YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ * FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Dinamik Sistemlerin Analizinde Yeni Bir Yaklaşım

Fahrettin Arslan

Doktora Tezi

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

comp

DİNAMİK SİSTEMLERİN ANALİZİNDE YENİ BİR YAKLAŞIMLA BOND GRAF TEKNİĞİNİ KULLANARAK MATEMATİKSEL MODELLERİN ELDE EDİLMESİ

(DOKTORA TEZİ)

Elk.Yük.Mühendisi
FAHRETTİN ARSLAN

Doktorayı Yöneten Öğretim Üyesi: Prof.M.YAHYA KARSLIGİL

İstanbul - 1984

ÖNSÖZ

Bu çalışmanın hazırlanması ve ortaya çıkmasında gereken fırsatları sağlayan, değerli görüşler ileri sürerek büyük bir ilgi ile beni destekliyen, Üniversitemizin Rektör Yardımcısı ve Bilgisayar Bölümü Başkanı Sayın Hocam Prof.M.Yahya KARSLIGİL'*e teşekkür ederim.*

Çalışmalarım süresince gösterdiği yakın ilgi ve destekle bana moral veren Bölümümüz ve Anabilim Dalı Başkanım Sayın Prof.Mehmet DALFES'*e teşekkür ederim.*

Konu ile ilgili tartışmalarda bulunduğum ve gerekli yardımlarını esirgemiyen Bölümümüz Başkan Yardımcısı Sayın Yrd.Doç.Dr.Halit Pastacı'*ya teşekkürü bir borç bilirim.*

Eylül - 1984, İstanbul   Fahrettin ARSLAN

İ Ç İ N D E K İ L E R

ÖZET

Bu tezde, dinamik sistemlerin matematiksel durum modellerini elde etmek üzere yeni bir metod ele alınmıştır. Bu gaye için yeni bir yaklaşımla, bond graf tekniği kullanılmıştır.

Bu yaklaşımda, lineer graf metodundaki "DAL-KİRİŞ" kavramları gibi bond graf tekniğinde de "ÇİZGİ-NOKTA" kavramları geliştirilmiştir.

Dinamik sistemin bond graf modeli doğrudan doğruya sistemin fiziksel yapısını gözliyerek çizilmiş ve daha sonra, tanımlanan bir dizi yeni kurallar yardımıyla, sistemin matematiksel durum modeli elde edilmiştir.

Bond graf tekniğindeki bu yeni yaklaşım, matris denklemleri ile genelleştirilmiştir.

SUMMARY

This thesis is concerned with a new method for mathematical state modelling of dynamical systems. For this purpose, bond graph technique is used with a new approach.

In this approach "LINE-POINT" concept is developed for bond graph technique. This corresponds to the "BRANCH-CHORD" concept used in the linear graph method.

The bond graph model of the system is obtained directly by visual inspection of the physical structure of the system. Then, a new set of basic rules are defined and the mathematical state model of the system is based on these definitions.

This new approach of the bond graph technique is generalized by using matrix equations.

KULLANILAN SEMBOLLER

GENEL

e	Uç değişken
f	İç değişken
q	Momentum
ϕ	Deplasman
S_e	Uç değişken kaynağı
S_f	İç değişken kaynağı
C	Kapasite sınıfı eleman
L	Endüktans sınıfı eleman
R	Direnç sınıfı eleman
P	Güç
ε	Enerji
P	Paralel kapısı
S	Seri kapısı
TR	Trafo kapısı
JR	Jiratör kapısı
MTR	Modüleli Trafo kapısı
MJR	Modüleli Jiratör kapısı
$\frac{d}{dt}$	Türev işareti
n	Trafo oranı, durum değişkenleri sayısı
r	Jirator oranı; kaynak değişkenleri sayısı
$\underset{\sim}{x}$	Durum değişkenlerinin sütun matrisi (nxl)
$\dot{\underset{\sim}{x}}$	Durum değişkenlerinin türevinin sütun matrisi (nxl)
$\underset{\sim}{u}$	Kaynak (Giriş) değişkenlerinin sütun matrisi (rxl)
$\underset{\sim}{y}$	Çıkış değişkenlerinin sütun matrisi (rxl)
A	Kare matris (nxn)
B	Dikdörtgen matris (nxr)
C	Dikdörtgen matris (rxn)
D	Kare matris (rxr)

ELEKTRİK

u	Gerilim

i	Akım
ϕ	Akı
q	Yük
C	Kapasite
L	Endüktans
R	Direnç

MEKANİK

v	Hız
f	Kuvvet
x	Deplasman
q_v	Momentum
M	Kütle
K	Yay
B	Sürtünme
ω	Açısal hız
M	Moment
θ	Açısal Deplasman
q_ω	Açısal momentum
J	Atalet

HİDROLİK

P	Basınç
Q	Debi
Γ	Hidrolik Momentum
V	Hacım
C_h	Hidrolik kapasite
R_h	Hidrolik direnç
A	Kesit alan
l	Uzunluk
h	Yükseklik
ρ	Yoğunluk
L_h	Hidrolik endüktans

TERMİK

T	Sıcaklık
Q_t	Isı debisi
H	Isı
C_t	Termik kapasite
R_t	Termik direnç
l	Kalınlık
A	Kesit alan
m	Kütle
C	Isınma ısısı

BİRİNCİ BÖLÜM
TEZİN TANITILMASI

1.1. GİRİŞ

Kontrol ve sistemler teorisinde bilinmektedir ki, dinamik bir sistemin davranışı hakkında karar verebilmek için o sistemin bir matematik modelinin bulunması gerekir. Bu model, sistemdeki elemanlarının değişkenlerini bulmak, sistemin kararlılığını incelemek ve elemanlarının optimum değerlerde çalışmasını sağlamak için önemlidir. Ancak, uygun bir modelin bulunmasında karşılaşılan problem, sistemin karmaşıklık derecesinin artması, farklı enerji domenlerinde çalışılması ve elemanlarının çoğalması ile güçleşmektedir.

1.2. MODEL KAVRAMI

Teknikteki gelişmelerin sonucu olarak kurulan sistemlerin yapılarındaki boyut ve karmaşıkların gün geçtikçe artmakta olduğu görülmektedir. Bu gerçek, aynı zamanda böyle sistemlerin analizi ve tasarlanması sırasında kullanılan metodlarda da birçok yeni değişiklikler yapılması zorunluğunu ortaya çıkarmaktadır.

Klasik kontrol teorisinde, sistemlerin bazı davranışlarını transfer fonksiyon ifadeleri yardımıyla incelemek mümkündür. Bu durumda, sistemdeki dinamik elemanların ilk şartlarının etkileri ihmal edilmektedir. Bir sistemi meydana getiren elemanların çoğalması ve farklı enerji domenlerinin söz konusu olması halinde problemin detaylı çözümü için klasik kontrol teorisindeki metodlar yeterli değildir. Eğer karşılaşılan karmaşık yapılı sistemlerin birleşik bir matematik modeli, zaman domeninde durum denklemleri şeklinde elde edilirse, modern kontrol teorisinde, sistem elemanların ilk şartlarının etkisini de göz önünde bulundurmak üzere sistem kararlılığı (Lyapunov tipi), optimum kontrol ve model kontrol gibi birçok dinamik problemlerin analizi kolayca yapılabilir. Böylece, gerçek değerlere daha yakın ve kesin sonuçlar elde edilebilir.

Bu tezde, karmaşık yapılı, farklı enerji domenlerinde çalışan dinamik sistem elemanlarının davranışını, modern kontrol teorisindeki metodlara uygun bir şekilde, sistemin durum modeli için yeni bir yaklaşım ile Bond graf tekniği kullanılmıştır. Bu yaklaşımda, linear graf metodundaki "Dal-Kiriş" kavramlarına benzer şekilde, Bond graf tekniğinde de "ÇİZGİ-NOKTA" kavramları geliştirilmiştir. Ayrıca, bugüne kadar, çeşitli yazarlar Bond graf tekniği ile ilgili çalışmalarında "Kütle-Endüktans" analojisini kullanmışlardır. Bu çalışmada ise sistemler arasındaki karışıklığı ortadan kaldıran "Kütle-Kapasite" analojisi kullanılmıştır. Fiziksel dinamik sistemin matematiksel modelini durum denklemleri şeklinde bulmak için Bond graf modelinde ÇİZGİ ve NOKTA'nın seçimi ile ilgili temel kuralları Bölüm 3.5'de verildi. Böylece, Bondg graf tekniğini herhangi bir mühendislik dalına kolayca uygulamak mümkün olur. Bunun için o mühendislik dalı hakkında temel kavramları bilmek yeterlidir.

Bölüm 4'te ise dinamik sistemlerin matematiksel durum modeli için, Bond graftaki yeni yaklaşım matrisler kullanılarak genelleştirilmiştir. Buna göre ÇİZGİ ve NOKTA'nın uygun seçilmesi veya seçilememesi durumları ayrı ayrı incelenmiştir.

Ek A1'de linear durum denklemlerinin analitik çözümü verildi. Ek A2'de linear durum denklemlerini nümerik olarak çözmek için e^{At}'ye bağlı algoritması ve e^{At}'nin hesabı için akış şeması ve programı verilmiştir. Ayrıca, Ek A3'de genel durum denklemlerini nümerik olarak çözmek için dördüncü mertebeden Runge-Kutta metodunun algoritması akış şeması ve genel olarak, linear, linear olmayan, sabit katsayılı ve değişken katsayılı durum denklemlerinin çözümünü yapan bilgisayar programı verilmiştir.

İKİNCİ BÖLÜM
DİNAMİK SİSTEMLERİN TANITILMASI

2.1. GİRİŞ

Mühendislik her zaman bir amaca yönelik çalışmalar gerektirir. Bu amacı gerçekleştirmek için malzemeyi, enerjiyi ve bilgiyi en iyi şekilde kullanan bir sistem tasarlayıp kurmak gerekir. Sistem kelimesi çok farklı gayeler için kullanılabilir. Burada, sistem denilince belirli bir görevi gerçekleştirmek üzere birbirlerine bağlanmış fiziksel eleman veya düzenlerin oluşturduğu küme anlaşılmaktadır (Şekil 2.1).

Şekil 2.1

Mesela, su giriş-çıkışlı bir pompa, gerilim giriş-çıkışlı elektronik amplifikatör, elektrik motoru ve bağlı bulunduğu iş makinası, bir gaz türbini veya herhangi otomatik kontrol devresi sistemlere örnek olarak verilebilir.

Fiziksel sistemin davranışlarını belirleyen sistem elemanları genel olarak, üç ana grupta toplanabilir:

a) Enerji üreten kaynak elemanlar (Aktif elemanlar)
b) Enerji çeken elemanlar (Pasif elemanlar)
c) Enerji aktaran elemanlar (Pasif elemanlar)

Enerji çeken elemanlarından bazıları, başlangıç şartlarına bağlı olarak sistem içindeki davranışlarını belirlerler (Enerji depolayıcı elemanlar). Bu tip elemanları ihtiva eden sistemlere DİNAMİK SİSTEMLER denir. Dinamik sistemlerde giriş-çıkış değişkenlerinin yanında, sistemin zaman içindeki davranışını belirten durum değişkenleri de vardır.

2.2. SİSTEM DEĞİŞKENLERİ

Fiziksel sistemi meydana getiren elemanlar arasında enerji veya gücün alış-verişini sağlıyan iki temel değişken vardır. Bunlar UÇ ve İÇ değişken olarak adlandırılırsa, hemen hemen değişik mühendislik dallarında benzer elemanlar arasında benzer bağıntılar elde edilebilir. Böylece, aynı fiziksel kanunlarla, bütün mühendislik sistemlerinin modellerini kurup, analiz etme yoluna gidilebilir.

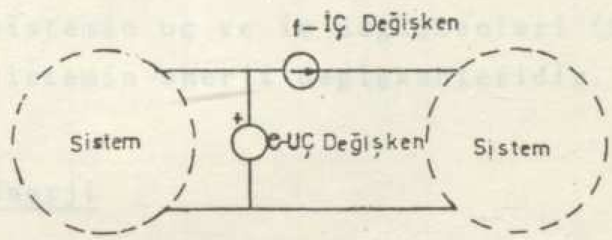
2.2.1. <u>Uç Değişkenler</u>

Uç değişkenini ölçmek için fiziksel sistemin devresinde değişiklik yapmadan, ölçü aleti paralel bağlanarak, iki uçtan ölçme yapılır. Bu nedenle bu değişkene UÇ DEĞİŞKEN adı verilir.

Mesela, elektrikte gerilimi ölçmek için voltmetre, mekanikte hızı ölçmek için takkometre gibi biri referans uç olmak üzere iki uçtan paralel bağlanarak ölçülür (Şekil 2.2). Bu durumda uç değişkeni olarak; elektrikte gerilim, mekanikte hız veya açısal hız, hidrolikte basınç ve termik sistemlerde sıcaklık sayılabilir.

2.2.2. <u>İç Değişkenler</u>

İç değişkenini ölçmek için fiziksel sistemin devresinde kopukluk oluşturup; ölçü aleti seri bağlanarak içten ölçme yapılır. Bu nedenle bu değişkene İÇ DEĞİŞKEN adı verilir. Mesela, elektrikte akımı ölçmek için ampermetre, mekanikte kuvveti ölçmek için dinamometre gibi ölçü aletleri sisteme seri bağlanarak ölçme yapılır (Şekil 2.2). Bu durumda iç değişkeni olarak; elektrikte akım, mekanikte kuvvet veya moment hidrolikte debi, termik sistemlerde ısı debisi sayılabilir.



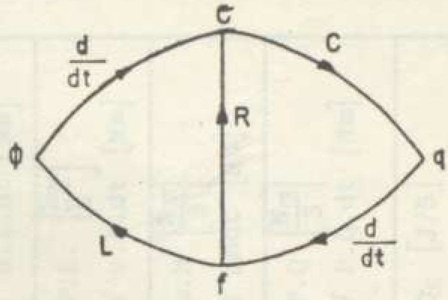
Şekil 2.2

Yukarıda açıklandığı gibi uç ve iç değişkenler, fiziksel ölçü aletinin bağlantı tarzı göz önünde bulundurarak tayin edildi. Halbuki bunların dualleri de doğrudur. Yani, uç değişkeni olarak akım veya kuvvet; iç değişkeni olarak da gerilim veya hız kabul edilebilir. Nitekim eski analojide, mekanikte kuvvet; uç değişken, hız ise iç değişken kabul edilmekteydi.

Bu tezde, fiziksel sistem elemanlarının seri veya paralel bağlantı tarzları göz önüne alınarak, geliştirilen Bond graf modeline geçilmesinde kolaylık sağlandığından dolayı kuvvet iç değişken ve hız uç değişken olarak alınmıştır.

Fiziksel sistemlerin tek kapılı elemanlarının uç ve iç değişkenlerine ilişkin dinamik matematiksel bağıntıları genel olarak bir işaret-akış diyagramında gösterecek olursak Şekil

2.3'deki gibi olur.



Şekil 2.3

Burada; R,L,C tek kapılı (iki uçlu) fiziksel elemanlar
e,f sistemin uç ve iç değişkenleri (Güç değişkenleri)
ϕ,q sistemin enerji değişkenleridir.

2.2.3. Güç ve Enerji

Termik sistem hariç diğer sistemlerde uç ve iç sistem değişkenlerinin çarpımı ani gücü vermektedir (P=e.f). Bu nedenle sistem değişkenlerine güç değişkenleri de denir. Fakat termik sistemde sistem değişkenleri olan T: sıcaklık (uç değişken) ve Q: ısı debisi (iç değişken) olmakla beraber güç doğrudan doğruya (P=Q) ısı debisine eşittir.

Enerji, gücün zamana göre integraline eşittir ($\varepsilon=\int p dt = \int_0^t e.f.dt$) dır. e ve f enerji değişkenleri cinsinde ifadeleri $e = \frac{d\phi}{dt}$ veya $f = \frac{dq}{dt}$ yazılırsa $\varepsilon = \int_0^{\phi} f.d\phi$ veya $\varepsilon = \int_0^{q} e.dq$ elde edilir.

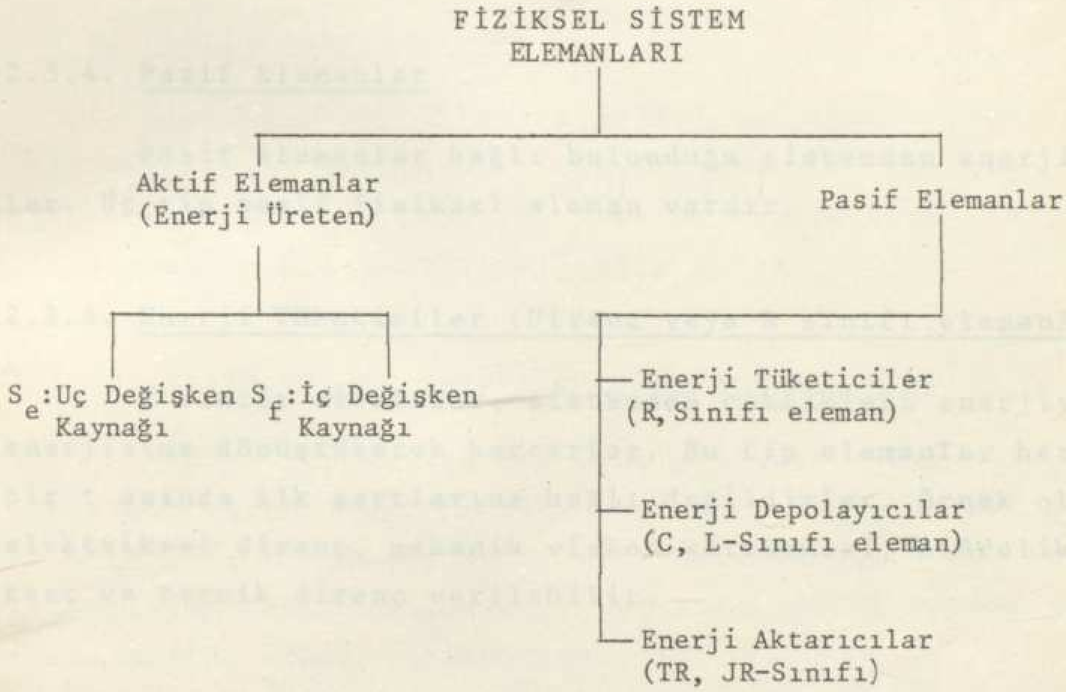
Daha önce tanımladığımız iç ve uç değişkenler ile burada tanımını yaptığımız güç ve enerji değişkenlerine ait değişik mühendislik dallarındaki benzerlikleri ve aralarındaki ilişkileri Tablo 1'de gösterilmiştir.

TABLO 1

FİZİKSEL SİSTEM	SİSTEM DEĞİŞKENLERİ		ENERJİ DEĞİŞKENLERİ		GÜÇ ve ENERJİ
GENEL	e Uç değişken	f İç değişken	ϕ Deplasman	q Momentum	$P = e.f.\ [J/S]$ $\varepsilon = \int e.f.dt\ [J]$
ELEKTRİK	u Gerilim $[V]$	i Akım $[A]$	ϕ Akı $[V.S.]$	q Yük $[A.S.]$	$P = ui\ [VA]=[W]$ $\varepsilon = \int u.i.dt\ [WS]$
MEKANİK(Düzgün)	v Hız $[m/S]$	f Kuvvet $[N]$	x Deplasman $[m]$	q_v Momentum $[NS]$	$P = V.f.\ \left[\frac{Nm}{S}\right]$ $\varepsilon = \int v.f.dt\ [Nm]$
MEKANİK(Dönen)	ω Açısal hız $\left[\frac{rd}{S}\right]$	M Moment $[Nm]$	θ Açı $[rd]$	q_ω Açısal M. $[NmS]$	$P = \omega.M\ \left[\frac{Nm}{S}\right]$ $\varepsilon = \int \omega M dt\ [Nm]$
HİDROLİK	P Basınç $\left[\frac{N}{m^2}\right]$	Q Debi $\left[\frac{m^3}{S}\right]$	Γ Momentum $\left[\frac{NS}{m^2}\right]$	V Hacım $[m^3]$	$P = P.Q\ \left[\frac{Nm}{S}\right]$ $\varepsilon = \int P.Q.dt\ [Nm]$
TERMİK	T Sıcaklık $[^oK]$	Q_t Isı debisi $\left[\frac{J}{S}\right]$	H Isı $[J]$	-	$P = Q_t\ [J/S]$ $\varepsilon = \int Q_t dt = H = [J]$

2.3. FİZİKSEL SİSTEM ELEMANLARI :

Fiziksel sistem elamanları şematik olarak Şekil 2.4'-deki gibi sınıflandırılabilir. Bütün elemanlar ideal olarak kabul edilecektir.



Şekil 2.4

2.3.1. Aktif Elemanlar (Enerji Üreten)

Aktif elemanlar, bağlı bulunduğu sisteme enerji vererek sistemi uyardıklarından bunlara kaynaklar da denir. İki tip fiziksel kaynak vardır.

2.3.2. Uç Değişken Kaynağı

Uç değişken kaynağında; uç değişkeni sistemden bağımsızdır. Fakat iç değişkeni sisteme bağımlı olarak değişir. Uç değişken kaynağına örnek olarak; gerilim, hız, açısal hız, basınç ve sıcaklık kaynakları gösterilebilir.

2.3.3. İç Değişken Kaynağı

İç değişken kaynağında, iç değişkeni sistemden bağımsızdır. Fakat uç değişkeni sisteme bağımlı olarak değişir. İç değişken kaynağına örnek olarak; akım, kuvvet, moment, debi ve ısı debisi kaynakları gösterilebilir.

2.3.4. Pasif Elemanlar

Pasif elemanlar bağlı bulunduğu sistemden enerji çekerler. Üç tip pasif fiziksel eleman vardır.

2.3.5. Enerji Tüketiciler (Direnç veya R sınıfı elemanlar)

R sınıfı elemanlar, sistemden çektikleri enerjiyi ısı enerjisine dönüştürerek harcarlar. Bu tip elemanlar herhangi bir t anında ilk şartlarına bağlı değildirler. Örnek olarak; elektriksel direnç, mekanik viskos sürtünmesi, hidrolik direnç ve termik direnç verilebilir.

2.3.6. Enerji Depolayıcılar

Sistemden çektikleri enerjiyi depo ederler. Herhangi bir t anında bu tip elemanlar ilk şartlarına bağlıdırlar. Bunlar sistemin durum değişkenlerini teşkil ederler. İki tip enerji depo eden eleman vardır.

2.3.7. KapasiteSınıfı Elemanlar (veya C sınıfı elemanlar)

Enerji depo eden elemanlar; elektrikte kapasite, mekanikte kütle (veya atalet) hidrolikte hidrolik kapasite ve termik sistemlerdeki termik kapasite örnek olarak gösterilebilir.

2.3.8. Endüktans Sınıfı Elemanlar (L sınıfı elemanlar)

Elektromagnetik enerjiyi depo eden endüktans, potansiyel enerjiyi depo eden yay ve hidrolik endüktans örnek olarak gösterilebilir.

2.3.9. Enerji Aktarıcıları

Sistemden çektikleri enerjiyi harcamadan başka sistem veya elemanlara aktarırlar. Genel olarak iki tip enerji aktarıcı eleman vardır. Trafo ve jiratör sınıfı elemanlar ile tek yönlü enerji aktarıcıları bu gruba girer.

2.3.10. Trafo Sınıfı Elemanlar (TR sınıfı elemanlar)

TR sınıfı elemanlar, aynı cins, enerjiyi bir ortamdan diğer bir ortama aktarırlarken uç ve iç değişkenleri bir oranda yine aynı tip değişkenler elde edilmek üzere dönüşürler. Elektriksel trafo, mekaniksel kaldıraç, dişli kutusu ve hidrolik piston örnek verilebilir.

Enerji aktarılışı başka bir enerji kapısı tarafından kontrol edilmekteyse, bu tip trafoya modüleli trafo (MTR) denir (Oto transformatörü, ayarlanabilir kaldıraç v.s.).

2.3.11. Jiratör Sınıfı Elemanlar (JR sınıfı elemanlar)

JR sınıfı elemanlar, farklı cins enerjiyi bir ortamdan diğer bir ortama aktarırlarken uç ve iç değişkenleri arasında bir oranda çaprazlamasına bir dönüşüm meydana gelir. Elektrik rölesi, mekanik piston, termokupl v.s. örnek verilebilir.

Enerji aktarılışı başka bir enerji kapısı tarafından kontrol edilmekteyse bu tip jiratöre modüleli jiratör (MJR) denir. Doğru akım motoru, merkezkaç hidrolik pompası v.s. örnek verilebilir.

2.3.12. Tek Yönlü Enerji Aktarıcıları

Tek yönde işaret geçişini sağlıyan elemanlardır. Bu tip elemanların girişine yapılacak bir uç veya iç değişken uyarması, çıkış değişkenlerinde bir cevap alınabilecek, fakat çıkış uç ve iç değişkenlerinde yapılacak bir uyarma, giriş değişkenlerinde herhangi bir değişiklik oluşturmayacaktır. Bunlar girişi çıkışına bağlı olmayan elemanlardır. Örnek olarak, işlemsel kuvvetlendirici (OPAMP) ve bağımlı kaynaklar v.s. verilebilir.

Fiziksel elemanların, elektrik, mekanik, hidrolik ve termik sistemlerdeki analog karşılıkları toplu halde Tablo 2a,b,c'de gösterilmektedir.

2.4. SİSTEM ANALİZİ METODLARI

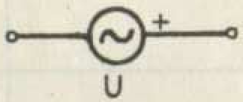
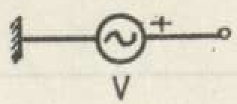
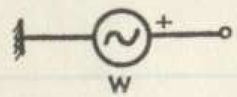
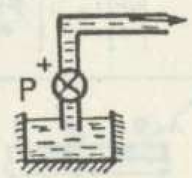
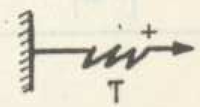
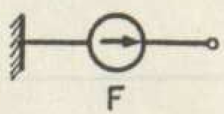
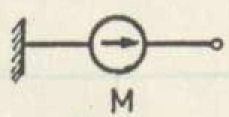
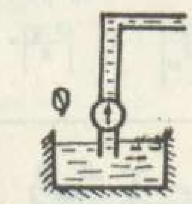
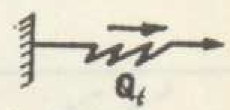
Bir sistemin davranışlarını analiz etmek üzere başlıca iki metod vardır.

1- Deneysel metod
2- Analitik metod.

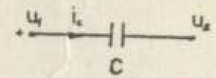
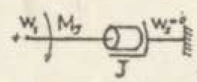
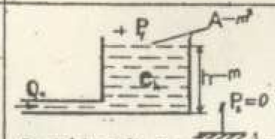
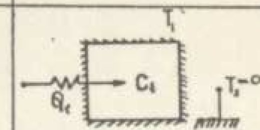
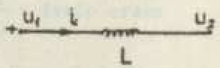
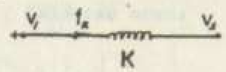
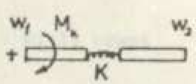
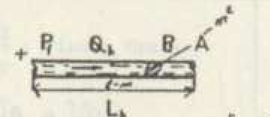
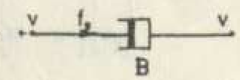
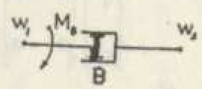
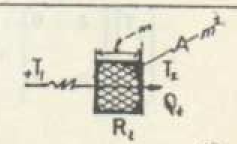
2.4.1. Deneysel Metod

Deneysel metodta basit olarak sisteme bilinen belli girişler uygulayarak, çıkışlar gözlenir. Bu giriş ve çıkış neticeleri arasında matematiksel olarak uygun bağıntılar kurulur. Bu metodta sistem sadece bir tek elemandan meydana gelmiş ise, deneyle kurulan matematiksel bağıntı oldukça doğrudur.

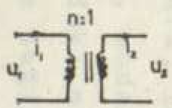
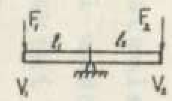
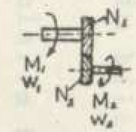
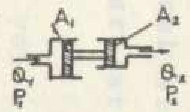
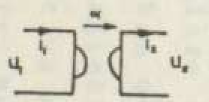
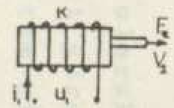
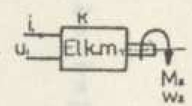
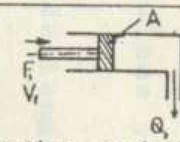
Tablo 2a

ENERJİ KAYNAKLARI (AKTİF ELEMANLAR)	ELEKTRİK	MEKANİK (DÜZGÜN)	MEKANİK (DÖNEN)	HİDROLİK	TERMİK
S_e: Uç Değişken Kaynağı	 U: Gerilim [V] Kaynağı	 V: Hız $\left[\frac{m}{S}\right]$ Kaynağı	 θ : Açısal Hız $\left[\frac{rd}{S}\right]$ Kaynağı	 P: Basınç Kaynağı $\left[\frac{N}{m^2}\right]$	 T: Sıcaklık Kaynağı
S_f: İç Değişken Kaynağı	 I: Akım Kaynağı [A]	 F: Kuvvet Kaynağı [N]	 M: Moment Kaynağı [Nm]	 Q: Debi Kaynağı $\left[\frac{m^3}{S}\right]$	 Q_t: Isı Debisi Kay. [cal/S]

TABLO 2b

PASİF ELEMANLAR		ELEKTRİK	MEKANİK (DÜZGÜN)	MEKANİK (DÖNEN)	HİDROLİK	TERMİK
ENERJİ DEPOLAYICILAR	KAPASİTE SINIFI ELEMANLAR	 C:Kapasite[F] $u_c = u_1 - u_2$ $i_c = C\frac{du_c}{dt}$	 M:Kütle[kg] $V_m = V_1 - V_2 = V_1$ $f_m = M\frac{dV_m}{dt}$	 J=Atalet[NMS^2] $\omega_J = \omega_1 - \omega_2 = \omega_1$ $M_J = J\frac{d\omega_J}{dt}$	 C_h:Hidrolik Kapasite $\left[\frac{m^5}{N}\right]$ $P_c = P_1 - P_2 = P_1$ $Q_c = C_h\frac{dP_c}{dt}$ $C_h = A/\rho.g$ $\rho:\left[\frac{kg}{m^3}\right]$, $g:\left[\frac{m}{s^2}\right]$	 C_t:Termik kapasite $\left[\frac{cal}{^oK}\right]$ $T_t = T_1 - T_2 = T_1$ $Q_t = C_t\frac{d}{dt}T_t$ $C_t = m.c$ m:[kg], c:$\left[\frac{cal}{kg^oK}\right]$
	ENDÜKTANS SINIFI ELEMANLAR	 L:Endüktans[H] $U_L = U_1 - U_2$ $U_L = L\frac{di_L}{dt}$	 K:Yay katsayısı $\left[\frac{N}{M}\right]$ $V_K = V_1 - V_2$ $V_K = \frac{1}{K}\cdot\frac{dF_k}{dt}$	 K:Yay katsayısı $\left[\frac{NM}{rd}\right]$ $\omega_K = \omega_1 - \omega_2$ $\omega_k = \frac{1}{K}\cdot\frac{dM_K}{dt}$	 L_h: Hidrolik Endük. $\left[\frac{NS^2}{m^5}\right]$ $P_L = P_1 - P_2$ $P_L = L_h\frac{dQ_L}{dt}$ $L_h = \left[\frac{\rho.\ell}{A}\right]$ $\rho:\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	–
ENERJİ TÜKETİCİLER	DİRENÇ SINIFI ELEMANLAR	 R:Direnç [Ω] $U_R = U_1 - U_2$ $U_R = R.i_R$	 B:Visk.Sürt.Kat.Say. $\left[\frac{NS}{m}\right]$ $V_B = V_1 - V_2$ $V_B = \frac{1}{B}f_B$	 B:Dönme S.Katsayısı $\left[\frac{NMS}{rd}\right]$ $\omega_B = \omega_1 - \omega_2$ $\omega_B = 1/B\ M_B$	 R_h: Hidrolik Direnç $\left[\frac{NS}{m^5}\right]$ $P_R = P_1 - P_2$ $P_R = R_h.Q_R$	 R_t: Termik Direnç $\left[\frac{^oK.S}{cal}\right]$ $T_t = T_1 - T_2$ $T_t = R_t.Q_t$ $R_t = \ell/kA$; k:ısı.il.kat $\left[\frac{cal}{mK^oS}\right]$

Tablo 2c

		ELEKTRİK	MEKANİK (DÜZGÜN)	MEKANİK (DÖNEN)	HİDROLİK	TERMİK
ENERJİ AKTARICILAR	TRAFO SINIFI ELEMANLAR	 $n=\frac{N_1}{N_2}$: Trafo oranı $\begin{bmatrix}u_1\\i_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&n\\n&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_1\\u_2\end{bmatrix}$	 $n=\frac{\ell_1}{\ell_2}$: Kaldıraç oranı $\begin{bmatrix}v_1\\f_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&n\\n&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}f_1\\v_2\end{bmatrix}$	 $n=\frac{N_1}{N_2}$: Dişli oranı $\begin{bmatrix}\omega_1\\M_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&n\\n&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}M_1\\\omega_2\end{bmatrix}$	 $n=\frac{A_2}{A_1}$: Piston Oranı $\begin{bmatrix}P_1\\Q_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&n\\n&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}Q_1\\P_2\end{bmatrix}$	-
	JİRATÖR SINIFI ELEMANLAR	 $\begin{bmatrix}u_1\\u_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&\alpha\\\alpha&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_1\\i_2\end{bmatrix}$	 $\begin{bmatrix}u_1\\F_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&K\\K&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_1\\V_2\end{bmatrix}$	 $K=K_m.i_f$ $\begin{bmatrix}u_1\\M_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&K\\K&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_1\\\omega_2\end{bmatrix}$	 A:Piston kesiti(m^2) $\begin{bmatrix}F_1\\Q_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&A\\A&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_1\\P_2\end{bmatrix}$	 R:Termokupl $\begin{bmatrix}Q_1\\i_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&R\\R&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}T_1\\u_2\end{bmatrix}$

2.4.2. Analitik Metod

Herbiri bağımsız olarak matematiksel şekilde modellenebilen elemanların birleşiminden daha karmaşık sistemler oluşur. Bu sistemlerde, elemanlar arasındaki giriş-çıkış bağıntıları çok düzenli ve sistematik bir şekilde elde edilir. Bu nedenle deneysel yola tercih edilir. Fakat, modellemede elemanlar ideal olarak düşünüldüğünden analitik yol ile elde edilen matematiksel bağıntılar, ancak belli bölge ve şartlarda gerçek fiziksel sistemi temsil edebilir. Eğer şartlar değişirse, yeni şartlara uygun modelleme yapılması gerekir.

Analitik yol ile sistem modellenmesinde aşağıdaki iki şartın sağlanması gerekir.

1- Sistemi meydana getiren elemanların tek başına matematik modelinin bilinmesi.

2- Elemanların birbirleri ile bağlantı şekilleri bilinmesidir.

2.4.3. Sistem Analizindeki İşlemler

Dinamik sistemleri analitik olarak analiz etmek için önce, matematiksel modelin kurulması gerekir. Matematik modelin kuruluşunda hakiki fiziksel sistem elemanlarının yerine, sistemin davranışlarına tesiri olmayan ayrıntılar bir tarafa bırakılır ve ideal fiziksel model elde edilir.

Bundan sonra, fiziksel kanunlara (süreklilik ve uygunluk) dayanılarak, modelde ortaya çıkan çeşitli fiziksel büyüklükler arasındaki matematiksel bağıntılar elde edilir. Bu bağıntılar, durum değişkenlerini ihtiva eden diferansiyel ya da integro-diferansiyel denklemlerdir. Bu denklemlere sistemin "Matematiksel model"i denir. Mantiki bir matematiksel modelin bulunması, sistemin analizinde en önemli kısmı oluşturur.

Matematiksel model kolayca çözülmelidir. Halbuki, integrallerden kurtulmak için alınması gereken türevler neticesinde birkaç mertebeden diferansiyel denklemler ortaya çıkar. Bu denklem sistemini çözmek zordur. Bunun yerine sadece birinci mertebeden türevleri ihtiva eden ve durum denklemi diye bilinen matematiksel model tercih edilir. Ayrıca bilgisayarda kolay bir şekilde programlanabilir olması da durum denklemlerinin diğer bir üstünlüğünü gösterir. Bu üstünlüklere rağmen klasik yollar ile durum denklemlerinin elde edilmesi zor ve karmaşıktır. Bu karmaşıklığı yenmek üzere geliştirilmiş yeni metodlar kullanılır. Bu metodlar linear graf ve Bond graf metodlarıdır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

YENİ BİR YAKLAŞIMLA BOND GRAF TEKNİĞİ

3.1. BOND GRAF KONUSUNDAKİ GELİŞMELER

Bu bölümde, dinamik sistemlerin matematiksel durum modeli, yeni bir yaklaşımla Bond graf tekniğini kullanarak çıkarılacaktır. Linear graf ile daha çok kişi ilgilenmiş ve sistematik yollar geliştirilmiştir(6,14,27,28). Ancak, uygulama alanı daha geniş olan Bond graf tekniği için linear graf gibi sistematik bir yol henüz geliştirilmemiştir(7,8,10,15). Bu nedenle, Bond graf tekniğinde, yeni sistematik ve kolay bir metod geliştirmeye çalıştık. Esas konuya geçmeden önce bu konu ile ilgili daha önce yapılmış olan çalışmaları özetlemekte fayda vardır.

Bond graf konusunda ilk çalışmayı M.I.T. den Prof.H.M. Paynter(17) yapmıştır. Paynter tarafından "Bond graf" olarak adlandırılan bu metodtaki temel düşünce; bir sistemde birbirlerine bağlı fiziksel elemanlar arasındaki güç veya enerji alış-verişine dayanır. Bu işlemler yapılırken, enerji ve enerjinin çeşitli fiziksel durumlara dönüşmesi özelliğinden yararlanılır. Daha sonraları, bu metod üzerinde bazı çalışmalar yapan Prof.Karnopp ve Prof.Rosenberg(7,10,20) bilhassa dinamik sistemlerin durum modelini bulmak üzere bazı tanımlar yaparak çeşitli mühendislik dallarına uygulamışlardır. Ne var ki, bu yazarların uyguladıkları metod, linear graftaki gibi sistematik değildir. Bu metodlar hem zor, hem de karmaşıktır. Mesela, bu metodlarla, Bond graf tekniğini mekanik mühendisliğine uygulamak için mekanik elemanların dinamik sistem içinde nasıl davranacağı konusu çok iyi bilinmesi gerekir. Bu yüzden Bond graf tekniği ile daha çok makina mühendisleri ilgilenmişlerdir. Diğer dallardaki mühendisler, bu tekniği kullanırken çok zorluklarla karşılaşmışlardır.

İşte bütün bu zorlukları yenerek, linear graf topolojisindeki "Dal-Kiriş" kavramlarına benzer Bond graf topolojisinde "ÇİZGİ-NOKTA" kavramlarını bu tezde kazandırmaya çalıştık. Bu kavramlara dayanarak dinamik sistemlerin matematiksel durum modelinin elde edilmesi için kurallar geliştirdik.

Ayrıca, şimdiye kadar Bond graf tekniği üzerinde yapılan çalışmalarda, eski analoji (Kütle-Endüktans benzeşimi) kullanılmıştır. Böyle bir analojide fiziksel sistemden, Bond graf modeline geçerken, derinlemesine mekanik bilgisine ihtiyaç duyulmaktadır. Mesela, Elektrik sistemlerde, fiziksel elemanlar ardarda bağlı ise seri ve ucuca bağlı ise paralel olarak kabul edildiği halde, mekanik sistemlerde ise fiziksel elemanlar ardarda bağlı ise paralel ve ucuca bağlı ise seri olarak kabul edilmektedir(22).

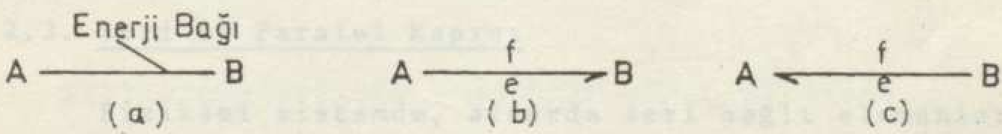
Bu durum sistemler arasında uyumsuzluğa neden olur. Bu karışıklığı ortadan kaldırmak üzere modern analoji (Kütle-Kapasite benzeşimi) ilk defa olarak Bond graf tekniğindeki uygulaması yapılacaktır. Böylece bütün sistemlerde, fiziksel elemanlar ardarda bağlı ise seri ve ucuca bağlı ise paralel kabul edilecektir.

Tablo 2b'de de görüldüğü gibi elektrik sistemlerinin dışındaki sistemlerde, kapasite sınıfı elemanın bir ucu referanstadır. Bu yüzden bu elemanlar her zaman paralel sistem elemanı olmaktadır.

Bu tezde geliştirdiğimiz metod sayesinde, Bond graf tekniğini herhangi bir mühendislik dalına kolayca uygulamak mümkün olur. Bunun için o mühendislik dalı hakkında derinlemesine bilgi sahibi olma gereği ortadan kalkar. Bond graf tekniğini kullanarak herhangi bir mühendislik problemini çözmek için yanlız o mühendisliğe ait temel kavramları bilmek yeterli olur.

3.2. BOND GRAF ELEMANLARI

Bir Bond graf elemanı en basit olarak A ve B gibi iki enerji kapısı arasında Şekil 3.1a'da görüldüğü gibi A'yı B'ye bağlıyan bir doğru parçası ile gösterilir. Buna "Enerji bağı" veya kısaca "Bağ" denir. Gücün veya enerjinin pozitif akış yönünü göstermek üzere enerji bağının ucuna bir "yarım ok" ilave edilir. Pozitif enerji Şekil 3.1b'de A kapısından B kapısına ve Şekil 3.1c'de de B kapısından A kapısına akmaktadır. Bond graf elemanındaki sistem değişkenlerinden uç değişken, enerji bağının üstünde iç değişken, enerji bağının altında gösterilir.



Şekil 3.1

Fiziksel elemanları Bond graf elemanları cinsinden göstermeden önce, fiziksel elemanların sistem kümesi içerisindeki biribirine bağlantı tarzlarını gözönünde bulundurarak sınıflandırma yapılmalıdır. Bunlar, tek kapılı (iki uçlu) elemanlar, iki kapılı (Dört uçlu) elemanlar ve seri veya paralel kapılı elemanlardır.

3.2.1. Tek Kapılı Elemanlar

Fiziksel sistemde, tek kapılı elemanlar olarak enerji kaynakları ile direnç, kapasite ve endüktans sınıfı elemanlardır. Burada, enerji kaynakları (aktif elemanlar) sisteme enerji verdiklerinden, Bond graf elemanındaki "yarım ok" sisteme doğru gösterilmektedir. Pasif elemanlar; direnç, kapasite ve endüktans sınıfı elemanlar olarak sistemden enerji çektiklerinden, Bond graf elemanındaki "yarım ok" sistemden kendilerine doğru gösterilmektedir.

3.2.2. İki Kapılı Elemanlar

Fiziksel sistemde, iki kapılı eleman olarak, enerji aktarıcıları olan trafo, jiratör ve işlemsel kuvvetlendirici ile bağımlı kaynaklardır. Burada enerji aktarıcıları, gücü bir ortamdan alıp kayıpsız olarak diğer bir ortama aktardıklarından, Bond graf elemanındaki "yarım ok" bir tarafta sistemden elemana, diğer tarafta elemandan sisteme doğru gösterilmektedir.

3.2.3. Seri ve Paralel Kapısı

Fiziksel sistemde, ardarda seri bağlı elemanların oluşturduğu fiziksel çevreleri Bond graf modelinde "S" ile ve ucuca paralel bağlı elemanların oluşturduğu fiziksel düğümleride Bond graf modelinde "P" ile göstereceğiz*.

Seri ve paralel kapısında, Tellegen teoremine göre güç dengesi vardır. Seri kapısında, iç değişken ortaktır. Bu kapı-

---

* Şimdiye kadar Bond grafla uğraşan kişiler, fiziksel çevreleri "I" ve fiziksel düğümleride "O" sembolü ile göstermişlerdir. Ancak petegojik bakımından "S" ve "P" seri ve paralel kelimelerini daha iyi sembolize ettiklerinden "O" ve "I" yerine bunlar kullanılacaktır.

daki iç değişken yok edilirse bütün uç değişkenlerinin cebirsel toplama sıfır olur. Buna "Uygunluk denklemi" denir (Elektrikteki Kirchhoffun gerilimler kanunu, mekanikte sistemin geometrik yerleşim-değişim dengesi, hidrolik ve termik sistemler için iki nokta arasındaki basınç ve sıcaklık değişimlerinin cebirsel toplamı).

Paralel kapısında, uç değişken ortaktır. Bu kapıdaki uç değişken yok edilirse, bütün iç değişkenlerin cebirsel toplamı sıfır olur. Buna "süreklilik" denklemi denir (Elekrikteki Kirchhoff'un akımlar kanunu, mekanikte Newton kanunu, hidrolikte maddenin korunumu ve termik sistemler için enerjinin sakınımı kanunu).

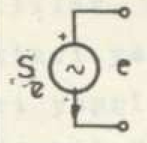
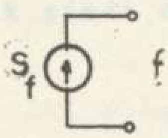
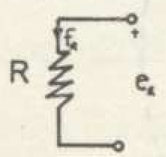
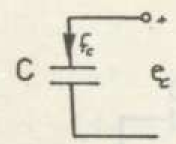
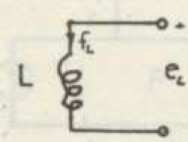
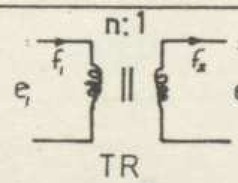
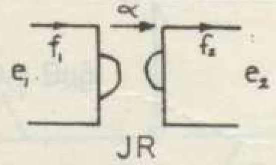
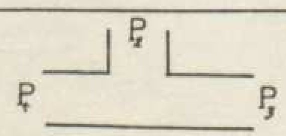
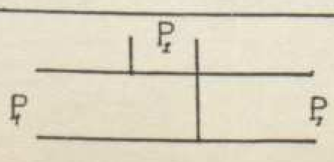
Fiziksel sistemin tek kapılı, iki kapılı, seri ve paralel kapıları için denklemleri ve Bond graf elemanı olarak gösterilişleri Tablo 3 de verilmiştir. Tek yönlü elemanın tek yönde işaret geçişini göstermek üzere enerji bağının ortasında küçük bir okla belirtilir. Daha önce belirtilmiş olan bağın ucundaki yarım ok S ve P kapılarına giriyorsa pozitif güç çıkıyorsa negatif güç olarak kabul edilir.

3.3. FİZİKSEL SİSTEMDEN BOND GRAF MODELİNE GEÇİŞ

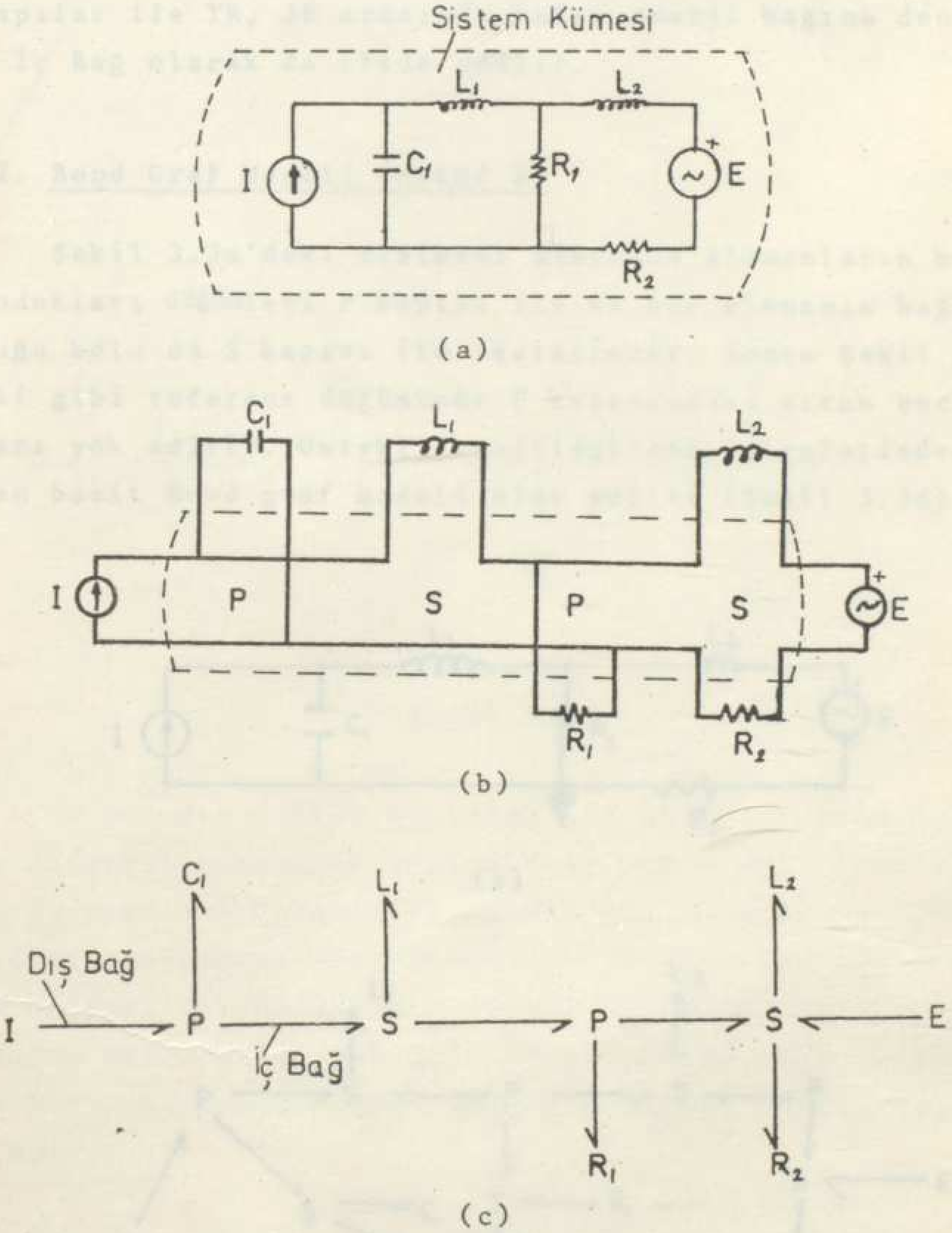
Verilen fiziksel sistemden Bond graf modeline geçmek için, fiziksel elemanların biribirine bağlantı tarzları bilinmesi gerekir. Bond graf modelinin kurulmasında başlıca iki metod vardır.

3.3.1. Bond Graf Modeli (Metod 1)

Şekil 3.2a'da verilen fiziksel sistem kümesinde, tek kapılı elemanlar küme dışına çekilir. Küme içinde elemanların bağlantı (ek) yerleri olan seri ve paralel kapıları ile TR ve JR gibi enerji aktarıcıları kalacaktır (Şekil 3.2b).

<table>
<tr><th></th><th></th><th>Fiziksel Eleman</th><th>Matematiksel Denklem</th><th>Bond Graf Elemanı Olarak Gösterilişi</th></tr>
<tr><td rowspan="5">TEK KAPILI</td><td>Uç değiş-ken kaynağı</td><td></td><td>$S_e = e$</td><td>$S_e \xrightharpoonup{\;e\;}$</td></tr>
<tr><td>İç değiş-ken kaynağı</td><td></td><td>$S_f = f$</td><td>$S_f \xrightharpoonup{\;f\;}$</td></tr>
<tr><td>Direnç sınıfı eleman</td><td></td><td>$e = R.f$</td><td>$R \xleftharpoondown[f_R]{e_R}$</td></tr>
<tr><td>Kapasite sınıfı eleman</td><td></td><td>$f_C = C\,\frac{de_C}{dt}$</td><td>$C \xleftharpoondown[f_C]{e_C}$</td></tr>
<tr><td>Endüktans sınıfı eleman</td><td></td><td>$e_L = L\,\frac{df_L}{dt}$</td><td>$L \xleftharpoondown[f_L]{e_L}$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">İKİ KAPILI</td><td>Trafo sınıfı eleman</td><td></td><td>$\begin{bmatrix} e_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & n \\ n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ e_2 \end{bmatrix}$</td><td>$\xrightharpoonup[f_1]{e_1} \overset{n\,\downarrow}{TR} \xrightharpoonup[f_2]{e_2}$</td></tr>
<tr><td>Jiratör sınıfı eleman</td><td></td><td>$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ \alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}$</td><td>$\xrightharpoonup[f_1]{e_1} \overset{\alpha\,\downarrow}{JR} \xrightharpoonup[f_2]{e_2}$</td></tr>
<tr><td>Tek yön-lü eleman</td><td></td><td>$\begin{bmatrix} f_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ A & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ f_2 \end{bmatrix}$</td><td>$\xrightharpoonup[f_1=0]{e_1} \overset{A\,\downarrow}{İK} \xrightharpoonup[f_2]{e_2}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">SERİ ve PARALEL KAPISI</td><td>Seri Kapısı</td><td></td><td>$P_1+P_2+P_3=0$
$f_1=f_2=f_3$
$e_1+e_2+e_3=0$</td><td>$\xrightharpoonup[f_1]{e_1} \overset{e_2 \downarrow f_2}{S} \xleftharpoondown[f_3]{e_3}$</td></tr>
<tr><td>Paralel kapısı</td><td></td><td>$P_1+P_2+P_3=0$
$e_1=e_2=e_3$
$f_1+f_2+f_3=0$</td><td>$\xrightharpoonup[f_1]{e_1} \overset{e_2 \downarrow f_2}{P} \xleftharpoondown[f_3]{e_3}$</td></tr>
</table>

Tek kapılılar, S, P kapıları ve TR, JR kapılarının Bond graf karşılıkları yerleştirilir. Sonra gerekli basitleştirme işlemleri yapılır ve fiziksel sistemin Bond graf modeli elde edilir (Şekil 3.2c). Daha önce enerji bağının (Bağ) tarifini vermiştik şimdi de dış ve iç enerji bağını tanımlıyalım.



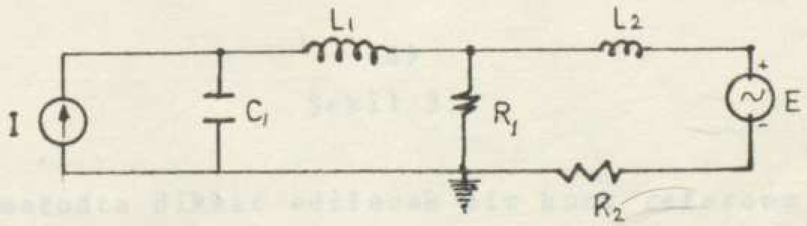
Şekil 3.2

Dış Enerji Bağı (Dış Bağ): Tek kapılı elemanlar (RLC) ile S (veya P) kapısı arasında kalan enerji bağına Dış Enerji Bağı veya Dış Bağ denilir.

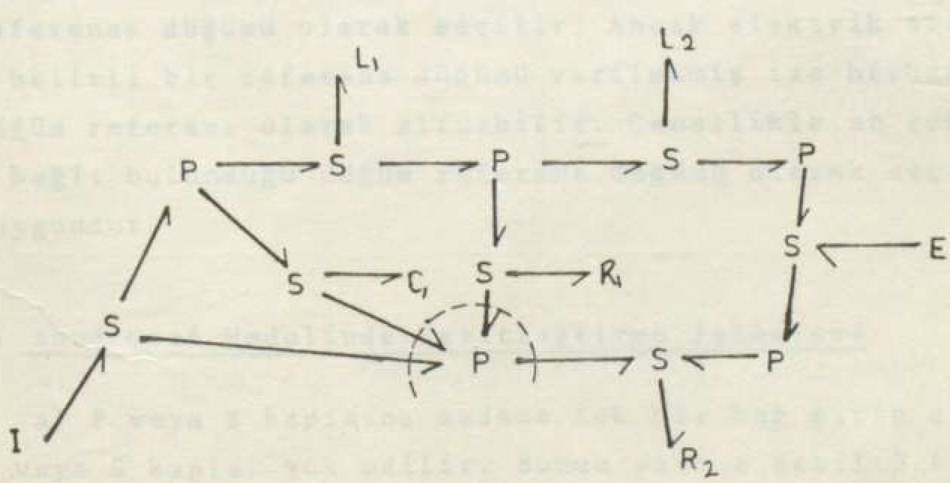
İç Enerji Bağı (İç Bağ): S ile P kapısı arasında veya bu kapılar ile TR, JR arasında kalan enerji bağına denir. Kısaca İç Bağ olarak da ifade edilir.

3.3.2. Bond Graf Modeli (Metod 2)

Şekil 3.3a'daki fiziksel sistemde elemanların bağlı bulundukları düğümleri P kapısı ile ve her elemanın bağlı bulunduğu kolu da S kapısı ile işaretlenir. Sonra Şekil 3.3b ve c deki gibi referans düğümünün P kapısındaki ortak enerji bağları yok edilir. Gerekli basitleştirme işlemlerinden sonra, en basit Bond graf modeli elde edilir (Şekil 3.3d).

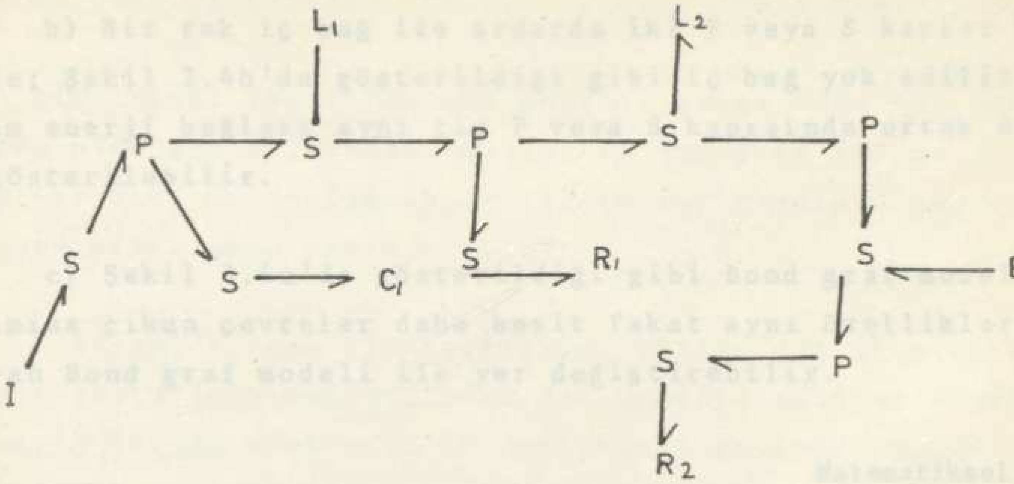


(a)

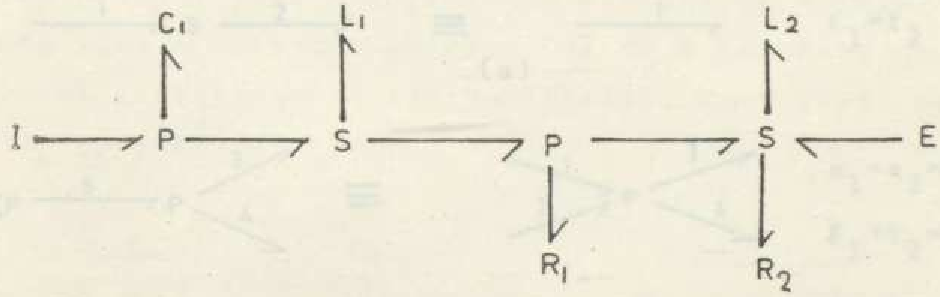


(b)

Şekil 3.3



(c)



(d)

Şekil 3.3

Bu metodta dikkat edilecek bir konu referans düğümlerinin seçimidir. Mekanik sistemlerde yer hızı, hidrolik sistemlerde atmosfer basıncı ve termik sistemlerde mutlak sıcaklık referenas düğümü olarak seçilir. Ancak elektrik sistemlerinde belirli bir referans düğümü verilmemiş ise herhangi bir düğüm referans olarak alınabilir. Genellikle en çok elemanın bağlı bulunduğu düğüm referans düğümü olarak seçilmesi daha uygundur.

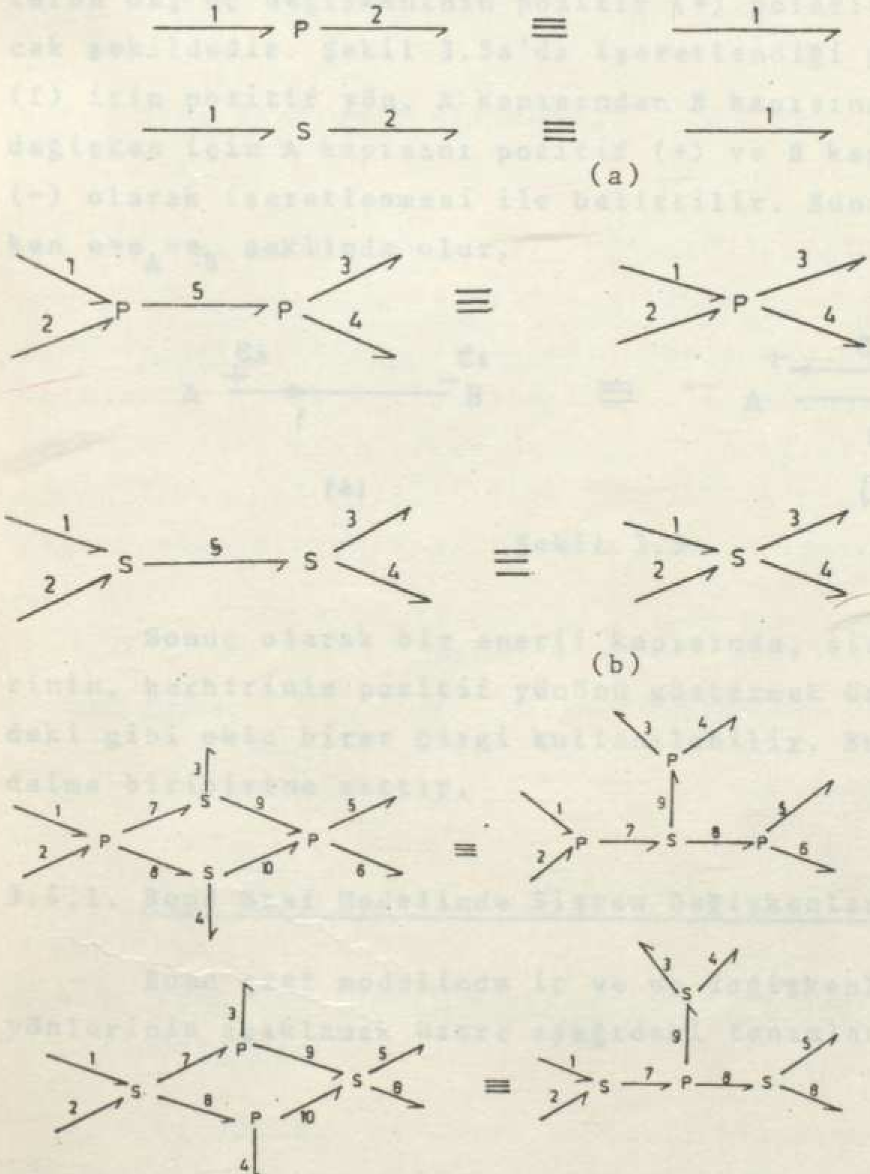
3.3.3. Bond Graf Modelinde Basitleştirme İşlemleri

a) P veya S kapısına sadece tek bir bağ girip çıkıyorsa, P veya S kapısı yok edilir. Bunun yerine Şekil 3.4a da gösterildiği gibi bir bağ konur.

b) Bir tek iç bağ ile ardarda iki P veya S kapısı bağlı ise; Şekil 3.4b'de gösterildiği gibi iç bağ yok edilir ve toplam enerji bağları aynı tip P veya S kapısında ortak olarak gösterilebilir.

c) Şekil 3.4c'de gösterildiği gibi Bond graf modelinde karşımıza çıkan çevreler daha basit fakat aynı özellikleri taşıyan Bond graf modeli ile yer değiştirebilir.

Matematiksel ispat



(a)

$e_1=e_2$

$f_1=f_2$

(b)

$e_1=e_2=e_5=e_3=e_4$

$f_1+f_2=f_5=f_3+f_4$

$f_1=f_2=f_5=f_3=f_4$

$e_1+e_2=e_5=e_3+e_4$

(c)

$e_1=e_2=e_3+e_5=e_4+e_6$

$f_1+f_2=f_3+f_4=f_5+f_6$

$e_1+e_2=e_3+e_4=e_5+e_6$

$f_1=f_2=f_3+f_5=f_4+f_6$

Şekil 3.4. Bond graf modelinde basitleştirme işlemleri

3.4. BOND GRAF TEKNİĞİNDE "ÇİZGİ" ve "NOKTA"NIN TANITILMASI

Bir enerji kapısında güç akışını temin eden iki temel değişken olduğunu biliyoruz. Bunlar uç değişken (e) ve iç değişken (f) dir. Bu değişkenlere sistem değişkenleri adı verilir, çarpımları gücü verir (P=e.f).

Fiziksel sistem elemanlarında, sistem değişkenlerinin referans yönlerinin belirtilmesi çok önemlidir. A ve B gibi iki enerji kapısı arasında, iç değişkenin pozitif yönünü gösteren ok, uç değişkeninin pozitif (+) polaritesinden ayrılacak şekildedir. Şekil 3.5a'da işaretlendiği gibi iç değişken (f) için pozitif yön, A kapısından B kapısına doğrudur. Uç değişken için A kapısını pozitif (+) ve B kapısını negatif (-) olarak işaretlenmesi ile belirtilir. Buna göre, uç değişken $e=e_A-e_B$ şeklinde olur.

Şekil 3.5

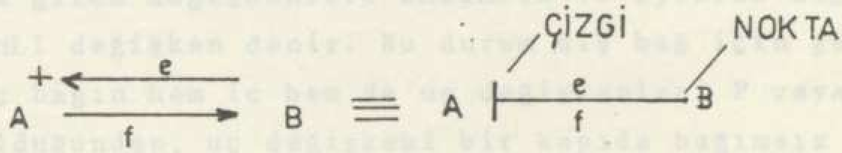
Sonuç olarak bir enerji kapısında, sistem değişkenlerinin, herbirinin pozitif yönünü göstermek üzere, Şekil 3.5b'deki gibi oklu birer çizgi kullanılabilir. Bunların yönleri daima biribirine zıttır.

3.4.1. Bond Graf Modelinde Sistem Değişkenlerinin Yönleri

Bond graf modelinde iç ve uç değişkenlerinin pozitif yönlerinin açıklamak üzere aşağıdaki tanımlar yapılır.

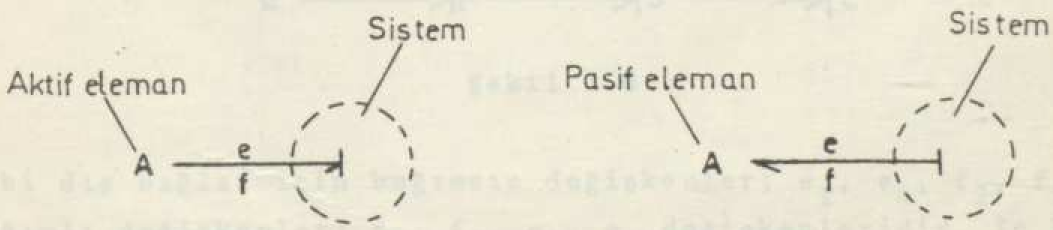
ÇİZGİ: Bond graf elemanında, uç değişkenin pozitif yönünü göstermek üzere enerji bağının ucuna dik küçük bir çizgi çizilir. Buna kısaca "ÇİZGİ" denilir (Şekil 3.6).

NOKTA: Bond graf elemanında, iç değişkeninin pozitif yönü enerji bağının çizgisiz olan diğer ucu olacaktır. Bu uca da kısaca "NOKTA" denilir (Şekil 3.6).



Şekil 3.6. Bond graf elemanında "ÇİZGİ" ve "NOKTA"nın gösterilişi

Bond graf elemanında, "ÇİZGİ" denilince uç değişkeninin pozitif yönü ve "NOKTA" denilince iç değişkenin pozitif yönü anlaşılacaktır. Gücün veya enerjinin yönü (Skalerlikten dolayı) iç ve uç değişkenlerin yönlerinden bağımsızdır. Bu nedenle, Bond graf elemanında gücün pozitif yönünü temsil eden "Yarım Ok" "ÇİZGİ" veya "NOKTA" da olabilir. Bu tamamen sistem elemanlarının aktif veya pasif olmasına bağlıdır (Şekil 3.7).



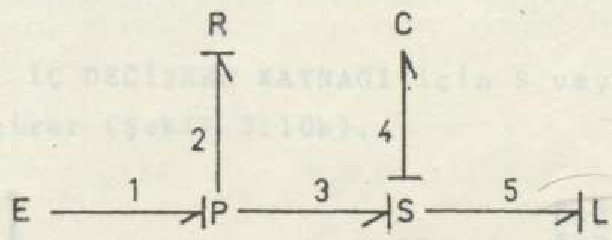
Şekil 3.7.

3.4.2. Bond Graf Modelinde, Bağımsız ve Bağımlı Sistem Değişkenleri

Lineer bir sistemde herhangi bir elemanın matematiksel uç denkleminde, uç değişken veya iç değişken bağımsız alınabilir ($f=\phi(e)$ veya $e=\phi^{-1}(f)$). Ancak eğer sistem elemanı lineer değil ise, her zaman istenilen sistem değişkeni bağımsız alınamaz.

BAĞIMSIZ VE BAĞIMLI DEĞİŞKEN: Bond graf elemanında P veya S kapısına giren değişken bağımsız olacak şekilde elemanın matematiksel denklemi düzenlenir. Bu durumda P veya S kapısına giren değişkenlere BAĞIMSIZ ve ayrılan değişkenlere de BAĞIMLI değişken denir. Bu durum dış bağ için geçerlidir. Ancak iç bağın hem iç hem de uç değişkenleri P veya S kapısında olduğundan, uç değişkeni bir kapıda bağımsız iken, iç değişkeni aynı kapıda bağımlı fakat başka bir kapıda bağımsızdır. Sistemin matematiksel modeli kurulurken iç enerji bağlarının değişkenleri yok edilerek, matematiksel modelde sadece dış bağların bağımsız değişkenleri gözükecektir.

KUVVETLİ DEĞİŞKEN: S veya P kapısında tek olan bağımsız değişkene KUVVETLİ DEĞİŞKEN denir. Şekil 3.8'de görüldüğü



Şekil 3.8

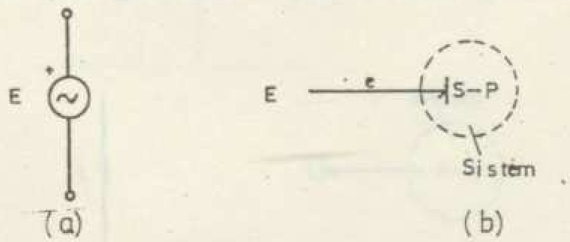
gibi dış bağlar için bağımsız değişkenler; e_1, e_4, f_2, f_5'dir. Bağımlı değişkenler; f_1, f_4, e_2, e_5 değişkenleridir. İç bağ için P kapısında f_3 bağımsız ve e_3 bağımlı değişken iken, S kapısında e_3 bağımsız ve f_3 bağımlı değişkendir. Burada İç bağ için İç ve Uç değişkenler birer kez bağımsız ve bağımlı olmaktadır. Ancak, bunlar dış bağ değişkenleri cinsinden ifade edilecektir. Kuvvetli değişken P kapısında e_1 ve S kapısında f_5 değişkenidir.

3.5. BOND GRAF MODELİNDE UYGUN NOKTA VE ÇİZGİ'NİN SEÇİMİ

Fiziksel sistemin matematiksel modelini durum denklemleri şeklinde bulmak üzere Bond graf modelinde NOKTA ve ÇİZGİ nin seçimi için bazı kurallar verilecektir.

3.5.1. Tek Kapılı Elemanlara (RLC) Ait NOKTA ve ÇİZGİ Seçiminin Kuralları

Kural 1. UÇ DEĞİŞKEN KAYNAĞI için S veya P kapısına mutlaka ÇİZGİ GİRER (Şekil 3.9b).



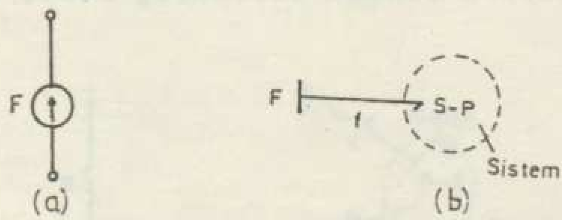
Bağımsız değişken
e=E

Bağımlı değişken
f=sistem belirler

(c)

Şekil 3.9. a) Uç değişken kaynağı, b) Uç değişken kaynağı ÇİZGİ'de, c) Matematiksel denklem

Kural 2. İÇ DEĞİŞKEN KAYNAĞI için S veya P kapısına mutlaka NOKTA girer (Şekil 3.10b).



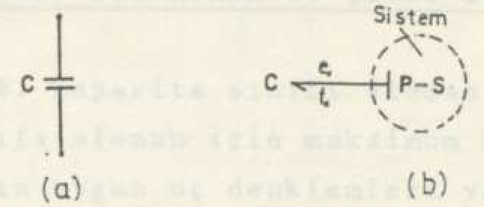
Bağımsız değişken
f=F

Bağımlı değişken
e=sistem belirler

(c)

Şekil 3.10. a) İç değişken kaynağı, b) İç değişken kaynağı NOKTA'da, c) Matematiksel denklem

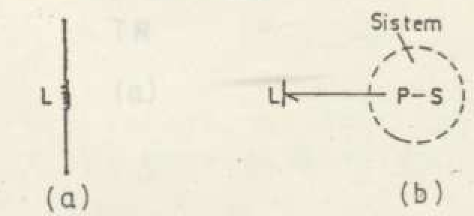
Kural 3. KAPASİTE SINIFI elemanlar için S veya P kapısına mümkün olduğu kadar çok ÇİZGİ girmelidir (Şekil 3.11b)



Bağımsız değişken
e_c (durum değ.)
Bağımlı değişken
$f_c = C \dfrac{de_C}{dt}$
(c)

Şekil 3.11. a) Kapasite sınıfı eleman, b) Kapasite sınıfı eleman ÇİZGİ'de, c) Matematiksel denklem

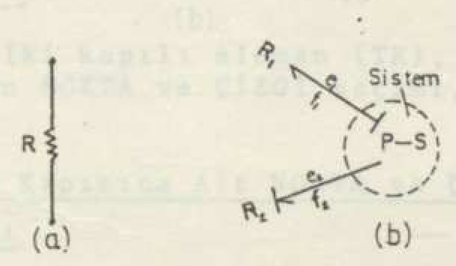
Kural 4. ENDÜKTANS SINIFI elemanlar için S veya P kapısına mümkün olduğu kadar çok NOKTA girmelidir (Şekil 3.12b).



Bağımsız değişken
f_c (durum değ.)
Bağımlı değişken
$e_L = L \dfrac{df_L}{dt}$
(c)

Şekil 3.12. a) Endüktans sınıfı eleman, b) Endüktans sınıfı eleman NOKTA'da, c) Matematiksel denklem

Kural 5. DİRENÇ SINIFI elemanlar için S veya P kapısına NOKTA veya ÇİZGİ girebilir (Şekil 3.13b).

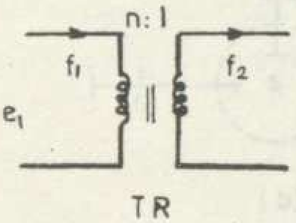


Bağımsız değişken
e_1, f_2
Bağımlı değişken
$f_1 = \dfrac{1}{R_1} e_1$, $e_2 = R_2 . f_2$
(c)

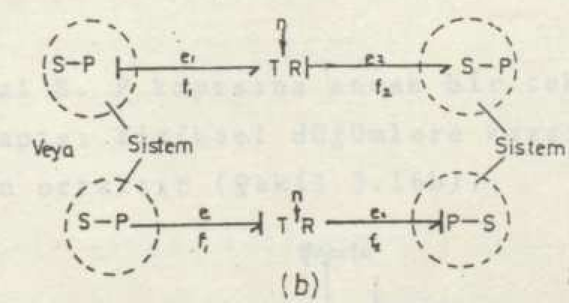
Şekil 3.13. a) Direnç sınıfı eleman, b) Direnç sınıfı eleman NOKTA veya ÇİZGİ'de, c) Matematiksel denklem

3.5.2. İki Kapılı Elemanlara (TR, JR, MTR, MJR ve Tek Yönlü Elemanlar) ait NOKTA ve ÇİZGİ Seçiminin Kuralları

Kural 6. Kapasite sınıfı eleman için maksimum ÇİZGİ, endüktans sınıfı eleman için maksimum NOKTA seçilerek iki kapılı elemanın uygun uç denklemleri yazılır. Uç denklemlerinin sol tarafındaki değişkenlerde, UÇ DEĞİŞKEN varsa S veya P kapısına "ÇİZGİ" ve İÇ DEĞİŞKEN varsa S veya P kapısına NOKTA girmelidir (Şekil 3.14b).



(a)



(b)

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & n \\ n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ e_2 \end{bmatrix}$$

veya

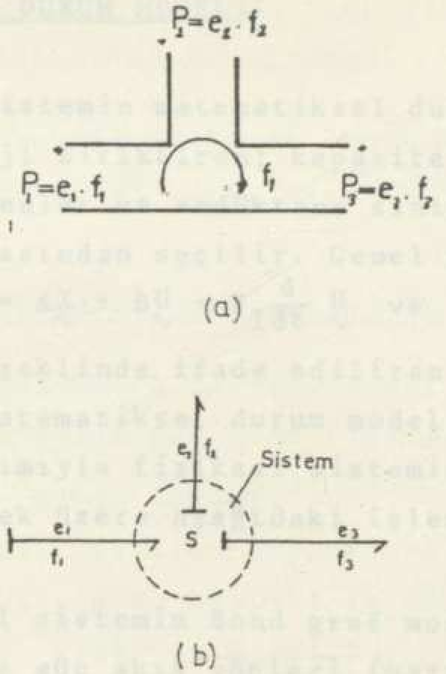
$$\begin{bmatrix} f_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{n} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ f_2 \end{bmatrix}$$

(c)

Şekil 3.14. a) İki kapılı eleman (TR), b) İki kapılı eleman için NOKTA ve ÇİZGİ seçimi, c) Matematiksel denklem

3.5.3. S veya P Kapısına Ait NOKTA ve ÇİZGİ Seçiminin Kuralları

Kural 7. S kapısına ancak bir tek NOKTA girebilir. Çünkü, S kapısı fiziksel çevrelere karşılıktır. Çevrelerde de iç değişken ortaktır (Şekil 3.15b).

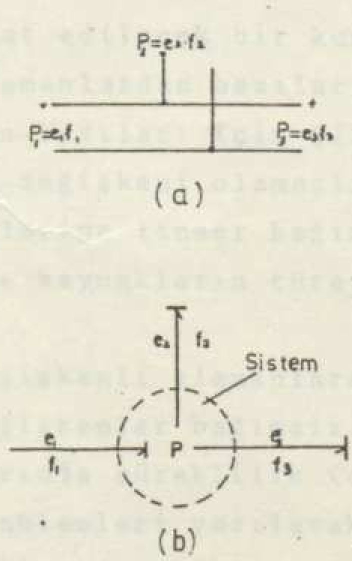


$$e_1-e_2-e_3=0$$
$$f_1=f_2=f_3$$

(c)

Şekil 3.15. a) Seri kapısı, b) Seri kapısına bir tek NOKTA girer, c) Matematiksel denklem

Kural 8. P kapısına ancak bir tek ÇİZGİ girebilir. Çünkü, P kapısı fiziksel düğümlere karşılıktır. Düğümlerde de uç değişken ortaktır (Şekil 3.16b).



$$e_1=e_2=e_3$$
$$f_1-f_2-f_3=0$$

(c)

Şekil 3.16. a) Paralel kapısı, b) Paralel kapısına bir tek ÇİZGİ girer, c) Matematiksel denklem

3.6. MATEMATİKSEL DURUM MODELİ:

Fiziksel sistemin matematiksel durum modelinde durum değişkenleri enerji biriktiren; kapasite sınıfı elemanlara ilişkin uç değişkenler ve endüktans sınıfı elemanlara ilişkin iç değişkenler arasından seçilir. Genel olarak sistemin durum denklemleri $\frac{d}{dt}\underset{\sim}{X} = A\underset{\sim}{X} + B\underset{\sim}{U} + B_1\frac{d}{dt}\underset{\sim}{U}$ ve çıkış büyüklükleri $\underset{\sim}{y} = C\underset{\sim}{X} + D\underset{\sim}{U} + D_1\frac{d}{dt}\underset{\sim}{U}$ şeklinde ifade edilirse her iki denkleme birden sistemin matematiksel durum modeli adı verilir. Bond graf tekniği yardımıyla fiziksel sistemin matematiksel durum modelini elde etmek üzere aşağıdaki işlemler yapılır.

1- Fiziksel sistemin Bond graf modeli çıkarılır. Elemanların cinsine göre güç akış yönleri (yarım ok) tesbit edilir.

2- Bond graf modelinde uygun NOKTA ve ÇİZGİ seçimi yapılır.

3- S veya P kapısına ÇİZGİ olarak giren, kapasite sınıfı elemanlarının UÇ DEĞİŞKENLERİ ve NOKTA olarak giren endüktans sınıfı elemanlarının İÇ DEĞİŞKENLERİ durum değişkenleri olarak tespit edilir.

Burada dikkat edilecek bir konu, eğer zorunlu olarak kapasite sınıfı elemanlardan bazıları için NOKTA ve endüktans sınıfı elemanlardan bazıları için ÇİZGİ seçilmiş ise bunların değişkenleri durum değişkeni olamazlar. Bunlar sistemin gerçek durum değişkenlerine lineer bağımlıdırlar. Ancak bu durumda, durum modelinde kaynakların türevleri ortaya çıkabilir.

4- Durum değişkenli elemanlardan başlamak üzere, sistemdeki bağımlı değişkenler bağımsızlar cinsinden ifade edilir. S ve P kapılarında süreklilik (continuity) ve uygunluk (compatibility) denklemleri yazılarak sistemin durum denklemleri ve durum modeli elde edilir.

3.7. BOND GRAF TEKNİĞİNDEKİ YENİ YAKLAŞIMIN DEĞİŞİK MÜHENDİSLİK DALLARINA UYGULANMASI

Yeni yaklaşımının elektrik, mekanik, hidrolik, termik ve kontrol sistemlerindeki uygulaması verilecektir.

3.7.1. Elektrik Sistemlerindeki Uygulama

1- Verilen elektrik devresine ait Bond graf modeli elde edilir ve elemanların güç yönü (Yarım ok) işaretlenir.

2- ÇİZGİ ve NOKTA seçimi:

a. Bağımsız gerilim kaynakları ÇİZGİ'de,

b. Bağımsız akım kaynakları NOKTA'da,

c. En çok kapasite ÇİZGİ'de,

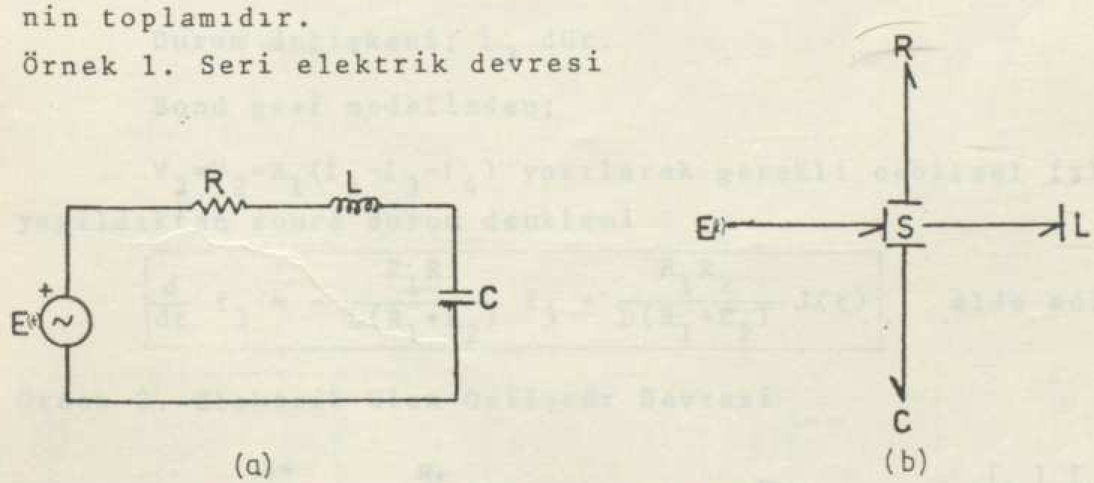
d. En çok endüktans NOKTA'da,

e. İki kapılı elemanların denkleminin sol tarafındaki gerilim değişkeni ÇİZGİ'de ve akım değişkeni NOKTA'da

olacak şekilde seçilir.

Durum Değişkenleri: ÇİZGİ'deki kapasitelerin gerilim değişkenleri ile NOKTA'daki endüktansların akım değişkenlerinin toplamıdır.

Örnek 1. Seri elektrik devresi



Şekil 3.17. a) Fiziksel elektrik sistemi b) Bond graf modeli

Durum değişkenleri; i_3 ve V_4 dür.

Bond graf modelinden;

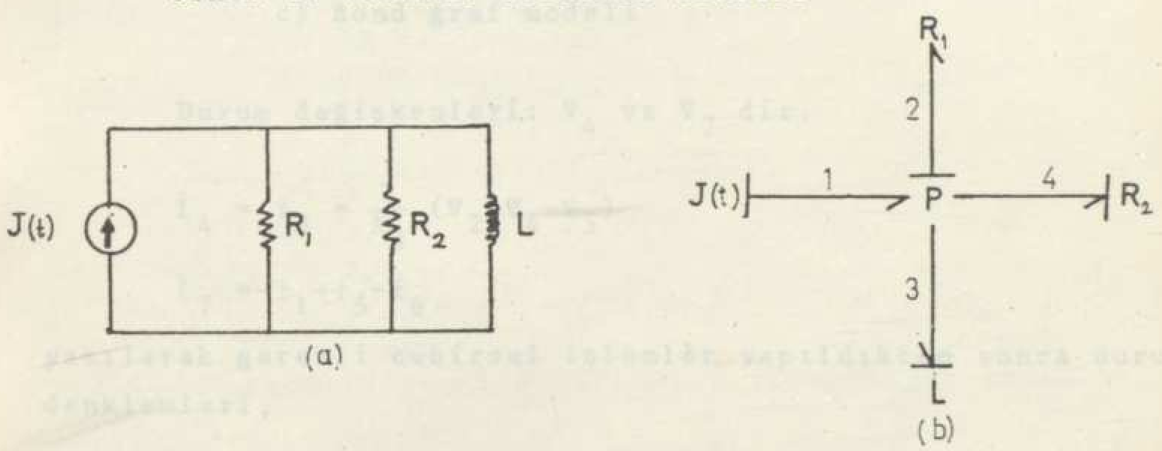
$V_3 = V_1 - V_2 - V_4$ ve $\dot{i}_4 = \dot{i}_3$

yazılarak gerekli cebirsel işlemler yapıldıktan sonra durum denklemleri,

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \dot{i}_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R/L & -1/L \\ 1/c & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{i}_3 \\ V_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} E(t)$$

elde edilir.

Örnek 2. Paralel elektrik devresi



Şekil 3.18. a) Fiziksel elektrik sistemi b) Bond graf modeli

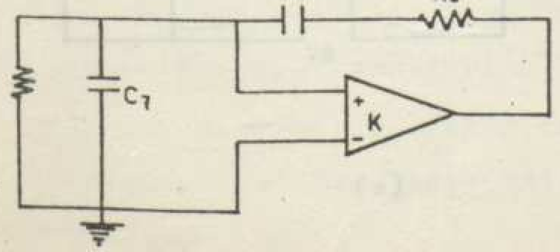
Durum değişkeni; $\dot{i}_3$ dür.

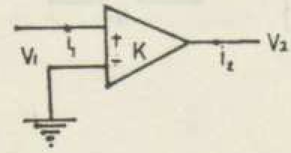
Bond graf modelinden;

$V_3 = V_2 = R_1(\dot{i}_1 - \dot{i}_3 - \dot{i}_4)$ yazılarak gerekli cebirsel işlemler yapıldıktan sonra durum denklemi

$$\boxed{\frac{d}{dt}\dot{i}_3 = -\frac{R_1 R_2}{L(R_1+R_2)}\dot{i}_3 + \frac{R_1 R_2}{L(R_1+R_2)} J(t)}$$ elde edilir.

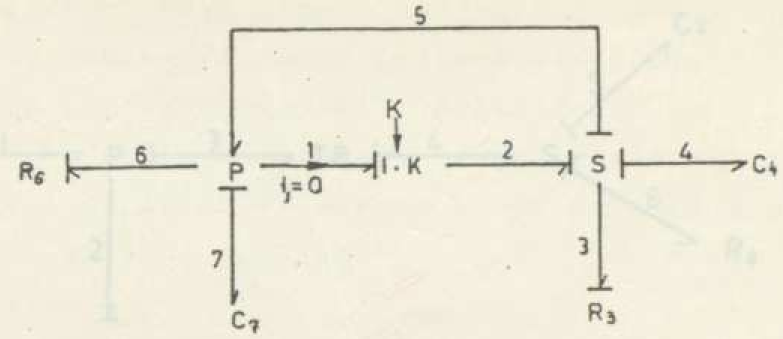
Örnek 3. Elektrik Wien Osilatör Devresi





$$\begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ K & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix}$$

(a) (b)



(c)

Şekil 3.19. a) Fiziksel elektrik sistemi
b) İşlemsel kuvvetlendirici ve denklemi
c) Bond graf modeli

Durum değişkenleri: V_4 ve V_7 dir.

$$i_4 = i_3 = \frac{1}{R_3}(V_2 - V_4 - V_5)$$

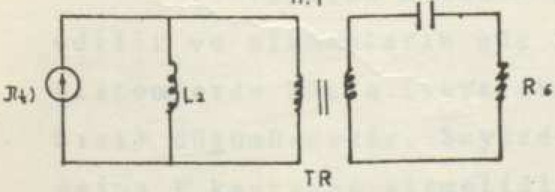
$$i_7 = -i_1 + i_5 - i_6$$

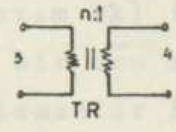
yazılarak gerekli cebirsel işlemler yapıldıktan sonra durum denklemleri,

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} V_4 \\ V_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/R_3C_4 & (K-1)/R_3C_4 \\ -1/R_3C_7 & (R_6(K-1)-R_3)/R_3C_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_4 \\ V_7 \end{bmatrix}$$

elde edilir.

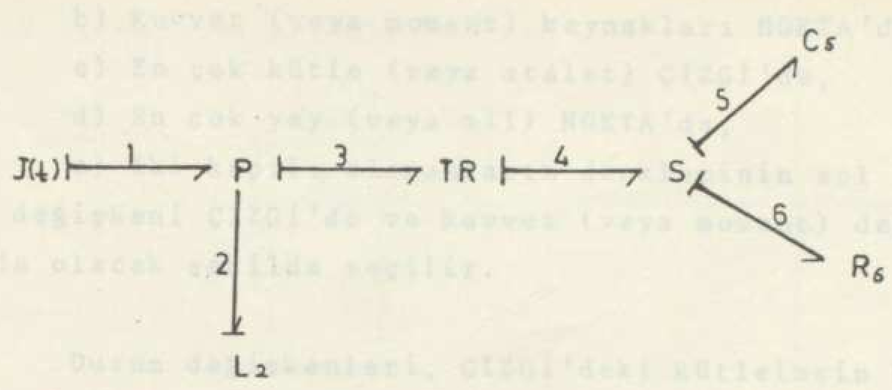
Örnek 4





$$\begin{bmatrix} V_3 \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & n \\ n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

(a) (b)



(c)

Şekil 3.20. a) Fiziksel elektrik sistemi
b) TR ve denklemi
c) Bond graf modeli

Durum değişkenleri: $\dot{I}_2$, V_5'dir.

$$V_2=V_3=n(V_5+V_6)$$
$$\dot{I}_5=i_4=n(J(t)-\dot{I}_2)$$

yazılarak gerekli cebirsel işlemler yapıldıktan sonra durum denklemleri

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\dot{I}_2\\ \hline V_5\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{c|c}-R_6n^2/L_2 & n/L_2\\ \hline -n/C_5 & 0\end{array}\right]\begin{bmatrix}\dot{I}_2\\ \hline V_5\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}R_6n^2/L_2\\ \hline n/C_5\end{bmatrix}J(t)$$

elde edilir.

3.7.2. Mekanik Sistemlerindeki Uygulama

1- Verilen mekanik sistemi ait Bond graf modeli elde edilir ve elemanların güç yönü (Yarım ok) işaretlenir. Mekanik sistemlerde kütle (veya ataletin) bir ucu daima referans (yer hızı) düğümündedir. Buyüzden bu elemanlar Bond graf modelinde daima P kapısına girmelidir.

2- ÇİZGİ ve NOKTA Seçimi:

a) Hız (veya açısal hız) kaynakları ÇİZGİ'de,

b) Kuvvet (veya moment) kaynakları NOKTA'da,

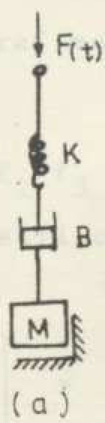
c) En çok kütle (veya atalet) ÇİZGİ'de,

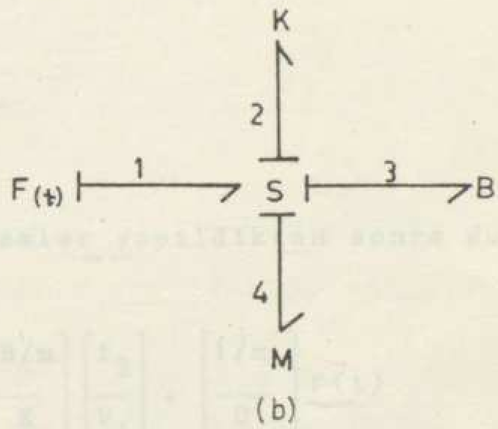
d) En çok yay (veya mil) NOKTA'da,

e) İki kapılı elemanların denkleminin sol tarafındaki, hız değişkeni ÇİZGİ'de ve kuvvet (veya moment) değişkeni NOKTA'da olacak şekilde seçilir.

Durum değişkenleri, ÇİZGİ'deki kütlelerin hız değişkenleri (veya ataletlerin açısal hız değişkenleri) ile NOKTA'daki yayların kuvvet değişkenleri (veya millerin moment değişkenleri)nin toplamıdır.

Örnek 1. Seri mekanik devresi





Şekil 3.21. a) Fiziksel mekanik sistemi b) Bond graf modeli

Durum değişkeni V_4 dir (f_2 Nokta'ya giremediği için durum değişkeni değildir).

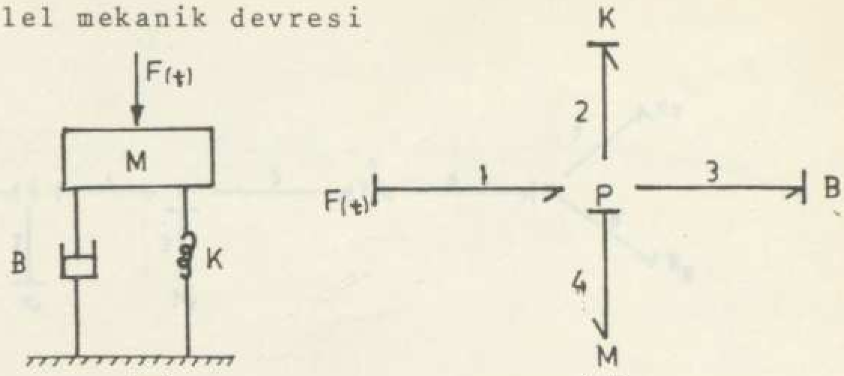
Bond graf modelinden,

$f_4=F(t)$

yazılarak gerekli cebirsel işlemler yapıldıktan sonra durum denklemi

$$\boxed{\frac{d}{dt} V_4 = \frac{1}{m} F(t)}$$ elde edilir.

Örnek 2. Paralel mekanik devresi



(a) (b)

Şekil 3.22. a. Fiziksel mekanik sistem b. Bond graf modeli

Durum değişkenleri f_2 ve V_4 dir.

Bond graf modelinden,

$V_2 = V_4$

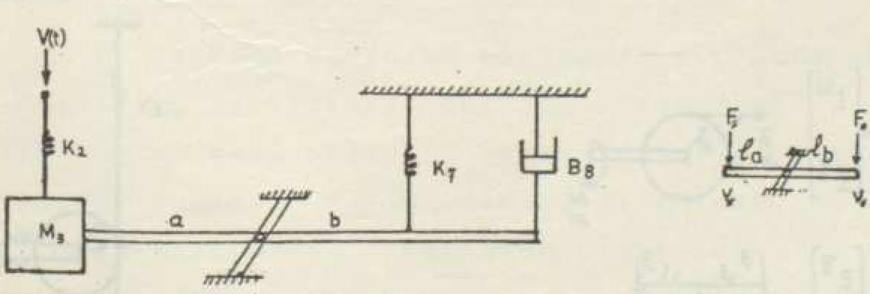
$f_4 = f_1 - f_2 - f_3$

yazılarak gerekli cebirsel işlemler yapıldıktan sonra durum denklemleri,

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} f_2 \\ \hline V_4 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} -1/m & -B/m \\ \hline 0 & K \end{array}\right]\begin{bmatrix} f_2 \\ \hline V_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/m \\ \hline 0 \end{bmatrix} F(t)$$

elde edilir.

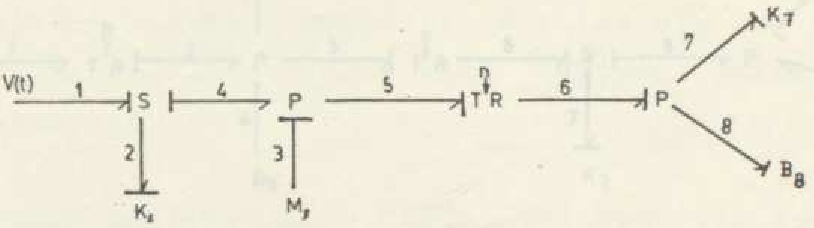
Örnek 3.



$$\begin{bmatrix} F_5 \\ V_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{n} & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_5 \\ F_6 \end{bmatrix}$$

$$n = \frac{\ell_a}{\ell_b}$$

(a) (b)



(c)

Şekil 3.23. a) Fiziksel mekanik sistem
b) TR ve denklemi
c) Bond graf modeli

Durum değişkenleri; f_2, V_3, f_7 dir.

Bond graf modelinden,

$V_2 = V_1 - V_4$

$f_3 = f_4 - f_5$

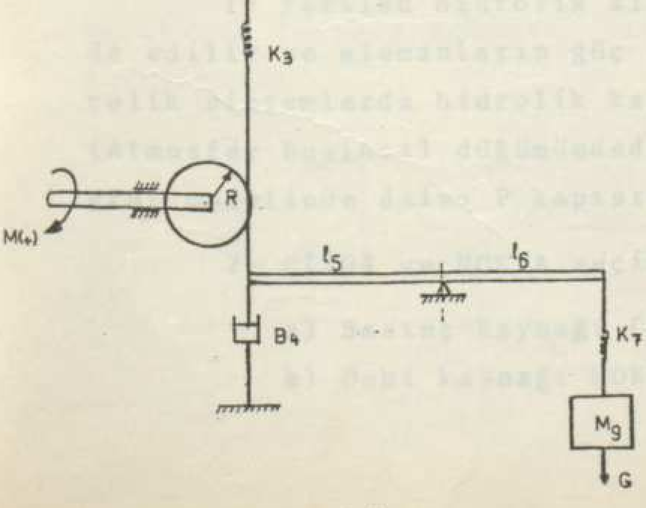
$V_7 = V_6 - V_8$

yazılarak gerekli cebirsel işlemler yapıldıktan sonra durum denklemleri

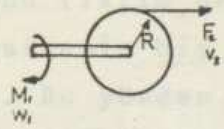
$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} f_2 \\ V_3 \\ f_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -K_2 & 0 \\ 1/M_3 & -B_8/M_3 n^2 & -1/M_3 n \\ 0 & K_7/n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_2 \\ V_3 \\ f_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V(t)$$

elde edilir.

Örnek 4.



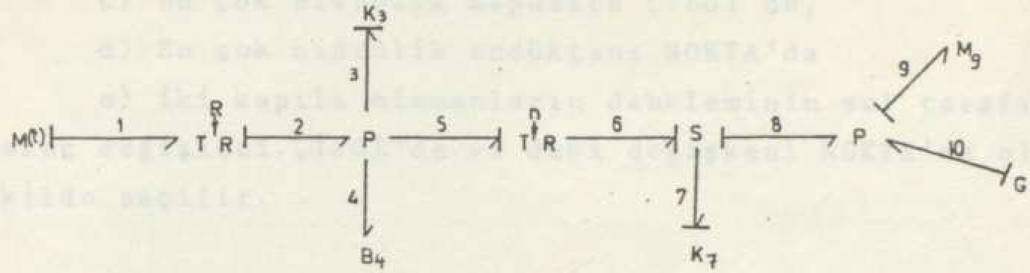
(a)



$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1/R \\ 1/R & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} F_5 \\ V_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & n \\ n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_5 \\ F_6 \end{bmatrix}$$

(b)



(c)

ŞEKİL 3.24. a) Fiziksel mekanik sistem
b) TR ve denklemi
c) Bond graf modeli

Durum değişkenleri; f_3, f_7, V_9 dur.

Bond graf modelinden;

$$V_3 = V_2 - V_4 - V_5$$
$$V_7 = V_6 - V_8$$
$$f_g = G + f_8$$

yazılarak gerekli cebirsel işlemler yapıldıktan sonra durum denklemleri;

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} f_3 \\ f_7 \\ V_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_3/B_4 & -nK_3/B_4 & 0 \\ -nK_7/B_4 & n^2K_7/B_4 & -K_7 \\ 0 & 1/M_9 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_3 \\ f_7 \\ V_9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_3/B_4R & 0 \\ nK_7/B_4R & 0 \\ 0 & 1/M_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M(t) \\ G \end{bmatrix}$$

elde edilir.

3.7.3. Hidrolik Sistemlerindeki Uygulama

1- Verilen hidrolik sistemine ait Bond graf modeli elde edilir ve elemanların güç yönü (Yarım ok) işaretlenir. Hidrolik sistemlerde hidrolik kapasitenin bir ucu daima referans (Atmosfer basıncı) düğümündedir. Bu yüzden. bu eleman Bond graf modelinde daima P kapısına girmelidir.

2- ÇİZGİ ve NOKTA seçimi:

a) Basınç kaynağı ÇİZGİ'de,

b) Debi kaynağı NOKTA'da,

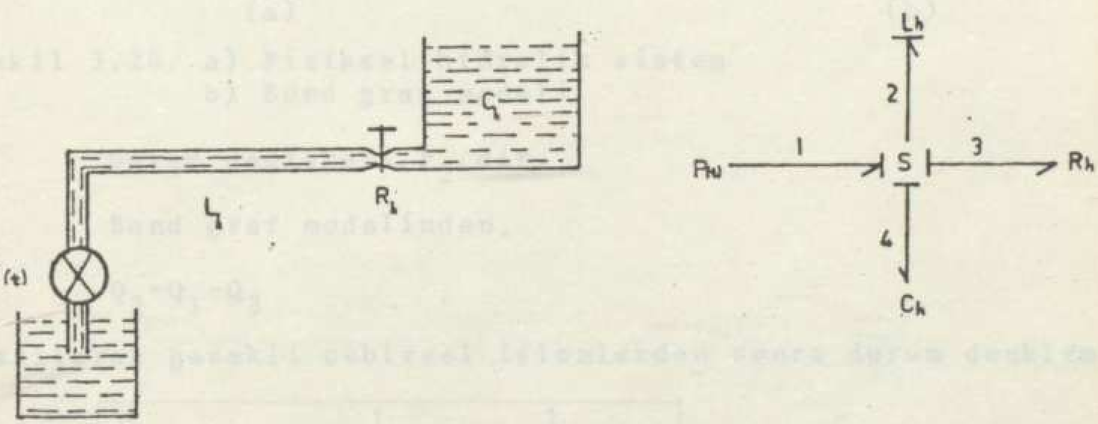
c) En çok hidrolik kapasite ÇİZGİ'de,

d) En çok hidrolik endüktans NOKTA'da

e) İki kapılı elemanların denkleminin sol tarafındaki basınç değişkeni ÇİZGİ'de ve debi değişkeni NOKTA'da olacak şekilde seçilir.

Durum değişkenleri; ÇİZGİ'deki hidrolik kapasitelerin basınç değişkenleri ile NOKTA'daki hidrolik endüktansların debi değişkenlerinin toplamıdır.

Örnek 1. Seri hidrolik devresi:



(a) (b)

Şekil 3.25. a) Fiziksel hidrolik sistemi
b) Bond graf modeli

Durum değişkenleri; Q_2 ve P_4 dür.

Bond graf modelinden;

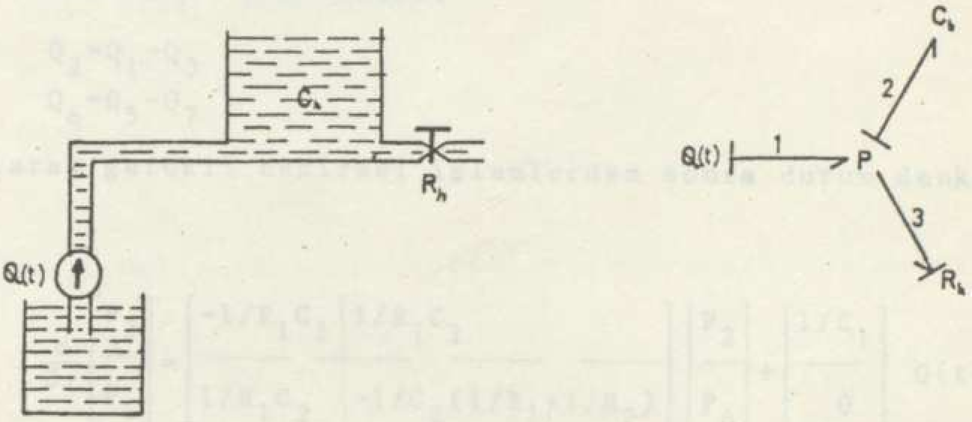
$$P_2 = P_1 - P_3 - P_4$$
$$Q_4 = Q_2$$

yazılarak gerekli cebirsel işlemler yapıldıktan sonra durum denklemleri

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} Q_2 \\ P_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_h/L_h & -1/L_h \\ 1/C_h & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_2 \\ P_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L_h \\ 0 \end{bmatrix} P(t)$$

elde edilir.

Örnek 2. Paralel hidrolik devresi



(a) (b)

Şekil 3.26. a) Fiziksel hidrolik sistem
b) Bond graf modeli

Durum değişkeni P_2 dir.

Bond graf modelinden,

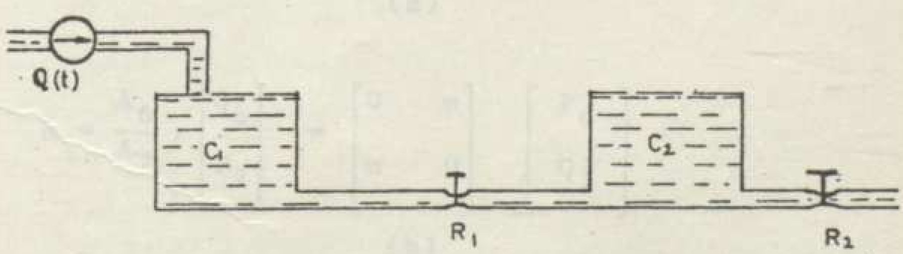
$Q_2 = Q_1 - Q_3$

yazılarak gerekli cebirsel işlemlerden sonra durum denklemi,

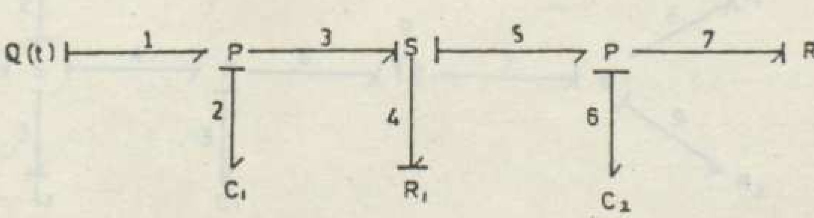
$$\boxed{\frac{d}{dt} P_2 = -\frac{1}{C_h R_h} P_2 + \frac{1}{C_h} Q(t)}$$

elde edilir.

Örnek 3.



(a)



(b)

Şekil 3.27. a) Fiziksel hidrolik sistem
b) Bond graf modeli

Durum değişkenleri: P_2, P_6 dır.

Bond graf modelinden;

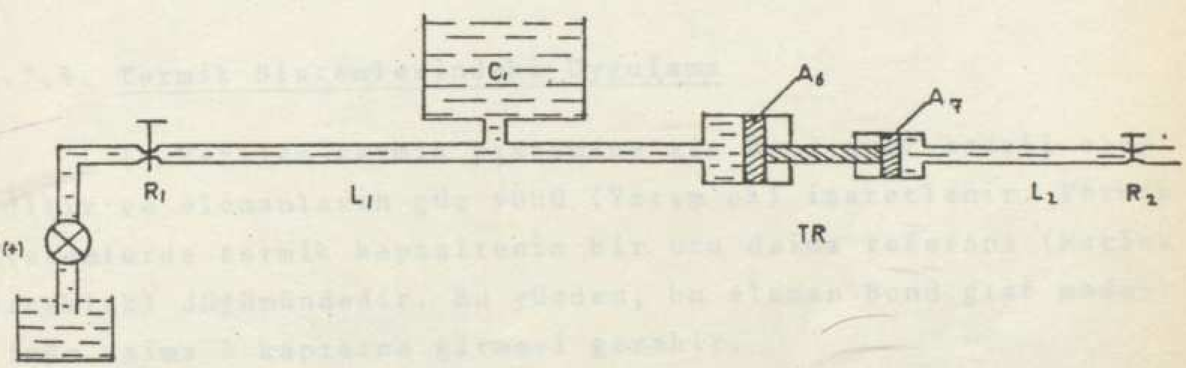
$Q_2=Q_1-Q_3$
$Q_6=Q_5-Q_7$

yazılarak gerekli cebirsel işlemlerden sonra durum denklemleri,

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} P_2 \\ \hline P_6 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} -1/R_1C_1 & 1/R_1C_1 \\ \hline 1/R_1C_2 & -1/C_2(1/R_1+1/R_2) \end{array}\right]\begin{bmatrix} P_2 \\ \hline P_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/C_1 \\ \hline 0 \end{bmatrix} Q(t)$$

elde edilir.

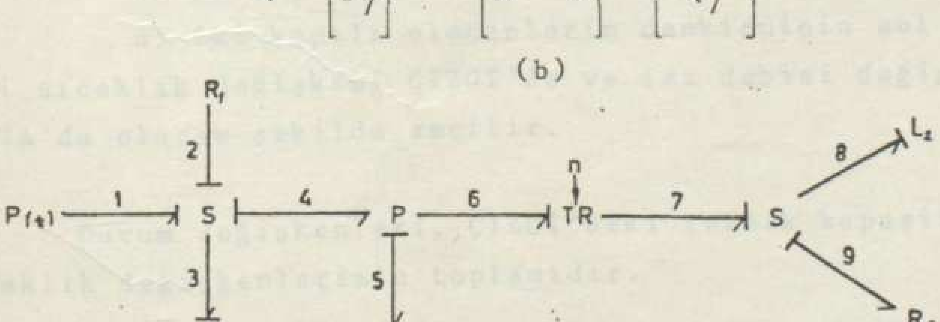
Örnek 4.



(a)

$$n = \frac{A_6}{A_7}, \quad \begin{bmatrix} Q_6 \\ P_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & n \\ n & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_6 \\ Q_7 \end{bmatrix}$$

(b)



(c)

Şekil 3.28. a) Fiziksel hidrolik sistem
b) TR'nın denklemi
c) Bond graf modeli

Durum değişkenleri: Q_3, P_5, Q_8 dir.

Bond graf modelinden;

$P_3=P_1-P_2-P_4$

$Q_5=Q_4-Q_6$

$P_8=P_7-P_9$

yazılarak gerekli cebirsel işlemlerden sonra durum denklemleri;

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} Q_3 \\ P_5 \\ Q_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_1/L_1 & -1/L_1 & 0 \\ 1/C_1 & 0 & -n/C_1 \\ 0 & n/L_2 & -R_2/L_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Q_3 \\ P_5 \\ Q_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} P(t)$$

elde edilir.

3.7.4. Termik Sistemlerindeki Uygulama

1- Verilen termik sistemine ait Bond graf modeli elde edilir ve elemanların güç yönü (Yarım ok) işaretlenir. Termik sistemlerde termik kapasitenin bir ucu daima referans (Mutlak sıcaklık) düğümündedir. Bu yüzden, bu eleman Bond graf modelinde daima P kapısına girmesi gerekir.

2- ÇİZGİ ve NOKTA seçimi:

a) Sıcaklık kaynağı ÇİZGİ'de,

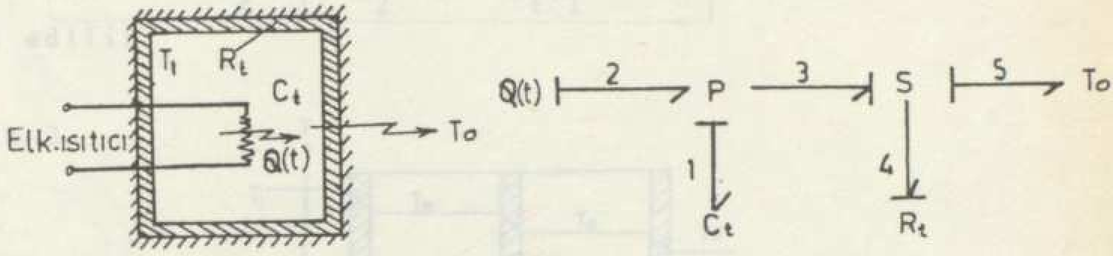
b) Isı debisi kaynağı NOKTA'da,

c) En çok termik kapasite ÇİZGİ'de,

d) İki kapılı elemanların denkleminin sol tarafındaki sıcaklık değişkeni ÇİZGİ'de ve ısı debisi değişkeni NOKTA'da olacak şekilde seçilir.

Durum değişkenleri, ÇİZGİ'deki termik kapasitelerin sıcaklık değişkenlerinin toplamıdır.

Örnek 1. Termik sistem devresi



(a) (b)

Şekil 3.29. a) Fiziksel termik sistem
b) Bond graf modeli

Durum değişkeni: T_2 dir.

Bond graf modelinden;

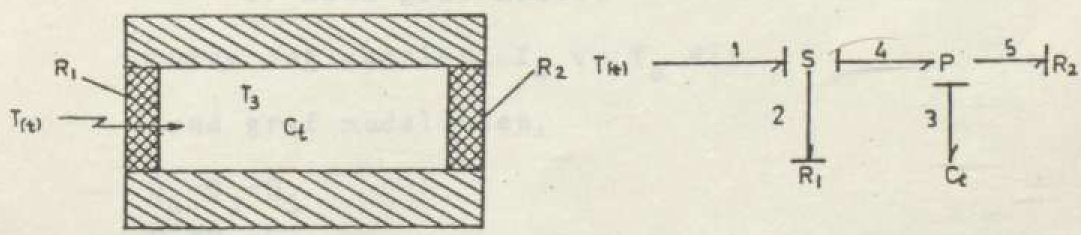
$Q_1 = Q_2 - Q_3$

yazılarak gerekli cebirsel işlemlerden sonra, durum denklemi,

$$\boxed{\frac{d}{dt} T_1 = -\frac{1}{C_t R_t} T_1 + \frac{1}{C_t R_t} T_o + \frac{1}{C_t} Q(t)}$$

elde edilir.

Örnek 2.



(a) (b)

Şekil 3.30. a) Fiziksel termik sistem
b) Bond graf modeli

Durum değişkeni T_3 dır.

Bond graf modelinden,

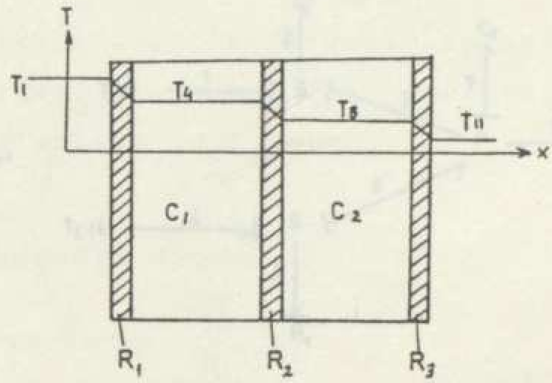
$Q_3 = Q_4 - Q_5$

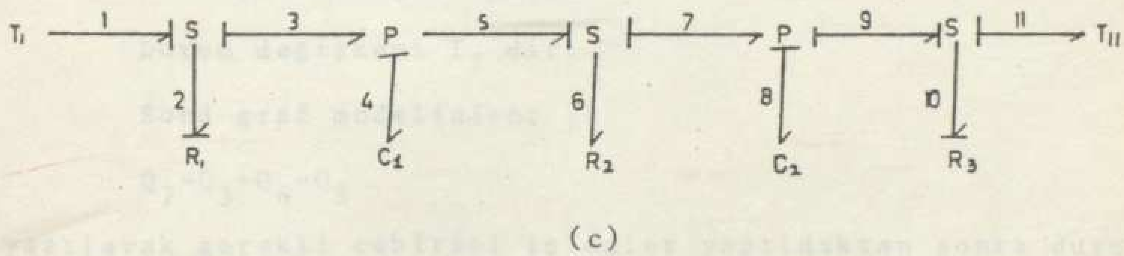
yazılarak gerekli cebirsel işlemlerden sonra durum denklemi,

$$\boxed{\frac{d}{dt} T_3 = \frac{-1}{C_t}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)T_3 + \frac{1}{C_t R_1}\,(T(t)}$$

elde edilir.

Örnek 3.





Şekil 3.31. a) Fiziksel termik sistem
b) Bond graf modeli

Durum değişkenleri T_4 ve T_8 dir.

Bond graf modelinden,

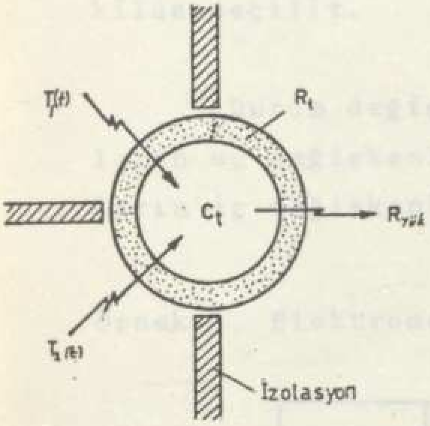
$Q_4=Q_3-Q_5$
$Q_8=Q_7-Q_9$

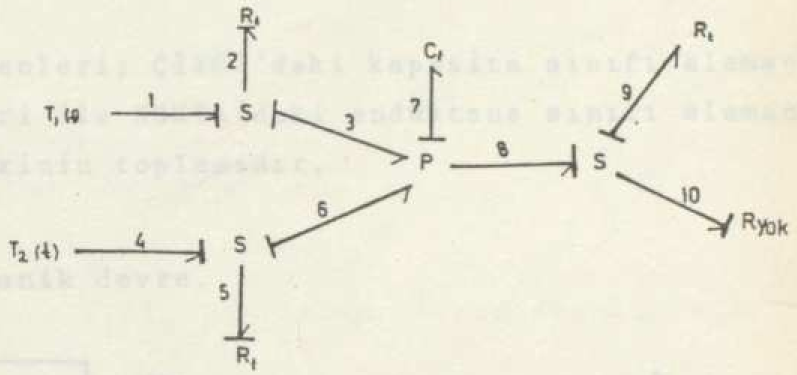
yazılarak gerekli cebirsel işlemlerden sonra durum denklemleri,

$$\frac{d}{dt}\left[\begin{array}{c} T_4 \\ \hline T_8 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c} -\frac{1}{C_1}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) & \frac{1}{C_1 R_2} \\ \hline \frac{1}{R_2 C_2} & -\frac{1}{C_2}\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right) \end{array}\right]\left[\begin{array}{c} T_4 \\ T_8 \end{array}\right] + \left[\begin{array}{c|c} \frac{1}{C_1 R_1} & 0 \\ \hline 0 & \frac{1}{C_2 R_3} \end{array}\right]\left[\begin{array}{c} T_1 \\ \hline T_{11} \end{array}\right]$$

elde edilir.

Örnek 4.





Şekil 3.22. a) Fiziksel termik sistem
b) Bond graf modeli

Durum değişkeni T_7 dir.

Bond graf modelinden;

$Q_7=Q_3+Q_6-Q_8$

yazılarak gerekli cebirsel işlemler yapıldıktan sonra durum denklemi,

$$\boxed{\frac{d}{dt}T_7=-\frac{1}{C_t}\left(\frac{2}{R_t}+\frac{1}{R_t+R_{yük}}\right)T_7+\frac{1}{C_tR_t}(T_1(t)+T_2(t))}$$

elde edilir.

3.7.5. Kontrol Sistemlerindeki Uygulama

1- Verilen kontrol sistemine ait Bond graf modeli elde edilir ve güç yönleri (Yarım ok) işaretlenir.

2- ÇİZGİ ve NOKTA seçimi:

a) Uç değişken kaynakları ÇİZGİ'de,

b) İç değişken kaynakları NOKTA'da,

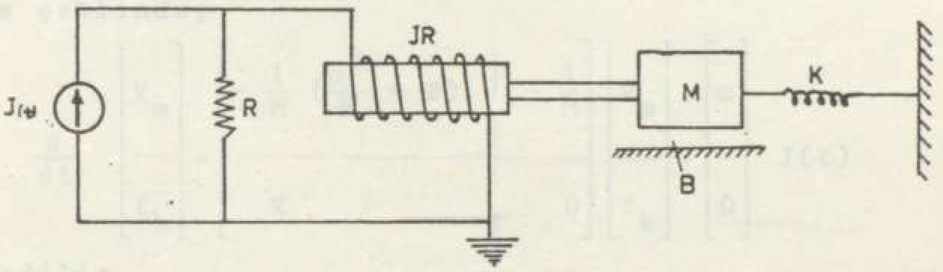
c) En çok kapasite sınıfı eleman ÇİZGİ'de,

d) En çok endüktans sınıfı eleman NOKTA'da,

e) İki kapılı elemanlarının denklemlerinin sol tarafındaki uç değişkeni ÇİZGİ'de, iç değişkeni NOKTA'da olacak şekilde seçilir.

Durum değişkenleri; ÇİZGİ'deki kapasite sınıfı elemanların uç değişkenleri ile NOKTA'daki endüktans sınıfı elemanların iç değişkenlerinin toplamıdır.

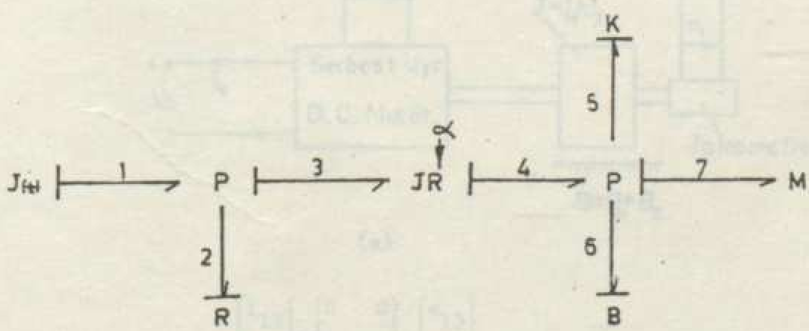
Örnek 1. Elektromekanik devre.



(a)

$$\begin{bmatrix} V_3 \\ F_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ \alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

(b)



(c)

Şekil 3.33. a) Fiziksel sistem
b) JR'nın denklemi
c) Bond graf modeli

Durum değişkenleri: $V_7(V_m)$, $f_5(f_k)$ dır.

Bond graf modelinden,

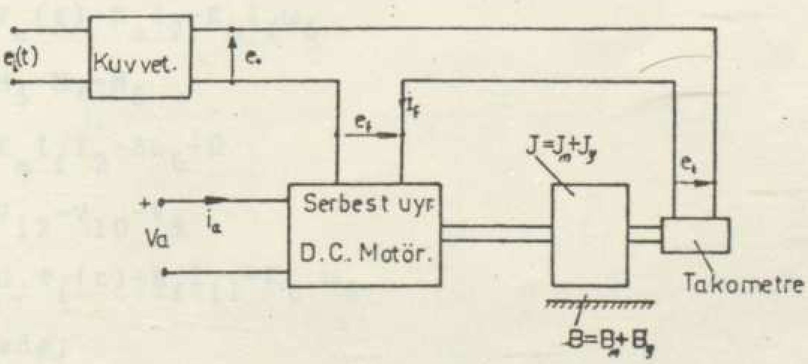
$$V_5=V_7$$
$$f_7=f_4-f_5-f_6$$
$$=\alpha \dot{I}_3-f_5-BV_6$$
$$=\alpha(J(t)-\frac{\alpha}{R}V_7)-f_5-BV_7$$
$$=-(\frac{\alpha^2}{R}+B)V_7-f_5+\alpha.J(t)$$

Burada $V_7=V_m$ ve $f_5=f_K$ yazılarak, durum denklemleri matris şeklinde;

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} V_m \\ f_k \end{bmatrix}=\left[\begin{array}{c|c} -\frac{1}{M}(\frac{\alpha^2}{R}+B) & -\frac{1}{M} \\ \hline K & 0 \end{array}\right]\begin{bmatrix} V_m \\ f_k \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \end{bmatrix} J(t)$$

elde edilir.

Örnek 2. D.C. elektrik motorunda geri beslemeli hız kontrol devresi



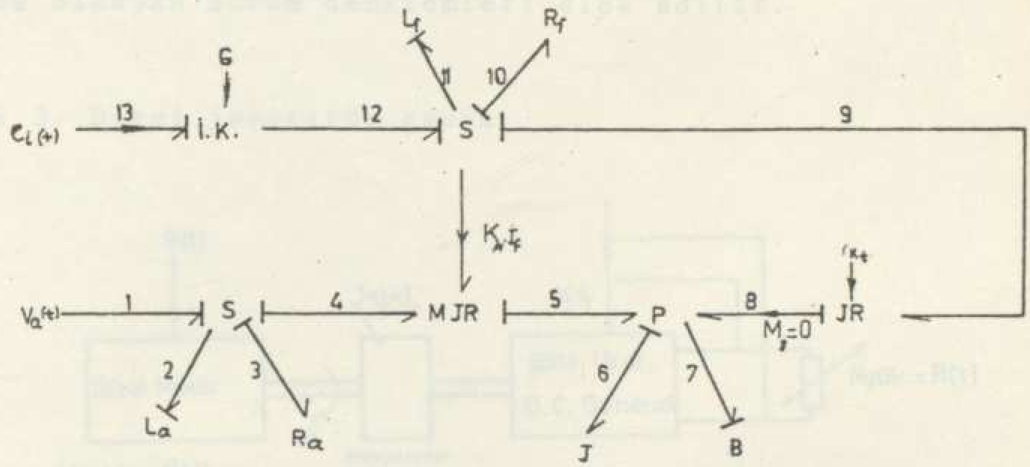
(a)

$$\begin{bmatrix} i_{13} \\ e_{12} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ G & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_{13} \\ i_{12} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_4 \\ M_5 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & K_m i_f \\ K_m i_f & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_4 \\ \omega_5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M_8 \\ e_9 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ K_t & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \omega_8 \\ i_9 \end{bmatrix}$$

(b)



(c)

Şekil 3.34. a) Fiziksel sistem
b) İki kapılı elemanların denklemleri
c) Bond graf modeli

Durum değişkenleri: $\dot{I}_2(\dot{I}_a)$, $\omega_6(\omega_J)$, $\dot{I}_{11}(\dot{I}_f)$ dır.

Bond graf modelinden;

$$V_2=V_1-V_3-V_4$$
$$=V_a(t)-R_aI_2-K_m\dot{I}_f\omega_6$$
$$M_6=M_5-M_7-M_8$$
$$=K_m\dot{I}_f\dot{I}_2-B\omega_6-0$$
$$V_{11}=V_{12}-V_{10}-V_9$$
$$=G.e_i(t)-R_f\dot{I}_{11}-K_t.\omega_6$$

Burada;

$I_2=I_a$, $\omega_6=\omega_j$ ve $I_{11}=I_f$ yazılarak;

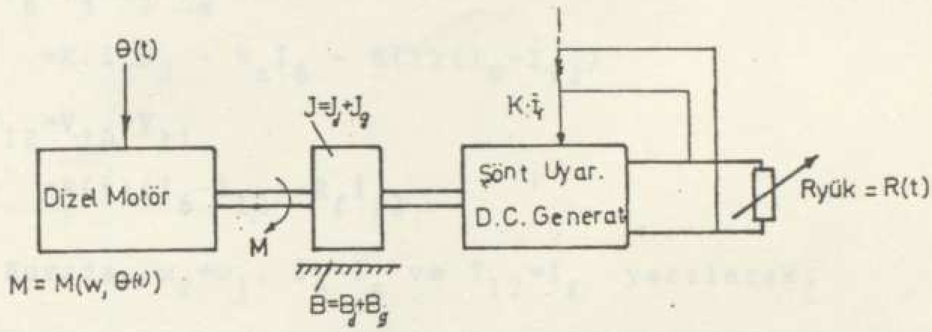
$$\boxed{\frac{d}{dt}\dot{I}_a = -\frac{R_a}{L_a}\dot{I}_a - \frac{K_m}{L_a}\dot{I}_f\cdot\omega_j + \frac{1}{L_a}V_a(t)}$$

$$\boxed{\frac{d}{dt}\omega_j = \frac{K_m}{J}\dot{I}_f.\dot{I}_a - \frac{B}{J}\omega_j}$$

$$\boxed{\frac{d}{dt}\, \dot{I}_f = -\frac{R_f}{L_f}\, \dot{I}_f - \frac{K_t}{L_f}\, \omega_j + \frac{G}{L_f}\, .\, e_i(t)}$$

lineer olmayan durum denklemleri elde edilir.

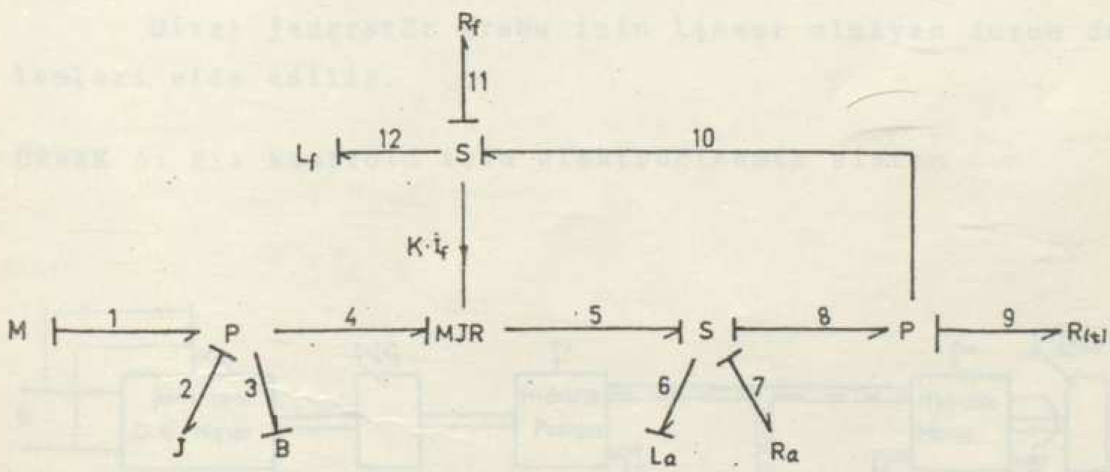
Örnek 3. Dizel jeneratör grubu



(a)

$$\begin{bmatrix} V_5 \\ M_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & K.\dot{I}_f \\ K.\dot{I}_f & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_5 \\ \omega_4 \end{bmatrix}$$

(b)



(c)

Şekil 3.35. a) Fiziksel sistem
b) MJR nin denklemi
c) Bond graf modeli

Durum değişkenleri: $\omega_2(\omega_J)$, $\dot{I}_5(\dot{I}_a)$, $\dot{I}_{12}(\dot{I}_f)$ dir.

Bond graf modelinden,

$$M_2=M_1-M_3-M_4$$

$$=M(\omega_J,\ \theta(t))-B\omega_2-K.\dot{I}_f\dot{I}_6$$

$$V_6=V_5-V_7-V_8$$

$$=K.\dot{I}_f\omega_2-R_a\dot{I}_6-R(t)(\dot{I}_6-\dot{I}_{12})$$

$$V_{12}=V_{10}-V_{11}$$

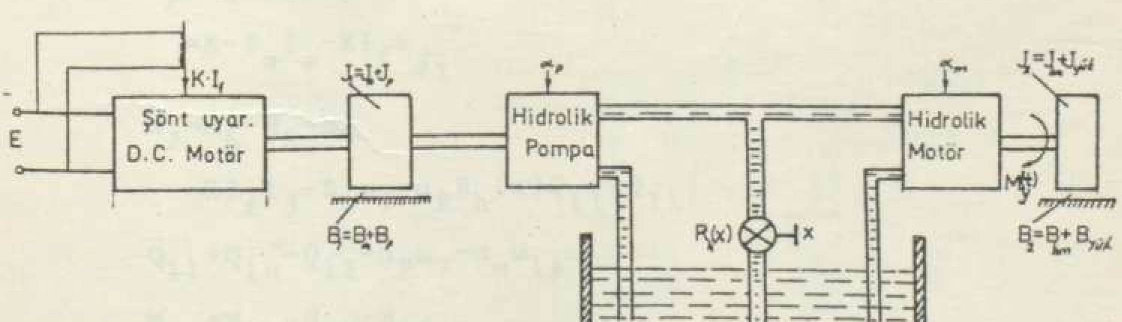
$$=R(t)(\dot{I}_6-\dot{I}_{12})-R_f\dot{I}_{12}$$

Burada, $\omega_2=\omega_j$, $\dot{I}_6=\dot{I}_a$ ve $\dot{I}_{12}=\dot{I}_f$ yazılarak,

$$\boxed{\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\omega_j &= \frac{1}{J}M(\omega_j,\theta(t))-\frac{B}{J}\omega_j-\frac{K}{J}\dot{I}_f.\dot{I}_a\\
\frac{d}{dt}\dot{I}_a &= \frac{K}{L_a}\dot{I}_f.\omega_j-\frac{1}{L_a}(R_a+R(t))\dot{I}_a+\frac{R(t)}{L_a}\dot{I}_f\\
\frac{d}{dt}\dot{I}_f &= -\frac{R(t)}{L_f}I_a-\frac{1}{L_f}(R_f+R(t))I_f
\end{aligned}}$$

Dizel jeneratör grubu için lineer olmayan durum denklemleri elde edilir.

ÖRNEK 4: Hız kontrolu için elektrodinamik sistem

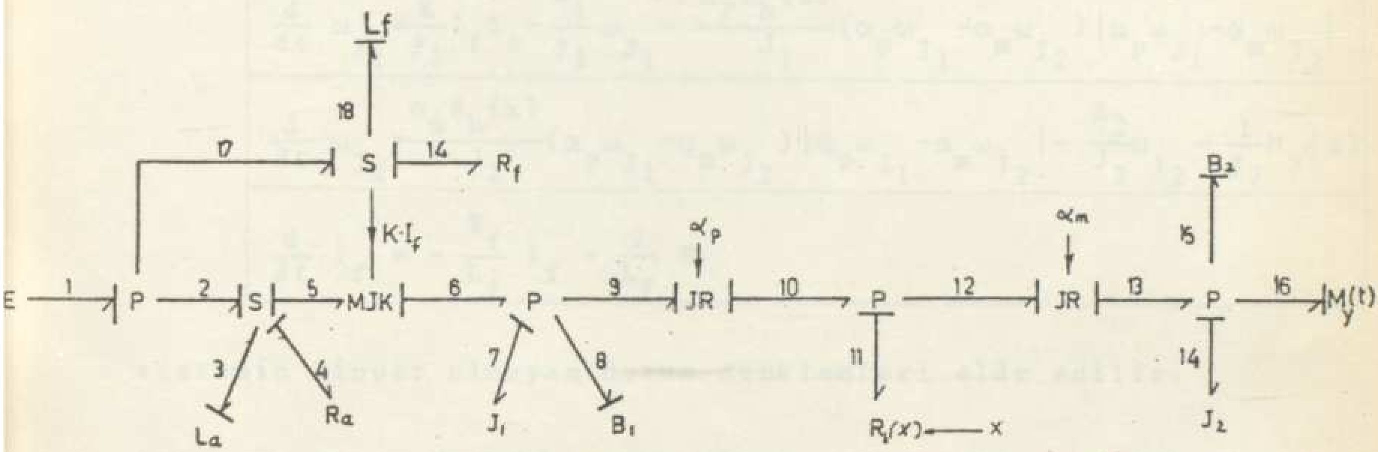


(a)

$$\begin{bmatrix} V \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & K\dot{I}_f \\ K\dot{I}_f & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I} \\ \omega \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} Q \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha_p \\ \alpha_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ \omega \end{bmatrix} \qquad P=R_h(x).Q.|Q| \qquad \begin{bmatrix} Q \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha_m \\ \alpha_m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_\alpha \\ \omega \end{bmatrix}$$

D.C.Motor denklemi — Hidrolik pompa denklemi — Vana denklemi — Hidrolik motor denklemi

(b)



(c)

Şekil 3.36. a) Fiziksel sistem
b) İki kapılı elemanların denklemleri
c) Bond graf modeli

Durum değişkenleri: $\dot{I}_3(\dot{I}_a)$, $\omega_7(\omega_{J_1})$, $\omega_{14}(\omega_{J_2})$, $\dot{I}_{18}(\dot{I}_f)$

Bond graf modelinden,

$$V_3 = V_2 - V_4 - V_5$$
$$= E - R_a \dot{I}_a - K\dot{I}_f \omega_{J_1}$$

$$M_7 = M_6 - M_8 - M_9$$
$$= K\dot{I}_f \dot{I}_3 - B_1\omega_7 - \alpha_p R_h(x) Q_{11} |Q_{11}|$$

$$Q_{11} = Q_{10} - Q_{12} = \alpha_p \omega_7 - \alpha_m \omega_{14}$$

$$M_{14} = M_{13} - M_{16} - M_{15}$$
$$= \alpha_m R_h(x) Q_{11} |Q_{11}| - M_y(t) - B_2\omega_{14}$$

$$V_{18} = V_{17} - V_{19}$$
$$= E - R_f \dot{I}_{18}$$

Burada, $\dot{I}_3 = \dot{I}_a$, $\omega_7 = \omega_{J_1}$, $\omega_{14} = \omega_{J_2}$, ve $\dot{I}_{18} = \dot{I}_f$ yazılarak,

$$\frac{d}{dt}\dot{I}_a = -\frac{R_a}{L_a}\dot{I}_a - \frac{K}{L_a}\dot{I}_f \omega_{J_1} + \frac{1}{L_a}E$$

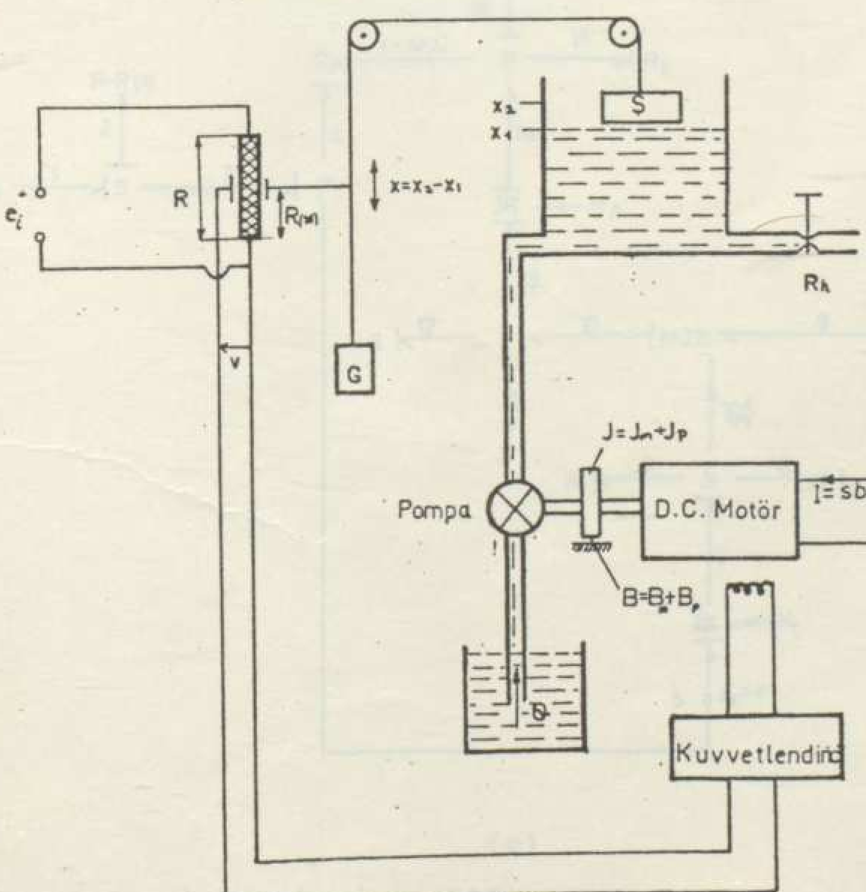
$$\frac{d}{dt}\omega_{J_1} = \frac{K}{J_1}\dot{I}_f I_a - \frac{B_1}{J_1}\omega_{J_1} - \frac{\alpha_p R_h(x)}{J_1}(\alpha_p \omega_{J_1} - \alpha_m \omega_{J_2})\left|\alpha_p \omega_{J_1} - \alpha_m \omega_{J_2}\right|$$

$$\frac{d}{dt}\omega_{J_2} = \frac{\alpha_m R_h(x)}{J_2}(\alpha_p \omega_{J_1} - \alpha_m \omega_{J_2})\left|\alpha_p \omega_{J_1} - \alpha_m \omega_{J_2}\right| - \frac{B_2}{J_2}\omega_{J_2} - \frac{1}{J_2}M_y(t)$$

$$\frac{d}{dt}\dot{I}_f = -\frac{R_f}{L_f}\dot{I}_f + \frac{1}{L_f}E$$

sistemin lineer olmayan durum denklemleri elde edilir.

Örnek 5. Su seviyesini sabit tutan elektrohidromekanik sistem:



(a)

$$\begin{vmatrix} i_5 \\ V_6 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ K_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_5 \\ i_6 \end{bmatrix}$$

Kuvvetlendiricinin denklemi

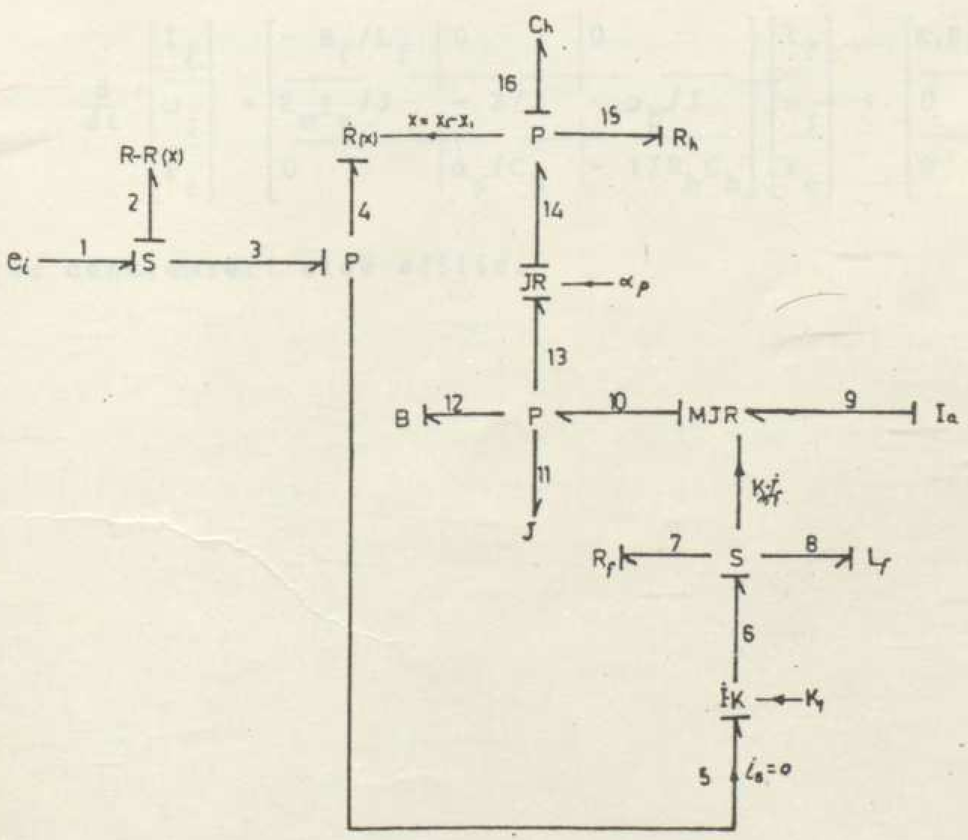
$$\begin{bmatrix} V_9 \\ M_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & K_m i_f \\ K_m i_f & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_9 \\ \omega_{10} \end{bmatrix}$$

D.C. motorun denklemi

$$\begin{bmatrix} Q_{14} \\ M_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha_p \\ \alpha_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{14} \\ \omega_{13} \end{bmatrix}$$

Hidrolik pompanın denklemi

(b)



(c)

Şekil 3.37. a) Fiziksel sistem
b) İki kapılı elemanların denklemleri
c) Bond graf modeli

Durum değişkenleri: $\dot{i}_8(\dot{i}_f)$, $\omega_{11}(\omega_J)$ ve $P_{16}(P_c)$

Bond graf modelinden;

$$V_8 = V_6 - V_7$$
$$= KV_5 - R_f \dot{i}_8$$
$$V_5 = V_3 = e_i - (R - R(x))(\dot{i}_4 + \dot{i}_5) = \frac{R(x)}{R}\, e_i$$

$$M_{11} = M_{10} - M_{12} - M_{13}$$
$$= K_m \dot{i}_f \dot{i}_9 - B\omega_{11} - \alpha_p P_{16}$$

$$Q_{16} = Q_{14} - Q_{15}$$
$$= \alpha_p \omega_{11} - \frac{1}{R_h} P_{16}$$

Burada, $\dot{i}_8 = \dot{i}_f$, $\omega_{11} = \omega_J$ ve $P_{16} = P_c$ yazılarak,

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \dot{i}_f \\ \omega_J \\ P_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_f/L_f & 0 & 0 \\ K_m \dot{i}_a/J & -B/J & -\alpha_p/J \\ 0 & \alpha_p/C_h & -1/R_h C_h \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{i}_f \\ \omega_J \\ P_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K,R(x)/R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} e_i$$

durum denklemleri elde edilir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

BOND GRAFTAKİ YENİ YAKLAŞIMIN GENELLEŞTİRİLMESİ

Verilen bir fiziksel sistemin matematiksel modeli, Bond graf tekniğindeki yeni yaklaşımı kullanarak gözlem yolu ile adım adım sistematik bir şekilde Bölüm 3.6'da elde edildi.

Bu bölümde ise Bond graf modelindeki elemanları alt gruplar altında toplayarak, matrisler yardımıyle sistemin matematiksel durum modeli elde edilecektir.

4.1. P, S, TR ve JR MATRİSLERİ

Bond graf modelindeki P, S, TR ve JR kapılarına ait denklemler matris biçiminde yazılır. Bu matris denklemlerinde ilk satırı dış bağın değişkenleri olmak üzere bütün bağımlı değişkenler bağımsızlar cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilir.

P kapısı için;

$$\left[\begin{array}{c} \ell_d \\ \hline \ell_i \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c} a_{11} & a_{12} \\ \hline a_{21} & a_{22} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} \ell_{db} \\ \hline \ell_{ib} \end{array}\right] \qquad (4.1.1)$$

S kapısı için;

$$\begin{bmatrix} \underset{\sim}{S}_d \\ \hline \underset{\sim}{S}_i \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} b_{11} & b_{12} \\ \hline b_{21} & b_{22} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \underset{\sim}{S}_{db} \\ \hline \underset{\sim}{S}_{ib} \end{bmatrix} \tag{4.1.2}$$

TR ve JR kapısı için;

$$\begin{bmatrix} \underset{\sim}{J}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underset{\sim}{J}_{ib} \end{bmatrix} \tag{4.1.3}$$

elde edilir. Burada;

$\underset{\sim}{P}_{db}$ = P kapısında dış enerji bağının bağımsız değişkenleri,

$\underset{\sim}{P}_d$ = P kapısında dış enerji bağının bağımlı değişkenleri,

$\underset{\sim}{P}_{ib}$ = P kapısında iç enerji bağının bağımsız değişkenleri,

$\underset{\sim}{P}_i$ = P kapısında iç enerji bağının bağımlı değişkenleri,

$\underset{\sim}{S}_{db}$ = S kapısında dış enerji bağının bağımsız değişkenleri,

$\underset{\sim}{S}_d$ = S kapısında dış enerji bağının bağımlı değişkenleri,

$\underset{\sim}{S}_{ib}$ = S kapısında iç enerji bağının bağımlı değişkenleri,

$\underset{\sim}{S}_i$ = S kapısında iç enerji bağının bağımlı değişkenleri,

$\underset{\sim}{J}_{ib}$ = TR ve JR kapısında iç enerji bağının bağımsız değişkenleri,

$\underset{\sim}{J}_i$ = TR ve JR kapısında iç enerji bağının bağımlı değişkenleri.

P, S, TR ve JR kapılarının altmatris biçimindeki denklemlerini önce dış bağların, sonra iç bağların değişkenleri gelmek üzere aşağıdaki gibi bir matris altında yazalım.

$$\begin{bmatrix} \underset{\sim}{P}_d \\ \underset{\sim}{S}_d \\ \underset{\sim}{P}_i \\ \underset{\sim}{S}_i \\ \underset{\sim}{J}_i \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|cc|c} a_{11} & 0 & a_{12} & 0 & 0 \\ 0 & b_{11} & 0 & b_{12} & 0 \\ \hline a_{21} & 0 & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & b_{21} & 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_1 \end{array}\right] \begin{bmatrix} \underset{\sim}{P}_{db} \\ \underset{\sim}{S}_{db} \\ \underset{\sim}{P}_{ib} \\ \underset{\sim}{S}_{ib} \\ \underset{\sim}{J}_{ib} \end{bmatrix} \tag{4.1.4}$$

4.1.1. İç Bağ Değişkenlerinin Yok Edilmesi

(4.1.4) matrisi, iç bağ değişkenlerini yok etmek gayesiyle aşağıdaki gibi parçalara bölünürse;

$$\begin{bmatrix} \underset{\sim}{G} \\ \hline \underset{\sim}{H} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} T_{11} & T_{12} \\ \hline T_{21} & T_{22} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \underset{\sim}{G}_b \\ \hline \underset{\sim}{H}_b \end{bmatrix} \tag{4.1.5}$$

elde edilir. Burada;

$$\underset{\sim}{G} = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{P}_d \\ \underset{\sim}{S}_d \end{bmatrix} \quad \underset{\sim}{G}_b = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{P}_{db} \\ \underset{\sim}{S}_{db} \end{bmatrix} \quad \underset{\sim}{H} = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{P}_i \\ \underset{\sim}{S}_i \\ \underset{\sim}{J}_i \end{bmatrix} \text{ ve } \underset{\sim}{H}_b = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{P}_{ib} \\ \underset{\sim}{S}_{ib} \\ \underset{\sim}{J}_{ib} \end{bmatrix}$$

şeklinde dış bağ değişkenleri ile iç bağ değişkenleri, ayrı sütun matris şeklinde yazılmıştır.

İç bağlara ait bağımsız değişkenlerin sütun matrisi

(H_b) ile bağımlı değişkenlerin sütun matrisi (H) arasında,

$$H_b = PH \qquad (4.1.6)$$

şeklinde (P nın elemanları sıfır ve bir rakamlardan oluşmak üzere) her zaman bir bağıntı vardır. Çünkü; iç bağ değişkenleri S, P, TR ve JR kapıları içinde, bir kapıda bağımsız değişken, diğer kapıda ise bağımlı değişken olarak gözükür. Gerçekten, H_b ve H sütun matrislerinin değişkenleri tamamen aynıdırlar, fakat satırları değişiktir.

O halde; (4.1.5) matrisinin ikinci satırında (5.1.6) ifadesi yerine konulursa,

$$H = (I - T_{22}P)^{-1} \cdot T_{21}\, G_b \qquad (4.1.7)$$

elde edilir. Burada I birim matristir.

(4.1.6) ve (4.1.7) bağıntıları (4.1.5) matrisinin birinci satırına yerleştirerek, (4.1.4) matrisindeki iç bağlara ait bütün değişkenler aşağıdaki gibi

$$G = \left[T_{11} + T_{12}\; P(I - T_{22}\, P)^{-1}\; T_{21}\right] G_b \qquad (4.1.8)$$

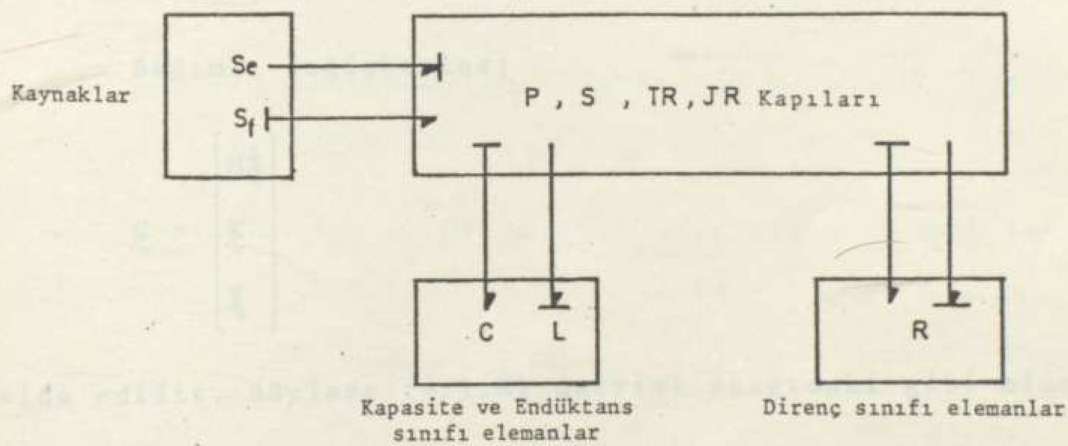
yok edilir. Böylece Bond graf modelinde, dış bağların bağımlı ve bağımsız değişkenleri arasında (4.1.8) bağıntısı elde edildi. Ancak, sistemin matematiksel modeli ise, Bond graf modelindeki dış bağların bağımsız değişkenleri olan, durum değişkenleri ile sistemi uyaran bağımsız kaynakların değişkenleri arasındaki bağıntı olarak elde edilmelidir.

O halde, ÇİZGİ ve NOKTA'nın seçilme durumunu da göz önünde bulundurmamız gerekir.

4.1.2. ÇİZGİ ve NOKTA'nın Uygun Seçilmesi

Verilen Bond graf modelinin S veya P kapısında, bütün kapasite sınıfı elemanlar ÇİZGİ'ye ve bütün endüktans sınıfı elemanlar NOKTA'ya girmişlerse, durum değişkenleri kapasitenin uç değişkenleri ile endüktansının iç değişkenlerinin toplamı sistemin durum değişkenlerini verir.

(4.1.8) matrisinde, durum değişkenleri ile kaynak değişkenlerinin yanında, direnç sınıfı elemanların iç ve uç değişkenleri de bulunmaktadır. Halbuki matematiksel durum denklemlerinde direnç sınıfı elemanların değişkenleri olmamalıdır. Bu gaye ile Bond graf modelindeki elemanları Şekil 5.1 deki gibi aynı davranışa sahip olanları birlikte düşünerek aynı alt grupta toplanır.



Şekil 4.1

Burada sisteme enerji veren aktif elemanlar bir alt grupta, enerji depolayan kapasite ve endüktans sınıfı pasif elemanlar diğer bir alt grupta ve yine pasif elemanlar olup enerji tüketen direnç sınıfı elemanları da ayrı bir alt grupta toplanmıştır. Şekil 4.1'deki düzenlemeler gözönünde tutularak, (4.1.8) matrisindeki elemanları yeniden düzenliyelim.

Bu matrisi yeniden yazarsak,

$$G = B\underset{\sim}{G}_b$$

burada, $B = T_{11} + T_{12}\,P(I-T_{22}P)^{-1}.T_{21}$ dır.

Aynı davranışa sahip elemanların değişkenleri arasından, önce durum değişkenleri, sonra direnç sınıfı elemanların değişkenleri ve en son satıra kaynak değişkenleri gelmek üzere düzenleme yapılırsa,

Bağımsız değişkenler;

$$\underset{\sim}{G}_b = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{X} \\ \underset{\sim}{K}_1 \\ \underset{\sim}{U} \end{bmatrix}$$

Bağımlı değişkenler;

$$\underset{\sim}{G} = \begin{bmatrix} M\dot{\underset{\sim}{X}} \\ \underset{\sim}{K} \\ \underset{\sim}{Y} \end{bmatrix}$$

elde edilir. Böylece (4.1.8) matrisi aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{bmatrix} M\dot{\underset{\sim}{X}} \\ \hline \underset{\sim}{K} \\ \hline \underset{\sim}{Y} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c|c} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ \hline B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ \hline B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \underset{\sim}{X} \\ \hline \underset{\sim}{K}_1 \\ \hline \underset{\sim}{U} \end{bmatrix} \qquad (4.1.9)$$

Burada;

$\underset{\sim}{X}$ = Durum değişkenleri,

$\underset{\sim}{U}$ = Kaynakların bağımsız değişkenleri (giriş),

$\underset{\sim}{Y}$ = Kaynakların bağımlı değişkenleri (çıkış),

$\dot{\underset{\sim}{X}}$ = Durum değişkenlerinin türevi,

M = Kapasite ve endüktans sınıfı elemanların katsayılar matrisi,

$\underset{\sim}{K}_1$ = Direnç sınıfı elemanların bağımsız değişkenleri,

$\underset{\sim}{K}$ = Direnç sınıfı elemanların bağımlı değişkenleridir.

Direnç sınıfı elemanların uç denklemleri aşağıdaki gibi matrisel olarak yazılırsa;

$$\underset{\sim}{K}_1 = D\underset{\sim}{K} \qquad (4.1.10)$$

elde edilir. Burada,

D = Direnç (R) ve iletkenlik (G) katsayılarından oluşan matrisdir.

(4.1.10) bağıntısı (4.1.9) matrisinin ikinci satırında yerine konursa;

$$\underset{\sim}{K} = (I - B_{22}D)^{-1} \cdot (B_{21}\underset{\sim}{X} + B_{23}\underset{\sim}{U}) \qquad (4.1.11)$$

elde edilir. Burada, I birim matrisdir.

(4.1.11) bağıntısını (4.1.9) matrisinin birinci ve üçüncü satırında yerine koyup, tekrar matris biçiminde yazılırsa,

$$
\begin{bmatrix} M\dot{X} \\ \hline Y \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} B_{11} + B_{12}D\,(I-B_{22}D)^{-1}\,B_{21} & B_{13} + B_{12}D\,(I-B_{22}D)^{-1}\,B_{23} \\ \hline B_{31} + B_{32}D\,(I-B_{22}D)^{-1}\,B_{21} & B_{33} + B_{32}D\,(I-B_{22}D)^{-1}\,B_{23} \end{array}\right] \begin{bmatrix} X \\ \hline U \end{bmatrix} \qquad (4.1.12)
$$

elde edilir.

(4.1.12) matrisinde $\dot{X}$ ve Y değişkenleri açık olarak yazılırsa, sistemin matematiksel durum modeli

$$
\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU \\ Y &= CX + DU \end{aligned} \qquad (4.1.13)
$$

şeklinde kanonik biçimde elde edilir. Burada,

$$
\boxed{\begin{aligned} A &= M^{-1}\,(B_{11} + B_{12}D\,(I-B_{22}D)^{-1}\,B_{21}) \\ B &= M^{-1}\,(B_{13} + B_{12}D\,(I-B_{22}D)^{-1}\,B_{23}) \\ C &= B_{31} + B_{32}D\,(I - B_{22}D)^{-1}\,B_{21} \\ D &= B_{33} + B_{32}D\,(I - B_{22}D)^{-1}\,B_{23} \end{aligned}} \qquad (4.1.14)
$$

dır.

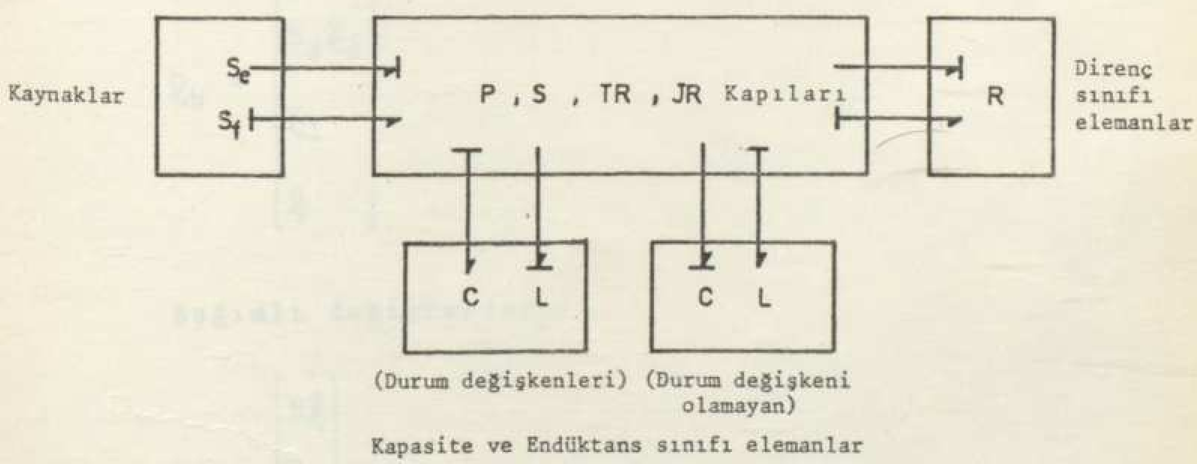
4.1.3. ÇİZGİ ve NOKTA'nın Uygun Seçilememesi

Verilen Bond graf modelinin S veya P kapısında, zorunlu olarak bazı kapasiteler NOKTA'ya veya bazı endüktanslar ÇİZGİ'ye girmişlerse, bu kapasite ve endüktansların değişkenleri durum değişkenleri olamazlar. Bunlar sistemin diğer durum değişkenleri ile lineer bağımlı olduklarından, durum modelinden yok edilirler. Ancak bu durumda kaynak giriş değişkenlerinin türevleri durum modelinde ortaya çıkabilir. Kaynakların giriş değişkenleri belli olduğuna göre türevleri de bellidir. Genel olarak matematiksel durum modeli aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\frac{d}{dt} \underset{\sim}{X} = A\underset{\sim}{X} + B\underset{\sim}{U} + B_1 \frac{d}{dt} \underset{\sim}{U}$$

$$\underset{\sim}{Y} = C\underset{\sim}{X} + D\underset{\sim}{U} + D_1 \frac{d}{dt} \underset{\sim}{U}$$

Burada sistemin durum değişkenleri uygun seçilen ÇİZGİ'deki kapasitenin uç değişkenleri ile NOKTA'daki endüktansın iç değişkenlerinin toplamıdır. O halde (4.1.8) matrisinde direnç sınıfı elemanlarının değişkenleri ile ÇİZGİ'ye giremiyen kapasite ve NOKTA'ya giremiyen endüktans sınıfı elemanların değişkenleri matematiksel modelde yok edilmelidir. Bu gaye ile Bond graf modelindeki elemanları Şekil 4.2'deki gibi aynı davranışa sahip olanları birlikte düşünerek aynı alt grupta toplanır.



Şekil 4.2

Burada, sisteme enerji veren aktif elemanlar bir alt grupta; enerji depolayan elemanlardan ÇİZGİ'deki kapasiteler ile NOKTA'daki endüktanslar diğer bir alt grupta ve uygun seçilemiyen NOKTA'daki kapasiteler ile ÇİZGİ'deki endüktanslar başka bir alt grupta, direnç sınıfı elemanlar da ayrı bir alt grupta toplanmıştır. ŞEKİL 4.2'deki düzenlemeler gözönünde tutularak (4.1.8) matrisindeki elemanları yeniden düzenliyelim. Bu matrisi yeniden yazarsak;

$$\underset{\sim}{G} = B\underset{\sim}{G}_b$$

Burada, $B = T_{11} + T_{12}\,P(I-T_{22}P)^{-1}\,T_{21}$ dır.

Aynı davranışa sahip elemanların değişkenleri arasından, önce durum değişkenleri, sonra durum değişkeni olamayan elemanların değişkenleri, daha sonra direnç sınıfı elemanların değişkenleri ve en son satıra da kaynak değişkenleri gelmek üzere düzenleme yapılırsa,

Bağımsız değişkenler;

$$\underset{\sim}{G}_b = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{X} \\ M_d\dot{\underset{\sim}{X}}_d \\ \underset{\sim}{K}_1 \\ \underset{\sim}{U} \end{bmatrix}$$

Bağımlı değişkenler;

$$\underset{\sim}{G} = \begin{bmatrix} M\dot{\underset{\sim}{X}} \\ \underset{\sim}{X}_d \\ \underset{\sim}{K} \\ \underset{\sim}{Y} \end{bmatrix}$$

elde edilir. Böylece (4.1.8) matrisi aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{bmatrix} M\dot{X} \\ \hline X_d \\ \hline K \\ \hline Y \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c|c|c} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ \hline B_{21} & 0 & 0 & B_{24} \\ \hline B_{31} & 0 & B_{33} & B_{34} \\ \hline B_{41} & 0 & B_{43} & B_{44} \end{array}\right] \begin{bmatrix} X \\ \hline M_d\dot{X}_d \\ \hline K_1 \\ \hline U \end{bmatrix}$$

Burada, yani (4.1.15) matrisinde sıfırların bulunmasının sebebi, enerji biriktiren elemanlardan kapasitelerin NOKTA'ya ve endüktansların ÇİZGİ'ye zorunlu olarak girmesinden ileri geliyor. Zaten Şekil 4.2'deki gruplandırma bunun böyle olmasını gerektiriyor.

Burada,

X_d = Durum değişkeni olamayan kapasite ve endüktans sınıfı elemanların değişkenleri X ve U ile lineer bağımlıdırlar,

$\dot{X}_d$ = X_d nin türevi,

M_d = Durum değişkeni olamayan kapasite ve endüktans sınıfı elemanların katsayılar matrisi,

X, $M\dot{X}$, K, K_1, Y ve U (4.1.9) da açıklanan büyüklüklerdir.

Direnç sınıfı elemanların uç denklemleri ile durum değişkeni olamayan kapasite ve endüktans sınıfı elemanların uç denklemleri aşağıdaki gibi matris olarak yazılırsa

$$K_1 = DK$$

ve (4.1.16)

$$X_d = M_d\dot{X}_d$$ elde edilir.

(4.1.16) bağıntısı (4.1.15) matrisinin ikinci ve üçüncü satırında yerine konursa;

$$\underset{\sim}{X}_d = B_{21}\underset{\sim}{X} + B_{24}\underset{\sim}{U}$$

ve (4.1.17)

$$\underset{\sim}{K} = (I-B_{39}D)^{-1}\,(B_{31}\underset{\sim}{X} + B_{34}\underset{\sim}{U})$$

elde edilir. Burada I birim matrisdir.

(4.1.17) bağıntısını (4.1.15) matrisinin birinci ve dördüncü satırında yerine koyup, tekrar matris biçiminde yazılırsa,

$$\begin{bmatrix} (M-B_{12}M_dB_{21})\dot{\underset{\sim}{X}} \\ \hline \underset{\sim}{Y} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} B_{11}+B_{13}D(I-B_{33}D)^{-1}B_{31} & B_{14}+B_{13}D(I-B_{33}D)^{-1}B_{34} \\ \hline B_{41}+B_{43}D(I-B_{33}D)^{-1}B_{31} & B_{44}+B_{43}D(I-B_{33}D)^{-1}B_{34} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \underset{\sim}{X} \\ \hline \underset{\sim}{U} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{12}M_dB_{24} \\ \hline 0 \end{bmatrix} \frac{d}{dt}\underset{\sim}{U}$$

(4.1.18)

bulunur. (4.1.18) matrisinde $\dot{\underset{\sim}{X}}$ ve $\underset{\sim}{Y}$ değişkenleri açık olarak yazılırsa, sistemin matematiksel durum modeli,

$$\dot{\underset{\sim}{X}} = A\underset{\sim}{X} + B\underset{\sim}{U} + B_1 \frac{d}{dt}\underset{\sim}{U}$$

(4.1.19)

$$\underset{\sim}{Y} = C\underset{\sim}{X} + D\underset{\sim}{U} + D_1 \frac{d}{dt}\underset{\sim}{U}$$

şeklinde kanonik biçimde elde edilir. Burada,

$$A = (M - B_{12}M_dB_{21})^{-1}\{B_{11} + B_{13}D(I - B_{33}D)^{-1}B_{31}\}$$

$$B = (M - B_{12}M_dB_{21})^{-1}\{B_{14} + B_{13}D(I - B_{33}D)^{-1}B_{34}\}$$

$$B_1 = (M - B_{12}M_dB_{21})^{-1}B_{12}M_dB_{24} \qquad (4.1.20)$$

$$C = B_{41} + B_{43}D\,(I - B_{33}D)^{-1}B_{31}$$

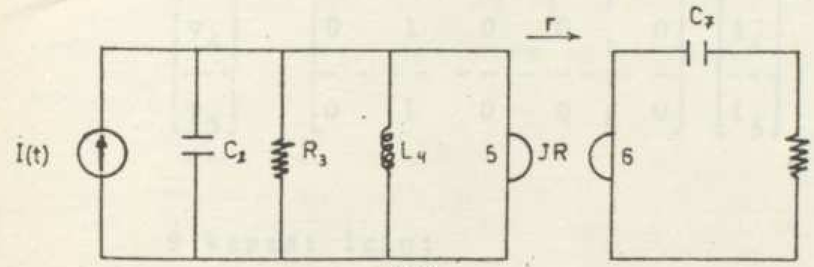
$$D = B_{44} + B_{43}D\,(I - B_{33}D)^{-1}B_{34}$$

$$D_1 = 0$$

dır.

4.2. ÖRNEK

Şekil 4.3'te verilen elektrik devresini ele alalım:



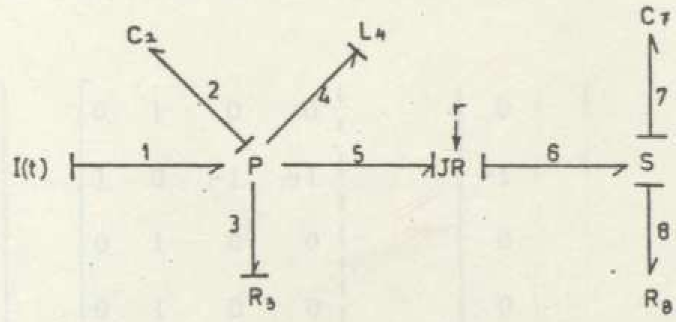
$$\begin{bmatrix} i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{r} \\ \frac{1}{r} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_5 \\ v_6 \end{bmatrix}$$

(b)

Şekil 4.3. a) Fiziksel elektrik devresi, b) JR'nın denklemi.

4.2.1. Bond Graf Modeli ve P, S, JR Matrisleri

Bond graf modeline bakarak uygunluk ve süreklilik denklemleri doğrudan doğruya matris biçiminde yazılırsa aşağıdaki gibi elde edilir



ŞEKİL 4.4. Bond graf modeli

P kapısı için;

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ \hline v_5 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ \hline i_5 \end{bmatrix} \tag{4.2.1}$$

S kapısı için;

$$\begin{bmatrix} i_7 \\ i_8 \\ \hline v_6 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|c} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 0 \end{array}\right] \begin{bmatrix} v_7 \\ v_8 \\ \hline i_6 \end{bmatrix} \tag{4.2.2}$$

JR kapısı için;

$$\begin{bmatrix} i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{r} \\ \frac{1}{r} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_5 \\ v_6 \end{bmatrix} \tag{4.2.3}$$

P, S ve JR kapılarının matrislerini dış bağların değişkenleri önce gelmek üzere bir büyük matris altında yazalım:

$$
\begin{array}{c}
\text{Dış bağ. değişken.} \\
\text{İç bağ. değiş.}
\end{array}
\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ i_7 \\ i_8 \\ v_5 \\ v_6 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 & & & 0 & & & \\
1 & 0 & -1 & -1 & & & -1 & & & \\
0 & 1 & 0 & 0 & & & 0 & & & \\
0 & 1 & 0 & 0 & & & 0 & & & \\
 & & & & 0 & 0 & & 1 & & \\
 & & & & 0 & 0 & & 1 & & \\
0 & 1 & 0 & 0 & & & 0 & & & \\
 & & & & 1 & 1 & & 0 & & \\
 & & & & & & & & 0 & \frac{1}{r} \\
 & & & & & & & & \frac{1}{r} & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ v_7 \\ v_8 \\ i_5 \\ i_6 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix}
\qquad (4.2.4)
$$

(4.2.4) matrisinde de görüldüğü gibi iç bağların bağımlı ile bağımsız değişkenleri aynıdır. O halde (4.1.6) daki bağıntı

$$\underset{\sim}{H}_b = P.\underset{\sim}{H}$$

yazılırsa,

$$
\begin{bmatrix} i_5 \\ i_6 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} v_5 \\ v_6 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix}
\qquad (4.2.5)
$$

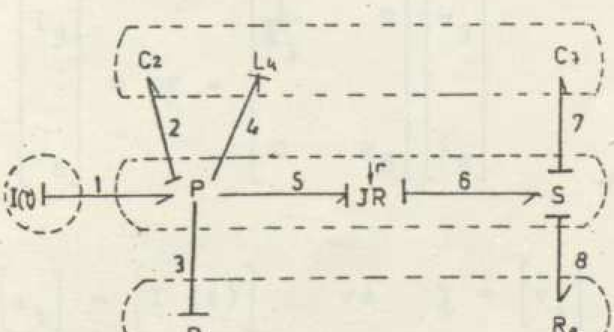
(4.2.5) bağıntısı (4.2.4) matrisinde yerine konursa, bütün iç bağ değişkenleri yok edilerek aşağıdaki gibi dış bağımlı ve bağımsız değişkenleri arasındaki bağıntıyı veren

$$\underset{\sim}{Ç} = B\underset{\sim}{Ç}_b$$

matrisiyel bağıntının açık ifadesi,

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ i_7 \\ i_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & -\frac{1}{r} & -\frac{1}{r} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ v_7 \\ v_8 \end{bmatrix} \qquad (4.2.6)$$

şeklinde olur.



Şekil 4.5

(4.2.6) bağıntısında aynı davranışa sahip elemanları Şekil 4.5'e uygun olarak (4.1.9) bağıntısı gibi düzenleme yapılırsa,

$$\begin{bmatrix} i_2 \\ i_7 \\ v_4 \\ \hline v_3 \\ i_8 \\ \hline v_1 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|cc|c} 0 & -\frac{1}{r} & -1 & -1 & -\frac{1}{r} & 1 \\ \frac{1}{r} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{r} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \begin{bmatrix} v_2 \\ v_7 \\ i_4 \\ \hline i_3 \\ v_8 \\ \hline i_1 \end{bmatrix} \qquad (4.2.7)$$

elde edilir. Burada,

$$\underset{\sim}{X} = \begin{bmatrix} v_2 \\ v_7 \\ i_4 \end{bmatrix} \qquad M\dot{\underset{\sim}{X}} = \begin{bmatrix} i_2 \\ i_7 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_2 & 0 & 0 \\ 0 & C_7 & 0 \\ 0 & 0 & L_4 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_2 \\ v_7 \\ i_4 \end{bmatrix}$$

$$\underset{\sim}{K}_1 = \begin{bmatrix} i_3 \\ \\ v_8 \end{bmatrix} = D\underset{\sim}{K} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_3} & 0 \\ & \\ 0 & R_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_3 \\ \\ i_8 \end{bmatrix}$$

$$\underset{\sim}{U} = \begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I\ (t) \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \underset{\sim}{Y} = \begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} \quad \text{dir.}$$

(4.2.7) bağıntısından, direnç sınıfı elemanlarına ait değişkenler yok edilir ve gerekli matris işlemleri yapılırsa,

$$A = M^{-1}\,(B_{11} + B_{12}D\,(I-B_{22}D)^{-1}\,B_{21}) \qquad (4.1.14\text{'ten})$$

$$= \left[\begin{array}{c|c|c} -\frac{1}{c_2}\left(\frac{1}{R_3} + \frac{R_8}{r^2}\right) & -\frac{1}{c_2 r} & -\frac{1}{c_2} \\ \hline \frac{1}{c_7 r} & 0 & 0 \\ \hline \frac{1}{L_4} & 0 & 0 \end{array}\right]$$

$$B = M^{-1}\,(B_{13} + B_{12}D\,(I-B_{22}D)^{-1}\,B_{23}) \qquad (4.1.14\text{'ten})$$

$$= \left[\begin{array}{c} \frac{1}{c_2} \\ \hline 0 \\ \hline 0 \end{array}\right]$$

$$C = B_{31} + B_{32}D\,(I-B_{22}D)^{-1}\,B_{21} \qquad (4.1.14\text{'ten})$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = (B_{33} + B_{32}D\,(I-B_{22}D)^{-1}\,B_{23}) \qquad (4.1.14\text{'ten})$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

elde edilir. Matematiksel durum modelini;

$$\dot{\underset{\sim}{X}} = A\underset{\sim}{X} + B\underset{\sim}{U}$$

$$\underset{\sim}{Y} = C\underset{\sim}{X} + D\underset{\sim}{U}$$

şeklinde elde etmek üzere A, B, C, D katsayılar matrisleri yerlerine yazılırsa,

$$\frac{d}{dt}\left[\begin{array}{c} v_2 \\ \hline v_7 \\ \hline i_4 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c|c} -\frac{1}{c_2}\left(\frac{1}{R_3}+\frac{R_8}{r^2}\right) & -\frac{1}{c_2 r} & -\frac{1}{c_2} \\ \hline \frac{1}{c_7 r} & 0 & 0 \\ \hline \frac{1}{L_4} & 0 & 0 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} v_2 \\ \hline v_7 \\ \hline i_4 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} \frac{1}{c_2} \\ \hline 0 \\ \hline 0 \end{array}\right] I(t) \quad (4.2.8)$$

ve

$$v_1 = \left[\begin{array}{c|c|c} 1 & 0 & 0 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} v_2 \\ \hline v_7 \\ \hline i_4 \end{array}\right]$$

elde edilir.

SONUÇ

Birinci bölümde, fiziksel sistemlerden; elektrik, mekanik, hidrolik ve termik sistemlerin elemanları ile bu elemanlar arasındaki cebirsel ve diferansiyel bağıntılar tanıtıldı. Daha sonra, dinamik sistemlerin analizinde, yeni bir yaklaşımla Bond graf tekniğini kullanarak matematik modeli durum denklemleri şeklinde bulma problemi ele alındı. Bu gaye ile literatürde olmayan bir metod geliştirildi. Bu metod, Bölüm 3'de, çeşitli fiziksel sistemlere, sistematik bir şekilde adım adım uygulandı. Daha sonraki bölümde bu metod genelleştirildi.

Bundan sonraki çalışmalarda, bu metod üç boyutlu (3 - Dimensional) hareket yapan dinamik sistemlerin matematiksel durum modelini bulmak için kullanılabilir. Ayrıca, Bölüm 4'te yapılan genelleştirmeler kullanılarak bilgisayar yardımı ile, Bond graf modelinde ÇİZGİ ve NOKTA seçimi yapılıp, matematiksel durum modeli doğrudan doğruya elde edilebilir.

E K L E R

YÜKSEK MERTEBEDEN SİSTEMLERİN DURUM DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜ

EK A1 - LİNEER DURUM DENKLEMLERİNİN ANALİTİK ÇÖZÜMÜ

Genel olarak durum denklemin yapısı;

$$\frac{d}{dt} \underset{\sim}{X}(t) = A\underset{\sim}{X}(t) + B_o\underset{\sim}{U}(t) + B_1 \frac{d}{d_t} \underset{\sim}{U}(t) + B_2 \frac{d^2}{dt} \underset{\sim}{U}(t) + \ldots \qquad (A1.1)$$

şeklindedir.

$\underset{\sim}{U}(t)$ kaynak değişkenleri belli olduğundan $\frac{d}{dt} \underset{\sim}{U}(t)$ türevleri de belli olur. O halde, aşağıda olduğu gibi;

$$B\underset{\sim}{U}(t) = B_o \underset{\sim}{U}(t) + B_1 \frac{d}{d_t} \underset{\sim}{U}(t) + B_2 \frac{d}{dt} \underset{\sim}{U}(t) + \cdots \qquad (A1.2)$$

bir matris altında toplayarak (A1.1) durum denklemini;

$$\frac{d}{dt} \underset{\sim}{X}(t) = A\underset{\sim}{X}(t) + B\underset{\sim}{U}(t) \qquad (A1.3)$$

şeklinde yazılabilir.

EK A1.1 - <u>Durum Denkleminin Homojen Kısmının Çözümü</u>

$$\frac{d}{dt} \underset{\sim}{X}(t) = A\underset{\sim}{X}(t) \qquad (A1.4)$$

(A1.4) homojen denkleminin çözümünde ilk şartlar,

$$t = 0 \text{ için} \quad \underset{\sim}{X}(0) = \underset{\sim}{X}_o$$

şeklinde olsun.

Çözüm vektörü X(t)'yi t = 0 civarında Taylor kuvvet serisine açalım (Maclaurin serisi).

$$\underset{\sim}{X}(t) = \underset{\sim}{X}(0) + \left(\frac{d}{dt}\underset{\sim}{X}(t)\Big|_{t=0}\right).t + \frac{1}{2!}\left(\frac{d}{dt}\underset{\sim}{X}(t)\Big|_{t=0}\right).t^2 + \frac{1}{3!}\left(\frac{d^3}{dt^3}\underset{\sim}{X}(t)\Big|_{t=0}\right).t^3 + \ldots \tag{A1.5}$$

Burada (A1.4) homojen denklemini,

$$\frac{d}{dt}\underset{\sim}{X}(t) = A\underset{\sim}{X}(t)$$

ve homojen denkleminin türevlerini

$$\frac{d^2}{dt^2}\underset{\sim}{X}(t) = A\frac{d}{dt}\underset{\sim}{X}(t) = A^2\underset{\sim}{X}(t)$$

$$\frac{d^3}{dt^3}\underset{\sim}{X}(t) = A^2\frac{d}{dt}\underset{\sim}{X}(t) = A^3\underset{\sim}{X}(t)$$

(A1.5) serisinde yerine yazılırsa;

$$\underset{\sim}{X}(t) = \underset{\sim}{X}(0) + A\underset{\sim}{X}(t)\Big|_{t=0}.t + \frac{1}{2!}A^2\underset{\sim}{X}(t)\Big|_{t=0}.t^2 + \frac{1}{3!}A^3\underset{\sim}{X}(t)\Big|_{t=0}.t^3 + \ldots \tag{A1.6}$$

ve bu seride gerekli işlemler aşağıdaki gibi yapılırsa,

$$\underset{\sim}{X}(t) = \underset{\sim}{X}(0) + AX(0).t + \frac{1}{2!}A^2X(0).t^2 + \frac{1}{3!}A^3X(0).t^3 + \ldots$$

ve

$$\underset{\sim}{X}(t) = (I + A.t + \frac{1}{2!} A^2.t^2 + \frac{1}{3!} A^3.t^3) . \underset{\sim}{X}(0) \qquad (A1.7)$$

şeklinde elde edilir.

(A1.7) denkleminde,

$$e^{At} = I + At + \frac{1}{2!} A^2t^2 + \frac{1}{3!} A^3t^3 + \ldots \qquad (A1.8)$$

serisi olduğu görülür.

(A1.8) denklemi (A1.7) denkleminde yerine yazılırsa,

$$\underset{\sim}{X}(t) = e^{At} . \underset{\sim}{X}(0) \qquad (A1.9)$$

durum denkleminin homojen kısmının çözümü ilk şartlara bağlı olarak elde edilir.

EK A1.2 - Durum Denklemin Tam Çözümü

Kaynak vektörlerini de ihtiva eden (A1.3) de

$$\frac{d}{dt} \underset{\sim}{X}(t) = A\underset{\sim}{X}(t) + B\underset{\sim}{U}(t)$$

şeklindeki durum denklemin tam çözümünü

$$\underset{\sim}{X}(t) = e^{At} . \underset{\sim}{S}(t) \qquad (A1.10)$$

şeklinde ele alalım.

Bu durumda, (A1.10) da verilen çözüm denklemi (A1.3) durum denklemini sağlamalıdır. Bunu yerine koyarsak,

$$\frac{d}{dt} (e^{At} \underset{\sim}{S}(t)) = A(e^{At}.\underset{\sim}{S}(t)) + B\underset{\sim}{U}(t)$$

$$Ae^{At}.\underset{\sim}{S}(t) + e^{At}\frac{d}{dt}\underset{\sim}{S}(t) = Ae^{At}.\underset{\sim}{S}(t) + B\underset{\sim}{U}(t)$$

gerekli kısaltmalardan sonra

$$\frac{d}{dt}\underset{\sim}{S}(t) = e^{-At}\,B\underset{\sim}{U}(t) \qquad (A1.11)$$

elde edilir. (A1.11) denkleminde her iki tarafının integrali alınırsa,

$$\underset{\sim}{S}(t) = \int_0^t e^{-A\tau}.BU(\tau).d\tau + \underset{\sim}{S}(0) \qquad (A1.12)$$

elde edilir. $\underset{\sim}{S}(0)$'ı bulmak üzere (A1.10) denkleminde $t = 0$ için,

$$X(t)\Big|_{t=0} = e^{At}.S(t)\Big|_{t=0}$$

$$\underset{\sim}{X}(0) = \underset{\sim}{S}(0)$$

bulunur.

(A1.12) denklemini (A1.10) denkleminde yerine konulursa, durum denkleminin tam çözümü,

$$\underset{\sim}{X}(t) = e^{At}\{\int_0^t e^{-A\tau}.B.\underset{\sim}{U}(\tau).d\tau + \underset{\sim}{X}(0)\}$$

$$\underset{\sim}{X}(t) = e^{At}\,\underset{\sim}{X}(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}.B.\underset{\sim}{U}(\tau).d\tau \qquad (A1.13)$$

elde edilir. Burada, tam çözüm ilk şartlara bağlı homojen denklemin çözümü ile kaynak vektörüne bağlı integralli bir ifadenin toplamı şeklindedir.

$\Phi(t) = e^{At}$ durum geçiş matrisi yerine yazılırsa,

$$\underset{\sim}{X}(t) = \underbrace{\Phi(t)\,\underset{\sim}{X}(0)}_{\mathrm{I}} + \underbrace{\int_0^t \Phi(t-\tau).B.U(\tau).d\tau}_{\mathrm{II}}$$

elde edilir. Burada, ilk şartlara bağlı I. ifadeye öz çözüm ve kaynak vektörüne bağlı II. ifadeye de ZORLANMIŞ ÇÖZÜM adı verilir.

Eğer, başlangıç zamanı $t = t_o$ anında başlamış ise (Al.13) deki tam çözüm,

$$\underset{\sim}{X}(t) = e^{A(t-t_o)}\underset{\sim}{X}(t_o) + \int_{t_o}^{t} e^{A(t-\tau)}.B\underset{\sim}{U}(\tau).d\tau$$

veya (Al.14)

$$\underset{\sim}{X}(t) = \Phi(t-t_o)\,\underset{\sim}{X}(t_o) + \int_{t_o}^{t} \Phi(t-\tau).B\underset{\sim}{U}(\tau).d\tau$$

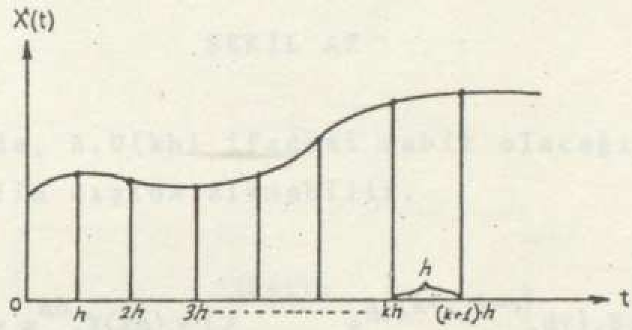
şeklinde olur.

EK A2 - LİNEER DURUM DENKLEMLERİNİN NÜMERİK ÇÖZÜMÜ

Ek A1.2'de analitik çözümü verilen durum denkleminin (A1.14) ifadesini yeniden yazalım.

$$\underset{\sim}{X}(t) = e^{A(t-t_o)} . \underset{\sim}{X}(t_o) + \int_{t_o}^{t} e^{A(t-\tau)} .BU(\tau).d\tau$$

Bu denklemde, belli aralıklar için adım adım çözüm aranacaktır (Şekil A1).



Şekil A1

Burada, t_o = kh anı için çözüm belli ise bir sonraki an t = (k+1).h için çözüm arıyalım.

$$h = (k+1)\ h - kh = t - t_o$$

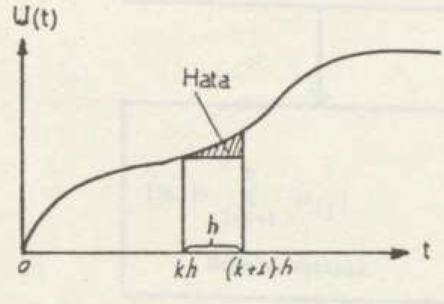
h adımı (A1.14) durum denkleminde yerine konursa,

$$X\{(k+1)h\} = e^{Ah}.X(kh) + \int_{kh}^{(k+1)h} e^{A\{(k+1)h-\tau\}}.B.\underset{\sim}{U}(\tau).d\tau \qquad (A1.15)$$

elde edilir.

$\underset{\sim}{U}(\tau)$ kaynak fonksiyonu h aralığında Şekil A2'deki gibi sabit kaldığını kabul edelim.

Yani, kh < t < (k+1) h aralığında, $\underset{\sim}{U}(\tau) = \underset{\sim}{U}(kh)$ olur. Burada, h çok küçük olmak şartı ile yapılan hata ihmal edilebilir.



ŞEKİL A2

Bu durumda, B.U(kh) ifadesi sabit olacağından aşağıdaki gibi integralin dışına alınabilir.

$$\underset{\sim}{X}\{(k+1)h\} = e^{Ah}.\underset{\sim}{X}(kh) + \{\int_{kh}^{(k+1)h} e^{A|(k+1)h-\tau|}.d\tau\}.B.\underset{\sim}{U}(kh) \quad (A1.16)$$

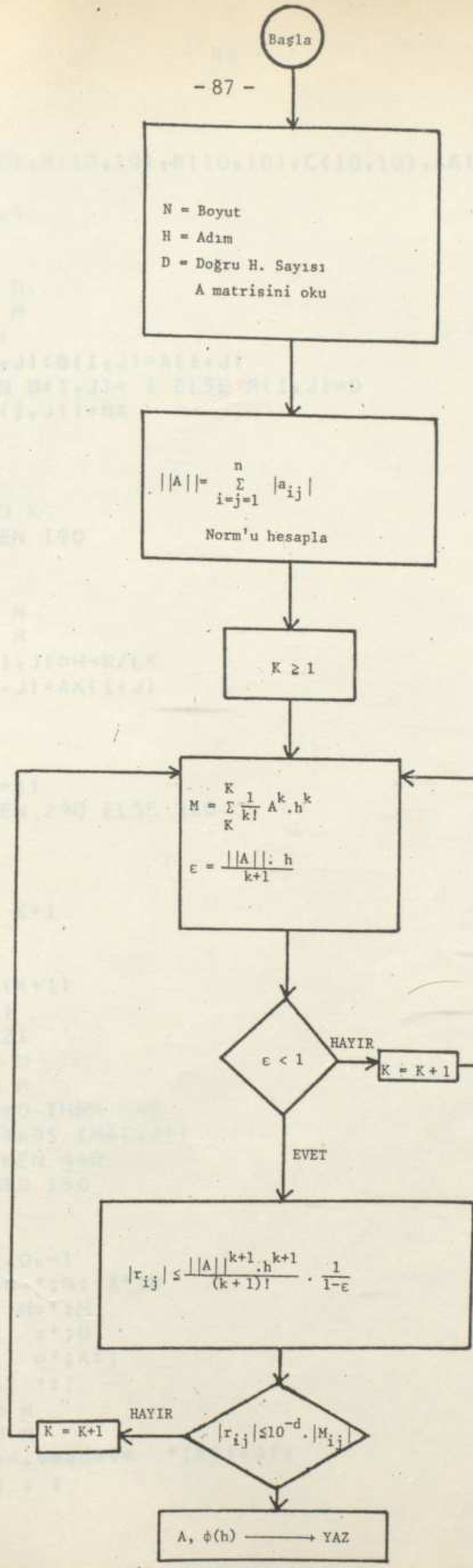
(A1.16) ifadesindeki integral çözülürse

$$\underset{\sim}{X}\{(k+1)h\} = e^{Ah}\ \underset{\sim}{X}(kh) + \{e^{Ah}-I\}\ A^{-1}.B.U(kh) \quad (A1.17)$$

elde edilir. Burada I birim matristir.

Böylece, durum denkleminin tam çözümünün nümerik olarak değerinin h aralıklarla hesabı e^{Ah}'nın hesaplanmasına indirgenmiş oldu.

e^{Ah}'nın hesabında LION(29) algoritması kullanarak akış şeması ve bu akış şemasındaki algoritmanın programı (BASIC dilinde MONREO bilgisayarı kullanarak) aşağıdaki gibidir.



ŞEKİL A3 - e^{At}'nın akış şeması

```
 10 EXTEND
 20 DIM A(10,10),M(10,10),B(10,10),C(10,10),AK(10,10)
 30 READ N,H,D
 40 DATA 2,0.1,3
 50 M=N : K=1
 60 NA=0
 70 FOR I=1 TO N
 80 FOR J=1 TO M
 90 READ A(I,J)
100 C(I,J)=A(I,J):B(I,J)=A(I,J)
110 IF I=J THEN M(I,J)= 1 ELSE M(I,J)=0
120 NA =ABS (A(I,J))+NA
130 NEXT J
140 NEXT I
150 LK=1
160 FOR T= K TO K
170 IF T =1 THEN 190
180 GOSUB 640
190 LK=LK*T
200 FOR I=1 TO N
210 FOR J=1 TO M
220 AK(I,J)=C(I,J)*H¬K/LK
230 M(I,J)=M(I,J)+AK(I,J)
240 NEXT J
250 NEXT I
260 NEXT T
270 EP=NA*H/(K+1)
280 IF EP>1 THEN 290 ELSE 310
290 K=K+1
300 GOTO 160
310 L=1
320 FOR I=1 TO K+1
330 L=L*I
340 NEXT I
350 R1=(NA*H)¬(K+1)
360 R2=L*(1-EP)
370 R=ABS(R1/R2)
380 FOR I=1 TO N
390 FOR I=1 TO M
400 IF M(I,J) =0 THEN 440
410 DA=10¬(-D)*ABS (M(I,J))
420 IF R<=DA THEN 440
430 K=K+1 : GOTO 150
440 NEXT J
450 NEXT I
460 DATA  -1,2,0,-1
470 ;'BOYUT N*N=';N;'X';N
480 ;'ADIM       H=';H
490 ;'DUYARLIK   =';D
500 ;'ITER SA.   =';K:;
510 ;'A MATRISI ':;
520 FOR I=1 TO N
530 FOR J=1 TO M
540 ; USING '**.******   ';A(I,J),
550 NEXT J : ; : ;
```

```
560 NEXT I
570 ; 'DURUM GECIS MATRISI':;
580 FOR I= 1 TO N
590 FOR J=1 TO M
600 ; USING '**.*******     ';M(I,J),
610 NEXT J: ; : ;
620 NEXT I
630 END
640 FOR I=1 TO  N
650 FOR J= TO M
660 C(I,J)=0
670 FOR L=1 TO M
680 C(I,J)=C(I,J)+A(I,L)*B(L,J)
690 NEXT L :NEXT J : NEXT I
700 FOR F=1 TO N
710 FOR E=1 TO M
720 B(F,E)=C(F,E)
730 NEXT E : NEXT F
740 RETURN
```

```
BOYUT NXN= 2 X 2
ADIM    H= 0.1
DUYARLIK = 3
ITER SA. = 4

A MATRISI

-1.0000000    2.0000000

 0.0000000   -1.0000000

DURUM GECIS MATRISI

 0.9048375    0.1809667

 0.0000000    0.9048375
```

EK A3 - GENEL DURUM DENKLEMLERİNİN NÜMERİK ÇÖZÜMÜ

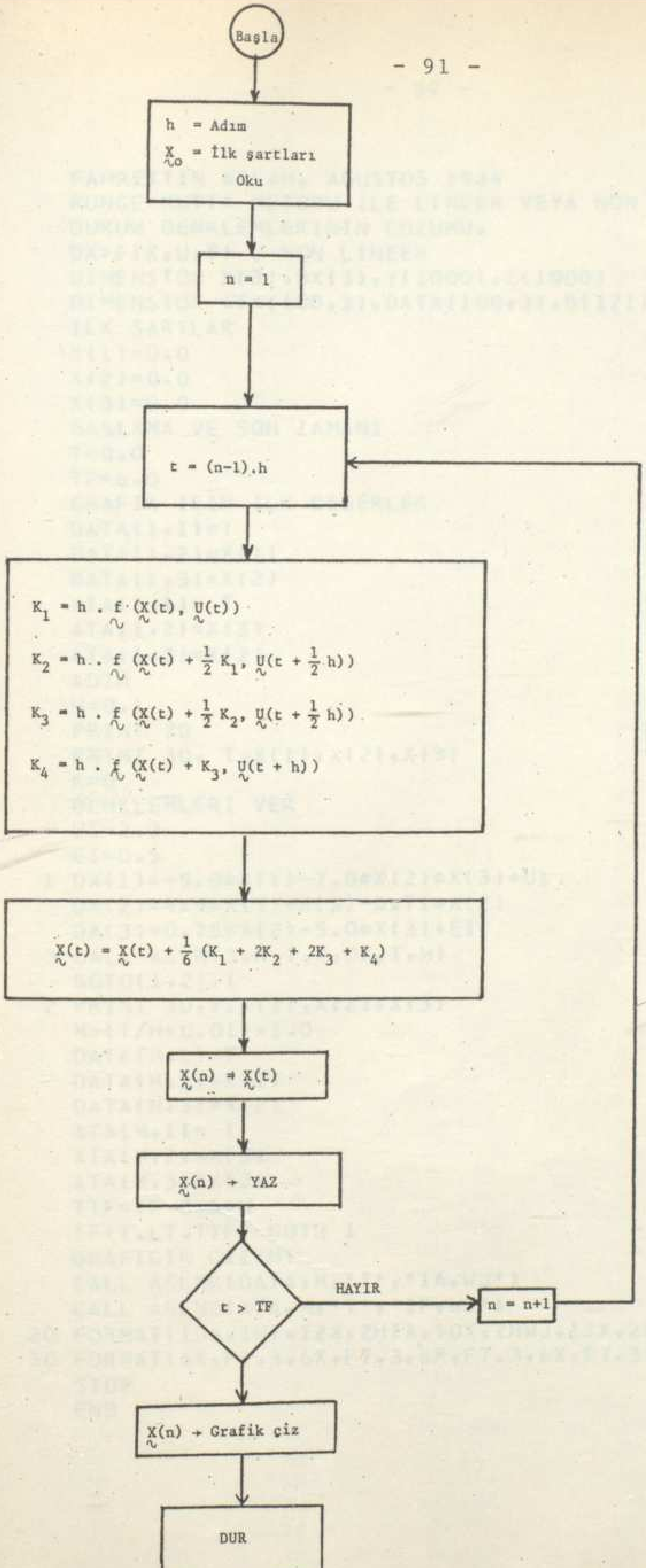
Genel olarak durum denklemlerinin fonksiyonu,

$$\dot{\underset{\sim}{X}}(t) = \underset{\sim}{f}\left[\underset{\sim}{X}(t),\ \underset{\sim}{U}(t)\right]$$

şeklindedir. İlk şartlar $\underset{\sim}{X}(t_0) = \underset{\sim}{X}_0$ verilir.

Ek A2'de verilen çözüm tekniği ancak durum denklemi lineer ise geçerlidir.

Durum denklemi en genel halde, lineer, non-lineer veya sabit katsayılı veyahut zamana bağlı değişken katsayılı durum denklemlerinin çözümünü veren SUBROUTINE ASLN (.....) ve ikişer ikişer çözüm fonksiyonlarının grafiğini çizen SUBROUTINE ASLNG (......) programları Yıldız Üniversitesi hesap merkezindeki IBM 4331 bilgisayarında FORTRAN VII dilinde hazırlandı. Bu programlarda dördüncü mertebeden Runge-Kutta metodu kullanıldı. Akış şeması ve programı örneklerle aşağıda verildi.

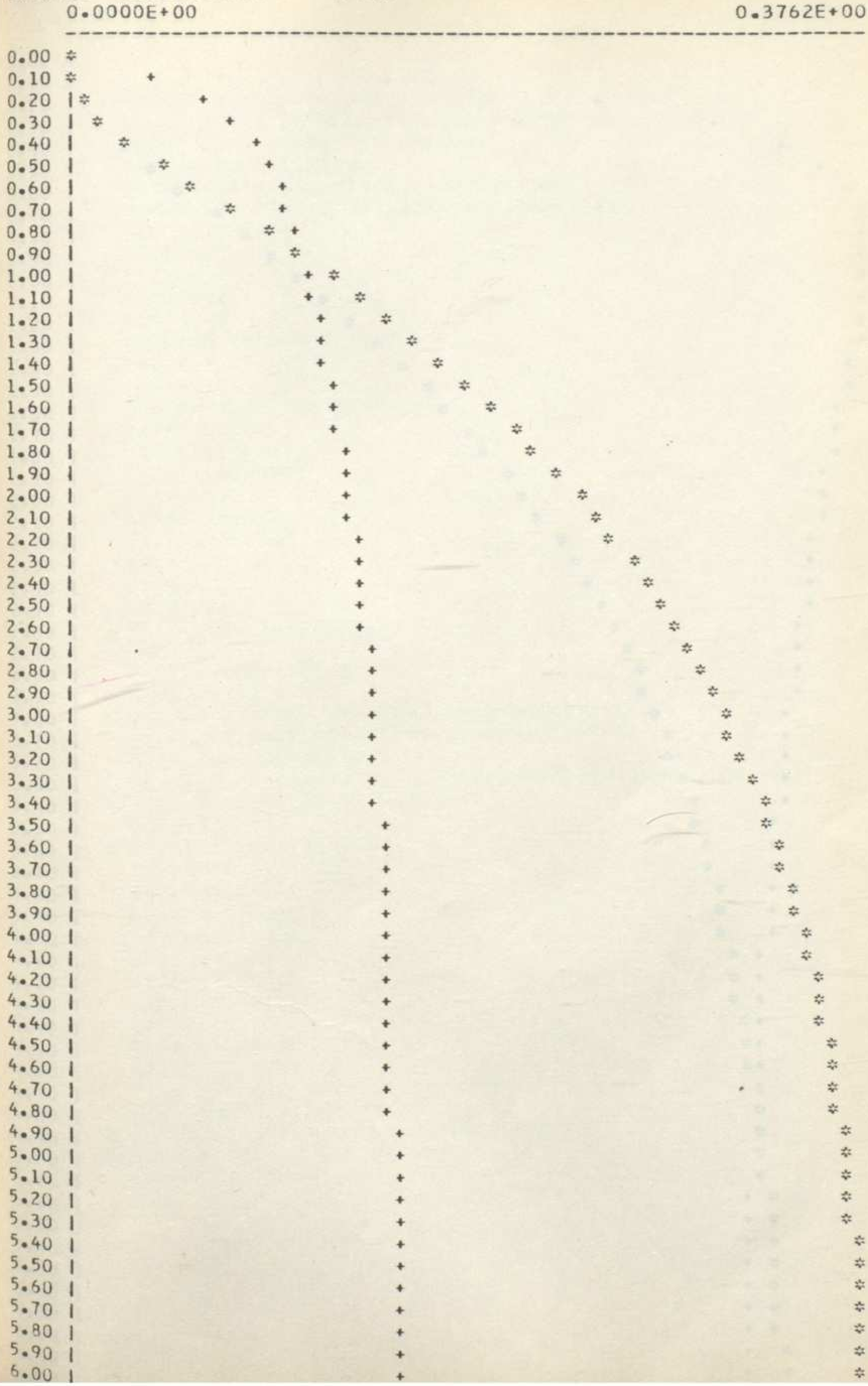


ŞEKİL A4 - Runge-Kutta metodunun akış şeması

```
C     FAHRETTIN ASLAN, AGUSTOS 1984
C     RUNGE-KUTTA METODU ILE LINEER VEYA NON LINEER
C     DURUM DENKLEMLERININ COZUMU.
C     DX=F(X,U,T) , NON LINEER
      DIMENSION X(3),DX(3),Y(1000),Z(1000)
      DIMENSION ATA(100,3),DATA(100,3),B(121)
C     ILK SARTLAR
      X(1)=0.0
      X(2)=0.0
      X(3)=0.0
C     BASLAMA VE SON ZAMANI
      T=0.0
      TF=6.0
C     GRAFIK ICIN ILK DEGERLER
      DATA(1,1)=T
      DATA(1,2)=X(1)
      DATA(1,3)=X(2)
      ATA(1,1)= T
      ATA(1,2)=X(3)
      ATA(1,3)=X(2)
C     ADIM
      H=0.1
      PRINT 20
      PRINT 30, T,X(1),X(2),X(3)
      K=0
C     DENKLEMLERI VER
      U1=2.2
      EI=0.5
    1 DX(1)=-5.0*X(1)-7.0*X(2)*X(3)+U1
      DX(2)=4.9*X(1)*X(3)-0.71*X(2)
      DX(3)=0.75*X(2)-5.0*X(3)+EI
    3 CALL ASLN(3,K,I,X,DX,T,H)
      GOTO(1,2),I
    2 PRINT 30,T,X(1),X(2),X(3)
      M=(T/H+0.01)+1.0
      DATA(M,1)=T
      DATA(M,2)=X(1)
      DATA(M,3)=X(2)
      ATA(M,1)= T
      ATA(M,2)=X(3)
      ATA(M,3)=X(2)
      TTF=TF-0.5*H
      IF(T.LT.TTF) GOTO 1
C     GRAFIGIN CIZIMI
      CALL ASLNG(DATA,M,'T','IA,WJ')
      CALL ASLNG(ATA,M,'T','IF,WJ')
   20 FORMAT(10X,1HT,12X,2HIA,10X,2HWJ,12X,2HIF,//)
   30 FORMAT(6X,F7.3,6X,F7.3,6X,F7.3,6X,F7.3)
      STOP
      END
```

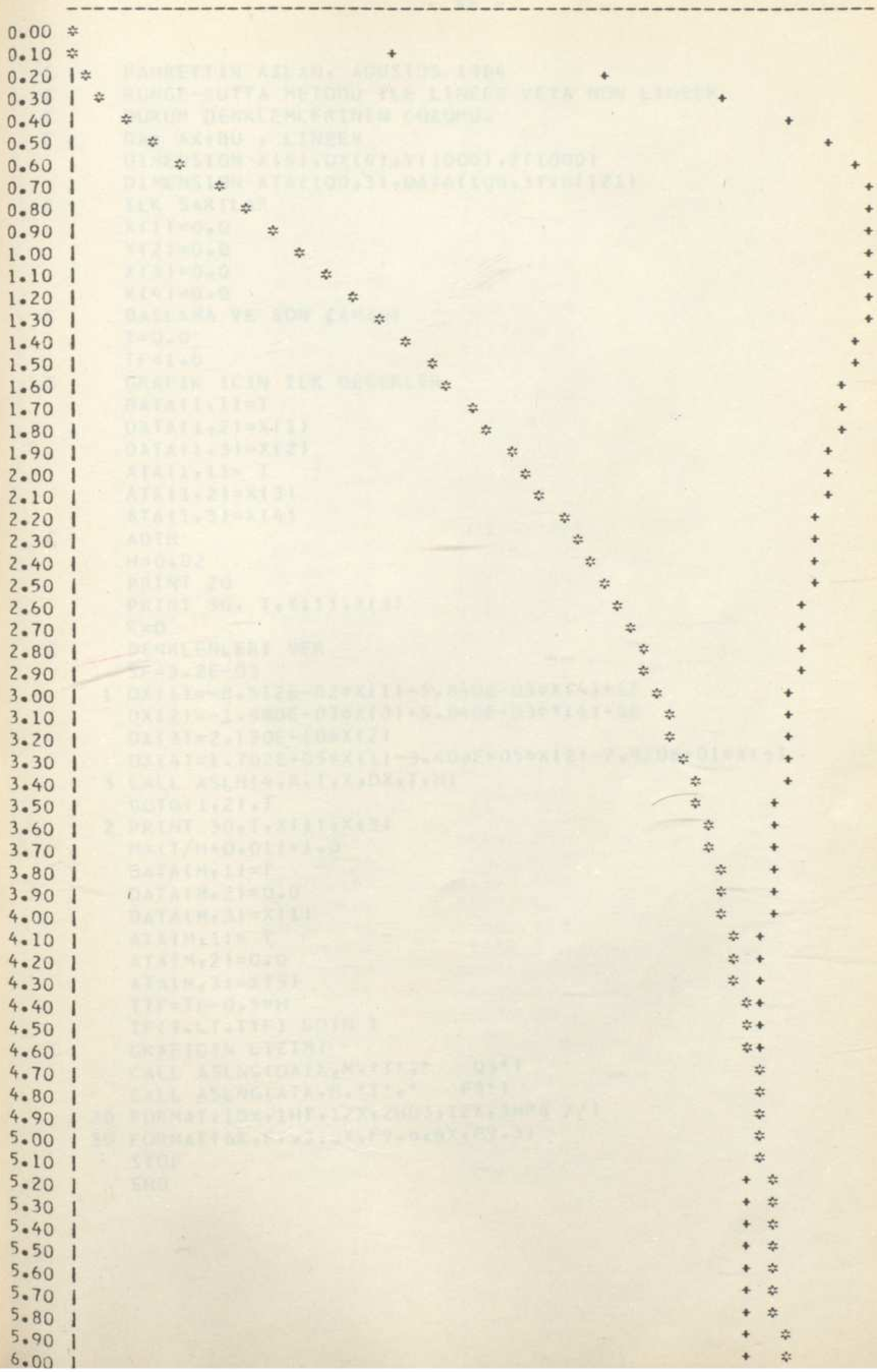
T	IA	WJ	IF
0.000	0.000	0.000	0.000
0.100	0.173	0.001	0.039
0.200	0.278	0.007	0.063
0.300	0.341	0.017	0.079
0.400	0.379	0.030	0.088
0.500	0.401	0.045	0.095
0.600	0.413	0.061	0.100
0.700	0.420	0.077	0.104
0.800	0.423	0.093	0.108
0.900	0.423	0.108	0.111
1.000	0.423	0.123	0.113
1.100	0.421	0.138	0.116
1.200	0.419	0.152	0.118
1.300	0.417	0.165	0.120
1.400	0.415	0.177	0.123
1.500	0.412	0.189	0.125
1.600	0.409	0.201	0.126
1.700	0.407	0.212	0.128
1.800	0.405	0.222	0.130
1.900	0.402	0.232	0.132
2.000	0.400	0.241	0.133
2.100	0.397	0.250	0.135
2.200	0.395	0.258	0.136
2.300	0.393	0.266	0.137
2.400	0.391	0.273	0.139
2.500	0.389	0.280	0.140
2.600	0.387	0.287	0.141
2.700	0.385	0.293	0.142
2.800	0.384	0.299	0.143
2.900	0.382	0.304	0.144
3.000	0.380	0.309	0.145
3.100	0.379	0.314	0.146
3.200	0.378	0.319	0.146
3.300	0.376	0.323	0.147
3.400	0.375	0.327	0.148
3.500	0.374	0.331	0.148
3.600	0.373	0.334	0.149
3.700	0.371	0.338	0.150
3.800	0.370	0.341	0.150
3.900	0.369	0.344	0.151
4.000	0.368	0.347	0.151
4.100	0.368	0.349	0.152
4.200	0.367	0.352	0.152
4.300	0.366	0.354	0.152
4.400	0.365	0.356	0.153
4.500	0.365	0.358	0.153
4.600	0.364	0.360	0.153
4.700	0.363	0.362	0.154
4.800	0.363	0.363	0.154
4.900	0.362	0.365	0.154
5.000	0.362	0.366	0.154
5.100	0.361	0.367	0.155
5.200	0.361	0.369	0.155
5.300	0.360	0.370	0.155
5.400	0.360	0.371	0.155
5.500	0.360	0.372	0.155
5.600	0.359	0.373	0.156
5.700	0.359	0.374	0.156
5.800	0.359	0.375	0.156
5.900	0.358	0.375	0.156
6.000	0.358	0.376	0.156

BAGIMSIZ DEGISKEN T
BAGIMLI DEGISKENLER IF,WJ



BAGIMSIZ DEGISKEN T
BAGIMLI DEGISKENLER IA,WJ

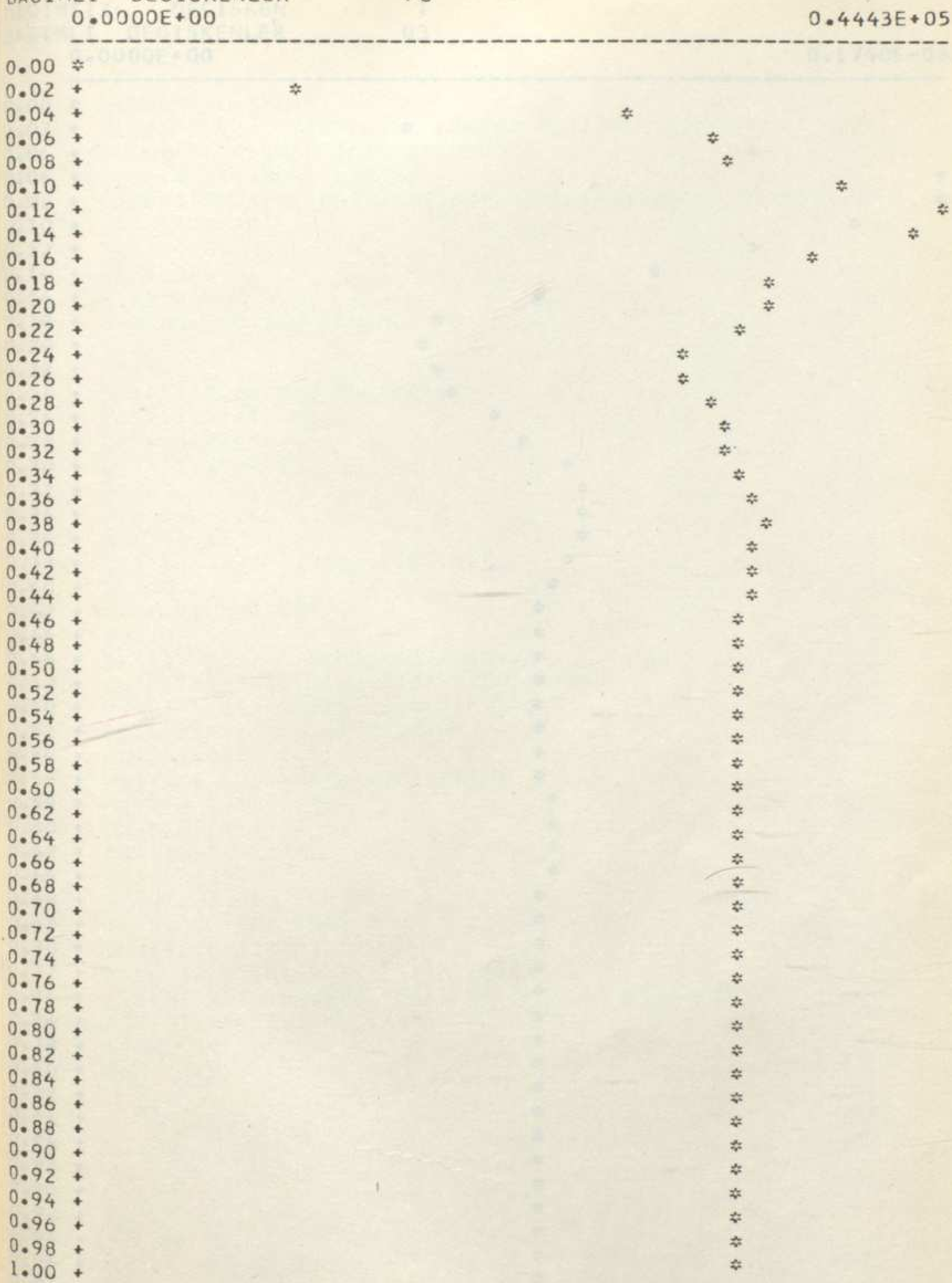
0.0000E+00 0.4235E+00

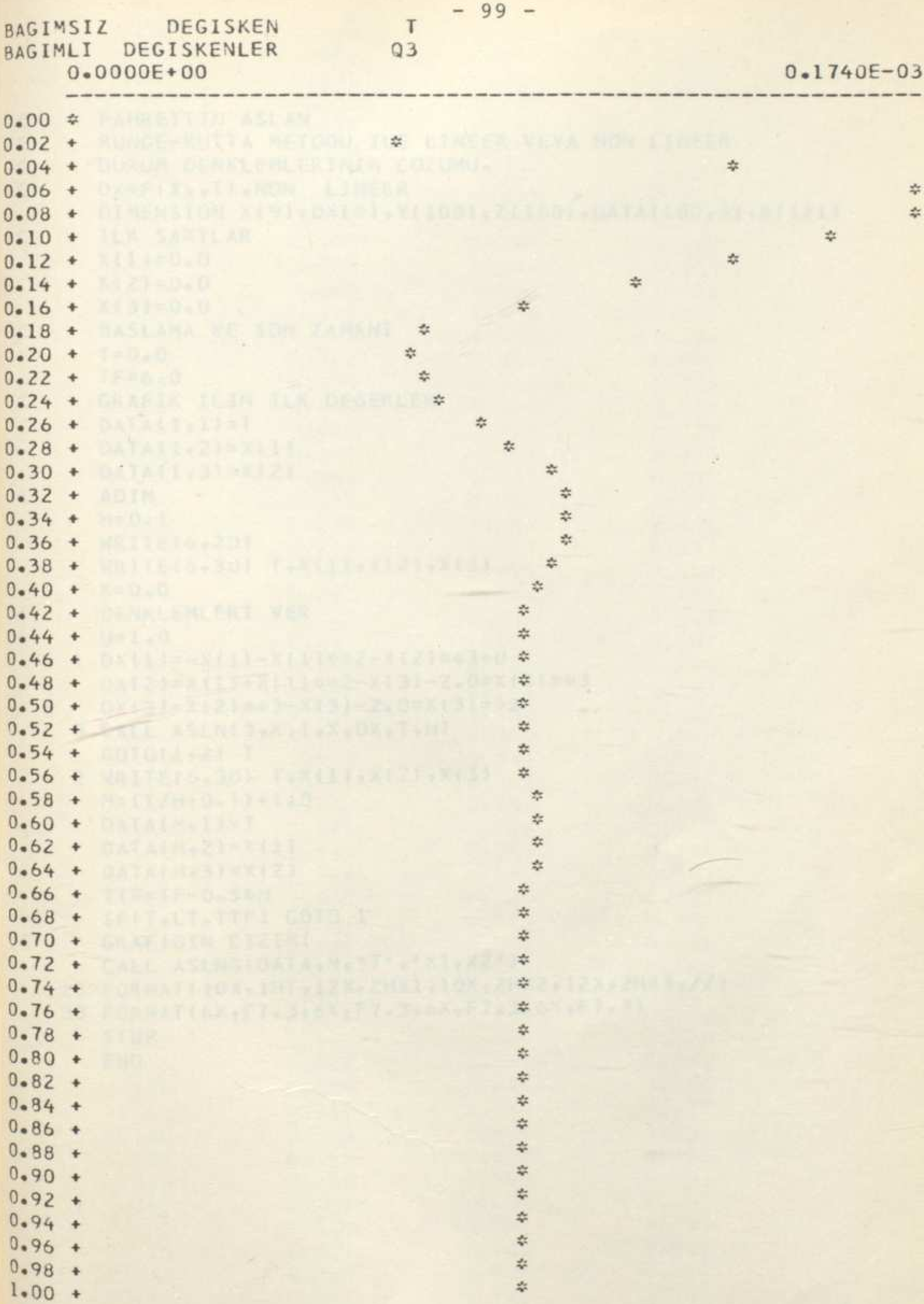


```
C     FAHRETTIN ASLAN, AGUSTOS 1984
C     RUNGE-KUTTA METODU ILE LINEER VEYA NON LINEER
C     DURUM DENKLEMLERININ COZUMU.
C     DX= AX+BU , LINEER
      DIMENSION X(4),DX(4),Y(1000),Z(1000)
      DIMENSION ATA(100,3),DATA(100,3),B(121)
C     ILK SARTLAR
      X(1)=0.0
      X(2)=0.0
      X(3)=0.0
      X(4)=0.0
C     BASLAMA VE SON ZAMANI
      T=0.0
      TF=1.0
C     GRAFIK ICIN ILK DEGERLER
      DATA(1,1)=T
      DATA(1,2)=X(1)
      DATA(1,3)=X(2)
      ATA(1,1)= T
      ATA(1,2)=X(3)
      ATA(1,3)=X(4)
C     ADIM
      H=0.02
      PRINT 20
      PRINT 30, T,X(1),X(3)
      K=0
C     DENKLEMLERI VER
      SF=3.2E-03
    1 DX(1)=-8.512E-02*X(1)-5.840E-03*X(4)+SF
      DX(2)=-1.880E-07*X(3)+5.840E-03*X(4)+SF
      DX(3)=2.130E+10*X(2)
      DX(4)=1.702E+05*X(1)-3.408E+05*X(2)-2.920E+01*X(4)
    3 CALL ASLN(4,K,I,X,DX,T,H)
      GOTO(1,2),I
    2 PRINT 30,T,X(1),X(3)
      M=(T/H+0.01)+1.0
      DATA(M,1)=T
      DATA(M,2)=0.0
      DATA(M,3)=X(1)
      ATA(M,1)= T
      ATA(M,2)=0.0
      ATA(M,3)=X(3)
      TTF=TF-0.5*H
      IF(T.LT.TTF) GOTO 1
C     GRAFIGIN CIZIMI
      CALL ASLNG(DATA,M,'T','   Q3')
      CALL ASLNG(ATA,M,'T','   P8')
   20 FORMAT(10X,1HT,12X,2HQ3,12X,3HP8 //)
   30 FORMAT(6X,F7.3,6X,F9.6,6X,F9.3)
      STOP
      END
```

T	Q3	P8
0.000	0.000000	0.000
0.020	0.000068	11359.664
0.040	0.000134	27730.590
0.060	0.000173	32637.727
0.080	0.000174	33068.590
0.100	0.000156	38696.504
0.120	0.000136	44430.652
0.140	0.000115	42939.344
0.160	0.000092	37708.859
0.180	0.000074	35295.324
0.200	0.000069	35117.262
0.220	0.000072	33524.066
0.240	0.000077	31148.398
0.260	0.000083	30811.289
0.280	0.000090	32275.555
0.300	0.000097	33276.348
0.320	0.000101	33384.793
0.340	0.000101	33787.711
0.360	0.000100	34651.914
0.380	0.000098	35035.773
0.400	0.000096	34702.043
0.420	0.000094	34336.066
0.440	0.000092	34274.137
0.460	0.000092	34187.258
0.480	0.000092	33903.770
0.500	0.000092	33697.191
0.520	0.000093	33741.297
0.540	0.000093	33860.156
0.560	0.000094	33890.668
0.580	0.000094	33904.320
0.600	0.000094	33988.379
0.620	0.000094	34076.699
0.640	0.000094	34087.340
0.660	0.000094	34053.844
0.680	0.000094	34040.754
0.700	0.000094	34040.590
0.720	0.000094	34018.492
0.740	0.000094	33985.492
0.760	0.000094	33973.406
0.780	0.000094	33980.910
0.800	0.000094	33985.848
0.820	0.000094	33984.793
0.840	0.000094	33989.617
0.860	0.000094	34000.703
0.880	0.000094	34007.297
0.900	0.000094	34006.469
0.920	0.000094	34004.848
0.940	0.000094	34005.437
0.960	0.000094	34004.766
0.980	0.000094	34001.414
1.000	0.000094	33998.559

BAGIMSIZ DEGISKEN T
BAGIMLI DEGISKENLER P8

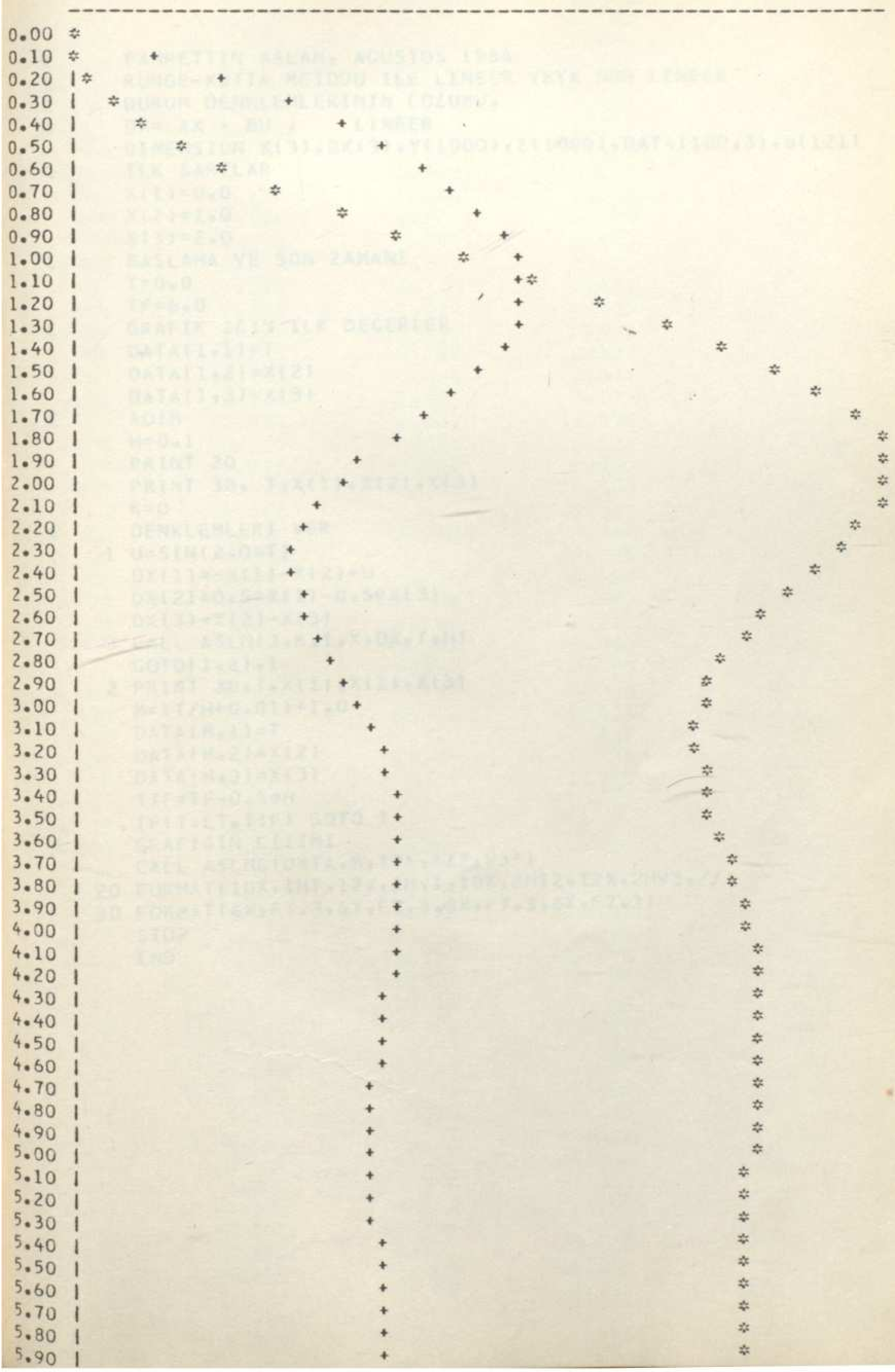



BAGIMSIZ DEGISKEN T
BAGIMLI DEGISKENLER Q3
0.0000E+00
0.1740E-03
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
0.10
0.12
0.14
0.16
0.18
0.20
0.22
0.24
0.26
0.28
0.30
0.32
0.34
0.36
0.38
0.40
0.42
0.44
0.46
0.48
0.50
0.52
0.54
0.56
0.58
0.60
0.62
0.64
0.66
0.68
0.70
0.72
0.74
0.76
0.78
0.80
0.82
0.84
0.86
0.88
0.90
0.92
0.94
0.96
0.98
1.00

```
C     FAHRETTIN ASLAN
C     RUNGE-KUTTA METODU ILE LINEER VEYA NON LINEER
C     DURUM DENKLEMLERININ COZUMU.
C     DX=F(X,,T),NON  LINEER
      DIMENSION X(9),DX(9),Y(100),Z(100),DATA(100,3),B(121)
C     ILK SARTLAR
      X(1)=0.0
      X(2)=0.0
      X(3)=0.0
C     BASLAMA VE SON ZAMANI
      T=0.0
      TF=6.0
C     GRAFIK ICIN ILK DEGERLER
      DATA(1,1)=T
      DATA(1,2)=X(1)
      DATA(1,3)=X(2)
C     ADIM
      H=0.1
      WRITE(6,20)
      WRITE(6,30) T,X(1),X(2),X(3)
      K=0.0
C     DENKLEMLERI VER
      U=1.0
    1 DX(1)=-X(1)-X(1)**2-X(2)**3+U
      DX(2)=X(1)+X(1)**2-X(3)-2.0*X(3)**3
      DX(3)=X(2)**3-X(3)-2.0*X(3)**3
    3 CALL ASLN(3,K,I,X,DX,T,H)
      GOTO(1,2) I
    2 WRITE(6,30) T,X(1),X(2),X(3)
      M=(T/H+0.1)+1.0
      DATA(M,1)=T
      DATA(M,2)=X(1)
      DATA(M,3)=X(2)
      TTF=TF-0.5*H
      IF(T.LT.TTF) GOTO 1
C     GRAFIGIN CIZIMI
      CALL ASLNG(DATA,M,'T','X1,X2')
   20 FORMAT(10X,1HT,12X,2HX1,10X,2HX2,12X,2HX3,//)
   30 FORMAT(6X,F7.3,6X,F7.3,6X,F7.3,6X,F7.3)
      STOP
      END
```

T	X1	X2	X3
0.000	0.000	0.000	0.000
0.100	0.095	0.005	0.000
0.200	0.179	0.021	0.000
0.300	0.253	0.047	0.000
0.400	0.316	0.084	0.000
0.500	0.370	0.130	0.000
0.600	0.415	0.185	0.001
0.700	0.451	0.247	0.001
0.800	0.481	0.315	0.003
0.900	0.503	0.388	0.007
1.000	0.518	0.464	0.014
1.100	0.526	0.542	0.025
1.200	0.526	0.619	0.041
1.300	0.518	0.693	0.064
1.400	0.502	0.762	0.095
1.500	0.479	0.824	0.134
1.600	0.449	0.875	0.179
1.700	0.415	0.915	0.229
1.800	0.379	0.942	0.280
1.900	0.344	0.955	0.330
2.000	0.313	0.955	0.373
2.100	0.289	0.943	0.408
2.200	0.272	0.921	0.432
2.300	0.263	0.894	0.446
2.400	0.262	0.864	0.451
2.500	0.267	0.834	0.449
2.600	0.277	0.807	0.442
2.700	0.291	0.783	0.432
2.800	0.306	0.764	0.420
2.900	0.322	0.749	0.407
3.000	0.337	0.740	0.396
3.100	0.350	0.735	0.385
3.200	0.362	0.735	0.375
3.300	0.372	0.737	0.368
3.400	0.380	0.743	0.362
3.500	0.385	0.751	0.358
3.600	0.389	0.759	0.357
3.700	0.390	0.769	0.357
3.800	0.389	0.778	0.358
3.900	0.388	0.787	0.361
4.000	0.385	0.795	0.364
4.100	0.381	0.801	0.369
4.200	0.377	0.806	0.373
4.300	0.372	0.809	0.378
4.400	0.368	0.811	0.382
4.500	0.365	0.811	0.386
4.600	0.362	0.811	0.389
4.700	0.360	0.809	0.391
4.800	0.358	0.806	0.393
4.900	0.358	0.804	0.393
5.000	0.357	0.801	0.393
5.100	0.358	0.798	0.393
5.200	0.359	0.795	0.392
5.300	0.360	0.793	0.391
5.400	0.361	0.791	0.390
5.500	0.363	0.789	0.388
5.600	0.364	0.789	0.387
5.700	0.365	0.788	0.386
5.800	0.366	0.788	0.385
5.900	0.367	0.788	0.384
6.000	0.368	0.789	0.383

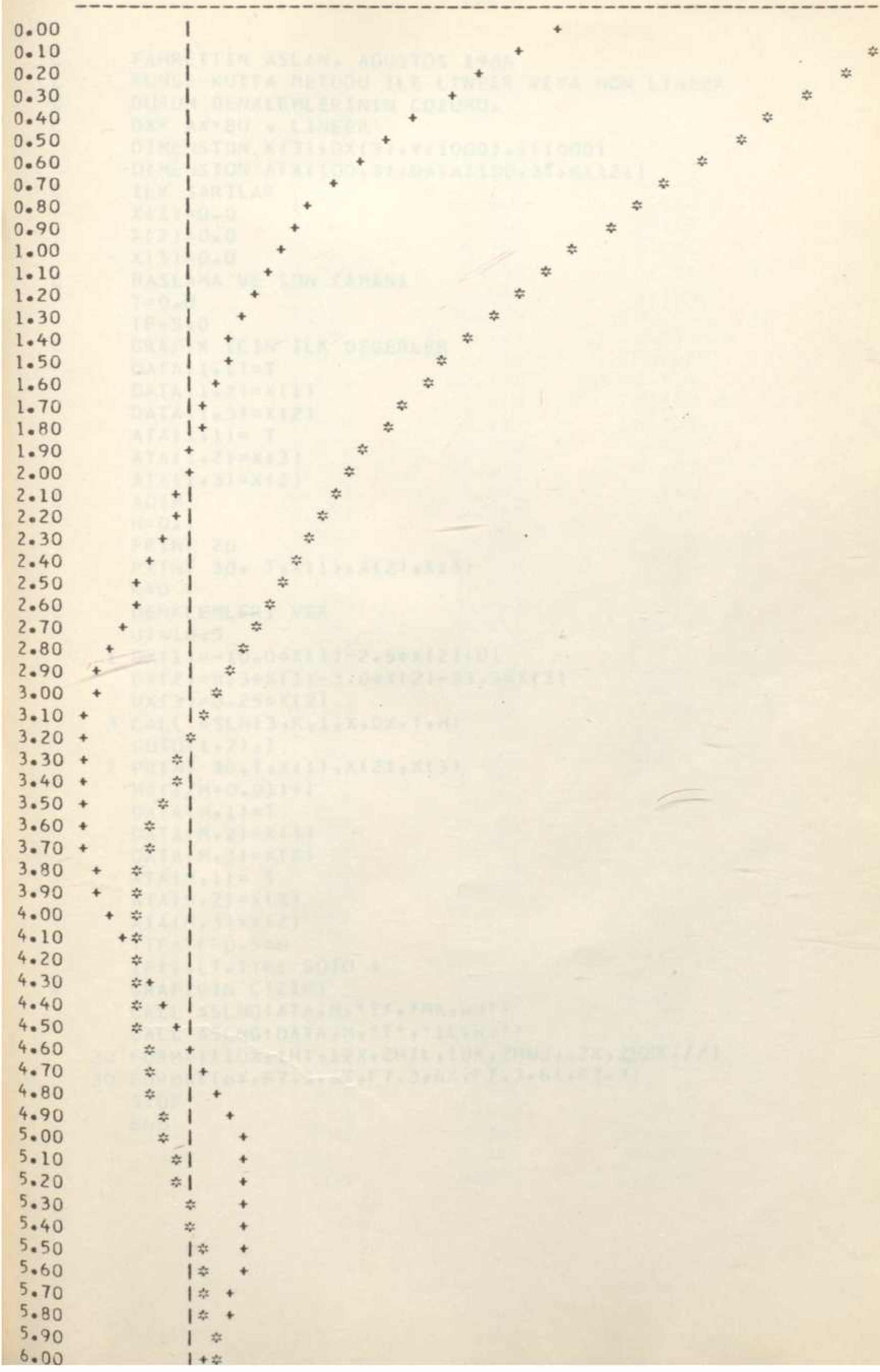
```
BAGIMSIZ    DEGISKEN        T
BAGIMLI  DEGISKENLER      X1,X2
    0.0000E+00                                              0.9549E+00
```



```
C     FAHRETTIN ASLAN, AGUSTOS 1984
C     RUNGE-KUTTA METODU ILE LINEER VEYA NON LINEER
C     DURUM DENKLEMLERININ COZUMU.
C     DX= AX + BU ,    LINEER
      DIMENSION X(3),DX(3),Y(1000),Z(1000),DATA(100,3),B(121)
C     ILK SARTLAR
      X(1)=0.0
      X(2)=1.0
      X(3)=2.0
C     BASLAMA VE SON ZAMANI
      T=0.0
      TF=6.0
C     GRAFIK ICIN ILK DEGERLER
      DATA(1,1)=T
      DATA(1,2)=X(2)
      DATA(1,3)=X(3)
C     ADIM
      H=0.1
      PRINT 20
      PRINT 30, T,X(1),X(2),X(3)
      K=0
C     DENKLEMLERI VER
    1 U=SIN(2.0*T)
      DX(1)=-X(1)-X(2)+U
      DX(2)=0.5*X(1)-0.5*X(3)
      DX(3)=X(2)-X(3)
    3 CALL ASLN(3,K,I,X,DX,T,H)
      GOTO(1,2),I
    2 PRINT 30,T,X(1),X(2),X(3)
      M=(T/H+0.01)+1.0
      DATA(M,1)=T
      DATA(M,2)=X(2)
      DATA(M,3)=X(3)
      TTF=TF-0.5*H
      IF(T.LT.TTF) GOTO 1
C     GRAFIGIN CIZIMI
      CALL ASLNG(DATA,M,'T','I2,V3')
   20 FORMAT(10X,1HT,12X,2HV1,10X,2HI2,12X,2HV3,//)
   30 FORMAT(6X,F7.3,6X,F7.3,6X,F7.3,6X,F7.3)
      STOP
      END
```

T	V1	I2	V3
0.000	0.000	1.000	2.000
0.100	-0.081	0.900	1.900
0.200	-0.126	0.803	1.800
0.300	-0.140	0.708	1.701
0.400	-0.128	0.619	1.602
0.500	-0.096	0.536	1.504
0.600	-0.050	0.459	1.408
0.700	0.006	0.390	1.315
0.800	0.067	0.328	1.223
0.900	0.126	0.274	1.136
1.000	0.180	0.227	1.051
1.100	0.225	0.187	0.971
1.200	0.258	0.152	0.895
1.300	0.277	0.123	0.822
1.400	0.281	0.097	0.755
1.500	0.269	0.075	0.691
1.600	0.241	0.055	0.631
1.700	0.198	0.036	0.576
1.800	0.144	0.017	0.523
1.900	0.079	-0.002	0.474
2.000	0.007	-0.023	0.428
2.100	-0.068	-0.045	0.384
2.200	-0.143	-0.068	0.342
2.300	-0.215	-0.093	0.302
2.400	-0.279	-0.120	0.263
2.500	-0.333	-0.147	0.225
2.600	-0.374	-0.175	0.188
2.700	-0.400	-0.203	0.152
2.800	-0.408	-0.230	0.117
2.900	-0.398	-0.255	0.083
3.000	-0.370	-0.278	0.050
3.100	-0.325	-0.297	0.018
3.200	-0.263	-0.312	-0.013
3.300	-0.187	-0.322	-0.042
3.400	-0.100	-0.326	-0.069
3.500	-0.004	-0.325	-0.093
3.600	0.096	-0.317	-0.115
3.700	0.197	-0.304	-0.134
3.800	0.296	-0.284	-0.149
3.900	0.387	-0.259	-0.161
4.000	0.469	-0.230	-0.169
4.100	0.537	-0.196	-0.173
4.200	0.588	-0.159	-0.173
4.300	0.621	-0.120	-0.170
4.400	0.634	-0.080	-0.164
4.500	0.627	-0.041	-0.154
4.600	0.600	-0.003	-0.141
4.700	0.553	0.033	-0.126
4.800	0.488	0.065	-0.109
4.900	0.408	0.092	-0.092
5.000	0.316	0.115	-0.073
5.100	0.215	0.131	-0.054
5.200	0.108	0.141	-0.036
5.300	0.000	0.146	-0.019
5.400	-0.104	0.143	-0.003
5.500	-0.202	0.136	0.010
5.600	-0.290	0.122	0.022
5.700	-0.364	0.105	0.030
5.800	-0.421	0.083	0.036
5.900	-0.460	0.059	0.040
6.000	-0.479	0.034	0.040

BAGIMSIZ DEGISKEN T
BAGIMLI DEGISKENLER I2,V3
-0.3264E+00 0.1900E+01

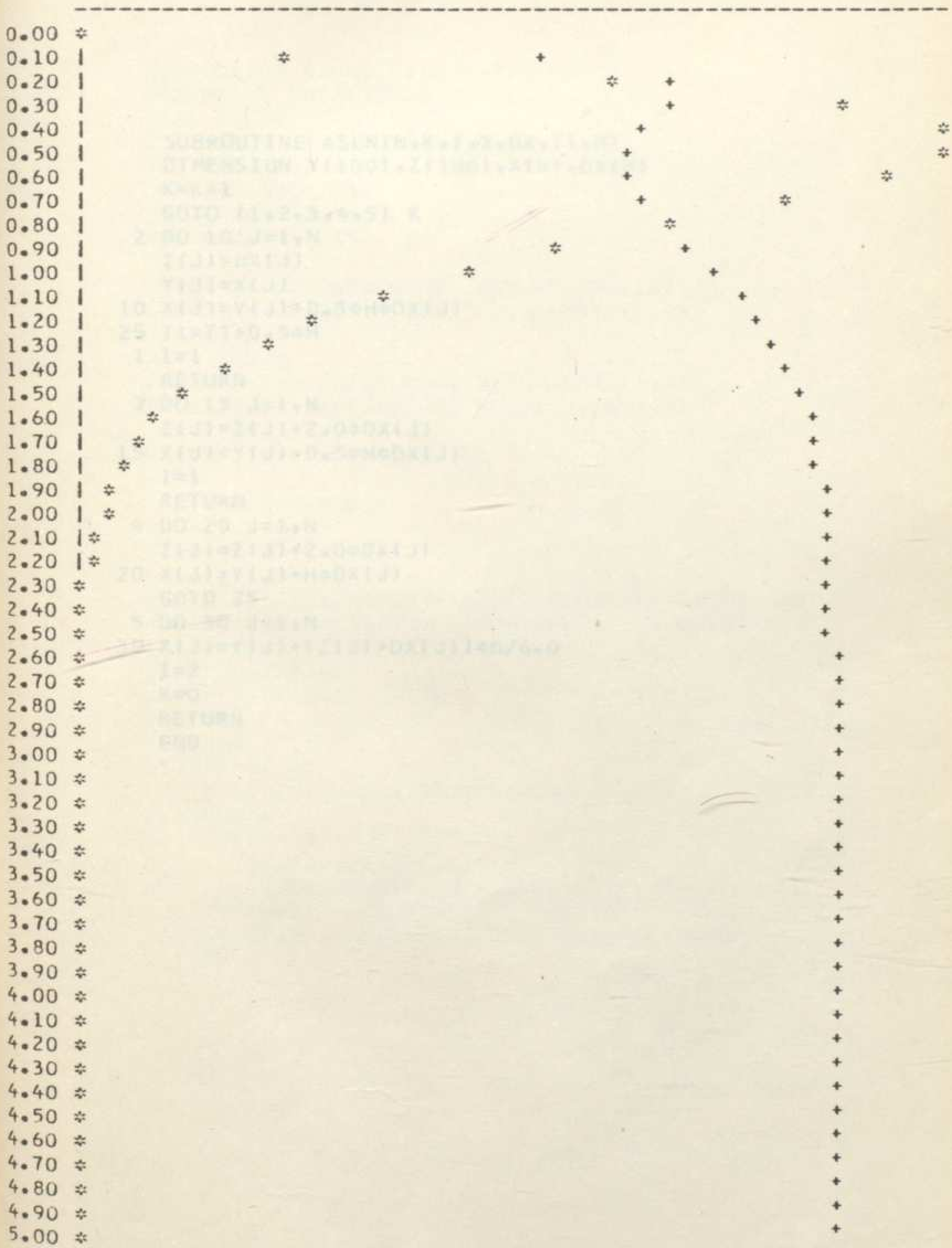


```
C     FAHRETTIN ASLAN, AGUSTOS 1984
C     RUNGE-KUTTA METODU ILE LINEER VEYA NON LINEER
C     DURUM DENKLEMLERININ COZUMU.
C     DX= AX+BU , LINEER
      DIMENSION X(3),DX(3),Y(1000),Z(1000)
      DIMENSION ATA(100,3),DATA(100,3),B(121)
C     ILK SARTLAR
      X(1)=0.0
      X(2)=0.0
      X(3)=0.0
C     BASLAMA VE SON ZAMANI
      T=0.0
      TF=5.0
C     GRAFIK ICIN ILK DEGERLER
      DATA(1,1)=T
      DATA(1,2)=X(1)
      DATA(1,3)=X(2)
      ATA(1,1)= T
      ATA(1,2)=X(3)
      ATA(1,3)=X(2)
C     ADIM
      H=0.1
      PRINT 20
      PRINT 30, T,X(1),X(2),X(3)
      K=0
C     DENKLEMLERI VER
      U1=10.0
    1 DX(1)=-10.0*X(1)-2.5*X(2)+U1
      DX(2)=8.3*X(1)-3.0*X(2)-33.3*X(3)
      DX(3)=0.25*X(2)
    3 CALL ASLN(3,K,I,X,DX,T,H)
      GOTO(1,2),I
    2 PRINT 30,T,X(1),X(2),X(3)
      M=(T/H+0.01)+1
      DATA(M,1)=T
      DATA(M,2)=X(1)
      DATA(M,3)=X(2)
      ATA(M,1)= T
      ATA(M,2)=X(3)
      ATA(M,3)=X(2)
      TTF=TF-0.5*H
      IF(T.LT.TTF) GOTO 1
C     GRAFIGIN CIZIMI
      CALL ASLNG(ATA,M,'T','MK,WJ')
      CALL ASLNG(DATA,M,'T','IL,WJ')
   20 FORMAT(10X,1HT,12X,2HIL,10X,2HWJ,12X,2HMK,//)
   30 FORMAT(6X,F7.3,6X,F7.3,6X,F7.3,6X,F7.3)
      STOP
      END
```

T	IL	WJ	MK
0.000	0.000	0.000	0.000
0.100	0.610	0.273	0.002
0.200	0.773	0.697	0.014
0.300	0.775	1.006	0.036
0.400	0.743	1.146	0.063
0.500	0.723	1.148	0.092
0.600	0.724	1.060	0.120
0.700	0.743	0.927	0.145
0.800	0.772	0.781	0.166
0.900	0.806	0.639	0.184
1.000	0.839	0.513	0.198
1.100	0.870	0.405	0.210
1.200	0.896	0.317	0.219
1.300	0.919	0.246	0.226
1.400	0.936	0.190	0.231
1.500	0.951	0.147	0.235
1.600	0.962	0.113	0.238
1.700	0.971	0.087	0.241
1.800	0.977	0.067	0.243
1.900	0.983	0.051	0.244
2.000	0.987	0.039	0.245
2.100	0.990	0.030	0.246
2.200	0.992	0.023	0.247
2.300	0.994	0.018	0.248
2.400	0.995	0.014	0.248
2.500	0.996	0.011	0.248
2.600	0.997	0.008	0.248
2.700	0.998	0.006	0.249
2.800	0.998	0.005	0.249
2.900	0.999	0.004	0.249
3.000	0.999	0.003	0.249
3.100	0.999	0.002	0.249
3.200	0.999	0.002	0.249
3.300	1.000	0.001	0.249
3.400	1.000	0.001	0.249
3.500	1.000	0.001	0.249
3.600	1.000	0.001	0.249
3.700	1.000	0.000	0.249
3.800	1.000	0.000	0.249
3.900	1.000	0.000	0.249
4.000	1.000	0.000	0.249
4.100	1.000	0.000	0.249
4.200	1.000	0.000	0.249
4.300	1.000	0.000	0.249
4.400	1.000	0.000	0.249
4.500	1.000	0.000	0.249
4.600	1.000	0.000	0.249
4.700	1.000	0.000	0.249
4.800	1.000	0.000	0.249
4.900	1.000	0.000	0.249
5.000	1.000	0.000	0.249

```
BAGIMSIZ    DEGISKEN         T
BAGIMLI  DEGISKENLER     MK,WJ
     0.0000E+00                                         0.1148E+01
     -------------------------------------------------------------
0.00 *
0.10 +             *
0.20 +                                    *
0.30 |+                                                   *
0.40 |  +                                                        *
0.50 |   +                                                       *
0.60 |     +                                                 *
0.70 |      +                                         *
0.80 |       +                                *
0.90 |        +                       *
1.00 |         +                *
1.10 |          +         *
1.20 |          +    *
1.30 |          + *
1.40 |         * +
1.50 |      *    +
1.60 |    *      +
1.70 |   *       +
1.80 |  *        +
1.90 | *         +
2.00 | *          +
2.10 |*           +
2.20 |*           +
2.30 *            +
2.40 *            +
2.50 *            +
2.60 *            +
2.70 *            +
2.80 *            +
2.90 *            +
3.00 *            +
3.10 *            +
3.20 *            +
3.30 *            +
3.40 *            +
3.50 *            +
3.60 *            +
3.70 *            +
3.80 *            +
3.90 *            +
4.00 *            +
4.10 *            +
4.20 *            +
4.30 *            +
4.40 *            +
4.50 *            +
4.60 *            +
4.70 *            +
4.80 *            +
4.90 *            +
5.00 *            +
```

BAGIMSIZ DEGISKEN T
BAGIMLI DEGISKENLER IL,WJ
0.0000E+00 0.1148E+01



```
      SUBROUTINE ASLN(N,K,I,X,DX,T1,H)
      DIMENSION Y(100),Z(100),X(N),DX(N)
      K=K+1
      GOTO (1,2,3,4,5) K
    2 DO 10 J=1,N
      Z(J)=DX(J)
      Y(J)=X(J)
   10 X(J)=Y(J)+0.5*H*DX(J)
   25 T1=T1+0.5*H
    1 I=1
      RETURN
    3 DO 15 J=1,N
      Z(J)=Z(J)+2.0*DX(J)
   15 X(J)=Y(J)+0.5*H*DX(J)
      I=1
      RETURN
    4 DO 20 J=1,N
      Z(J)=Z(J)+2.0*DX(J)
   20 X(J)=Y(J)+H*DX(J)
      GOTO 25
    5 DO 30 J=1,N
   30 X(J)=Y(J)+(Z(J)+DX(J))*H/6.0
      I=2
      K=0
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE ASLNG(DATA,N,VIN,VAR)
      DIMENSION DATA(100,3),B(121)
      REAL KUCUK
      CHARACTER *5 VAR,VIN*1,B*1
      WRITE(6,300) VIN
      WRITE(6,400) VAR
      BUYUK=DATA(1,2)
      KUCUK=DATA(1,2)
      DO 1 I=2,N
      IF(DATA(I,2).GT.BUYUK) BUYUK=DATA(I,2)
      IF(DATA(I,2).LT.KUCUK) KUCUK=DATA(I,2)
    1 CONTINUE
      DO 2 I=2,N
      IF(DATA(I,3).GT.BUYUK) BUYUK=DATA(I,3)
      IF(DATA(I,3).LT.KUCUK) KUCUK=DATA(I,3)
    2 CONTINUE
      WRITE(6,200) KUCUK,BUYUK
      K=61
      BMINS=BUYUK-KUCUK
      DO 3 I=1,K
    3 B(I)=' '
      DO 4 I=1,N
      DATA(I,2)=(DATA(I,2)-KUCUK)*FLOAT(K)/BMINS+1.0
      DATA(I,3)=(DATA(I,3)-KUCUK)*FLOAT(K)/BMINS+1.0
      ITR=-KUCUK*FLOAT(K)/BMINS+1.0
      INDEX=DATA(I,2)
      JNDEX=DATA(I,3)
      B(ITR)='|'
      B(INDEX)='+'
      B(JNDEX)='*'
      WRITE(6,100) DATA(I,1),(B(N1),N1=1,K)
      B(INDEX)=' '
    4 B(JNDEX)=' '
  100 FORMAT(1X,F8.2,1X,121A1)
  200 FORMAT(9X,E11.4,35X,1H ,4X,E11.4,/10X,61(1H-))
  300 FORMAT(1H1,'    BAGIMSIZ    DEGISKEN',2A10)
  400 FORMAT(1X,'    BAGIMLI  DEGISKENLER',2A10//)
      RETURN
      END
```

FAYDALANILAN ESERLER

1- Allen,R.R., and S.Dubowsky: "Mechanism as components of dynamic systems: a bond graph approach" Trans. ASME, J. Eng. Industry, Vol.99, No 1, pp.104-111, 1977.

2- Bohn,E.V.: The Transform Analysis of Linear Systems, Reading, Mass: Addison-Wesley Public. Co. Inc., 1963.

3- Bonderson,L.S.: "Vector bond graph applied to one dimensional distributed systems", Trans. ASME, J. Dyn. Syst., Meas., Control, Vol.97, No.1, pp.75-82, 1975.

4- Cannon,R.H., Dynamics of Physical Systems, New York: Mc Graw Hill Book Co., 1967.

5- Dixhoorn,J.J. Van, 1980, "Bond graph and the Challenge of a unified Modeling Theory of Physical Systems", Survey Paper Simulation 80.

6- Gupta, Someshwar C.: Transform and State Variable Method in Linear Systems, New York: John Wiley and Sons, 1966.

7- Karnopp,D.C., and Rosenberg,R.C.: System Dynamics: A Unified Approach, Wiley, N.Y. 1975.

8- Karnopp,D.C.: J. Franklin Institute, 306, 2, pp.165-181, 1978.

9- Karnopp,D.C.: J. Dyn. Systems, Meas. and Control 100, pp. 70-75, 1978.

10- Karnopp,D.C., and R.C.Rosenberg, Analysis and Simulation of Multiport Systems. M.I.T. Press, Cambridge, Mass., 1968.

11- Karnopp,D.C., Bond graph in Control: Physical State Variables and Observers, J. Franklin Inst., Vol.308, No. 3, pp.219-234, 1979.

12- Kuo, Benjamin C.: Linear Network and Systems, New York: McGraw-Hill Book Co., 1967.

13- Koening,H.E.: Electromechanical System Theory: McGraw - Hill Book Co., 1961.

14- Martens,H.R., D.A.Allen: Introduction to Systems Theory, C.E. Merril Co., 1969.

15- Margolis,D.L.: Reduction of models of Large Scale lumped structures using normal models and bond graph. J. Franklin Inst., Vol.304, No 1, pp.65-79, 1978.

16- Margolis,D.L.: J. Franklin Institute 308, 3, pp.255-268, 1979.

17- Paynter,H.M.: Analysis and Design of Engineering Systems, MIT Press, Cambridge, Mass. 1961.

18- Rosenberg,R.C.: Essential gyrators and reaprocity in network structures, J. Frankl. Inst., Vol.308, No.3, pp. 343-352, 1979.

19- Rosenberg,R.C.: Trans. ASME, 100, pp.76-82, 1978.

20- Rosenberg,R.C.: State-space formulation for Bond graph models of Multiport Systems Trans. ASME. J. Dyn. Sys. Meas. Control. 93. Ser. G.1, pp.35-40, 1971.

21- Rosenberg,R.C.: Multiport Models in Mechanics Trans. ASME. J. Dyn. Sys. Meas. Control, 94, Ser. G.3, pp.206 - 212, 1972.

22- Sarıoğlu,M.K.: Otomatik kontrol I-II, (II. Baskı), İ.T.Ü. Elektrik Fakültesi Yayını, 1983.

23- Şen,N.: Dinamik sistem modellerinde enerji bağlaçları, K. Tek. Üniv. Trabzon, 1973.

24- Şen,N.: Bağlaç Diyagramları kuramı ve uygulamaları, Elk. Mühendisliği 255, 1975.

25- Şen,N.: Bağlaç Diyagramları ile Dinamik Sistemlerin Model ve Simülasyonu, İ.T.Ü.D. Cilt 35, Sayı 5, 1977.

26- Takash,Y., Auslander,D.M.: Control and Dynamic Systems, Addison-Wesley, 1970.

27- Tokat,Y., and Koenig,H.E.: Discrete Physical Systems, New York: Mc Graw-Hill Book Co., 1967.

28- Tokat,Y.: Devre Analizi Dersleri, Kısım I, Bursa Üniv. Yayını (II. Baskı), 1981.

Tokat,Y.: Devre Analizi Dersleri, Kısım II, Bursa Üniv. Yayını (II. Baskı), 1981.

29- Tokat,Y.: Devre Analizi Dersleri Kısım IV, İTÜ Maçka Elk. Fak. Yayını, 1982.

30- Tokat,Y.: Sistem Analizi Ders notları, 1983.

31- Thoma,J.U.: Systems Design, University of Waterloo, 1978.

32- Thoma,J.U.: Introduction to Bond graphs and their Applications. Pergamon Press. Inc. 1975.

33- Thoma,J.U.: Bond graphs for Thermal Energy Transport and Entropy Flow, J. Franklin Inst., Vol.292, pp.109-120.

ÖZGEÇMİŞ

1954'te Siirt'in Batman kasabasının Balpınar köyünde doğdu. 1965 yılında Batman'ın Demiryol Köyü İlkokulunu bitirdikten sonra, Batman Ortaokulu ve Urfa Sanat Enstitüsünden mezun oldu. 1971-72 öğretim yılında Yıldız Üniversitesi Elektrik Bölümüne girdi. 1975'te Elektrik bölümünden Elektrik Mühendisi olarak diploma aldı. 1976 yılında aynı bölümün Elektrik Tesisleri Kürsüsünde uzman olarak göreve başladı. 1978'de Yıldız Üniversitesinde lisans üstü tahsilini tamamlayarak Elektrik Yüksek Mühendisi ünvanını kazandı. 1980-1981 yıllarında çalışmalarını Birleşik Amerika Devletlerinde, Louisiana State University'de sürdürdü. 1982'de kısa dönem olarak askerliğini yaptı. Halen aynı Üniversitenin Elektrik Bölümünde Araştırma Görevlisi olan Fahrettin Arslan, evli ve bir çocuk babasıdır.