Ardından hareket denklemleri;

$$(m_T + m_L) \ddot{x}_a + m_L \ell \ddot{\alpha} = F \quad (3.16)$$

$$\ell \ddot{\alpha} + g \alpha = 0 \quad (3.17)$$

$$m_L \ddot{x}_a \alpha - m_L g = F_\ell \quad (3.18)$$

Pratik olarak α salınım açısı çok küçük değerler aldığından eşitlik (3.18) yaklaşık olarak $F_\ell = -m_L g$ değerine indirgenerek araba dinamiğinden ayrıklaştırılır.

3.1.1 Kontrole Yönelik Modelin Oluşturulması

Sistemin kontrolüne yönelik hareket denklemlerini durum uzayı formatında ifade etmek için eşitlik (3.17)'yi (3.16)'nın içine yazdığımızda

$$\ddot{x}_a = \frac{1}{m_T} (m_L g \alpha + F) \quad (3.19)$$

Eşitlik (3.16)'yı da (3.17)'nin içine yazdığımızda

$$\ddot{\alpha} = \frac{1}{m_T \ell} (-F - (m_T + m_L) g \alpha) \quad (3.20)$$

elde edilir. Bu denklemleri durum uzayı formatında aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_u \mathbf{u}(t) \quad (3.21)$$

Burada;

$$\mathbf{x}(t) = [x_a \quad \dot{x}_a \quad \alpha \quad \dot{\alpha}]^T \quad (3.22)$$

sistemin durum vektörünü,

$$\mathbf{u}(t) = F \quad (3.23)$$

sistemin kontrol girişini vermektedir, $\mathbf{A} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ durum matrisini ve $\mathbf{B}_u \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ kontrol giriş matrisini ifade etmektedir ve aşağıdaki gibi yazılmaktadırlar:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_L g}{m_T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{(m_T + m_L)g}{m_T \ell} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{m_T} & 0 & -\frac{1}{m_T \ell} \end{bmatrix}^T \quad (3.25)$$

3.1.2 DPD Gezer Kren Modeli

DZD model salınım açısının küçük olması ve kablo uzunluğunun sabit olacağı varsayımları altında türetilmiştir. Bununla birlikte, kren sistemlerinde kaldırma işlemi sırasında kablo uzunluğunun değişmediği makul olmamakla beraber kontrol performansının düşük olmasına yol açabilmektedir. Daha gerçekçi modeller elde edebilmek için hareket denklemlerinin ılgın parametre değişimli olarak modellenmesi yaygın bir yaklaşımdır. Bu nedenle bu çalışmada kablo uzunluğu değişken olarak ele alınmıştır. Söz konusu parametre sabit değil de değişken olarak ele alındığında (3.21)'de gösterilen durum uzay gösterimi (3.26) ile verilen hale dönüşür:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\ell(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_u(\ell(t))\mathbf{u}(t) \quad (3.26)$$

Bu belirsizlik altında yüksek performans sergileyen kontrolör tasarlamak için parametre belirsizliği içeren durum uzay denklemlerinin (3.26);

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\theta(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_u(\theta(t))\mathbf{u}(t) \quad (3.27)$$

biçiminde ılgın parametre bağımlı DPD sistem olarak ifade edilmesi gerekmektedir, $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}(t))$ ılgın parametre bağımlı sistem matrisi, $\mathbf{B}_u(\boldsymbol{\theta}(t))$ ılgın parametre bağımlı kontrol girişı matrisidir ve belirsiz parametre vektörü $\boldsymbol{\theta}(t) \in \mathfrak{R}^p$ 'dir ve;

$$\boldsymbol{\theta}(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ \ell(t) \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

şeklinde ifade edilir. $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}(t))$ ve $\mathbf{B}_u(\boldsymbol{\theta}(t))$ ise;

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}(t)) &= \mathbf{A}_0 + \boldsymbol{\theta}(t)\mathbf{A}_1 \\ \mathbf{B}_u(\boldsymbol{\theta}(t)) &= \mathbf{B}_{u0} + \boldsymbol{\theta}(t)\mathbf{B}_{u1} \end{aligned} \quad (3.29)$$

olarak yazılır. Burada $\mathbf{A}_0, \mathbf{A}_1$ ve $\mathbf{B}_{u0}, \mathbf{B}_{u1}$ sabit ve gerçek değerli matrislerdir. \mathbf{A}_1 ve \mathbf{B}_{u1} anlık kablo uzunluğundaki değişim sebebiyle sistem dinamiğindeki değişiklikleri yansıtmaktadır. Bu matrisler aşığıdaki gibi yazılmaktadır:

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_L g}{m_T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

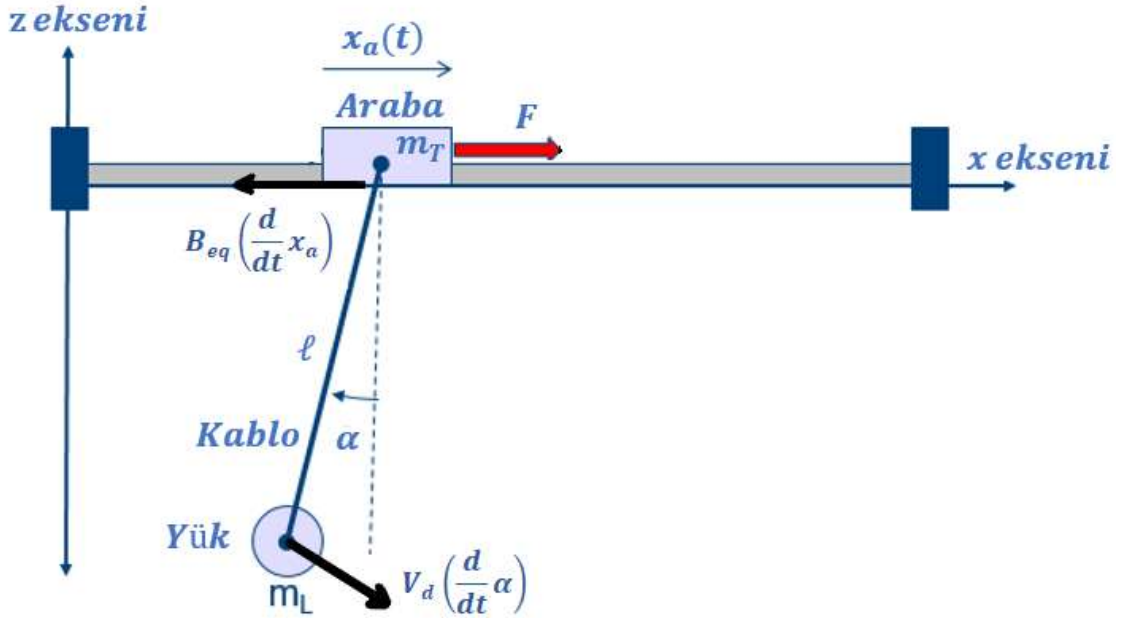
$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{(m_T + m_L)g}{m_T} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$\mathbf{B}_{u0} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{m_T} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3.32)$$

$$\mathbf{B}_{u1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{m_T} \end{bmatrix}^T \quad (3.33)$$

3.2 Gezer Kren Matematiksel Kren Modeli 2

Bu bölümde bu tez çalışması kapsamında kullandığımız bir diğer matematiksel model verilecektir. Ele alınan bu modelde, Model 1' de yer almayan sürtünme dinamiklerinin bu modele dahil edilmesiyle gerçeğe daha yakın dinamiklere sahip olmasından [58] dolayı çalışmalarımıza bu model üzerinden devam edilecektir. Bu model denklemlerinin elde edilme yöntemi yukarıdaki prosedür ile aynı olduğu için elde edilmesinin kısa bir şekilde verilmesi uygun görülmüştür. Şekil 3.2 ile verilen modelde yukarıda verilen modele ek olarak, B_{eq} doğrusal viskoz sönümlenme katsayısı ve V_d açısal viskoz sönümlenme katsayısıdır. Yukarıda verilen küçük açı değerleri kabulünü bu model için de uygularsak doğrusal olmayan sistem denklemleri [58], [59]:



Şekil 3. 2 Gezer Kren' e ait Fiziksel Model 2

$$\begin{aligned}
 F - B_{eq} \dot{x}_a(t) &= (m_T + m_L) \ddot{x}_a(t) + m_L (\ddot{\alpha} \ell \cos \alpha - \dot{\alpha}^2 \ell \sin \alpha) \\
 -V_d \dot{\alpha} &= \ell \ddot{\alpha} + \ddot{x}_a(t) \cos \alpha + g \sin \alpha
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

Bu doğrusal olmayan dinamik denklemler;

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}_a(t) &= -\frac{B_{eq}}{m_T} \dot{x}_a(t) + \frac{m_L g}{m_T} \alpha - \frac{m_L V_d}{m_T} \dot{\alpha} + \frac{F(t)}{m_T} \\
 \ddot{\alpha}(t) &= \frac{B_{eq}}{m_T \ell} \dot{x}_a(t) - \frac{(m_T + m_L) g}{m_T \ell} \alpha - \frac{(m_T + m_L) V_d}{m_T \ell} \dot{\alpha}
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

şeklinde doğrusallaştırılır. Bu hareket denklemlerini DZD model olarak (3.21) ile verilen durum uzay formatında ;

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{B_{eq}}{m_T} & \frac{m_L g}{m_T} & -\frac{(m_T + m_L)V_d}{m_T} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{B_{eq}}{m_T \ell} & -\frac{(m_T + m_L)g}{m_T \ell} & -\frac{(m_T + m_L)V_d}{m_T \ell} \end{bmatrix}, \quad (3.36)$$

$$\mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{m_T} & 0 & -\frac{1}{m_T \ell} \end{bmatrix}^T \quad (3.37)$$

yazabiliriz. Ayrıca (3.29) ile verilen DPD model olarak ifadesi ise aşağıdaki gibidir.

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{B_{eq}}{m_T} & \frac{m_L g}{m_T} & -\frac{(m_T + m_L)V_d}{m_T} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{B_{eq}}{m_T} & -\frac{(m_T + m_L)g}{m_T} & -\frac{(m_T + m_L)V_d}{m_T} \end{bmatrix}, \quad (3.39)$$

$$\mathbf{B}_{u0} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{m_T} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3.40)$$

$$\mathbf{B}_{u1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{m_T} \end{bmatrix}^T \quad (3.41)$$

SAYISAL BENZETİM ÇALIŞMALARI

Bu bölümde, önceki bölümlerde sunulmuş olan DZD ve DPD H_∞ kontrolörlerinin gezer kren sistemleri üzerindeki performansını göstermek amacı ile sayısal benzetim çalışmaları sonuçları verilmektedir. Yapılan benzetim çalışmaları MATLAB & Simulink ortamında gerçekleştirilmiş olup dış bükey optimizasyon problemlerinin çözdürülmesi Yalmip ayrıştırıcısı [60] ve SeDuMi çözücüsü [61] kullanılarak yapılmıştır.

Bölüm 4.1 içerisinde kullanılan kontrolcülerin pratikte uygulamalarına yönelik gerçekleştirme esaslarına değinilecektir, Bölüm 4.2' de ise referans takibi için uygun referans profilin nasıl seçildiği anlatılmaktadır. Ardından Bölüm 4.3' te sistem matrislerinin pozisyon takip hatasının integrali ile nasıl arttırılmış formata getirildiği ve tasarlanan kontrolcü yapıları anlatılacaktır. Son olarak Bölüm 4.4' te yapılan deneysel ve gerçek kren modelleri üstünde yapılan 5 farklı sayısal benzetim çalışmasına değinilmiştir.

4.1 Gerçekleme Esasları

Bu bölüm boyunca farklı tiplerde geri beslemeli kontrolörler tasarlanmış ve karşılaştırılmıştır. Her bir kontrolcü, H_∞ norm minimizasyonu, bölgesel kutup yerleştirme ve ITAE minimizasyonu gibi çeşitli performans özelliklerini karşılamak üzere tasarlanmıştır. Bir durum geri beslemeli kontrolör yapısını gerçekleştirmek ve uygulamak için, tüm durum değişkenlerinin geri bildirim için ulaşılabilir ve ölçülebilir olması gerekmektedir. Bu nedenle, gerekli değişkenlerin çevrimiçi olarak nasıl ölçüldüğünü açıklamak önemlidir.

Gezer vinç kontrolü probleminde, araba pozisyonu ve hızı, lineer potansiyometre ve ivmeölçerler gibi standart sensörler ile kolayca ölçülebilmektedir ve sayısal olarak entegre edilebilir özelliktedirler [62]. Ayrıca, yük salınım açısı, arabanın kablo üzerindeki bağlantı noktasına yerleştirilen enkoder veya kren sistemi üzerine yerleştirilen uygun eğimölçerler ile ölçülebilmektedir. Son yıllarda, yük pozisyonunun ve salınım açısının alternatif yaklaşımlarla ölçülmesi de büyük ilgi görmektedir. Görüntü işleme, lazer tarama teknolojileri, akustik veya radar sensörler vb. gibi gelişmiş teknikler uygulanmaktadır [63], [64], [65], [66]. Dolayısıyla bu çalışmada, tüm durum değişkenlerinin ölçülebilir olduğunu kabul edilmesi uygun görülmüştür.

4.2 Referans Yörünge Profili

Kren sistemlerinin uygulama aşamasında bir diğer önemli mesele ise, referans yörüngesinin oluşturulmasıdır. Uygun bir referans profiline sahip olmak uygulama açısından önemli bir adımdır. Yukarıda belirtilen varsayımlar ışığında, normal birim basamak girişinden ziyade S eğrisi tipi yörüngelerin tercih edilmesi, pratik uygulama için çok daha uygun olmaktadır [67]. Bu çalışmada ilk yapılan sayısal benzetim çalışmalarında Ma vd. [67]'nin literatüre kazandırdığı S-şekilli referans profil yapısı kullanılmıştır. Yaptıkları bu çalışmada referans profil $r(t)$;

$$r(t) = \frac{p_d}{2} + \frac{p_d}{2\varepsilon_2} \ln \left(\frac{e^{kt-\varepsilon_1} + e^{-(kt-\varepsilon_1)}}{e^{kt-\varepsilon_1-\varepsilon_2} + e^{-(kt-\varepsilon_1-\varepsilon_2)}} \right) \quad (4.1)$$

denklemleri ile verilmiş olup, P_d gidilmek istenen araba pozisyonunu belirtmektedir ve $k, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ gibi S profilin şeklini belirleyen ayar parametreleri mevcuttur. Kullanılan bu S-profilin elde etme denklemi çok ayar parametresi içerdiğinden ve referans profilini sıfır noktasından başlatamamak gibi problemlere sahip olmasından ve bu durumun özellikle deneysel çalışmalarda sorun çıkarabileceğinden ötürü, bu durum bizi polinomik denklemler yardımıyla ifade edilen S şekilli profil yapılarına yönlendirmiştir. Bu yapıda elde edilen profiller kren sistemleri üzerinde çok uygulanmasa da daha az ayar parametresi ile kesin profiller elde etmemize olanak sağlamaktadır. Bu sebeple bu çalışma kapsamında bu profil yapısı tercih edilmiştir. Takip eden bölümde, S eğrisi tipi referans yörüngesinin matematiksel tanımı beşinci dereceden denklem yardımıyla formüle edilmiştir.

Referans takibi için referans yörünge $r(t)$, bir beşinci dereceden fonksiyon kullanılarak elde edilebilir [68]. Referans yörünge fonksiyonu[69];

$$r(t) = at^5 + bt^4 + ct^3 + dt^2 + et + f \quad (4.2)$$

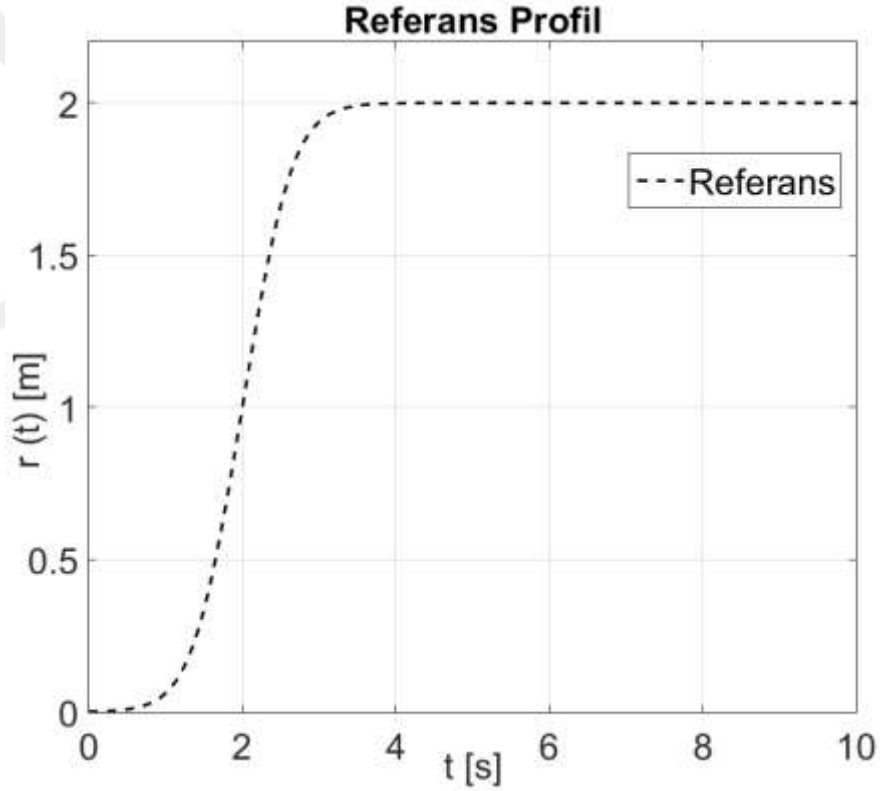
olarak seçilmiştir. Denklem (4.2) referans yörüngesini tasarlamak için aday fonksiyon olarak kabul edilmiştir. Hareketin başlangıcında, pozisyon, hız ve ivme sıfır olarak kabul edilir. Hareketin sonunda ise pozisyon istenilen hedefin konumuna eşit olup hız ve ivme sıfırdır. Sınır koşulları (4.3)' de verilmiştir. t_1 hareketin başlangıç zamanı ve T ise hareketin bitiş zamanıdır.

$$\begin{aligned} \langle \dot{r} \rangle_{t=t_1} &= 0 \\ \langle \ddot{r} \rangle_{t=t_1} &= 0 \\ \langle \dot{r} \rangle_{t=T_b} &= 0 \\ \langle \ddot{r} \rangle_{t=T_b} &= 0 \\ \langle r \rangle_{t=T_b} &= 1 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Verilen bu sınır koşulların aday fonksiyon olan denklem (4.2) içine uyguladığımızda, aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$\begin{bmatrix} t_1^5 & t_1^4 & t_1^3 & t_1^2 & t_1 & 1 \\ 5t_1^4 & 4t_1^3 & 3t_1^2 & 2t_1 & 1 & 0 \\ 20t_1^3 & 12t_1^2 & 6t_1 & 2 & 0 & 0 \\ T_b^5 & T_b^4 & T_b^3 & T_b^2 & T_b & 1 \\ 5T_b^4 & 4T_b^3 & 3T_b^2 & 2T_b & 1 & 0 \\ 20T_b^3 & 12T_b^2 & 6T_b & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Yukarıdaki matris denklemi başlangıç zamanı ($t_1 = 0$ sn) ve referans profilin bitiş zamanı ($T=4$ sn) alınarak, istenilen hedef nokta 1 metre olarak tanımlandıktan sonra yol katsayıları elde edilerek çözüme ulaşılır. Şekil 4.1, S şeklindeki eğrinin, yavaşça değişen hızlara sahip, çok yumuşak başlatma/durdurma hareketleri sağladığını ortaya koymaktadır.



Şekil 4. 1 S-Şekilli Referans Profil

4.3 Kontrolör Tasarımı

Bu bölümde gezer kren referans takibi için kullanılan geri besleme kontrol kanunu yapısı ve salınım kontrolüne yönelik tasarlanan kontrolörler için kullanılan performans kriterlerinden bahsedilecektir.

Bölüm 2' de belirtilen durum geri besleme kontrol kanunu referans takibi amaçlandığında kendi başına yeterli değildir. Bu sebeple referans takibi amaçlandığında sistem matrislerini referans takip hatası ile arttırmak literatürde kullanılan yaklaşımlardan biridir. DPD sistem için arttırılmış durum uzay modeli;

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{e}(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}(t)) & 0 \\ -\mathbf{C}_t & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}(t))} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \int \mathbf{e}(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}_u(\boldsymbol{\theta}(t)) \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_u(\boldsymbol{\theta}(t))} \mathbf{u}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_w(\boldsymbol{\theta}(t))} \mathbf{w}(t) \quad (4.5)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_u(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_w(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{w}(t) \quad (4.6)$$

şeklinde ifade edilir. Burada genişletilmiş şekilde oluşturulan durum uzay matrisleri kafa karışıklığı ve kalabalık oluşturmaması için aynı şekilde sembolize edilmiştir. $r(t) \in \mathfrak{R}^k$ referans girişlerini, $e(t) \in \mathfrak{R}^k$ referans takip hatası vektörünü, $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}(t)) \in \mathfrak{R}^{(n+k) \times (n+k)}$ arttırılmış durum matrisini, $\mathbf{B}_u(\boldsymbol{\theta}(t)) \in \mathfrak{R}^{(n+k) \times m}$ arttırılmış kontrol girişi matrisini ve $\mathbf{B}_w(\boldsymbol{\theta}(t)) \in \mathfrak{R}^{(n+k) \times p}$ referans giriş matrisini vermektedir. Ek olarak DPD model için elde edilen arttırılmış durum uzay matrisleri, DZD model içinde aynı prosedür ile oluşturulduğundan burada yer verilmesine ihtiyaç duyulmamıştır.

Referans takip hatası vektörü

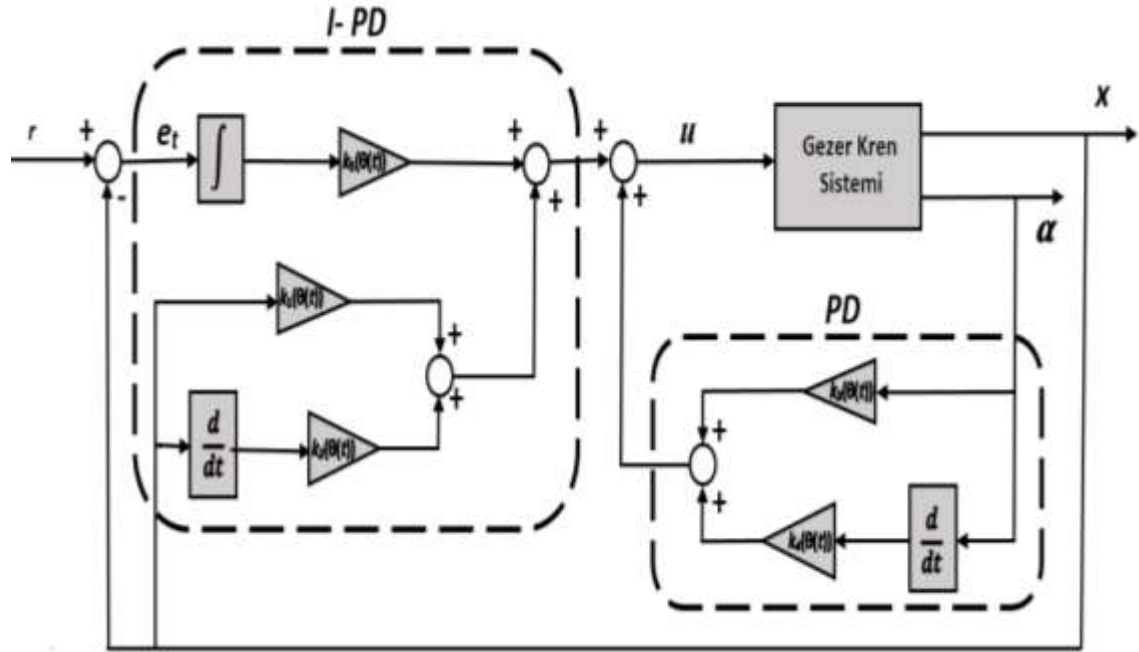
$$e(t) = r(t) - \mathbf{C}_t \mathbf{x}(t) \quad (4.7)$$

ile gösterilmektedir. Burada \mathbf{C}_t takip edilmesi beklenen $r(t)$ değerini tanımlayan çıkış matrisidir. Arttırılmış durum uzay matrisi için (4.5) için, kazanç planlamalı durum geri beslemeli kontrol kanunu

$$\mathbf{u}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} k_1(\boldsymbol{\theta}(t)) & k_2(\boldsymbol{\theta}(t)) & k_3(\boldsymbol{\theta}(t)) & k_4(\boldsymbol{\theta}(t)) & k_5(\boldsymbol{\theta}(t)) \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}(t))} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ \alpha(t) \\ \dot{\alpha}(t) \\ \int e(t) \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Ortaya çıkan durum geri beslemeli kontrol kanununun Şekil 4.2'de gösterildiği gibi kazanç planlamalı I-PD + PD tipi kontrolör yapısına dönüştüğü

görülmektedir. Burada, I-PD pozisyon döngüsü, $k_1(\theta(t))$, $k_2(\theta(t))$ ve $k_5(\theta(t))$ durum geri besleme kazançlarından oluşur. Yük salınımı için elde edilen PD döngüsü ise $k_3(\theta(t))$ ve $k_4(\theta(t))$ ile ifade edilmektedir.



Şekil 4. 2 KP I-PD+PD tipi Kontrolcüye ait Basitleştirilmiş Blok Şeması

4.4 Sayısal Benzetim Çalışmaları

Bu bölümde, bu tez çalışması kapsamında yukarıda verilen kontrol algoritmaları ile yapılan yayın çalışmalarından ve önerilen algoritmanın üstünlüğünü gösteren örnek çalışmalara yer verilecektir.

4.4.1 Sayısal Benzetim Çalışması 1

Bu çalışmada, matematiksel Model 1 kullanılarak, Bölüm 3 de ele aldığımız, DZD modelde kablo uzunluğu ve yük kütlelerini politopik belirsizlik olarak ele alarak dayanıklılığın sağlandığı, DME ile $S(\partial_1, \partial_2, \psi)$ bölgesel kararlılığın sağlanarak, H_∞ kazancını minimize eden bir kontrolcü tasarlanmıştır [70]. Kararlı hal hatasını azaltarak referans takibini sağlamak ve yük salınımını minimumda tutmak amacıyla performans matrisleri;

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

seçilerek kontrol çıkışı vektörü $\mathbf{z}(t) = \left[\int e(t) \quad \alpha(t) \right]^T$ şeklinde seçilmiştir. Ardından, $\hat{\partial}_1 = 0.4$ değerini, oturma zamanı üzerinde bir üst sınır ayarlamak için, $\psi = 60^\circ$ değerini ayarlayarak yük salınımının izin verilen maksimum aşım değerini sınırlamak ve $\hat{\partial}_2 = 50$ ise yüksek kontrol kazançlarını önlemek için seçilerek istenilen performans ölçütlerine ulaşmak amaçlanmıştır.

Teorem 2.3'ün kullanılmasıyla, tüm $t \geq 0$ için, $\mathbf{w}(t)$ 'den $\mathbf{z}(t)$ 'ye en küçük H_∞ normunu elde etmek amacıyla, simetrik pozitif tanımlı \mathbf{X} matrisi ve uygun boyutlu \mathbf{L} matrisi varsa pozitif skaler γ için;

$$\min \gamma$$

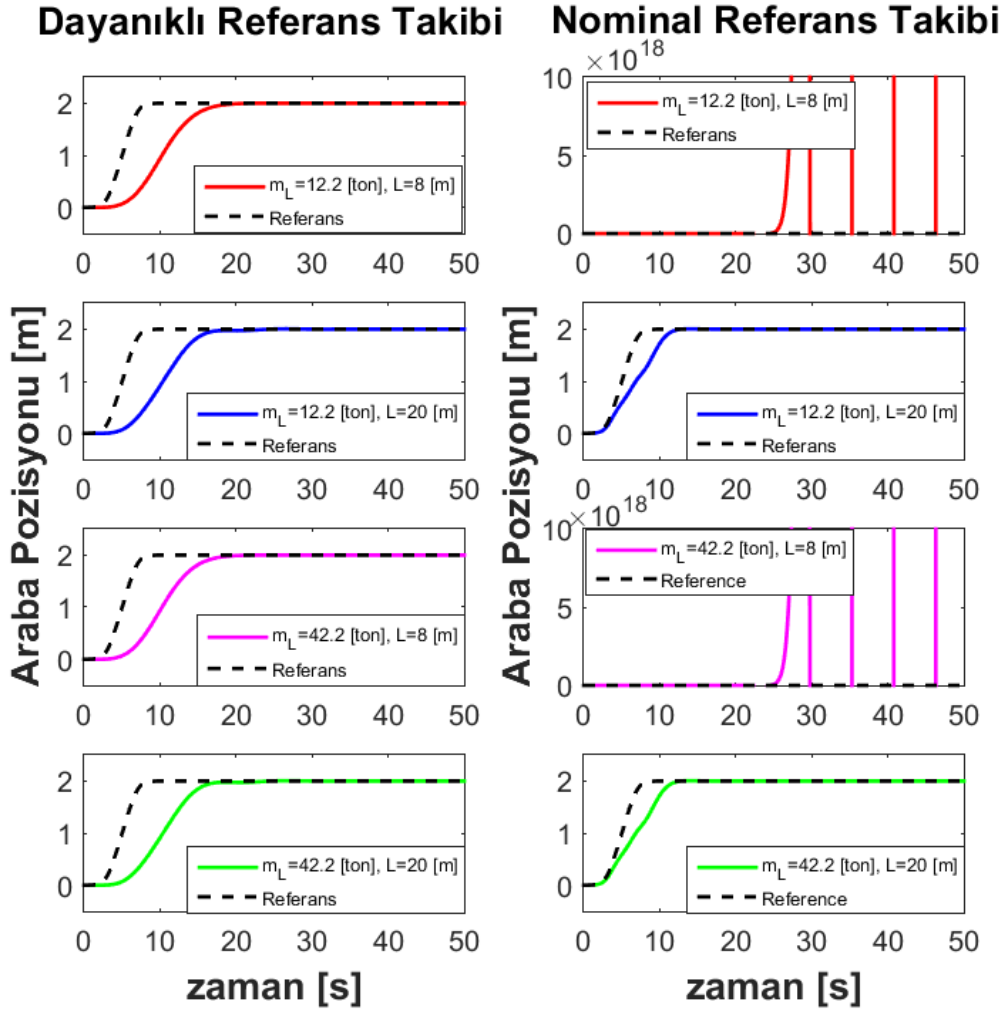
koşullar: (2.42), (2.43), (2.44), (2.45), (2.46)

en iyileştirme problemi çözülebilir. Eğer yukarıdaki en iyileştirme probleminin çözümü varsa, verilen problem için alt en iyi denetleyici $\mathbf{u}(t) = \mathbf{L}\mathbf{X}^{-1}\mathbf{x}(t)$ denetim kuralı tarafından oluşturulduktan sonra H_∞ normu $\gamma = 0.3756$ olarak elde edilmiştir. Tasarlanan bu kontrolcüde kullanılan sistem parametreleri Çizelge 4.1 de verilmiştir:

Çizelge 4. 1 Gezer kren Model 1 sistem parametreleri [71]

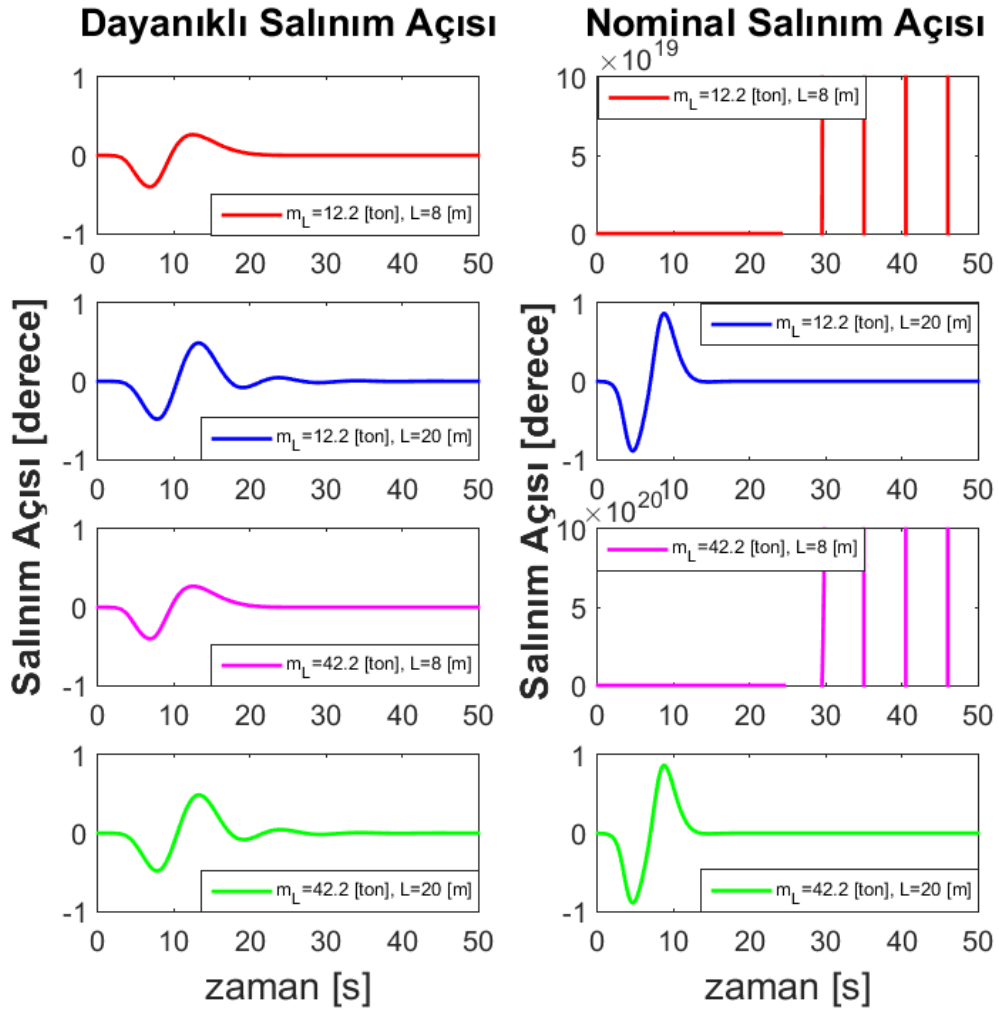
Parametre	Değer	Birim
m_T	32000	[kg]
m_L	12200 - 42200	[kg]
ℓ	8 - 20	[m]
g	9.81	[m / s ²]

Yapılan sayısal benzetim çalışmaları sonucunda, tasarlanan dayanıklı kontrolcünün araba pozisyonu, salınım açısı ve kontrol sinyali değerlerinin belirlenen politopik uç noktalarında nominal kontrolcüye göre karşılaştırması yapılmış olup, performans üstünlüğünün ortaya konulması amaçlanmıştır. Şekil 4.3, Şekil 4.4 ve Şekil 4.5 sırasıyla araba pozisyon değişimi, yük salınım açısı ve kontrol kuvvetlerinin zaman alanı performanslarını göstermektedir:



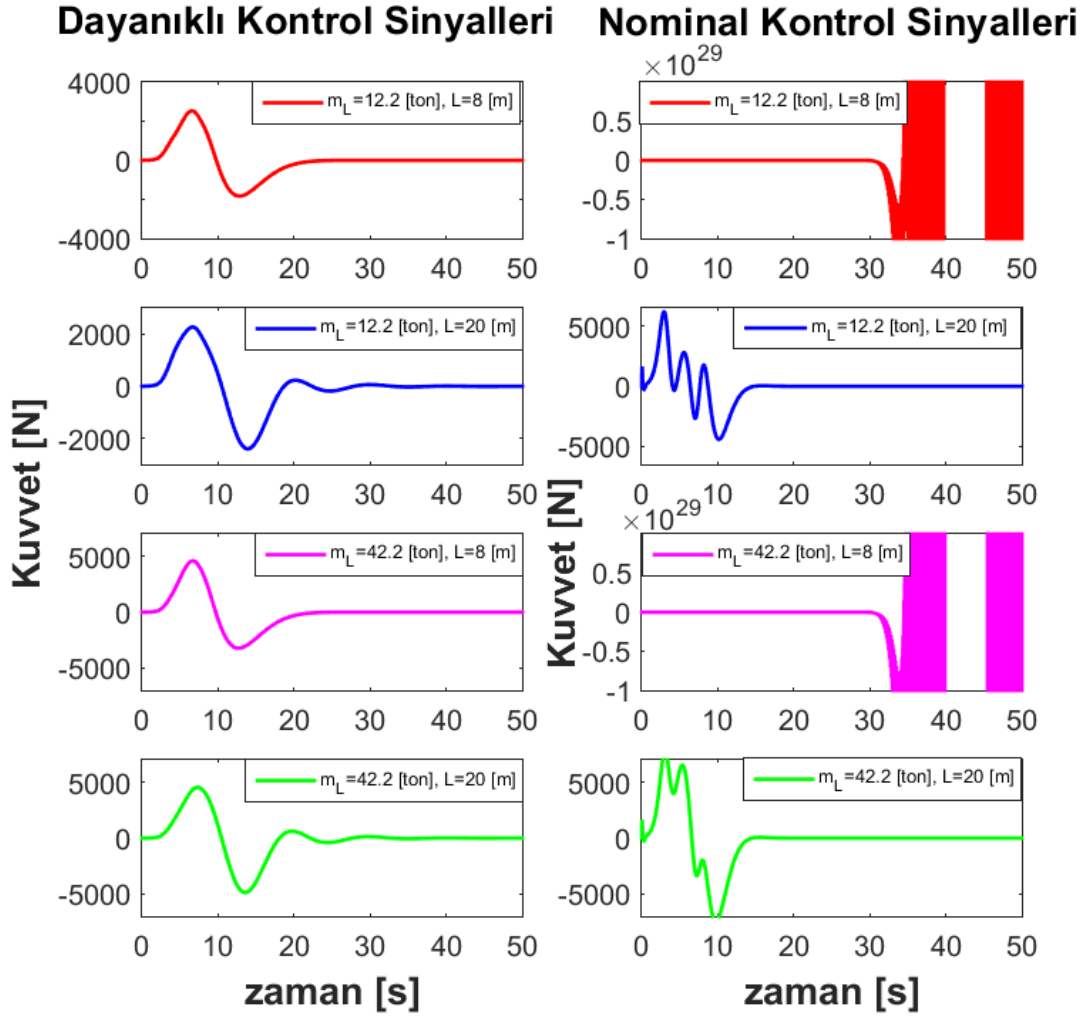
Şekil 4. 3 Araba Pozisyon Değişimi

Şekil 4.3' te gösterildiği gibi, tasarlanan dayanıklı kontrolcü tüm belirsizliğe sahip parametre değişikliklerine rağmen referans takibini başarılı şekilde gerçekleştirebilmektedir. Dayanıklı kontrolcüyü nominal kontrolcü ile karşılaştırırken, nominal kontrolcü yanıtlarının maksimum yük, maksimum uzunluk ve minimum yük, maksimum uzunluk durumlarında iyi konumlandırma performansına sahip olduğunu görülmektedir. Fakat diğer bir yandan diğer durumlarda sistemin kararsızlığa gittiği gözlemlenmektedir.



Şekil 4. 4 Yük Salınım Açısı

Şekil 4.4' te ise referans takibi sırasında yük salınımindaki değişim gösterilmektedir. Burada dayanıklı kontrolcünün sistemin her durumda nominal denetleyiciye göre daha iyi salınım önleme performansı gösterdiği görülmektedir. Ayrıca dayanıklı kontrolör yapısı sayesinde nominal kontrolör üzerindeki zayıf performans ve kararsızlıkların sağlam kontrolör ile kaldırıldığı açıkça görülmektedir.



Şekil 4. 5 Kontrol Sinyali

Bütün bu performansları sağlayabilmek için, uygun genlikte bir kontrol sinyaline sahip olmak önem arz etmektedir. Bu performans kriterlerini dayanıklı kontrolcünün, daha düşük genliklerde kontrol sinyali üreterek sağladığı Şekil 4.5 ile görülmektedir.

Sonuç: Zaman analizleri, dayanıklı H_∞ durum geri beslemeli kontrolör tasarımının, sistem parametresi değişikliklerinin nominal H_∞ durum geri besleme performansındaki kayıpları önlemek için uygun bir çözüm olarak öne çıktığını açıkça göstermektedir. Ek olarak, simülasyonlar sistemin istenen referans yörüngesini aşma olmadan hızlı bir şekilde izleyebildiğini ve çeşitli belirsizliklerden bağımsız olarak sallanma açısının çok küçük olduğunu göstermektedir. Ayrıca kontrolcü yapısına eklenen DME bölgeleri yardımıyla yukarıda belirtilen performansın görece daha küçük kontrol sinyalleri ile gerçekleştirilmiştir.

4.4.2 Sayısal Benzetim Çalışması 2

Bu çalışmada, Bölüm 3'te verdiğimiz matematiksel Model 2 için tasarlamış olduğumuz, DZD model kullanılarak DME bölgelerine kutup yerleştirilen Nominal H_∞ kontrolcüsü, DPD model kullanılarak KP H_∞ kontrolör ve son olarak DPD model kullanılarak DME bölgelerine kutup yerleştirilen KP H_∞ kontrolör tasarlanmıştır. Ele alınan Model 2' ye ait parametreler Çizelge 4.2 ile gösterilmiştir:

Çizelge 4. 2 Gezer kren Model 2 sistem parametreleri [71]

Parametre	Değer	Birim
m_T	1.073	[kg]
m_L	0.23	[kg]
V_d	0.0024	[Nms / rad]
B_{eq}	5.4	[Nms / rad]
$\dot{\ell}(t)$	0.2	[m / s]
g	9.81	[m / s ²]

Bu örnekte tasarlanan kontrolcüler için seçilen performans kriterleri, hesaplanan kontrol kazançları ve hesaplanan H_∞ normları bir bütünlük oluşturması amacı ile ayrı ayrı başlıklar halinde verilecektir. Ardından sayısal benzerim çalışmaları verilerek tasarlanan kontrolcülerin performans karşılaştırılması amaçlanmıştır.

4.4.2.1 Bölgesel Kutup Yerleştirme ile Nominal H_∞ Kontrolör (Kontrolcü 1)

Bu bölüm içerisinde DZD sistemler için H_∞ kazancının minimize edildiği ve DME ile $S(\partial_1, \partial_2, \psi)$ bölgesel kararlılığının sağlandığı I-PD+PD tipinde kontrolcü tasarlanmıştır. Kararlı hal hatasını azaltarak referans takibini sağlamak ve yük salınımını minimumda tutmak amacıyla performans matrisleri;

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_u = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

seçilerek kontrol çıkışı vektörü $\mathbf{z}(t) = \left[\int e(t) \quad \alpha(t) \right]^T$ şeklinde oluşturulmuştur.

Ardından, $\partial_1 = 1.4$ değerini, oturma zamanı üzerinde bir üst sınır ayarlamak için, $\psi = 60^\circ$ değerini ayarlayarak yük salınımının izin verilen maksimum aşım değerini

sınırlamak ve $\partial_2 = 100$ ise yüksek kontrol kazançlarını önlemek için seçilerek istenilen performans ölçütlerine ulaşmak amaçlanmıştır.

Teorem 2.2'nin kullanılmasıyla, tüm $t \geq 0$ için, $\mathbf{w}(t)$ 'den $\mathbf{z}(t)$ 'ye en küçük H_∞ normunu ∂_1, ∂_2 ve ψ değişkenlerini de hesaba katarak elde etmek amacıyla, simetrik pozitif tanımlı \mathbf{X} matrisi ve uygun boyutlu \mathbf{L} matrisi varsa pozitif skaler γ için;

$$\min \gamma$$

$$\text{koşullar: (2.23), (2.24), (2.25), (2.26), (2.27)}$$

en iyileştirme problemi çözülebilir. Eğer yukarıdaki en iyileştirme probleminin çözümü varsa, verilen problem için alt en iyi denetleyici $\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{L}\mathbf{X}^{-1}\mathbf{x}(t)$ denetim kuralı tarafından oluşturulduktan sonra elde edilen kontrol kazanç matrisi ;

$$\mathbf{K} = 10^4 \begin{bmatrix} -3.1959 & -0.8290 & -0.0514 & -0.0805 & 4.8753 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

şeklinde ve optimal H_∞ kazancı $\gamma = 0.6602$ olarak elde edilmiştir. Kolaylık sağlaması için bu algoritmaya sahip kontrolcü yapısı ilerleyen kısımlarda Kontrolcü 1 olarak isimlendirilecektir.

4.4.2.2 Kazanç Planlamalı H_∞ Kontrolör (Kontrolcü 2)

Bu kontrolcü yapısında sistemin Bölüm 2'de belirtilen DPD olarak ele alındığı, H_∞ kazancının minimize edildiği bir I-PD+PD tipinde bir KP kontrolör tasarlanması amaçlanmıştır. Kararlı hal hatasını azaltarak referans takibini sağlamak ve yük salınımını minimumda tutmak amacıyla performans matrisleri;

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_0 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{D}_{u0} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_{u1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_{w0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_{w1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.12)$$

seçilerek kontrol çıkışı vektörü $\mathbf{z}(t) = \left[\int e(t) \quad \alpha(t) \right]^T$ şeklinde oluşturulmuştur.

Teorem 2.4'ün kullanılmasıyla, tüm $t \geq 0$ için, $\mathbf{w}(t)$ 'den $\mathbf{z}(t)$ 'ye en küçük H_∞ normunu elde etmek amacıyla, simetrik pozitif tanımlı $\mathbf{X}(\boldsymbol{\theta}(t))$ matrisi ve uygun boyutlu $\mathbf{W}(\boldsymbol{\theta}(t))$ matrisi varsa pozitif skaler γ için;

$$\min \gamma$$

$$\text{koşullar: (2.61), (2.62), (2.63)}$$

en iyileştirme problemi çözülebilir. Eğer yukarıdaki en iyileştirme probleminin çözümü varsa, verilen problem için alt en iyi denetleyici $\mathbf{u}(t) := \mathbf{W}(\boldsymbol{\theta}(t)) \mathbf{X}(\boldsymbol{\theta}(t))^{-1} \mathbf{x}(t)$ şeklindedir ve $\mathbf{u}(t) = (\mathbf{W}_0 + \theta_1 \mathbf{W}_1) (\mathbf{X}_0 + \theta_1 \mathbf{X}_1)^{-1} \mathbf{x}(t)$ olarak genişletilmektedir. Burada elde edilen kontrol kazanç matrislerini ayrı ayrı yazmak istediğimizde;

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_0 &= [-134.271 \quad 232.613 \quad 21.147 \quad 16.466 \quad -38.660] \\ \mathbf{W}_1 &= [-0.046 \quad 0.110 \quad -0.037 \quad 0.074 \quad -0.064] \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\mathbf{X}_0 = \begin{bmatrix} 19.1866 & -28.8833 & -1.9671 & -1.4953 & 7.0482 \\ -28.8833 & 63.4852 & 9.3928 & -10.4225 & -7.3733 \\ -1.9671 & 9.3928 & 2.8774 & -4.3969 & -0.1220 \\ -1.4953 & -10.4225 & -4.3969 & 22.6133 & -0.8713 \\ 7.0482 & -7.3733 & -0.1220 & -0.8713 & 3.5384 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} -0.0190 & 0.0348 & 0.0226 & 0.1879 & 0.0040 \\ 0.0348 & -0.0446 & -0.0387 & -0.6348 & -0.0133 \\ 0.0226 & -0.0387 & -0.0181 & -0.2847 & -0.0001 \\ 0.1879 & -0.6348 & -0.2847 & 2.1631 & 0.0257 \\ 0.0040 & -0.0133 & -0.0001 & 0.0257 & 0.0026 \end{bmatrix}$$

şeklindedir ve optimal H_∞ kazancı $\gamma = 0.9701$ olarak elde edilmiştir. Kolaylık sağlaması için bu algoritmaya sahip kontrolcü yapısı ilerleyen kısımlarda Kontrolcü 2 olarak isimlendirilecektir.

4.4.2.3 Bölgesel Kutup Yerleştirme ile Kazanç Planlamalı H_∞ Kontrolör (Kontrolcü 3)

Bu kontrolcü yapısında sistemin Bölüm 2'de belirtilen DPD olarak ele alındığı, H_∞ kazancının minimize edildiği ve DME ile $S(\partial_1, \partial_2, \psi)$ bölgesel kararlılığının sağlandığı I-PD + PD tipinde bir KP kontrolör tasarlanması amaçlanmıştır. Kararlı hal hatasını azaltarak referans takibini sağlamak ve yük salınımını minimumda tutmak amacıyla performans matrisleri

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_0 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{D}_{u0} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_{u1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_{w0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_{w1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.15)$$

seçilerek kontrol çıkışı vektörü $\mathbf{z}(t) = \left[\int e(t) \quad \alpha(t) \right]^T$ şeklinde oluşturulmuştur.

Ardından, $\partial_1 = 1.4$ değerini, oturma zamanı üzerinde bir üst sınır ayarlamak için, $\psi = 60^\circ$ değerini ayarlayarak yük salınıminin izin verilen maksimum aşım değerini sınırlamak ve $\partial_2 = 100$ ise yüksek kontrol kazançlarını önlemek için seçilerek istenilen performans ölçütlerine ulaşmak amaçlanmıştır.

Teorem 2.5'in kullanılmasıyla, tüm $t \geq 0$ için, $\mathbf{w}(t)$ 'den $\mathbf{z}(t)$ 'ye en küçük H_∞ normunu ∂_1, ∂_2 ve ψ değişkenlerini de hesaba katarak elde etmek amacıyla, simetrik pozitif tanımlı $\mathbf{X}(\theta(t))$ matrisi ve uygun boyutlu $\mathbf{W}(\theta(t))$ matrisi varsa pozitif skaler γ için;

min γ

koşullar: (2.69), (2.70),..., (2.77)

en iyileştirme problemi çözülebilir. Eğer yukarıdaki en iyileştirme probleminin çözümü varsa, verilen problem için alt en iyi denetleyici $\mathbf{u}(t) := \mathbf{W}(\theta(t)) \mathbf{X}(\theta(t))^{-1} \mathbf{x}(t)$ şeklindedir ve $\mathbf{u}(t) = (\mathbf{W}_0 + \theta_1 \mathbf{W}_1) (\mathbf{X}_0 + \theta_1 \mathbf{X}_1)^{-1} \mathbf{x}(t)$ olarak genişletilmektedir. Burada elde edilen kontrol kazanç matrislerini ayrı ayrı yazmak istediğimizde;

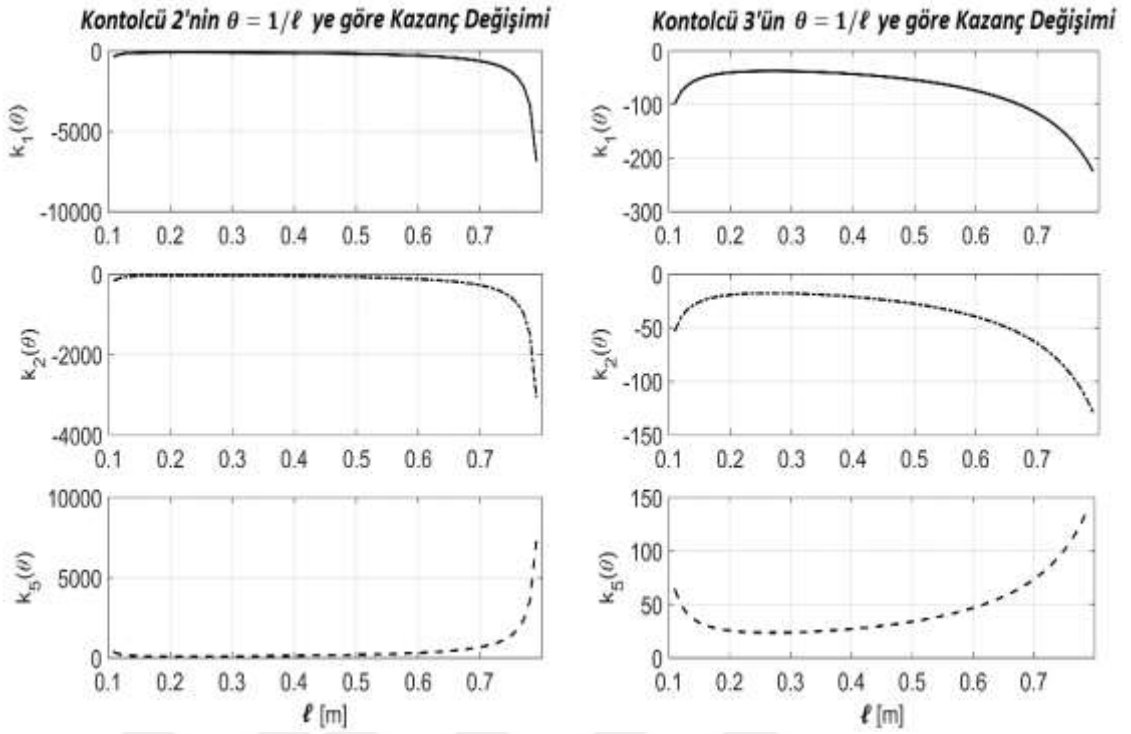
$$\begin{aligned} \mathbf{W}_0 &= [-134.271 \quad 232.613 \quad 21.147 \quad 16.466 \quad -38.660] \\ \mathbf{W}_1 &= [-0.046 \quad 0.110 \quad -0.037 \quad 0.074 \quad -0.064] \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\mathbf{X}_0 = \begin{bmatrix} 19.1866 & -28.8833 & -1.9671 & -1.4953 & 7.0482 \\ -28.8833 & 63.4852 & 9.3928 & -10.4225 & -7.3733 \\ -1.9671 & 9.3928 & 2.8774 & -4.3969 & -0.1220 \\ -1.4953 & -10.4225 & -4.3969 & 22.6133 & -0.8713 \\ 7.0482 & -7.3733 & -0.1220 & -0.8713 & 3.5384 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

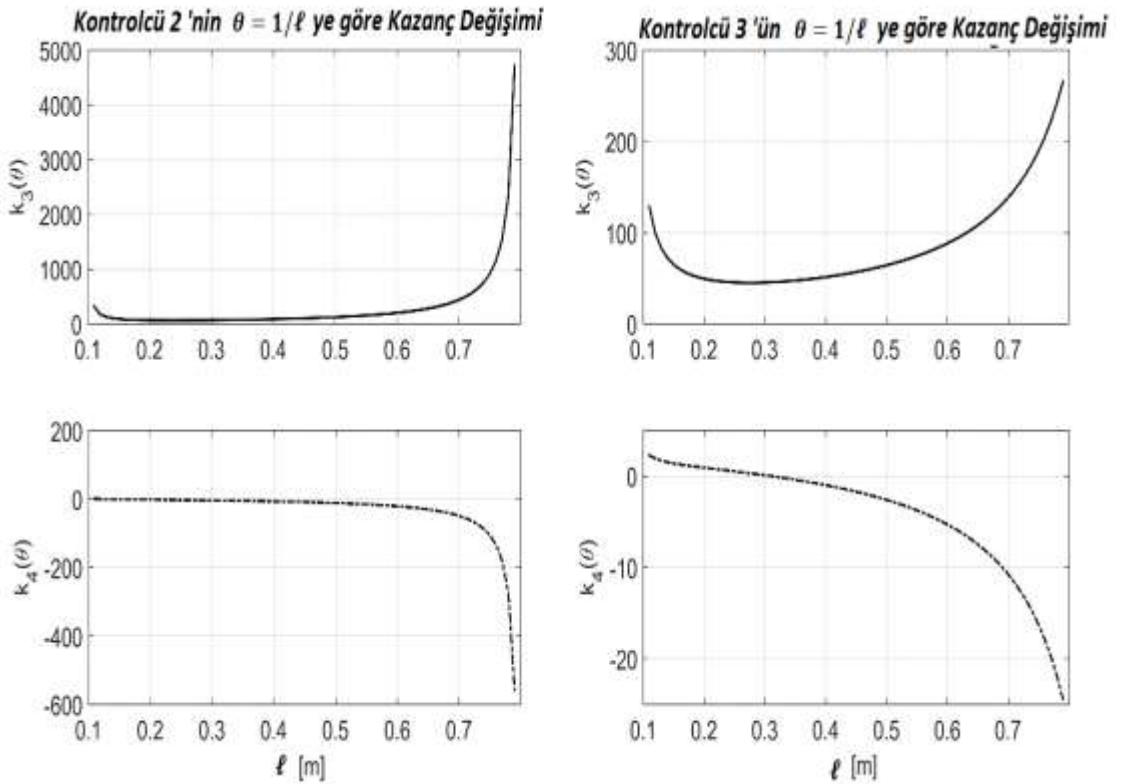
$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} -0.0190 & 0.0348 & 0.0226 & 0.1879 & 0.0040 \\ 0.0348 & -0.0446 & -0.0387 & -0.6348 & -0.0133 \\ 0.0226 & -0.0387 & -0.0181 & -0.2847 & -0.0001 \\ 0.1879 & -0.6348 & -0.2847 & 2.1631 & 0.0257 \\ 0.0040 & -0.0133 & -0.0001 & 0.0257 & 0.0026 \end{bmatrix}$$

şeklindedir ve optimal H_∞ kazancı $\gamma = 3.1374$ olarak elde edilmiştir. Kolaylık sağlaması için bu algoritmaya sahip kontrolcü yapısı ilerleyen kısımlarda Kontrolcü 3 olarak isimlendirilecektir.

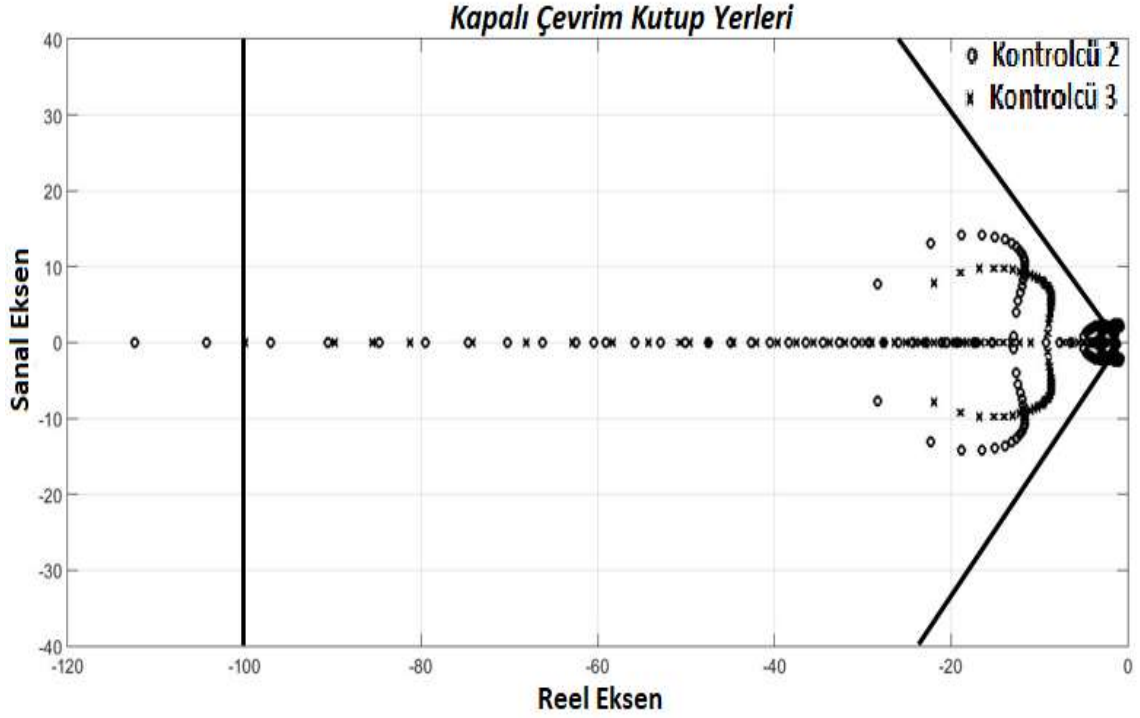
Kontrolcü 2 ve Kontrolcü 3' e ait kontrol sinyallerinin kablo uzunluklarına göre değişimi Şekil 4.6 ve Şekil 4.7 ile verilmiştir. Bu şekilleri incelediğimizde, DME bölgesel kısıtlamalarını kullanan kontrolörün daha küçük kontrol kazançlarına sahip olduğu açıkça görülmektedir. Sonuç olarak DME bölgelerinin kullanımıyla daha küçük kontrol sinyallerinin elde edilmesi gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, önerilen Kontrolcü 2 ve Kontrolcü 3 tarafından elde edilen kapalı çevrim kutup yerleri Şekil 4.8 üzerinde gösterilmiştir. Bu şekilden görülebileceği gibi Kontrolcü 3' e ait kapalı çevrim kutupları arzu edilen DME bölgelerine başarıyla yerleştirilmiştir.



Şekil 4. 6 Kontrolcü 2 ve Kontrolcü 3' e ait kablo uzunluğuna göre I-PD kazançlar



Şekil 4. 7 Kontrolcü 2 ve Kontrolcü 3' e ait kablo uzunluğuna göre PD kazançlar



Şekil 4. 8 Kontrolcü 2 ve Kontrolcü 3' e ait kapalı çevrim kutup noktaları

4.4.2.4 Durum Geri Beslemeli Kutup Yerleştirme Kontrolcüsü (Kontrolcü 4)

Elde edilen sonuçların performansını karşılaştırmak için bu çalışmadaki aynı matematiksel modeli kullanan Nejad vd. [72] tarafından literatüre kazandırılan bir kutup yerleştirme kontrolcüsü incelenmiştir. Bölüm 3'de verilen (3.36) - (3.37) denklemleri ile verilen LTI modelini ele alalım ve (4.4) - (4.5) 'de gösterildiği referans takip hatası ile genişletilmiştir. Bu çalışmada ITAE kriteri bazında optimal olan bir durum geri beslemeli kontrolcü tasarlanmıştır. Sistemin istenen kapalı çevrim karakteristik denklemi bir ITAE polinomu olarak elde edilebilir:

$$\Delta_{ITAE}(s) = s^5 + 2.8\omega_n s^4 + 5\omega_n^2 s^3 + 5.5\omega_n^3 s^2 + 3.4\omega_n^4 s + \omega_n^5 \quad (4.18)$$

ω_n boyutsuz bir parametredir ve kapalı devre sisteminden en iyi yanıtı elde etmek ve en iyi tasarım parametresini elde etmek için tasarımcı tarafından değiştirilebilir, en iyi kapalı çevrim kutupları $\omega_n = 2.3$ olduğunda elde edilmiştir. Bunun sonucunda kontrolcü kazanç matrisleri

$$K_{2,3} = [12.8303 \quad 0.8441 \quad -6.4498 \quad 0.6742 \quad -5.6325] \quad (4.19)$$

Ek olarak seçilen $\omega_n = 2.3$ değerinin verimini karşılaştırmak için $\omega_n = 2.2$ ve $\omega_n = 2.5$ değerlerinin kontrol kazançları da verilmiştir:

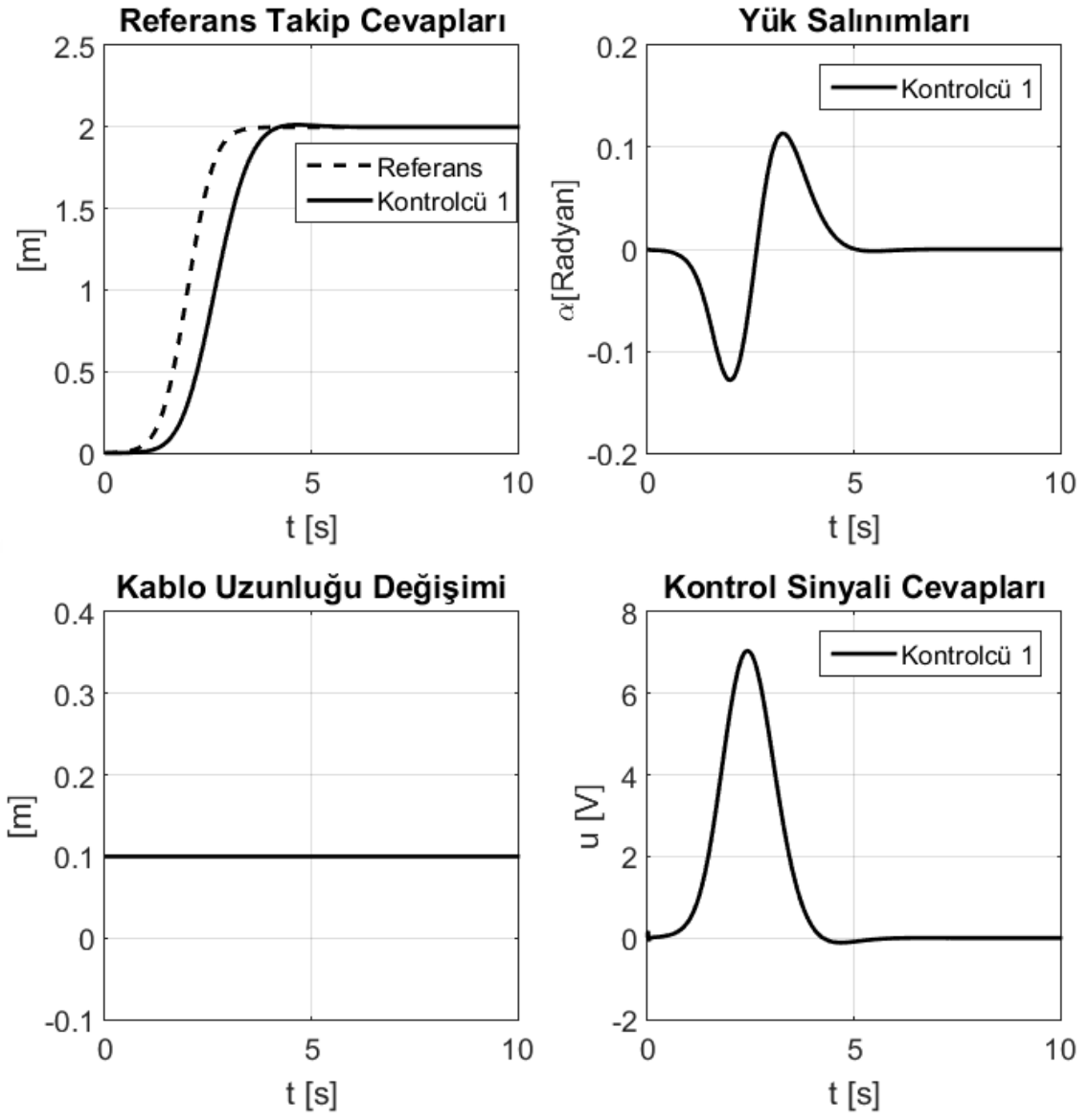
$$K_{2.2} = [10.7404 \quad 0.0989 \quad -5.6132 \quad 0.2661 \quad -4.5100] \quad (4.20)$$

$$K_{2.5} = [17.9094 \quad 2.5112 \quad -7.7377 \quad 1.6319 \quad -8.5460] \quad (4.21)$$

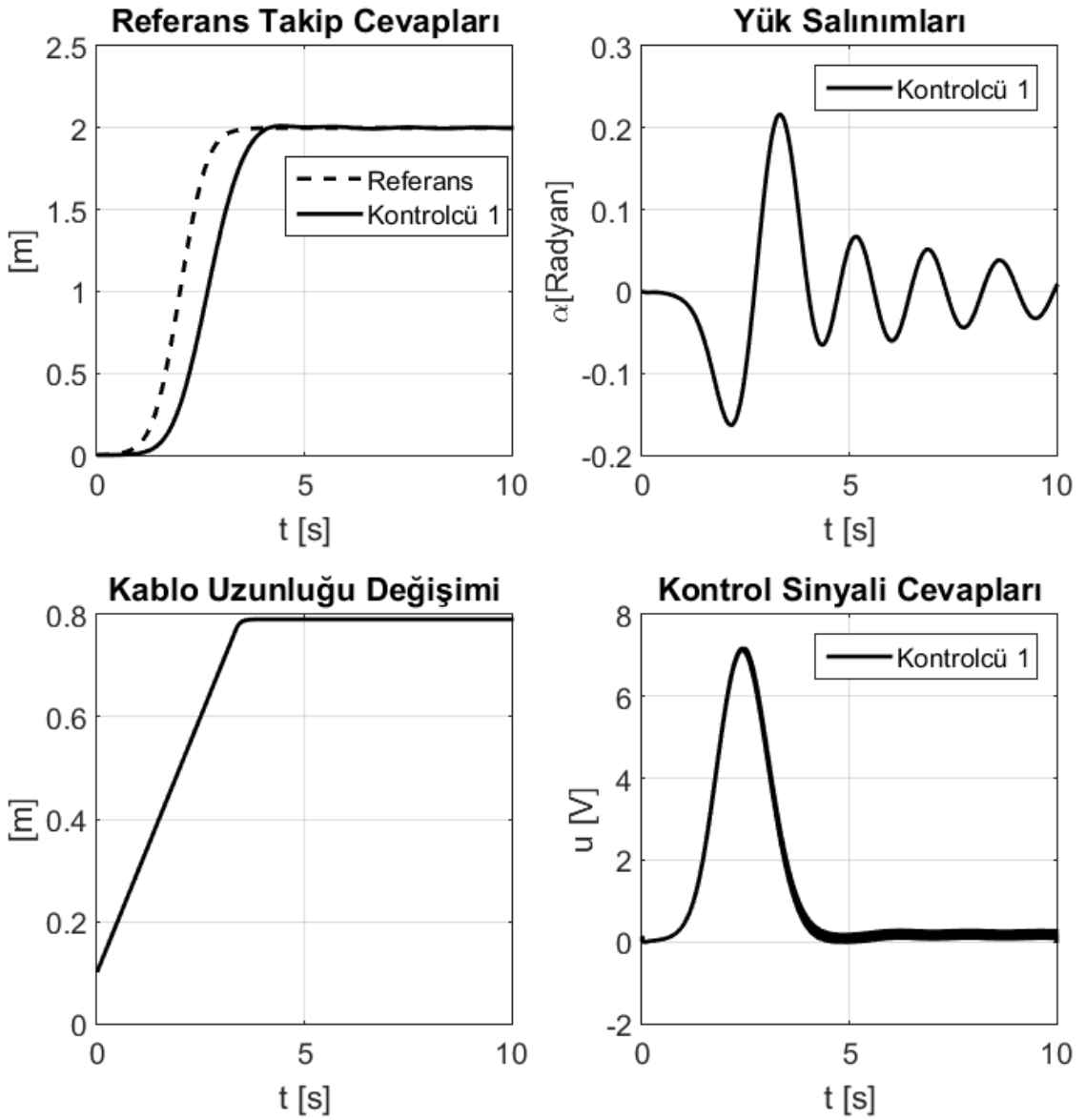
Kolaylık sağlması için bu algoritmaya sahip kontrolcü yapısı ilerleyen kısımlarda Kontrolcü 4 olarak isimlendirilecektir.

Örnek 1:

Şekil 4.9 ve Şekil 4.10, sırasıyla sabit kablo uzunluğu ve değişken kablo uzunluğu senaryoları için Kontrolcü 1' e ait araba konumunu, yük salınım açısını ve kontrol girişi voltaj cevaplarını göstermektedir. Şekil 4.9' dan görülebileceği gibi, Kontrolcü 1 sabit kablo uzunluğu altında tatmin edici bir performansa sahiptir. Bununla birlikte, kablo uzunluğunun zamanla değiştiği senaryoda (Şekil 4.10) yük salınımlarının daha az sönümlü özelliklere sahip olduğu gözlemlenmektedir. Ayrıca yük indirme işlemi sırasında kontrol sinyalinde gürültüler ortaya çıkmıştır. Bu tarz gürültülere sahip kontrol girişlerinin pratikte üretilmesinin zor olduğu bilinmektedir. Bu kontrolcünün tasarımında kablo uzunluklarının etkisi hesaba katılmadığı unutulmamalıdır. Bu nedenle, kablo uzunluğuna ait değişimleri hesaba katarak performans kayıplarını önleyen kazanç planlamalı kontrolcü yapısının önemi ortaya çıkmaktadır.



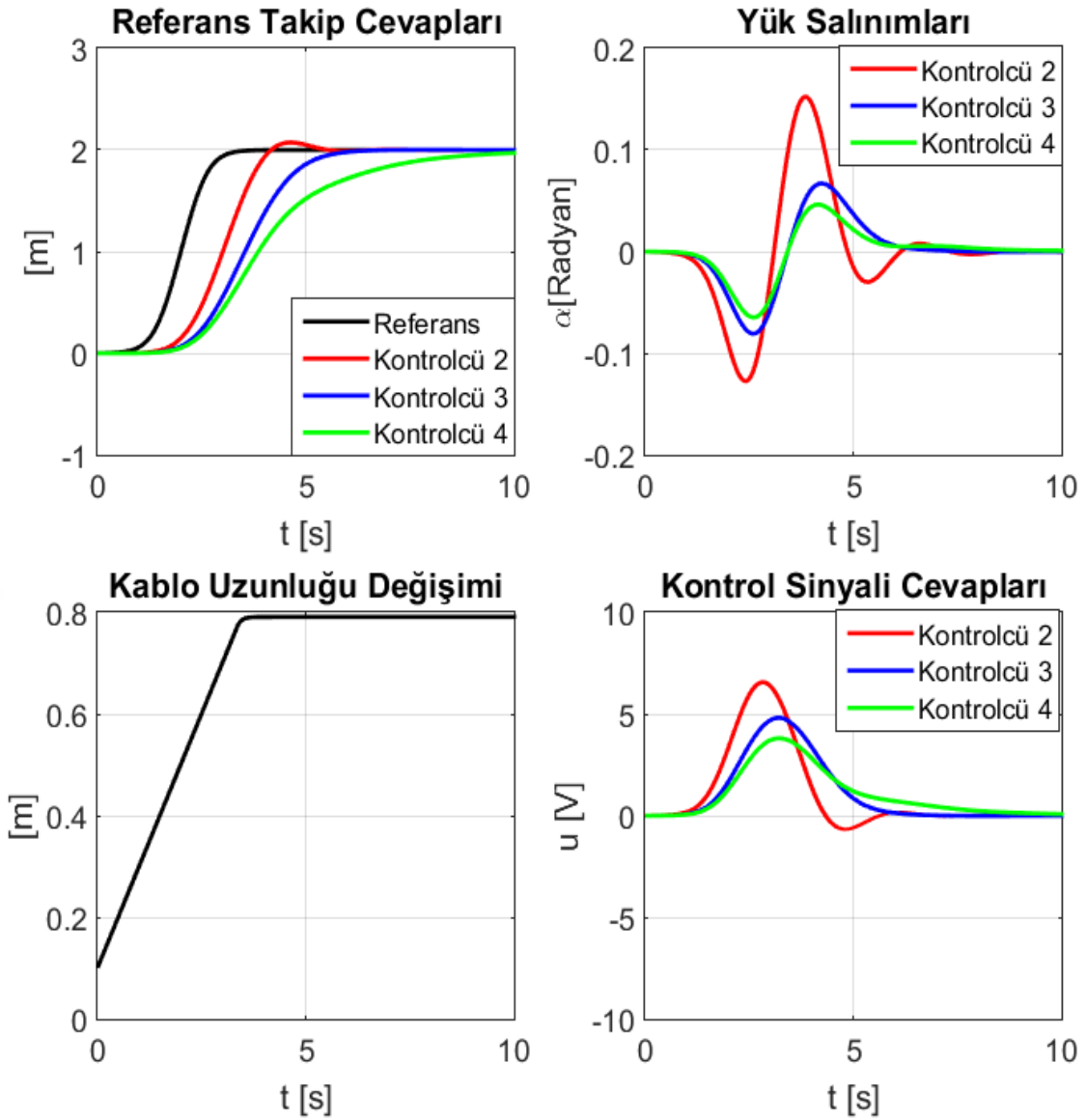
Şekil 4. 9 Sabit kablo uzunluğunda Kontrolcü 1' e ait simülasyon sonuçları



Şekil 4.10 Zamanla değişen kablo uzunluğunda Kontrolcü 1' e ait simülasyon sonuçları

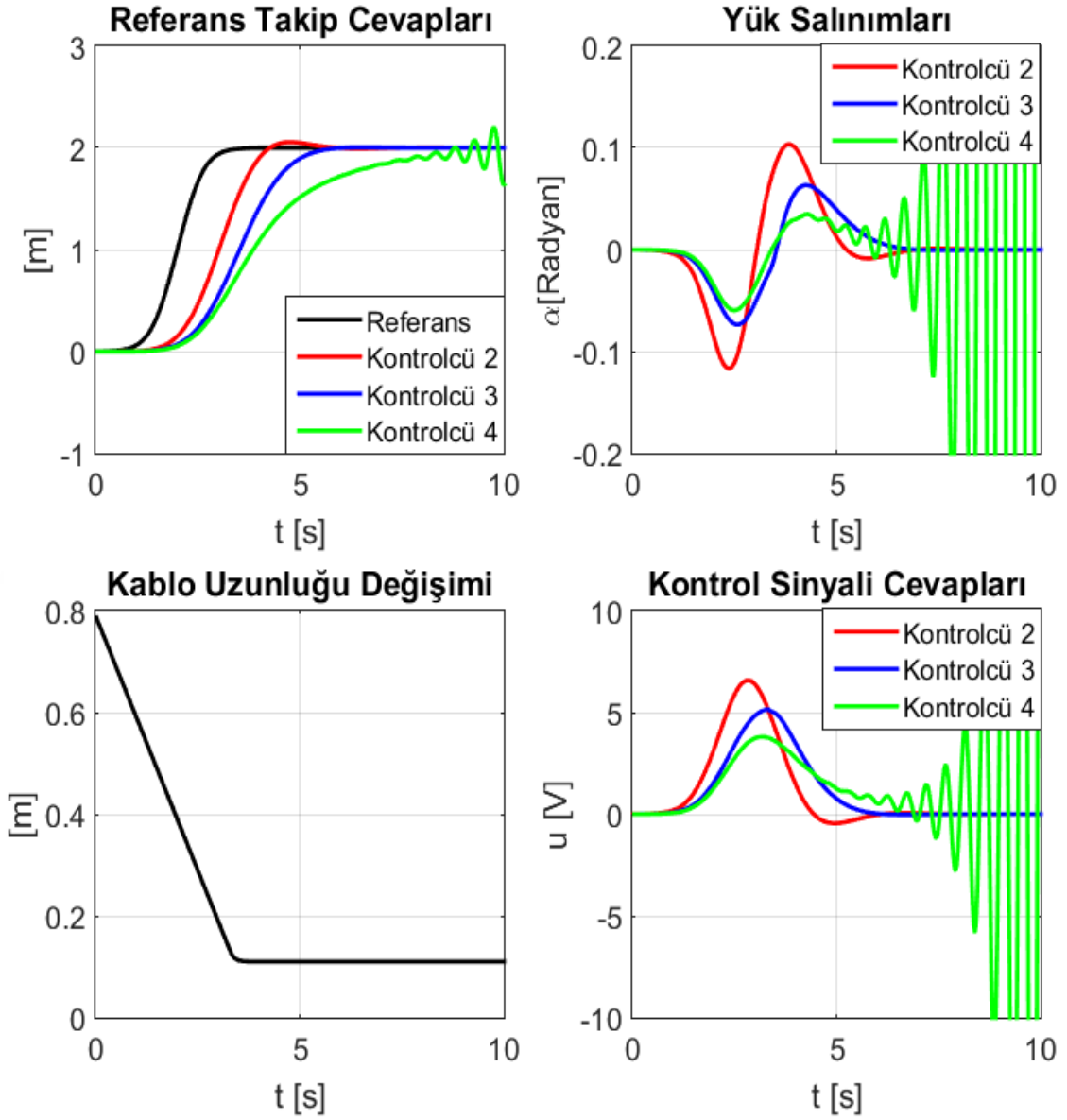
Örnek 2:

Bu örnekte DPD olarak tasarlanan DME Bölgelerine kutup yerleştirilen H_{∞} Kontrolcüsünün (Kontrolcü 3) performansı incelenecektir ve DME bölgelerinin kullanılmadığı (Kontrolcü 2) ve ITAE performans polinomuna göre elde edilen kutup yerleştirmeli durum geri beslemeli kontrolcü yapısı (Kontrolcü 4) ile karşılaştırılacaktır. Şekil 4.11 ve Şekil 4.12, tasarlanan kontrolcülerin doğrusal zamanla değişen kablo uzunluğunun indirme ve kaldırma hareketi sıralarındaki araba pozisyonu, salınım açısı ve kontrol kuvveti performanslarını göstermektedir.



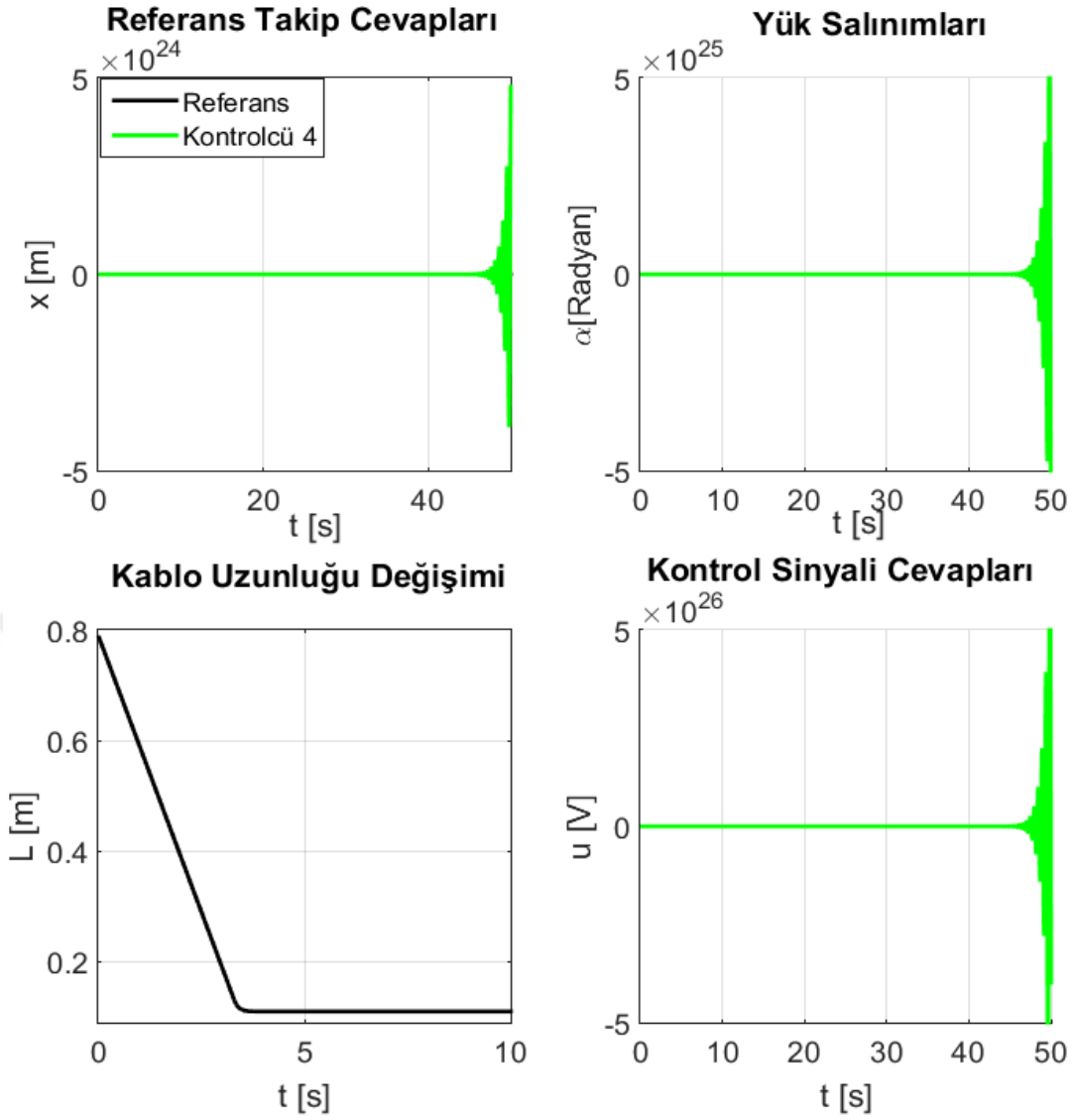
Şekil 4.11 Yük indirme işlemi sırasında Kontrolcü 2, Kontrolcü 3 ve Kontrolcü 4 ' e ait simülasyon sonuçları

Yük indirme senaryosunda, Kontrolcü 3 ' e ait araba yerleşme zamanı Kontrolcü 2'ye göre 0.1 saniye, Kontrolcü 4'e göre 4 saniye daha hızlıdır. Yük salınımı açısından Kontrolcü 3 ve Kontrolcü 4 daha az salınımına sahip cevaplara sahiptir. Ayrıca Kontrolcü 3 ve Kontrolcü 4'ün daha az kontrol eforu gerektirdiği gözlemlenmektedir. Dahası, Kontrolcü 3 daha iyi referans takibi ve salınım performansını yaklaşık %20' lik daha düşük voltaj değeri ile sağlamaktadır.



Şekil 4. 12 Yük kaldırma işlemi sırasında Kontrolcü 2, Kontrolcü 3 ve Kontrolcü 4 ' e ait simülasyon sonuçları

Kontrolcü 4 yük indirme süresince iyi bir performans sağlamasına rağmen, yük kaldırma senaryosunda kararlı yapısını koruyamamaktadır. Şekil 4.13 ile Kontrolcü 4 ' e dikkatlice incelediğimizde Kontrolcü 4 yük kaldırma işlemi sırasında kararsızlığa doğru gittiğini gözlemlemekteyiz. Kontrolcü 3 ' ün performansının her iki senaryoda da Kontrolcü 2 ' den iyi olduğu görülmektedir. Bu kontrolörler arasında niceliksel karşılaştırmaları mümkün kılmak için; maksimum aşım, oturma zamanı ve maksimum salınım açısı değerleri Çizelge 4.3'te verilmiştir.



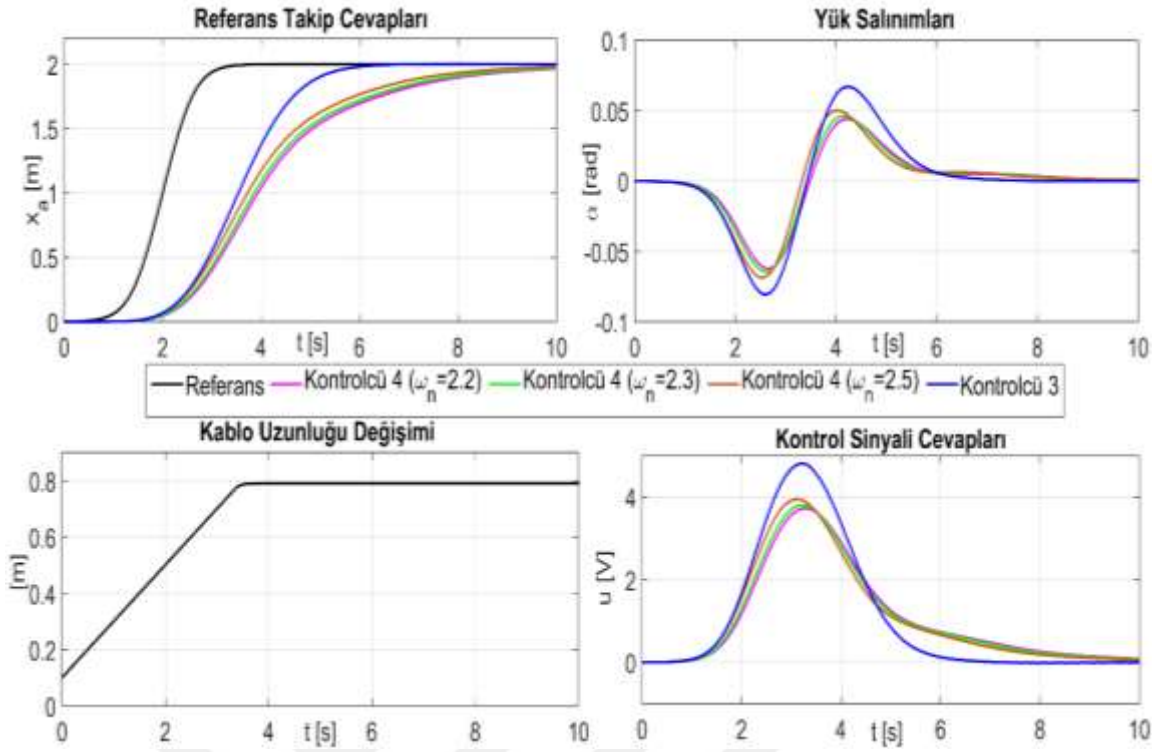
Şekil 4. 13 Yük kaldırma işlemi sırasında Kontrolcü 4 ' e ait simülasyon sonuçları

Çizelge 4. 3 Kontrolcü 2, Kontrolcü 3 ve Kontrolcü 4 arasında performans karşılaştırması

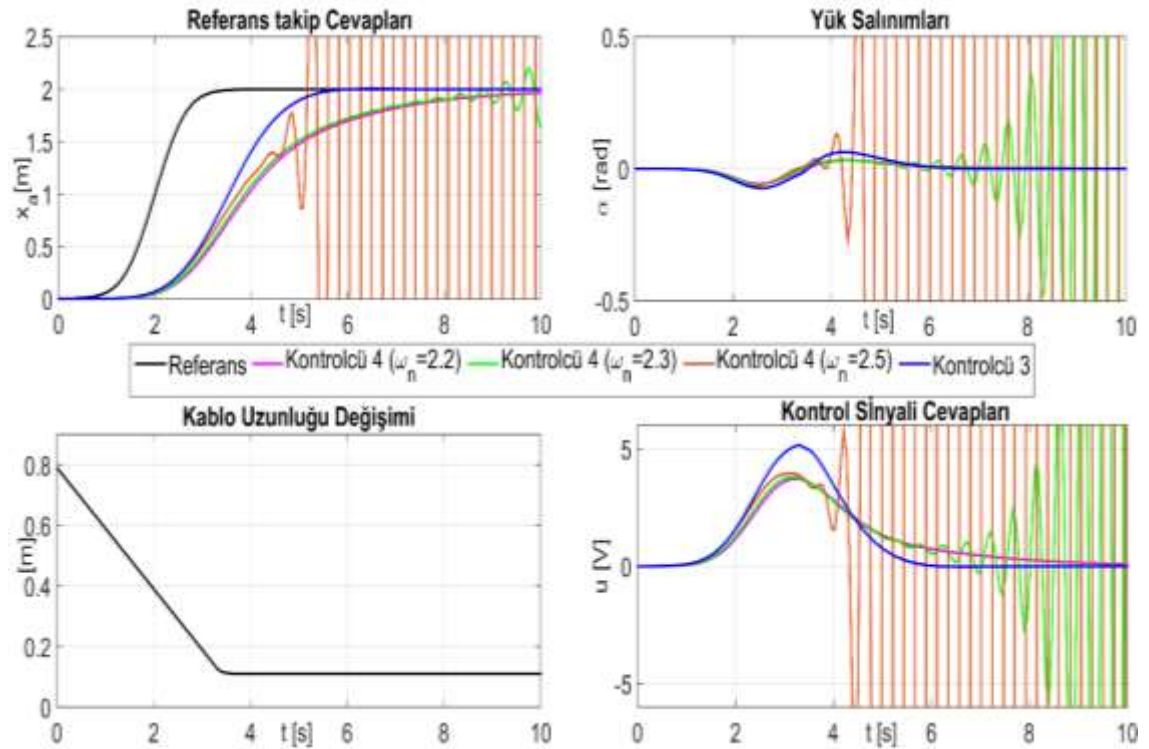
	İndirme Hareketi			Birim	Kaldırma Hareketi			Birim
	Kontrolcü				Kontrolcü			
	2	3	4		2	3	4	
$x(t)$ -%OS	7.8	0.1	0	[-]	5.8	0.3	kararsız	[-]
$x(t)$ - T_s	6.05	5.95	>10	[s]	5.95	5.90	kararsız	[s]
$\max(\alpha(t))$	0.152	0.067	0.046	[rad]	0.11	0.07	kararsız	[rad]
$\alpha(t)$ - T_s	8.35	7.20	8.15	[s]	6.42	6.30	kararsız	[s]
$\max(u(t))$	6.78	4.71	3.75	[V]	6.48	5.12	kararsız	[V]

Sonuç: Şekil 4.11, Şekil 4.12, Şekil 4.13 ve Çizelge 4.3'ten görülebileceği gibi, Kontrolcü 2 ve Kontrolcü 3 ile tatmin edici bir pozisyon izleme performansı elde edilmektedir. Kontrolcü 2' nin yükselme süreleri daha hızlı olsa da, Kontrolcü 3' e ait oturma süresi değerleri biraz daha iyidir. Kontrolcü 3' ün sönümlenme karakteristiği daha fazla olduğundan, yük salınımları ve maksimum kontrol giriş voltajları Kontrolcü 2'den çok daha düşüktür. Açıkça görülebildiği üzere Kontrolcü 4 oldukça düşük konumlandırma performansına sahiptir ve tüm operasyonel senaryolar için kapalı çevrim kararlılığının sağlanamadığı görülmüştür. Kontrolcü 4 tek ayar parametresi ω_n olan ITAE-optimal kutup yerleşimli bir kontrolcü olduğunu yukarıda belirtmiştik. Farklı ayar parametresi ω_n değerlerinin etkisini göstermek için kapalı çevrim performansları Şekil 4.14, Şekil 4.15 ve Şekil 16 ile incelenmiştir.

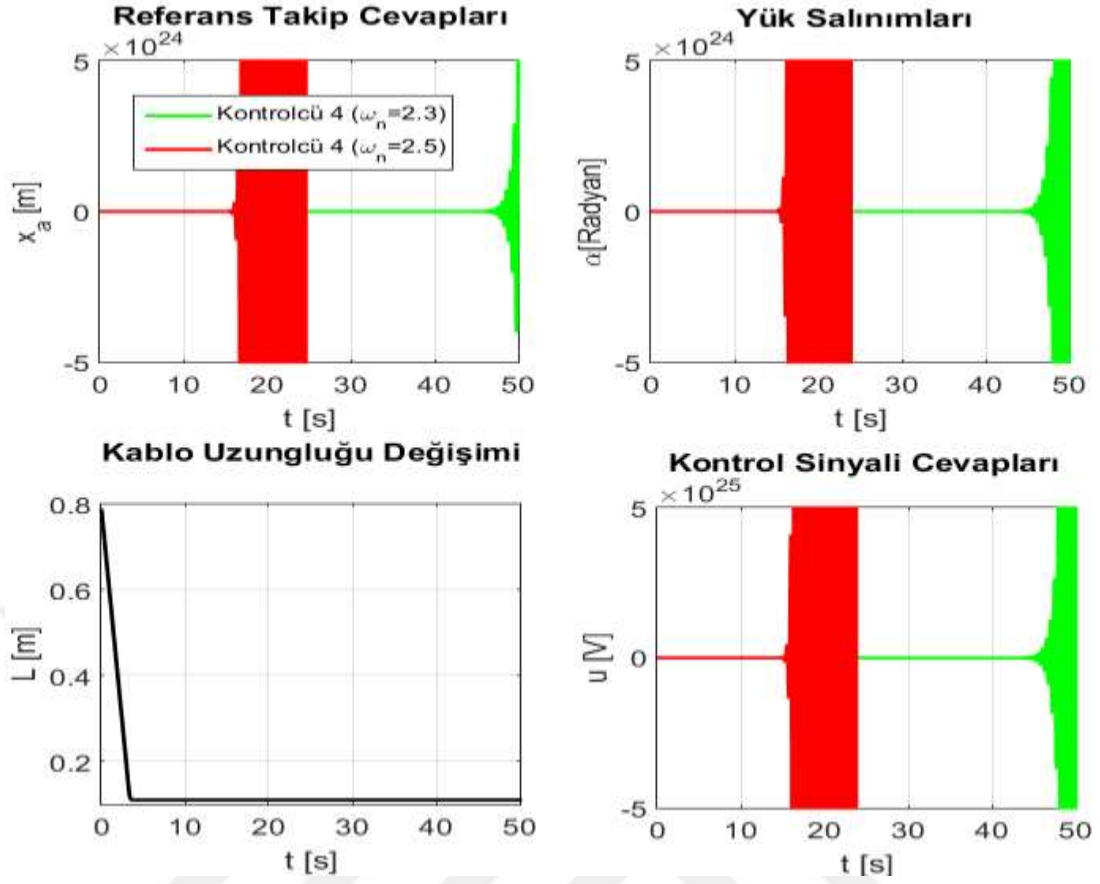
Şekil 4.14 ve Şekil 4.15' ü incelediğimizde, Kontrolcü 4' ün konumlandırma yanıtını hızlandırmak için ω_n parametresi artırılmalıdır. Bununla birlikte ω_n ' daha büyük değerleri için, yük kaldırma hareketinde kararsız davranışlar daha da güçlenmektedir. Şekil 16 bu kararsız davranışları daha iyi gözlemleyebilmek için verilmiştir. Düşük değerlerinde ise referans takip performansı düşmekte olup sistemi aşırı şekilde yavaşlatmaktadır. Açıkça görülmektedir ki Kontrolcü 4 operasyonel şartlara ve ω_n ayar parametresinin seçimine göre duyarlıdır.



Şekil 4. 14 Yük indirme işlemi sırasında Kontrolcü 4' ün farklı ω_n değerlerine karşı Kontrolcü 3 karşılaştırması



Şekil 4. 15 Yük kaldırma işlemi sırasında Kontrolcü 4' ün farklı ω_n değerlerine karşı Kontrolcü 3 karşılaştırması



Şekil 4. 16 Yük kaldırma işlemi sırasında Kontrolcü 4' ün farklı ω_n değerlerine göre cevapları

Sonuç: Kablo uzunluğu değişikliklerinin olumsuz etkilerini karşılamak için KP' lı kontrolörlerin gerekliliği açıkça ortaya konulmuştur. Parametreden bağımsız sabit kazançlara sahip Kontrolcü 1 ve Kontrolcü 4, hem yük kaldırma hem de yük indirme işlemleri için performans ve/veya kararlılığı garanti etmemektedir. Kontrolcü 2 ve Kontrolcü 3, DPD modelleri kullanılarak DME temelli tasarım prosedürüne sahiptir ve herhangi bir deneme-yanılma aşaması olmadan kapalı çevrim kararlılığı sağlamaktadır. Aşım ve zaman sabiti gibi geçici rejim cevabı özellikleri, DME bölgesi kısıtlamaları altında H_∞ performansını en aza indirerek mümkün olan en az kontrol eforuyla sağlanmaya çalışılmıştır. Yukarıda bahsedilen tartışmalar ışığında Kontrolcü 3, minimum salınımla hızlı pozisyonlama kapasitesine en düşük enerji tüketimiyle sahip olup aynı zamanda parametre değişimlerine karşı dayanıklı bir yapıya sahiptir. Ayrıca, Kontrolör 3'ün ayarlanması basit bir işlemdir, çünkü her bir ayar parametresi kontrol edici performansı üzerinde iyi tanımlanmış etkilere sahiptir.

4.4.3 Sayısal Benzetim Çalışması 3

Bu çalışmada, Sayısal Benzetim Çalışması 2' de ele aldığımız deneysel kren modeli üzerinde uyguladığımız kontrolcü tasarımlarının gerçek sistemler üzerinde de etkili olduğunu göstermek amacı ile Bölüm 3'te verdiğimiz matematiksel Model 1 için tasarlanmış olduğumuz, DZD model kullanılarak DME bölgelerine kutup yerleştirilen Nominal H_∞ kontrolcüsü, DPD model kullanılarak KP H_∞ kontrolör ve son olarak DPD model kullanılarak DME bölgelerine kutup yerleştirilen KP H_∞ kontrolör tasarlanmıştır. Bu örnekte tasarlanan kontrolcüler için seçilen performans kriterleri, hesaplanan kontrol kazançları ve hesaplanan H_∞ normları bir bütünlük oluşturması amacı ile ayrı ayrı başlıklar halinde verilecektir. Ardından sayısal benzerim çalışmaları verilerek tasarlanan kontrolcülerin performans karşılaştırılması amaçlanmıştır. Model 1' e ait parametreler Çizelge 4.1 ile verilmiştir.

4.4.3.1 Kontrolcü 1

Bu bölüm içerisinde DZD sistemler için H_∞ kazancının minimize edildiği ve DME ile $S(\partial_1, \partial_2, \psi)$ bölgesel kararlılığının sağlandığı I-PD+PD tipinde kontrolcü tasarlanmıştır. Kararlı hal hatasını azaltarak referans takibini sağlamak ve yük salınımlarını minimumda tutmak amacıyla performans matrisleri;

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-2} \\ 0 & 0 & 10^{-2} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

seçilerek kontrol çıkışı vektörü $\mathbf{z}(t) = \left[\int e(t) \quad \alpha(t) \right]^T$ şeklinde oluşturulmuştur.

Ardından, $\partial_1 = 0.3$ değerini, oturma zamanı üzerinde bir üst sınır ayarlamak için, $\psi = 60^\circ$ değerini ayarlayarak yük salınımlarının izin verilen maksimum aşım değerini sınırlamak ve $\partial_2 = 100$ ise yüksek kontrol kazançlarını önlemek için seçilerek istenilen performans ölçütlerine ulaşmak amaçlanmıştır.

Teorem 2.2'nin kullanılmasıyla, tüm $t \geq 0$ için, $\mathbf{w}(t)$ 'den $\mathbf{z}(t)$ 'ye en küçük H_∞ normunu ∂_1, ∂_2 ve ψ değişkenlerini de hesaba katarak elde etmek amacıyla, simetrik pozitif tanımlı \mathbf{X} matrisi ve uygun boyutlu \mathbf{L} matrisi varsa pozitif skaler γ için;

$$\min \gamma$$

koşullar: (2.23), (2.24), (2.25), (2.26), (2.27)

en iyileştirme problemi çözülebilir. Eğer yukarıdaki en iyileştirme probleminin çözümü varsa, verilen problem için alt en iyi denetleyici $\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{L}\mathbf{X}^{-1}\mathbf{x}(t)$ denetim kuralı tarafından oluşturulduktan sonra elde edilen kontrol kazanç matrisi ;

$$\mathbf{K} = 10^7 \begin{bmatrix} -8.9891 & -0.6805 & -54.7172 & -3.6562 & 7.3464 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

şeklindedir ve optimal H_∞ kazancı $\gamma = 0.0124$ olarak elde edilmiştir. Kolaylık sağlaması için bu algoritmaya sahip kontrolcü yapısı ilerleyen kısımlarda Kontrolcü 1 olarak isimlendirilecektir.

4.4.3.2 Kontrolcü 2

Bu kontrolcü yapısında sistemin Bölüm 2’de belirtilen DPD olarak ele alındığı, H_∞ kazancının minimize edildiği bir I-PD+PD tipinde bir KP kontrolör tasarlanması amaçlanmıştır. Kararlı hal hatasını azaltarak referans takibini sağlamak ve yük salınımını minimumda tutmak amacıyla performans matrisleri;

$$\mathbf{C}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-2} \\ 0 & 0 & 10^{-2} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$\mathbf{D}_{u0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_{u1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_{w0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_{w1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

seçilerek kontrol çıkışı vektörü $\mathbf{z}(t) = \left[\int e(t) \quad \alpha(t) \right]^T$ şeklinde oluşturulmuştur.

Teorem 2.4’ün kullanılmasıyla, tüm $t \geq 0$ için, $\mathbf{w}(t)$ ’den $\mathbf{z}(t)$ ’ye en küçük H_∞ normunu elde etmek amacıyla, simetrik pozitif tanımlı $\mathbf{X}(\boldsymbol{\theta}(t))$ matrisi ve uygun boyutlu $\mathbf{W}(\boldsymbol{\theta}(t))$ matrisi varsa pozitif skaler γ için;

$$\min \gamma$$

koşullar: (2.61), (2.62), (2.63)

en iyileştirme problemi çözülebilir. Eğer yukarıdaki en iyileştirme probleminin çözümü varsa, verilen problem için alt en iyi denetleyici $\mathbf{u}(t) := \mathbf{W}(\boldsymbol{\theta}(t))\mathbf{X}(\boldsymbol{\theta}(t))^{-1}\mathbf{x}(t)$ şeklindedir

ve $\mathbf{u}(t) = (\mathbf{W}_0 + \theta_1 \mathbf{W}_1)(\mathbf{X}_0 + \theta_1 \mathbf{X}_1)^{-1} \mathbf{x}(t)$ olarak genişletilmektedir. Burada elde edilen kontrol kazanç matrislerini ayrı ayrı yazmak istediğimizde;

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_0 &= 10^8 \begin{bmatrix} -1.7030 & -2.5022 & -0.1765 & 0.1421 & -1.6216 \end{bmatrix} \\ \mathbf{W}_1 &= 10^7 \begin{bmatrix} -0.7990 & -0.2371 & -0.1436 & 6.5226 & -0.0001 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\mathbf{X}_0 = 10^5 \begin{bmatrix} 0.2282 & -0.0554 & 0.0015 & -0.0028 & 0.3768 \\ -0.0554 & 0.0917 & 0.0054 & -0.0026 & 0.0348 \\ 0.0015 & 0.0054 & 0.0007 & -0.0002 & 0.0065 \\ -0.0028 & -0.0026 & -0.0002 & 0.0005 & -0.0008 \\ 0.3768 & 0.0348 & 0.0065 & -0.0008 & 1.2938 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} 4.2707 & -23.1500 & 12.3824 & 10.4375 & 188.1051 \\ -23.1500 & -284.6295 & 14.7047 & 11.8300 & 336.4426 \\ 12.3824 & 14.7047 & -4.1694 & -4.1292 & -48.0612 \\ 10.4375 & 11.8300 & -4.1292 & 1.3232 & -51.2121 \\ 188.1051 & 336.4426 & -48.0612 & -51.2121 & -596.5046 \end{bmatrix}$$

şeklinde ve optimal H_∞ kazancı $\gamma = 0.0289$ olarak elde edilmiştir. Kolaylık sağlaması için bu algoritmaya sahip kontrolcü yapısı ilerleyen kısımlarda Kontrolcü 2 olarak isimlendirilecektir.

4.4.3.3 Kontrolcü 3

Bu kontrolcü yapısında sistemin Bölüm 2'de belirtilen DPD olarak ele alındığı, H_∞ kazancının minimize edildiği ve DME ile $s(\partial_1, \partial_2, \psi)$ bölgesel kararlılığının sağlandığı I-PD + PD tipinde bir KP kontrolör tasarlanması amaçlanmıştır. Kararlı hal hatasını azaltarak referans takibini sağlamak ve yük salınımını minimumda tutmak amacıyla performans matrisleri

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_0 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-2} \\ 0 & 0 & 10^{-2} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{D}_{u0} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_{u1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_{w0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_{w1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.27)$$

seçilerek kontrol çıkışı vektörü $\mathbf{z}(t) = \left[\int e(t) \quad \alpha(t) \right]^T$ şeklinde oluşturulmuştur.

Ardından, $\hat{\partial}_1 = 0.3$ değerini, oturma zamanı üzerinde bir üst sınır ayarlamak için, $\psi = 60^\circ$ değerini ayarlayarak yük salınımının izin verilen maksimum aşım değerini sınırlamak ve $\hat{\partial}_2 = 100$ ise yüksek kontrol kazançlarını önlemek için seçilerek istenilen performans ölçütlerine ulaşmak amaçlanmıştır.

Teorem 2.5'in kullanılmasıyla, tüm $t \geq 0$ için, $\mathbf{w}(t)$ 'den $\mathbf{z}(t)$ 'ye en küçük H_∞ normunu $\hat{\partial}_1, \hat{\partial}_2$ ve ψ değişkenlerini de hesaba katarak elde etmek amacıyla, simetrik pozitif tanımlı $\mathbf{X}(\boldsymbol{\theta}(t))$ matrisi ve uygun boyutlu $\mathbf{W}(\boldsymbol{\theta}(t))$ matrisi varsa pozitif skaler γ için;

$$\min \gamma$$

$$\text{koşullar: (2.69), (2.70), ..., (2.77)}$$

en iyileştirme problemi çözülebilir. Eğer yukarıdaki en iyileştirme probleminin çözümü varsa, verilen problem için alt en iyi denetleyici $\mathbf{u}(t) := \mathbf{W}(\boldsymbol{\theta}(t)) \mathbf{X}(\boldsymbol{\theta}(t))^{-1} \mathbf{x}(t)$ şeklindedir ve $\mathbf{u}(t) = (\mathbf{W}_0 + \theta_1 \mathbf{W}_1) (\mathbf{X}_0 + \theta_1 \mathbf{X}_1)^{-1} \mathbf{x}(t)$ olarak genişletilmektedir. Burada elde edilen kontrol kazanç matrislerini ayrı ayrı yazmak istediğimizde;

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_0 &= 10^5 \begin{bmatrix} 6.4688 & -3.7853 & -0.1481 & 0.0631 & 8.2143 \end{bmatrix} \\ \mathbf{W}_1 &= 10^5 \begin{bmatrix} -2.6700 & 0.5956 & 0.0289 & 0.0834 & -3.4838 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\mathbf{X}_0 = \begin{bmatrix} 106.7547 & -37.9221 & -1.0810 & 0.1955 & 247.2055 \\ -37.9221 & 17.3756 & 0.6110 & -0.1885 & -66.3309 \\ -1.0810 & 0.6110 & 0.0252 & -0.0086 & -1.3377 \\ 0.1955 & -0.1885 & -0.0086 & 0.0061 & 0.0529 \\ 247.2055 & -66.3309 & -1.3377 & 0.0529 & 737.0604 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} -20.6625 & 13.3796 & 0.5345 & -0.2757 & -20.4265 \\ 13.3796 & -8.1592 & -0.2693 & 0.1832 & 16.2431 \\ 0.5345 & -0.2693 & -0.0079 & 0.0037 & 0.7055 \\ -0.2757 & 0.1832 & 0.0037 & -0.0047 & -0.3031 \\ -20.4265 & 16.2431 & 0.7055 & -0.3031 & -0.3022 \end{bmatrix}$$

şeklindedir ve optimal H_∞ kazancı $\gamma = 0.1190$ olarak elde edilmiştir. Kolaylık sağlaması için bu algoritmaya sahip kontrolcü yapısı ilerleyen kısımlarda Kontrolcü 3 olarak isimlendirilecektir.

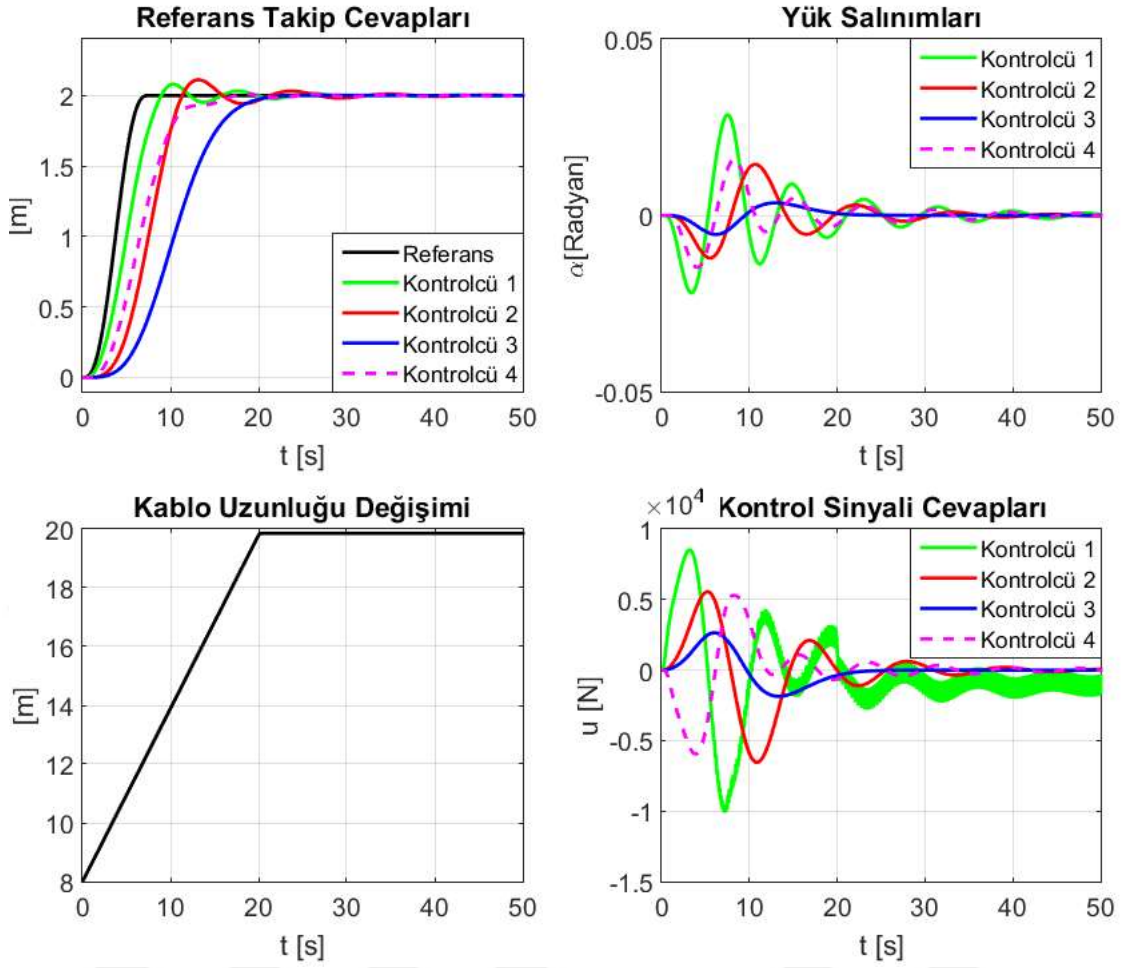
4.4.3.4 Kontrolcü 4

Elde edilen sonuçların performansını karşılaştırmak için Nejad vd. [72] tarafından literatüre kazandırılan bir kutup yerleştirme kontrolcüsü incelenmiştir. Bölüm 3'de verilen (3.24)-(3.25) denklemleri ile verilen LTI modeli ele alınarak, (4.4)-(4.5) 'de gösterildiği gibi referans takip hatası ile genişletilmiştir. Bu çalışmada ITAE kriteri bazında optimal olan bir durum geri beslemeli kontrolcü tasarlanmıştır. Sistemin istenen kapalı çevrim karakteristik denklemi (4.18) ile verilen bir ITAE polinomu kullanılarak elde edilmiştir. Ele aldığımız bu model üzerinde en iyi kapalı çevrim kutupları $\omega_n = 1.7$ olduğunda elde edilmiştir. Bunun sonucunda kontrolcü kazanç matrisi

$$K_{1.7} = 10^6 [0.6923 \quad 0.3933 \quad 2.3748 \quad 2.3051 \quad -0.1982] \quad (4.30)$$

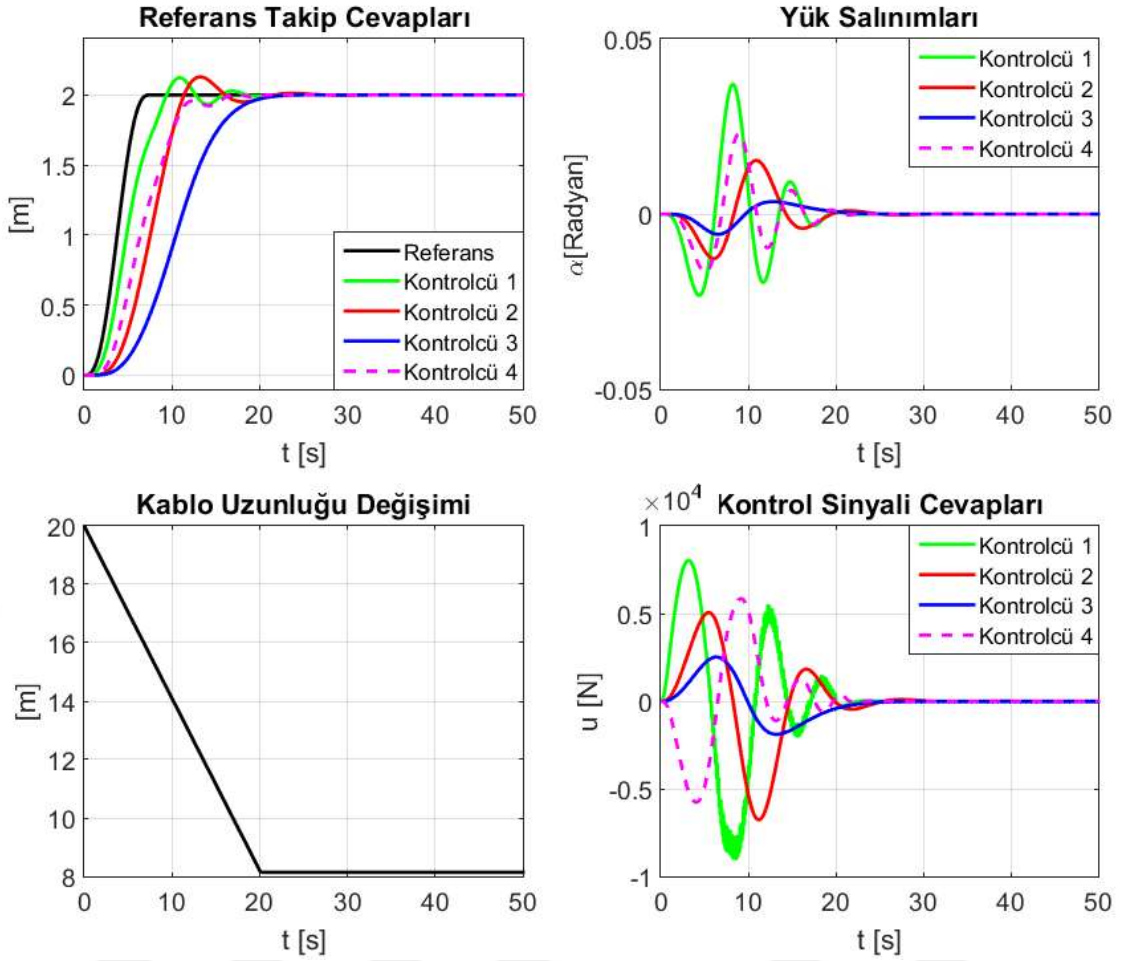
Örnek:

Bu örnekte DPD olarak tasarlanan DME Bölgelerine kutup yerleştirilen H_∞ Kontrolcüsünün (Kontrolcü 3) performansı incelenecektir ve DME Bölgelerine kutup yerleştirilen Nominal H_∞ Kontrolcü yapısı (Kontrolcü 1), DME bölgelerinin kullanılmadığı (Kontrolcü 2) ve literatürde yer alan farklı bir kutup yerleştirme kontrolcüsü (Kontrolcü 4) ile karşılaştırılacaktır. Şekil 4.17 ve Şekil 4.18, tasarlanan kontrolcülerin doğrusal zamanla değişen kablo uzunluğunun indirme ve kaldırma hareketi sıralarındaki araba pozisyonu, salınım açısı ve kontrol kuvveti performanslarını göstermektedir.



Şekil 4.17 Yük indirme işlemi sırasında Kontrolcü 1, Kontrolcü 2, Kontrolcü 3 ve Kontrolcü 4' e ait simülasyon sonuçları

Şekil 4.17 ve Şekil 4.18' i birlikte incelediğimizde Kontrolcü 1' de yük indirme ve kaldırma işlemleri sırasında kontrol sinyalinde gürültüler ortaya çıktığı görülmüştür. Bu tarz gürültülere sahip kontrol girişlerinin pratikte üretilmesinin zor olması bilinmektedir. Dolayısıyla, kablo uzunluğu değişiminin hesaba katıldığı performans kayıplarını önleyen kazanç planlamalı kontrolcü yapısının önemi bu model üstünde de ön plana çıkmaktadır. Yük indirme senaryosunda, Kontrolcü 3 'e ait araba yerleşme zamanı Kontrolcü 1, Kontrolcü 2 ve Kontrolcü 4' e göre yaklaşık 6-8 saniye arasında daha hızlıdır. Yük salınımı açısından Kontrolcü 3' ün diğer kontrolcülere göre daha az salınım açısına sahip olduğu görülmektedir. Kontrolcü 3 daha iyi referans takibi ve salınım performansını diğer kontrolcülere göre daha düşük kontrol kuvveti ile sağladığı görülmektedir.



Şekil 4. 18 Yük kaldırma işlemi sırasında Kontrolcü 1, Kontrolcü 2, Kontrolcü 3 ve Kontrolcü 4' e ait simülasyon sonuçları

Yük kaldırma senaryosunda da Kontrolcü 3' ün diğer kontrolcülere karşı daha iyi referans takibi, salınım açısı ve kontrol sinyali performansına sahip olduğu görülmektedir. Bu kontrolörler arasında niceliksel karşılaştırmaları mümkün kılmak için; maksimum aşım, oturma zamanı ve maksimum salınım açısı değerleri Çizelge 4.4' te verilmiştir.

Sonuç: Şekil 4.17, Şekil 4.18 ve Çizelge 4.4'ten görülebileceği gibi, ele aldığımız gerçek değerlere sahip kren modeli üzerinde, Kontrolcü 3 ile tatmin edici bir pozisyon izleme performansı elde edilmektedir. Kontrolcü 2' nin yükselme süreleri daha hızlı olsa da Kontrolcü 3' e ait oturma süresi değerleri diğer kontrolcülere göre biraz daha iyidir. Kontrolcü 3' ün sönümlenme karakteristiği daha fazla olduğundan, yük salınımları ve maksimum kontrol giriş voltajları Kontrolcü 2 ve Kontrolcü 4' ten çok daha düşüktür. Açıkça görülebildiği üzere Kontrolcü 4 oldukça düşük konumlandırma performansına

sahiptir ve seçilen en iyi ayar parametresinde bile diğer kontrolcülere göre daha kötü bir performans sergilemektedir.

Çizelge 4. 4 Kontrolcü 1, Kontrolcü 2, Kontrolcü 3 ve Kontrolcü 4 arasında performans karşılaştırması

	İndirme Hareketi				Kaldırma Hareketi				Birim
	Kontrolcü				Kontrolcü				
	1	2	3	4	1	2	3	4	
$x(t)$ -%OS	4.25	6.12	0.01	0.05	6.2	3.2	0	0.1	[-]
$x(t)$ - T_s	>30	>30	24.61	>30	25.44	29.30	22.93	25.23	[s]
$\max(\alpha(t))$	0.029	0.015	0.006	0.02	0.037	0.015	0.004	0.022	[rad]
$\alpha(t)$ - T_s	>30	>30	24.95	>30	29.25	27.32	26.15	26.76	[s]
$\max u(t) $	10088	6542	2648	5948	9061	6764	2523	5858	[N]

4.4.4 Sayısal Benzetim Çalışması 4

Bu çalışmada, matematiksel Model 2 kullanılarak, Bölüm 4.3' te belirttiğimiz genişletilmiş DPD model üzerinde, kablo uzunluğunun kazanç parametresi ve yük kütlelerinin ise politopik belirsizlik olarak ele alınarak dayanıklılığın sağlandığı, DME tabanlı I-PD + PD tipinde KP H_∞ kazancını minimize eden bir kontrolcü tasarlanmıştır [55]. Ele alınan model parametreleri Çizelge 4.2 ile verilmektedir. Burada yalnızca yük kütlesi $m_L = [0.2 \quad 2]$ kg aralığında parametre belirsizliği olarak ele alınmıştır.

4.4.4.1 DME Tabanlı Parametre Bağımlı Durum Geri Beslemeli H_∞ Dayanıklı Kontrolör Tasarımı 1

Teorem 2.6 incelendiğinde (2.67) ile verilen denklemden görüldüğü üzere \mathbf{B}_u kontrol girişi matrisi parametre bağımlı olarak seçilememektedir. Kablo değişimi söz konusu olduğunda kontrol girişi matrisinin de DPD biçiminde olması gerektiği için,

$$\frac{U(s)}{V(s)} = \frac{1}{\lambda s + 1} \Leftrightarrow \dot{u}(t) = -\frac{1}{\lambda} u(t) + \frac{1}{\lambda} v(t) \quad (4.31)$$

ile verilen birinci dereceden filtreler ile kontrol giriş matrisi sistem matrisine katacak olursak, (4.6) ile verilen DPD sistem modeli (3.28)' da olduğu gibi açılarak;

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A}_0 + \theta(t)\mathbf{A}_1)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_u\mathbf{u}(t) \quad (4.32)$$

biçiminde bir DPD sistem olarak ifade edilebilir ve $\theta(t) = \frac{1}{\ell(t)}$ ve $\ell(t) = [0.2 \ 0.8]$ m

aralığında değişmektedir. Sistem matrislerinin genişletilmiş şekilde gösterimi:

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{B_{eq}}{m_T} & \frac{m_L g}{m_T} & -\frac{(m_T + m_L)V_d}{m_T} & 0 & \frac{1}{m_T} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\lambda} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{B_{eq}}{m_T} & -\frac{(m_T + m_L)g}{m_T} & -\frac{(m_T + m_L)V_d}{m_T} & 0 & -\frac{1}{m_T} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

$$\mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\lambda} \end{bmatrix}^T \quad (4.35)$$

$$\mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.36)$$

Sistem matrislerini bu şekilde genişlettikten sonra Teorem 2.6' yı elde edilen bu sistem matrisleri üzerine uygulayabiliriz.

Kararlı hal hatasını azaltarak referans takibini sağlamak ve yük salınımını minimumda tutmak amacıyla performans matrisleri;

$$\mathbf{C}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.37)$$

$$\mathbf{D}_u = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

seçilerek kontrol çıkışı vektörü $\mathbf{z}(t) = \left[\int e(t) \quad \alpha(t) \right]^T$ şeklinde oluşturulmuştur.

Teorem 2.6'nın kullanılmasıyla, tüm $t \geq 0$ için, $\mathbf{w}(t)$ 'den $\mathbf{z}(t)$ 'ye en küçük H_∞ normunu elde etmek amacıyla, simetrik pozitif tanımlı \mathbf{X} matrisi ve uygun boyutlu $\mathbf{W}(\theta(t))$ matrisi varsa pozitif skaler γ için;

$$\min \gamma$$

koşullar: (2.84), (2.85)

en iyileştirme problemi çözülebilir. Eğer yukarıdaki en iyileştirme probleminin çözümü varsa, verilen problem için alt en iyi denetleyici $\mathbf{u}(t) := \mathbf{W}(\theta(t)) \mathbf{X}^{-1} \mathbf{x}(t)$ şeklindedir ve $\mathbf{u}(t) = (\mathbf{W}_0 + \theta_1 \mathbf{W}_1) \mathbf{X}^{-1} \mathbf{x}(t)$ olarak genişletilmektedir. Burada elde edilen kontrol kazanç matrislerini ayrı ayrı yazmak istediğimizde;

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_0 &= 10^{10} \begin{bmatrix} -0.232 & -0.543 & -0.047 & 0.591 & -0.008 & 583.162 \end{bmatrix} \\ \mathbf{W}_1 &= 10^6 \begin{bmatrix} -0.091 & 0.606 & 0.212 & 5428.8 & -0.003 & 0.807 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.38)$$

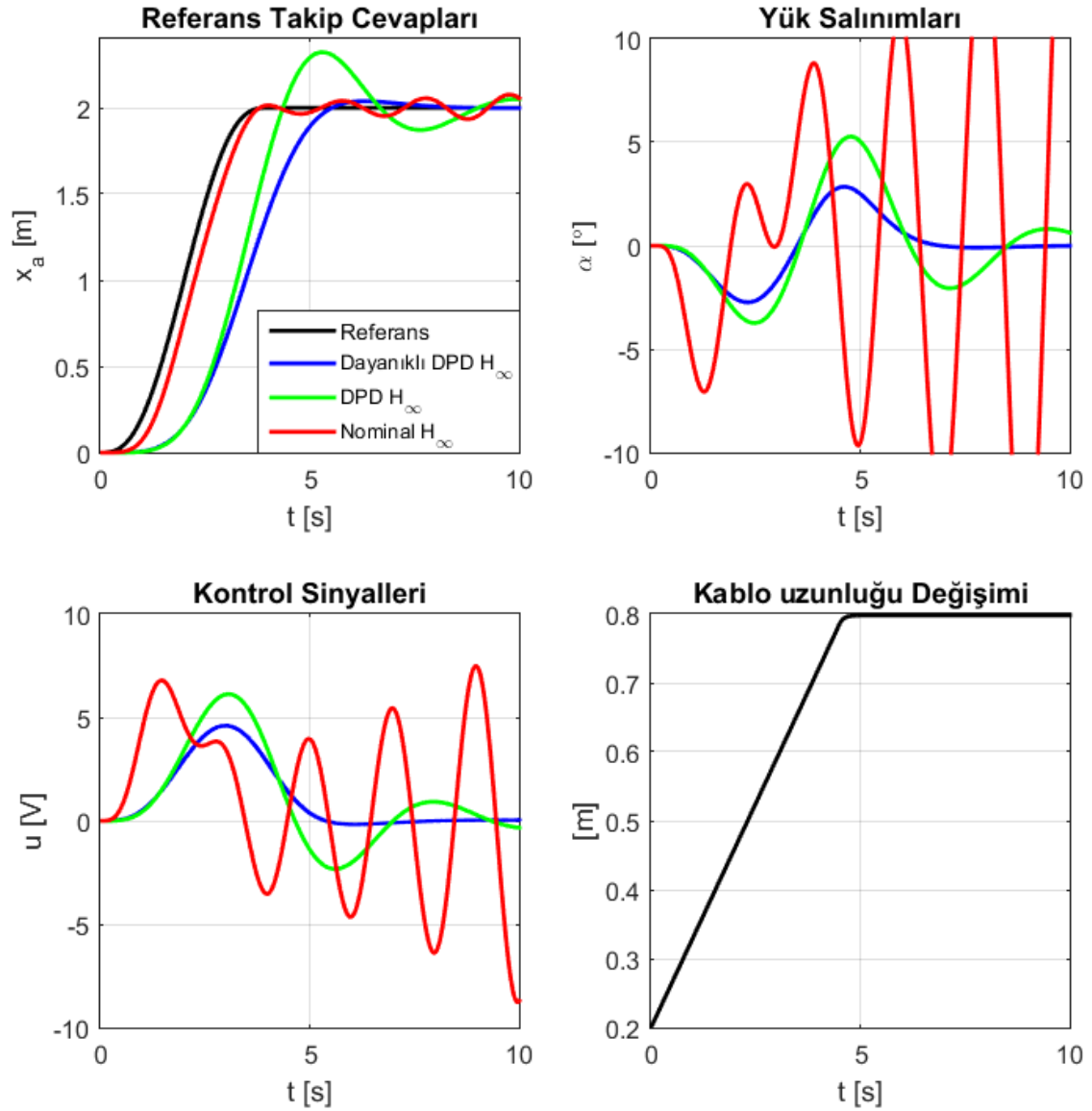
$$\mathbf{X} = 10^{10} \begin{bmatrix} 0.044 & -0.055 & -0.003 & -0.004 & 0.017 & -0.233 \\ -0.055 & 0.139 & 0.028 & -0.081 & -0.013 & 0.004 \\ -0.003 & 0.028 & 0.009 & -0.026 & 0.0003 & -0.046 \\ -0.004 & -0.081 & -0.026 & 0.200 & -0.002 & 0.595 \\ 0.017 & -0.013 & 0.0003 & -0.002 & 0.0113 & -0.078 \\ -0.233 & 0.004 & -0.046 & 0.595 & -0.078 & 583.628 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

şeklindedir ve optimal H_∞ kazancı $\gamma = 0.007$ olarak elde edilmiştir. Ayrıca karşılaştırma yapmak için tasarlanan nominal kontrolcüde sabit kablo uzunluğu ve sabit kütle değerlerinde aynı performans matrisleri kullanılarak oluşturulmuştur.

Örnek:

Bu örnekte DPD model olarak tasarlanan kablo uzunluğunun kazanç parametresi ve yük kütesinin ise politopik belirsizlik olarak ele alınarak dayanıklılığın sağlandığı, DME tabanlı I-PD + PD tipinde KP H_∞ kazancını minimize eden bir kontrolcünün performansı incelenecektir ve KP yapısının kullanılmadığı aynı performans matrislerine sahip bir Nominal kontrolcü yapısı ile karşılaştırılacaktır. Şekil 4.19 ve Şekil 4.20, tasarlanan kontrolcülerin, yük kütesinin maksimum ve minimum köşe noktalarındaki değerleri

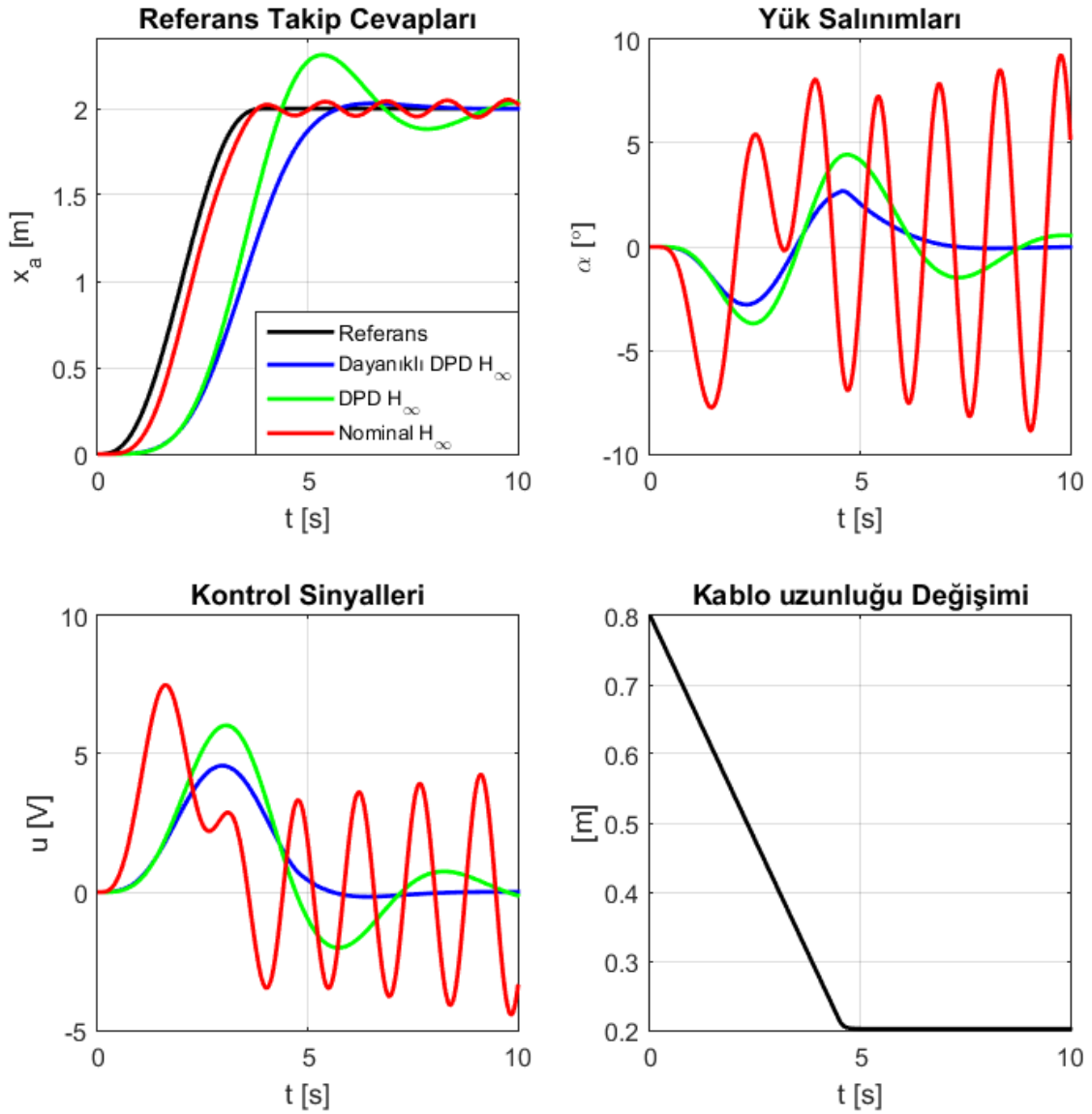
alınarak doğrusal zamanla değişen kablo uzunluğunun **indirme hareketi** sırasındaki araba pozisyonu, salınım açısı ve kontrol kuvveti performanslarını göstermektedir. Şekil 4.21 ve Şekil 4.22, tasarlanan kontrolcülerin, yük kütlelerinin maksimum ve minimum köşe noktalarındaki değerleri alınarak doğrusal zamanla değişen kablo uzunluğunun **kaldırma hareketi** sırasındaki araba pozisyonu, salınım açısı ve kontrol kuvveti performanslarını göstermektedir.



Şekil 4. 19 Yük indirme işlemi sırasında DPD Dayanıklı kontrolcünün $m_L = 2$ kg değerinde Nominal Kontrolcü ile karşılaştırılması

Şekil 4.19 ve Şekil 4.20' i birlikte incelediğimizde yük indirme ve kaldırma işlemi süresince tasarlanan nominal kontrolcünün maksimum yük kütlesi değerinde kablo uzunluğundaki değişimden dolayı gelen dinamikleri bastıramayıp kararsızlığa doğru

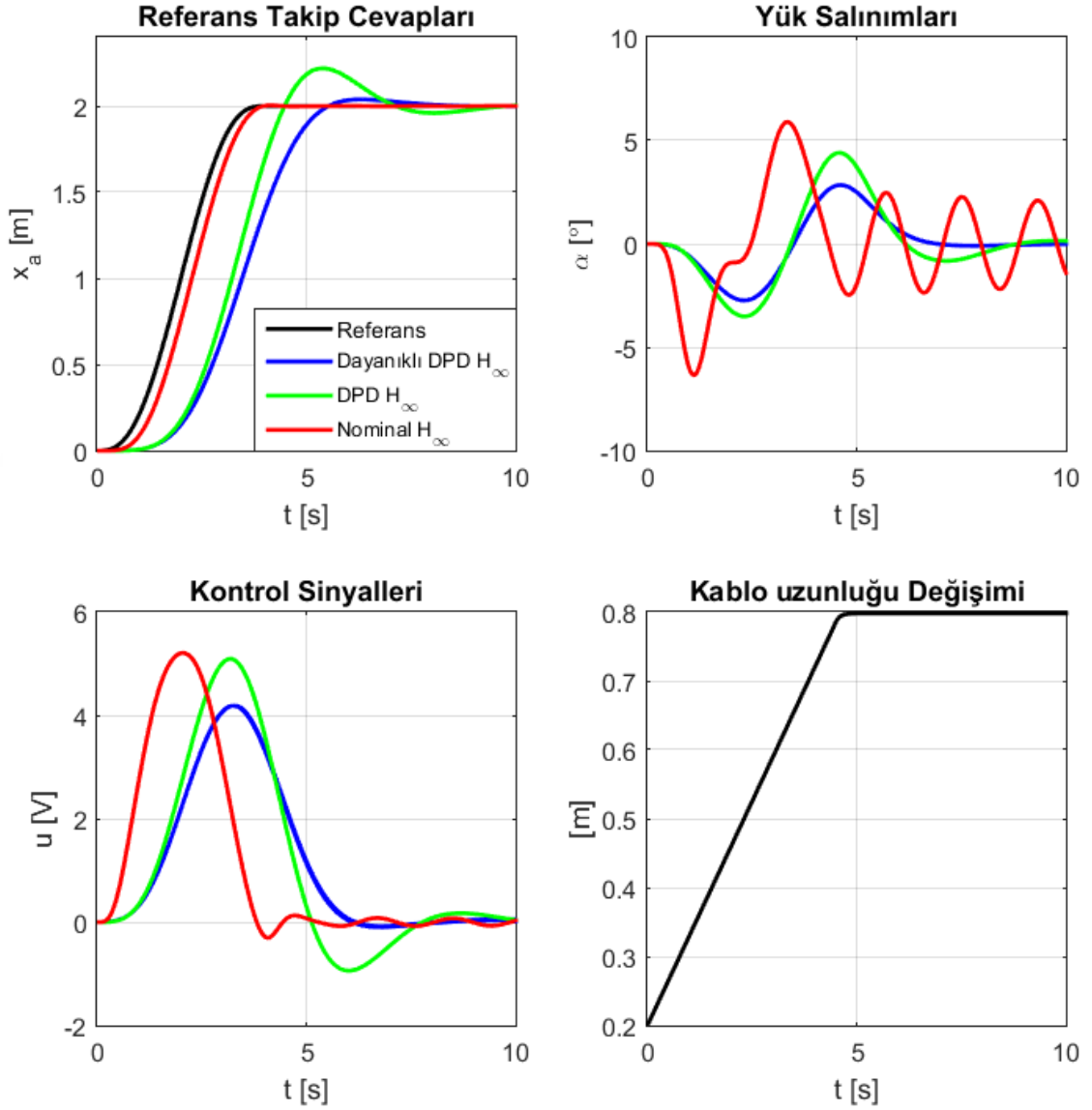
gittiği görülmektedir. Bunun yanında tasarlanan DPD H_∞ kontrolcüsü kablo uzunluğu değişiminden etkilenmemesine rağmen, DPD dayanıklı H_∞ kontrolcüsüne göre daha geç bir oturma süresine sahiptir dolayısıyla yükün maksimum olduğu durumda DPD H_∞ kontrolcüsü dayanıklı karşılığına göre iyi bir performans gerçekleştirememektedir.



Şekil 4. 20 Yük kaldırma işlemi sırasında Dayanıklı DPD kontrolcünün $m_L = 2$ kg değerinde Nominal Kontrolcü ile karşılaştırılması

Şekil 4.21 ve Şekil 4.22' i birlikte incelediğimizde, yük indirme ve kaldırma işlemleri sırasında minimum yük kütlesi değerinde ise nominal kontrolcü iyi bir referans takibi performansı göstermesine rağmen salınım bastırma noktasında kablo uzunluğunun değişiminden etkilenip salınım hareketini hızlı bir şekilde bastıramamaktadır. Fakat DPD dayanıklı H_∞ kontrolcüsünü incelediğimizde düşük salınımla referans takibi

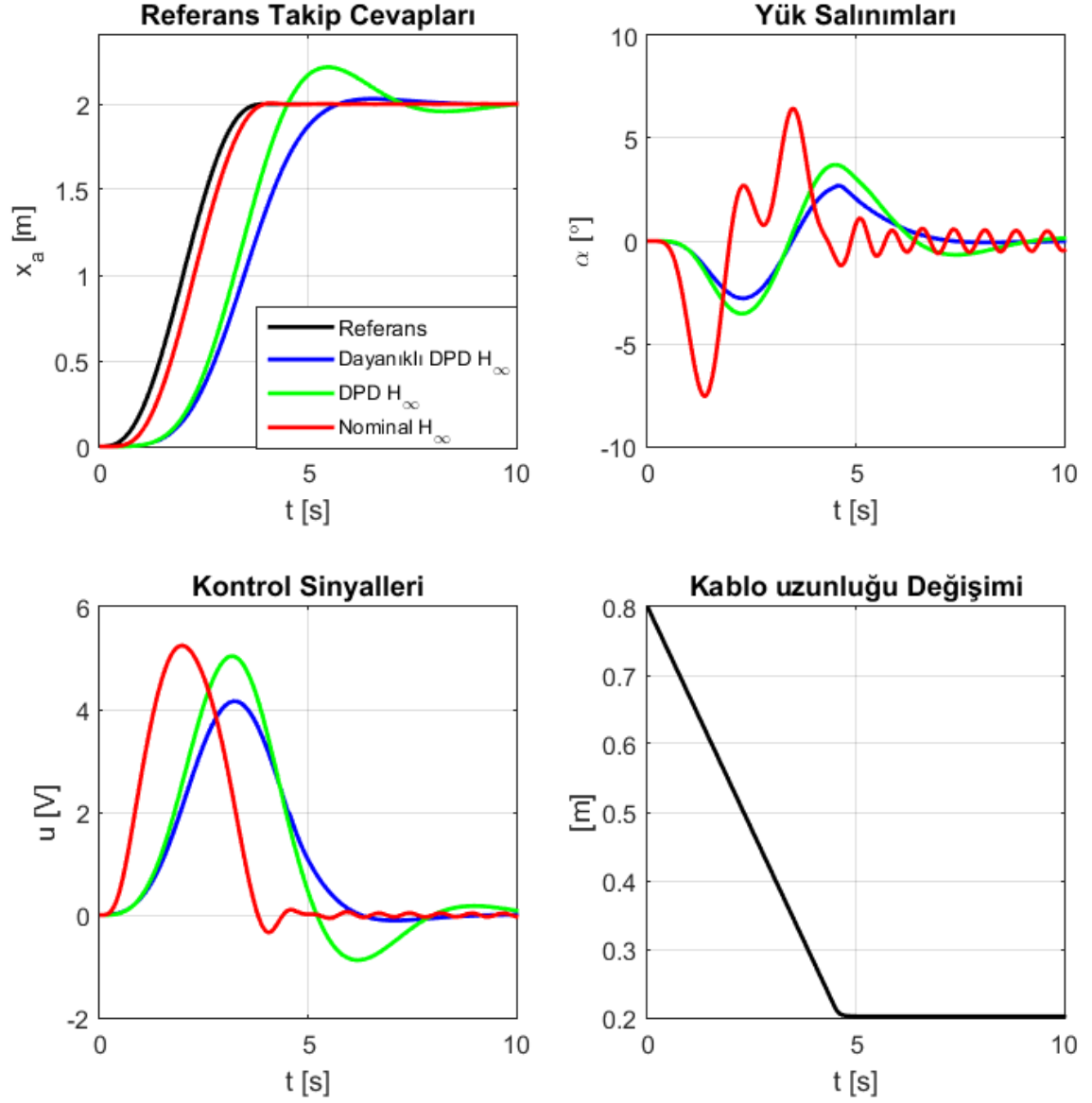
gerçekleştirdiğini gözlemlemekteyiz ve DPD H_∞ kontrolcüsüne göre daha düşük salınım açılarıyla referans takibini başarılı bir şekilde gerçekleştirmektedir.



Şekil 4. 21 Yük indirme işlemi sırasında Dayanıkl DPD kontrolcünün $m_L = 0.2$ kg değerinde Nominal Kontrolcü ile karşılaştırılması

Şekillerden görüldüğü gibi tasarlanan dayanıklı kontrolcü parametre belirsizliklerine rağmen referans takibini başarılı şekilde gerçekleştirebilmektedir. Burada dayanıklı kontrolcünün sistemin her durumda nominal ve dayanıklı olmayan karşılığına göre daha iyi salınım önleme performansı gösterdiği görülmektedir. Ayrıca dayanıklı kontrolör yapısı sayesinde diğer kontrolör üzerindeki zayıf performans ve kararsızlıkların giderildiği açıkça görülmektedir. Bütün bu performansları sağlayabilmek için, uygun genlikte bir kontrol sinyaline sahip olmak önem arz etmektedir. Bu performans kriterlerini dayanıklı

kontrolcünün, daha düşük genliklerde kontrol sinyali üreterek sağladığı verilen şekillerden gözlenebilmektedir.



Şekil 4. 22 Yük kaldırma işlemi sırasında Dayanıklı DPD kontrolcünün $m_L = 0.2$ kg değerinde Nominal Kontrolcü ile karşılaştırılması

4.4.5 Sayısal Benzetim Çalışması 5

Bu çalışmada, Sayısal Benzetim Çalışması 4' de ele aldığımız deneysel kren modeli üzerinde uyguladığımız kontrolcü tasarımlarının gerçek sistemler üzerinde etkili olduğunu göstermek amacı ile Bölüm 3' te verdiğimiz matematiksel Model 1 kullanılarak, Bölüm 4.3' te belirttiğimiz genişletilmiş DPD model üzerinde, kablo uzunluğunun kazanç

parametresi ve yük kütesinin ise politopik belirsizlik olarak ele alınarak dayanıklılığın sağlandığı, DME tabanlı I-PD + PD tipinde KP H_∞ kazancını minimize eden bir kontrolcü tasarlanmıştır [55]. Ele alınan model parametreleri Çizelge 4.1 ile verilmektedir. Burada yalnızca yük kütesi $m_L = [12200 \quad 42200]$ kg aralığında parametre belirsizliği olarak ele alınmıştır.

4.4.5.1 DME Tabanlı Parametre Bağımlı Durum Geri Beslemeli H_∞ Dayanıklı Kontrolör Tasarımı 2

Teorem 2.6 incelendiğinde (2.67) ile verilen denklemden görüldüğü üzere \mathbf{B}_u kontrol girişi matrisi parametre bağımlı olarak seçilememektedir. Kablo değişimi söz konusu olduğunda kontrol girişi matrisinin de DPD biçiminde olması gerektiği için, (4.22) ile verilen birinci dereceden filtreler ile kontrol giriş matrisi sistem matrisine katacak olursak, (4.6) ile verilen DPD sistem modeli (3.28)' da olduğu gibi açılarak (4.23) biçiminde bir DPD sistem olarak ifade edildiğini daha önceki bölümde belirtmiştik.

Ayarlama parametresi $\theta(t) = \frac{1}{\ell(t)}$ ve $\ell(t) = [8 \quad 20]$ m aralığında değişmektedir. Model

1' e ait sistem matrislerinin genişletilmiş şekilde gösterimi:

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_L g}{m_T} & 0 & 0 & \frac{1}{m_T} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\lambda} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{(m_T + m_L)g}{m_T} & 0 & 0 & -\frac{1}{m_T} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

$$\mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\lambda} \end{bmatrix}^T \quad (4.42)$$

$$\mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.43)$$

Sistem matrislerini bu şekilde genişlettikten sonra Teorem 2.6' yı elde edilen bu sistem matrisleri üzerine uygulayabiliriz.

Kararlı hal hatasını azaltarak referans takibini sağlamak ve yük salınımını minimumda tutmak amacıyla performans matrisleri;

$$\mathbf{C}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.44)$$

$$\mathbf{D}_u = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

seçilerek kontrol çıkışı vektörü $\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \int e(t) & \alpha(t) \end{bmatrix}^T$ şeklinde oluşturulmuştur.

Teorem 2.6'nın kullanılmasıyla, tüm $t \geq 0$ için, $\mathbf{w}(t)$ 'den $\mathbf{z}(t)$ 'ye en küçük H_∞ normunu elde etmek amacıyla, simetrik pozitif tanımlı \mathbf{X} matrisi ve uygun boyutlu $\mathbf{W}(\theta(t))$ matrisi varsa pozitif skaler γ için;

$$\min \gamma$$

$$\text{koşullar: (2.84), (2.85)}$$

en iyileştirme problemi çözülebilir. Eğer yukarıdaki en iyileştirme probleminin çözümü varsa, verilen problem için alt en iyi denetleyici $\mathbf{u}(t) := \mathbf{W}(\theta(t)) \mathbf{X}^{-1} \mathbf{x}(t)$ şeklindedir ve $\mathbf{u}(t) = (\mathbf{W}_0 + \theta_1 \mathbf{W}_1) \mathbf{X}^{-1} \mathbf{x}(t)$ olarak genişletilmektedir. Burada elde edilen kontrol kazanç matrislerini ayrı ayrı yazmak istediğimizde;

$$\mathbf{W}_0 = 10^4 \begin{bmatrix} 0.511 & -6.949 & -0.433 & 0.336 & -6.479 & 5.65 \times 10^5 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

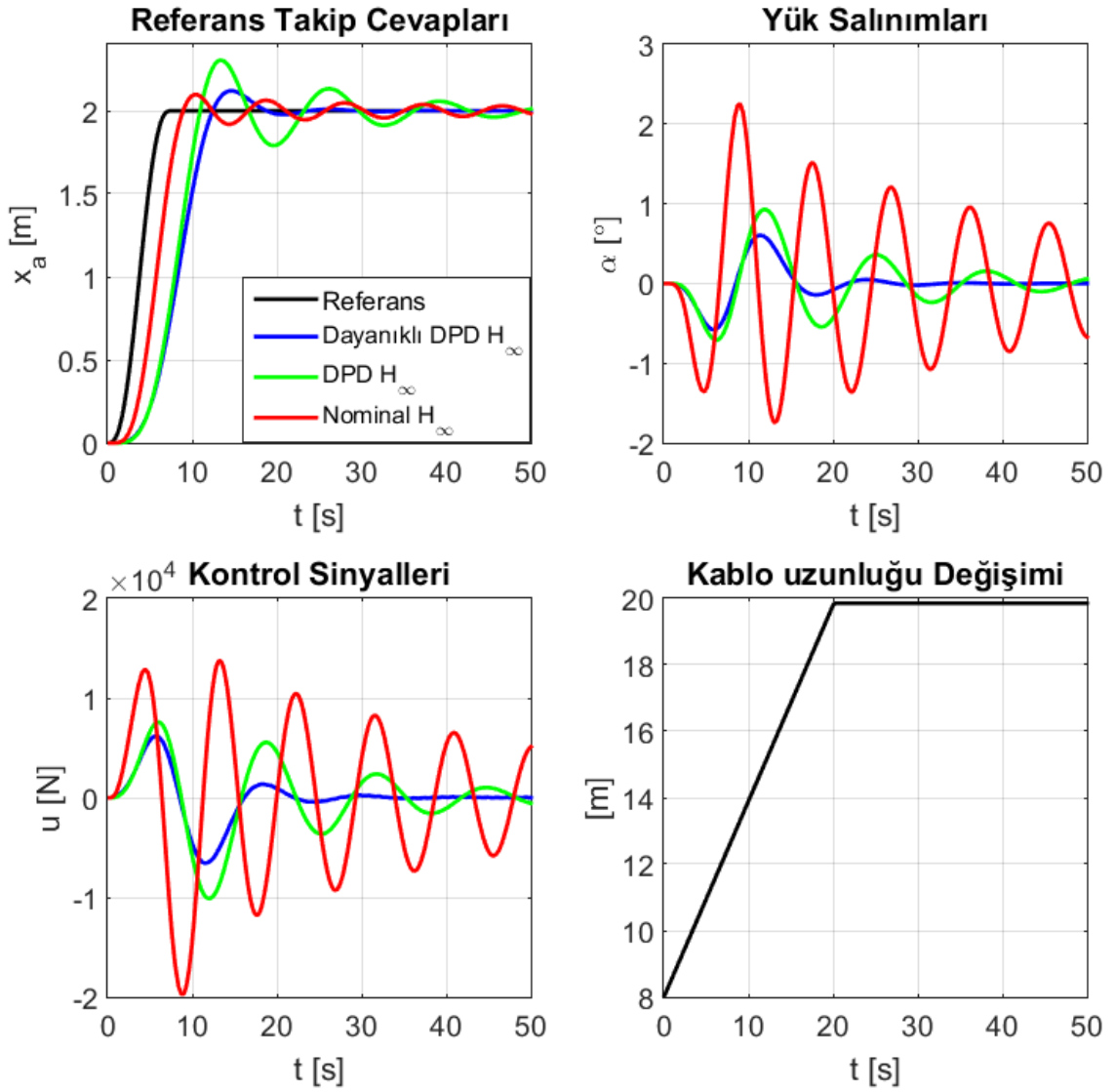
$$\mathbf{W}_1 = \begin{bmatrix} -187.194 & 220.566 & 12.318 & 974.253 & -68.718 & 1.13 \times 10^6 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 15.15 & -4.66 & -0.03 & -0.05 & 24.564 & 4268.82 \\ -4.66 & 2.90 & 0.11 & -0.04 & -3.970 & -68190.61 \\ -0.03 & 0.11 & 0.01 & -0.003 & 0.106 & -4308.87 \\ -0.05 & -0.04 & -0.003 & 0.0053 & -0.090 & 3369.92 \\ 24.56 & -3.97 & 0.101 & -0.09 & 59.953 & -65446.31 \\ 4268.8 & -68190.64 & -4308.82 & 3369.93 & -65446.3 & 5658614807.3 \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

şeklinde ve optimal H_∞ kazancı $\gamma = 0.2203$ olarak elde edilmiştir. Ayrıca karşılaştırma yapmak için tasarlanan nominal kontrolcüde sabit kablo uzunluğu ve sabit kütle değerlerinde aynı performans matrisleri kullanılarak oluşturulmuştur.

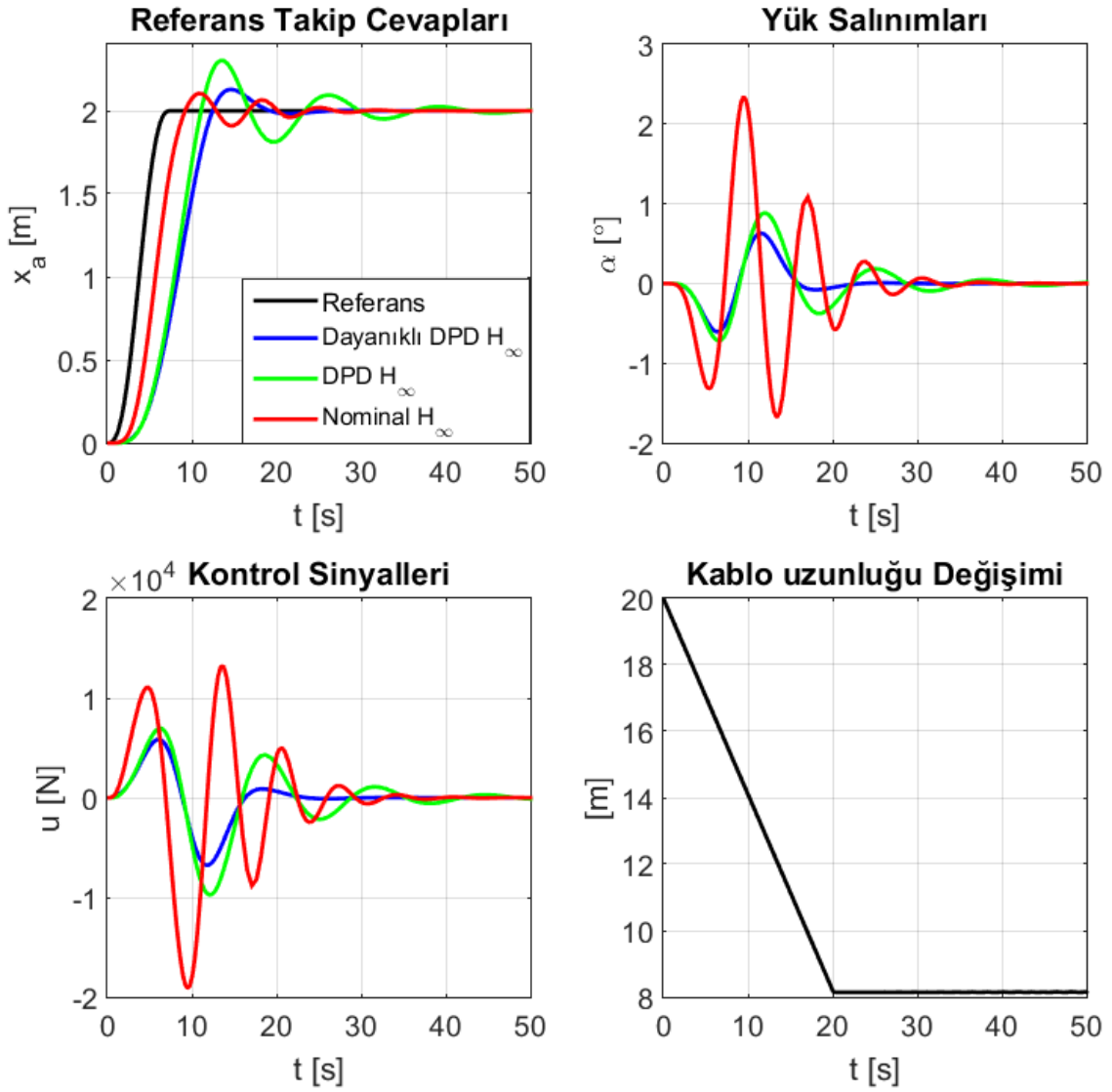
Örnek:

Bu örnekte DPD model olarak tasarlanan kablo uzunluğunun kazanç parametresi ve yük kütlelerinin ise politopik belirsizlik olarak ele alınarak yük değişimlerine karşı dayanıklılığın sağlandığı, DME tabanlı I-PD + PD tipinde KP H_∞ kazancını minimize eden bir kontrolcünün performansı incelenecektir, kütle değişimine göre dayanıklılığın sağlanmadığı bir KP kontrolcü ve KP yapısının kullanılmadığı aynı performans matrislerine sahip bir Nominal kontrolcü ve yapısı ile karşılaştırılacaktır. Şekil 4.23 ve Şekil 4.24, tasarlanan kontrolcülerin, yük kütlelerinin maksimum ve minimum köşe noktalarındaki değerleri alınarak doğrusal zamanla değişen kablo uzunluğunun **indirme hareketi** sırasındaki araba pozisyonu, salınım açısı ve kontrol kuvveti performanslarını göstermektedir. Şekil 4.25 ve Şekil 4.26, tasarlanan kontrolcülerin, yük kütlelerinin maksimum ve minimum köşe noktalarındaki değerleri alınarak doğrusal zamanla değişen kablo uzunluğunun **kaldırma hareketi** sırasındaki araba pozisyonu, salınım açısı ve kontrol kuvveti performanslarını göstermektedir.



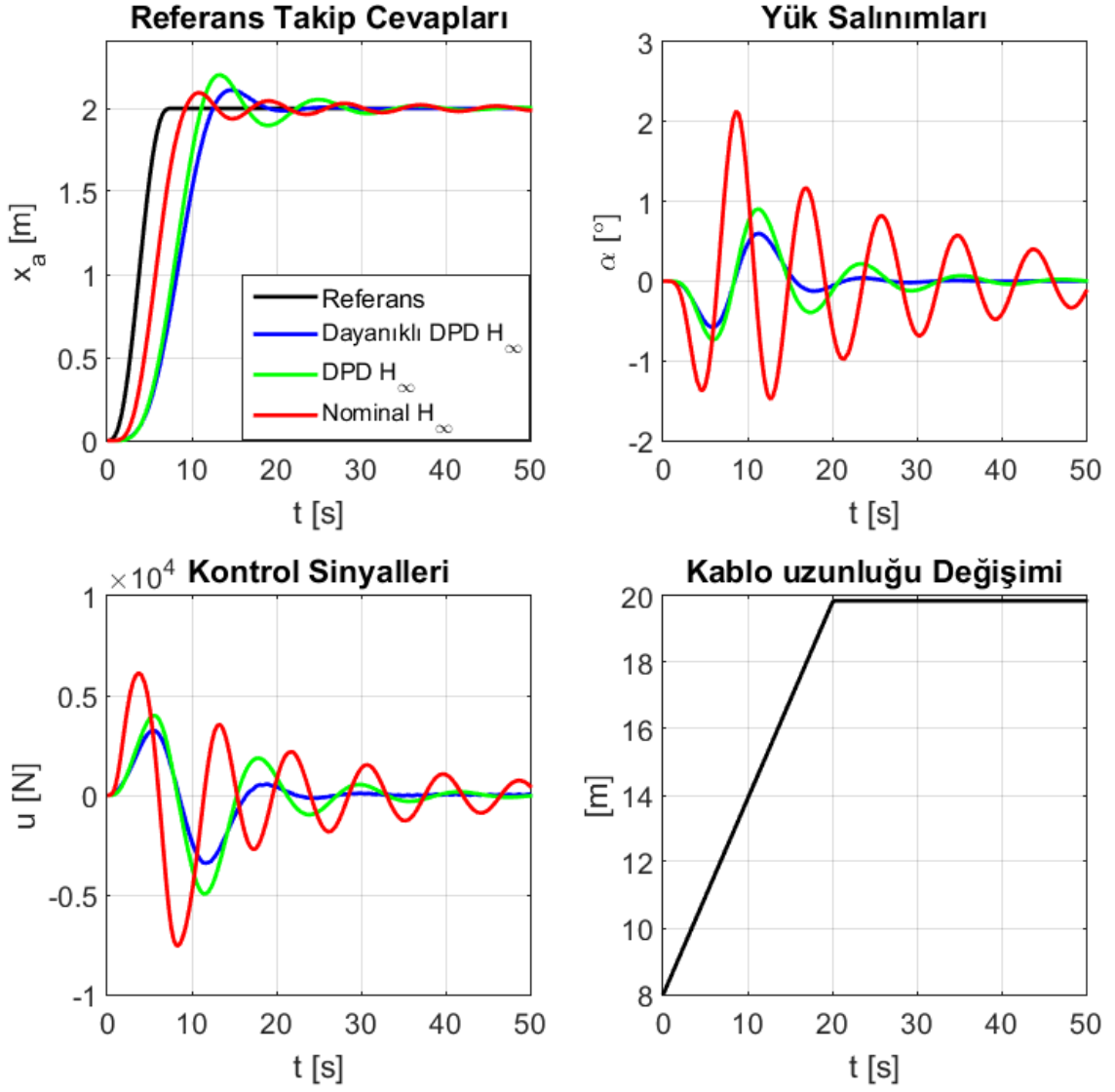
Şekil 4. 23 Yük indirme işlemi sırasında DPD Dayanıklı kontrolcünün $m_L = 42200$ kg değerinde Nominal Kontrolcü ile karşılaştırılması

Şekil 4.23 ve Şekil 24' ü incelediğimizde yük indirme ve kaldırma işlemleri süresince, tasarlanan nominal kontrolcünün maksimum yük kütlesi değerinde kablo uzunluğundaki değişimden dolayı gelen dinamikleri oldukça yavaş bir şekilde bastırmakta olduğu görülmektedir. Bunun yanında tasarlanan DPD H_∞ kontrolcüsü kablo uzunluğu değişiminden etkilenmemesine rağmen, DPD dayanıklı H_∞ kontrolcüsüne göre daha geç bir oturma süresine sahiptir dolayısıyla yükün maksimum olduğu durumda DPD H_∞ kontrolcüsü **dayanıklı olmayan** karşılığına göre kötü bir performans gerçekleştirmektedir. Bu da bize kütle değişimine göre dayanıklılığın önemini göstermektedir.

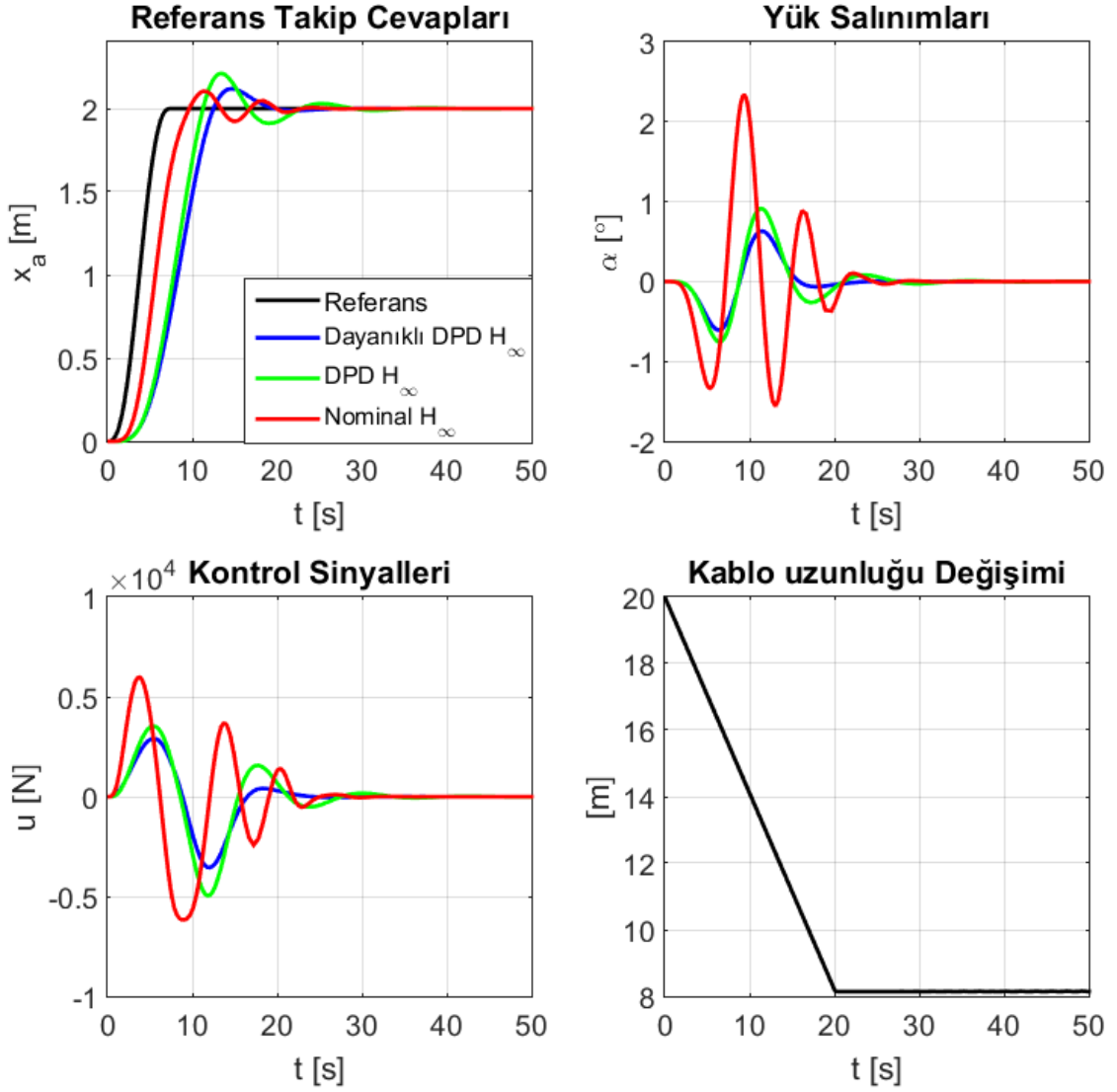


Şekil 4. 24 Yük kaldırma işlemi sırasında Dayanıklı DPD kontrolcünün $m_L = 42200$ kg değerinde Nominal Kontrolcü ile karşılaştırılması

Şekil 4.25 ve Şekil 4.26' ü birlikte incelediğimizde ise, yük indirme ve kaldırma işlemleri sırasında minimum yük kütlesi değerinde ise nominal kontrolcü iyi bir referans takibi performansı göstermesine rağmen salınım bastırma noktasında kablo uzunluğunun değişiminden etkilenip salınım hareketini hızlı bir şekilde bastıramamaktadır. Fakat Dayanıklı DPD H_∞ kontrolcüsünü incelediğimizde düşük salınımla referans takibi gerçekleştirdiğini gözlemlemekteyiz ve DPD H_∞ kontrolcüsüne göre daha düşük salınım açılarıyla referans takibini başarılı bir şekilde gerçekleştirmektedir.



Şekil 4. 25 Yük indirme işlemi sırasında Dayanıklı DPD kontrolcünün $m_L = 12200$ kg değerinde Nominal Kontrolcü ile karşılaştırılması



Şekil 4. 26 Yük kaldırma işlemi sırasında Dayanıklı DPD kontrolcünün $m_L = 12200$ kg değerinde Nominal Kontrolcü ile karşılaştırılması

Şekillerden görüldüğü gibi gerçek kren modeline uygulanan dayanıklı kontrolcü yapısı yük kütlesi ve kablo uzunluğu belirsizlikleri ve değişimlerine rağmen referans takibini başarılı şekilde gerçekleştirebilmektedir. Burada dayanıklı kontrolcünün sistemin her durumda nominal ve dayanıklı olmayan karşılığına göre daha iyi salınım önleme performansı gösterdiği görülmektedir. Ayrıca dayanıklı kontrolör yapısı sayesinde diğer kontrolör üzerindeki zayıf performans ve kararsızlıkların giderildiği açıkça görülmektedir. Bütün bu performansları sağlayabilmek için, uygun genlikte bir kontrol sinyaline sahip olmak önem arz etmektedir. Bu performans kriterlerini dayanıklı kontrolcünün, daha düşük genliklerde kontrol sinyali üreterek gerçekleştirdiği verilen şekillerden gözlenebilmektedir.

SONUÇ VE ÖNERİLER

Yüksek lisans tezinde, kren sistemlerinin salınım ve pozisyon kontrolü için kolaylıkla tasarlanabilir kontrolörlerin tasarım problemi incelenmiştir. İlgili problemin çözümü için durum geri beslemeli I-PD + PD yapısında kontrol kanunları üzerinde durulmuştur. Referans takip hatası sistem matrislerine eklenerek kontrol edilmek istenen çıkışlar üzerindeki etkisini minimize eden H_∞ normlu kontrol yaklaşımları benimsenmiştir. Söz konusu minimizasyon problemlerinin en önemli aracı dış bükey optimizasyon özelindeki DME olmuştur.

Çalışmanın giriş bölümünde, kren sistemlerinin kontrol problemine yönelik genel tanımlamalar yapıldıktan sonra geniş bir literatür araştırmasına yer verilmiştir. Bölüm 2 içerisinde DZD ve DPD değişen modellerine yönelik tasarlanan dayanıklı ve parametre bağımlı tasarımına yönelik DME tabanlı sentezler sunulmuştur. Ardından pozisyon kontrolü ve salınım önlemeye yönelik literatürde yaygın olarak kullanılan biri deneysel amaçlar için kullanılan, bir diğeri ise gerçek bir kren sisteminin parametrelerine sahip, 2 farklı matematiksel model DZD ve DPD durum uzay formlarında Bölüm 3 içerisinde sunulmuştur. Son olarak, Bölüm 4 içerisinde yüksek lisans tezi kapsamında önerilmiş olan kontrolörlerin etkinliğini ortaya koymak adına verilen referans girişleri karşısında tasarlanan farklı özelliklere sahip DZD ve DPD kontrolörlerin, sayısal benzetim çalışmalarında birbirine üstünlüğü ayrı ayrı incelenmiştir.

Yapılan çalışmalar sonucunda, ilk olarak kren sistemlerindeki parametre belirsizliklerinin sisteme etkisi önemi üzerinde durulup, kablo uzunluğu ve yük kütlelerinin tam değerinin bilinmediği fakat alt ve üst sınırlarının bilindiği kabul edilen durumları için dayanıklı kontrol

yaklaşımı sunulmuştur. İkinci olarak, bu parametrik belirsizliklerinden sadece kablo uzunluğunun anlık olarak ölçülebildiği varsayılan parametre değişimli durumlar için DPD kontrol yaklaşımları sunularak genişletilmiştir. Son bölümde ise sadece kablo uzunluğunun anlık olarak ölçülebildiği varsayılan parametre değişimli durumlar için DPD model üzerinde yük kütlesi değerinin belirsizlik olarak ele alındığı kontrolcü yaklaşımları üzerine durulmuştur. Ayrıca tasarlanan bu kontrolcüler deneysel ve gerçek kren modelleri üstünde uygulanıp ayrı ayrı sonuçlar alınarak incelenmiştir. Söz konusu kontrol kanunları sayesinde her iki modelde de yük kütlesi ve kablo uzunluğundaki değişimlere karşı hassas olmadan düşük salınım açısı ile pozisyon kontrolünün gerçekleştirilebileceği gösterilmiştir.



KAYNAKLAR

- [1] Omar, H. M., (2003). Control of Gantry and Tower Crane, PhD Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia.
- [2] Vaughan, J., Kim, D. ve Singhose, W. (2010). "Control Of Tower Cranes With Double-Pendulum Payload Dynamics", IEEE Transactions on Control Systems Technology, 18(6): 1345–1358.
- [3] Abdel-Rahman, E. M., Nayfeh, A. H. ve Masoud, Z. N. (2003). "Dynamics and Control of Cranes: A Review", Journal of Vibration and Control, 9(7): 863–908.
- [4] Kurabayashi, T., Chuan, Y. ve Murakami, T. (2014). "An Advanced Position Control of Overhead Crane By Sway Suppression Method Emulating Natural Damping", 2014 International Power Electronics Conference, 5-7 May 2014, Hiroshima, 1962–1967.
- [5] Ramli, L. vd. (2017). "Control Strategies for Crane Systems: A Comprehensive Review", Mechanical Systems and Signal Processing, 95: 1–23.
- [6] Saeidi, H., Naraghi, M. ve Raie, A. A. (2013). "A Neural Network Self Tuner Based on Input Shapers Behavior for Anti Sway System of Gantry Cranes", Journal of Vibration and Control, 19(13): 1936–1949.
- [7] Singhose, W. (2009). "Command Shaping for Flexible Systems: A Review of The First 50 Years", International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 10(4): 153–168.
- [8] Garrido, S. vd. (2008). "Anti-Swinging Input Shaping Control of An Automatic Construction Crane", IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 5(3):549–557.
- [9] Daqaq, M. F. ve Masoud, Z. N. (2006). "Nonlinear Input-Shaping Controller for Quay-Side Container Cranes", Nonlinear Dynamics, 45(1): 149–170.
- [10] Fujioka, D. ve Singhose, W. (2015). "Input-Shaped Model Reference Control Of a Nonlinear Time-Varying Double-Pendulum Crane", 2015 10th Asian Control Conference: Emerging Control Techniques for a Sustainable World, 31 May 2015, Kinabalu, 1-6.

- [11] Jouaneh, M. K., Member, S. ve Anderson, E. (2006). "Input Shaping Using Finite Impulse Response Filters", Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision & Control, 13 December 2006, San Diego, 6525–6530.
- [12] Huang, J., Xie, X. ve Liang, Z. (2015). "Control of Bridge Cranes With Distributed-Mass Payload Dynamics", IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 20(1): 481–486.
- [13] Omar, H. M. ve Nayfeh, A. H. (2005). "Anti-Swing Control of Gantry And Tower Cranes Using Fuzzy and Time Delayed Feedback With Friction Compensation", Journal of Shock and Vibration, 12(2): 73–89.
- [14] Wang, Z. ve Surgenor, B. W. (2006). "A Problem with the LQ Control of Overhead Cranes", Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 128(2): 436.
- [15] Yang, B. ve Xiong, B. (2010). "Application of LQR Techniques to the Anti-Sway Controller of Overhead Crane", International Conference on Manufacturing Engineering and Automation, 139: 1933–1936.
- [16] Aktaş, A., Sever, M. ve Yazıcı, H. (2016). "Doğrusal Matris Eşitsizlikleri Tabanlı Dayanıklı Kutup Yerleştirme ile Tepe Vinç in Konum Kontrolü", Otomatik Kontrol Tük Milli Komitesi Ulusal Toplantısı, 29 Eylül–1 Ekim 2016, Eskişehir, 735–740.
- [17] Wu, Z., Xia, X. ve Zhu, B. (2015). "Model Predictive Control For Improving Operational Efficiency of Overhead Cranes", Nonlinear Dynamics, 79(4): 2639–2657.
- [18] Jolevski, D. ve Bego, O. (2015). "Model Predictive Control Of Gantry/Bridge Crane with Anti-Sway Algorithm", Journal of Mechanical Science and Technology, 29(2): 827–834.
- [19] Spathopoulos, M. P. ve Fragopoulos, D. (2004). "Pendulation Control of an Offshore Crane", International Journal of Control, 77(7): 654–670.
- [20] Nguyen, Q. C., Ngo, H.-Q.-T. ve Kim, W.-H. (2015). "Nonlinear Adaptive Control of a 3D Overhead Crane", 15th International Conference on Control, Automation and Systems, 13-16 October 2015, Busan, 41–47.
- [21] Fujioka, D. ve Singhose, W. (2015). "Performance Comparison of Input-Shaped Model Reference Control on an Uncertain Flexible System", IFAC-PapersOnLine, 28(12): 129–134.
- [22] Choi, K. ve Lee, J. S. (2011). "Sliding Mode Control of Overhead Crane", International Journal of Modelling and Simulation, 31(3): 203-209.
- [23] Karkoub, M. A. ve Zribi, M. (2001). "Robust Control Schemes for an Overhead Crane", Journal of Vibration and Control, 7(3): 395–416.
- [24] Zavari, K., Pipeleers, G. ve Swevers, J. (2012). "Interpolated Gain-Scheduled Controllers for an Over-Head Crane", 2012 12th IEEE International Workshop on Advanced Motion Control, 25-27 March 2012, Bosnia, 1–6.
- [25] Corrigan, G., Giua, A. ve Usai, G. (1998). "An Implicit Gain-Scheduling Controller for Cranes", IEEE Transactions on Control Systems Technology, 6(1): 15–20.

- [26] Zavari, K., Pipeleers, G. ve Swevers, J. (2014). "Gain-Scheduled Controller Design: Illustration on an Overhead Crane", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61(7): 3713–3718.
- [27] Aktas, A., Mert, S. ve Yazici, H. (2016). "Gain Scheduling LQR Control of Linear Parameter Varying Overhead Crane", *Electrical, Electronics and Biomedical Engineering, 2016 National Conference on IEEE*, 1-3 Aralık 2016, Bursa, 232–236.
- [28] Omar, H. M. ve Nayfeh, A. H. (2003). "Gain Scheduling Feedback Control for Tower Cranes", *Journal of Vibration and Control*, 9(3): 399–418.
- [29] Mohd Tumari, M. Z. vd. (2012). "H ∞ Controller with Graphical LMI Region Profile for Gantry Crane System", *6th International Conference on Soft Computing and Intelligent Systems, and 13th International Symposium on Advanced Intelligence Systems*, 20-24 November 2012, Kobe, 1397–1402.
- [30] Hilhorst, G., Pipeleers, G. ve Swevers, J. (2013). "Reduced-order Multi-objective H ∞ Control of an Overhead Crane Test Setup", *52nd IEEE Conference on Decision and Control*, 10-13 December 2013, Florence, 770–775.
- [31] Yu, W., Li, X. ve Panuncio, F. (2014). "Stable Neural Pid Anti-Swing Control for an Overhead Crane", *Intelligent Automation & Soft Computing*. Taylor & Francis, 20(2): 145–158.
- [32] Liu, C., Zhao, H. ve Cui, Y. (2011). "Research on Application of Fuzzy PID in Collective Pitch Control System", *2011 International Conference on Control, Automation and Systems Engineering*, 30-31 July, Singapore, 1–4.
- [33] Li, X. ve Yu, W. (2012). "Anti-Swing Control for an Overhead Crane with Fuzzy Compensation", *Intelligent Automation and Soft Computing*, 18(1): 1–11.
- [34] Dorf, R. ve Bishop., R. H. (2011). *Modern Control Systems*, Pearson, California.
- [35] Sun, Z. vd. (2015). "A DE based PID controller for Two Dimensional Overhead Crane", *Chinese Control Conference*, 1 September 2015, 2546–2550.
- [36] Solihin, M. I., Wahyudi ve Legowo, A. (2010). "Fuzzy-tuned PID Anti-swing Control of Automatic Gantry Crane", *Journal of Vibration and Control*, 16(1): 127–145.
- [37] Gahinet, P., Apkarian, P. ve Chilali, M. (1996). "Affine Parameter-dependent Lyapunov Functions and Real Parametric Uncertainty", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(3): 436–442.
- [38] Köse, I. E. ve Jabbari, F. (1999). "Control of LPV Systems with Partly Measured Parameters", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44(3): 658–663.
- [39] Onat, C. vd. (2009). "LPV Gain Scheduling Controller Design for a Nonlinear Quarter-Vehicle Active Suspension System", *Transactions of the Institute of Measurement & Control*, 31(1): 71–95.
- [40] Briat, C. (2014). *Linear Parameter-Varying and Time-Delay Systems Analysis, Observation, Filtering & Control*. 2014 Edition, Heidelberg, Springer.

- [41] Johnson, M. A. ve Moradi, M. H. (2005). PID Control New Identification and Design Methods, First Edition, London, Springer.
- [42] Yazıcı, H. (2011). Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doymulu Ve Dayanıklı H_∞ Denetleyiciyle Deprem Etkisi Altındaki Yapısal Sistemlerin Titreşimlerinin Kontrolü, Doktora Tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [43] Lyapunov, A. (1947). Problema General de la Stabilité du Mouvement, Annals of Mathematical Studies. First Edition 1947, Princeton University Press, Princeton.
- [44] Lure, A. (1957). Some Nonlinear Problems in the the Theory of Automatic Control, First Edition 1957, H. Stationary Office, London.
- [45] Nesterov Yurii, N. A. (1994). Interior Point Polynominal Algorithms in Convex Programming, Third Edition, SIAM, Philadelphia.
- [46] Boyd, S. P. vd. (1994). Linear Matrix Inequalities in System And Control Theory, First Edition, SIAM, Philadelphia.
- [47] Shamma, J. S. ve Athans, M. (1991). "Guaranteed Properties of Gain Scheduled Control for Linear Parameter-Varying Plants", Automatica, 27(3): 559–564.
- [48] Apkarian, P. ve Adams, R. J. (1998). "Advanced Gain-Scheduling Techniques for Uncertain Systems", IEEE Transactions on Control Systems Technology, 6(1): 21–32.
- [49] Chumalee, S. ve Whidborne, J. F. (2013). "Gain-scheduled H_∞ Control via Parameter-dependent Lyapunov Functions", International Journal of Systems Science, 77(21): 1–14.
- [50] Apkarian, P. ve Tuan, H. D. (2000). "Parameterized LMIs in Control Theory", SIAM Journal on Control and Optimization, 38(4): 1241–1264.
- [51] Duan, G. R. ve Yu, H. H. (2013). LMIs in Control Systems: Analysis, Design and Applications, Second Edition, CRC Press, New York.
- [52] Chilali, M. ve Gahinet, P. (1996). " H_∞ Design with Pole Placement Constraints: An LMI Approach", IEEE Transactions on Automatic Control, 41(3): 358–367.
- [53] Gahinet, P., Apkarian, P. ve Becker, G. (1995). "Self-scheduled H_∞ Control of Linear Parameter-varying Systems: a Design Example", Automatica, 31(9): 1251–1261.
- [54] Rotondo, D. (2016). Advances in Gain-Scheduling and Fault Tolerant Control Techniques, PhD Thesis, Universitat Politecnica de Catalunya.
- [55] Rotondo, D., Nejjari, F. ve Puig, V. (2014). "Robust State-Feedback Control of Uncertain LPV Systems: An LMI-based Approach", Journal of the Franklin Institute. Elsevier, 351(5): 2781–2803.
- [56] Hong, K. ve Ngo, Q. (2009). "Port Automation: Modeling and Control of Container Cranes", International Conference on Instrumentation, Control & Automation, 20-22 October 2009, Bandung, 19–26.

- [57] Yanyang, L., Wei, X. ve Li, W. (2011). "Anti-Swing Control of the Crane System Based on Input Shaping Technique", Proceedings of the 2011 Chinese Control and Decision Conference, 23-25 May 2011, Mianyang, 2788–2791.
- [58] Dey, R. vd. (2010). "Active Sway Control of a Single Pendulum Gantry Crane System Using Output-Delayed Feedback Control Technique", 11th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, 7-10 December 2010, Singapore, 532–536.
- [59] Kolonic, F., Poljuga, A. ve Petrovic, I. (2006). "Tensor Product Model Transformation-Based Controller Design for Gantry Crane Control System - an Application Approach", Acta Polytechnica Hungarica, 3(4): 95–112.
- [60] Lofberg, J. (2004). "YALMIP : a Toolbox for Modeling and Optimization in MATLAB", 2004 IEEE International Conference on Computer Aided Control Systems Design, 2-4 September 2004, New Orleans, 284–289.
- [61] Sturm, J. F. (1999). "Using SeDuMi 1.02, A Matlab Toolbox for Optimization over Symmetric Cones", Optimization Methods and Software, 11(1): 625–653.
- [62] Hyla, P. (2012). "The Crane Control Systems : A Survey", Methods and Models in Automation and Robotics, 17th International Conference on IEEE, 27-30 August, Miedzyzdroje, 505–509.
- [63] Kawai, H., Kim, Y. B. ve Choi, Y. (2012). "Measurement of a Container Crane Spreader Under Bad Weather Conditions by Image Restoration", IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 61(1): 35–42.
- [64] Kawai, H., Kim, Y. B. ve Choi, Y. W. (2009). "Anti-Sway System with Image Sensor for Container Cranes", Journal of Mechanical Science and Technology, 23(10): 2757–2765.
- [65] Lee, L. H. vd. (2015). "Applying Vision Feedback to Crane Controller Design", International Journal of Systems Science, 46(2): 294–302.
- [66] Omar, H. M. ve Nayfeh, A. H. (2005). "Gantry Cranes Gain Scheduling Feedback Control with Friction Compensation", Journal of Sound and Vibration, 281(1): 1–20.
- [67] Ma, B., Fang, Y. ve Zhang, X. (2008). "Adaptive Tracking Control for an Overhead Crane System", IFAC Proceedings Volumes, 17(1): 12194–12199.
- [68] Norouzi, A., Kazemi, R. ve Azadi, S. (2018). "Vehicle Lateral Control in the Presence of Uncertainty for Lane Change Maneuver Using Adaptive Sliding Mode Control with Fuzzy Boundary Layer", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 232(1): 12–28.
- [69] Samiee, S. vd. (2016) "Towards a Decision-Making Algorithm for Automatic Lane Change Manoeuvre Considering Traffic Dynamics", Promet - Traffic - Traffico, 28(2): 91–103.
- [70] Aktas, A. Ve Yazıcı, H., (2017). "Position Tracking Of Overhead Crane with Robust H_{∞} Control Having Regional Pole Location" Istanbul International

Conference On Progress In Applied Science, 26-27 October 2017, Istanbul, 123-128.

- [71] Kim, Y. Y., Hong, K. K. ve Sul, S. S. (2004) "Anti-Sway Control of Container Cranes: Inclinometer, Observer, and State Feedback", International Journal of Control, Automation, and Systems, 2(4): 435–449.
- [72] Nejad, F. B., Nazemizadeh, M. ve Arjmand, H. (2013) "Tracking Control Of An Underactuated Gantry Crane Using An Optimal Feedback Controller", International Journal of Automotive and Mechanical Engineering, 7: 830–839.



ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Ayhan AKTAŞ
Doğum Tarihi ve Yeri : 20.12.1991 / İSTANBUL
Yabancı Dili : İngilizce
E-posta : aktasayhan92@gmail.com

ÖĞRENİM DURUMU

Derece	Alan	Okul/Üniversite	Mezuniyet Yılı
Lisans	Makine Mühendisliği	Yıldız Teknik Üniversitesi	2015
Lise	Sayısal	Boğaziçi Behçet Kemal Çağlar Lisesi	2009

İŞ TECRÜBESİ

Yıl	Firma/Kurum	Görevi
2017	Benart Ses, Işık ve Görüntü Sistemleri	Mekanik Sistem Mühendisi

YAYINLARI

Bildiri

1. Aktaş, A. ve Yazıcı, H., (2017). "Position Tracking of Overhead Crane with Robust H_{∞} Control Having Regional Pole Location Constraints", International Conference on Progress in Applied Science, 4-6 January 2017, Istanbul, 119-125.
2. Aktaş, A., Sever, M. ve Yazıcı, H., (2016). "Doğrusal Parametre Değişimli Tepe Vinç Sisteminin Kazanç Planlamalı LQR ile Kontrolü", Elektrik-Elektronik ve Biyomedikal Mühendisliği Konferansı, 1-3 Aralık 2016, Bursa, 232-236.
3. Aktaş, A., Sever, M. ve Yazıcı, H., (2016). "Doğrusal Matris Eşitsizlikleri Tabanlı Dayanımlı Kutup Yerleştirme ile Tepe Vincin Konum Kontrolü". Otomatik Kontrol Tük Milli Komitesi Ulusal Toplantısı, 29 Eylül-1 Ekim 2016, Eskişehir, 735-740.

