YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Schrödinger Denkleminin Matematiksel Yaklaşımı

Nurettin İyigül

Doktora Tezi

SCHRÖDİNGER DENKLEMİNİN MATEMATİKSEL YAKLAŞIM VE DEVRELERLE ÇÖZÜMÜ

NURETTİN İYİGÜL

DOKTORA TEZİ

Yıldız Üniversitesi
İstanbul, Şubat 1987

SCHRÖDİNGER DENKLEMİNİN MATEMATİKSEL YAKLAŞIM VE DEVRELERLE ÇÖZÜMÜ

NURETTİN İYİGÜL

DOKTORA TEZİ

Yıldız Üniversitesi
İstanbul, Şubat 1987

TEŞEKKÜR

Bu çalışmada gösterdiği destek, yardım ve uyarıları için saygıdeğer tez yöneticim Prof.Dr.Sabahattin ÇAĞLAYAN'a ve tezi daktilo eden Saffet DURMAZ' a açık teşekkürü bir borç bilirim.

ÖZET

$$\frac{2m}{\hbar^2}(E-V)\,\Phi_o = \frac{\Phi_1+\Phi_2+\Phi_3+\Phi_4+\Phi_5+\Phi_6-6\Phi_o}{r^2} \quad \text{Schrödinger}$$

Denkleminin Laplace Trasformu ile çözümü olarak.

$$\Phi_o = \frac{1}{6}\frac{\Phi_1}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2}s+1} + \frac{1}{6}\frac{\Phi_2}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2}s^2+1} + \frac{1}{6}\cdot\frac{\Phi_3}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2}s^2+1}$$

$$+\frac{1}{6}\frac{\Phi_4}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2}s^2+1} + \frac{1}{6}\frac{\Phi_5}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2}sh^2+1} + \frac{\Phi_6}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2}s^2+1}$$

elde edilir.

Bu çözüme uygun analog devreler kurulur. Çözüm devrelerle gerçekleşir.

Ayrıca $i\hbar\dfrac{\partial\Phi}{\partial t} = -\dfrac{\hbar^2}{2m}\nabla^2(\vec{r},t) + V(\vec{r},t)\,\phi(\vec{r},t)$ vektörel

denklem ele alınarak,

$$\frac{i\hbar}{f(t)}\frac{df}{dt} = \frac{1}{u(\vec{r})}\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 u + V(\vec{r}).u(\vec{r})\right] = E \quad \text{formuna}$$

sokulup devrelerle çözüm elde edilir.

ABSTRACT

$$\frac{2m}{h^2}(E-V)\,\Phi_o = \frac{\Phi_1+\Phi_2+\Phi_3+\Phi_4+\Phi_5+\Phi_6-6\Phi_o}{r^2} \quad \text{Schrödrnger}$$

Equation are found solitron with Laplace - transformed.

$$\Phi_o = \frac{1}{6}\,\frac{\Phi_1}{\frac{mr^2\,(E-V)}{3h^2}\,s^2+1} + \frac{1}{6}\,\frac{\Phi_2}{\frac{mr^2\,(E-V)}{3h^2}\,s^2+1} + \frac{1}{6}\,\frac{\Phi_3}{\frac{mr^2\,(E-V)}{3h^2}\,s^2+1}$$

$$+ \frac{1}{6}\,\frac{\Phi_4}{\frac{mr^2\,(E-V)}{3h^2}\,s^2+1} + \frac{1}{6}\,\frac{\Phi_5}{\frac{mr^2\,(E-V)}{3h^2}\,s^2+1} + \frac{1}{6}\,\frac{\Phi_6}{\frac{mr^2\,(E-V)}{3h^2}\,s^2+1}$$

Suitable the analog circuit are established for this solition and the solition are resulted.

$$i\hbar\,\frac{\partial\Phi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\,\nabla^2(\vec{r},\,t) + V\,(\vec{r},\,t) \qquad (\text{Forming I})$$

In additron to this taking equation the solition (Forming I) was ended by circuits .

I. GİRİŞ

Erwin Schrödinger Atom modelinin matematiksel gelişiminde önemli rol oynadı. Lours Broglie' nin dalga - tanecik önerisinden Dalga Mekaniğini geliştirdi.

Konumuz : Genel dalga denkleminin sonlu fark matematiksel yaklaşımla ve analog devrelerle çözümünden faydalanarak Schrödinger Denkleminin aynı yöntemlerle çözümlenebileceğini, Laplace Trasformuyla bu devrelerin ve çözümlerin daha basitleşeceğini gösterebiliriz. (6-4)

Vektörel Schrödinger denklemininde Matematiksel çözümü yanında devrelerle çözümü gerçekleştirilebilir olurluluğunu gösterebiliriz. (6-5)

II. KONUNUN KUANTUM FİZİĞİ İLİŞKİLERİ

Kuantum Fiziğinde madde ; Dalgalar ve tanecikler olmak üzere ikili varlık olarak tanımlanır. Dalgalar ; denizin yüzünde, içine taş atılan bir gölde, seste ve ışık gibi elektromagnetim ışınımda görülmektedir. Taneciklerin varlığı ise BORN tarafından açıklanmıştır. Bu açıklamalar kuantum fiziği kitaplarında yer almaktadır.

Elektronlar , protonlar ve notronlar gibi atom taneciklerine ait dalga kuramı , atomların ve çekirdeğin daha iyi anlaşılmasına yol açar. Bu alanda Werner HEİSENBERG (1901-1976) ve Erwin SCHRÖDİNGER (1887-1961) çalışmaları ile tanınırlar.

Sabit yörünge kavramının yerine, taneciğin momenti kesin kes biliniyorsa taneciğin uygun bir belirsizliğinin bulunması gerekir. Atom taneciği biçimindeki maddenin bazı özellikleri dalgalara, bazı özellikleride taneciklere dayanılarak açıklanır. Örneğin bir elektron akımı katod ışınlarında tanecikler gibi, bir elektron mikroskopunda ise dalgalar gibi davranır.

MAHWELL ise enerjinin serbest uzayda bir noktadan diğer bir noktaya ışık hızıyla gittiğini ileri sürmüştür.

PLACK ise Enerji, ν frekanslı radyasyon olarak tam katlar halinde yayılır ve apsorblanır,

Enerjiyi, $E = n.h.\nu$ düşünerek kuantum teorisini genişleşmiştir.

$h = 6{,}53 \times 10^{-34}$ plack sabit
$n =$ tam pozitip sayı
$\hbar = 1.054 \times 10^{-27}$ erg-saniye
Placksabiti.

Sonuçta Enerji Atomik bir yapı ile gerçekleştirilir. Atomların her biri $h\nu$' ye eşit enerji yayımlar. Buna " Kuantu " denir.

Enerji dağılımı $E_\lambda = \dfrac{8\pi \nu hc}{e^{\frac{ch}{k\lambda t}}-1}$ bağıntısıyla hesaplanır.

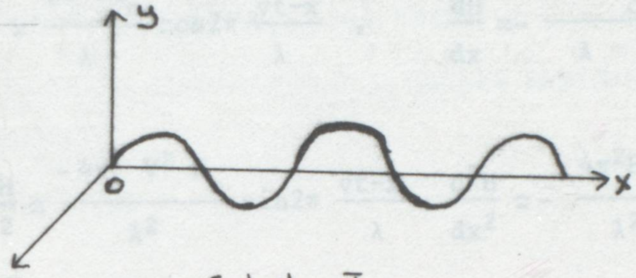
c ışıkhızı, k BOLTZMAN sabit:

SCHRÖDİNGER Dalga Denkleminin $-\dfrac{h^2}{2m} . \nabla^2\Phi + (V-E) \Phi = 0$

ileride elde edilişini göreceğiz. Burada E Toplam enerjiyi, V potansiyel enerjiyi, h Plack sabitini göstermektedir.

III. SCHRÖDİNGER DENKLEMİNİN ELDE EDİLİŞİ

III.1 Ox ekseni boyunca V hızıyla ilerliyen ve dalga boyu λ olan sinüsoidal dalganın, Elektrik vektör alanının (x,y,z) Kartezyen koordinatlarda gösterilimi.

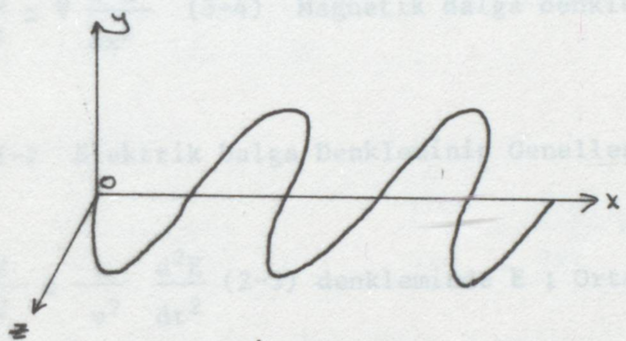


Şekil I

$$E_y = E_o \sin 2\pi \frac{vt-x}{\lambda}$$

(3-2) olsun.

Maknetik vektör alanının gösterilimi,



Şekil II

$$H_z = H_o \sin 2\pi \frac{vt-x}{\lambda}$$

(3-2) olsun.

(3-1) ve (3-2) eşitliklerinin x ve t bağımsız değişken olduğuna göre birinci ve ikinci mertebeden türevlerini alalım.

$$E_y = E_o \sin 2\pi \frac{vt-x}{\lambda}$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{2\pi\, vE_o}{\lambda} \operatorname{Cos} 2\pi \frac{vt-x}{\lambda} , \qquad \frac{dE}{dx} = -\frac{2\pi\, E_o}{\lambda} \operatorname{Cos} 2\pi \frac{vt-x}{\lambda}$$

$$\frac{d^2E}{dt^2} = -\frac{4\pi^2\, v^2\, E_o}{\lambda^2} \sin 2\pi \frac{vt-x}{\lambda} , \qquad \frac{d^2E}{dx^2} = -\frac{4\pi^2\, E_o}{\lambda^2} \sin 2\pi \frac{vt-x}{\lambda}$$

Elde edilen ikinci mertebeden türevlerin karşılaştırılması sonucu:

$$\frac{d^2E}{dt^2} = v \frac{d^2E}{dx^2}$$ (3-3) Elektrik dalga denklemi,

$$H_z = H_o \, \mathrm{Sin} 2\pi \frac{vt-x}{\lambda}$$

$$\frac{dH}{dt} = \frac{2\pi \, vH_o}{\lambda} \cos 2\pi \frac{vt-x}{\lambda} \; , \quad \frac{dH}{dx} = -\frac{2\pi \, H_o}{\lambda} \cos 2\pi \frac{vt-x}{\lambda}$$

$$\frac{d^2H}{dt^2} = \frac{-4\pi^2 V^2 H_o}{\lambda^2} \sin 2\pi \frac{vt-x}{\lambda} \; , \quad \frac{d^2H}{dx^2} = -\frac{4\pi^2 H_o}{\lambda^2} \sin 2\pi \frac{vt-x}{\lambda}$$

Elde edilen ikinci türevlerin karşılaştırılması sonucu,

$$\frac{d^2H}{dt^2} = V \frac{d^2H}{dx^2} \quad (3\text{-}4)$$ Magnetik dalga denklemi elde edilir.

III-2 Elektrik Dalga Denkleminin Genelleştirilmesi

$$\frac{d^2E}{dx^2} = \frac{1}{v^2} \frac{d^2E}{dt^2}$$ (2-3) denkleminde E ; Ortamda (bir elektrik alanda)

bir t anında ve orijinden x uzaklığındaki bir pertürbasyondur. Bu denklem de E' yi genel olarak bir Φ fonksiyonu olarak düşünür ve üç boyutta ifade edersek (v hız, açısal hız ω olmak üzere)

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \frac{1}{\omega^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \quad (3\text{-}5)$$ olur.

Φ Verilen bir anda ortamdaki pertürbasyon (yer değiştirme), ω dalga hızıdır.

III- 3-1° Fonksiyonunun Seçimi.

$\Phi = \phi \sin 2\pi\nu t$ seçilirse (Burada ϕ dalganın amplitüdü,

ν = Dalganın frekansı olmak üzere)

Φ nün zamana göre birinci ve ikinci mertebeden kısmi türevlerini alalım.

$\Phi = \phi \sin 2\pi\nu t$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = 2\pi\nu\phi \cos 2\pi\nu t, \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = -4\pi^2 \nu^2 \phi \sin 2\pi\nu t \quad (1^*) \text{ elde edilir.}$$

Φ nün x' e (yer değiştirmeye) göre birinci ve ikinci mertebeden kısmi türevlerini aldım.

$\Phi = \phi \sin 2\pi\nu t$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \sin 2\pi\nu t \quad , \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \sin 2\pi\nu t \quad (2^*) \text{ elde edilir.}$$

Bu üç boyutta ifade edilirse,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 x^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 x^2} \sin 2\pi\nu t$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \sin 2\pi\nu t$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \sin 2\pi\nu t \qquad (3^*) \text{ yazılır.}$$

(1^*) (2^*) nolu eşitlikleri ve (3^*) eşitliğini

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = \frac{1}{\omega^2}\,\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}$$ dalga denkleminde yerine yazalım.

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}(\sin 2\pi\nu t) + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}(\sin 2\pi\nu t) + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}(\sin 2\pi\nu t) = \frac{-4\pi^2\nu^2\phi}{\omega^2}(\sin 2\pi\nu t)$$

olur buradan,

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} + \frac{4\pi^2\nu^2}{\omega^2}\phi = 0 \qquad (3\text{-}6) \text{ bulunur.}$$

Açıklama

Kuantum fiziğinde dalga hızı $\omega = \lambda\nu = \dfrac{h\nu}{mv}$ (4^*) idi.

(m dalga taneciğinin kütlesi, h Plack sabiti)

Taneciğin E toplam enerjisi; V potansiyel enerji ile $\dfrac{1}{2}mv^2$

kinetik enerjisinin toplamına eşittir.

$E = \dfrac{1}{2}mv^2 + V$, $\dfrac{1}{2}mv^2 = E-V$ her iki tarafı 2m ile

çarpalım $m^2v^2 = 2m\,(E-V)$, $mv = \sqrt{2m\,(E-V)}$ bulundu

Bunu (4^*)' da yerine yazalım.

$\omega = \dfrac{h\nu}{mv} = \dfrac{h\nu}{\sqrt{2m(E-V)}}$ olur. Bu eşitlik (3-6) nolu dalga

denkleminde yerine konursa,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(E-V)\,\phi = o$$ (3-7) bulunur.

Bu denklem Kinetik ve Potansiyel Enerjiye sahip bir hareketli noktanın (elektronun) hareket denklemidir.

SCHRÖDİNGER DENKLEMİ olarak bilinir.

III. 3-2^o Elektrik Dalgayı ve Φ nin seçimi.

Elektrik Dalgayı $E = E_o \sin \dfrac{vt-x}{\lambda}$ alalım,

Φ yi $\Phi = \phi \sin \nu t$ şeklinde bir titreşim fonksiyonu ise,

Bir önceki işlemleri yaptığımızda

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{2m}{h^2}(E-V)\,\phi = o$$ (3-8)elde edilir.

$$\nabla^2 \Phi + \frac{2m}{h^2}(E-V)\Phi = o$$ olarak gösterilir.

$$-\frac{h^2}{2m}\nabla^2 \Phi + (V-E)\,\Phi = o$$ (3-9) SCHRÖDİNGER DENKLEMİ'ne ulaşılır.

III. 3-3^o GENEL HAL

$\Phi = e^{-i\omega(t - \frac{x}{v})}$ Bu durumda Φ Fonksiyonunu ilerliyen genel bir periyodik fonksiyon olarak seçelim.

(DE BROGLİE DALGA FONKSİYONU)

t'ye göre birinci mertebeden x'e göre ikinci mertebeden türevleri alalım.

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} = -i\omega\, e^{-i\omega(t-\frac{x}{v})} \quad (5^{*}) \quad , \quad \frac{\partial\Phi}{\partial x} = \frac{i\omega}{v}\, e^{-i\omega(t-\frac{x}{v})}$$

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} = -i^2\, \frac{\omega^2}{v^2}\, e^{-i\omega(t-\frac{x}{v})} \quad (6^{*}) \quad \text{olur.}$$

(5^{*}) ve (6^{*}) değerlerinin karşılaştırılması sonucu

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} = \frac{i\omega}{v^2}\, \frac{\partial\Phi}{\partial t} \quad \text{bulunur.} \qquad (7^{*})$$

<u>Açıklama</u> $\left[\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.0545.10^{-27}\right.$ erg. saniye

$\left.\omega = \frac{\lambda}{2\pi} \text{ açısal momentum, } E = \hbar\omega = h\nu \;,\; \lambda = \frac{h}{mv} \;,\; v = \frac{E}{p} \text{ alınır}\right]$

Bu değerleri (7^{*}) da yerine yazılırsa,

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} = \frac{i\omega p^2}{E^2}\, \frac{\partial\Phi}{\partial t} \quad \text{ve}$$

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} = \frac{i\,p^2}{\hbar E^2}\, \frac{\partial\Phi}{\partial t} \quad (3\text{-}10)$$ olur. Bu Schrödinger Dalga Denklemidir.

III. 3-4° $\Phi = e^{i(kx-\omega t)}$ Seçilirse,

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} = -i\omega\, e^{i(kx-\omega t)} \quad (8^{*}) \quad , \quad \frac{\partial\Phi}{\partial x} = i k\, e^{i(kx-\omega t)}$$

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} = -k^2\, e^{i(kx-\omega t)} \quad (9^{*})$$

Açıklama,

$\left[k = \frac{2\pi}{\lambda}, \frac{\omega}{k^2} = \frac{\hbar}{2m} \text{ alınır}\right]$ (8^{*}) (9^{*}) dan $\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} = -i\,\frac{k^2}{\omega}\,\frac{\partial\Phi}{\partial t}$

bulunur. Açıklamadaki değerler konursa,

$$i\hbar\,\frac{\partial\Phi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\,\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} \quad (3\text{-}11)$$ elde edilir. Bu Schrödinger Dalga Denklemidir.

III. 3-5° Schrodinger Denkleminin Vektörel İfadesi,

Kütlesi m olan, E enerjisinin ve bir $V = V(\vec{r}, t)$ potansiyelinin doğurduğu kuvvet alanında bulunan maddesel noktaya karşılık gelen;

$\Phi(\vec{r}, t) = e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$ Dalga Fonksiyonu için Schrödinger denklemini çıkaralım.

$\vec{F}$ kuvvet fonksiyonu, V skaler potansiyel olmak üzere

$\vec{F}(\vec{r}, t) = -\vec{\nabla} V(\vec{r}, t)$ olarak ifade edilir.

Açıklama [Burada $p = mv$, $\nabla = \frac{\partial}{\partial r}$ birinci mertebeden vektör türevini göstermektedir.

Toplam enerji $E = \frac{(\vec{P})^2}{2m} + V(\vec{r}, t)$

$\vec{p} = h.\vec{k}$, $k = |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$ alınır. $\vec{p}$ impuls vektörüdür.

$\vec{r}$ maddesel noktanın yer vektörüdür]

$\Phi(\vec{r}, \vec{t}) = e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$ Dalga Fonksiyonundan t ye göre birinci mertebeden , $\vec{r}$, göre birinci ve ikinci mertebeden kısmi türevleri alalım.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -i\omega e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \qquad (10^{*})$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \vec{r}} = \nabla\Phi(\vec{r}, t) = i\vec{k} e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \vec{r}^2} = \nabla^2\Phi(\vec{r}, t) = i^2(\vec{k})^2 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$$

$$\nabla^2\Phi(\vec{r}, t) = -k^2 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \qquad (11^{*})$$ bulunur.

(10^{x-}) (11^{*}) eşitliklerinden

$$\nabla^2\Phi\,(\vec{r},t) = \frac{k^2}{i\omega}\frac{\partial\Phi}{\partial t}$$ eşitliğine geçilir.

Açıklama $\left[\vec{k}^2 = \frac{p^2}{\hbar^2}\,,\ \vec{p}^2 = 2m\left[E-V\,(\vec{r},t)\right]\right]$ den

$$E = \hbar\omega,\quad \frac{\partial\Phi}{\partial t} = -\,i\omega e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)} = -\,i\omega\Phi\,(\vec{r},t)$$

Açıklamadaki değerler yukarıdaki eşitlikte yerine yazalım.

$$\nabla^2\Phi\,(\vec{r},t) = \frac{2m\left[E-V(\vec{r},t)\right]}{i\omega\,\hbar^2}\frac{\partial\Phi}{\partial t}$$

$$\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Phi\,(\vec{r},t) = \frac{E}{i\omega}\frac{\partial\Phi}{\partial t} - \frac{V(\vec{r},t)}{i\omega}\frac{\partial\Phi}{\partial t}$$

$$\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Phi\,(\vec{r},t) = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial\Phi}{\partial t} - \frac{1}{i\omega}V\,(\vec{r},t)\,(-i\omega)\Phi\,(\vec{r},t)$$

$$\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Phi\,(\vec{r},t) = -i\hbar\frac{\partial\Phi}{\partial t} + V\,(\vec{r},t)\,\Phi\,(\vec{r},t)$$

$$i\hbar\frac{\partial\Phi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Phi\,(\vec{r},t) + V\,(\vec{r},t)\Phi(\vec{r},t) \qquad (3\text{-}12)$$

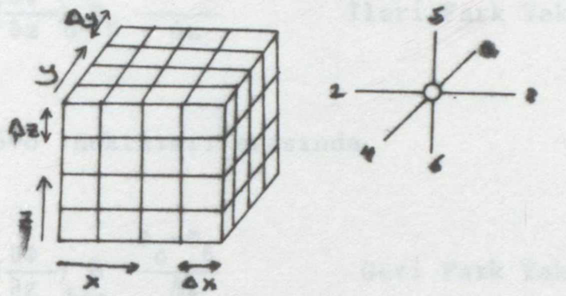
Vektörel Schrödinger Denklemi elde edilir.

Bu Denklemin devrelerle çözümünü ileride göreceğiz.

IV. $\nabla^2\Phi$ TERİMİNİN SONLU-FARK MATEMATİKSEL YAKLAŞIMI

IV.1 $\nabla^2\Phi$ nin Kartezyen Koordinatlarda sonlu- Fark Yaklaşımı; $\nabla^2\Phi$ Kısmi türevli fonksiyonunun nümerik yaklaşımlarını hesaplamaya çalışalım. Bunun için matematiksel yaklaşım ilk adımıdır.

Düğüm noktaları sınırlı ve ayrı koordinatları olan üst üste çakışan ızgara kuralım.



Şekil 1-3

Bu durumda birinci ve ikinci mertebeden yer türevleri düğüm potansiyelleri cinsinden elde edilir. Φ_1, Φ_2, Φ_3, Φ_4, Φ_5, Φ_6, Φ_o potansiyelleri, Φ nin ayrık değerlerini 1,0,2,3,4,5,6 noktalarında göstersinler.

1-o noktaları arasındaki voltaj Gradiyenti (Farkı) potansiyel farklarının aralarındaki uzaklığa bölmekle ifade edilir. Buna ORTALAMA GRADYEN de denir.

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)_{o-1} \simeq \frac{\Phi_1-\Phi_o}{\Delta x} \qquad (4\text{-}1) \qquad \text{İleri Fark Yaklaşımı,}$$

2-o noktaları arasında,

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)_{2-o} \simeq \frac{\Phi_o-\Phi_2}{\Delta x} \qquad (4\text{-}2) \qquad \text{Geri Fark Yaklaşımı,}$$

3-o noktaları arasında,

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)_{o-3} \simeq \frac{\Phi_3-\Phi_o}{\Delta y} \qquad (4\text{-}3) \qquad \text{İleri Fark Yaklaşımı.}$$

4-o noktaları arasında

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)_{4-o} \cong \frac{\Phi_o - \Phi_4}{\Delta y} \quad \text{Geri Fark Yaklaşımı}$$

5-o noktaları arasında

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)_{o-5} \cong \frac{\Phi_5 - \Phi_o}{\Delta z} \quad \text{İleri Fark Yaklaşımı}$$

6-o noktaları arasında

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)_{6-o} \cong \frac{\Phi_o - \Phi_6}{\Delta z} \quad \text{Geri Fark Yaklaşımı olarak göz önüne alınır.}$$

İkinci mertebeden türerler ise birinci mertebeden türevlerin değişme hızı olarak özleştirilebilirler.

$$\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}\right)_o \cong \frac{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_{o-1} - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_{2-o}}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x} \cdot \frac{\Phi_1 - \Phi_o - (\Phi_o - \Phi_2)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \cong \frac{1}{(\Delta x)^2} \left(\Phi_1 + \Phi_2 - 2\Phi_o \right) \quad \text{olur.}$$

$$\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}\right)_o \cong \frac{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)_{o-3} - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)_{4-o}}{\Delta y} = \frac{1}{\Delta y} \cdot \frac{\Phi_3 - \Phi_o - (\Phi_o - \Phi_4)}{\Delta y}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \cong \frac{1}{(\Delta y)^2} \cdot \left(\Phi_3 + \Phi_4 - 2\Phi_o \right) \quad \text{olur.}$$

$$\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}\right)_o \cong \frac{\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)_{o-5} - \left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)_{6-o}}{\Delta z} = \frac{1}{\Delta z}\;\frac{\Phi_5 - \Phi_o - (\Phi_o - \Phi_6)}{\Delta z}$$

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} \cong \frac{1}{(\Delta z)^2}\left(\Phi_5 + \Phi_6 - 2\Phi_o\right) \quad \text{olur.}$$

$$\nabla^2\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} \quad \text{olduğuna göre.}$$

$$\nabla^2\Phi \cong \frac{1}{(\Delta x)^2}\left(\Phi_1 + \Phi_2 - 2\Phi_o\right) + \frac{1}{(\Delta y)^2}\left(\Phi_3 + \Phi_4 - 2\Phi_o\right) + \frac{1}{(\Delta z)^2}\left(\Phi_5 + \Phi_6 - 2\Phi_o\right)$$

olarak elde edilir.

$\Delta x = \Delta_y = \Delta z$ olması halinde.

$$\nabla^2\Phi = \frac{1}{(\Delta x)^2}\left(\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5 + \Phi_6 - 6\Phi_o\right) \qquad (4\text{-}1)$$

Yaklaşımına Ulaşılır.

V. DALGA DENKLEMİ

V-1 Dalga Denkleminin sonlu Fark Matematiksel Yaklaşımla Çözümü

$$\nabla^2\Phi = k\,\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}$$ dalga denklemidir.

$$\frac{\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5 + \Phi_6 - 6\Phi_o}{\Delta x^2} \cong k\,\frac{\partial^2\Phi_o}{\partial t^2} \qquad (\Delta x = \Delta y = \Delta z \ \text{ için})$$

üç boyutta sonlu Farklı Yaklaşımlı Dalga Denklemidir.

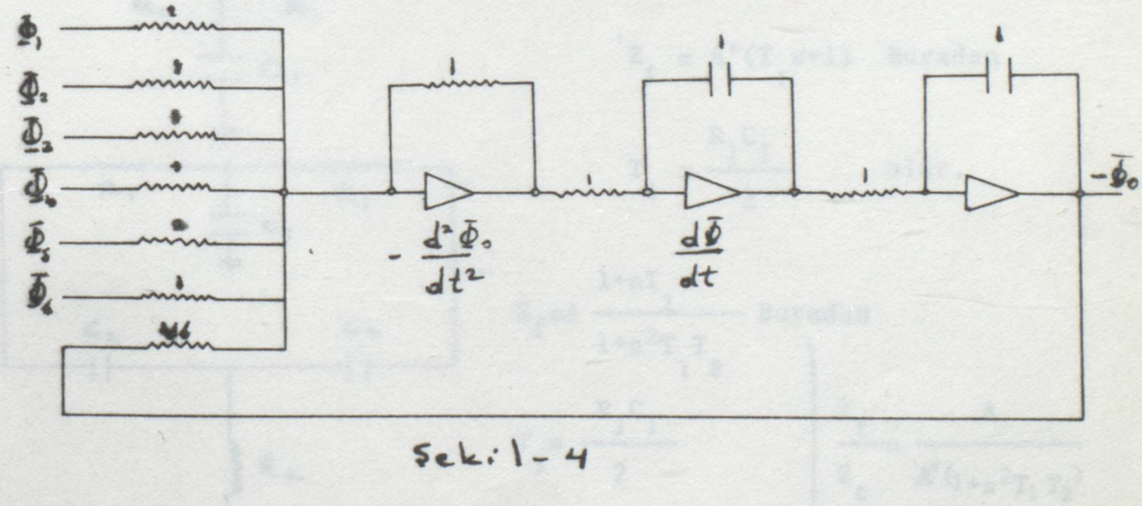
Çözümü: $\Delta x = \Delta y = \Delta z = h$ olsun.

$$\Phi_o = \frac{1}{kh^2}\iint(\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5 + \Phi_6 - 6\Phi_o)\,dt^2 \qquad (5\text{-}1) \text{ olur.}$$

V.2 Dalga Denkleminin Analog Devrelerle Çözümü

Bir merkezil noktalı devre için, Bu şebepten iki katlı integral hesaplanmalı ve bir toplama alınmalıdır.

Bu denklemi çözen Analog hesapların şemasını



Şekil 1-4

şeklinde gösterebiliriz.

V.3 Dalga Denklemine Laplace Trasformunun Uygulanması ve Analog Devrelerle Çözümü

Zaman domeninde ifade edilen dalga denkleminin Laplace domeninde ifade edilişi:

$$S^2\Phi_o = \frac{\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5 + \Phi_6 - 6\Phi_o}{kh^2}$$ şeklinde alalım.

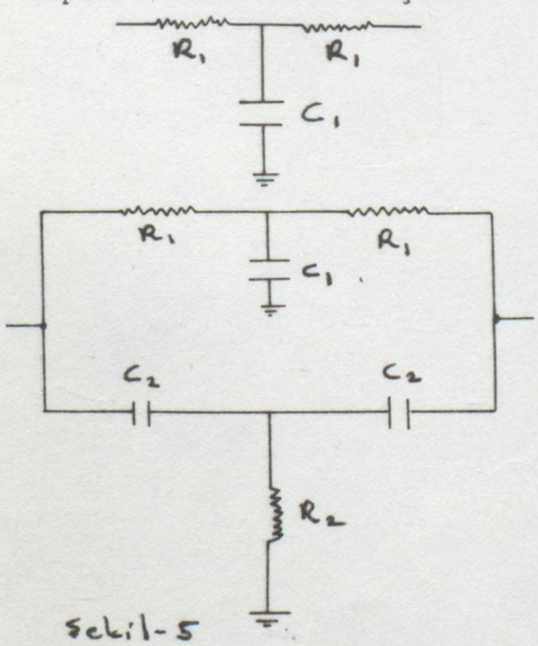
$$\Phi_o = \frac{\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5 + \Phi_6}{kh^2 s^2 + 6}$$ bulunur.

Yeniden düzenleme yapılır.

$$\Phi_o = \frac{1}{6} \cdot \frac{\Phi_1}{\frac{1}{6}kh^2s^2+1} + \frac{1}{6} \cdot \frac{\Phi_2}{\frac{1}{6}kh^2s^2+1} + \frac{1}{6} \frac{\Phi_3}{\frac{1}{6}kh^2s^2+1}$$

$$+ \frac{1}{6} \cdot \frac{\Phi_4}{\frac{1}{6}kh^2s^2+1} + \frac{1}{6} \cdot \frac{\Phi_5}{\frac{1}{6}kh^2s^2+1} + \frac{1}{6} \frac{\Phi_6}{\frac{1}{6}kh^2s^2+1} \quad (5\text{-}2)$$ olur.

Bu ifadeyi veren sistemi kurmaya çalışalım. Aşağıdaki devrelerin Laplaca domenindeki karşılıkları;



Şekil-5

$Z_t = A'(T_1 s+1)$ Buradan

$$T_1 = \frac{R_1C_1}{2}$$ olur.

$$Z_f = A\,\frac{1+sT_1}{1+s^2T_1T_2}$$ Buradan

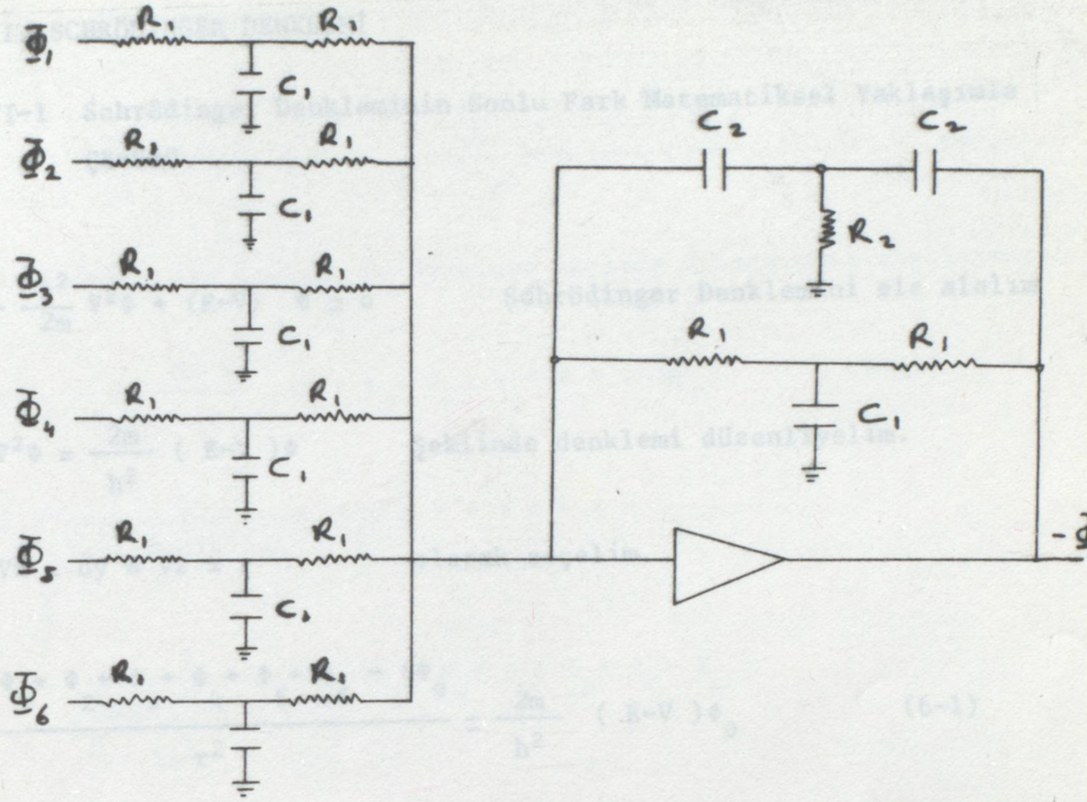
$$T_1 = \frac{R_1C_1}{2}$$

$T_2 = 2\,R_2C_2$ olur.

$$\frac{Z_f}{Z_t} = \frac{A}{A'(1+s^2T_1T_2)}$$

şeklindedir.

Dalga Denkleminde $\frac{A}{A'} = \frac{1}{6}$, $T_1T_2 = \frac{kh^2}{6}$ dönüşümü bulunur.



Şekil-6

Dönüşümler sonucu yukarıdaki devre kurularak çözüme ulaşır.

VI. SCHRÖDİNGER DENKLEMİ

VI-1 Schrödinger Denkleminin Sonlu Fark Matematiksel Yaklaşımla Çözümü.

$$- \frac{h^2}{2m} \nabla^2 \Phi + (E-V) \quad \Phi = o$$ Schrödinger Denklemini ele alalım

$$\nabla^2 \Phi = \frac{2m}{h^2} (E-V) \Phi$$ Şeklinde denklemi düzenliyelim.

$\nabla x = \Delta y = \nabla z = r$ olarak seçelim.

$$\frac{\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5 + \Phi_6 - 6\Phi_o}{r^2} = \frac{2m}{h^2} (E-V) \Phi_o \qquad (6\text{-}1)$$

$$\Phi_o = \frac{h^2 r^2}{2m\ r^2 (E-V) + 6h^2} (\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5 + \Phi_6) \qquad (6\text{-}2)$$

bulunur.

VI -2 Schrödinger Denklemine Laplaca Trasformunun Uygulanması

$$\frac{2m}{h^2}(E-V)\Phi_o = \frac{\Phi_1+\Phi_2+\Phi_3+\Phi_4+\Phi_5+\Phi_6-6\Phi_o}{r^2} \qquad (6\text{-}1)$$

Denklemini ele alalım. Bu denkleme Laplace Trasformunu uygulayalım.

$$s^2\Phi_o = \frac{h^2}{2mr^2(E-V)}(\Phi_1+\Phi_2+\Phi_3+\Phi_4+\Phi_5+\Phi_6-6\Phi_o) \qquad \text{olur.}$$

$$\Phi_o = \frac{h^2}{2mr^2(E-V)s^2+6h^2}(\Phi_1+\Phi_2+\Phi_3+\Phi_4+\Phi_5+\Phi_6)$$

$$\Phi_o = \frac{1}{6\left[\frac{2mr^2(E-V)}{3h^2}s^2+1\right]}(\Phi_1+\Phi_2+\Phi_3+\Phi_4+\Phi_5+\Phi_6)$$

$$\Phi_o = \frac{1}{6}\;\frac{1}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2}s^2+1}(\Phi_1+\Phi_2+\Phi_3+\Phi_4+\Phi_5+\Phi_6)$$

$$\Phi_o = \frac{1}{6}\;\frac{\Phi_1}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2}s^2+1}+\frac{1}{6}\;\frac{\Phi_2}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2}s^2+1}+\frac{1}{6}\;\frac{\Phi_3}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2}s^2+1}$$

$$+\frac{1}{6}\;\frac{\Phi_4}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2}s^2+1}+\frac{1}{6}\;\frac{\Phi_5}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2}s^2+1}+\frac{1}{6}\;\frac{\Phi_6}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2}s^2+1} \qquad (6\text{-}3)$$

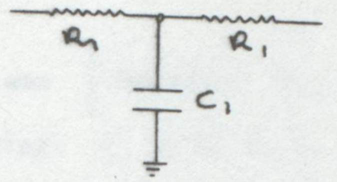
Çözüm olarak elde edilir.

VI. 3 Bu dönüşümlere uygun Analog Devreler Kuralım

Direncin Dönüşümü,

$Z_t = A_1(1+ ST_1)$

Bağıntısı $A_1=2R_1$, $T_1= \dfrac{R_1C_1}{2}$



Şekil-7

1 Dönüşüm Devresi

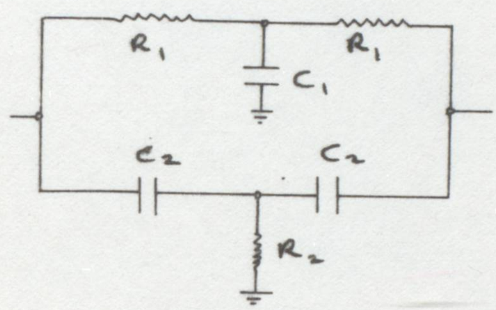
Direncin Dönüşümü,

$$Z_f=A_2 \frac{1+ ST_1}{1+ S^2T_1T_2}$$

Bağıntısı $A_2 = 2R_1$

$$T_1= \frac{R_1C_1}{2}$$

$$T_2 = R_2C_2$$



Şekil-8

.2 Dönüşüm Devresi

$$\frac{Z_f}{Z_t} = \frac{A_2}{A_1} \quad \frac{1}{T_1T_2S^2+ 1} \quad (12^{*})$$ bulunur.

Bu sonucu (6-3)' de elde ettiğimize çözüme uyguluyalım.

$$\Phi_o = \frac{1}{6} \frac{\Phi_1}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2} s^2+ 1} + \frac{1}{6} \frac{\Phi_2}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2} s^2+1} + \frac{1}{6} \frac{\Phi_3}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2} s^2+1}$$

$$+ \frac{1}{6} \frac{\Phi_4}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2} s^2+1} + \frac{1}{6} \frac{\Phi_5}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2} s^2+1} + \frac{1}{6} \frac{\Phi_6}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2} s^2+1} \quad (6\text{-}4)$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{1}{6} \quad , \quad T_1 T_2 = \frac{r^2 m\,(E-V)}{3h^2} \quad \text{bulunur.}$$

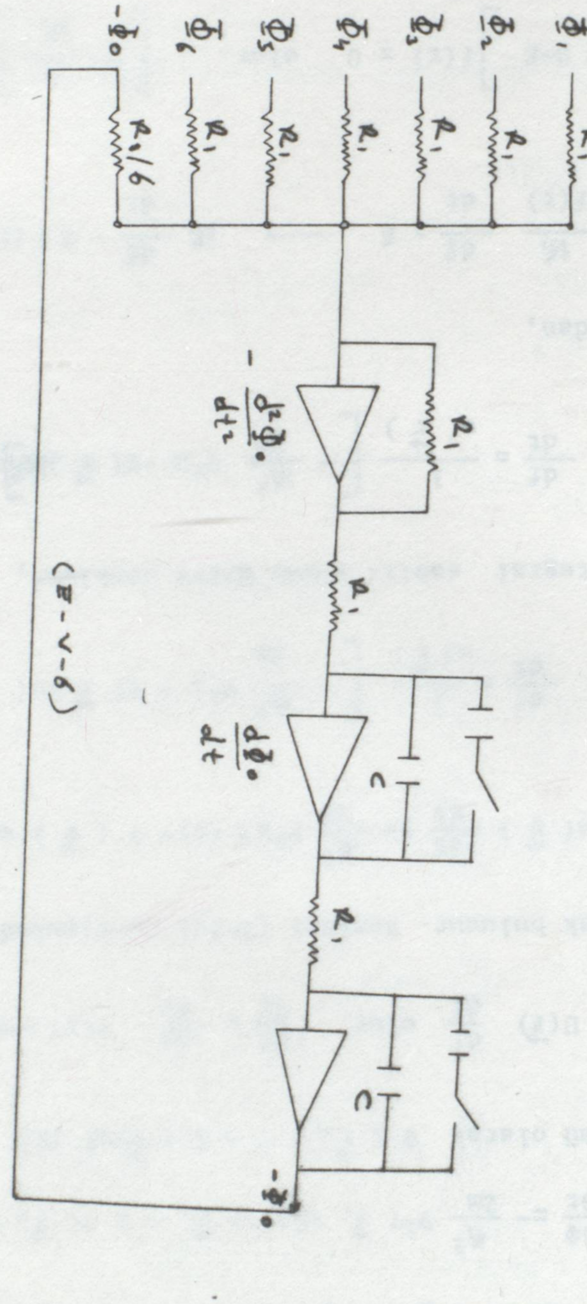
Açıklama [Buradaki T_1, T_2 ve Devrelerdeki R_1, R_2, C_1, C_2 değerleri r, m, E, V, λ, t cinsinden eşitleri EK I , EK II, EK III kısmında açıklanmıştır.]

VI. 4 Schrödinger Denkleminin Analog Devrelerle Çözümü

$$\nabla^2\Phi + (E-V)\Phi_0 = 0$$

$$\sum_{i=1}^{6}(\Phi_i - 6\Phi_0) + (E-V)\Phi_0 = 0$$

$$\sum_{i=1}^{6}(\Phi_i) + (E-V-6)\Phi_0 = 0$$



Şekil 9

VI.5 Schrödinger Denklemini Vektörel Olarak

$$i\hbar \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2(\vec{r}, t) + V(\vec{r}, t)\, \Phi(\vec{r}, t) \qquad (3\text{-}12) \text{ çıkarmıştır.}$$

Çözümü olarak $\Phi(\vec{r}, t) = U(\vec{r}).f(t)$ alalım.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = U(\vec{r}) \frac{df}{dt} \quad \text{olur.} \quad \frac{d\Phi}{dr} = \frac{du}{dr} . f(t) \longrightarrow \frac{d^2\Phi}{dr^2} = \frac{d^2u}{dr^2} f(t) = \nabla^2 u . f(t)$$

olarak bulunur. Bunları (3-12) Denkleminde yerine yazalım.

$$i\hbar\, u(\vec{r}) \frac{df}{dt} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 u\, f(t) + V(\vec{r})\, u(\vec{r}) . f(t)\text{' den}$$

$$\frac{i\hbar}{f(t)} \frac{df}{dt} = \frac{1}{u(\vec{r})} \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 u + V(\vec{r}) u(\vec{r}) \right] \qquad (6\text{-}5) \text{ elde edilir.}$$

E integral sabiti olmak üzere denklemi,

$$\frac{i\hbar}{f(t)} \frac{df}{dt} = \frac{1}{u(\vec{r})} \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 u + V(\vec{r}) u(\vec{r}) \right] = E \qquad \text{şeklinde yazınız.}$$

Buradan,

① $$\frac{i\hbar}{f(t)} \frac{df}{dt} = E \longrightarrow i\hbar \frac{df}{dt} - E f(t) = 0 \qquad \left(D = \frac{d}{dt} \right)$$

$$\left[i\hbar D - E \right] f(t) = 0 \quad \text{olur.} \quad \left[D - \frac{E}{i\hbar} \right] f(t) = 0 \quad \left[D + \frac{E_i}{\hbar} \right] f(t) = 0$$

Lineer denklemin çözümü (BAK EK IV)

$$f(t) = c e^{-\int i \frac{E}{\hbar} dt} = c . e^{-\frac{iE}{\hbar} . t} \quad \text{bulunur.}$$

Çözüm $\Phi(\vec{r}, t) = u(\vec{r}) . c e^{-\frac{iE}{\hbar} t}$ olur.

2

(6-5) Denkleminin İkinci Bölümü

$$\frac{1}{u(\vec{r})}\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 u + V(\vec{r}).u(\vec{r})\right] = E$$ alalım.

$$\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 u + \left[E-V(\vec{r})\right]u = 0$$ olur.

1° $u = u(x)$ olsun.

$$\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2u}{dx^2} + \left[E-V(x)\right]u(x) = 0 \;, \qquad \frac{d^2u}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\left[E-V(x)\right]u(x) = 0$$

(BAK EK IV)

2° $V(x) = 0$

$x < 0$ ile çözüm $u(x) = A \operatorname{Sin}\alpha x + \beta \operatorname{Cos}\alpha x$ $\qquad \alpha = \left(\frac{2mE}{\hbar^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

$v(x) = 0$

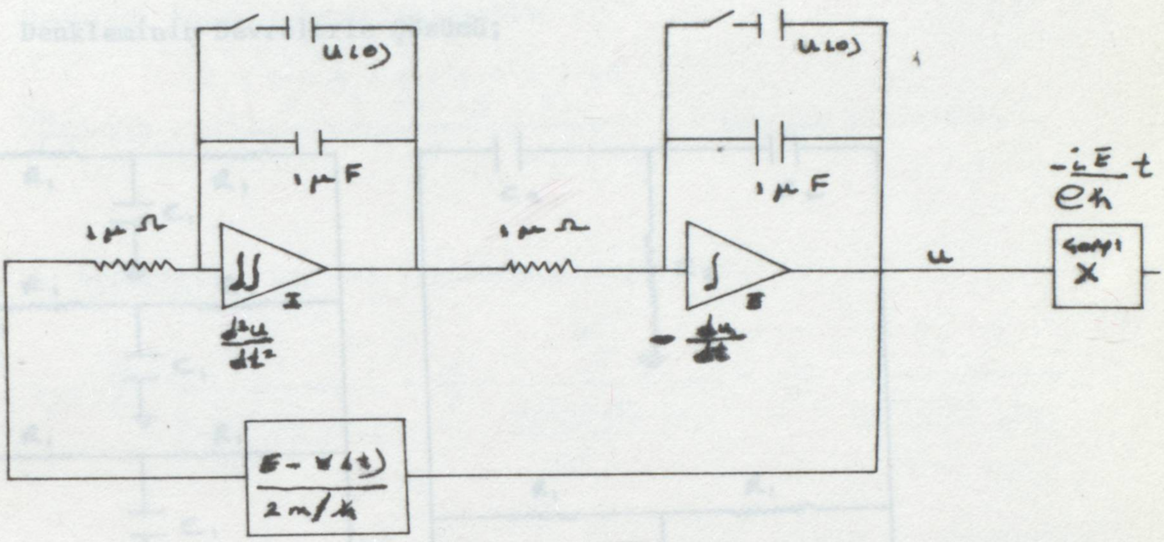
$x > 0$ ise , $u(x) = c_1 e^{-\beta x} + c_2 e^{\beta x}$ $\qquad \beta = \left[\frac{2m(V_o - E)}{\hbar^2}\right]^{\frac{1}{2}}$

elde edilir.

Bu elde edilenleri devrelerle çözelim.

a) x $\longrightarrow$ t için

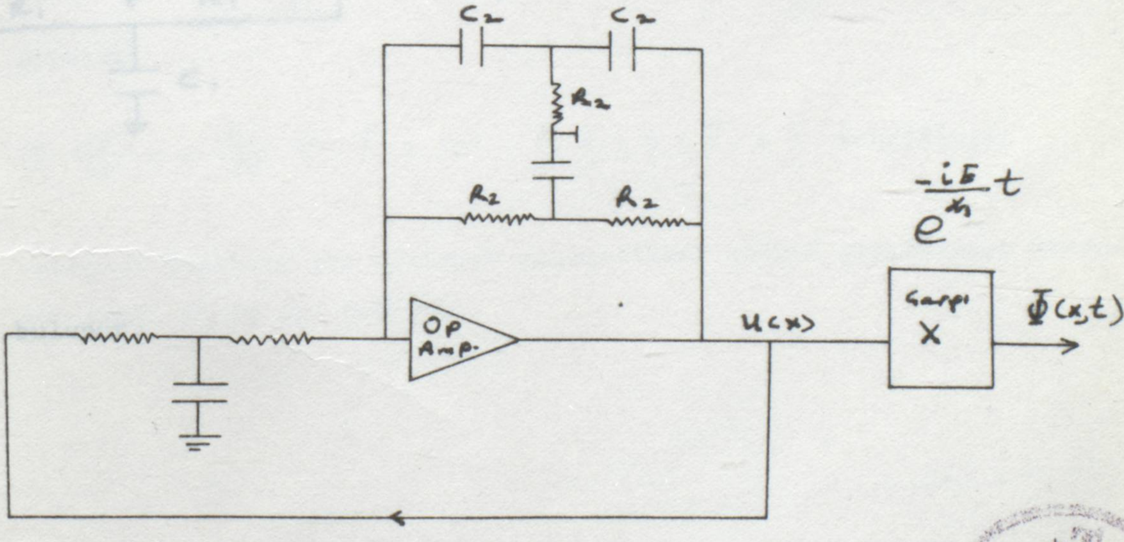
$$\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{2m}{\hbar}\left[E-V(t)\right]u\ (t) = 0$$



Çözüm Devresi Olur.

b) u = u(x) için

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar}\left[E-V(x)\right]\ u(x) = 0$$

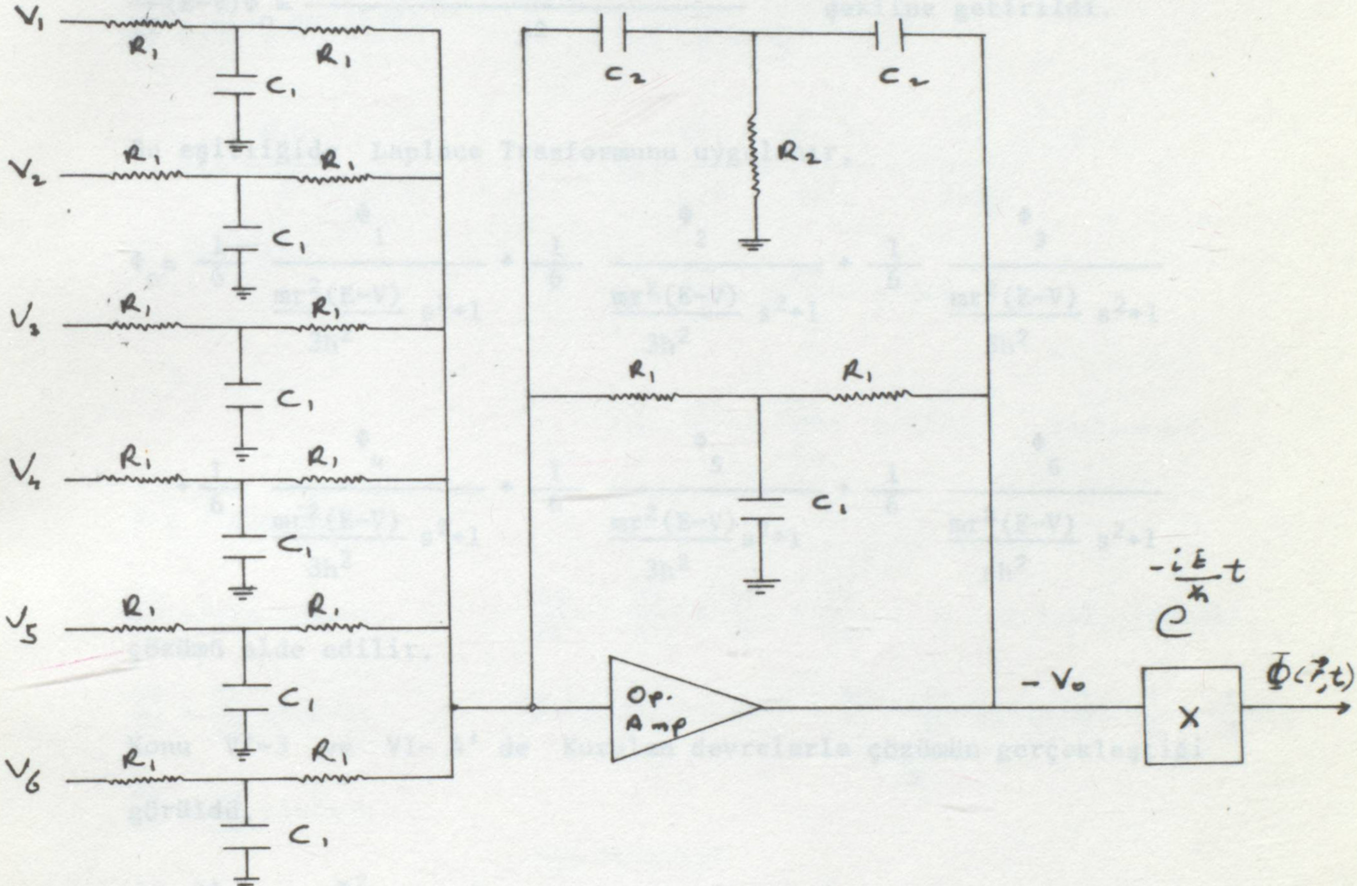


Çözüm Devresi Olur.

(6-5)

$$\frac{i\hbar}{f(t)}\ \frac{dt}{dt} = \frac{1}{u(\vec{r}\,)}\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 u + V(\vec{r}\,)u(\vec{r}\,)\right] \text{Schrödinger}$$

Denkleminin Devrelerle Çözümü;



bulunur.

VII SONUÇ

$$-\frac{h^2}{2m}\nabla^2\Phi + (V-E)\Phi = 0$$ Şekliyle ele alınan Schrodinger

Denklemi Matematiksel Yaklaşımla,

$$\frac{2m}{h^2}(E-V)\Phi_o = \frac{\Phi_1+\Phi_2+\Phi_3+\Phi_4+\Phi_5+\Phi_6-6\Phi_o}{r^2}$$ şekline getirildi.

Bu eşitliğide Laplace Trasformunu uygulanır,

$$\Phi_o = \frac{1}{6}\,\frac{\Phi_1}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2}s^2+1} + \frac{1}{6}\,\frac{\Phi_2}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2}s^2+1} + \frac{1}{6}\,\frac{\Phi_3}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2}s^2+1}$$

$$+\frac{1}{6}\,\frac{\Phi_4}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2}s^2+1} + \frac{1}{6}\,\frac{\Phi_5}{\frac{mr^2(E-V)}{3h^2}s^2+1} + \frac{1}{6}\,\frac{\Phi_6}{\frac{mr^2(E-V)}{sh^2}s^2+1}$$

çözümü elde edilir.

Konu VI-3 ve VI- 4' de Kurulan devrelerle çözümün gerçekleştiği görüldü.

$$i\hbar\frac{\partial\Phi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2(\vec{r},t)+V(\vec{r},t)\,\Phi(\vec{r},t)$$ Schrödinger

vektörel denklemi ele alınarak matematiksel çözümü gerçekleyen devreler konu VI-5' de kuruldu.

VIII. EK:I

ACIKLAMA

$r = \Delta x = \Delta y = \Delta z$

h Plank Sabiti $\qquad \dfrac{A_2}{A_1} = \dfrac{1}{6}$

m Partikülün Kütlesi

① $T_1 T_2 = \dfrac{mr^2(E-V)}{3h^2}$ $\qquad R_1 = \dfrac{A}{2} = \dfrac{1}{6}$

$T_1 = \dfrac{R_1 C_1}{2}$ $\qquad R_2 = \dfrac{AT_1}{4T^2} = \dfrac{\frac{1}{6}T_1}{4T^2} = \dfrac{T_1}{24T_2}$

$T_2 = 2R_1C_2$ $\qquad C_1 = \dfrac{4T_1}{A} = \dfrac{4T_1}{\frac{1}{6}} = 24T_1$

$C_2 = \dfrac{2T_2}{A} = \dfrac{2T_2}{\frac{1}{6}} = 12T_2$ bulunur

$\Phi = \phi \sin\pi\nu t$

$\dfrac{\partial\Phi}{\partial t} = 2\pi\nu\phi \cos\pi\nu t$ $\qquad \dfrac{\partial\Phi}{\partial t} + \dfrac{\partial\Phi}{\partial x} + \dfrac{\partial\Phi}{\partial y} + \dfrac{\partial\Phi}{\partial z} = A\,(1 + sT_1)$ olmalı,

$>\dfrac{\partial\Phi}{\partial x} = \dfrac{\partial\phi}{\partial x}\sin 2\pi\nu t$ $\qquad 2\pi\nu\phi \operatorname{Cos} 2\pi\nu t + \underbrace{\left(\dfrac{\partial\Phi}{\partial x} + \dfrac{\partial\Phi}{\partial y} + \dfrac{\partial\Phi}{\partial z}\sin 2\pi\nu t\right)}_{s} = \dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{6}sT_1$

$\dfrac{\partial\Phi}{\partial y} = \dfrac{\partial\phi}{\partial y}\sin 2\pi\nu t$

$T_1 = 6\sin 2\pi\nu t$

$\dfrac{\partial\Phi}{\partial z} = \dfrac{\partial\phi}{\partial z}\sin 2\pi\nu t$

$T_1 = 6\sin\sqrt{\dfrac{2m(E-V)}{h}}\,\lambda t$

① den $T_2 = \dfrac{mr^2(E-V)}{18h^2\sin\dfrac{\sqrt{2m(E-V)}}{h}}$

$R_1 = \dfrac{1}{12}$, $\quad R_2 = \dfrac{9h^2\sin^2\dfrac{\sqrt{2m(E-V)}}{h}\lambda t}{2mr^2(E-V)} = f_1(r,m,E,V,\lambda,t)$

$C_1 = 144\sin\dfrac{\sqrt{2m(E-V)}}{h}\lambda t,\quad C_2 = \dfrac{2}{3}\,\dfrac{mr^2(E-V)}{h^2\sin\dfrac{\sqrt{2m(E-V)}}{h}\lambda t}$

$C_1 = f_2(m,E,V,\lambda,t)$ $\qquad C_2 = f_3(r,m,E,V,\lambda,t)$ bulunur

EK II

$$\frac{1}{6} = 2\pi\nu\phi \quad \cos 2\pi\nu t \qquad \text{idi} \qquad E = h\nu$$

$$\cos 2\pi\nu t = \frac{1}{12\pi\nu\phi} \qquad \text{olur.} \qquad \nu = \frac{E}{h}$$

$$\sin 2\pi\nu t = \frac{\sqrt{144\pi^2\nu^2\phi^2-1}}{12\pi\nu\phi} \quad \text{bulunur.} \quad k = \frac{h}{2\pi} = 1.0545.10^{-27} \text{ erg.saniye}$$

$$T_1 = \frac{\sqrt{144\pi^2\nu^2\phi^2-1}}{2\pi\nu\phi} = \frac{\sqrt{144\pi^2\nu^2\phi^2-1}}{2\pi\nu\phi} = \frac{\sqrt{144\pi^2\frac{E^2}{h^2}\phi^2-1}}{2\pi\frac{E}{h}\phi}$$

$$T_1 = \frac{\sqrt{36\frac{1}{k^2}\phi^2-1}}{\frac{1}{k}.E\phi} = \frac{\sqrt{36\phi^2-k^2}}{E\phi}$$

$$T_1 = f(E,\phi)$$

$$T_1.T_2 = \frac{mr^2(E-V)}{3h^2} \text{ den} \quad , \quad T_2 = \frac{mr^2\,(E-V)}{3h^2\frac{\sqrt{36\phi^2-k^2}}{E\phi}} = \frac{mr^2(E-V)E\phi}{3h^2\sqrt{36\phi^2-k^2}}$$

$$T_2 = \frac{mr^2(E-V)E\phi}{3h^2\sqrt{36\phi^2-k^2}} = f,(m,r,E,V,\phi)$$ bulunur

$$R_1 = \frac{1}{12}, \quad R_2 = \frac{T_1}{24\,T_2} = \frac{3h^2(36\phi-k^2)}{mr^2E^2(E-V)\phi^2}$$

$$R_2 = f(\,m,r,E,V,\phi)$$

$$C_1 = 24T_1 = \frac{24\sqrt{36\phi^2-k^2}}{E\phi} = f(\,E,\phi)$$

$$C_2 = 12T_2 = 12\,\frac{mr^2(E-V)E\phi}{3h^2\sqrt{36\phi^2-k^2}} = \frac{4mr^2(E-V)E\phi}{h^2\sqrt{36\phi^2-k^2}}$$

$C_2 = f(m,r,E,V,\phi)$ bulunur

EK III

$\Phi(\vec{r}, t) = e^{i(\vec{k}\vec{r} - wt)}$ $\qquad s = \frac{\partial}{\partial t}$, $s\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial t}$ olmak üzere

$A(1 + sT_1)$ den T_1 çözelim.

$\frac{\partial \Phi}{\partial \vec{r}} = i\vec{k}\, e^{i(\vec{k}\vec{r} - wt)}$ olur.

$\frac{\partial \Phi}{\partial r} + s\Phi \equiv A(1+sT_1)$işlemini denkliyelim. $i\vec{k}e^{i(\vec{k}\vec{r}-wt)} + se^{i(\vec{k}\vec{r}-wt)} \equiv A + AsT_1$

$i\vec{k}e^{i(\vec{k}\vec{r}-wt)} = A \longrightarrow e^{i(\vec{k}\vec{r}-wt)} = \frac{A}{i\vec{k}} = -\frac{A}{\vec{k}}\, i$ bulunur.

$e^{i(\vec{k}\vec{r}-wt)} = AT_1 \longrightarrow e^{i(\vec{k}\vec{r}-wt)} = \frac{A}{\vec{k}}\, i = AT_1$

$T_1 = -\frac{1}{\vec{k}}\, i \qquad k = \frac{p}{\hbar} = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$

$T_1 = -\frac{\hbar}{\sqrt{2mE}}\, i$

$T_1\, T_2 = \frac{r^2 m(E-V)}{3\hbar^2}$ den $\quad T_2\left(-\frac{\hbar}{\sqrt{2mE}}\, i\right) = \frac{r^2 m(E-V)}{3\hbar^2}$

$T_2 = \frac{r^2 m(E-V)\sqrt{2mE}}{3\hbar^2}\, i$ bulunur.

IX) KAYNAKLAR

1) Leonard I.Schiff Quantum Mechanics (1968)

2) E.Schrödinger Ann.Physik (1926) (1887-1961)

3) Stephen Gasioriwicz Quantum Physics (1974)

4) Karplus W.J. An.Electric Circuit Theory Approach to Finite Difference Stability (1958)

5) Rogers T.A. Electronic Analog Computers (1952)

6) G.Kron Electric Circuit Models of the Schrödinger Equation(1945)

7) Nurettin İyigül Vektörel Analiz (1978)

8) Murray R.Spiegel Laplace Transforms (1953)

9) Doğan Dibekçi S.Denklemini tamamiyle çözebilir kılan potansiyel sınıflar (1983)

10) Ahmet Karadeniz Atom ve Çekirdek Fiziği (1962)

11) Louis A.Pipes Applied Mathematics (1968)

12) G.Kron A.C.Network Anolyzer Study ofthe S.Equatron (1944)

13) G.Kron Elektric Circuit Models of the S.Equatron (1944)

14) Pipes, L.A. Applied Mathematics for Engineers and Physicists (1958)

ÖZGEÇMİŞİM

1943 yılında BURSA' da doğdum. İlk-Orta ve Liseyi BURSA' da bitirdim. 1962' de Ege Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik Astronomi bölümüne girdim. Bu bölümde Genel Matematik - Yüksek Matematik-Denel Fizik-Yüksek Fizik-Astronomi Sefrikalarını alarak 1966' da mezun oldum.

1969' da Vatan Mühendislik Yüksek Okuluna Matematik Asistanı olarak girdim. 1978' de Vektörel Analiz Kitabımı bastırarak KOCAELİ D.M.M. Akademisine Matematik Öğretim Görevlisi olarak girdim.

Yıldız Üniversitesi Kocaeli Mühendislik Fakültesinde Elektrik Bölümünde Matematik-Analiz Öğretim Görevlisi olarak çalışmaktayım.