



YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Sonlu çekirdek sist. simetri  
enj. yerel yön. yaklaşımı

Doktora Tezi

Mehmet Şirin

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

2

**SONLU ÇEKİRDEK SİSTEMLERİNİN  
SİMETRİ ENERJİSİNE  
YEREL YOĞUNLUK YAKLAŞIMI**

( Doktora Tezi )

**MEHMET ŞİRİN**

**İstanbul - 1985**

YILDIZ UNİVERSİTESİ  
GENEL KİTAPLIĞI

R 361

Kot : ..... 2 .....  
Alındığı Yer : Pen Bil. Enst. ....  
Tarih : ..... 7/9/1987 .....  
Fatura : .....  
Fiatı : ..... 1000TL .....  
Ayniyat No : ..... 1/6 .....  
Kayıt No : ..... 44853 .....  
UDC : ..... 54 378.242 .....  
Ek : .....



Comp

SONLU ÇEKİRDEK SİSTEMLERİNİN  
SİMETRİ ENERJİSİNE  
YEREL YOĞUNLUK YAKLAŞIMI

(Doktora Tezi)

MEHMET ŞİRİN

2



# İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	
ABSTRACT	
GİRİŞ	1
ÇEKİRDEK BAĞLANMA ENERJİSİ	3
I. YARI-DENEYSEL KÜTLE FORMÜLÜ	5
I.1. Hacim Enerjisi -----	5
I.2. YüzeY Enerjisi -----	6
I.3. Coulomb Enerji -----	7
I.4. Simetri Enerji -----	8
I.5. Çift Enerjisi -----	10
II. İKİNCİ KUANTUMLAMA	14
II.1. n-Fermion Sistemi için Dalga Fonksiyonu ----	14
II.2. Yaratma ve Yoketme İşlemcileri -----	17
II.3. Tek-tanecik İşlemcisi -----	21
II.4. İki-tanecik İşlemcisi -----	24
III. n-FERMİON İÇİN TEDİRGEME AÇILIMI	26
IV. SİMETRİ ENERJİ HESABI	36
IV.1. Nuclear Matter Sisteminde Simetri Enerji Hesabı ---	36
V. SONLU ÇEKİRDEK SİSTEMİNDE YEREL YOĞUNLUK YAKLAŞIMI	42
V.1. Sonlu Çekirdek Sistemi -----	42
V.2. Yerel Yoğunluk Yaklaşımı -----	43
V.3. Sonlu Çekirdek Sisteminin Simetri Enerji Hesabı ---	44
V.4. Sayısal Değerlendirme -----	53
V.5. Sonuçların İrdelenmesi -----	73
V.6. Sonuç -----	74
KAYNAKLAR	76
ÖZGEÇMİŞ	78
EK. BİLGİSAYAR PROGRAMI	79



## Ö Z E T

Bu çalışmada yarı deneysel kütle formülündeki terimlerden biri olan simetri enerji teriminin sonlu çekirdeklere hesaplanması için yeni bir model geliştirilmiştir. Bu modelde nuclear matter hesabına yerel yoğunluk yaklaşımı uygulanarak sonlu çekirdek sistemine geçilebilmektedir. Pauli İlkesi ve çekirdek kuvvetlerinin kısa erimli oluşu bu yaklaşımın ana fiziksel dayanaklarıdır. Modelden simetri enerjisi için çıkarılan kuramsal formül sayısal yöntemlerle doğada raslanan geniş bir kararlı çekirdek kümesine sistematik olarak uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar yarı deneysel değeri kabul edilir bir hata payı ile vermektedir.

## ABSTRACT

It this work, a theoretical model for the calculation of the symmetry energy term in the semi-empirical mass formula that gives the binding energy of a finite nucleus is developed. In this model one can work in a finite nuclear medium by the application of the Local Density Approximation (LDA) to nuclear matter case. The Pauli principle and the short range of nuclear forces are the main physical foundations of this approximation. The formula obtained for the symmetry energy in this model is then systematically applied to a wide range of stable nuclei. The results reproduce the experimental value with a fairly well accuracy.

## G İ R İ Ş

Çekirdek fiziğinde son yirmi yılda görülen deneysel çalışmalar (ağır iyonlar, pion-çekirdek etkileşmeleri gibi) ve kuramsal çalışmalar (zamana bağlı hartree-Fock yaklaşımı, kollektif çekirdek modeli gibi) çekirdek yapısının anlaşılmasında büyük gelişmelere yol açmıştır/1/,/2). Bu çalışmaların sonucu olarak çekirdek fiziğinin temel problemlerine yeniden eğilmek ve bu bilgilerin ışığında yeni yorumlar getirmek mümkün olmuştur. Çekirdek bağlanma enerjisini veren yarı-deneysel kütle formülü de böyle bir problemdir. Elli yıl kadar önce önerilmiş olmasına karşın son yıllarda yeni bilgiler ve kuramsal katkılar ışığında bu formülü inceleyen çalışmalar gözlenmektedir/3/,/4/.

Yarı-deneysel kütle formülü A-nükleondan oluşan etkileşmeli bir kuantum sisteminin enerjisine olabilecek önemli katkıları fenomenolojik bir yolla ele alan, doğadaki tüm kararlı çekirdek sistemleri için geçerli olabilecek optimum bir formüldür. Bu formülde katkısı olan en ilginç ve klasik karşılığı olmayan terimlerden biri simetri enerji terimidir. Pauli ilkesinin sonucu olarak A-sayıda nükleondan oluşan bir çekirdekte, nötron ve proton sayıları arasındaki fark simetri enerjisine oldukça önemli bir katkıda bulunmaktadır. Simetri enerjisinin varsayım bir sistem olan nuclear matter için hesabı kolay, ancak verilen kararlı sonlu bir çekirdek sistemi için mikroskopik hesabı zordur. Nuclear matter hesabı ile ya-



rı-deneysel değerden çok uzak bir değer vermektedir. Bu durumda sonlu çekirdek sistemleri için yaklaşım yöntemlerini kullanmak kaçınılmaz olmaktadır.

Orta ve ağır çekirdekler için ( $A > 40$ ) Negele tarafından başka problemlerin çözümü için geliştirilen yerel yoğunluk yaklaşımı/5/ simetri enerji hesabında da uygun bir yöntemdir. Bu yaklaşımda çekirdeğin içinde her bölge, yoğunluğu bu bölgenin yoğunluğuna eşit bir nuclear matter parçası gibi düşünülebilir. Böylece nötron ve proton yoğunluklarına bağlı kinetik ve potansiyel enerji katkıları hesaplanabilir.

Bu çalışmada yerel yoğunluk yaklaşımı sonlu çekirdek simetri enerji hesabına uygulanmıştır. Nuclear Matter kuramı yerel yoğunluk yaklaşımı ile yeniden ele alınıp simetri enerjisi için kuramsal bir formül elde edilmiştir. Bu formül sayısal yöntemlerle çözümlenmiş ve doğada raslanan kararlı çekirdekler için yarı-deneysel değere çok uygun bir simetri enerji katsayısı elde edilmiştir.



## ÇEKİRDEK BAĞLANMA ENERJİSİ

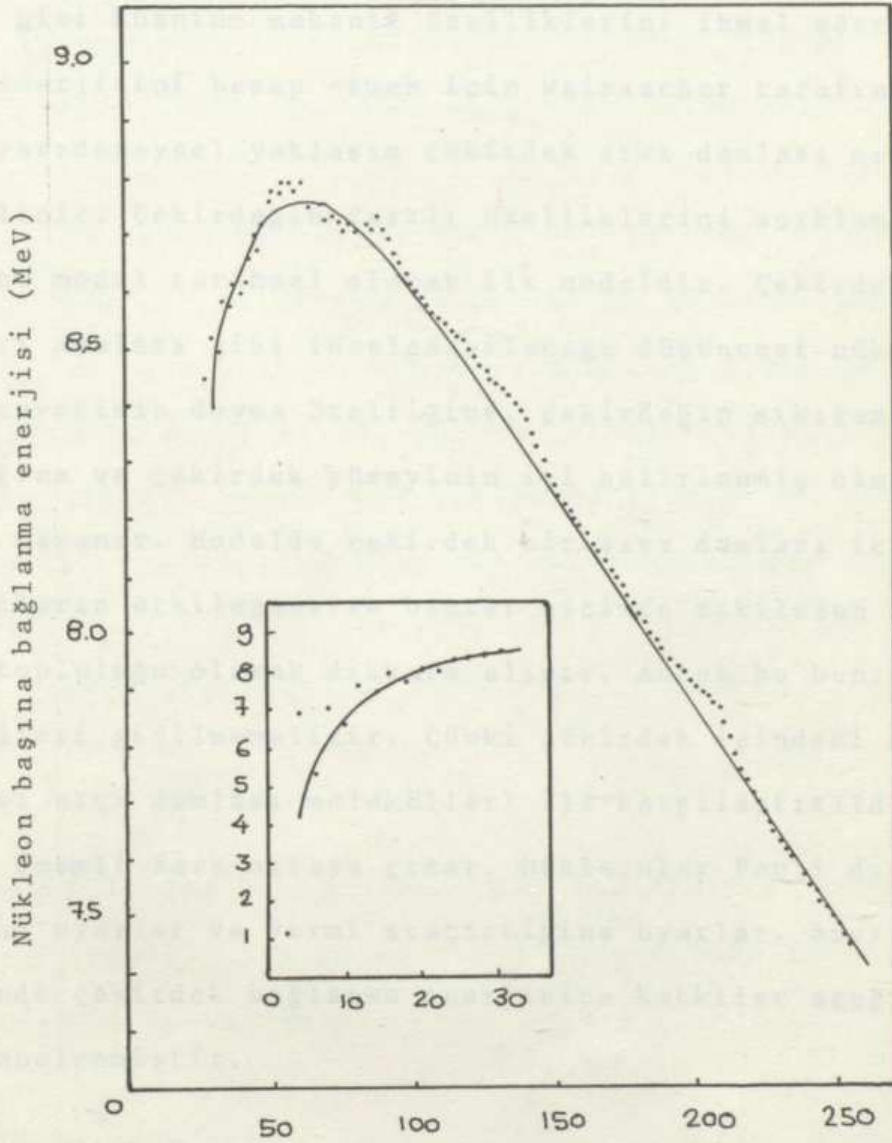
Çekirdek A-sayıda nükleondan oluşan kendi kendine bağımlı bir sistemdir. Bir çekirdeğin en belirtilici özelliği taban durumundaki toplam enerjisi ya da kütesidir. Çekirdek bağlanma enerjisi çekirdeği kuran A-sayıdaki nükleonların toplam kütesi ile taban durumunda bulunan gerçek çekirdek kütesi arasındaki farktır. N-sayıda nötronu ve Z-sayıda protonu bulunan bir çekirdeğin bağlanma enerjisi

$$BE(A,Z) = ZM_H + ZM_N - (A,Z) \quad (1)$$

bağıntısı ile bellidir. Pek çok durumda gerçek çekirdek kütesi  $M(A,Z)$ , yerine saptanması daha kolay olan nötral atomik kütle kullanılır.  $M_H$  ve  $M_N$  sıra ile hidrojen atomu kütesi ve nötron kütesidir. Elektron kütlelerinden gelen katkı denk.1 de yokolur. Elektronik bağlanma enerjisi nükleon bağlanma enerjisi yanında küçük olduğu için ihmal edilir.

Nüklon başına bağlanma enerjisi  $BE(A,Z)/A$ , çok hafif çekirdekler dışında 7.4 MeV - 8.8 MeV değerleri arasında kalır. Şekil 1 doğada raslanan çekirdeklerin nükleon başına bağlanma enerjisini gösterir. Çekirdek kütle numarası artarken nükleon başına bağlanma enerjisi hafifçe azalır. Bu eğilim çekirdekteki proton sayısı ile elektrostatik itme enerjisinin artması sonucudur. Nükleon başına bağlanma enerjisinin kabaca 8 MeV civarında bir doyma değerine ulaşması, çekirdek bağlanma enerjisinin nükleon sayısı  $A$ , ile çizgisel orantılı olduğunu

ima eder. Bu görüş nükleon-nükleon kuvvetinin şiddetli kısas-  
erim kuvveti olduğu ve doyuma ulaştığı gerçeği gibi çekirdek  
yapısı üstüne içgörüler sağlar.



A- Nükleon Sayısı

ŞEKİL 1. A-kütle numarasına bağlı olarak nükleon başına bağ-  
lama enerjisi. .... Deneysel değerler. — Kuramsal  
bağlanma enerjisi formülünden elde edilen değerler.  
Bu çizimde kuramsal bağlanma enerji formülündeki  
katsayılar  $a_1=15.56$  MeV,  $a_2=17.23$  MeV,  $a_3=0.718$  MeV,  
 $a_4=23.28$  MeV olarak alınmıştır/2/.

## I. YARIDENEYSSEL KÜTLE FORMÜLÜ

Nükleon-nükleon kuvvetinin şiddetli kısa-erimli ve doyumlu olma özelliğini kullanarak ancak spin, izospin bağımlılığı gibi kuantum mekanik özelliklerini ihmal ederek, bağlanma enerjisini hesap etmek için Weizsacher tarafından önerilen yarıdeneysel yaklaşım çekirdek sıvı damlası modeli olarak bilinir. Çekirdeğin farklı özelliklerini açıklamayı amaçlayan bu model tarihsel olarak ilk modeldir. Çekirdeklerin bir sıvı damlası gibi incelenebileceği düşüncesi nükleon-nükleon kuvvetinin doyma özelliğine, çekirdeğin sıkışamaz olma özelliğine ve çekirdek yüzeyinin iyi belirlenmiş olması özelliğine dayanır. Modelde çekirdek bir sıvı damlası içindeki moleküllerin etkileşmesine benzer biçimde etkileşen taneciklerin topluluğu olarak dikkate alınır. Ancak bu benzetmede fazla ileri gidilmemelidir. Çünkü çekirdek içindeki nükleonlar, adi sıvı damlası molekülleri ile karşılaştırıldıklarında iki önemli fark ortaya çıkar. Nükleonlar Pauli dışarlama ilkesine uyarlar ve Fermi statistiğine uyarlar. Sıvı damlası modelinde çekirdek bağlanma enerjisine katkılar aşağıda ayrı ayrı incelenmiştir.

### I.1. HACIM ENERJİSİ

A-sayıda molekülden oluşmuş, buharlaşma ısısı  $L$  ve herbir molekülünün kütlesi  $M$  olan bir sıvı damlasını buharlaştırmak için sağlanması gereken enerji

## LMA

çarpımı ile bellidir. LM çarpımı belli bir sıvı için sabit olduğundan, buharlaştırmak için sağlanması gereken enerji A-molekül sayısı ile orantılıdır. Başka bir deyişle molekül başına bağlanma enerjisi sabittir. Bu basit bağıntının nedeni bağlanma enerjisinin damlayı oluşturan bütün moleküller arasındaki etkileşmelerin toplamı olması ve herbir molekülün yalnızca en yakın komşuları ile etkileşmesidir. Damlanın iç bölgelerinde her molekülün sahip olduğu en yakın komşularının sayısı, damlanın hacminden bağımsız olacağı için molekül başına bağlanma enerjisi molekül sayısından bağımsızdır. Bu kurucu tanecikler arasındaki etkileşmelerin erimi sistemin boyutları ile karşılaştırıldığında küçük kalan bütün sistemler için belirleyici bir özelliktir. Bundan dolayı çekirdek bağlanma enerjisi ifadesinde

$$E_1 = a_1 A \quad (1.1)$$

ile temsil edilen bir hacim enerji teriminin bulunmasını bekleriz.  $a_1$  sabiti, sıvı damlasında LM sabitine karşılık gelen hacim enerji katsayısıdır.

## I.2. YÜZEY ENERJİSİ

Bağlanma enerjisi ile A-nükleon sayısı arasındaki doğru orantılılık sıvı damlası içinde her molekülün, diğer moleküller tarafından aynı biçimde kuşatıldığı varsayımına dayanır. Yüzeyde bu varsayım geçerliliğini yitirir. Yüzeydeki bir

molekül yalnız içerdeki moleküllerle etkileşir. Bu etkileşme yüzey gerilim ve yüzey enerjisinin oluşmasına neden olur. Yüzey enerjisi, yüzeyin alanı ile doğru orantılıdır. Sıvı damlasının yüzey alanı  $4\pi R^2$  ve yüzey gerilim  $\sigma$  ile temsil edilirse, sıvı damlasının yüzey enerjisi nedeniyle bağlanma enerjisine gelen katkı

$$E_2 = \sigma \cdot 4\pi R^2$$

olur. Çekirdek yarıçapı ile kütle numarası A arasındaki bağıntı

$$R = r_0 A^{1/3} \quad (1.2)$$

olduğundan, Çekirdek bağlanma enerjisine katkı

$$E_2 = a_2 A^{2/3} \quad (1.3)$$

eşitliği ile bellidir.  $a_2$  yüzey enerji katsayıdır.

### 1.3. COULOMB ENERJİSİ

Çekirdek içindeki Z-sayıda proton arasında Coulomb etkileşmesi vardır. Bu etkileşmeden dolayı çekirdek bağlanma enerjisine gelen katkı, tüm yükün R yarıçaplı küre içine düzgün olarak dağıldığı varsayılarak yaklaşık hesaplanır. Elektrostatik yoldan çekirdek içindeki  $Z(Z-1)/2$  tane proton çifti arasındaki Coulomb etkileşme enerjisi

$$E_3 = \frac{3}{5} \frac{Z(Z-1)e^2}{R}$$



olarak bulunur. Eşitlik (1.2) kullanılarak, Coulomb etkileşmesinden çekirdek bağlanma enerjisine gelen katkı

$$E_3 = a_3 Z^2 A^{-1/3} \quad (1.4)$$

olur.  $a_3$  Coulomb enerji katsayısıdır.

#### I.4. SİMETRİ ENERJİSİ

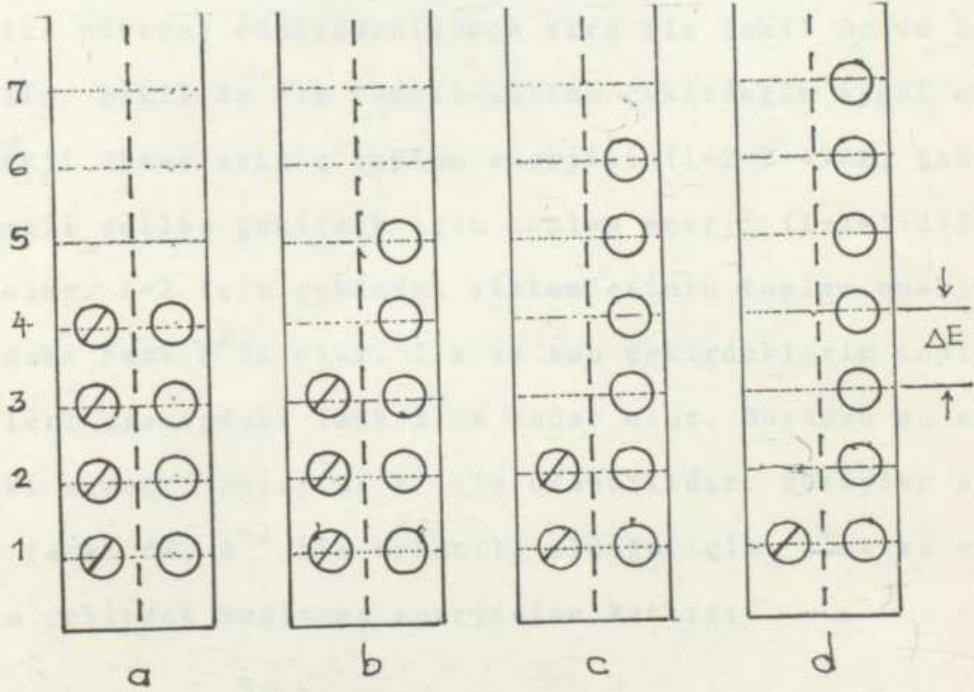
Çekirdek bağlanma enerjisine katılan simetri enerjisi kuantum bir olayın, Pauli dışarlama ilkesinin, bir sonucudur. Çekirdeği oluşturan nötronları ve protonları kapalı bir kutuya hapsedilmiş tanecikler gibi dikkate alalım ve Coulomb etkileşmesini yok sayalım. Bu durumda Schrödinger denklemi nötronlar ve protonlar için aynı enerji spektrumunu verir. Nükleon-nükleon kuvveti yükten bağımsız olduğu için nötronların ve protonların enerji durumları özdeştir ve enerji düzeyleri arası sabit kabul edilebilir.

A-nükleondan oluşan  $N=A/2$  sayıda nötronu ve  $Z=A/2$  sayıda protonu olan çekirdeğin nükleonlarının enerji düzeylerine dağılımı Şekil 2a da görüldüğü gibi olur. Bu durum enerjinin minimum olduğu durumdur ve bu çekirdek izotoplar arasındaki en kararlı çekirdektir. Nükleonların dağılımından dolayı bu çekirdeğe simetrik çekirdek denir. Aynı A-nükleonu olan ancak nötron sayısı proton sayısından farklı olan  $N>Z$ , çekirdeklerde nükleonların enerji düzeylerine dağılımındaki bu simetri bozular. Şekil 2b,c,d. Böyle çekirdeklerin daha kararsız olacağı açıktır.

Simetri enerjisi tanım olarak A-nükleondan oluşan N sayıda nötronu ve Z sayıda protonu olan çekirdek ile nötron ve proton sayısı eşit ve A/2 olan simetrik çekirdeğin bağlanma enerjisi arasındaki farktır. Simetri enerjisi minimum bağlanma enerjisinden sapmanın bir ölçüsüdür ve

$$E_s = BE(A, N \neq Z) - B(A, N = Z) \quad (1.5)$$

eşitliği ile bellidir.



ŞEKİL 2

Her diyafram A-nükleon sayısı aynı olan bir çekirdeği temsil eder. Sol kuyudaki 0 daireler çekirdeğin içerdiği protonları, sağ kuyudaki 0 daireler çekirdeğin içerdiği nötronları temsil eder. Düzeyler arası enerji farkı  $\Delta E$  ile gösterildi.

N=Z olan bir çekirdekten, A=N+Z ve N $\neq$ Z olan yeni bir izobar çekirdek kurmak için,



$$N=A/2+\Delta, Z=A/2-\Delta, \Delta=(N-Z)/2$$

olmak üzere  $\Delta$  sayıda protonu nötrona dönüştürmek gerekir. Şekil 2a,  $N=Z$  olan çekirdeği, Şekil 2b,c,d ise sıra ile bir, iki, üç protonun nötrona dönüştürülmüş olduğu  $N \neq Z$  olan çekirdekleri temsil ederler. Şekil 2a'da 4 numaralı enerji düzeyindeki proton nötrona dönüştürülürse, yeni nötron önceki nötronlar tarafından işgal edilmiş ilk 4 enerji düzeyine girmez. Pauli ilkesi bunu yasaklar. Ancak daha yukardaki boş 5 numara enerji düzeyine girer. Bu durum Şekil 2b ile temsil edildi. Protonlar nötrona dönüştürüldükçe sıra ile Şekil 2c ve 2d elde edilir. Şekil 2a ile temsil edilen çekirdeğin işgal edilmiş enerji düzeylerinin toplam enerjisi  $(1+2+3+4)\Delta E$ , Şekil 2c ile temsil edilen çekirdek için toplam enerji  $(1+2+1+2+3+4+5+6)\Delta E$  olur.  $\Delta=2$  için çekirdek sistemlerinin toplam enerjileri arasındaki fark  $2^2\Delta E$  olur. İlk ve son çekirdeklerin toplam enerjileri arasındaki fark  $3^2\Delta E$  kadar olur. Buradan şu sonuç çıkar ki simetri enerjisi  $\Delta^2$  ile orantılıdır. Düzeyler arası enerji farkı  $\Delta E$ ,  $A^{-1}$  ile orantılı olduğu için, simetri enerjisinin çekirdek bağlanma enerjisine katkısı

$$E_4 = a_4 (N-Z)^2 A^{-1} \quad (1.6)$$

eşitliği ile belli olur.  $a_4$  simetri enerji katsayısıdır.

### I.5. ÇİFT ENERJİSİ

Doğada raslanan kararlı çekirdekler çift sayıda nötron ve çift sayıda proton bulundurmaya eğilimlidirler. Doğada

raslanan kararlı çekirdeklerin oluşma frekansları Tablo 1'de verildi

N	ÇİFT	TEK	ÇİFT	TEK
Z	ÇİFT	ÇİFT	TEK	TEK
Kararlı Çekirdek sayısı	160	53	49	4

TABLO 1

Doğada Bulunan Kararlı Çekirdekler

Bağlanma enerjisi tanım denklemi (1) ile (1.1), (1.3), (1.4) ve (1.6) denklemleri birleştirilip düzenlenirse, çekirdek kütlesi için,

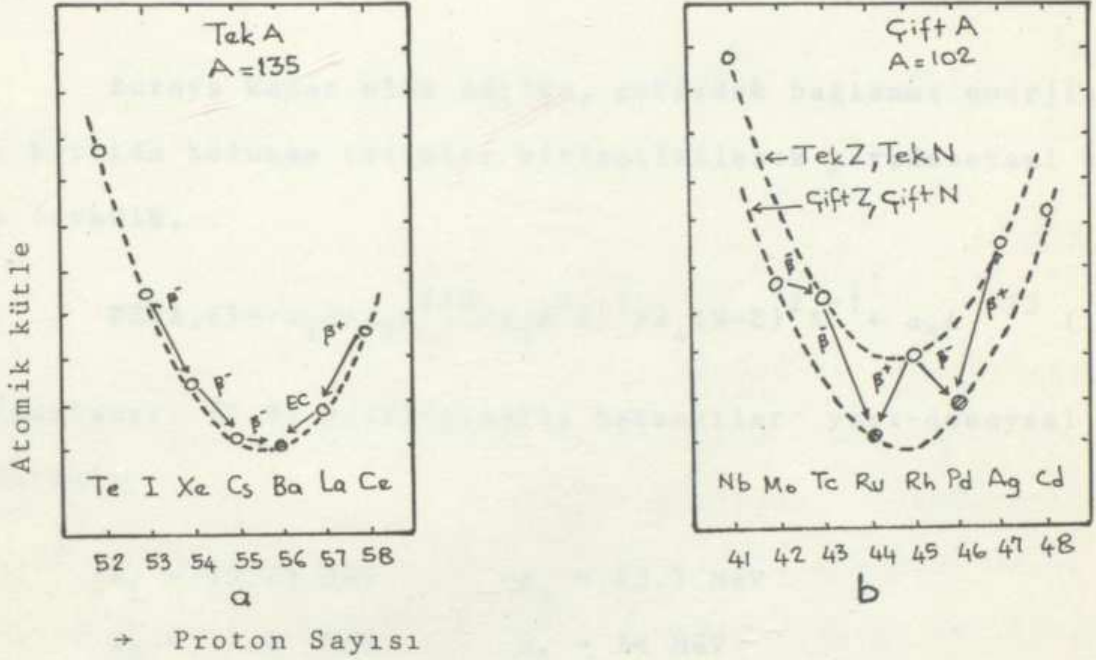
$$M(A,Z) = \alpha A + \beta Z + \gamma Z^2 \quad (1.7)$$

bağıntısı elde edilir.  $\alpha, \beta, \gamma$  sabitleri,  $a_1, a_2, a_3, a_4$  sabitlerini ve nötron, proton kütlesini içeren yeni sabitlerdir.  $A$ =sabit için (1.7) denklemi bir parabol denklemdir. Minimum kütleli çekirdek  $\partial M(A,Z)/\partial Z=0$  diferansiyelini sağlayan

$$Z^* = \left[ 1 + \frac{1}{4} \frac{a_3}{a_4} A^{2/3} \right] \frac{A}{2}$$

proton sayısına karşılık gelir.  $N=Z$  kararlılık çizgisinden sapma simetri enerjisi ile Coulomb enerjisi arasındaki denge ile belirlenir.  $M(A,Z) > M(A,Z+1)$  olan bir çekirdek bir  $\beta^-$  bozunması ile,  $M(A,Z) > M(A,Z-1)$  olan çekirdek bir  $\beta^+$  bozunması ya da elektron kapma ile daha kararlı çekirdeğe dönüşür. Tek- olan çekirdekler için yalnızca bir kararlı izotop, oysa çift-

olan çekirdekler için iki ya da daha çok kararlı izotop vardır (Şekil 3).



ŞEKİL 3

İzobar çekirdekler için kütle parabolleri. (a) Tek-A çekirdekler için kütle parabolü (b) Çift-A çekirdekler için kütle parabolü. O kararsız çekirdekler, 0 kararlı çekirdekleri temsil eder.

Aynı kütle parabolü üzerinde iki komşu çift-çift çekirdeğin her ikisinde kararlı olabilir. Bu çekirdekler arasında izinli geçişler yoktur. Buradan kararlı tek-tek çekirdeklerin bulunmayacağı sonucuna varırız. Bu kurala aykırı olarak yalnızca  $H^2$ ,  $Li^6$ ,  $B^{10}$  ve  $N^{14}$  hafif çekirdekleri kararlıdır. Kütle parabolündeki bu yarılma bağlanma enerjisine çift enerjisi olarak katılır. Deneyle uygunlaştırılmış değeri,

$$E_5 = \lambda a_5 A^{-3/4} \quad (1.8)$$

olarak elde edilir.  $a_5$ , çift enerji katsayısıdır.  $\lambda$  sabiti

çift-çift çekirdekler için  $[+1]$  çift-tek ve tek-çift çekirdekler için  $[0]$ , tek-tek çekirdekler için  $[-1]$  değerini alır.

Buraya kadar elde edilen, çekirdek bağlanma enerjisine katkıda bulunan terimler birleştirilerek yarıdeneysel kütle formülü,

$$BE(A,Z) = -a_1 A + a_2 A^{2/3} + a_3 Z^2 A^{-1} + a_4 (N-Z)^2 A^{-1} + a_5 A^{-4/3} \quad (1.9)$$

tamamlanır. (1.9) eşitliğindeki katsayılar yarı-deneysel yöntemle

$$\begin{aligned} a_1 &= 15.75 \text{ MeV} & a_4 &= 23.7 \text{ MeV} \\ a_2 &= 17.8 \text{ MeV} & a_5 &= 34 \text{ MeV} \\ a_3 &= 0.71 \text{ MeV} \end{aligned}$$

olarak belirlenmiştir/6/,/7/.



## II. İKİNCÜ KUANTUMLAMA (SECOND QUANTIZATION)

### II.1. n-FERMİON SİSTEMİ İÇİN DALGA FONKSİYONU

n-tane özdeş tanecikten oluşan bir sisteme ilişkin Schrödinger dalga denklemi

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(1,2,\dots,n,t) = H(1,2,\dots,n,t) \Psi(1,2,\dots,n,t) \quad (2.1)$$

olarak yazılır. Dalga fonksiyonunda argüman olan sayıların herbiri taneciklerden birinin konum, spin, izospin koordinatlarının tümünü temsil eder. Tanecikler özdeş oldukları için sistemin hamiltonyeni kendi argümanlarının permütasyonuna göre simetriktir. (2.1) denklemi zaman bağımlılığı ayrılarak

$$H(1,2,\dots,n) \psi(1,2,\dots,n) = E \psi(1,2,\dots,n) \quad (2.2)$$

biçiminde yazılabilir. E sistemin toplam enerjisidir.

Sistemi oluşturan tanecikler arasındaki etkileşmeleri ihmal ederek (sıfırıncı dereceden yaklaşım) etkileşmeli sistemin hamiltonyenini bağımsız taneciklerin hamiltonyenlerinin toplamı olarak

$$H(1,2,\dots,n) = H(1) + H(2) + \dots + H(n) = \sum_{i=1}^n H(i) \quad (2.3)$$

ve etkileşmeli sistemin dalga fonksiyonu, bağımsız tanecik öz-fonksiyonlarının çarpımı olan

$$\psi_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n}(r_1, r_2, \dots, r_n) = \phi_{\alpha_1}(r_1) \phi_{\alpha_2}(r_2) \dots \phi_{\alpha_n}(r_n) \quad (2.4a)$$



dalga fonksiyonu ile ya da Dirac gösterimi ile

$$\langle r_1, r_2, \dots, r_n | \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \rangle = \langle r_1 | \alpha_1 \rangle \langle r_2 | \alpha_2 \rangle \dots \langle r_n | \alpha_n \rangle \quad (2.ab)$$

biçiminde temsil edilen çarpım dalga fonksiyonlarının Lineer kombinasyonu olarak ifade edilir.  $\alpha_i$  kuantum sayıları bağımsız tanecik kuantum sayılarının kümesidir.  $r$ , taneciklerin koordinatlarını temsil eder. Nükleonlar fermionlar oldukları için bir tanecik çiftinin koordinatları değiş-tokuş edildiğinde sistemin dalga fonksiyonu antisimetrik olmalıdır. (2.4a) dalga fonksiyonu bileşeni,  $n$  tane  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  bağımsız tanecik durumlarına,  $n$  tane parçacığın yeniden dağıtılmasıyla elde edilen öteki bileşenlerin belli bir kombinasyonu içinde oluşur. Her  $\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n$  konfigürasyonu için  $n!$  tane böyle bileşen vardır ve anti simetrik kombinasyon bir Slater determinantı,

$$\begin{aligned} \psi_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n}(r_1 r_2 \dots r_n)_A &= \langle r_1 r_2 \dots r_n | \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \rangle_A \\ &= (n!)^{-\frac{1}{2}} \begin{vmatrix} \phi_{\alpha_1}(r_1) & \phi_{\alpha_2}(r_1) & \dots & \phi_{\alpha_n}(r_1) \\ \phi_{\alpha_1}(r_2) & \phi_{\alpha_2}(r_2) & \dots & \phi_{\alpha_n}(r_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \phi_{\alpha_1}(r_n) & \phi_{\alpha_2}(r_n) & \dots & \phi_{\alpha_n}(r_n) \end{vmatrix} \quad (2.5) \end{aligned}$$

olarak yazılabilir.  $n$ -fermion sisteminin dalga fonksiyonunun yazılmasında, bağımsız tanecik dalga fonksiyonları ile yazılan, böyle determinantlar temel elemanlardır. (2.5) anti simetrik dalga fonksiyonu, taneciklerin bağımsız tanecik durum-

larına nasıl dağıtıldığına bakılmaksızın yalnızca işgal edilmiş durumlar dikkate alınarak, sistemi bütünüyle karakterize etmektedir. Taneciklerin koordinatlarının değiş-tokuşundaki antisimetriklik, herhangi iki bağımsız tanecik durumunun değiş-tokuşunda da geçerli kalır. Böyle bir değiş-tokuş (2.5) deki determinantın iki kolonunun yerdeğiştirmesi ile sonuçlanır ve determinant önüne  $[-1]$  getirir. Bu durumu Dirac gösterimi ile

$$|\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \rangle_A = -|\alpha_2 \alpha_1 \dots \alpha_n \rangle \quad (2.6)$$

temsil ederiz. n-fermion sisteminin (2.5) determinant dalga fonksiyonu kapalı biçimde

$$\psi_A = (n!)^{-\frac{1}{2}} \sum_P (-1)^P \phi_{\alpha_1}(r_1) \phi_{\alpha_2}(r_2) \dots \phi_{\alpha_n}(r_n) \quad (2.7a)$$

yada

$$|\psi_A \rangle_A = (n!)^{-\frac{1}{2}} \sum_P (-1)^P |\phi_{\alpha_1} \rangle |\phi_{\alpha_2} \rangle \dots |\phi_{\alpha_n} \rangle \quad (2.7b)$$

olarak gösterilir. A n-fermion sisteminin dalga fonksiyonunun antisimetrik oluşunu belirtir, ve bu karakter zaman akışı içinde değişmez. P, bağımsız tanecik durumlarının permütasyon sayısıdır.

Determinantın herhangi iki  $\phi_{a_i}$  elemanı aynı ise determinant sıfır olur. Bu sonuç aynı kuantum durumunda iki fermionun bulunamayacağını bildiren Pauli ilkesinin ifadesidir.



## II.2. YARATMA VE YOKETME İŞLEMCİLERİ (CREATION AND ANNIHILATION OPERATORS)

Antisimetrik dalga fonksiyonları ile çalışırken değişik durumlar arasında bağlantı kurmak için basit işlemsel nitelikleri olan yaratma ve yoketme işlemcilerinden yararlanılır. n-fermion durumunu

$$|\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n\rangle \quad (2.8a)$$

ve n+1 -fermion durumunu

$$|\beta \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n\rangle \quad (2.8b)$$

ile temsil edersek,  $a_\beta^+$  ile gösterilen yaratma işlemcisi/8/

$$a_\beta^+ = \sum_{n=0}^{\infty} |\beta \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n\rangle \langle \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n| \quad (2.9)$$

olarak tanımlanır.  $a_\beta^+$  işlemcisi (2.8a) ye soldan uygulanırsa,

$$a_\beta^+ |\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n\rangle = |\beta \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n\rangle \quad (2.10)$$

elde edilir. Yaratma işlemcisi n-fermion sistemini (n+1) -fermion sistemine dönüştürür.

$a_\beta$  ile gösterilen yok etme işlemcisi de

$$a_\beta = \sum_{n=0}^{\infty} |\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n\rangle \langle \beta \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n| \quad (2.11)$$

olarak tanımlanır.  $a_\beta$  işlemcisini soldan (2.8b) ketine uygularsak

$$a_\beta |\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n\rangle = |\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n\rangle \quad (2.12)$$





elde ederiz. Yok etme işlemcisi  $(n+1)$  -fermion durumunu  $n$ -fermion durumuna dönüştürür. Yoketme işlemcisi (2.7) durumuna uygulanırsa

$$a_{\beta} |\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n\rangle = 0 \quad \beta \neq \{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n\} \quad (2.13)$$

verir. Buradan hiçbir taneciği olmayan boşluk durumuna,  $|0\rangle$  uygulanan yaratma ve yoketme işlemcilerinin

$$a_{\alpha}^{+} |0\rangle = |\alpha\rangle \quad (2.14)$$

$$a_{\beta} |0\rangle = |0\rangle \quad (2.15)$$

sonucunu vereceği ortaya çıkar. Boşluk durumu ile  $n$ -Fermion durumu arasındaki ilişki, yaratma işlemcileri kullanılarak

$$a_{\alpha_1}^{+} a_{\alpha_2}^{+} \dots a_{\alpha_n}^{+} |0\rangle = |\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n\rangle \quad (2.16)$$

biçiminde kurulur.

Yaratma ve yoketme işlemcilerinin sağladığı bağıntılar (2.10) ve 2.12) eşitlikleri kullanılarak elde edilir. (2.10)' dan

$$|\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n\rangle = a_{\alpha_1}^{+} a_{\alpha_2}^{+} |\alpha_3 \alpha_4 \dots \alpha_n\rangle$$

$$|\alpha_2 \alpha_1 \dots \alpha_n\rangle = a_{\alpha_2}^{+} a_{\alpha_1}^{+} |\alpha_3 \alpha_4 \dots \alpha_n\rangle$$

yazılır. (2.6) dikkate alınarak

$$a_{\alpha_1}^{+} a_{\alpha_2}^{+} = -a_{\alpha_2}^{+} a_{\alpha_1}^{+} \quad (2.17)$$



bulunur. Benzer bağıntı (2.12) ve (2.6) kullanılarak yoketme işlemcileri içinde

$$a_{\alpha_1} a_{\alpha_2} = -a_{\alpha_2} a_{\alpha_1} \quad (2.18)$$

bulunur. (2.10) bağıntısından genel olarak

$$a_{\beta}^+ |\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \rangle = \begin{cases} |\beta \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \rangle; & \beta \neq \{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n\} \\ 0 & \text{bütün başka durumlar için} \end{cases} \quad (2.19)$$

elde edilir.  $\beta \neq \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n$  olduğu varsayılarak ve (2.12) kullanıldığında

$$\begin{aligned} a_{\beta} a_{\beta}^+ |\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \rangle &= a_{\beta} |\beta \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \rangle \\ &= |\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \rangle \end{aligned} \quad (2.20)$$

verir. Oysa (2.13) den dolayı

$$a_{\beta}^+ a_{\beta} |\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \rangle = 0 \quad (2.21)$$

verir. (2.20) ve (2.21) eşitlikleri ile

$$(a_{\beta} a_{\beta}^+ + a_{\beta}^+ a_{\beta}) |\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \rangle = |\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \rangle$$

bulunur. Buradan

$$a_{\beta} a_{\beta}^+ + a_{\beta}^+ a_{\beta} = 1 \quad (2.22)$$

elde ederiz.  $\beta$  durumunun  $\alpha_1$  durumlarından herhangi birine eşit olduğu, örneğin  $\beta = \alpha_2$  olduğu durum içinde, yine (2.19) dan,



$$a_{\beta} a_{\beta}^{+} |\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n\rangle = 0 \quad \beta = \alpha_2 \quad (2.23)$$

ve

$$\begin{aligned} a_{\beta}^{+} a_{\beta} |\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n\rangle &= -a_{\beta}^{+} a_{\beta} |\alpha_2 \alpha_1 \alpha_3 \dots \alpha_n\rangle \\ &= -a_{\beta}^{+} |\alpha_1 \alpha_3 \dots \alpha_n\rangle \\ &= -|\beta \alpha_1 \alpha_3 \dots \alpha_n\rangle \\ &= |\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_n\rangle \end{aligned} \quad (2.24)$$

buluruz. (2.23) ve (2.24) eşitlikleri ile

$$a_{\beta}^{+} a_{\beta} + a_{\beta} a_{\beta}^{+} = 1 \quad (2.25)$$

bulunur. Benzer şekilde  $\beta = \gamma$  içinde

$$a_{\beta}^{+} a_{\gamma} |\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n\rangle = -a_{\gamma} a_{\beta}^{+} |\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n\rangle$$

olduğu gösterilebilir. Buradan

$$a_{\beta}^{+} a_{\gamma} = -a_{\gamma} a_{\beta}^{+} \quad (2.26)$$

elde edilir. (2.17), (2.18), (2.22), (2.25) ve (2.26) eşitliklerinden, yaratma ve yoketme işlemcilerinin sağladığı

$$\begin{aligned} [a_{\alpha}^{+}, a_{\beta}^{+}]_{+} &= 0 \\ [a_{\alpha}, a_{\beta}]_{+} &= 0 \\ [a_{\alpha}^{+}, a_{\beta}]_{+} &= \delta_{\alpha\beta} \end{aligned} \quad (2.27)$$

ters komitasyon bağıntıları bulunur. İşlemcilerin tüm cebir-

sel özellikleri (2.27) eşitlikleri ile özetlenir.

Yaratma ve yoketme işlemcileri n-fermion sistemi ile (n+1)-fermion sistemi arasında ilişki kurar. Çekirdek fiziğindeki genel uygulamalarda n-fermion durumu ile, yine aynı sayıda fermionu bulunan başka bir durum arasında ilişki kuran işlemcilerle ilgileniriz. Bilinen bütün etkileşmeler nükleon sayısını korur. Nükleon sayısını koruyan Tek-tanecik ve iki tanecik işlemcileri yaratma ve yok etme işlemcileri kullanılarak kurulabilir.

### II.3. TEK-TANECİK İŞLEMCİSİ (ONE BODY OPERATOR)

Bireysel tanecikler üstüne ayrı ayrı etkiyen işlemcilere bir -tanecik işlemcileri denir. Özdeş tanecikler sistemi için tek-tanecik işlemcisi, örneğin kinetik enerji işlemcisi

$$T = \sum_{i=1}^n t(i) \quad (2.28)$$

olarak tanımlanır. T, tek-tanecik işlemcisi bir taneciğin durumunu değiştirir, ancak sistemin toplam tanecik sayısı aynı kalır. Tek-tanecik işlemcisini yaratma yoketme işlemcileri cinsinden yazmak için, (2.28) toplamı içindeki bir terimi (2.5) ile verilen sistemin dalga fonksiyonuna uygulayalım ve bağımsız tanecik durumlarına ilişkin

$$\sum_{\alpha} |\alpha\rangle\langle\alpha| = 1, \text{ ve } \sum_{\beta} |\beta\rangle\langle\beta| = 1 \quad (2.29)$$



tamlık bağıntılarını kullanarak,

$$\begin{aligned} t|\psi\rangle &= \sum_{\alpha\beta} |\alpha\rangle\langle\alpha| t|\beta\rangle\langle\beta|\psi\rangle \\ &= \sum_{\alpha\beta} |\alpha\rangle t_{\alpha\beta} \langle\beta|\psi\rangle \end{aligned} \quad (2.30)$$

elde ederiz.  $t_{\alpha\beta}$  matris elemanı,  $|\alpha\rangle$  ve  $|\beta\rangle$  bağımsız tanecik durumları koordinat uzayında seçilirse,

$$t_{\alpha\beta} = \langle\alpha|t|\beta\rangle = \int \phi_{\alpha}(r_1) \left[ -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 \right] \phi_{\beta}(r_2) d\bar{r}_1 d\bar{r}_2 \quad (2.31)$$

eşitliği ile bellidir. Burada  $d\bar{r}$ , hacim integrali alınacağını bildirir. (2.28) tek-tanecik işlemcisi (2.5) dalga fonksiyonuna uygulanırsa,

$$T|\psi\rangle = (n!)^{-\frac{1}{2}} \sum_p (-1)^p T|\alpha_1\alpha_2\dots\alpha_n\rangle$$

ve (2.30) kullanılarak

$$\begin{aligned} &= \sum_{\alpha\beta} \{ |\alpha\rangle t_{\alpha\beta} \langle\beta|\alpha_1\rangle |\alpha_2\alpha_3\dots\alpha_n\rangle + |\alpha\rangle t_{\alpha\beta} \langle\beta|\alpha_2\rangle \\ &\quad + |\alpha_1\rangle |\alpha_2\rangle \dots |\alpha_{n-1}\rangle |\alpha\rangle t_{\alpha\beta} \langle\beta|\alpha_n\rangle \} \\ &= \sum_{\alpha\beta} t_{\alpha\beta} \sum_k (-1)^{k-1} \langle\beta|\alpha_k\rangle |\alpha_1\alpha_2\dots\alpha_{k-1}\alpha_{k+1}\dots\alpha_n\rangle \end{aligned}$$

bulunur. Burada (2.10) eşitliği kullanılırsa,

$$T|\psi\rangle = \sum_{\alpha\beta} t_{\alpha\beta} \sum_k (-1)^{k-1} \langle\beta|\alpha_k\rangle |\alpha_1\alpha_2\dots\alpha_{k-1}\alpha_{k+1}\dots\alpha_n\rangle \quad (2.32)$$

elde edilir.

$$a_{\alpha}^{+} |\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n\rangle = |\alpha \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n\rangle$$

yaratma işlemcisinin eksişlemcisi (adjoint)

$$\langle \delta | a^{+} | \gamma \rangle = \langle \gamma | a | \delta \rangle^{*}$$

tanımı kullanılarak, (n-1) tanecik durumu ile

$$\langle x_1 x_2 \dots x_{n-1} | a_{\alpha} | \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \rangle = \langle \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n | a_{\alpha}^{+} | x_1 x_2 \dots x_{n-1} \rangle^{*}$$

$$= \langle \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n | \alpha x_1 x_2 \dots x_{n-1} \rangle^{*}$$

$$= \left| \begin{array}{cccc} \langle \alpha_1 | \alpha \rangle & \langle \alpha_1 | x_1 \rangle & \dots & \langle \alpha_1 | x_{n-1} \rangle \\ \langle \alpha_n | \alpha \rangle & \langle \alpha_n | x_1 \rangle & \dots & \langle \alpha_n | x_{n-1} \rangle \end{array} \right|^{*}$$

$$= \left\{ \sum_{k=1}^n (-1)^k \langle \alpha_k | \alpha \rangle \begin{vmatrix} \langle \alpha_1 | x_1 \rangle & \langle \alpha_1 | x_2 \rangle & \dots & \langle \alpha_1 | x_{n-1} \rangle \\ \langle \alpha_{k-1} | x_1 \rangle & \langle \alpha_{k-1} | x_2 \rangle & \dots & \langle \alpha_{k-1} | x_{n-1} \rangle \\ \langle \alpha_{k+1} | x_1 \rangle & \langle \alpha_{k+1} | x_2 \rangle & \dots & \langle \alpha_{k+1} | x_{n-1} \rangle \\ \langle \alpha_n | x_1 \rangle & \langle \alpha_n | x_2 \rangle & \dots & \langle \alpha_n | x_{n-1} \rangle \end{vmatrix} \right\}^{*}$$

$$= \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \langle \alpha | \alpha_k \rangle \langle x_1 x_2 \dots x_{n-1} | \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \rangle$$

bulunur. Eşitlik keyfi her (n-1) tanecik durumu için sağlanacağı için, yoketme işlemcisinin genel ifadesi,

$$a_{\alpha} | \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \rangle = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \langle \alpha | \alpha_k \rangle | \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_{k-1} \alpha_{k+1} \dots \alpha_n \rangle$$

elde edilir. (2.33) eşitliği, (2.32) eşitliğinde kullanarak

$$T|\psi\rangle = \sum_{\alpha\beta} t_{\alpha\beta} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta} |\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n\rangle = \sum_{\alpha\beta} t_{\alpha\beta} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta} |\Psi\rangle \quad (2.34)$$

bulunur. Tek-tanecik işlemcisi, yaratma ve yoketme işlemcileri cinsinden, ikinci kuantumlama ile

$$T = \sum_{\alpha\beta} t_{\alpha\beta} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}$$

olarak bulunur.

#### 11.4. İKİ-TANECİK İŞLEMCİSİ (TWO-BODY OPERATOR)

Özdeş tanecikler sistemine uygulanan ve sistemin toplam tanecik sayısını değiştirmeyen iki-tanecik işlemcisi, örneğin potansiyel enerji işlemcisi,

$$V = \sum_{j<i} v(ij) = \frac{1}{2} \sum_{i\neq j} v(ij) \quad (2.36)$$

olarak tanımlanır.  $i$  ve  $j$  etkileşen tanecik çiftlerini temsil eder.  $v(ij)$ ,  $i$  ve  $j$ 'ye göre simetriktir. İki-tanecik işlemcisi de, tek-tanecik işlemcisine benzer yoldan yaratma ve yoketme işlemcileri kullanılarak,

$$V = \frac{1}{4} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} v_{\alpha\beta\gamma\delta} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{\gamma} a_{\delta} \quad (2.37)$$

ikinci kuantumlama ile yazılır. Matris eleman

$$v_{\alpha\beta\gamma\delta} = \langle \alpha\beta | v | \gamma\delta \rangle \quad (2.38)$$

ile tanımlıdır. İki-tanecik işlemcisi bir tanecik çiftinin durumunu değiştirir. (2.37) iki tanecik işlemcisi  $|\gamma\rangle$  ve  $|\delta\rangle$

durumunda bulunan iki taneciği sırası ile  $|\alpha\rangle$  ve  $|\beta\rangle$  durumlarına taşır. (2.37) deki toplam, tüm farklı matris elemanlar üzerinden yapılır.  $|\alpha\beta|v|\gamma\delta\rangle$  matris elemanı  $\langle\beta\alpha|v|\delta\gamma\rangle$  matris elemanın aynısıdır, bunun için bunlardan yalnız bir tanesi toplama katılır. Oysa  $\langle\alpha\beta|v|\delta\gamma\rangle$  matris elemanı, yukardaki matris elemanlardan farklı olduğu için toplama katılır. (2.38) bağımsız tanecik dalga fonksiyonları cinsinden açık olarak

$$\langle\alpha\beta|v|\gamma\delta\rangle = \iint \phi_{\alpha}^{*}(r_1)\phi_{\beta}^{*}(r_2)v(r_1,r_2)\phi_{\gamma}(r_1)\phi_{\delta}(r_2)d\bar{r}_1d\bar{r}_2$$

biçiminde yazılır. (2.39)

İki-tanecik etkileşmeli, n-tanecik sisteminin hamiltonyeni, ikinci kuantumla gösterimi ile

$$H = \sum_{\alpha\beta} t_{\alpha\beta} a_{\alpha}^{+} a_{\beta} + \frac{1}{4} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle\alpha\beta|v|\gamma\delta\rangle a_{\alpha}^{+} a_{\beta}^{+} a_{\gamma} a_{\delta}$$

olarak elde edilir.



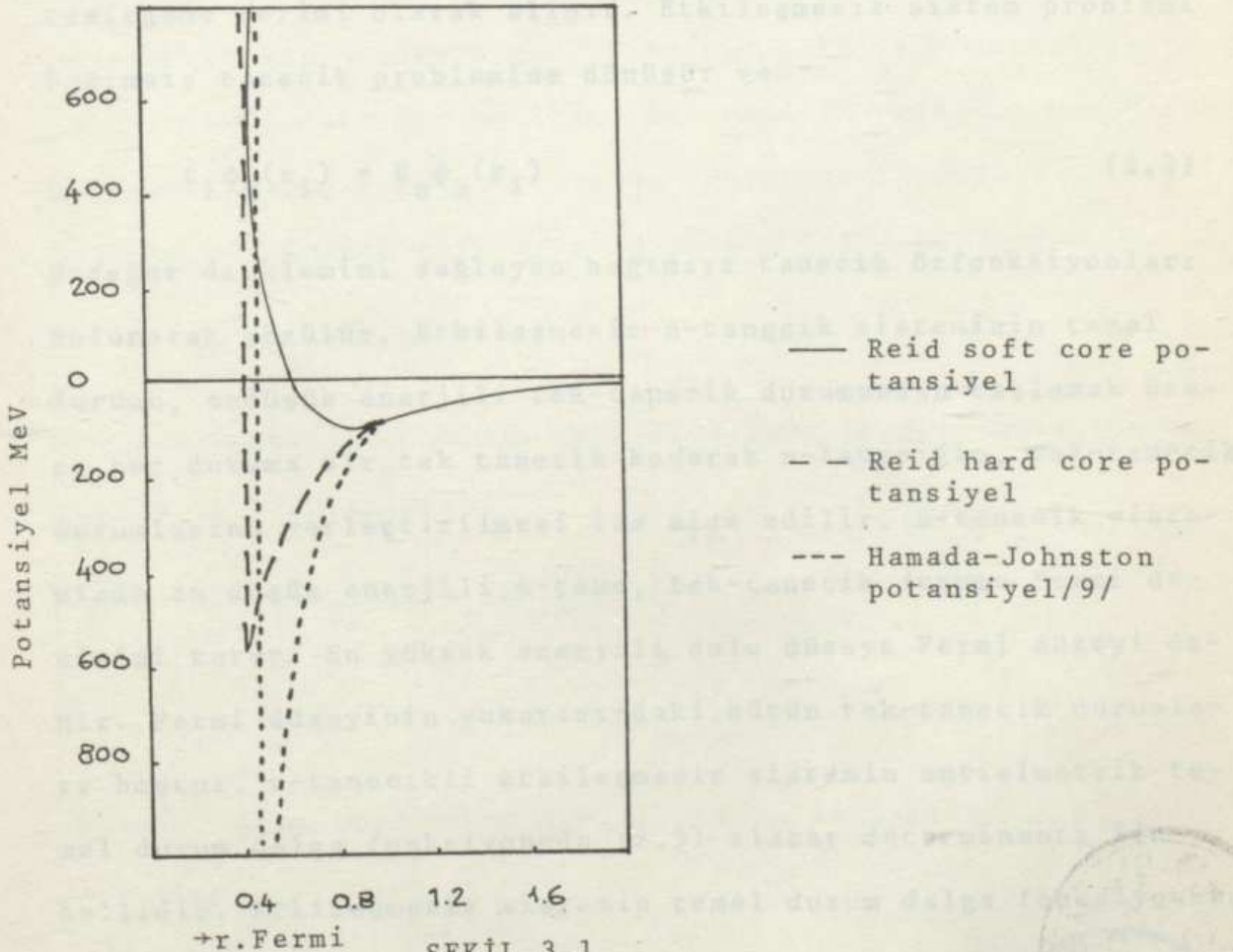


### III. n-FERMİON SİSTEMİ İÇİN TEDİRGEME AÇILIMI

n-fermionun oluşturduğu sistemin hamiltonyeni bireysel taneciklerin kinetik enerjileri ile tanecikler arasındaki iki-tanecik etkileşmelerinin toplamı olarak,

$$H = \sum_{i=1}^n t_i + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} v_{ij} \quad (3.1)$$

yazılır.  $t_i$ , i.inci taneciğin kinetik enerjisi,  $v_{ij}$  ise i.inci ve j.inci tanecikler arasındaki nükleon-nükleon potansiyelini temsil eder. Literatürde kullanılmış çok sayıda nükleon-nükleon potansiyeli vardır (Şekil 3.1)



ŞEKİL 3.1

Değişik nükleon-nükleon etkileşmeleri temsil eden potansiyeller

Fenomonolojik potansiyellere giren sabitlerin tümü saçılma deneylerinden elde edilen faz kayması eğrilerine uydurularak belirlenir. Potansiyel fonksiyonun çok kısa erimli bir göbeği vardır. Göbekten uzaklaştıkça potansiyel çekicidir.

n-tanecik sisteminin (3.1) hamiltonyeni

$$H=H_0+H_1$$

$$H_0 = \sum t_i$$

$$H_1 = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} v_{ij}$$

(3.2)

olmak üzere iki kesime ayrılabilir.  $H_0$ , etkileşmesiz sistemin hamiltonyenidir. Nükleon-nükleon etkileşmesini temsil eden  $H_1$ , tedirgeme terimi olarak alınır. Etkileşmesiz sistem problemi bağımsız tanecik problemine dönüşür ve

$$t_i \phi_\alpha(r_i) = E_\alpha \phi_\alpha(r_i)$$

(3.3)

özdeğer denklemini sağlayan bağımsız tanecik özfonksiyonları bulunarak çözülür. Etkileşmesiz n-tanecik sisteminin temel durumu, endüşük enerjili tek-tanecik durumundan başlamak üzere her duruma bir tek tanecik konarak n-taneciğin, tek-tanecik durumlarına yerleştirilmesi ile elde edilir. n-tanecik sisteminde en düşük enerjili n-tane, tek-tanecik durumu Fermi düzeyini kurar. En yüksek enerjili dolu düzeye Fermi düzeyi denir. Fermi düzeyinin yukarısındaki bütün tek-tanecik durumları boştur. n-tanecikli etkileşmesiz sistemin antisimetrik temel durum dalga fonksiyonunda (2.5) slater determinanı ile bellidir. Etkileşmesiz sistemin temel durum dalga fonksiyonunu



$\phi_0$  ile gösterirsek,  $\phi_0$  etkileşmesiz sistemin  $H_0$  hamiltonyeninin öz fonksiyonu olacağı için

$$H_0 \phi_0 = E_0 \phi_0 \quad (3.4)$$

özdeğer denklemini sağlar.  $E_0$  özdeğeri işgal edilmiş tek-tanecik durumlarının toplam enerjisidir.

$$E_0 = \sum_{i=1}^n \epsilon_i \quad (3.5)$$

Etkileşmeli n-tanecik sistemi problemi

$$H\Psi = E\Psi \quad (3.6)$$

özdeğer denklemini sağlayan,  $E$  özdeğerinin ve  $\Psi$  özfonksiyonlarının bulunması ile çözülür. Çok-tanecik problemi henüz çözülemediği için burada tedirgeme yöntemine başvurulur. Etkileşmeli sistemin hamiltanyeni  $H$  yerine  $H_0 + H_1$  konularak

$$(H_0 + H_1)\Psi = E\Psi \quad (3.7)$$

ve (3.7) eşitliği, soldan etkileşmesiz sistemin dalga fonksiyonu  $\phi_0$  ile çarpılarak,

$$\begin{aligned} \langle \phi_0 | H_0 + H_1 | \Psi \rangle &= \langle \phi_0 | E | \Psi \rangle \\ \langle \phi_0 | H_0 | \Psi \rangle + \langle \phi_0 | H_1 | \Psi \rangle &= E \langle \phi_0 | \Psi \rangle \\ E_0 \langle \phi_0 | \Psi \rangle + \langle \phi_0 | H_1 | \Psi \rangle &= E \langle \phi_0 | \Psi \rangle \end{aligned} \quad (3.8)$$

bulunur. Ancak tedirgeme terimi sıfıra yaklaşırken,

$$V \rightarrow 0$$

etkileşmeli sistemin dalga fonksiyonunda, etkileşmesiz sistemin dalga fonksiyonuna

$$\Psi \rightarrow \phi_0$$

dönüşür. Etkileşmeden doğan  $\delta\Psi = \Psi - \Psi_0$  farkı,  $\phi_0$  dik olacağından/8/

$$\langle \phi_0 | \Psi \rangle = 1 \quad (3.9)$$

olur. (3.8) den, (3.9) eşitliği kullanılarak

$$E = E_0 + \langle \phi_0 | H_1 | \Psi \rangle \quad (3.10)$$

elde edilir. (3.7)'den

$$\begin{aligned} H_0 \Psi + H_1 \Psi &= E \Psi \\ (E - H_0) \Psi &= H_1 \Psi \end{aligned} \quad (3.11)$$

bulunur. (3.10) soldan  $(E - H_0)^{-1}$  işlemcisi ile çarpılırsa

$$\Psi = (E - H_0)^{-1} H_1 \Psi \quad (3.12)$$

olur. Uygulandığı bütün ketleri temel durum üzerine izdüşüren

$$P = |\phi_0\rangle \langle \phi_0| \quad (3.13a)$$

işlemcisi ve uygulandığı bütün ketleri temel durum dışına izdüşüren

$$Q = 1 - |\phi_0\rangle \langle \phi_0| \quad (3.13b)$$

işlemci tanımlanarak

$$P + Q = 1 \quad (3.14)$$

elde edilir. (3.14) bağıntısı (3.11) eşitliğine katılarak,

$$|\Psi\rangle = (P+Q)(E-H_0)^{-1}H_1|\Psi\rangle$$

$$|\Psi\rangle = |\phi_0\rangle + \langle\phi_0| (E-H_0)^{-1}H_1|\Psi\rangle + Q(E-H_1)^{-1}H_1|\Psi\rangle$$

ve tekrar (3.11) kullanılarak

$$|\Psi\rangle = |\phi_0\rangle + Q(E-H_0)^{-1}H_1|\Psi\rangle \quad (3.15)$$

bulunur. (3.11) den iterasyonla, etkileşmeli sistemin dalga fonksiyonu

$$|\Psi\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ Q(E-H_0)^{-1}H_1 \right]^n |\phi_0\rangle \quad (3.16)$$

elde edilir. (3.10) eşitliğinde (3.16) dalga fonksiyonu yerine konularak etkileşmeli sistemin enerjisi

$$E = E_0 + \langle\phi_0| H_1 \sum_{n=0}^{\infty} \left[ Q(E-H_0)^{-1}H_1 \right]^n |\phi_0\rangle \quad (3.17)$$

bulunur. Böylece çok-tanecikli sistem problemi tedirgeme yöntemi ile çözülmüş olur. (3.17) eşitliği açık olarak, üçüncü dereceden terimlere kadar,

$$\begin{aligned} E = E_0 + \langle\phi_0| H_1 |\phi_0\rangle + \langle\phi_0| H_1 Q(E-H_0)^{-1}H_1 |\phi_0\rangle \\ + \langle\phi_0| H_1 Q(E-H_0)^{-1}H_1 Q(E-H_0)^{-1}H_1 |\phi_0\rangle + \dots \end{aligned} \quad (3.18)$$

biçiminde yazılır. Şimdi n-fermion sisteminin enerjisine katkıda bulunan (3.18) deki herbir terimi ayrı ayrı çözümlerlim.

$E_0$ , etkileşmesiz n-fermion sisteminin temel durum enerjisidir ve (3.5) eşitliği ile hesaplanır. Diğer terimlerin enerji katkılarının belirlenmesinde, karışıklıktan kaçınmak için, Fermi denizinin yukarısındaki, momentumu  $k > k_f$  olan durumları alfabenin ilk harfleri a, b, c ile Fermi denizi içindeki, momentumu  $k < k_f$  olan tek tanecik durumlarına alfabenin orta sıradaki harfleri k, l, m, n ile herhangi durumları son harfleri p, q, r, s ile belirliyerek birbirinden ayıracağız.

Tedirgeme açılım (3.18) deki birinci derece terimi,  $\langle \phi_0 | H_1 | \phi_0 \rangle$  dan n-fermion sisteminin enerjisine gelen katkı, (2.37) kullanılarak

$$\langle \phi_0 | H_1 | \phi_0 \rangle = \sum_{\substack{p,q \\ r,s}} \langle pq | v | rs \rangle \langle \phi_0 | a_p^+ a_q^+ a_s a_r | \phi_0 \rangle \quad (3.19)$$

bulunur. Buterimden katkı gelmesi için  $|s\rangle$  ve  $|r\rangle$  durumları fermi denizi içinde olmalıdır. Başka durumda katkı sıfır olur. Sistemin sonunda tekrar temel duruma dönebilmesi için  $|p\rangle$  ve  $|q\rangle$  durumları da yine fermi denizi içinde olmalıdır. Bu koşullarda (3.19) eşitliğinde sıfırdan farklı terimler,

$$\langle \phi_0 | H | \phi_0 \rangle = \sum_{1, m < k_f} \{ \langle 1m | v | 1m \rangle - \langle 1m | v | m1 \rangle \} \quad (3.20)$$

olur. (3.20) de birinci terime doğrudan terim, ikinci terime değiş-tokuş terimi denir. Bu terimler diyagramlarla Şekil 3.2'de temsil edildi. 2





ŞEKİL 3.2

Tedirgeme açılımında birinci derece terimin diyagramlarla temsili. --- matris elemanı gösterir. (a) doğrudan terim diyagramı (b) değiş-tokuş terim diyagramı.

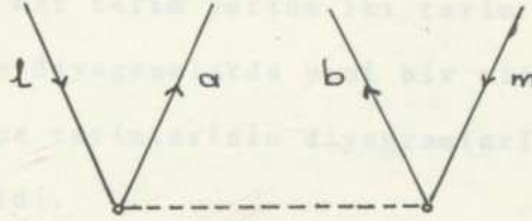
Tedirgeme açılımında enerjiye katkıda bulunan  $j$

$\langle \phi_0 | H_1 Q (E - H_0)^{-1} H_1 | \phi_0 \rangle$  ikinci derece teriminde  $H_1$  işlemcisi  $\phi_0$  temel durumuna etkir ve yeni bir n-tanecik durumu yaratır. Bu durum  $(E - H_0)^{-1}$  ile çarpılır. Son  $H_1$  işlemcisi sistemi yeniden  $\phi_0$  temel durumuna taşır. (2.37)'den  $\langle ab | v | lm \rangle a_a^+ a_b^+ a_m a_l$  terimini seçelim ve bu terimi  $|\phi_0\rangle$  durumuna uygulayalım. Fermi denizi içindeki  $|l\rangle$  ve  $|m\rangle$  durumları yok edilir. Fermi düzeyi yukarısında  $|a\rangle$  ve  $|b\rangle$  durumları yaratılır. Yaratılan yeni sistemin fermi denizi içinde iki boşluğu ve fermi düzeyinin yukarısında iki taneciği vardır. Şekil 3.3'de işlem diyagramla gösterildi. Sonraki adımda yeni durum  $(E - H_0)^{-1}$  ile çarpılır.  $(E - H_0)^{-1}$  elde edilen yeni durum ile  $|\phi_0\rangle$  temel durum arasındaki enerji farkının tersini temsil eder. Enerji farkı taneciklerin enerjilerinden boşlukların enerjileri çıkarılarak,

$$-(E_a + E_b - E_m - E_l)$$

elde edilir.

Son adımda  $H_1$  işlemcisi elde edilen yeni durum üzerine işler. Ancak sistemi  $\phi_0$  duruma taşımak için  $\langle lm | v | ab \rangle a_l^+ a_m^+ a_b a_a$



ŞEKİL 3.3

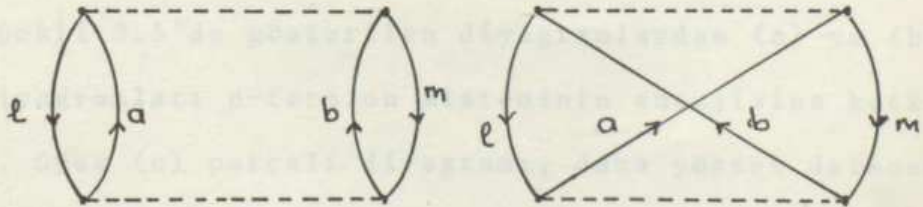
$\langle ab | v | lm \rangle a_a^+ a_b^+ a_m a_l$  işleminin diyagram temsili. Aşağıya doğru yönelen oklar boşlukları yukarı doğru yönelen oklar tanecikleri gösterir.

ve  $\langle ml | v | ab \rangle a_m^+ a_l^+ a_b a_a$  uygun terimleri seçilmelidir. Diğer terimler sıfır verir. İkinci derece tedirgeme teriminden enerjiye gelen katkı

$$\langle \phi_0 | H_1 Q (E - H_0)^{-1} H_1 | \phi_0 \rangle = \sum_{\substack{lm < k_f \\ ab < k_f}} \{ \langle lm | v | ab \rangle [E_a + E_b - E_l - E_m]^{-1} \langle ab | v | lm \rangle \}$$

$$- \langle ml | v | ab \rangle [E_a + E_b - E_l - E_m]^{-1} \langle ab | v | ml \rangle$$

olarak elde edilir/10/. Bu işlemin diyagramla temsili (Şekil 3.4) de gösterildi.



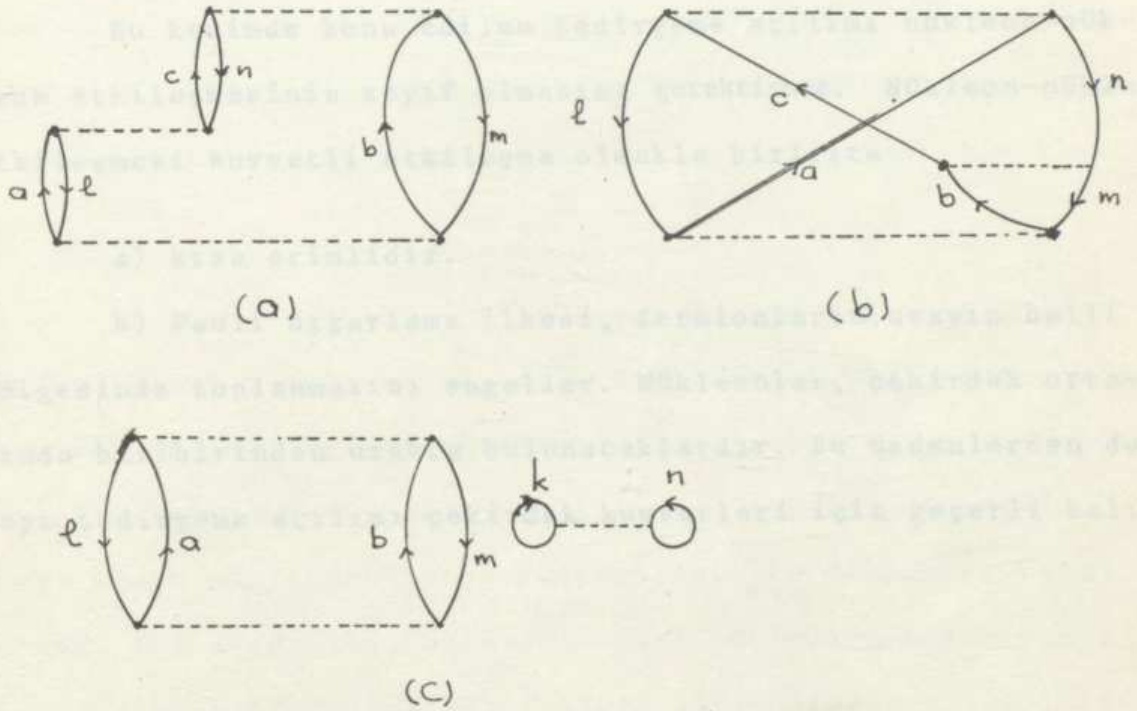
ŞEKİL 3.4

$\langle \phi_0 | H_1 Q (E - H_0)^{-1} H_1 | \phi_0 \rangle$  teriminin diyagramlarla temsili





Tedirgeme açılımı (3.18) de üçüncü derece terimi, ikinci dereceden her terim yerine iki terim geleceği için daha karmaşıktır ve diyagramlarda yeni bir nitelik ortaya çıkar. Üçüncü derece terimlerinin diyagramlarla gösterimi (Şekil 3.5) de verildi.



ŞEKİL 3.5

$\langle \phi_0 | H_1 Q(E-H_0)^{-1} H_1 | \phi_0 \rangle$  teriminin diyagramlarla gösterimi (a), (b) bağlı diyagramları, (c) parçalı diyagramı gösterir.

Şekil 3.5'de gösterilen diyagramlardan (a) ve (b) bağlı diyagramları n-fermion sisteminin enerjisine katkıda bulunur. Oysa (c) parçalı diyagramı, daha yüksek dereceden terimlerden gelen katkılar ile yok olur/11/. Üçüncü derece diyagramlarından enerjiye gelen katkıya bir örnek olarak (Şekil 3.5b) nin enerjiye katkısı

$$+ \sum_{\substack{lmn < k_f \\ abc > k_f}} \langle lm | v | ab \rangle \left[ E_a + E_b - E_l - E_m \right]^{-1} \langle bn | v | cm \rangle \left[ E_c + E_a - E_l - E_m \right]^{-1} \langle ca | v | ln \rangle$$

ile bulunur.

Bu kesimde konu edilen tedirgeme açılımı nükleon-nükleon etkileşmesinin zayıf olmasını gerektirmez. Nükleon-nükleon etkileşmesi kuvvetli etkileşme olmakla birlikte

a) kısa erimlidir.

b) Pauli dışarlama ilkesi, fermionların uzayın belli bölgesinde toplanmasını engeller. Nükleonlar, çekirdek ortamında biribirinden uzakta bulunacaklardır. Bu nedenlerden dolayı tedirgeme açılımı çekirdek kuvvetleri için geçerli kalır.

#### IV. SİMETRİ ENERJİ HESABI

Kuantum olaylarından kaynaklanan çekirdek simetri enerjisi, hem nükleonların kinetik enerji değişmelerinin hem de nükleonların potansiyel enerji değişmelerinin katkısı ile oluşur. Simetri enerjisine kinetik enerji katkısı, çekirdeği oluşturan nötronların ve protonların fermi momentumları farklı olacağı için, çekirdekteki (N-Z) nötron fazlası ile ilgilidir.

Simetri enerjisine potansiyel enerji katkısının iki farklı fiziksel neden vardır/9/. Nedenlerden biri, her nükleon öteki nükleonlar tarafından oluşturulan, nükleon momentumuna bağlı tek-tanecik potansiyeli içinde hareket etmesidir. Öteki neden nükleon-nükleon kuvvetinin, T=0 durumunda, tekil durumda T=1 durumdaki, üçlü durumdaki nükleon-nükleon kuvvetinden daha çekici olmasıdır. Artan nötron fazlası ile tekil çiftlerin sayısı azalırken üçlü durum çiftlerinin sayısı artar. Bu da potansiyel enerjide bir azalmaya, değişmeye neden olur. Değişmelerin tümü çekirdek simetri enerjisini oluşturur.

##### IV.1. NÜKLEAR MATTER SİSTEMİNDE SİMETRİ ENERJİ HESABI

Sonlu çekirdeği oluşturan nükleonlara ilişkin tek-tanecik durumlarının uygun bir kümesi ve bu durumlardaki tanecikler arası etkileşmeler dikkate alınarak çekirdeğin özellikleri belirlenebilir. Gerçekçi bir nükleon-nükleon potansiyeli ile başlayarak kabuk model dalga fonksiyonlarını ve etkileşme-

leri hesaplamayı umabiliriz. Ancak problem orta ve ağır çekirdekler için hesaplanması güç bir problemdir. Nuclear Matter kavramıda çekirdeklerin tasvirine burada hesaplamaları kolaylaştırmak için katılır. Bu kavram sonlu çekirdek sisteminin çözümlenmesine doğru atılmış bir adımdır.

Nuclear matter sistemi eşit sayıda nötron ve protondan oluşan, düzgün yoğunlukla bütün uzayı dolduran varsayım bir sistemdir. Yoğunluk birim hacim başına nükleon sayısı olarak tanımlıdır. Nuclear matter sistemi ötelenmeye göre değişmezdir ve sistemi oluşturan nükleonlar sabit momentumla hareket eder. Nuclear matter sisteminin ötelenme değişmezliğinin olması tek-tanecik dalga fonksiyonlarının, düzlem dalgalar olması sonucunu getirir.

Tek-tanecik dalga fonksiyonu

$$\begin{aligned}\phi_{\alpha}(r) &= \Omega^{-\frac{1}{2}} |k\tau\lambda\rangle \\ &= \Omega^{-\frac{1}{2}} \exp(ik \cdot r) \tau_{\tau} \lambda_{\lambda}\end{aligned}\quad (4.1)$$

yazımı ile tam olarak belirlenir.  $\tau$ , izospin dalga fonksiyonu  $\lambda$ , spin dalga fonksiyonudur.  $\lambda$ ,  $\pm \frac{1}{2}$  değerlerini alan spin kuantum sayısını,  $\tau$ , protonlar için  $+\frac{1}{2}$  değerini, nötronlar için  $-\frac{1}{2}$  değerini alan izospin kuantum sayısını temsil eder. (4.1) elde edilirken nükleonların, hacmi  $\Omega$  olan bir uzay bölgesine hapsedildiği ve  $k$  dalga vektörünün sınır koşullarını sağladığı varsayıldı.

Nuclear matter sisteminin temel durumu da sistemin içer-

diği en düşük enerji düzeyinden başlanarak nükleonların tek-tanecik durumlarına doldurulmaları ile kurulur. Dolu durumları boş durumlardan ayıran düzey fermi düzeyi, bu düzeydeki nükleon momentumuna,  $k_f$ , fermi momentumu denir. (4.1) dalga fonksiyonu kullanılarak, nuclear matter sisteminin yoğunluğu

$$\rho = \sum_{\alpha < k_f} |\phi_\alpha|^2 = \sum_{k < k_f} \Omega^{-1} \sum_{\lambda = \pm \frac{1}{2}} \delta_{\lambda_1 \lambda_2} \sum_{\tau = \pm \frac{1}{2}} \delta_{\tau_1 \tau_2} \quad (4.2)$$

ile hesaplanır.  $|\alpha\rangle$  tek-tanecik durumları üzerinden toplam, dolu tek tanecik durumları üzerinden toplamdır.  $k$ , momentumu üzerinden toplam, hacim sonsuz büyüdüğünde

$$\frac{\rho}{k} = \frac{\Omega}{(2\pi)^3} \int_0^{k_f} d\bar{k} \quad (4.3)$$

bir integral işleme dönüşür. (4.3) dönüşümü kullanılarak, nuclear matter sisteminin yoğunluğu

$$\rho = \frac{2}{3\pi^2} k_f^3 \quad (4.4)$$

bulunur.

Nuclear matter sisteminin toplam enerjisi (3.18) terdirgeme açılımı kullanılarak hesaplanır. Açılımda yalnız birinci dereceden terdirgeme terimi ile yetinilirse, enerji

$$E = \langle \phi_0 | H_0 | \phi_0 \rangle + \langle \phi_0 | H_1 | \phi_0 \rangle \quad (4.5)$$

olur. (4.5) eşitliğinde birinci terim (3.1) kullanılarak yazıldı. (2.31) ve (3.20) kullanılarak nuclear matter sistemin

toplam enerjisi

$$E = \sum_{\alpha \leq k_f} \langle \alpha | -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} | \alpha \rangle + \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta \leq k_f} \left[ \langle \alpha \beta | v | \alpha \beta \rangle - \langle \alpha \beta | v | \beta \alpha \rangle \right] \quad (4.6)$$

olur. (4.6) eşitliğini değerlendirebilmek için  $v$ , nükleon-nükleon etkileşme potansiyeli olarak

$$v = (a_w + a_m p_m) V \quad (4.7)$$

potansiyeli seçildi. Wigner-Majorana tipi denilen bu potansiyelde ilk terim potansiyelin merkezci kesimini, ikinci terim uzay koordinat değiş-tokuş terimini temsil eder.  $a_w$  ve  $a_m$  pozitif sabit sayılardır.  $V$  spinden bağımsız çekici bir potansiyeldir. (4.6) da  $|\alpha\rangle$  ve  $|\beta\rangle$  durumları üzerinden toplam, gerçekte  $|\kappa\tau\lambda\rangle$  kuantum sayıları üzerinden toplamdır.  $\lambda$  spin kuantum sayısı ve  $\tau$  izospin kuantum sayısı üzerinden toplamlar yapıldıktan sonra (4.3) kullanılarak, nükleer matter sisteminin toplam enerjisi

$$E = \frac{3}{5} \frac{\hbar^2 k_f^2}{2m^*} + \frac{k_f^3}{12} \left\{ (4a_w - a_m) \int V(r) dr + (4a_m - a_w) \int \left[ \frac{3j_1(k_f \cdot r)}{k_f \cdot r} \right]^2 V(r) dr \right\} \quad (4.8)$$

olarak bulunur. Burada  $m^*$  etkin kütle,  $J$  ise birinci dereceden küresel bessel fonksiyonunu temsil eder.

$n$ -tanecikten oluşan bir sistemde bir tek duruma ilişkin, ortalama bir tek-tanecik potansiyeli

$$U(\alpha) = \sum_{\beta} \left[ \langle \alpha \beta | v | \alpha \beta \rangle - \langle \alpha \beta | v | \beta \alpha \rangle \right] \quad (4.9)$$

ile tanımlanır/12/.  $U(\alpha)$  potansiyeli  $|\alpha\rangle$  durumunu işgal eden tanecik yokken, sistemi oluşturan tüm öteki taneciklerin  $|\alpha\rangle$  durumunda yarattıkları varsayılan ortalama potansiyeldir. Tüm sistemin potansiyeli

$$U = \frac{1}{2} \sum_{\alpha} U(\alpha) = \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} \left[ \langle \alpha\beta | v | \alpha\beta \rangle - \langle \alpha\beta | v | \beta\alpha \rangle \right] \quad (4.10)$$

olur. (4.1) ve (2.39) kullanılarak (4.10) değerlendirilirse

$$U = \frac{k_f^3}{6\pi^2} \int \left[ (4a_w - a_m) + (4a_m - a_w) j_0(kr) \frac{3j_1(k_f r)}{k_f r} \right] v(r) dr \quad (4.11)$$

bulunur.  $k \ll k_f$  için küresel Bessel fonksiyonunun seri açılımı,

$$j_0(kr) = 1 - \frac{k^2 r^2}{6} + \dots$$

yapılarak, (4.11)'den

$$U = U_0 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} U_1 + \dots \quad (4.12)$$

bulunur. (4.12) de ikinci dereceden momentum bağımlılığı, etkin kütle tanımlamada kullanılır.

$$E = U_0 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad (4.13)$$

Burada  $m^* = m/1+U_1$  ile tanımlıdır.

Nötronlara ve protonlara ait fermi düzeyleri farklı olacağı için, nötron sayısı, proton sayısından farklı olan

nuclear matter sisteminin toplam enerjisi, benzer yolla ancak nötronlara ait fermi momentumu  $k_{fn}$  ve protonlara ait fermi momentumu  $k_{fp}$  alınarak (4.6) dan hesaplanır.

$N \neq Z$  olan nuclear matter toplam enerjisinden  $N=Z$  olan nuclear matter sisteminin toplam enerjisi çıkarılarak, simetri enerjisi,

$$E_s = A \frac{\delta^2}{3} \left\{ \frac{\hbar^2 k_f^2}{2m^*} - \frac{k_f^3}{\pi} \int \left[ a_m + a_w j_0^2(k_f r) \right] V(r) r^2 dr \right. \quad (4.20)$$

olarak bulunur. Simetri parametresi  $\delta = (N-Z)/A$  ile tanımlıdır. Etkin kütle, fermi yüzeyinde tanımlanarak ve normal nuclear matter yoğunluğu,  $\rho = 0.17$  nükleon/fm<sup>3</sup>, için elde edilen  $k_f = 1.36$  fm<sup>-1</sup> momentumu kullanılarak, simetri enerji katsayısı

$$a_4 = 37 \text{ MeV}$$

bulunur/3/. Bu değer Şekil 1.1 ile temsil edilen deneysel eğriye, eğri uydurma yöntemi ile elde edilen

$$a_4 = 23.7 \text{ MeV}$$

değerinden çok uzaktır.

Gerçekte bir çekirdekdeki nötron fazlası daha yüksek enerji düzeylerinde bulunur (Şekil 2). Bundan dolayıda çekirdek yüzeyine yakın bölgelerde yer alırlar. Yüzeye yakın bölgelerde yoğunluk az olacağı için,  $\rho = 0.17$  n/fm<sup>3</sup> yoğunluğu gerçek durumu belirtmekten uzaktır.





## V. SONLU ÇEKİRDEK SİSTEMİNDE YEREL YOĞUNLUK YAKLAŞIMI İLE SİMETRİ ENERJİ HESABI

### V.1. SONLU ÇEKİRDEK SİSTEMİ

Varsayım bir sistem olan nuclear matter sisteminden gerçek sonlu çekirdek sistemine geçmek gerekir. Sonlu çekirdek sisteminde yoğunluk konumun bir fonksiyonu olur. Bu nedenden nuclear matter sisteminde geçerli olan ötelenme değişmezliği sonlu çekirdek sisteminde düşer. Bir nükleonun enerjisi hem bulunduğu konumda öteki nükleonlarla ilişkisine, hem de sonlu sistemin kütle merkezine göre, konumuna bağlı olur. Nükleona ilişkin potansiyel enerjide nükleonun konumuna ve momentumuna bağlıdır.

Gerçekçi bir nükleon-nükleon potansiyelinin (Şekil 3.1) iki nükleonun dalga fonksiyonu üstündeki egemenliği, nükleonlar arası uzaklık (0-1) fm aralığında kaldığı zaman etkilidir. Ancak bu aralık yaklaşık 10 fm civarında olan çekirdek çapı yanında oldukça kısadır. Bundan dolayı belli bir konumdaki nükleonun davranışı en yakın komşularının dışında kalan, sistemi oluşturan öteki nükleonların uzay dağılımından pek etkilenmez.

Nükleon-nükleon kuvveti kısa erimli olduğu için ve Pauli dışarlama ilkesi nükleonların, nükleon-nükleon kuvvetinin kısa erimi içinde bulunmasını kısıtladığı için orta ve ağır çekirdeklerde bir nükleonu bulunduğu konumda yarıbağım-

sız hareket edeceğini varsaymak mümkün olur.

## V.2. YEREL YOĞUNLUK YAKLAŞIMI

Sonsuz nuclear matter sisteminden sonlu çekirdek sistemine geçmek için bu çalışmada yerel-yoğunluk yaklaşımı (Local density approximation) kullanılacaktır. Nükleon-nükleon korelasyonunun kısa erimli olması sonucu, sonlu çekirdek içinde herhangi bir konumda bulunan nükleonu, yoğunluğu nükleonun bulunduğu konumdaki sonlu çekirdek sistemi yoğunluğuna eşit, bir nuclear matter sistemi içinde bulunuyormuş gibi dikkate almak iyi bir yaklaşım olur. Bu yaklaşıma yerel yoğunluk yaklaşımı denir/5/,/13/,/14/. Nükleon-nükleon korelasyonunun erimi, yoğunlukta kabul edilir bir değişimin olabileceği uzaklıklara göre, kısa olduğu için yaklaşım daha bir geçerlik kazanır. Böylece sonlu çekirdek sisteminde nötron yoğunluğundaki değişimler ve proton yoğunluğundaki değişimler hesaba katılabilir. Çekirdek sisteminin yüzeye yakın bölgelerinde yaklaşım fazla iyi değildir. Çünkü bu bölgelerde çekirdek sisteminin yoğunluğundaki değişimler, iç bölgelere göre, çok daha hızlı olur. Orta ve ağır çekirdeklerde çekirdek hacminin yüzeye oranı küçük olduğu için nükleonlar zamanlarının büyük bir kesrini çekirdeğin iç bölgelerinde geçirir ve yerel yoğunluk yaklaşımı iyi sonuç verir.

Yerel yoğunluk yaklaşımı ile sonlu çekirdek sisteminin incelenmesine yine nuclear matter yöntemi ile başladık. Her nükleonu

$$\langle r | k \rangle = \Omega^{-\frac{1}{2}} \exp(ik \cdot r) \quad (5.1)$$

düzlem dalgaları ile temsil ettik. Ancak nükleonun bulunduğu bölgedeki Fermi düzeyini bu bölgedeki sonlu çekirdek sisteminin yoğunluğuna

$$k_f(\rho) \rightarrow k_f[\rho(r)] \quad (5.2)$$

geçişini ile bağılı kıldık. Bir bölgedeki fermi düzeyinin nötronlar ve protonlar için eşit olma zorunluğu yoktur. Nötron sayısı proton sayısından farklı olan bir çekirdekte nötronlara ait fermi düzeyi protonlara ait fermi düzeyinden farklıdır. Çünkü nötron fazlası daha yüksek enerji düzeylerinde ancak kendilerine yer bulabilirler (Şekil 2). Bundan dolayı biz fermi düzeyini  $k_f^\tau(r)$  olarak açıkça, izospine ve konuma bağladık. Böylece protonlar ve nötronlar için

$$\begin{aligned} k_{fn}(r) &= k_f^{\tau=-1/2}(r) \\ k_{fp}(r) &= k_f^{\tau=+1/2}(r) \end{aligned} \quad (5.3)$$

geçişleri yapıldı.

### V.3. SONLU ÇEKİRDEK SİSTEMİNİN SİMETRİ ENERJİ HESABI

Nötron ve protonlara ilişkin konuma ve izospine bağılı Fermi momentumları, (5.3) kullanılarak sonlu çekirdek sisteminin simetri enerjisi hesabı (3.18) tedirgeme açılımı ile gerçekleştirildi. Açılımda birinci dereceden tedirgeme terimi ile yetinildi.



$$E = \langle \phi_0 | H_0 | \phi_0 \rangle + \langle \phi_0 | H_1 | \phi_0 \rangle \quad (5.4)$$

$\phi_0$  etkileşmesiz sistemin temel durum dalga fonksiyonu,  $H_0$  etkileşmesiz n-tanecik sisteminin hamiltonyeni,  $H_1$  tedirgeme terimidir. (5.4) enerji eşitliğinde, (2.35) ve (2.37) tek-cisim ve iki cisim işlemcileri ile birlikte (2.27) ters komitasyon bağıntıları kullanılarak

$$E = \sum_{\alpha, \beta \in k_f} \langle \alpha | -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 | \beta \rangle + \frac{1}{2} \sum_{\alpha \beta \in k_f} \left[ \langle \alpha \beta | v | \alpha \beta \rangle - \langle \alpha \beta | v | \beta \alpha \rangle \right] \quad (5.5)$$

elde edildi. Burada  $|\alpha\rangle$  ve  $|\beta\rangle$  tek tanecik durumları,

$$\begin{aligned} |\alpha\rangle &= |k \tau_1 \lambda_1\rangle \\ |\beta\rangle &= |k \tau_2 \lambda_2\rangle \end{aligned} \quad (5.6)$$

tek tanecik durumları kuantum sayılarının bir tam kümesidir. (5.5) eşitliğinde dolu  $|\alpha\rangle$  ve  $|\beta\rangle$  durumları üzerinden toplam, bu durumların temsil ettiği kuantum sayıları üzerinden,

$$\sum_{\alpha} + \sum_{k} \sum_{\tau} \sum_{\lambda} \quad (5.7)$$

toplama belirtir. Bu kuantum sayıları üzerinden toplama ile (5.5) eşitliği, (4.7) potansiyel enerji işlemciside kullanılarak



$$\begin{aligned}
 E = & \sum_{kk'} \sum_{\tau_1 \tau_2} \sum_{\lambda_1 \lambda_2} \{ \langle k \tau_1 \lambda_1 | -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 | k' \tau_2 \lambda_2 \rangle \\
 & + \frac{1}{2} \left[ \langle k \tau_1 \lambda_1 k' \tau_2 \lambda_2 | (a_w + a_{m p_m}) V | k \tau_1 \lambda_1 k' \tau_2 \lambda_2 \rangle - \right. \\
 & \left. - \langle k \tau_1 \lambda_1 k' \tau_2 \lambda_2 | (a_w + a_{m p_m}) V | k' \tau_2 \lambda_2 k \tau_1 \lambda_1 \rangle \right] \{ \quad (5.8)
 \end{aligned}$$

olur. (5.8) eşitliğinde ikinci ve üçüncü terime

$$\sum_{r_1 r_2} = |r_1 r_2\rangle \langle r_1 r_2| = 1 \quad (5.9)$$

tamlık bağıntısı uygulandıktan sonra,  $P_m$  uzay değiş-tokuş işlemcisi için

$$P_m |r_1 r_2\rangle = |r_2 r_1\rangle \quad (5.10)$$

eşitliği ve

$$\langle r_1 r_2 | V | r_1 r_2 \rangle = V(r_1 - r_2) \quad (5.11)$$

tanımı ile (5.1) düzlem dalga gösterimide kullanılarak,

$$\begin{aligned}
 E = & \sum_{\lambda_1 \lambda_2} \delta_{\lambda_1 \lambda_2} \sum_{\tau_1 \tau_2} \delta_{\tau_1 \tau_2} \sum_{kk'} \left\{ \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\Omega^{-2}}{2} \iint d\bar{r}_1 d\bar{r}_2 V(r_1 - r_2) \sum_{\lambda_1 \lambda_2} \sum_{\tau_1 \tau_2} \sum_{kk'} \{ a_w \right. \\
 & + a_m \exp[-i(k-k')(r_1 - r_2)] - \delta_{\lambda_1 \lambda_2} \delta_{\tau_1 \tau_2} a_w \exp[-i(k-k')(r_1 - r_2)] \\
 & \left. - \delta_{\lambda_1 \lambda_2} \delta_{\tau_1 \tau_2} a_m \right\} \quad (5.11')
 \end{aligned}$$

elde edildi. Burada  $d\bar{r}_1$ ,  $d\bar{r}_2$  hacim integrallerini,  $\Omega$  sonlu çekirdek hacmini temsil eder. Nükleon çiftlerine ilişkin bağlı konum

vektörü, bağıl momentum vektörü ve kütle merkezi konum vektörü sırası ile

$$\begin{aligned} r &= r_1 - r_2 \\ q &= k - k' \\ R &= (r_1 + r_2) / 2 \end{aligned} \quad (5.12)$$

eşitlikleri ile tanımlıdır. (5.2) de son eşitlikteki 1/2 çarpanı nükleonların kütlelerinin eşit olması nedeniyle gelir. (5.12) tanımları ile

$$\iint d\bar{r}_1 d\bar{r}_2 V(r_1 - r_2) = \iint d\bar{R} d\bar{r} V(r) \frac{\partial (rR)}{\partial (r_1 r_2)}$$

ve burada  $\partial (rR) / \partial (r_1 r_2) = 1$  olduğu için

$$\begin{aligned} &= \int d\bar{R} \int d\bar{r} V(r) \\ &= \Omega \int d\bar{r} V(r) \end{aligned} \quad (5.13)$$

bulunur. İşgal edilmiş enerji düzeylerinin tümünün kapanmış olduğunu varsayarak  $\lambda$ , spin kuantum sayısı üzerinden toplam yapılır ve (5.13) kullanılırsa, sonlu çekirdek sisteminin enerjisi için

$$\begin{aligned} E = 2 \sum_{\tau_1 \tau_2} \delta_{\tau_1 \tau_2} \sum_{kk'} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \delta_{kk'} + \Omega^{-1} \int d\bar{r} V(r) \sum_{\tau_1 \tau_2} \sum_{kk'} \left[ 2a_w^{-\delta_{\tau_1 \tau_2}} a_m \right. \\ \left. + (2a_m^{-\delta_{\tau_1 \tau_2}} a_w) e^{-iqr} \right] \end{aligned} \quad (5.14)$$

bulunur. Bizim simetri enerji hesabında kullandığımız temel denklem (5.14) denklemdir.

i) N=Z olan sonlu çekirdek sistemi için enerji hesabı

Nötron sayısı, proton sayısına eşit olan,  $N=Z=A/2$ , simetrik sonlu çekirdek sistemin de nötronlara ait Fermi düzeyleri protonlara ait fermi düzeyine eşit olduğu için Fermi momentumları izospinden bağımsızdır. Bundan dolayı (5.14) eşitliğinde  $\tau$  ve  $k$  üzerinden toplamlar ayrı ayrı yapılır. Toplamlar yapılarak

$$E=4 \sum_k \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + 2\Omega^{-1} \int dr V(r) \left\{ \sum_{k k'} (4a_w - a_m) + \sum_{k k'} (4a_m - a_w) e^{-iqr} \right\} \quad (5.15)$$

bulunur.  $k$  üzerinden toplam için, (4.3) geçişi kullanarak

$$E = \frac{4\Omega}{(2\pi)^3} \int_0^{k_f} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} dk + \frac{2\Omega}{(2\pi)^6} \int dr V(r) \int_0^{k_f} \int_0^{k_f} dk dk' (4a_w - a_m) \int_0^{k_f} \int_0^{k_f} dk dk' (4a_m - a_w) e^{-iqr} \quad (5.16)$$

olur. (5.16) eşitliğinde  $k$ -uzayındaki integraller,

$$d\bar{k} = k^2 dk \sin\theta d\theta d\phi \quad (5.17)$$

eşitliği kullanılarak,

$$\int \frac{\hbar^2 k^2}{2m} d\bar{k} = \frac{4\pi}{5} \frac{\hbar^2 k_f^5}{2m}$$

$$\int_0^{k_f} \int_0^{k_f} d\bar{k} d\bar{k}' (4a_w - a_m) = (4a_w - a_m) \frac{4\pi}{3} k_f^3 \cdot \frac{4\pi}{3} k_f^3 \quad (5.19)$$

$$\int_0^{k_f} \int_0^{k_f} d\bar{k} d\bar{k}' (4a_m - a_w) e^{-iqr} = (4a_m - a_w) \left[ \frac{4\pi}{3} k_f^3 \frac{3j_1(k_f r)}{k_f r} \right] \left[ \frac{4\pi}{3} k_f^3 \frac{3j_1(k_f r)}{k_f r} \right] \quad (5.20)$$

hesaplanır. (5.8), (5.9), (5.10) eşitlikleri, (5.6) eşitliğinde yerlerine taşınarak, ve yoğunluk tanımı (4.4) eşitliğinin,

$$A = \frac{2\Omega}{3\pi^2} k_f^3 \quad (5.20)$$

biçimi kullanılarak,  $N=Z=A/2$  olan sonlu çekirdek sisteminin enerjisi

$$E(A, N=Z) = \frac{3A}{5} \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\int k_f(r) \rho(r) d\bar{r}}{\int \rho(r) d\bar{r}} + \frac{A}{12\pi^2} \int \{ (4a_w - a_m) + (4a_m - a_w) \left[ \frac{3j_1(k_f r)}{k_f r} \right]^2 \} v(r) d\bar{r} \quad (5.21)$$

bulunur. Birinci terim kinetik enerji katkısını ikinci terim potansiyel enerji katkısını temsil eder. Burada kinetik enerji terimini yoğunluğa bağlamak için yoğunluk üzerinden fermi ortalaması alındı.

ii)  $N \neq Z$  olan sonlu çekirdek sistemi için enerji hesabı

Nötron sayısı proton sayısından farklı sonlu çekirdek sistemleri için enerji hesabında (5.14) eşitliğindeki  $\tau$  izospin ve  $k$  momentumu üzerinden toplamlar bağımsız değildir. Nötronlara ve protonlara ilişkin fermi momentumları (5.3) gereği izospine bağımlıdır ve nötronların fermi momentumu protonların fermi momentumundan farklıdır. Bundan dolayı (5.14) denklemindeki toplamların üst sınırını, nötronlar ve protonlar için, sırasıyla





$$k_f \rightarrow k_f^{\tau_2}(r) \quad (5.22)$$

$$k_f \rightarrow k_f^{\tau_1}(r)$$

olarak değiştirdik. (5.14) eşitliği (5.22) kullanılarak

$$E=2 \sum_{\tau_1, k}^{\tau_1} \sum_{\tau_2, k'}^{\tau_2} \delta_{\tau_1 \tau_2} \delta_{kk'} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \Omega^{-1} \int d\bar{r} V(r) \left[ (2a_w - \delta_{kk'} a_m) + (2a_m - \delta_{\tau_1 \tau_2}) e^{-iqr} \right] \quad (5.23)$$

bulunur. (5.23) eşitliğinde toplam yapılırsa

$$E=2 \left( \sum_k^{k_{fn}} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \sum_{k'}^{k_{fp}} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right) + \Omega^{-1} \int d\bar{r} V(r) \left\{ \sum_k^{k_{fn}} \sum_{k'}^{k_{fp}} (2a_w - a_m) + 2 \sum_k^{k_{fn}} \sum_{k'}^{k_{fp}} 2a_m \right. \\ \left. + \sum_k^{k_{fp}} \sum_{k'}^{k_{fp}} (2a_w - a_m) \right\} + \left[ \sum_k^{k_{fp}} \sum_{k'}^{k_{fp}} (2a_m - a_w) + 2 \sum_k^{k_{fp}} \sum_{k'}^{k_{fn}} 2a_m + \sum_k^{k_{fn}} \sum_{k'}^{k_{fp}} (2a_w - a_m) \right] \\ \times e^{-iqr} \quad (5.24)$$

elde edilir. (4.3) dönüşüm eşitliği, ve (5.18), (5.19), (5.20) integral eşitlikleri kullanılarak,  $N \neq Z$  olan sonlu çekirdek sisteminin enerjisi için,

$$E(A, N \neq Z) = \frac{\Omega}{5\pi} \frac{\hbar^2}{2m} \left[ k_{fn}^5 + k_{fp}^5 \right] + \frac{\Omega}{(2\pi)^6} \frac{(4\pi)^2}{3} \int d\bar{r} V(r) \left\{ 2a_w (k_{fn}^3 + k_{fp}^3)^2 - a_m \left[ (k_{fn}^3)^2 + (k_{fp}^3)^2 \right] + \right. \\ \left. + 2a_m \left[ k_{fp}^3 \frac{3j_1(k_{fp} \cdot r)}{k_{fp} \cdot r} + k_{fn}^3 \frac{3j_1(k_{fn} \cdot r)}{k_{fn} \cdot r} \right]^2 - a_w \left[ k_{fp}^3 \frac{3j_1(k_{fp} \cdot r)}{k_{fp} \cdot r} \right]^2 + \right. \\ \left. \left. (k_{fn}^3 \frac{3j_1(k_{fn} \cdot r)}{k_{fn} \cdot r})^2 \right\} \quad (5.25)$$

elde edildi.

Simetri parametresi

$$\delta = \frac{N-Z}{A} = \frac{A-2Z}{A} \quad (5.26)$$

olarak tanımladı. Simetri parametresine bağlı olarak nötron ve proton sayıları

$$N = \frac{A}{2} (1+\delta) \text{ ve } Z = \frac{A}{2} (1-\delta) \quad (5.27)$$

bulunur. Sonlu çekirdek sisteminin nükleon, nötron ve proton yoğunlukları, (4.4) den

$$A/\Omega = \frac{2}{3\pi^2} k_f^3 \quad (5.28)$$

$$N/\Omega = \frac{1}{3\pi^2} k_{fn}^3$$

$$Z/\Omega = \frac{1}{3\pi^2} k_{fp}^3$$

bulunur. (5.27) ve (5.28) eşitlikleri kullanılarak, nötron ve protonlara ait Fermi momentumları,  $N=Z$  olan sonlu çekirdek sisteminin Fermi momentumu cinsinden,

$$k_{fn}^3 = k_f^3 (1+\delta) \quad (5.28)$$

$$k_{fp}^3 = k_f^3 (1-\delta)$$

ifade edildi ve (5.25) denkleminde yerlerine konularak seri açılımı yapıldı.



(5.25) eşitliğindeki  $k_{fp}^3 \frac{3j_1(k_{fp}r)}{k_{fp}r}$  tipindeki terimlerin seri açılımı, küresel Bessel fonksiyonlarının özellikleri kullanılarak,

$$\left[ k_{fp}^3 \frac{3j_1(k_{fp}r)}{k_{fp}r} \right] = \frac{3}{r^3} \left[ F(\rho_0)qhF'(\rho)|_{\rho=\rho_0} + \frac{h^2}{2}F''(\rho)|_{\rho=\rho_0} \right] \quad (5.29)$$

$$\left[ k_{fn}^3 \frac{3j_1(k_{fn}r)}{k_{fn}r} \right] = \frac{3}{r^3} \left[ F(\rho_0)+hF'(\rho)|_{\rho=\rho_0} + \frac{h^2}{2}F''(\rho)|_{\rho=\rho_0} \right]$$

yapıldı. Burada  $\rho_0=rk_f$ ,  $\rho=rk_{fp,n}$ ,  $h=\rho_0\delta/3$ ,  $F(\rho)=\rho^2j_1(\rho)$  olarak tanımlandı. (5.28) ve (5.29) seri açılımları ve (5.20) kullanılarak,  $N \neq Z$  olan sonlu çekirdek sisteminin enerjisi, simetri parametresine bağlı olarak

$$E(A, N \neq Z) = \frac{h^2 A}{2m} \left[ \frac{3 \int k_f^2(r) \rho(r) d\bar{r}}{5 \int \rho(r) d\bar{r}} + \frac{\int \delta^2(r) k_f^2(r) \rho(r) d\bar{r}}{3 \int \rho(r) dr} \right]$$

$$+ \frac{A}{12\pi^2} \int d\bar{r} V(r) \{ (4a_w - a_m) + (4a_m - a_w) \left[ \frac{3j_1^2(k_f \cdot r)}{k_f r} \right]^2 \quad (5.30)$$

$$+ \delta^2(r) \left[ a_m + a_w j_0^2(k_f r) \right] + (4a_m - a_w) \left[ \frac{2j_0(k_f r)j_1(k_f r)}{k_f r} - j_1^2(k_f r) \right] \}$$

elde edildi.

A nükleondan oluşan sonlu çekirdek sistemin simetri enerjisi,  $N \neq Z$  olan sonlu çekirdek sisteminin (5.30) ile belirlenen toplam enerjisinden,  $N=Z$  olan sonlu çekirdek sisteminin toplam enerjisi çıkarılarak



$$E_s = \frac{\hbar^2 A}{6m} \cdot \frac{\int \delta^2(r) k_f^2(r) \rho(r) d\bar{r}}{\int \rho(r) d\bar{r}} - \frac{A}{12\pi^2} \int d\bar{r} V(r) \delta^2(r) k_f^3(r) \left\{ \left[ a_m + a_w j_0^2(k_f r) \right] \right. \\ \left. + (4a_m - a_w) \times \left[ \frac{2j_0[k_f(r) \cdot r] j_1[k_f(r) \cdot r]}{k_f(r) \cdot r} - j_1^2[k_f(r) \cdot r] \right] \right\} \quad (5.31)$$

elde edildi. Karşılaştırmalarda kullanacağımız  $a_4$  parametresi (1.6) eşitliğinden

$$a_4 = E_s \frac{A}{(N-Z)^2} \quad (5.32)$$

ile bellidir.

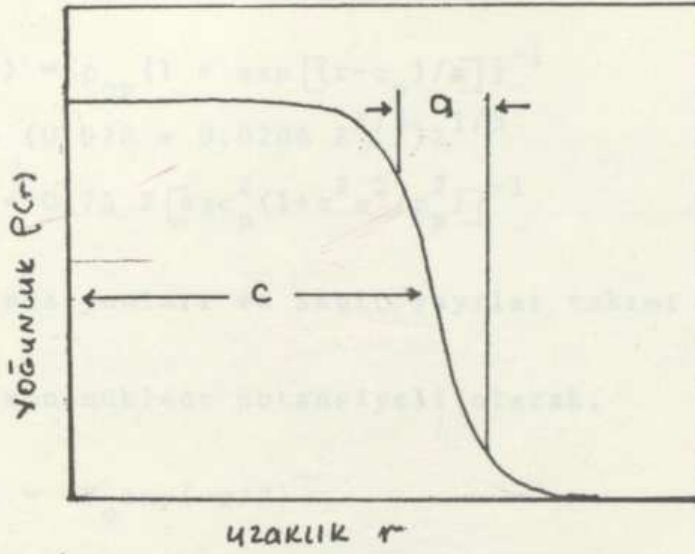
#### V.4. SAYISAL DEĞERLENDİRME

Sonlu çekirdek sisteminin simetri enerjisini (5.31) eşitliğini sayısal olarak değerlendirmek için sonlu çekirdek sisteminin  $\rho(r)$  nükleon yoğunluğunun,  $\rho_n(r)$  nötron yoğunluğunun ve  $\rho_p(r)$  proton yoğunluğunun ve nükleon-nükleon potansiyelinin bilinmesi gerekir. Bu çalışmada sonlu çekirdek yoğunlukları olarak elektron saçılma deneylerinin çözümlenmesinden elde edilen

$$\rho(r) = \rho_0 \left\{ 1 + \exp \left[ (r-c)/a \right] \right\}^{-1} \quad (5.32)$$

Wood-Saxon tipi yoğunluk kullanıldı (5.32) deki sabitler Şekil 5.1'de gösterildiği biçimde tanımlıdır.





ŞEKİL 5.1

Sonlu çekirdek sistemi için yoğunluk fonksiyonu

Nükleon sayısı A, nötron sayısı N ve proton sayısı Z olan bir çekirdekte

Nükleonlar için,

$$\rho(r) = \rho_0 \{1 + \exp[(r-c)/a]\}^{-1}$$

$$c = (0.978 + 0.0206 A^{1/3})A^{1/3} \text{ (fm)}$$

$$\rho_0 = 0.75 A [4\pi c^3 (1 + \pi^2 a^2/c^2)]^{-1} \text{ (tanecik/fm}^3\text{)} \quad (5.33)$$

$$a = 0.54 \text{ (fm)}$$

Nötronlar için,

$$\rho_n(r) = \rho_{on} \{1 + \exp[(r-c_n)/a]\}^{-1}$$

$$c_n = (0.978 + 0.0206 N^{1/3})N^{1/3} \quad (5.34)$$

$$\rho_{on} = 0.75 N [4\pi c_n^3 (1 + \pi^2 a^2/c_n^2)]^{-1}$$



Protonlar için

$$\rho_p(r) = \rho_{op} \{1 + \exp[(r-c_p)/a]\}^{-1} \quad (5.35)$$

$$c_p = (0.978 + 0.0206 Z^{1/3}) Z^{1/3}$$

$$\rho_{op} = 0.75 Z \left[ 4\pi c_p^2 (1 + \pi^2 a^2 / c_p^2) \right]^{-1}$$

yoğunluk fonksiyonları ve sabit sayılar takımı kullanıldı/5/.

Nükleon-nükleon potansiyeli olarak,

$$V(r) = -V_o \exp(-r/R)$$

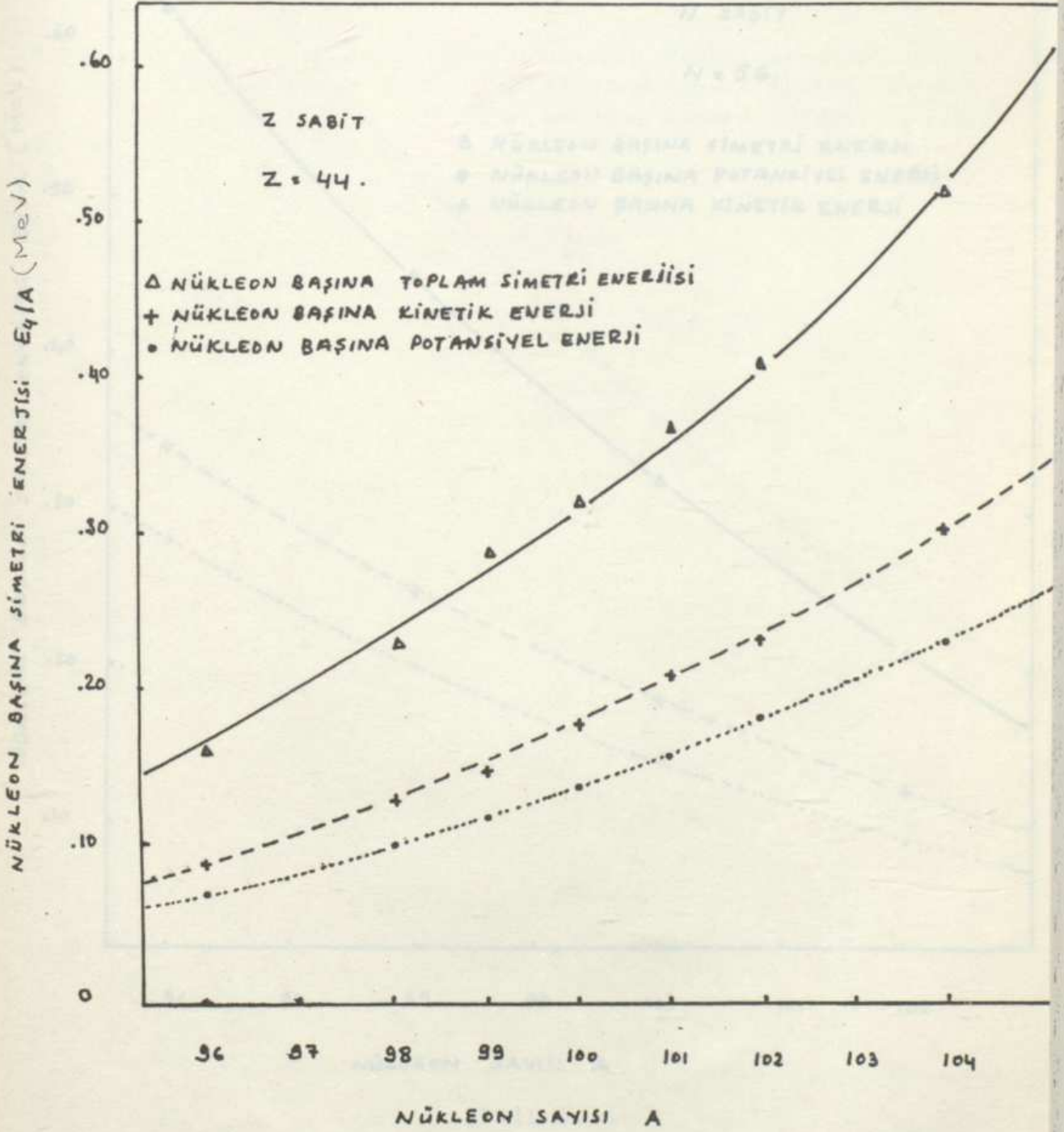
üstel potansiyeli seçildi. Bu potansiyeldeki  $V_o$  ve  $R$  sabitlerinin,  $S_o$  nötron-proton saçılmasından elde edilen/15/,

$$V_o = -102.4 \text{ MeV}, R = 0.73 \text{ fm}$$

değerleri kullanıldı.

Simetri enerjisi için elde edilen (5.31) eşitliği Gauss sayısal integrasyon yöntemi ile/10/ çözümlendi. Elli gauss noktası ile çalışıldı, integral üst sınırı (5.34) ve (5.35) eşitliklerinden elde edilen ortalama nötron ve proton yarıçaplarının dört katı olarak belirlendi. Bu değerde (5.31) eşitliğindeki integrallerin doyuma ulaştığı gözlemlendi. Sayısal değerlendirme doğada raslanan 263 kararlı çekirdek sistemi için yapıldı. Hesaplarda  $\hbar^2/2m$  değeri  $41.47 \text{ MeV}\cdot\text{fm}^{-1}/16/$  ve  $a_w = a_m = 0.5/3/$  değerleri alındı. Sayısal değerlendirmenin sonuçları Tablo II de bilgisayar programı EK 1 de sunuldu.

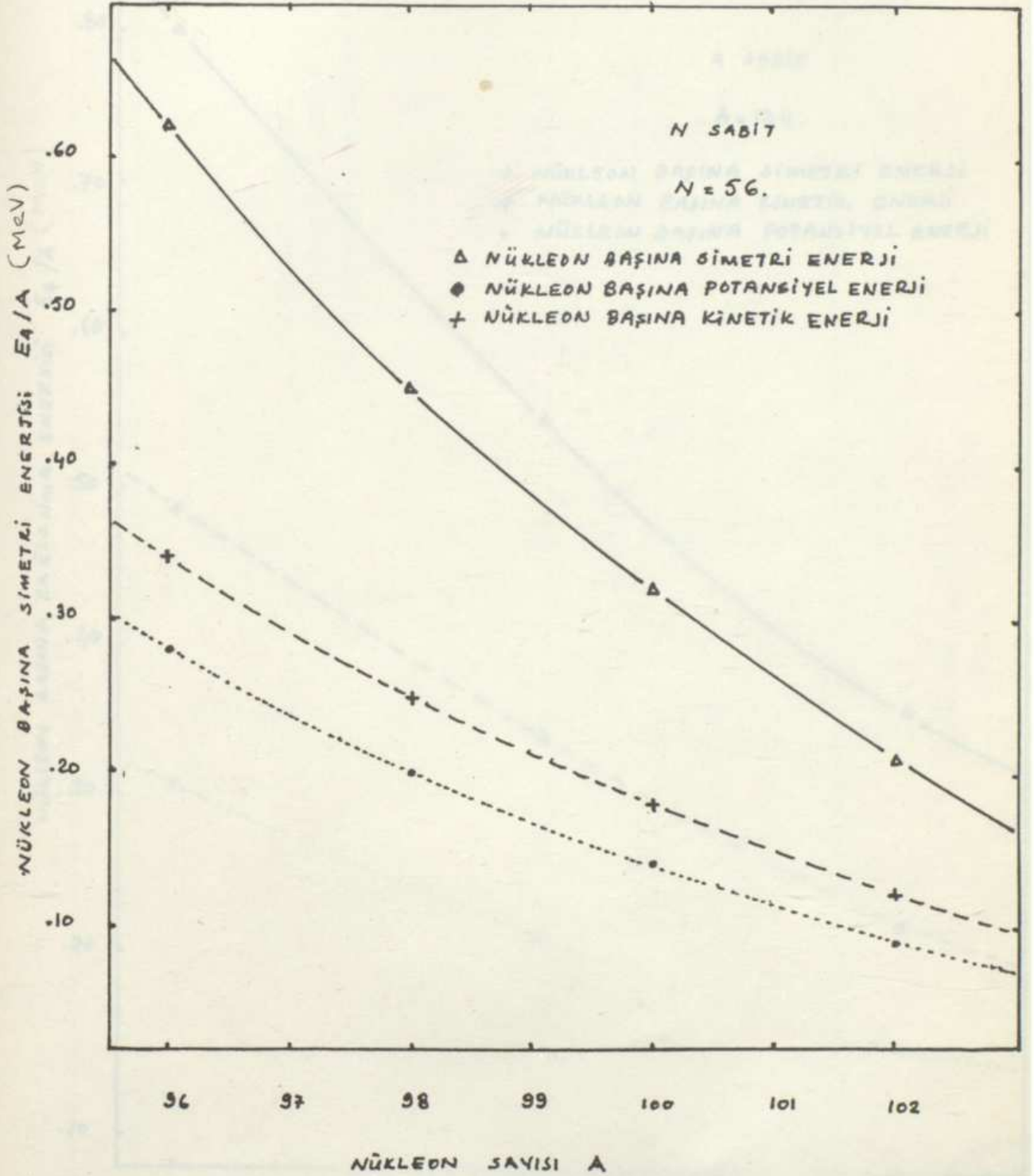




ŞEKİL 5.3.

Kararlı izobar çekirdekler için nükleon başına simetri enerjisi



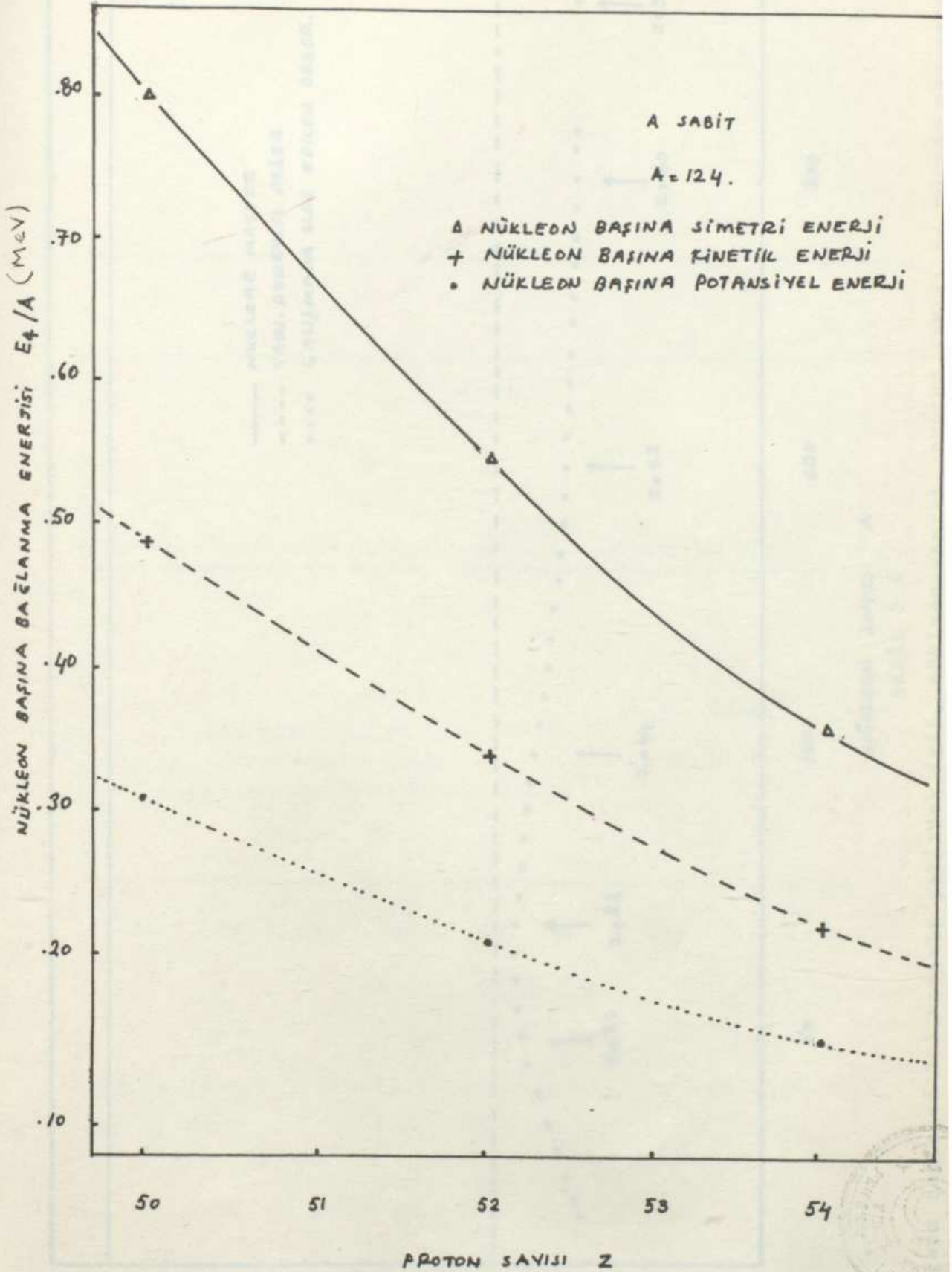


ŞEKİL 5.4.

Kararlı izoton çekirdekler için nükleon başına simetri enerjisi

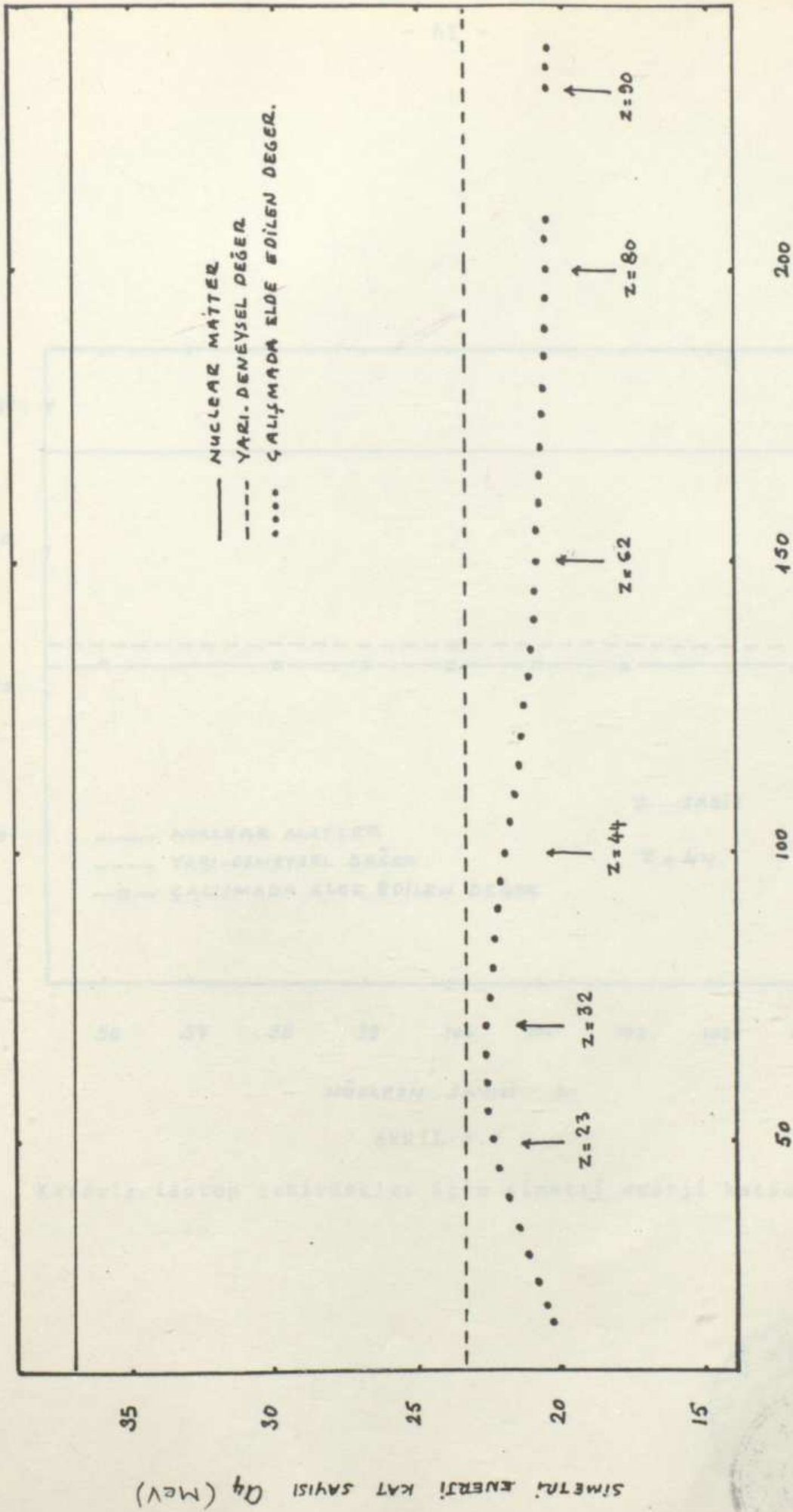






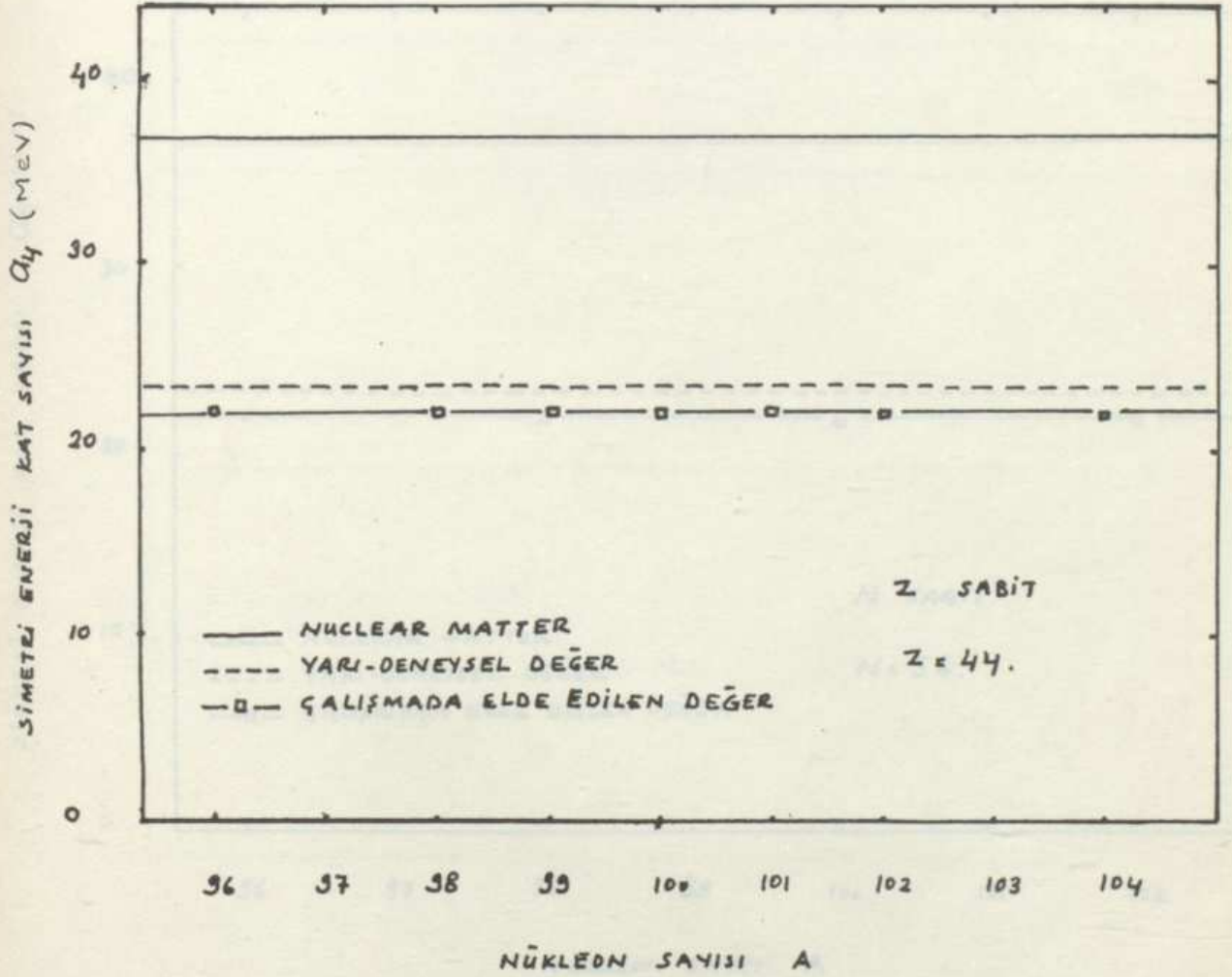
ŞEKİL 5.5.

Kararlı izobar çekirdekler için nükleon başına simetri enerjisi



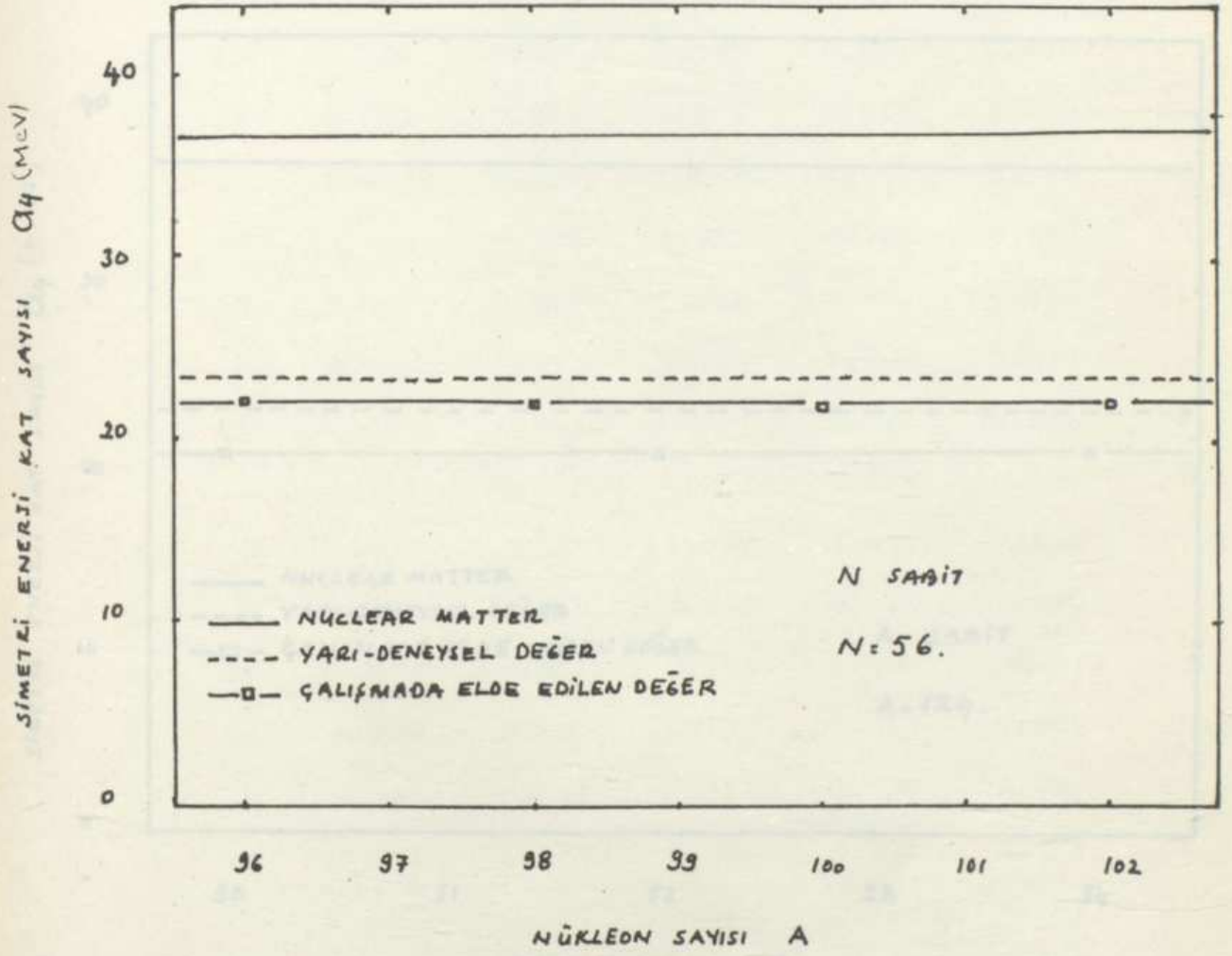
NÜKLEON SAYISI A  
ŞEKİL 5.6

Doğada raslanan 263 kararlı çekirdek için, nükleon sayısı, proton sayısı ve nötron sayısına



Kararlı izotop çekirdekler için simetri enerji katsayısı

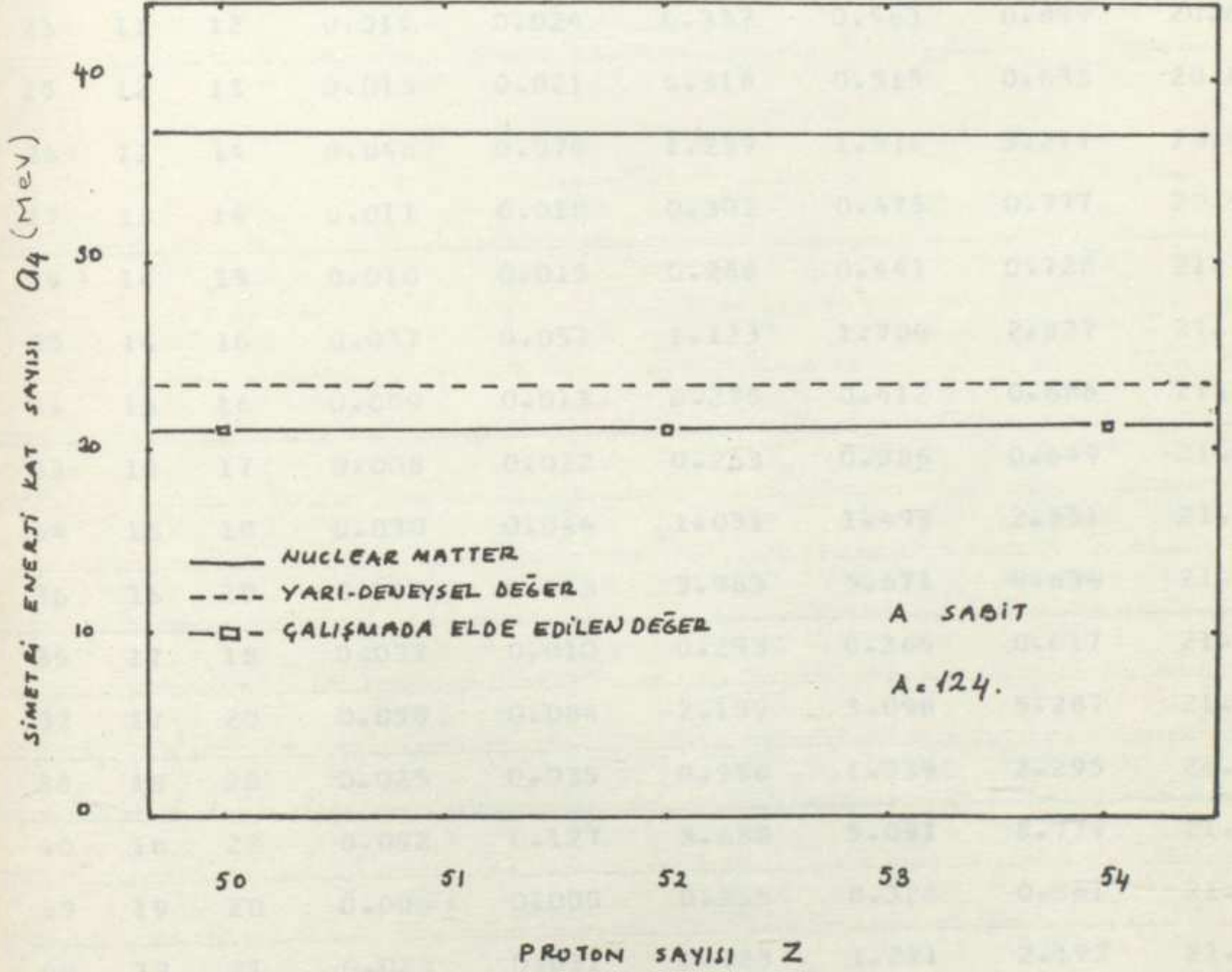




ŞEKİL 5.8

Kararlı izoton çekirdeklerin simetri enerji katsayısı






ŞEKİL 5.9

Kararlı izobar çekirdeklerin simetri enerji katsayısı





1A	12	IN	TUM1	TUM2	QTUM1	PTUM2	ES	A4=
17	8	9	0.024	0.046	0.413	0.781	1.194	20.30
18	8	10	0.088	0.164	1.589	2.944	4.534	20.40
19	9	10	0.020	0.036	0.383	0.692	1.075	20.43
21	10	11	0.017	0.030	0.358	0.620	0.979	20.55
22	10	12	0.063	0.107	1.388	2.365	3.752	20.64
23	11	12	0.015	0.024	0.337	0.563	0.899	20.68
25	12	13	0.013	0.021	0.318	0.515	0.833	20.82
26	12	14	0.048	0.076	1.239	1.978	3.217	20.91
27	13	14	0.011	0.018	0.302	0.475	0.777	20.97
29	14	15	0.010	0.015	0.288	0.441	0.728	21.12
30	14	16	0.037	0.057	1.123	1.704	2.827	21.21
31	15	16	0.009	0.013	0.275	0.412	0.686	21.27
33	16	17	0.008	0.012	0.263	0.386	0.649	21.43
34	16	18	0.030	0.044	1.031	1.499	2.531	21.51
36	16	20	0.110	0.159	3.963	5.671	9.634	21.68
35	17	18	0.007	0.010	0.253	0.364	0.617	21.58
37	17	20	0.059	0.084	2.189	3.098	5.287	21.74
38	18	20	0.025	0.035	0.956	1.339	2.295	21.80
40	18	22	0.092	0.127	3.688	5.091	8.779	21.95
39	19	20	0.006	0.008	0.235	0.326	0.561	21.87
40	19	21	0.023	0.032	0.923	1.271	2.193	21.93
41	19	22	0.050	0.068	2.041	2.789	4.830	22.00
42	20	22	0.021	0.029	0.893	1.208	2.101	22.06
43	20	23	0.046	0.062	1.976	2.654	4.630	22.12
44	20	24	0.079	0.105	3.456	4.610	8.066	22.18
46	20	26	0.164	0.216	7.534	9.914	17.448	22.29
48	20	28	0.271	0.352	12.985	16.876	29.861	22.40
45	21	24	0.043	0.056	1.916	2.530	4.446	22.23
46	22	24	0.018	0.024	0.839	1.098	1.937	22.28

48	22	26	0.058	0.088	3.258	4.201	7.459	22.39
49	22	27	0.102	0.131	5.016	6.423	11.439	22.42
50	22	28	0.142	0.181	7.119	9.053	16.173	22.46
50	23	27	0.063	0.080	3.169	4.017	7.186	22.46
51	23	28	0.096	0.120	4.832	6.145	11.027	22.50
50	24	26	0.016	0.020	0.793	1.003	1.796	22.49
52	24	28	0.059	0.074	3.085	3.846	6.931	22.53
53	24	29	0.090	0.111	4.757	5.984	10.641	22.57
54	24	30	0.125	0.154	6.758	8.300	15.058	22.59
55	25	30	0.084	0.103	4.639	5.639	10.278	22.61
54	26	28	0.014	0.017	0.753	0.920	1.673	22.57
56	26	30	0.052	0.063	2.935	3.532	6.467	22.61
57	26	31	0.079	0.095	4.528	5.407	9.936	22.63
58	26	32	0.111	0.132	6.440	7.631	14.071	22.65
59	27	32	0.075	0.088	4.424	5.198	9.612	22.65
58	26	30	0.012	0.015	0.717	0.846	1.564	22.61
60	26	32	0.047	0.054	2.801	3.252	6.053	22.71
61	26	33	0.071	0.082	4.326	4.981	9.307	22.71
62	28	34	0.099	0.113	6.157	7.032	13.189	22.71
64	26	36	0.167	0.188	10.697	12.023	22.720	22.71
63	29	34	0.067	0.076	4.233	4.784	9.017	22.71
65	29	36	0.125	0.139	8.113	9.018	17.130	22.71
64	30	34	0.042	0.047	2.682	3.000	5.682	22.71
66	30	36	0.089	0.098	5.904	6.492	12.396	22.71
67	30	37	0.119	0.129	7.950	8.667	16.617	22.71
68	30	38	0.151	0.163	10.272	11.106	21.378	22.71
70	30	40	0.224	0.239	15.710	16.709	32.419	22.71
69	31	38	0.113	0.121	7.794	8.334	16.128	22.71
71	31	40	0.178	0.187	12.619	13.265	25.883	22.71
70	32	38	0.091	0.086	5.876	6.062	11.678	22.71
72	32	40	0.137	0.143	8.807	10.276	20.141	22.71

93	42	53	0.163	0.118	13.015	17.734	20.287	20.16
94	44	54	0.171	0.124	14.279	18.391	23.216	21.24
95	46	55	0.182	0.131	15.532	19.219	26.019	22.31
96	48	56	0.193	0.138	16.785	19.895	28.145	23.07
107	42	50	0.136	0.109	11.266	14.781	16.316	16.00
98	44	52	0.152	0.116	12.519	15.573	18.739	17.11
99	46	54	0.168	0.124	13.772	16.425	21.350	18.11
100	48	56	0.184	0.132	15.025	17.337	24.275	19.11
101	50	58	0.200	0.140	16.278	18.309	27.519	20.11
102	52	60	0.216	0.148	17.531	19.351	31.071	21.11
103	54	62	0.232	0.156	18.784	20.463	34.923	22.11
104	56	64	0.248	0.164	20.037	21.645	39.075	23.11
105	58	66	0.264	0.172	21.290	22.898	43.527	24.11

TABLO II

Tablodaki sütunlar sıra ile, kararlı çekirdek kütle numarası, proton sayısı, nötron sayısı, nükleon başına kinetik enerji, nükleon başına potansiyel enerji, toplam kinetik enerji, toplam potansiyel enerji, simetri enerji ve simetri enerji katsayısı olarak düzenlenmiştir.

106	60	68	0.280	0.180	22.543	24.160	48.279	25.11
107	62	70	0.296	0.188	23.796	25.312	53.131	26.11
108	64	72	0.312	0.196	25.049	26.565	58.283	27.11
109	66	74	0.328	0.204	26.302	27.817	63.735	28.11
110	68	76	0.344	0.212	27.555	29.169	69.487	29.11
111	70	78	0.360	0.220	28.808	30.521	75.539	30.11
112	72	80	0.376	0.228	30.061	31.873	81.891	31.11
113	74	82	0.392	0.236	31.314	33.225	88.543	32.11
114	76	84	0.408	0.244	32.567	34.577	95.495	33.11
115	78	86	0.424	0.252	33.820	35.929	102.747	34.11
116	80	88	0.440	0.260	35.073	37.281	110.299	35.11
117	82	90	0.456	0.268	36.326	38.633	118.151	36.11
118	84	92	0.472	0.276	37.579	40.085	126.303	37.11







95	42	53	0.163	0.134	15.515	12.734	28.249	22.18
96	42	54	0.191	0.155	18.320	14.897	33.216	22.14
97	42	55	0.220	0.177	21.332	17.187	38.519	22.11
98	42	56	0.250	0.200	24.546	19.598	44.145	22.07
100	42	58	0.318	0.248	31.566	24.751	56.316	22.00
96	44	52	0.035	0.069	8.170	6.613	14.783	22.17
98	44	54	0.123	0.102	12.574	9.935	22.559	22.11
99	44	55	0.153	0.120	15.190	11.379	26.579	22.07
100	44	56	0.176	0.139	17.836	13.901	31.737	22.04
101	44	57	0.205	0.159	20.776	15.043	36.816	22.00
102	44	58	0.234	0.179	23.915	18.298	42.212	21.97
104	44	60	0.296	0.222	30.771	23.121	53.892	21.89
103	45	53	0.199	0.151	20.511	15.507	36.018	21.95
102	46	56	0.120	0.091	12.248	9.325	21.573	22.00
104	46	58	0.167	0.125	17.384	12.989	30.373	21.94
105	46	59	0.193	0.143	20.255	14.994	35.249	21.90
106	46	60	0.220	0.161	23.322	17.107	40.429	21.86
108	46	62	0.278	0.200	30.026	21.628	51.654	21.79
110	46	64	0.341	0.241	37.459	26.506	63.965	21.72
107	47	60	0.187	0.136	20.007	14.503	34.511	21.85
109	47	62	0.241	0.171	26.263	18.693	44.956	21.78
106	48	58	0.113	0.082	11.943	8.720	20.663	21.90
108	48	60	0.157	0.113	16.960	12.153	29.113	21.83
110	48	62	0.207	0.146	22.767	16.015	38.782	21.77
111	48	63	0.234	0.163	25.954	18.092	44.047	21.73
112	48	64	0.262	0.181	29.326	20.260	49.585	21.69
113	48	65	0.291	0.199	32.877	22.511	55.389	21.66
114	48	66	0.321	0.216	36.604	24.843	61.447	21.62
116	48	68	0.384	0.266	44.569	29.726	74.295	21.55
113	49	64	0.227	0.165	25.655	17.517	43.172	21.68



112	50	62	0.140	0.102	16.563	11.336	27.949	21.74
114	50	64	0.195	0.132	22.244	15.014	37.258	21.67
115	50	65	0.221	0.148	25.365	16.966	42.331	21.64
116	50	66	0.247	0.164	28.667	19.004	47.671	21.60
117	50	67	0.273	0.181	32.146	21.127	53.268	21.57
118	50	68	0.303	0.198	35.799	23.316	59.115	21.53
119	50	69	0.333	0.215	39.621	25.562	65.203	21.49
120	50	70	0.363	0.233	43.609	27.915	71.525	21.46
122	50	72	0.427	0.259	52.067	32.767	84.835	21.38
124	50	74	0.493	0.305	61.144	37.842	98.936	21.31
121	51	70	0.324	0.205	39.199	24.800	63.999	21.41
123	51	72	0.384	0.239	47.260	29.394	76.654	21.31
122	52	70	0.297	0.190	35.033	21.914	56.952	21.41
123	52	71	0.315	0.196	38.788	24.051	62.836	21.41
124	52	72	0.344	0.212	42.701	26.252	68.953	21.31
125	52	73	0.374	0.228	46.775	28.513	75.288	21.31
126	52	74	0.405	0.245	51.005	30.832	81.837	21.31
128	52	76	0.466	0.278	59.922	35.627	95.549	21.21
130	52	78	0.534	0.312	69.425	40.611	110.036	21.11
127	53	74	0.365	0.218	46.302	27.669	73.971	21.31
124	54	70	0.221	0.135	27.457	16.790	44.247	21.41
126	54	72	0.272	0.164	34.318	20.625	54.943	21.31
128	54	74	0.327	0.193	41.841	24.721	66.562	21.31
129	54	75	0.355	0.208	45.842	26.858	72.700	21.21
130	54	76	0.385	0.223	49.958	29.051	79.049	21.21
131	54	77	0.415	0.239	54.306	31.295	85.600	21.21
132	54	78	0.445	0.254	58.762	33.587	92.349	21.11
134	54	80	0.506	0.286	68.106	38.307	106.414	21.01
136	54	82	0.574	0.316	78.009	43.183	121.197	21.01
133	55	73	0.404	0.229	53.785	30.397	84.182	21.11



132	56	76	0.311	0.177	41.025	23.312	64.336	21.23
134	56	78	0.366	0.205	49.641	27.410	76.451	21.17
135	56	79	0.395	0.219	53.277	29.535	82.812	21.13
136	56	80	0.424	0.233	57.059	31.707	89.367	21.10
137	56	81	0.454	0.245	62.165	33.924	96.110	21.07
138	56	82	0.484	0.252	68.854	36.183	103.036	21.03
138	57	81	0.414	0.223	57.120	30.823	87.951	21.07
139	57	82	0.443	0.237	61.618	32.932	94.601	21.04
136	58	78	0.296	0.162	40.249	22.912	62.261	21.17
138	58	80	0.349	0.180	48.131	25.896	74.027	21.11
140	58	82	0.404	0.214	56.609	29.973	86.582	21.04
142	58	84	0.462	0.241	65.556	34.222	99.880	20.98
141	59	82	0.368	0.193	51.824	27.148	78.972	21.05
142	60	82	0.333	0.173	47.263	24.498	71.762	21.05
143	60	83	0.359	0.185	51.363	26.412	77.775	21.02
144	60	84	0.386	0.197	55.607	28.370	83.976	20.99
145	60	85	0.414	0.209	59.993	30.370	90.363	20.96
146	60	86	0.442	0.222	64.518	32.409	96.927	20.93
148	60	88	0.500	0.247	73.973	36.596	110.569	20.87
150	60	90	0.560	0.273	83.951	40.915	124.866	20.81
144	62	82	0.269	0.137	38.806	19.703	58.509	21.06
147	62	85	0.343	0.170	50.471	25.025	75.497	20.98
148	62	86	0.369	0.182	54.651	26.887	81.538	20.95
149	62	87	0.396	0.193	58.970	28.790	87.760	20.92
150	62	88	0.423	0.205	63.427	30.731	94.159	20.89
152	62	90	0.479	0.228	72.745	34.719	107.464	20.83
154	62	92	0.536	0.252	82.582	38.836	121.417	20.78
151	63	88	0.387	0.186	58.475	28.044	86.520	20.90
153	63	90	0.441	0.208	67.459	31.358	99.328	20.85
152	64	88	0.354	0.182	53.736	25.513	79.249	20.91

155	64	91	0.432	0.200	66.911	31.060	97.971	20.33
156	64	92	0.459	0.211	71.569	32.977	104.547	20.60
157	64	93	0.486	0.222	76.356	34.927	111.283	20.77
158	64	94	0.514	0.234	81.270	36.905	118.175	20.75
160	64	96	0.572	0.256	91.467	40.945	132.413	20.69
159	65	94	0.476	0.214	75.754	34.058	109.812	20.76
156	66	90	0.339	0.155	52.850	24.238	77.093	20.89
158	66	92	0.369	0.176	61.385	27.730	89.115	20.83
160	66	94	0.440	0.196	70.442	31.359	101.801	20.79
161	66	95	0.467	0.206	75.164	33.221	108.385	20.75
162	66	96	0.494	0.217	80.012	35.111	115.123	20.72
163	66	97	0.521	0.227	84.933	37.029	122.012	20.69
164	66	98	0.549	0.238	90.075	38.973	129.047	20.67
165	67	98	0.511	0.219	84.340	36.136	120.476	20.65
162	68	94	0.373	0.163	60.426	26.386	86.813	20.80
164	68	96	0.423	0.182	69.360	29.854	99.214	20.75
166	68	98	0.475	0.201	78.803	33.440	112.244	20.70
167	68	99	0.501	0.211	83.710	35.275	118.985	20.68
168	68	100	0.528	0.221	88.737	37.135	125.872	20.65
169	68	101	0.556	0.231	93.882	39.019	132.900	20.62
170	68	102	0.583	0.241	99.143	40.925	140.068	20.60
169	69	100	0.492	0.204	83.092	34.443	117.534	20.67
168	70	98	0.407	0.169	66.321	28.450	96.771	20.74
170	70	100	0.457	0.188	77.641	31.863	109.524	20.69
171	70	101	0.482	0.197	82.486	33.639	116.124	20.66
172	70	102	0.508	0.206	87.449	35.420	122.870	20.64
173	70	103	0.535	0.215	92.531	37.225	129.756	20.61
174	70	104	0.562	0.224	97.728	39.051	136.780	20.59
176	70	106	0.616	0.243	108.459	42.767	151.226	20.56
175	71	104	0.525	0.203	91.875	36.372	128.247	20.61
176	71	105	0.551	0.217	97.048	38.161	135.201	20.58

174	72	102	0.440	0.175	76.523	30.428	106.951	20.63
176	72	104	0.470	0.192	86.211	33.817	120.028	20.63
177	72	105	0.515	0.201	91.231	35.548	126.778	20.61
178	72	106	0.541	0.210	96.365	37.300	133.665	20.58
179	72	107	0.568	0.213	101.613	39.072	140.685	20.56
180	72	108	0.594	0.227	106.971	40.864	147.636	20.53
181	73	108	0.556	0.211	100.919	38.202	139.122	20.56
183	73	110	0.610	0.228	111.682	41.733	153.415	20.51
180	74	106	0.472	0.180	85.016	32.317	117.334	20.63
182	74	108	0.522	0.196	95.051	35.659	130.710	20.58
183	74	109	0.548	0.204	100.233	37.360	137.598	20.56
184	74	110	0.574	0.212	105.535	39.031	144.616	20.53
186	74	112	0.625	0.229	116.452	42.577	159.029	20.48
185	75	110	0.538	0.193	99.569	36.545	136.113	20.56
187	75	112	0.539	0.214	110.211	39.937	150.147	20.51
184	76	108	0.456	0.168	83.865	30.911	114.776	20.62
186	76	110	0.504	0.183	93.793	34.120	127.903	20.58
187	76	111	0.529	0.191	98.911	35.754	134.666	20.56
188	76	112	0.554	0.199	104.149	37.408	141.557	20.53
189	76	113	0.579	0.207	109.494	39.080	148.574	20.51
190	76	114	0.605	0.215	114.946	40.768	155.714	20.49
192	76	116	0.657	0.230	126.159	44.193	170.352	20.44
191	77	114	0.570	0.200	108.790	38.249	147.039	20.51
193	77	116	0.620	0.215	119.738	41.577	161.314	20.47
190	78	112	0.487	0.172	92.559	32.674	125.233	20.58
192	78	114	0.535	0.187	102.810	35.835	138.645	20.54
194	78	116	0.585	0.201	113.490	39.067	152.557	20.50
195	78	117	0.610	0.209	118.936	40.707	159.694	20.47
196	78	118	0.636	0.216	124.534	42.362	166.947	20.45
198	78	120	0.687	0.231	136.000	45.714	181.795	20.41
197	79	118	0.600	0.232	118.247	39.863	158.110	20.45

196	80	116	0.518	0.175	101.515	34.354	135.669	20.55
198	80	118	0.566	0.199	112.091	37.465	149.545	20.51
200	80	120	0.615	0.203	123.061	40.637	163.698	20.46
201	80	121	0.640	0.213	128.702	42.245	170.947	20.44
202	80	122	0.666	0.217	134.440	43.866	178.306	20.42
204	80	124	0.717	0.231	146.206	47.145	193.350	20.37
203	81	122	0.630	0.204	127.929	41.390	169.320	20.45
205	81	124	0.680	0.217	139.446	44.535	184.032	20.40
204	82	122	0.596	0.191	121.536	39.010	160.596	20.48
206	82	124	0.645	0.204	132.852	42.121	174.974	20.43
208	82	126	0.695	0.218	144.503	45.282	189.786	20.39
209	83	126	0.659	0.205	137.527	42.832	180.658	20.42
232	90	142	0.804	0.216	186.643	50.115	236.758	20.31
234	92	142	0.736	0.195	172.238	45.521	217.759	20.38
235	92	143	0.759	0.200	178.459	46.913	225.372	20.36
238	92	146	0.830	0.215	197.611	51.128	248.739	20.30



## V.5. SONUÇLARIN İRDELENMESİ

1.  $A < 70$  olan çekirdeklerde nükleon başına simetri enerjisine, kinetik enerji katkısı, potansiyel enerji katkısından küçük,  $70 < A < 80$  olan çekirdeklerde bu katkılar hemen hemen eşit,  $A > 80$  olan çekirdeklerde ise, potansiyel enerji katkısına göre, kinetik enerji katkısı hızla büyümektedir (Şekil 5.2 ve 5.3 ve Tablo II). Kinetik enerji katkısı sonlu çekirdek sisteminin hacmine potansiyel enerji katkısı ise sonlu çekirdek sisteminin yüzeyine bağlı olduğu dikkate alınır, çekirdek yarı çapı büyüdükçe yüzeydeki nükleonların sayısının hacim içindeki nükleonların sayısına oranı azalacağı için, bu durum ağır çekirdeklerde beklenen durumdur.

2. Simetri enerjisi için bizim elde ettiğimiz formülde  $(N-Z)^2$  açıkça görülmemesine karşın elde edilen sonuçların (Şekil 5-2,3,4)  $(N-Z)^2$  ye kesin olarak bağlı olduğu gözlemlendi.

3. Simetri enerji katsayısı için nükleon sayısına, nötron sayısına ve proton sayısına bağlı olarak oldukça tutarlı bir değer bulundu (Şekil 5.6). Katsayının hesabı için iyi bir yaklaşım olduğunu bildiğimiz yerel yoğunluk yaklaşımı  $A > 17$  olan kararlı çekirdeklere kadar iyi değerler verdi.

4.  $A = 40-80$  aralığında simetri enerji katsayısı için hafif bir maksimum bulundu (Şekil 5.6), bunun dışında dikkate değer dalgalanmaya raslanmadı. Simetri enerjisine etkin katkı yüzeye yakın nötron fazlasından gelir. Yukardaki aralıkta bulunan çekirdeklerin yarıçapları 3-5 fm civarındadır ve seç-



tiğimiz potansiyelde bu aralıkta sifıra gider. Gözlenen maksimumun nedeni, integrasyondaki en iyi örtüşmenin (overlapping) bu aralıkta gerçekleşmesidir.

5. Nuclear matter yöntemiyle elde edilen simetri enerji katsayısı/5/,/17/, yerel yoğunluk yaklaşımı kullanıldığında yarı-deneysel yoldan elde edilen sonuca yaklaşacak yönde (Şekil 5.7, 5.8, 5.9) hızla azalmaktadır.

Simetri enerji katsayısı için elde edilen değerler aşağıdaki tabloda toplu olarak verildi.

TABLO 3

	Nuclear Matter	Bizim Çalışma	Yarı-deneysel Yöntem
$a_4$	37	21.4	23.7

#### V.6. SONUÇ

Bu çalışmada çekirdek simetri enerjisinin fiziksel kaynağı dikkate alınarak şematik bir model olan nuclear matter hesabının, yerel yoğunluk yaklaşımı ile sonlu çekirdeklere de uygulanabileceği gösterilmiştir. Nuclear matter hesabından elde edilen ve  $a_4=37$  MeV civarında olan yüksek simetri enerji katsayısı bu hesaplamada kullanılan Fermi momentumundan ve yoğunluktan kaynaklanmaktadır. Simetri enerjisine en büyük katkı çekirdek yüzeyindeki az yoğunluklu bölgeden geldiğine göre bu yoğunluk farklılığının hesaplarda kilit rolü oynayan bir parametre olduğu ortaya çıkar.





**KAYNAK** Yerel yoğunluk yaklaşımında yoğunluk değişimi açıkça ele alındığından ve hesaplamalara doğal bir şekilde katıldığından simetri enerji katsayısında uygun bir değişme beklenmelidir. Gerçekten de çalışmamızın sonucu bu varsayımı beklenenin çok üstünde doğrulamaktadır. Yerel yoğunluk yaklaşımı ile elde edilen sayısal sonuç yarı deneysel sonucu % 8 hata ile doğrulamaktadır.

Bu aşamadan sonra ikinci ve daha yukarı dereceden terdirgeme terimlerinin katkısı hesaplanabilir ve daha iyi bir uygunluk beklenebilir. Öte yandan nükleon-nükleon etkileşimindeki faktörler, nükleon-nükleon etkileşmesinin yerel olma durumu, hard core içeren potansiyeller ile izospine bağımlı durum ve Coulomb etkileşmesi incelenebilir. Bu doğrultudaki ilk olumlu sonucu yerel yoğunluk yaklaşımı ile bu çalışmada elde etmiş bulunmaktayız.

1. de Shalit, A., Feinberg, S., *Theoretical Nuclear Physics* (John Wiley-Sons New York, 1954).

2. Frenkel, H. G., Ishakuri, N. P., *Structure of the Nucleus* (Addison-Wesley, London, 1954).

3. Serber, R. S., *Rev. Mod. Phys.* 29, 713 (1957).

4. Goldstone, J., *Proc. Roy. Soc.* B 239, (1957).

5. Bethe, H. A., *Ann. Phys.* 11, 93 (1952).

6. Nagels, J. P., *Nucl. Phys.* 11, 111 (1959).



KAYNAKLAR

1. Ring, P., Schuck, P., The Nuclear Many-Body Problem (Springer-Verlag) New York, 1980).
2. Bohr, A., Mottelson, B.R. Nuclear Structure Vol. I, II (W.A. Benjamin London, 1975).
3. Fetter, A.L., Walecka, J.D. Quantum Theory of Many-Particle systems (McGraw-Hill, New York, 1971).
4. Myers, W.D., Swiatecki, W.J., Nucl. Phys. 81(1966).  
Myers, W.D., Nucl. Phys. A 204 (1973).
5. Negele, J.W. Phys. Rev. C1, 1260 (1970).
6. Green, A.E.S. Phys. Rev., 1006 (1954).
7. Green, A.E.S. Rev. Mod. Phys. 569(1958).
8. de Shalit, A., Feshbach, H. Theoretical Nuclear Physics (John Wiley-Sons New York, 1974).
9. Preston, M.A., Bahaduri, R.K. Structure of the Nucleus (Addison-Wesley, London, 1974).
10. Day, D.B. Rev. Mod. Phys. 39, 719 (1967).
11. Goldstone, J. Proc. Roy. Soc. A 239, 267(1957).
12. Bethe, H.A. Ann. Nucl. Sci. 21, 93(1971).
13. Negele, J.W., Vautherin, D. Phys. Rev. C5, 1472 (1972).

14. Negele, J.W., Vautherin, D. Phys. Rev. C11, 1031(1975).
15. Brown, G.E., Jackson, A.D. The Nucleon-Nucleon Interaction (Nort-Holland, 1976).
16. Gerald, C.F. Applied Numerical Analysis (Addison-Wesley, London 1973).
17. Siemens, P.J. Nucl. Phys. A.141, 225(1970).



## Ö Z G E Ç M İ Ş

Kasım 1970 yılında Ankara Yüksek Öğretmen Okulu (A.Ü.F.F.) fizik bölümünden mezun oldum. 1970-1974 tarihlerinde Trabzon ve Kayseri illerinde Lise fizik öğretmeni, 1974-79 yıllarında Samsun Eğitim Enstitüsünde Fizik öğretmeni olarak çalıştım.

Kasım 1979 tarihinde Zonguldak D.M.M.Akademisine fizik asistanı olarak girdim. Haziran 1982 tarihinde Y.Ü.Fen-Ed. Fakültesine fizik araştırma görevlisi olarak naklen atandım. Halen bu görevde çalışmaktayım.

Evliyim. İki oğlum var.



E K

BİLGİSAYAR PROGRAMI



```

C      MEHMET SIRIN                                FER00010
C      SONLU CEKIRDEK SİSTEMLERİNİN SİMETRİ ENERJİSİ VE SİMETRİ ENERJİ FER00020
C      KAT SAYISI HESABI                          FER00030
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)                   FER00040
      DIMENSION P(50),WR(50),C(50),WC(50),DNR(50),DZR(50),TOR(50), FER00050
      *FK(50),SFK(50),TFK(50),BJO(50),SBJO(50),EKO(50),EKI(50), FER00060
      *FKR(50),SSN(50),FDR(50),SFDK(50),DLT(50),SDLT(50), FER00070
      *SCS(50),SB(50),WSR(50),VR(50),DAR(50), FER00080
      *BJL(50),SBJL(50)                           FER00090
      DATA PI,HCM,AS/3,14159,41.47,0.54/         FER00100
      DATA VD,RS,N,KF/104.3,0.73,50,4/          FER00110
      N1=263                                       FER00120
      WRITE(6,167)                                  FER00130
167    FORMAT(3X,'1A',3X,'1Z',3X,'1N',5X,'TUM1',5X,'TUM2',4X,'QTUM1', FER00140
      *4X,'PTUM2',7X,'ES',5X,'A4=')              FER00150
      DO 50 J=1,N1                                  FER00160
      READ(5,*)I2,IA                                FER00170
C      SABİTLERİN HESABI                          FER00180
      P12=PI*PI                                     FER00190
      P13=P12*PI                                    FER00200
      AS2=AS*AS                                     FER00210
      IN=1A-I2                                       FER00220
      DEL=(1A-2.*I2)*(1A-2.*I2)/(1A*IA)           FER00230
      QA=1A**11./3.)                                FER00240
      QN=IN**11./3.)                                FER00250
      QZ=I2**11./3.)                                FER00260
      CA=10.978+0.0206*QA)*QA                      FER00270
      CN=10.978+0.0206*QN)*QN                      FER00280
      CZ=10.978+0.0206*QZ)*QZ                      FER00290
      CA3=CA*CA*CA                                  FER00300
      CN3=CN*CN*CN                                  FER00310
      CZ3=CZ*CZ*CZ                                  FER00320
C      DEĞİSKENLER HESABI                        FER00330
      DAN=0.75*IA/(PI*CA3+P13*AS2*CA)             FER00340
      DON=0.75*IN/(PI*CN3+P13*AS2*CN)             FER00350
      DOZ=0.75*I2/(PI*CZ3+P13*AS2*CZ)            FER00360
      CNZ=0.5*(CN+CZ)                               FER00370
      RCUT=RF*CNZ                                   FER00380
      CALL QGAUS(C,WC,N)                            FER00390
      DO 23 I=1,N                                   FER00400
      R(I)=0.5*RCUT*(C(I)+1.)                      FER00410
      WR(I)=0.5*RCUT*WC(I)                         FER00420
23    CONTINUE                                     FER00430
      DO 43 I=1,N                                   FER00440
      DAR(I)=DAN/(1.+EXP((R(I)-CA)/AS))           FER00450
      DNR(I)=DON/(1.+EXP((R(I)-CN)/AS))           FER00460
      DZR(I)=DOZ/(1.+EXP((R(I)-CZ)/AS))           FER00470
      TOR(I)=DNR(I)+DZR(I)                         FER00480
      FDR(I)=DNR(I)-DZR(I)                         FER00490
      SFDK(I)=FDR(I)*FDR(I)                       FER00500
      DLT(I)=FDR(I)/TOR(I)                        FER00510
      SDLT(I)=DLT(I)*DLT(I)                       FER00520
      FK(I)=(1.5*PI2*TDR(I))**1./3.)              FER00530
      FKR(I)=FK(I)*R(I)                           FER00540
      SFK(I)=FK(I)*FK(I)                          FER00550
      TFK(I)=1.5*PI2*TDR(I)                       FER00560
      SSN(I)=SIN(FKR(I))                          FER00570
      SCS(I)=COS(FKR(I))                          FER00580
      BJO(I)=SSN(I)/FKR(I)                        FER00590
      SBJO(I)=SSN(I)/FKR(I)+FKR(I)-SCS(I)/FKR(I) FER00600
      SBJL(I)=BJO(I)*BJO(I)                       FER00610
      SBJL(I)=SBJL(I)+SBJL(I)                    FER00620

```



```

SR(I)=R(I)*R(I)
VR(I)=VO*EXP(-R(I)/RS)
WSR(I)=WR(I)*SR(I)
CONTINUE
TUMK=0
TU4P=0.
AP=J
DO 53 I=1, N
KINETIK VE POTANSIEL ENERGI RESARI
TUMK=TUMK+SPK(I)*SOLT(I)*TOR(I)*WSR(I)
AP=AP+TOR(I)*WSR(I)
TUMP=TUMP+I1.+SBJ(I1)+(2*SBJ(I1))*SJD(I1)/FKR(I)-SBJ(I1))*
*TFK(I1)*SOLT(I1)*WSR(I1)*VR(I1)
CONTINUE
TUM1=UNC1/6.1*TUMK/AP
TUM2=10.5/PI1*TUMP
PTUM1=IA*TUM1
PTUM2=IA*TUM2
ES=IA*(TUM1+TUM2)
A4=1TUM1+TUM2/DEL
WRITE(6,101)IA,IT,IN,TUM1,TUM2,PTUM1,PTUM2,ES,A4
101 FORMAT(7,3I6,5F9.3,F9.2)
STOP
END
INTEGRAL ICIN ALT PROGRAM
SUBROUTINE CGAUS(Y,WY,N)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION X(50),YX(50),POL(101)
DIMENSION Y(1),WY(1)
NP1=N+1
M=N/2
MP1=M+1
Z=3.14159/12.*FLOAT(N1)
DO 20 L=1, M
DO 5 K=1, 100
CALL PL(Z,N,POL)
P=POL(NP1)
DP=N*(Z*POL(NP1)-POL(N1))/(Z*7-1.D0)
Z=Z+DP
IF (DABS(P).LT..10-11) GOTO 15
CONTINUE
WRITE(6,1000) L
RETURN
15 X(L)=Z
V=2.DO/4(1-DO-Z*Z)*DP*DP
WX(L)=V
IF(L.EQ.41) GOTO 30
DZ=Z
IF(L.GT.14) DZ=(X(L)-X(L-11))*0.500
DO 17 K=1, 200
Z=Z+DZ
CALL PL(Z,N,POL)
P=POL(NP1)
Z1=Z+DZ
CALL PL(Z1,4,POL)
P1=POL(NP1)
IF(P*P1.LT.0.000) GOTO 18
CONTINUE
18 Z=(P1*Z-P*Z1)/(P1-P)
20 CONTINUE
30 DO 40 NEG=1, N

```

```

FER00630
FER00640
FER0065J
FER00660
FER00670
FER00680
FER00690
FER00700
FER00710
FER00720
FER00730
FER00740
FER00750
FER00760
FER00770
FER00780
FER00790
FER00800
FER00810
FER00820
FER00830
FER00840
FER00850
FER00860
FER00870
FER00880
FER00890
FER00900
FER00910
FER00920
FER00930
FER00940
FER00950
FER00960
FER00970
FER00980
FER00990
FER01000
FER01010
FER01020
FER01030
FER01040
FER01050
FER01060
FER01070
FER01080
FER01090
FER01100
FER01110
FER01120
FER01130
FER01140
FER01150
FER01160
FER01170
FER01180
FER01190
FER01200
FER01210
FER01220
FER01230
FER01240

```



```
IF(NEG.LE.M) Y(NEG)=-X(MP1-NEG) FER01250
IF(NEG.GT.M) Y(NEG)=X(NEG-M) FER01260
IF(NEG.LE.M) WY(NEG)=WX(MP1-NEG) FER01270
IF(NEG.GT.M) WY(NEG)=WX(NEG-M) FER01280
40 CONTINUE FER01290
RETURN FER01300
1000 FORMAT(5X,'FAILURE TO GET ZEROS OF LEGENDRES FOR L= ',I3) FER01310
END FER01320
SUBROUTINE PL(X,L,POL) FER01330
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z) FER01340
DIMENSION POL(1) FER01350
POL(1)=1.00 FER01360
POL(2)=X FER01370
IF(L.LE.1) GOTO 20 FER01380
DO 10 J=2, L FER01390
S=J FER01400
POL(J+1)=(2.00*S-1.00)*X*POL(J)-(S-1.00)*POL(J-1)/S FER01410
20 RETURN FER01420
END FER01430
```





