

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ MÜHÜRÜ
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ MÜHÜRÜ

Sonlu Elemanlar Metodu ile Plaklarda
Öngerilme Etikilerinin Hesabı

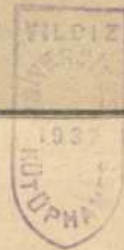
Adnan Kıyıcılar

Doktora Tezi

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
GENEL KİTAPLIĞI

Kot : R 150
Alındığı Yer : Fen Bil Ens. 98
Tarih : 8.12.1986
Fatura :
Fiatı : 1000 TL
Ayniyat No : 1/32
Kayıt No : 44653
UDC :
Ek :

x



YILDIZ ÜNİVERSİTESİ * MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Comp.



SONLU ELEMANLAR METODU İLE
PLAKLARDA ÖNGERİLME ETKİLERİNİN HESABI VE
AKTİF DONATI OPTİMİZASYONU İÇİN BİR YÖNTEM

"DOKTOR MÜHENDİS"

Unvanının verilmesi için kabul edilen tezdır.

Y.Müh. Adnan KUYUCULAR

Tezin enstitüye verilışı : 20.8.1983

Tezin savunulduđu tarih : 30.1.1984

Doktorayı Yöneten

Öğretim Üyesi : Prof. Dr. Hüseyin S. CELÂSUN Y.Ü.
Jüri Üyesi : Prof. Yusuf BERDAN İ.T.Ü.
Jüri Üyesi : Prof. Dr. Kemâl ÖZDEN İ.T.Ü.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	I
SUMMARY	III
SEMBOLLER	VIII

BÖLÜM I

1. ÖNGERİLMELİ PLAKLAR AÇISINDAN PLAK TEORİLERİNE ve ÇÖZÜM METODLARINA KISA BİR BAKIŞ	1
1.1. Plak Teorileri	1
1.1.1. Zarlar	1
1.1.2. Fleksibil (Esnek) Plaklar	1
1.1.3.1. Lateral ve Düzleminde Yüklü İnce Plaklar..	2
1.1.3.2. Lateral Yüklü İnce Plaklar	3
1.1.4. Kalın Plaklar	4
1.2. İnce Plaklar İçin Kirschhoff Teorisi	4
1.2.1. Diferansiyel Geometrik Bağantılar, Gerilmeler	5
1.2.2. Plak Esas Denklemi, Sınır Şartları	7
1.3. Çözüm Metodları	9
1.3.1. Analitik (Pür Matematik) Metodlar	9
1.3.2. Sonlu Farklar Metodu	10
1.3.3. Varyasyonel Metodlar	11
1.4. Çalışmanın Amacı	13

BÖLÜM II

2. İNCE PLAKLAR İÇİN SONLU ELEMANLAR METODU ve T21, T18 ÜÇGEN ELEMANLARI	14
--	----

2.1. Yöntemin Özeti, Varsayımlar	14
2.2. İnce Plaklarda T21 Sonlu Elemanı	16
2.2.1. T21 Sonlu Elemanın Rijitlik ve Yük Matrisleri	20
2.3. T18 Sonlu Elemanı	24
2.4. Sınır Şartları	27
2.4.1. Uç Deplasmanlarının Transformasyonu, Eksenlerin Döndürülmesi	27
2.4.2. Parametre Transformasyonu	28
2.4.3. Rijit Mesnetler ve Sıfır Uç Parametreleri ..	29
2.4.4. Sınır Şartlarının Sağlatılması	30

BÖLÜM III

3. HİPERSTATİK SİSTEMLERDE ÖNGERİLME ETKİLERİ ve HESAP METODLARI	38
3.1. Öngerilme Etkilerinin Hesabı	38
3.1.1. Öngerilmeli Beton Hiperstatik Yapılar	40
3.2. Hesap Metodları	41
3.2.1. Kuvvet Metodu	41
3.2.2. Açık (Cross) Metodu	42
3.2.3. Tesir Çizgileri Yöntemi	44
3.2.3.1. Öngerilme Tesir Çizgilerinin Düşey Yük Tesir Çizgilerinden Türetilmesi	44
3.2.3.2. Öngerilme Tesir Çizgilerinin Kinematik Yoldan Hesabı	46
3.2.3.3. Öngerilme Tesir Çizgilerinin Kuvvet Metodu ile Hesabı	47
3.3. Kablo Traseleri	48

BÖLÜM IV

4. SONLU ELEMANLAR METODU İLE PLAKLARDA ÖNGERİLME ETKİLERİNİN HESABI	51
4.1. Genel	51
4.2. Tesir Yüzeyleri ile Çözüm	52

4.3. Eşdeğer Yük Yöntemi İle Çözüm	53
4.3.1. Kablo Kuvveti ve Değişimi	54
4.3.2. Kablo Trasesi ve Eğriliği	55
4.3.3. Tarafsız Eksen Çizgisinin Eğriliği	55
4.3.4. Ankraj Kuvveti ve Momenti	56
4.4. T18 Elemanının Yakınsama Özellikleri	57

BÖLÜM V

5. ÖNGERİLMELİ PLAKLARDA AKTİF DONATI OPTİMİZASYONU İÇİN BİR YÖNTEM	59
5.1. Optimizasyonun Yapılışı ve Formülleri	59
5.1.1. γ^x, γ^y Kablo Dağılım Faktörlerinin Hesabı ...	61
5.2. Örnekler	63
5.2.1. Basit Mesnetli Kare Plak	63
5.2.2. Bir Kenarından Ankastre, Diğer Kenarlarından Serbest Mesnetli Kare Plak	67
5.3.3. Verev Plak Köprü	70
- Verev Plakta Ortogonal Olmayan Aktif Donatı İçin Optimizasyon Formülleri	73

BÖLÜM VI

6. PROGRAM İÇİN AÇIKLAMALAR ve SONUÇLAR	78
6.1. Programın Kullanım Alanı, Sınırlamalar ve İşletilmesi	78
6.2. Açıklamalı Genel Akış Diyagramı ve Alt Programlar..	79
6.3. Üçgen Elemanlar İçin Alan Koordinatlarını Kullanmaksızın x^r, y^s Terimlerinin Entegrasyonu.....	86
6.4. Sonuçlar, Tavsiyeler	90
REFERANSLAR	93
Yardım ve Katkılar İçin Teşekkür	97
ÖZGEÇMİŞ	98

ÖZET

Başarılı ilk örneklerini genellikle kirişli köprülerde gördüğümüz öngerilme tekniğinin plaklara uygulanışı da giderek artmaktadır. Bina döşemelerinde, temellerinde ve köprülerde karşılaşılan bu yüzeysel taşıyıcılar için birçok firma, özel donatı ve ankraj elemanları geliştirmekte ve pazarlamaktadır.

Plak sistemler; yapılarının kolay ve ucuz oluşu, narinlikleri, mesnetlerinin oldukça rahat yerleştirilmesi ve benzeri sebeplerle çok aranan çözümlerdir. Hiperstatik sistemler ve boşluklu kesitler seçildiğinde, narinlikleri daha da artırılabilir. Fakat genellikle zor olan çözümleri için büyük bilgi-işlem sistemleri gerekmektedir. Yararlandığımız şekliyle sonlu elemanlar metodu, bugün için en çok kullanılan, yaklaşık bir yöntemdir.

Bu çalışmada, önce Kirchoff ince plak teorisini ve sonlu elemanlar yöntemini kullanan bir program yardımıyla, plaklardaki öngerilme etkileri incelenmiştir. Daha sonra nihai limit durum tahkikleri konu dışı tutularak; aktif donatının optimizasyonu için bir yöntem geliştirilmektedir.

Birinci bölümde; başlıca plak teorileri ve başvuru çözümleri, öngerilmeli plaklar açısından irdelenmekte ve Kirchoff teorisinin (daha sonra kullanılan) formülleri verilmektedir.

İkinci bölümde; çeşitli kaynaklarca önerilen, uygun (conform) T21 ve T18 üçgen elemanları esas alınarak, yararlandığımız sonlu elemanlar yöntemi ana hatları ile özetlenmektedir.

Üçüncü bölümde; yapılarda oluşan, öngerilme hiperstatik etkilerinin önemi vurgulanmakta, bu etkilerin hesabı için başvurulabilecek yöntemler gözden geçirilmektedir. Ayrıca çok kullanılan kablo traseleri için özet bilgi verilmektedir.

Dördüncü bölüm; eşdeğer yük kavramı ve sonlu elemanlar yöntemi ile plaklarda öngerilme etkilerinin hesabına ayrılmıştır. Programın verdiği sonuçların kontrolü de bu bölüme eklenmiştir.

Beşinci bölümde; Aktif donatı optimizasyonu için, sözkonusu programın sonuçlarına dayandırılan, el ile yapılacak hesaba elverişli, sistematik bir yöntem geliştirilmektedir. Bu basit yöntemle ele alınan üç örnek problemin sonuçları; sağlanabilecek tasarrufun büyüklüğünü, metodun işlerliğini açıkça sergilemektedir.

Altıncı ve son bölümde ise; geliştirilen program için bazı açıklamalar, akış diyagramları ve üçgen elemanlar için çok yararlı bir integrasyon formülü verildikten sonra; çalışmanın sonuçları ve diğer uygulamalar için bazı tavsiyeler sıralanmaktadır.

SUMMARY

Today the use of prestressed concrete slabs is increasing rapidly; although its first applications were only on beams. These type of slabs are encountered in the buildings (i.g. floors and footings) as well as bridges. Generally prestressing is achieved by means of special reinforcements; besides many patented firms have developed and provided special cable and anchorage systems for these plates.

Slab systems can be designed and built easily to any plan shape and their supports may be placed randomly. This is very important especially for the complex crossings and over bridges in the urbanised districts. These systems have also a good appearance by virtue of their stenderness in depth. They yield easy problems to construct and they also decrease labour and formwork costs. In the case of bridges which have span of 20 m or more, by utilizing prestressing technique and choosing cellular sections, more slender structures can be obtained.

On the contrary to their advantages, until last decades such slab systems are considered very difficult cases to solve. With the great developments in the field of computer technology, "discrete analysis methods" could be applied to these and the other similar problems. Today, one of them: Finite Element Method is frequently used and accepted as the most effective and versatile method in engineering science.

Most codes of practise require that all structural elements should be checked by limit state theory. Generally this is achieved by using load factors that provide an adequate safety. Such a "load factor" assumption is sufficient for beams only. Limit state analysis of plates (yield line theory) is beyond the scope of the subject of this thesis.

In fact the elastic behaviour assumptions of Kirschhoff's thin plate theory under working loads may be used to proportion the structure and to calculate the amount of required prestress. When dealing with elastic design, the principal fibre stresses are calculated and checked whether the allowable stresses has

been exceeded or not. In general, placing the cables along the lines of principal stresses is not practical. Therefore especially for skew slabs, even with two way prestressing, tensile stresses can not be destroyed completely and always ordinary reinforcement is necessary.

In this thesis which contains six chapters, first, prestressing effects on plates is studied by means of "Kirschhoff" theory and finite element method. A computer program available for the most general cases has been written for this aim. And also a new optimization method has been developed to minimize the active reinforcement of any slab system.

In the first chapter, plate theories and their solution methods are summarized from the point of view of prestressed slabs. The formulae of well-known Kirschhoff theory are stated, because they will then be needed.

In the second chapter, the finite element method is briefly summarized. Then the derivation of the stiffness and load matrices of fully compatible triangular plate bending elements T21 and T18 is shown. While dealing with the T18, element of eighteen degrees of freedom, the stress calculation and the treatment of boundary conditions are much easier than the other ways involved. And T18 is also recommended because of its high convergence characteristics.

In the third chapter, secondary effects of prestressing in the statically indetermined structures are explained. These secondary moments must surely be known or estimated for calculations of minimum active reinforcement. On the other hand, these effects cannot be found out without knowing the amount of prestress, cable profiles, losses etc.; and the problem is therefore iterative. Then several known methods (energy, displacement, influence lines for prestress) are summarized and compared to each other. Also a brief discussion about cable profiles is added.

In the fourth chapter, using equivalent load concept, it is explained how prestressing effects can be imposed to the finite element algorithm. The performance of the T18 element and the program is examined for both cases of ordinary loads and cable effects. The results of illustrative examples are in good agreement with those from other references. The program permits the treatment of cables (individually or in groups) with different profiles, losses etc. and many loading

cases can be handled. The computer time for each solution is tolerable.

In the fifth chapter, an optimization method to minimize active reinforcement in prestressed slabs is developed. The effects of cables (individual or distributed within a finite strip) are first calculated by means of the program. According to the superposition law (multiplied by strip and direction factors), these partial solutions are integrated for certain cable arrangements. Then minimax cable forces are estimated (by using kern limits, extremum moments due to external loads, and P) for certain sections at critical points spread all over the slab. P is the required prestressing force for a "key section" which is perpendicular to the main direction. The (γ) strip, the (β) direction factors and the width of the key section are always equal to one.

If we choose the main direction of the slab, parallel to x axis, and we assign its factor as $\beta^x = 1$ (that is to say total cross-sectional area of the cables in this way is assumed to be equal to the unit); the direction factor of the other way β^y , can easily be determined for a certain arrangement ($\beta^y = A_{sp}^y / A_{sp}^x$).

When intervals of cables are constant, strip factors in this direction are always equal to one ($\gamma = 1$). If it is not so; strip factors γ^x, γ^y can be determined similarly to the distribution of moments (see Fig- 5.2). Very little constructive difficulties may arise from this procedure, and they are unimportant if any.

While dealing with elastic design; we have to ensure that the resultant of the stresses in the section ($\beta\gamma P$), must be inside of the kern boundaries (see formulae (5.7) and (5.8)). Calling P_{min} the minimal value of P according to these formulae for all sections in a certain case, the total amount of required prestress is proportional to "Index" i :

$$i = (\beta^x l_x + \frac{A_{sp}^y}{A_{sp}^x} \frac{l_y}{l_x}) P_{min}$$

$$i = (1 + \beta^y \epsilon) P_{min} \quad (5.9)$$

Three illustrative sample problems (see Fig - 5.3, 5.5 and 5.8) are solved, their active reinforcements are optimized, the variations of the index i are plotted (see Fig - 5.4, 5.6 and 5.11) and also their results are discussed.

In sixth and the last chapter of this thesis, some explanations, limitations of the computer program are given and explanatory flow-charts of the program segments are outlined. For triangular elements, without using area coordinates, a simple and efficient integration formula is also developed. It should be noted that the formula is valid for all polynomials of any degree. At the end of this chapter, conclusions and the recommendations for the other problems are stated. They can be listed as follows:

- a) The results of the illustrative examples show that a great saving (as much as 25~50 % of optimal reinforcement) can be obtained, by using the developed method. To the best knowledge of the author, in the literature (except ref. ^{4.01, 4.06}), generally uniform cable arrangements are given and effect of β^y is always omitted.
- b) Especially in the case of rectangular slabs supported on all four sides, the arrangement with non-uniform cable intervals, can provide a very high economy (20~35 % of the minimum value). However, for reinforced concrete slabs, much more (30~50 %) savings can be theoretically obtained in this manner.
- c) In addition, if we consider only the points at which the peak moments occur, this economy is appeared much more. Therefore, solutions that give peak moments at only certain points, are not sufficient to realise this optimization method.
- d) In the cases of skew plates, savings provided by non-uniform cable arrangements are quite low (15 %). And the best shape of cable placing (γ factors) can be determined by trial and error procedure.
- e) It is also exposed how β^y ratio influences the index, i (see Fig - 5.4, 5.6 and 5.11). These self-explanatory figures show that the cables in the main direction are much more effective and additional economy (10~15%) can be obtained by choosing the best value for β^y .

- f) In the cases of uniformly loaded rectangular plates supported on all four sides, without any calculation,

$$\beta^y = \frac{\rho}{\chi} \frac{e^y}{e^x}$$

may be estimated directly, as the best β^y, χ, ρ, e^x and e^y are the load coefficients given by Marcus for these slabs, eccentricities for x and y direction, respectively.

- g) In the Fig - 5.11, the index i is plotted without considering negligible tensile stresses at the fibre far from the cable, in unloaded stage. If we want to destroy these stresses completely, it is necessary use much more (25%) reinforcement and to decrease the eccentricities of the transversal cables (the point called A in the Fig.); but it is of course meaningless. Some ordinary steel should be enough for these stresses. If transversal prestressing is omitted, very high tensile stresses occur at the level of cables, in the sections which are parallel to the main cables and these stresses are unaccepted (dotted, fine lines of the Fig - 5.11).
- h) Although the method is stated for the cases of zero tensile stresses; it can be used by modifying the kern limits, for partial prestressing.

SEMBOLLER

$[A_d]$	Eleman konum matrisi
A_{sp}	Öngerilme donatısı enkesit alanı
$\{a\}$	5^o polinomun katsayılar vektörü
c', c	Merkezi çekirdeğin alt ve üst sınırları
c_x, c_y	Yayılı dış tork yükleri
D	Plak rijitliği
$\{d\}$	Sistem serbest deplasman parametreleri vektörü
$\{d\}_e$	Eleman serbest deplasman parametreleri vektörü
$\{d\}_i$	i. köşe noktasındaki eleman serbest deplasman parametreleri vektörü
$\{\bar{d}\}_1$	1 kenar orta noktasındaki eleman serbest deplasman vektörü
\bar{d}_i	Sistemin (bilinen) i. serbest deplasman parametresi
E	Elastiklik modülü
e_p	Herhangi bir kesitteki kablo eksantrisitesi
e^x, e^y, e^u	Sırasıyla x, y, u kablolarının extrem eksantrisite-leri
G	Kayma modülü ($= \frac{E}{2(1+\nu)}$)
i	Aktif donatı indeksi
$[K]$	Sistem rijitlik (birim deplasman) matrisi
$[k]_e$	Eleman rijitlik (birim deplasman) matrisi

$[k]_{21}$	T21'in rijitlik matrisi
$[k]_{18}$	T18'in rijitlik matrisi
l_x, l_y	Açıklık (x ve y yönünde)
M_{ext}	Dış yük momenti
M_p	"Toplam" öngerilme momenti
M_x^x	Normali x doğrultusunda olan bir plak kesitine x yönündeki kablo etkisi(moment).
M_x^y	Aynı kesite y yönündeki kabloların etkisi (moment).
\bar{M}	Öngerilmenin hiperstatik momenti
m_x, m_y, m_{xy}	Birim genişlikteki plak kesitine etkiyen momentler
n_x, n_y, n_{xy}	Plakta membran kuvvetleri
$\{p_o\}$	Sistem yük vektörü
$\{P_o\}_{21}$	T21'in yük vektörü
$\{P_o\}_{18}$	T18'in yük vektörü
P	Öngerilme kuvveti
P_{min}	Birim genişlikteki "Anahtar Kesit" te gerekli minimum öngerilme kuvveti.
$p(x,y)$	Plak dış (düşey) yükü
\bar{q}_x, \bar{q}_y	Plak kenar reaksiyonları
q_e	Kablo eşdeğer yükü
$\{R\}$	Sistem uç kuvvetleri vektörü
R'_i	Sistemde, bilinen i. serbest deplasmana karşı gelen ve aranan reaksiyon
$[T_t]$	Eleman transformasyon matrisi
$[T]_i$	i. noktası parametreleri için transformasyon matrisi

t	Plak kalınlığı
$[w]$	5^0 polinom terimlerinden oluşan satır matris
$w(x,y)$	Plak sehim
y_p	Yalnız öngerilme sözkonusu olduğunda basınç çizgisi ordi'natı
β^x, β^y	x ve y yönleri için kablo yön faktörleri
$\{\epsilon\}$	Plak deformasyon bileşenleri vektörü
n^F, n^C, n^P	Düşey yük, tork yükü ve öngerilme etkisi için tesir ordinatları
$\{\sigma\}$	Plak gerilme vektörü
σ	Normal gerilme
$\gamma^u, \gamma^x, \gamma^y$	Sırasıyla u, x ve y kabloları için kablo şerit faktörleri (Dağılım faktörleri).
μ	Tesir katsayısı
μ_{pi}	i. şerit kablolarının tesir katsayısı
χ, ρ	Dört tarafından mesnetli plaklar için Marcus'un verdiği yük dağıtım katsayıları
τ	Kayma gerilmesi
ν	Poisson oranı ($\cong 0.2$).

BÖLÜM I

ÖNGERİLMELİ PLAKLAR AÇISINDAN PLAK TEORİLERİNE ve ÇÖZÜM METODLARINA KISA BİR BAKIŞ

1.1. PLAK TEORİLERİ

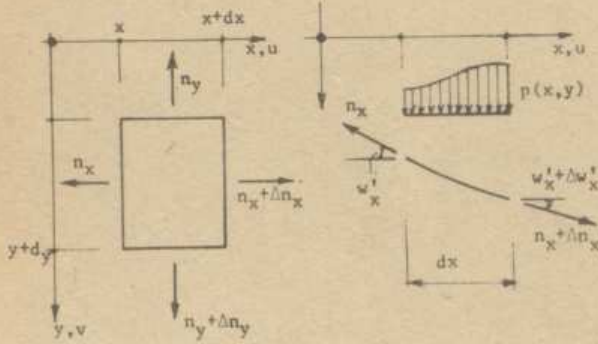
Kalınlıkları, genişliğine ve boyuna oranla küçük olan elemanlar "Yüzeysel Taşıyıcı" olarak adlandırılır. Düzlemine dik yüklere maruz düzlem yüzeysel taşıyıcılara da "Plak" denir. Plakların davranışları, t/l_x , t/l_y ve w/t oranına bağlıdır. İzotrop, lineer elastik malzemeden yapılmış plaklar genellikle aşağıdaki başlıklar altında incelenir^{1,2}.

1.1.1. Zarlar

İnşaat mühendisliğinde nadiren görülen diyafram gibi elemanlardır. İşaret farkı ile kabuklardaki membran çalışmasına benzer bir davranış gösterirler. Yaptıkları deplasman w , kalınlıklarının on katı kadardır ($w \geq 10 t$). Hakim kesit tesirleri (n_x , n_y ve n_{xy}), plak orta yüzeyine teğettir. Mesnet bölgeleri dışında momentler ve eğilme rijitliği sıfır alınabilir.

1.1.2. Fleksibil (Esnek) Plaklar

"Kerlan Placı" olarak adlandırılan bu plaklar, kalınlıklarının bir ilâ on katı ($t \leq w \leq 10 t$) kadar deplasman yaparlar. Bu tür düzlem taşıyıcılar, daha çok gemi, uçak gövdesi vb. hafif strüktürler için söz konusu olmaktadır. Bu plaklar incelenirken:



Şekil - 1.1

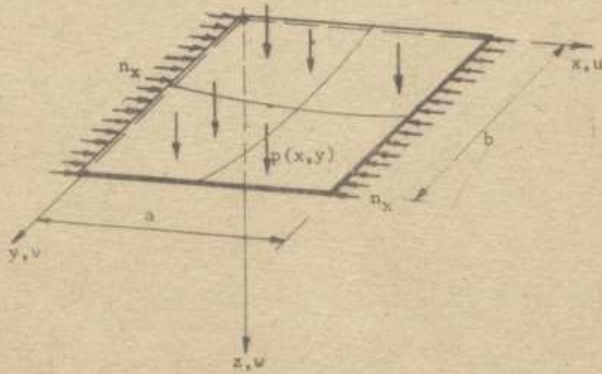
- Denge denklemleri deforme olmuş sistemde yazılır.
- Deformasyon bileşenleri (ϵ_x , ϵ_y , γ_{xy}), hem orta düzlem deplasmanlarına (u_0 , v_0), hemde (2. mertebe büyüklüklerinde gözönüne alındığı) sehimlere (w) bağlıdır. Yani hakim kesit zorları (n_x , n_y , n_{xy}) hem yanal dış yüklenme durumuna, hem de eğilmeden oluşan sehimlere bağlıdır.

1.1.3.1. Lateral ve Düzleminde Yüklü İnce Plaklar

Maksimum sehimler plak kalınlığı mertebesinde ($w \approx t$). Denge denklemleri deforme sistemde yazılır ve orta düzleme teğet olan hakim kesit zorları (n_x , n_y , n_{xy}), yalnızca dış yanal yüklere bağlı kabul edilir. Sehimdeki ikinci mertebe terimler de gözönüne alınmaz.

Problem nonlineerdir (süperpozisyon yapılamaz). Bilhassa yanal dış yükler basınç olarak verildiğinde, stabilite problemi ve öngerilme akla gelmektedir. Ancak plaklara dıştan öngerilme verilmesi çok sık görülen bir uygulama değildir. Önceden germe (pre-tension) veya sonradan germe (post-tension) yöntemleri ile elemanlara içeriden uygulanan kuvvetler stabilite problemi oluşturmazlar. Ayrıca çalışmamızda ele alınan

plakların deplasmanları, bu teorinin öngördüğü deplasmanlara göre çok çok küçük kalır ($w \ll t$). Öngerilmeli plak sistemler açısından bu ve yukarıda özetlenen teoriler pek önemli değildir.



Şekil - 1.2

1.1.3.2. Lateral Yüklü İnce Plaklar

Yaptıkları sehim kalınlıkları yanında çok küçüktür ($w \ll t$). "Kirschhoff Teorisi" veya "Küçük Sehimli İnce Plak Teorisi" denen bu teorinin, gerçeğe oldukça uyan sonuçlar verdiği, sayısız deneylerle ispatlanmıştır ve şu kabuller sözkonusudur:

- Deformasyondan sonraki plak orta düzlemi deformasyonları ($\epsilon_{x_0}, \epsilon_{y_0}, \gamma_{xy_0}$) ve gerilmeleri ($\sigma_{x_0}, \sigma_{y_0}, \tau_{xy_0}$) sıfırdır.
- Plak orta düzlemine dik gerilmeler (σ_z) ihmal edilebilir.
- Orta düzleme dik çizgiler deformasyondan sonrada dik kalır (Bernoulli hipotezi). Bu kabulün yapılması, τ_{xz} ve τ_{yz} kayma gerilmelerinden oluşan deformasyonların

ihmal edilmeleri (veya $G_z = \infty$ alınması) demektir. Plak kalınlığı arttıkça, bu kabul geçerliliğini yitirir. Yeterince kalın (ama gene de ince) plaklar için Reissner kendi adıyla anılan bir teori geliştirmiştir. Ancak bu teorinin verdiği denklemlerin entegrasyonu çok zor hatta imkansız olmaktadır. Ayrıca bu teorinin sonuçlarda sağladığı iyileşme de genellikle kayda değer bulunmamaktadır.

Betonarme ve öngerilmeli beton köprülerdeki, inşaat mühendisliği yapılarındaki plakların büyük çoğunluğuna uygulanan ve bu çalışmada yararlandığımız KIRSCHOFF teorisinin denklemlerinin çıkarılışı 1.2 de, bu denklemlerin çözüm metodları da 1.3 de kısaca özetlenmiştir.

1.1.4. Kalın Plaklar

Radye temellerin ve benzeri yapı elemanlarının deplasmanları çok küçük ve kalınlıkları da plağın diğer iki uzunluğuna göre ihmal edilebilir olmaktan uzaktır. Yukarıda verilen plak teorilerinde problem iki boyutlu olarak ele alınmıştır. Bu ise bilhassa konsantrasyon yüklerin (tek yük, kolon vb.) etkide olduğu bölgelerde yanlış sonuçlar vermektedir. Problemin kesin çözümü için baş vurulan "Kalın Plak Teorisi" üç boyutlu elastisite teorisinin plaklara uygulanmasından başka birşey değildir. Bir kaç basit hal dışında çözülmesi son derece güç denklemler veren bu teori daha çok ince plak teorilerinin yanlış sonuç verdiği bölgelerdeki sonuçları tashih etmek için kullanılmaktadır^{1,01,4,04}.

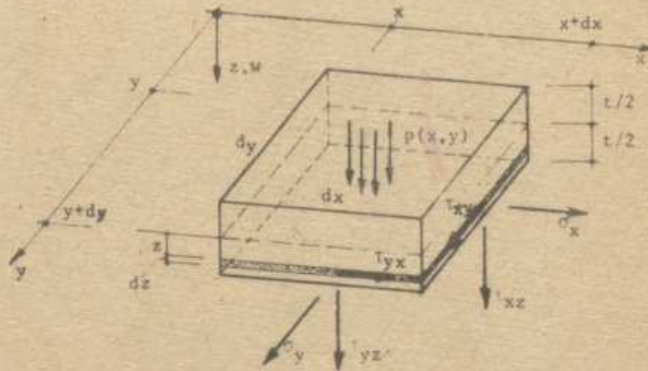
1.2. İNCE PLAKLAR İÇİN KIRSCHOFF TEORİSİ

Sonraki bölümlerde kullanılacak formüllerinin çıkarılışı ile, kısa özeti, aşağıda verilen bu teori için şu kabuller söz konusudur:

- a) Malzeme homojen, izotrop ve ideal elastikdir.

- b) Plak, zar (membran) gibi davranmayacak kadar kalın; sınırlarındaki gerilme dağılımı iç kısımları etkilemeyecek kadar incedir.
- c) Şehimler kalınlığa oranla çok küçüktür ($w \ll t$).
- d) Bernoulli hipotezi geçerlidir. Yani enine kayma gerilmelerinin etkisi ihmal edilebilir.
- e) Plak düzlemine dik gerilmelerin (σ_z) ve deformasyonların (ϵ_z - plak kalınlığındaki değişme) etkisi ihmal edilebilir.
- f) Orta düzlemdeki noktaların yatay deplasmanı sıfırdır.

1.2.1. Diferansiyel Geometrik Bağlantılar, Gerilmeler



Şekil - 1.3

Şekil - 1.3 deki diferansiyel elemanın ve plağımızın orta düzlemi Oxy düzlemi ile çakışık olsun. z derinliğinde bir noktanın deplasmanları;

$$u_z = -z \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$v_z = -z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (1.1.a)$$

deformasyonlar;

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (1.1.b)$$

$$\gamma_{xy} = \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

ve gerilmeleri,

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_y) = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_y + \nu \epsilon_x) = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = G \gamma_{xy} = -\frac{Ez}{1+\nu} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (1.1.c)$$

olarak bellidir. Şekil - 1.3 deki diferansiyel elemanın herhangi bir yüzü için, bu gerilmelerin bileşkeleri olan plak kesit tesirleri;

$$\int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x z \, dz \, dy = m_x \, dy \rightarrow m_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (1.2.a)$$

$$\int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y z dz dx = m_y dx + m_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (1.2.b)$$

$$\int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xy} z dx dz = m_{xy} dx + m_{xy} = m_{yx} = -D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (1.2.c)$$

şeklinde yazılabilir.

1.2.2. Plak Esas Denklemi, Sınır Şartları

Şekil - 1.3 ve Şekil - 1.4 deki diferansiyel elemanlar için $\Sigma X = 0$, $\Sigma Y = 0$ ve $\Sigma M_z = 0$ denklemleri kendiliğinden sağlanır.

$$\Sigma M_x = 0 \quad + \quad \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial m_y}{\partial y} + q_y = 0 \quad i$$

$$\Sigma M_y = 0 \quad + \quad \frac{\partial m_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial m_x}{\partial x} - q_x = 0 \quad ii$$

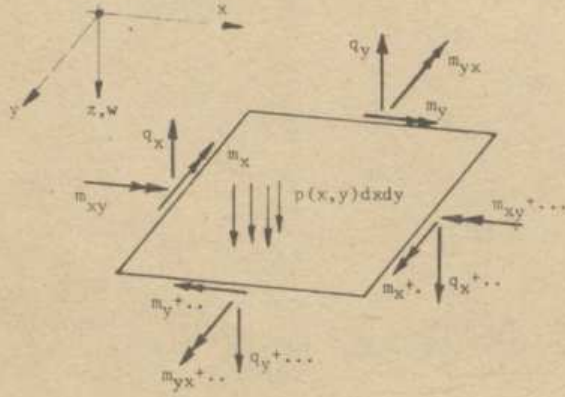
$$\Sigma Z = 0 \quad + \quad \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + p = 0 \quad iii$$

$m_{xy} = m_{yx}$ olduğundan,

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} = -p \quad (1.3)$$

(1.3) ve (1.2.a,b,c) birleştirilerek, $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$ olmak üzere,

üzere,



Şekil - 1.4

$$\Delta \Delta w = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D} \quad (1.4)$$

"Lagrange Denklemi" de denen bu denklem entegre edilirse sehim w , (1.1.b) ile deformasyonlar, (1.2) ile kesit tesirleri elde edilebilir. Kesme kuvvetleri:

$$q_x = -D \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (1.5.a)$$

$$q_y = -D \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (1.5.b).$$

Kesme kuvvetlerinin sınırlarda mesnet reaksiyonlarına denk olması gerekir. Ancak teorinin öngördüğü Bernoulli hipotezi sonucu, sağlatılamayan burulma momentinin etkisi kesme kuvvetlerine eklenir. Böylece, kenarlarda,

$$\bar{q}_x = (q_x + \frac{\partial m_{xy}}{\partial y}) = -D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right] \quad (1.6.a)$$

$$\bar{q}_y = (q_y + \frac{\partial m_{yx}}{\partial x}) = -D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial x^2} \right] \quad (1.6.b)$$

ve köşelerde,

$$R = 2 m_{xy} = -2D(1-\nu) \frac{\partial w}{\partial x \partial y} \quad (1.6.c)$$

kuvvetleri ile sınır şartları yaklaşık olarak sağlatılır. Saint-Venant prensibine göre bu işlem, orta bölgelerdeki sonuçlarda herhangi bir bozulmaya yol açmaz.

Burada anlatılan şekliyle ilk uygulamaları çözdüğü için Kirschhoff'a izafe edilen bu teoremin esas problemi, her tür sınır ve yük şartlarında, (1.4) denkleminin entegrasyonudur. Bu sınır değer probleminin çözümü için başvurulan yöntemler aşağıda kısaca anlatılmaktadır.

1.3. ÇÖZÜM METODLARI

Deneysel ve teorik yöntemler olarak iki ana grupta toplanabilir. Deneysel çalışmalara örnek olmak üzere Rüşch^{1.10}, Yeginobalı^{1.11} gösterilebilir. Zorluk ve üstünlükleriyle, teorik yöntemler aşağıda kısaca özetlenmektedir.

1.3.1. Analitik (Pür Matematik) Metodlar

Klasik plak teorisi literatüründeki çözümlerin çok büyük bir kısmını oluştururlar. Trigonometrik, hiperbolik seriler

yardımı ile yükler ve deplasmanlar seriye açılarak (1.4) denklemi sağlatılmaya çalışılır. Burada esas zorluk her türlü yük ve sınır şartlarına uyabilecek seriler bulabilmektedir. Ayrıca bu seriler yakınsak olmayabilir^{1.01, 1.02, 1.05}. Köprü mühendisliği için çok önemli olan çalışmalarında Bittner^{1.03} dört taraftan mesnetli dikdörtgen plakların, Pucher^{1.04} (Singulariteler metodu ile) çevresinden mesnetli dikdörtgen ve daireesel plakların, Homberg^{1.08} karşılıklı iki çizgisel mesnede oturan sonsuz uzun çıkmalı köprü tabliyelerinin tesir yüzeylerini vermişlerdir. Ancak düz, verrev, kurb vb. plak problemlerinin bu yolla genel çözümüne dair bir referans bulunamamıştır.

1.3.2. Sonlu Farklar Metodu

Bu yöntemde, plak yüzeyi Marcus^{1.06}, Jensen^{1.07} tarafından önerilen şekilde (veya başka bir tarzda) hayali çizgilerle bölünür (Şekil - 1.5). Bu çizgilerin kestiği düğüm noktalarının sehimlerine (w) ve aralıklara bağlı olarak $w_x^I, w_y^I, w_{xx}^{II}, w_{yy}^{II}, w_{xy}^{II}, \dots$ türev ifadeleri yazılabilir^{1.05, 1.12}. Bu türevlerin lineer kombinasyonu olan (1.4) denklemi ve sınır şartları, bilinmeyenleri w sehimleri olan bir seri lineer cebirsel denklem takımı verir. Çözümünden bulunan sehimler yardımıyla sonlu farklarla ifade edilen türev ifadeleri ile kesit tesirleri, reaksiyonlar vb. bulunur. Köprü mühendisliği problemlerine çok



(a)



(b)

Şekil - 1.5

Şekil - 1.5



etkili olarak uygulanan^{1.05,1.08,1.09,1.10,1.11} bu metodun basit oluşu yanında, zorlukları şunlardır:

- Ancak düzgün şekilli (kare, dikdörtgen, paralelkenar vb.) plaklara kolaylıkla uygulanabilmektedir. Bunun dışındaki sistemlere uygulanması (özellikle sınır şartlarının sağlatılması) çok güçtür.
- Yük idealizasyonu tek yükler, üniform olmayan yük durumları için yaklaşıktır ve sonuçlarda bozulmaya yol açar. Çoğunlukla sehimler makul bulunmasına rağmen, iç kuvvetler hesabı çok hatalı sonuçlar verir. Bazı iyileştirici yöntemler için Collatz^{1.12}, Çakıroğlu-Kayan^{1.13} e başvurulabilir.
- Her düğüm noktası için bir bilinmeyen (w) olmasına karşılık, katsayılar matrisi simetrik değildir ve band genişliği çok fazladır. Bu yüzden makina zamanı ve kapasitesi açısından güçlüklerle karşılaşılır.
- Sınır şartlarının basit olmadığı durumlarda, program yazılımı çok zordur ve esnek değildir.

7.3.3. Varyasyonel Metodlar

Plâğin tamamında geçerli $f_i(x,y)$ fonksiyonlarının lineer kombinasyonu olan

$$w(x,y) = c_1 f_1(x,y) + c_2 f_2(x,y) + \dots + c_n f_n(x,y) \quad (1.7)$$

şeklinde bir "ikame deplasman durumu" seçilebiliyorsa, aşağıdaki yöntemlere başvurulabilir.

a) Ritz Yöntemi:

Toplam potansiyel enerji (Π) nin minimum olması prensibine dayanır. (1.7) İkamesinin terimleri sınır şartlarını sağlayacak şekilde seçilir c_1 katsayıları

$$\frac{\partial \pi}{\partial c_1} = 0, \quad \frac{\partial \pi}{\partial c_2} = 0, \quad \dots, \quad \frac{\partial \pi}{\partial c_i} = 0, \quad \dots, \quad \frac{\partial \pi}{\partial c_n} = 0 \quad (1.8)$$

bağıntılarından elde edilen bir lineer denklem takımından hesaplanır.

b) Galerkin Yöntemi:

Sınır şartlarını sağlayacak şekilde seçilen (1.7) deplasman durumuna, virtüel iş prensibinin uygulanarak c_1 katsayılarının bulunmasıyla çözüm elde edilmektedir.

$$\sum_{i=1}^n (\delta c_i) \iint_A (D\Delta w(x,y) - p(x,y)) f_i(x,y) dx dy = 0 \quad (1.9)$$

c) En Küçük Kareler Yöntemi:

(1.4) denklemini sağlayan fakat sınır şartlarını sağlamadığımız (1.7) ikamesi için, sınırlardaki toplam karesel hata (E) nin minimum olması için yazılan,

$$\frac{\partial E}{\partial c_i} = 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (1.10)$$

lineer denklem takımından c_i ler çekilebilir.

Varyasyonel metodların esas zorluğu, birkaç basit uygulama dışında, (1.7) ikamesinin kolayca yazılamayıdır. Bazı durumlarda görülen yakınsama yavaşlığı, (1.7) de ele alınan terim sayısının karesiyle orantılı uzun ara işlemler, programlama zorlukları bu yöntemlerin kullanımını kısıtlamaktadır. Ritz metodunun değişik bir uygulaması olan ve çalışmamızda yararlandığımız "Sonlu Elemanlar Metodu", T18 ve T21 sonlu elemanları ikinci bölümde ayrıca özetlenecektir.

1.4. ÇALIŞMANIN AMACI

Elinizdeki bu çalışmada önce, T18 sonlu elemanı yardımıyla öngerilme ve dış yük etkilerinin hesabı için bir program geliştirilmiştir (Bölüm 6). Plaklarda öngerilme etkileri hesaplanırken, aranan sekonder etkilerin mertebesi başlangıçta bilinmemektedir. Ayrıca kullanılan yöntem yaklaşıktır ve projelendirme için kabul edilebilecek doğruluk derecesi yeterli görülmeyebilir. T18 elemanının performansının (böyle bir çalışma için de) uygun olduğu gösterilmiştir (Bölüm 4 ve 5).

Daha sonra, herhangi bir plakta, en ekonomik aktif donatının hesabı için, bu programın verdiği sonuçlara dayandırılan bir optimizasyon yöntemi geliştirilmiştir. Ele alınan örneklerde, bu optimizasyon tekniği ile sağlanabilecek tasarrufun büyüklüğü (%25 ~ 50) gösterilerek diğer uygulamalar için de bazı sonuçlar çıkarılmıştır.

Bu çalışmada plağın levha davranışı ihmal edilerek; herhangi bir kesitteki normal kuvvet dağılımı, o kesitteki kablo kuvvetine denk alınmıştır. Ve bu kabul (özellikle ankraj bölgeleri dışında) gerçeğe çok yakındır.

BÖLÜM II

İNCE PLAKLAR İÇİN SONLU ELEMANLAR METODU
ve
T21 T18 SONLU ELEMANLARI

2.1. YÖNTEMİN ÖZETİ, VARSAYIMLAR

Sürekli ortam problemlerinin, sadece belli noktalarda irtibatlı "Sonlu Elemanlar" la incelenmesi (ayrık ortam mekaniği) yeni bir şey değildir. Bilgisayar teknolojisindeki gelişime paralel olarak, bu yolla çözülen problemler aniden çoğalmıştır ve günden güne büyüyen bir hızla sayıları artmaktadır. Başlıca:

- İncelenen sistem ortamına eşdeğer bir ortamda sonlu elemanlar
- Doğrudan incelenen sistem ortamında sonlu elemanlar,

olarak iki değişik uygulama sözkonusudur. Daha eskiden beri bilinen ilkinine göre, ikinci tür uygulamaların sayısı çok daha fazladır. Hrennikoff ve sonradan Absi'nin geliştirdiği "eşdeğer sistemde sonlu elemanlar" için daha ayrıntılı bilgi literatürde^{1,05, 2,02} bulunabilir.

Doğrudan sistem ortamında sonlu elemanlar kullanıldığında;

- Eleman içinde geçerli iç kuvvet alanı seçerek*, veya
- Eleman içinde geçerli deplasman fonksiyonu seçerek

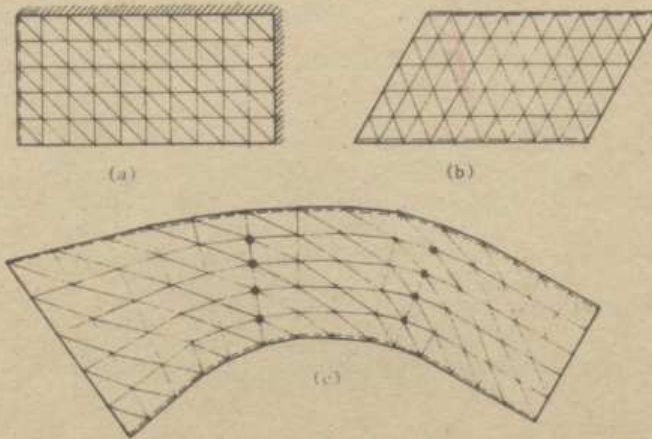
çözüme gitmek şeklinde iki yol sözkonusu olmaktadır.

(*)Kuvvet metodunu hatırlatan ve daha az kullanılan bu tür uygulamalar için literatüre^{2,02} başvurulabilir.

Bunlardan ikincisi, direkt deplasman metodunun iki ve üç boyutlu sürekli ortamlara uygulamasından başka birşey değildir. Ancak, tek boyutlu elemanlarda (çubuklarda) gözönüne alınan deplasman durumunun kesin olmasına karşılık, iki ve üç boyutlu elemanlarda kabul edilen deplasman fonksiyonları yaklaşık olarak yazılabilmektedir. 1955 de Turner tarafından bu şekliyle ortaya konulan metod (hızla artan sayıda eleman tipi kullanılarak) sayısız fizik ve mühendislik problemine başarıyla uygulanmıştır. Diğer konulardaki uygulamalar ve plaklarda kullanılan başka eleman tipleri için Zienkiewics^{2.01,4.02,4.03} Bell^{2.03} e başvurulabilir. Bütün uygulamalarda şu iki kabul yapılmaktadır:

- Gerçekte sürekli olan elemanlar arası bağlantılar, yalnızca belli sayıda düğüm noktasında toplanmaktadır.
- Düğüm noktası deplasmanlarına bağlı olarak seçilen deplasman fonksiyonu sadece o eleman içinde geçerlidir.

Sonlu elemanlar metodunun küçük deplasmanlı ince plaklara uygulanmasını verirken, çalışmamızda yararlandığımız (Bell^{2.03} ve daha karışık olarak Argyris-Fried^{2.04} tarafından özetlenen) 18 parametrelili üçgen elemanı esas alacağız.



Şekil - 2.1

Bu eleman kullanıldığında sınır şartları (geometrik sınır şartlarının tamamı, statik sınır şartlarının büyük bir kısmı) Şekil 2.1 de görüldüğü gibi sisteme çok daha kolay empoze edilebilmektedir. Bilhassa eğrisel sınırlar, verevlik vb. haller söz konusu ise, dikdörtgen elemanlarda bu kolaylık yoktur ve sınır şartlarının büyük bir kısmı sağlatılamaz.

İncelediğimiz plak köprüler, sınır şartları açısından uygulamada çok farklı şekillerde inşa edilmektedirler. Tamamında görülen boşta kenarlar yanında, kenar ve ara mesnetleri çizgisel veya tek kolonlardan oluşabilir. Üçgen sonlu elemanlar kullanıldığında, sonlu elemanlar yöntemi, tatbikatta karşılaşılan plakların tümüne kolayca uygulanabilmesi açısından büyük bir esneklik gösterir.

Sonraki sayfalarda açıklanan T21 ve T18 elemanları kenarlar boyunca sürekliliği (compatibilitiyi) sağlarlar ve yakınsama hızları yüksektir. Düğüm noktası parametreleri arasında w''_{xx} , w''_{yy} , w''_{xy} eğrilik parametreleri de bulunduğu için diğer elemanlara göre gerilme hesabı çok daha kolay yapılabilir. Ayrıca bir düğüm noktasında hesaplanan gerilmeler (m_x , m_y , m_{xy}) tek değerli olmakta, extrapolasyon, ortalama vb. ara işlemler gerekmemektedir.

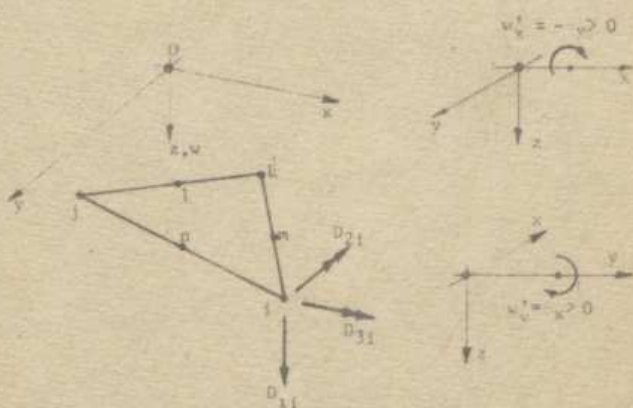
2.2. İNCE PLAKLARDA T21 SONLU ELEMANI

Bölüm 1.2 de anlatılan "Kirschhoff" teorisine göre, plak yükü $p(x,y)$ verildiğinde, aranacak tek ve esas çözüm, $w(x,y)$ deplasman durumudur. Şekil - 1.4 de pozitif yönleri gösterilen diğer değişkenlerin (eğimler, deformasyonlar, kesit tesirleri vb.) yalnızca sehime bağlı olarak nasıl hesaplanacakları aynı bölümde formüle edilmişti.

Şekil - 2.2 deki ijk elemanının ve plağımızın orta düzlemi oxy düzleminde olsun. Üçgen eleman içerisinde geçerli,

$$w = a_1 + a_2x + a_3y + a_4x^2 + a_5xy + a_6y^2 + \dots + a_{20}xy^4 + a_{21}y^5 \quad (2.1)$$

ikame deplasman fonksiyonu, matris gösterimi ile;



Şekil - 2.2

$$w = [w] \{a\} \quad (2.2)$$

şeklinde yazılabilir. Burada w , 21 adet polinom teriminden oluşan satır, a ise henüz bilmediğimiz katsayılardan oluşan kolon matrisi göstermektedir.

$$\{d\}_i = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ D_6 \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} w \\ w'_x = -\theta_y \\ w'_y = -\theta_x \\ w''_{xx} \\ w''_{yy} \\ w''_{xy} \end{bmatrix}_i \quad i, j, k \text{ için } 3 \times 6 = 18$$

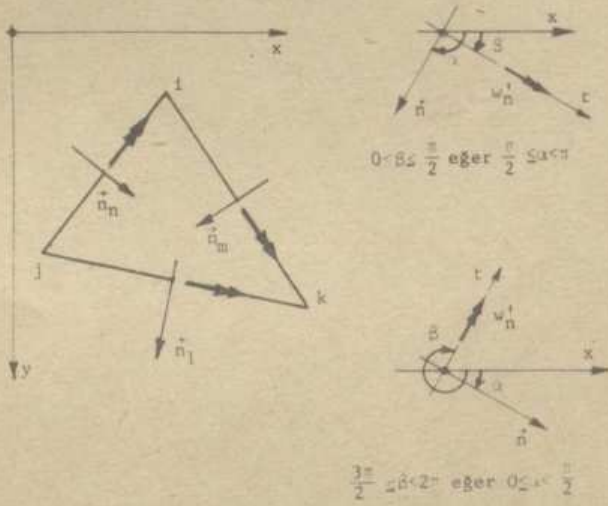
kenar ortalarında, normal doğrultuda eğim,

$$\{\bar{d}\}_l = \left(\frac{\partial w}{\partial n} \right)_l \quad l, m, n \text{ noktaları için } 3 \times 1 = 3$$

olmak üzere toplam 21 adet uç deplasmanı topluca,

$$\{d\}_e = \{ \{d\}_i^T \{d\}_j^T \{d\}_k^T \{\bar{d}\}_1 \{\bar{d}\}_m \{\bar{d}\}_n \}^T \quad (2.3)$$

Köşelerdeki dönme parametrelerinin pozitif yönleri Şekil - 2.2 deki, kenar ortalarındaki normal doğrultudaki eğim parametrelerinin pozitif yönleri Şekil - 2.3 deki gibidir ve sağ el kuralı geçerlidir.



Şekil - 2.3

α bu şekildeki gibi alınırsa,

$$w_n^i = \cos \alpha w_x^i + \sin \alpha w_y^i \quad (2.4)$$

Örnek olarak i ve l'deki deplasman parametreleri,

$$\{\partial\}^T = \left\{ 1 \quad \frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y} \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right\}$$

operatör matrisi göstermek üzere, şöyle yazılabilir;

$$\{d\}_1 = (\{\partial\}[w])_1 \{a\} = [A_d]_1 \{a\} \quad (2.5)$$

ve

$$\{\bar{d}\}_1 = (\{\cos \alpha W'_x + \sin \alpha W'_y\})_1 \{a\} = [\bar{A}_d]_1 \{a\} \quad (2.6)$$

$$[A_d] = \left[[A_d]_1^T [A_d]_2^T [A_d]_3^T [\bar{A}_d]_1^T [\bar{A}_d]_2^T [\bar{A}_d]_3^T \right]^T \quad (2.7)$$

olmak üzere, $\{d\}_e$ ile $\{a\}$ arasındaki bağıntılar:

$$\{d\}_e = [A_d] \{a\} \quad (2.8)$$

ve

$$\{a\} = [A_d]^{-1} \{d\}_e$$

olur. (2.2) de yerine konursa;

$$w = [w][A_d]^{-1} \{d\}_e \quad (2.9)$$

$$\{\bar{\partial}\} = \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right\}^T \quad \text{ve} \quad \{\bar{\partial}\}[w] = [A'']$$

olmak üzere, deformasyon parametreleri,

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} -w''_{xx} \\ -w''_{yy} \\ -2w''_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} [A''] [A_d]^{-1} \{d\}_e \quad (2.10)$$

ve gerilme vektörü,

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{Bmatrix} = [D]\{\epsilon\} = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \{\epsilon\}$$

olduğuna göre,

$$\{\sigma\} = \frac{-Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\nu \end{bmatrix} [A'']\{a\} = [D'] [A''] [A_d]^{-1} \{d\}_e \quad (2.11)$$

Bu ifadelerde, $\{d\}_e$ eleman uç parametreleri bilinirse, eleman içindeki sehımlerin (2.9) ile, deformasyonların (2.10) ve gerilmelerin (2.11) ile hesaplanabileceği görülmektedir.

2.2.1. T2] Sonlu Elemanın Rijitlik ve Yük Matrisleri

Bilindiği gibi herhangi bir statik çözüm;

- 1- Bünye denklemlerini (gerilme-deformasyon bağıntıları)
- 2- Süreklilik şartlarını
- 3- a) Eleman denge denklemlerini,
b) Düşüm noktası denge denklemlerini,
- 4- Sınır şartlarını

sağlamalıdır. Bunlardan ilk ikisi yukarıda verilen bağıntılarda kullanılmıştı. Eleman denge denklemlerini (3.a), Virtüel İş Prensibinden yararlanarak aşağıda görüldüğü gibi yazarsak, $[k]_e$ rijitlik ve $\{P_o\}_e$ yük matrisleri bulunur. Önce elemanın rijitlik (stiffness) bağıntısını yazalım:

$$\{P\}_e = [k]_e \{d\}_e + \{P_o\}_e \quad (2.12)$$



$\{k\}_e$ hesabı için dış yüksüz durum ele alınır ($\{p_d\}_e = 0$). Bu durumda dengede olan kuvvetler sistemi, $\{p\}_e = [k]_e \{d\}_e$ uç kuvvetleri ile $\{\sigma\}_e = [D'] [A''] [A_d]^{-1} \{d\}_e$ gerilmelerinden oluşur. Virtüel İş Prensibinden bilindiği gibi, bu dengede kuvvetler sistemine tatbik edilen $\{\bar{d}\} = [I]$ virtüel uç deplasmanları ve buna karşı gelen,

$$\{\bar{\epsilon}\} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} [A''] [A_d]^{-1}$$

virtüel deformasyonları için dış kuvvetlerin işi, iç işe eşittir ($U_d = U_i$).

$$\{\bar{d}\}^T \{P\}_e = [I] \{k\}_e \{d\}_e = \int_A \{\bar{\epsilon}\}^T \{\sigma\}_e dA \quad (2.13)$$

$$[D''] = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1-\nu) \end{bmatrix}$$

olmak üzere,

$$\begin{aligned} \{k\}_e &= [A_d]^{-1T} \left(\int_A [A'']^T [D''] [A''] dA \right) [A_d]^{-1} \\ &= [A_d]^{-1T} [k']_e [A_d]^{-1} \end{aligned} \quad (2.14)$$

elde edilir. $[k']_e$ nin teşkili elle yapılmış, alan koordinatlarına gitmeksizin entegrasyonun yapılması Bölüm 6.3 de verilmiştir. $[A_d]^{-1}$ hesabı nümerik olarak yapılacaktır.

$\{P_0\}_e$ yük matrisi hesaplanırken uç deplasmanlı ($\{d\}_e = 0$), dış yüklü ($\{p_d\}_e \neq 0$) durum ele alınır. (2.12) bağıntısından, dengede kuvvetler olarak $\{P\}_e = \{P_0\}_e$ uç kuvvetleri ile $\{\sigma\}_e = 0$ iç gerilmeleri sözkonusudur. Bu kuvvetler sistemine $\{\bar{d}\} = [I]$ virtüel deplasmanı ile $\{\bar{\epsilon}\}$ virtüel deformasyonu uygulanır, U_i , U_d hesaplanırsa,

$$U_i = \int_A \int \{\bar{\epsilon}\}^T \{\sigma\}_e dA = 0$$

$$U_d = \{P_o\}_e^T \{I\} + \int_A \int \{p_d\}_e^T \left[1 \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \right]^T [W] [A_d]^{-1} \{\bar{d}\}_e dA$$

$$\begin{aligned} U_d &= \{P_o\}_e^T + \int_A \int \{p_d\}_e^T [\bar{\delta}] [W] [A_d]^{-1} dA \\ &= \{P_o\}_e^T + \int \int \{p_d\}_e^T [A'] [A_d]^{-1} dA \end{aligned}$$

ve $U_i = U_d$ yazılırsa,

$$\{P_o\}_e = -[A_d]^{-1T} \int_A \int [A']^T \{p_d\}_e dA \quad (2.15)$$

bulunur. Burada

$$\{p_d\}_e = \begin{Bmatrix} p(x,y) \\ c_x(x,y) \\ c_y(x,y) \end{Bmatrix} \text{ düşey dış yük, } c_x \text{ ve } c_y \text{ dış tork}$$

yükünden oluşan eleman yük vektörüdür. Eğer sistemde ayrıca iç ilkel gerilme durumu varsa (örnek olarak öngerilme etkisinin bileşenleri) $\{p_i\}_e = \{m_{ix} \ m_{iy} \ m_{ixy}\}^T$ şeklinde verilen iç yük vektörü yardımıyla hesaplanan,

$$\{P_o\}_e = -[A_d]^{-1T} \int_A \int [A'']^T \{p_i\}_e dA \quad (2.16)$$

(2.15) e katılmalıdır. Eğer sistemde

$$\{\epsilon_o\} = \{-w''_{xxo} \ -w''_{yyo} \ -2w''_{xyo}\}^T$$

ilkel deformasyonları varsa (örnek: farklı rötre, ısı değişimi vb.).

$$\{P_o\}_e = - [A_d]^{-1T} \int_A [A'']^T [D] \{e_o\} dA \quad (2.17)$$

vektörü (2.15) e ilave edilmelidir. Eğer eleman üzerinde herhangi bir yayılı yük yoksa $\{P_o\}_e$ sıfır alınır.

Sistemin tümü için yazılacak düğüm noktaları denge denklemi:

$$\{R\} = [K]\{d\} + \{P_o\} \quad (2.18)$$

şeklindedir. Burada $\{R\}$, düğüm noktalarına doğrudan etkileyen tek yük veya aranan reaksiyonlar, $[K]$ sistemin rijitlik matrisi (simetriktir ve band formundadır), $\{P_o\}$ düğüm noktası deplasmanları sıfır olduğunda, yüklerin düğüm noktalarında oluşturduğu reaksiyonların toplamı olan yük kolon vektörünü (-ki yaklaşıktır-), $\{d\}$ sistemin geometrik serbestlik derecesi kadar uç deplasmanın oluşturduğu kolon vektörü göstermektedir. n elemanlı bir sistemde $[K]$ ve $\{P_o\}$ matrisleri,

$$[K] = \sum_{i=1}^n [k]_e^i \quad (2.19)$$

$$\{P_o\} = \sum_{i=1}^n \{P_o\}_e^i \quad (2.20)$$

toplamından bulunur. Bu işlem, sınır şartları da gözetilerek nümerik olarak yapılır.

T21 elemanının gayet iyi olan yakınsama özelliklerini K.Bell^{2,03} de vermektedir. Ancak altı parametrelili köşe düğüm noktaları yanında, tek parametrelili kenar ortası düğüm noktaları bulunduran bu eleman için (2.19) ve (2.20) ile denklem kuruluşu ve sınır şartlarının işlenmesi çok zor olmaktadır. Programlama zorlukları yenilse bile (2.18) denkleminde $[K]$ nın band genişliği çok artmakta, çözüm uzamakta, sistem kapasitesi ve kullanım süresi açısından zorluklarla karşılaşmaktadır.

2.3. TİB SONLU ELEMANI

Şekil - 2.3 de pozitif yönleri işaretlenen kenar orta noktalarındaki w_n^i eğim parametrelerinin eliminasyonu için önce döndürülmüş eksen takımındaki parametreler hesaplanır. $c = \cos\alpha$, $s = \sin\alpha$ olmak üzere;

$$\begin{Bmatrix} w \\ w_t^i \\ w_n^i \\ w_{tt}^{ii} \\ w_{nn}^{ii} \\ w_{nt}^{ii} \end{Bmatrix}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -s & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c^2 & s^2 & 2sc \\ 0 & 0 & 0 & s^2 & c^2 & -2sc \\ 0 & 0 & 0 & -sc & sc & c^2-s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ w_x^i \\ w_y^i \\ w_{xx}^{ii} \\ w_{yy}^{ii} \\ w_{xy}^{ii} \end{Bmatrix}_i \quad (2.21)$$

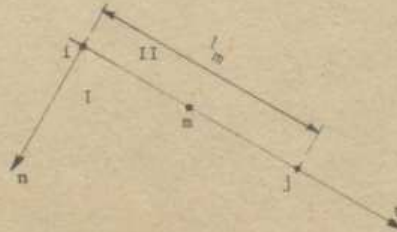
(2.1) ile verilen deplasman fonksiyonu döndürülmüş eksen takımında $n = st$ için yazılırsa;

$$w(t) = c_1 + c_2 t + c_3 t^2 + c_4 t^3 + c_5 t^4 + c_6 t^5 \quad (2.22)$$

ve $w_n^i(t)$, $n = st$ için;

$$w_n^i(t) = d_1 + d_2 t + d_3 t^2 + d_4 t^3 + d_5 t^4 \quad (2.23)$$

elde edilmektedir. Örnek olarak Şekil - 2.4 deki i-j ayrıtını ele alalım. I ve II elemanlarının ayrıt boyunca deplasman sürekliliği sağlanır. Çünkü (2.22) deki 6 adet katsayı, $(w, w_t^i, w_{tt}^{ii})_i$ ve $(w, w_t^j, w_{tt}^{jj})_j$ parametreleri yardımıyla tek değerli (ünik) olarak hesaplanır.



Şekil - 2.4

Buna karşılık i-j arasındaki eğim değişimini gösteren (2.23) deki 5 katsayı, m deki w_n^i kullanılmazsa, (w_n^i, w_{nt}^i) (w_n^j, w_{nt}^j) den oluşan dört parametre ile tek değerli olarak bulunamaz. Bu kenar ortası w_n^i parametrelerinde kullanıldığı T21 elemanında kenarlar boyunca deplasman sürekliliği yanısıra eğim süreklilikleri de sağlanmaktadır (deformasyon sürekliliği ise köşe noktalar dışında gerçekleşmemektedir). $w_n^i(t)$ için şu kabul yapılırsa;

$$w_n^i(t)_{n=st} = d_1 + d_2 t + d_3 t^2 + d_4 t^3 \quad (2.24)$$

ve $(w_n^i)_m$ parametresi köşe parametrelerine bağlı olarak;

$$(w_n^i)_m = \frac{1}{2} (w_{ni}^i + w_{nj}^i) + \frac{l_m}{8} (w_{tni}^i - w_{ntj}^i) \quad (2.25)$$

(2.21) ile birlikte işlenirse;

$$K_1^m = \frac{\cos \alpha_m}{2} ; \quad K_2^m = \frac{\sin \alpha_m}{2} ;$$

$$K_3^m = \frac{l_m \sin \alpha_m \cos \alpha_m}{8} ; \quad K_4^m = \frac{l_m (\sin^2 \alpha_m - \cos^2 \alpha_m)}{8}$$

formunda katsayılarla oluşturulan,

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_1^m & K_2^m & I_B K_3^m & -I_B K_3^m & I_B K_4^m \\ 0 & K_1^n & K_2^n & I_C K_3^n & -I_C K_3^n & I_C K_4^n \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 0 & K_1^l & K_2^l & I_A K_3^l & -I_A K_3^l & I_A K_4^l \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_1^n & K_2^n & -I_C K_3^n & I_C K_3^n & -I_C K_4^n \end{bmatrix}$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} 0 & K_1^l & K_2^l & -I_A K_3^l & I_A K_3^l & -I_A K_4^l \\ 0 & K_1^m & K_2^m & -I_B K_3^m & I_B K_3^m & -I_B K_4^m \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

alt matrisleri ile,

$$[H] = [H_1 | H_2 | H_3]$$

teşkil edilir. Bu ifadelerde örnek olarak; $t_j < t_i$ ise $(w_n^i)_m$ ile ilgili I_A , -1 alınacaktır (Şekil - 2.4). T21'in parametreleri $\{d\}_{21}$ ile T18 in parametreleri $\{d\}_{18}$ arasındaki bağıntı şöyle yazılır:

$$\{d\}_{21} = \begin{Bmatrix} \{d\}_{18} \\ d_1 \\ d_m \\ d_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{18} \\ \dots \\ H \end{bmatrix} \{d\}_{18} \quad (2.26)$$

$\{P\}_{21} = [k]_{21} \{d\}_{21}$ ve $\{P\}_{18} = [k]_{18} \{d\}_{18}$ karşılıklı işlemlerin eşitliğini bildiren

$$\{P\}_{18}^T \{d\}_{18} = \{P\}_{21}^T \{d\}_{21} \quad (2.27)$$

denkleminde işlenirse;

$$[k]_{18} = [I_{18} \quad | \quad H^T] [k]_{21} \begin{bmatrix} I_{18} \\ \dots \\ H \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Benzer tarzda;

$$\{P_o\}_{18} = [I_{18} \quad | \quad H^T] \{P_o\}_{21} \quad (2.29)$$

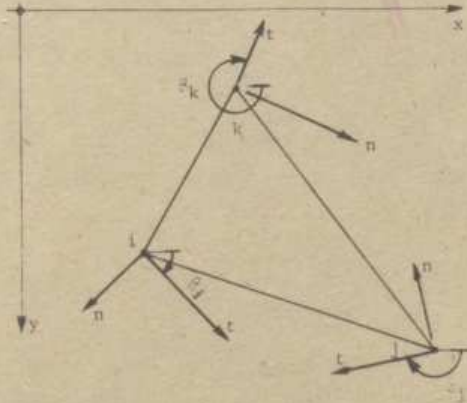
bulunur. Bölüm 6 da verilen programda, $[k]_{21}$ ve $\{P_o\}_{21}$ 'in bulunması ELEM21, T18'e geçiş ($[k]_{18}$ ve $\{P_o\}_{18}$ hesabı) ise ELEM18 alt programlarında gerçekleştirilmektedir.

2.4. SINIR ŞARTLARI

Geometrik ve statik sınır şartları olmak üzere ikiye ayrılabilir. T18 elemanının uç parametreleri $w, w'_t, w'_n, w''_{tt}, w''_{nn}, w''_{nt}$ ile geometrik sınır şartlarının tümü (sehım ve eğimler ilgili olanlar) ve ayrıca momente ilişkin sınır şartları m_t, m_n, m_{nt} sağlatılmakta; ancak \bar{q}_t ve \bar{q}_n kenar kesme kuvvetlerine ilişkin olanları sağlatılamamaktadır.

2.4.1. Uç Deplasmanlarının Transformasyonu, Eksenlerin Döndürülmesi

Sınır şartlarının sağlatılması sırasında bilhassa kurb, verev vb. düzensiz şekiller için, dönmüş eksen takımındaki parametreler ($w, w'_t, w'_n, w''_{tt}, w''_{nn}, w''_{nt}$) ile çalışmak gerekir. Döndürme yönü Şekil - 2.5 deki gibi alınarak, i noktasındaki parametreleri Oxy için $\{d\}_i$, o nt için $\{d'\}_i$ ile gösterirsek;



Şekil - 2.5

$$\{d\}_i = [T]_i \{d'\}_i = \begin{Bmatrix} w \\ w'_x \\ w'_y \\ w''_{xx} \\ w''_{yy} \\ w''_{xy} \end{Bmatrix}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & -s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c^2 & s^2 & -2sc \\ 0 & 0 & 0 & s^2 & c^2 & 2sc \\ 0 & 0 & 0 & sc & -cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} w' \\ w'_t \\ w''_{nn} \\ w''_{tt} \\ w''_{nn} \\ w''_{nt} \end{Bmatrix}_i \quad (2.30)$$

bulunur. Burada $c = \cos\beta_i$; $s = \sin\beta_i$ dir. Döndürülmüş eksenlerde yazılan parametreler için $[\bar{k}]_{18}$ rijitlik ve $\{\bar{P}_o\}_{18}$ yük matrisleri:

$$[T_t] = \begin{bmatrix} [T]_i \\ [T]_j \\ [T]_k \end{bmatrix}$$

olmak üzere

$$[\bar{k}]_{18} = [T_t]^T [k]_{18} [T_t] \quad (2.31)$$

$$\{\bar{P}_o\}_{18} = [T_t]^T \{P_o\}_{18} \quad (2.32)$$

ile kolayca hesaplanır. Bu transformasyonlar, akış diyagramı Bölüm 6 da verilen yazılımın EDN18S ve EDN18P alt programlarıyla yapılmaktadır.

2.4.2. Parametre Transformasyonu

Dışarıdan uygulanan bir tork yükü yoksa, boşa kenarlar da, normal doğrultudaki moment sıfırdır. Bazende bu momentin sıfırdan farklı değeri bilinir ve sınır şartlarında gözönüne

alınması gerekir. Yani w''_{tt} , w''_{nn} yerine bunların lineer kombinasyonu olan $(w''_{tt} + \nu w''_{nn})$ ve $(w''_{nn} + \nu w''_{tt})$ parametreleri kullanılır.

$$\{d\}_i = [T]_i \{d'\}_i = \begin{bmatrix} w \\ w'_t \\ w'_n \\ w''_{tt} \\ w''_{nn} \\ w''_{nt} \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{1-\nu^2} & \frac{-\nu}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-\nu}{1-\nu^2} & \frac{1}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ w'_t \\ w'_n \\ w''_{tt} + \nu w''_{nn} \\ w''_{nn} + \nu w''_{tt} \\ w''_{nt} \end{bmatrix}_i \quad (2.33)$$

Bu transformasyonun yapılmadığı düğüm noktalarında $[T]_i$ yerine birim matris alınarak; ijk üçgen elemanı için;

$$[T]_t = \begin{bmatrix} [T]_i \\ [T]_j \\ [T]_k \end{bmatrix}$$

transformasyon matrisi kullanılarak, BA18S ve BA18P alt programları yardımıyla (2.31) ve (2.32) formülleri ile moment parametrelerini kullanan $[\bar{k}]_{18}$ ve $\{\bar{P}_0\}_{18}$ matrisleri hesaplanır. Bu şekilde hesaplanan rijitlik ve yük matrislerinin toplamından oluşan (2.18) çözümlürken moment parametreleri, bilinen değerlere eşitlenebilir. Böylece kenar momentlerle ilgili statik sınır şartları da sisteme empoze edilmiş olur.

2 4 3. Rijit Mesnetler ve Sıfır Parametreler

Uygulamada görülen sınır şartları genellikle, bazı düğüm noktalarındaki parametrelerin sıfır olması ile sisteme empoze edilir (Şekil - 2.6).

veya,

$$[K](d) = [R] - \{P_0\} + [K](d) = \{Q\} \quad (2.34)$$

Burada $[K]$ ve $\{P_0\}$ bilinmektedir. Bazen herhangi bir parametreye (\bar{d}_i) nin değeri bilinir, fakat o parametreye karşı gelen R'_i , dolayısıyla Q'_i aranıyor olabilir. Yani reaksiyon bilinirse deplasman, deplasman biliniyorsa reaksiyon bilinmemektedir.

$$[K](d) = \{Q\} + [K] \begin{Bmatrix} d'' \\ \bar{d} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{Q} \\ Q' \end{Bmatrix} + [K] \begin{Bmatrix} d'' \\ \bar{d} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R - \bar{P}_0 \\ R' - \bar{P}'_0 \end{Bmatrix} \quad (2.35)$$

şeklinde parçalandığında şu durumlar sözkonusu olabilir:

- a) $\bar{d}_i = 0$, olduğu biliniyor ve R'_i aranmıyor (Şekil - 2.7, $KBDN = 0$)

(2.18)de i nolu satır ve $[K]$ nin i nolu sütunu silinir. Daha doğrusu (2.18) de \bar{d}_i için yer ayrılmaz. SIRA18 alt programında (2.18) deki parametrelerin sıralaması yapılırken \bar{d}_i ile ilgili MIN matris terimi sıfır yapılır. 1 den NVB ye kadar tam sayılar ve sıfır terimlerden oluşan bu MIN matrisi, parametrelerin düğüm noktalarına dağılımını ve sıralanışlarını belirler. SUMMIS ve SUMMIQ de (2.19) ve (2.20) hesapları yapılırken, sıfır MIN terimleri ile ilgili toplama işlemleri atlanır, diğerleri (sadece NVB adet sıfırdan farklı olması muhtemel parametre ile ilgili işlemler) icra edilir.

- b) $\bar{d}_i = 0$, biliniyor ve R'_i aranıyor ($KBDN = 1$)

K_{ii} yerine $K_{ii} + 10^9$ alınırsa $\bar{d}_i = 10^{-9} \approx 0$ bulunur. Diğer d lerde de bu mertebe bir hata vardır. Aranılan reaksiyon

$$R'_i = -10^9 \bar{d}_i$$

den hesaplanır. Sıfır olmasına rağmen \bar{d}_i nin $\{d\}$ ye katılması

SIRA18, K_{ii} nin tashihi MODIFR ve R_i^* hesabı SONUC alt programlarında gerçekleştirilmektedir.

c) $\bar{d}_i \neq 0$ biliniyor ve R_i^* istenmiyor. (KBDN = 2)

(2.35) de K_{ii} yerine $K_{ii}+10^9$;

$$R_i^* - \bar{P}_{oi} \text{ yerine } 10^9 \bar{d}_i - \bar{P}_{oi}$$

olarak istenen çözüm (10^{-9} mertebesinde hatalarla) elde edilir. Bu tashihler MODIFR alt programında yapılmaktadır.

d) $\bar{d}_i \neq 0$ biliniyor ve R_i^* aranıyor (KBDN = 3)

Parametre orijinleri değiştirilir, $\{\bar{d}\}$ yerine $\{x+\bar{d}\}$ alınırsa (2.34) şöyle yazılabilir:

$$[K]\{x\} = \{Q\} - [K] \begin{Bmatrix} 0 \\ \bar{d} \end{Bmatrix} \quad (2.36)$$

Sağ tarafı bu şekilde tashih edilen denklem, (b) deki gibi K_{ii} yerine $K_{ii}+10^9$ alınarak çözülür. Aranılan R_i^* reaksiyonu,

$$R_i^* = -10^9 x_i$$

olarak bulunur. Bu tashihler MODIFR, reaksiyon hesabı ise SONUC alt programında yapılmaktadır.

Elastik mesnet hali bu çalışmada ele alınmamıştır.

Şekil - 2.7 de şematik gösterilimleri açıklanan, mesnetler (tip düğüm noktaları) için parametrelerin dağılımı verilmektedir:

Çizgisel ankastre mesnet	(1)	
Çizgisel serbest mesnet	(2)	
Boşta kenar	(3)	
Çizgisel iç serbest mesnet	(4)	
Kolon mesnet	(5)	
Simetri eksenini(Simetrik yükleme için)	(9)	

Mesnet No.	00	01	02	03	04
D ₁	x	-	-	x	-
D ₂	x	-	-	x	-
D ₃	x	-	x	x	x
D ₄	x	-	-	x	-
D ₅	x	x	-	-	x
D ₆	x	-	x	-	x

Şekil - 2.7.a

Mesnet No.	09	90	99	92	29
D ₁	x	x	x	-	-
D ₂	x	-	-	-	x
D ₃	-	x	-	x	-
D ₄	x	x	x	-	-
D ₅	x	x	x	-	-
D ₆	-	-	-	-	-

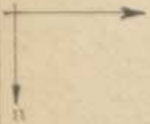





Mesnet No.	10	11	12	13	14
D ₁	-	-	-	-	-
D ₂	-	-	-	-	-
D ₃	-	-	-	-	-
D ₄	x	-	-	x	-
D ₅	-	-	-	-	-
D ₆	-	-	-	-	-

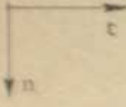





Şekil - 2.7.b

Mesnet No.	19	91	20	21	23
SEKİL					
D ₁	-	-	-	-	-
D ₂	-	-	x	-	x
D ₃	-	-	-	-	-
D ₄	x	-	-	-	-
D ₅	-	x	-	-	-
D ₆	-	-	x	-	-

Mesnet No.	24	22	30	31	32
SEKİL					
D ₁	-	-	x	-	-
D ₂	-	-	x	-	-
D ₃	-	-	x	-	x
D ₄	-	-	-	-	-
D ₅	-	-	x	x	-
D ₆	-	x	-	-	-

Sekil - 2.7.c

Mesnet No.	33	34	35	359	39
					
D_1	x	-	-	-	x
D_2	x	-	x	x	x
D_3	x	x	x	-	-
D_4	-'	-	-'	-'	-'
D_5	-'	x'	x'	x'	x'
D_6	-'	x'	x'	-'	-'

Mesnet No.	44	49	94	55	53
					
D_1	-	-	-	-	-
D_2	-	x	-	x	x
D_3	-	-	x	x	x
D_4	-	x	-	x	x
D_5	-	-	x	x	-'
D_6	-	-	-	x	-'

Sekil - 2.7.d

Mesnet No.	93	40	41	42	43
D_1	x	-	-	-	-
D_2	-	x	-	-	x
D_3	x	-	-	-	-
D_4	x'	x	-	-	x'
D_5	-'	-	-	-	-'
D_6	-'	x	-	-	x'

Mesnet No.	559	955	959	953
D_1	-	-	-	-
D_2	x	-	-	-
D_3	-	x	-	x
D_4	x	x	x	x'
D_5	x	x	x	-'
D_6	-	-	-	-'

Şekil - 2.7.e

BÖLÜM III

HİPERSTATİK SİSTEMLERDE ÖNGERİLME ETKİLERİ
Ve
HESAP METODLARI

3.1. ÖNGERİLME ETKİLERİNİN HESABI

Bu çalışmada, eleman içine yerleştirilmiş aktif donatının etkileri incelenmektedir. Uygulamada seyrek karşılaşılan, verenlerle dıştan öngerilme verilmesi durumu ele alınmamaktadır. Bilindiği gibi eleman içindeki aktif donatıdan oluşan etkiler herhangi bir stabilite problemine yol açmaz. Dış yüklerden gelen normal kuvvetlerle, öngerilme deformasyonları için flambaj söz konusu olabilirse de; incelediğimiz plaklarda, dış yüklerden gelen normal kuvvetler çok küçük kalır. Çalışmamızda bu normal kuvvetler hep sıfır alınmaktadır.

Dış yükler gibi, öngerilme de uygulandığı elemenda deformasyonlar, deplasmanlar oluşturur. Bu şekil değiştirmeyi kısıtlayacak mesnet bağları yoksa -eleman izostatik ise- her kesitteki moment,

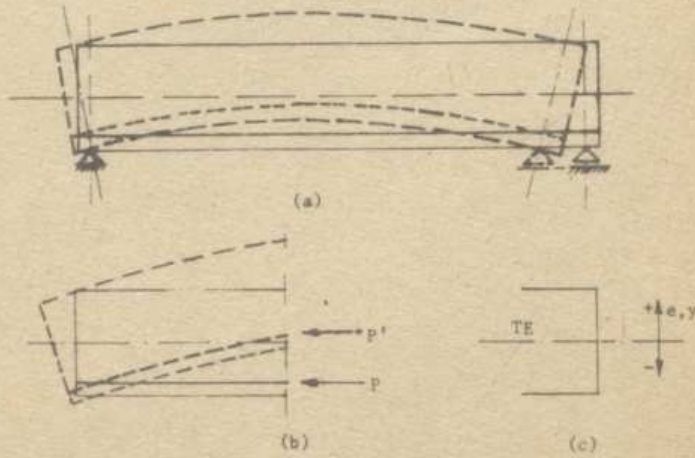
$$M_p = P e_p \quad (3.1)$$

değerine eşit olur. Dış yük etkilerinin sıfır alındığı bu durumda; basınç çizgisi bileşke kablo profili ile çakışıktır (Sekil - 3.1).

Hiç değilse elemanın kendi ağırlığından gelen bir dış yük momenti, M_{ext} olacağı için, gerçek basınç çizgisi ordinatı y ve toplam moment M :

$$y = e_p + \frac{M_{ext}}{P} \quad (3.2)$$

$$M = M_p + M_{ext} = P e_p + M_{ext} \quad (3.3)$$



Şekil - 3.1

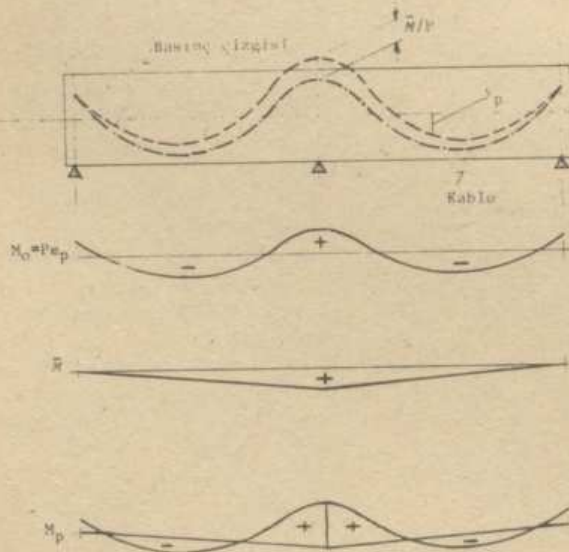
Hiperstatik çubuk sistemlerde ve yüzeyel taşıyıcılarda öngerilme deformasyonları serbestçe oluşmadığı için, basınç çizgisi kablo ile çakışmaz (Şekil - 3.2). Sadece öngerilmeden oluşan eğilme momenti M_p ve basınç çizgisi ordinatı y_p şöyle hesaplanır:

$$M_p = P e_p + \bar{M} \quad (3.4)$$

$$y_p = e_p + \frac{\bar{M}}{P} \quad (3.5)$$

"Sekonder Öngerilme Momenti" olarak da anılan \bar{M} , kablo trasesine ve kuvvetine bağlıdır. Ne varki, trasesinin ve kablo kuvvetinin hesabı da \bar{M} in bilinmesini gerektirmektedir. Yani problem iteratiftir. Hesabın her adımında, gerekli kablo kuvveti P, (bir önceki adımda bulunan P için hesaplanan \bar{M} kullanılarak) yeniden hesaplanır. Ardışık iki adımda bulunan P değerleri arasındaki farklar yeteri kadar küçüldüğünde iterasyon kesilir. Gerekli iterasyon sayısı az (2 ~ 4) olmakla beraber, her adımda etüd edilen kablo trasesinin ve kuvvetinin, gerekli

fizik ve mekanik şartları -her kesitte- sağladığı tahkik edilir. Bu ardışık yaklaşım tekniği, (P ve e_p nin yanısıra sistem geometrisindeki çok farklı değişimler nedeni ile) her adımda uzun, biktırıcı hesaplar gerektirir. Hiperstatik sistemlerin üstünlükleri ile, bu hesap zorluğunu yenmek için, literatürde önerilen metodlar aşağıda kısaca özetlenecektir. Daha fazla bilgi için bu bölüm için verilen referanslar yeterlidir.



Şekil - 3.2

3.1.1. Öngerilmeli Beton Hiperstatik Yapılar

Mütemadi giriş, köprü, portik vb.yapılarda, süreklilik şu yararları sağlar:

- Gerilmelerin yapı içinde dağılımı daha dengeli olduğundan kesitler küçülür ve daha ekonomik çözümler elde edilir. Öngerilmeli beton yapılarda bu tasarruf betonarmeye göre çok daha belirgindir.

- Öngerilme tekniği ve hiperstatiklik ile küçük tutulan kesitlerin sağladığı estetik görünüş özellikle şehir içinde çok önemlidir.
- Yıkılma ve çökmelere karşı daha emniyetli yapılar elde edilir.
- Kesitlerin küçülmesi, deprem etkilerini, kalıp, iskele mesnet vb. donanımda ek tasarruflar sağlar.

Bütün bu faydaları yanında, süreklilik prefabrikasyonu ve hesapları bir parça güçleştirir.

3.2. HESAP METODLARI

Hiperstatik çubuk sistemlerde öngerilme etkilerinin hesabı, aşağıda verilen yöntemlerden biri ile yapılabilir. Yöntem seçimi, ele alınan sisteme, hesapta aranan hassasiyete bağlıdır.

3.2.1. Kuvvet Metodu

Hiperstatik sistem, kesimlerle izostatik referans sisteme dönüştürülür. Bu sistemde önce X_1 hiperstatik uç kuvveti yüklemelerinden oluşan M_1 , sonra öngerilmeden oluşan $M_{0x} = Pe$ etkileri (normal kuvvet, kesme kuvveti, torsiyon momenti etkileri genellikle ihmal edilebilmektedir) hesaplanır. Fleksibilitate ve yük matrisi terimleri:

$$\delta_{ik} = \int_1^f \frac{M_i M_k}{EI} dx \quad (3.6)$$

$$\delta_{i0} = \int_1^f \frac{M_i Pe}{EI} dx \quad (3.7)$$

şeklinde hesaplanır. Bu matrisler yardımı ile yazılan,

$$[\delta]\{X\} + \{\delta_0\} = 0 \quad (3.8)$$

uygunluk denklemleri çözülerek önce X_1 uç kuvvetleri, sonra,

$$M_1 = M_0 + X_1M_1 + X_2M_1 + \dots + X_nM_n \quad (3.9)$$

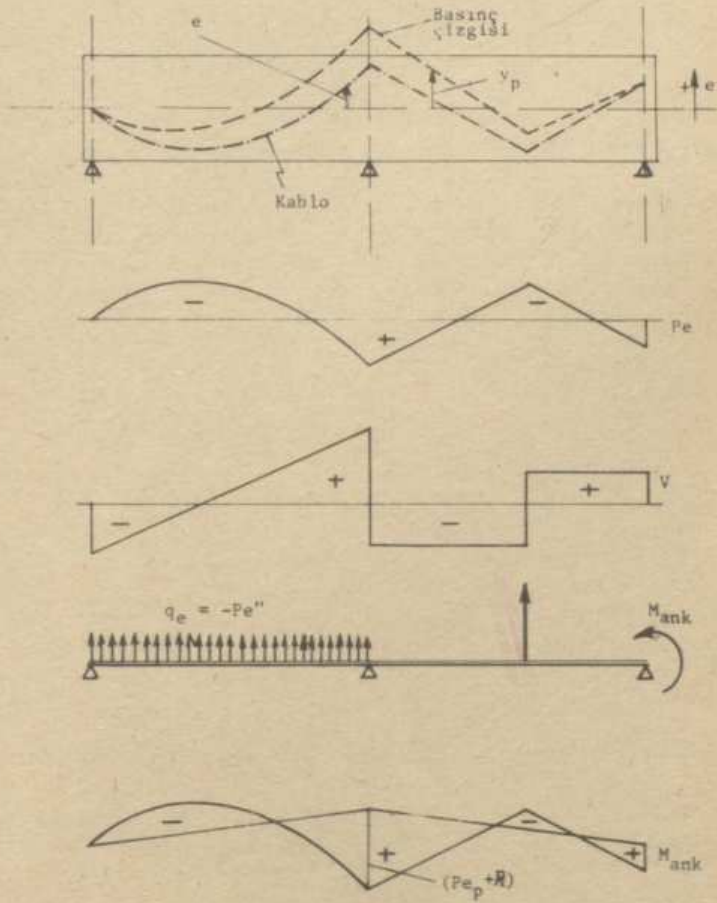
süperpozisyon denklemlerinden diğer kesit tesirleri bulunur. Basit, alışılmış olmasına rağmen;

- Yapı geometrisindeki, P ve e deki rastgele değişimler (kurb, guseli sistemler, kayıplara bağlı öngerilme kuvveti, yüzen kablolar, şapo kablolar vb.) yüzünden (3.6) ve (3.7) entegrallerinin hesabı çok zor olabilir.
- Trasedeki ve kablo kuvvetindeki herhangi bir değişiklik hesabın tekrarını gerektirir.

3.2.2. Açık -Cross- Metodu

Öngerilme kuvvetini sabit kabul ederek, çok kullanılan kablo traselerinin ankastrelilik momentlerine ait kapalı formüller çıkarılmıştır^{3.03, 3.04}. Bu hazır ankastrelilik momentleri aynen Cross metodundaki gibi dengelenir. Kablo kuvvetindeki veya atalet momentindeki değişimler de dikkate alınacaksa bu hazır formüller yetersiz kalır.

Bu zorluğu yenmek için, moment, kesme kuvveti ve yayılı yük arasındaki bağıntılar yardımıyla, kablo eşdeğer yükü (cable equivalent load) ve bu yükün ankastrelilik momentleri nümerik olarak hesaplanabilir^{3.07}. Varsa kablo ankraj momentleri ile beraber bu ankastrelilik momentleri dengelenerek bileşke etki ($M_p = P_e + \bar{M}$) bulunur (Şekil - 3.3).



Şekil - 3.3

3.2.3. Tesir Çizgileri Yöntemi

Kren, köprü gibi hareketli yük etkisinin sözkonusu olduğu yapılarda, extrem kesit tesirlerinin ve onları oluşturan yük durumunun belirlenmesi için en etkili yol tesir çizgisi kullanmaktır. Özellikle incelenen sisteme ait tesir çizgileri hazır olarak verilmiş ise bu yöntem daha da işlerlik kazanır.

Öngerilme, diferansiyel ısı, rötre ve sünme etkilerinin hesabına tesir çizgisi nasyonunun uygulaması ilk defa 1963 de Celasun tarafından önerilmiştir^{3.01, 3.09}. Tesir çizgisi tekniğinin iç kuvvetlere de genelleştirilmesi açısından bu tesir çizgilerinin ayrı bir önemi vardır. Bunlarla herhangi bir sistemde, her çeşit öngerilme etkisi kolayca hesaplanabildiği gibi; trasedeki veya kablo kuvvetindeki bir değişimin etkisi hemen bulunabilmektedir. Bu tesir çizgilerinin üç değişik yoldan hesaplanması aşağıda özetlenmiştir.

3.2.3.1. Öngerilme Tesir Çizgilerinin, Düşey Yük Tesir Çizgilerinden Türetilmesi

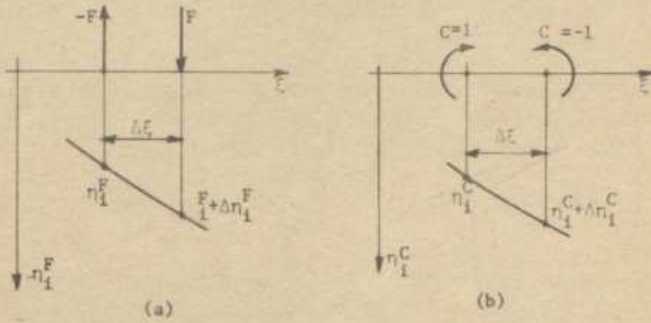
Herhangi bir sistemin x kesitindeki i kesit tesiri (M,N, V, m olabilir) için düşey yük tesir çizgisi $\eta_i^F(\xi)$ hazır verilmiş ise (Şekil - 3.4.a):

$$-F\eta_i^F + F\eta_i^F + F \frac{\partial \eta_i^F}{\partial \xi} \Delta \xi = F\Delta \xi \frac{\partial \eta_i^F}{\partial \xi} \quad (3.10)$$

$C = F\Delta \xi = 1$ olacak şekilde $\Delta \xi \rightarrow 0$ yapılırsa, limitte $C = 1$ için tesir çizgisi ordinatları bulunur:

$$\eta_i^C = \frac{\partial \eta_i^F}{\partial \xi} \quad (3.11)$$

η_i^C tesir ordinatlarını kullanarak (Şekil - 3.4.b):

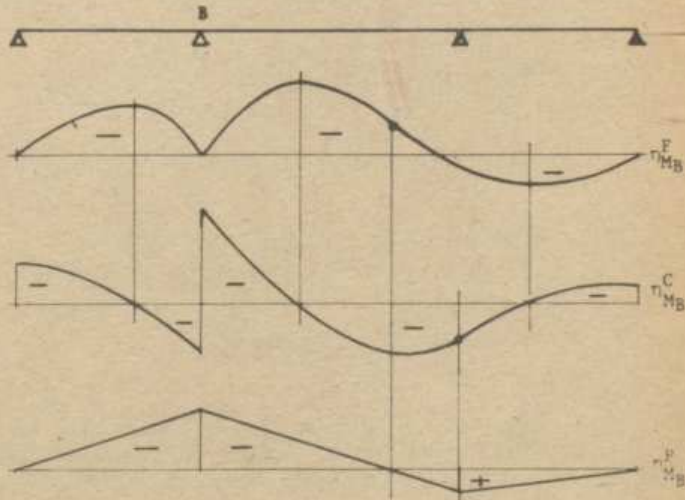


Şekil - 3.4

$$\delta \eta_i^P = \eta_i^P = \eta_i^C - \eta_i^C - \frac{\partial \eta_i^C}{\partial \xi} \Delta \xi = - \frac{\partial^2 \eta_i^F}{\partial \xi^2} \Delta \xi \quad (3.12)$$

$$\eta_i^P = - \frac{\partial^2 \eta_i^F}{\partial \xi^2} \Delta \xi \quad (3.13)$$

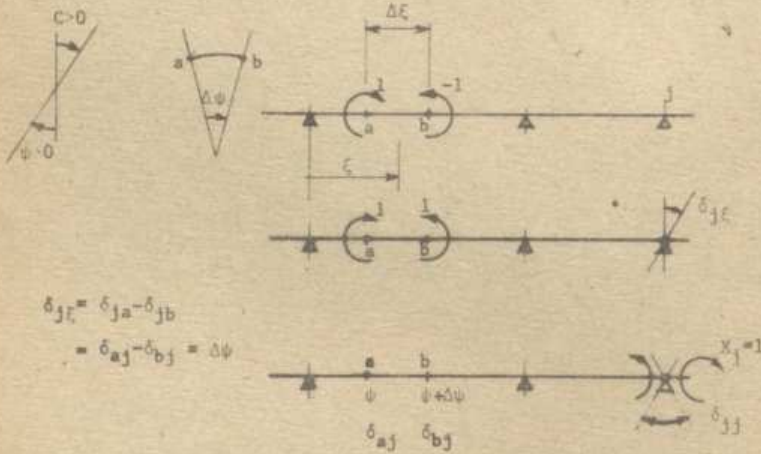
$\Delta \xi = 1$ alınarak η_i^P bulunuşu Şekil - 3.5 de görülmektedir. Burada türevin sonlu fark formülleri ile hesaplanacağı açıktır.



Şekil - 3.5

3.2.3.2. Ungerilme Tesir Çizgilerinin Kinematik Yoldan Hesabı

Literatürde (düşey yük tesir çizgileri için) Müller-Breslau teoremi olarak adlandırılan bu yol ile Şekil - 3.6 daki j kesitine ait üngerilme tesir çizgisi şöyle bulunur:



$$\delta_{j\xi} = \delta_{ja} - \delta_{jb}$$

$$= \delta_{aj} - \delta_{bj} = \Delta\psi$$

Şekil - 3.6

j kesitinin süreklilik denklemi yazılırsa;

$$\eta_{\xi}^P \delta_{jj} + \delta_{j\xi} = 0 \rightarrow \eta_{\xi}^P = \frac{\Delta\psi}{\delta_{jj}} = \frac{1}{\delta_{jj}} \frac{\partial\psi}{\partial\xi} \Delta\xi$$

ve elastik eğri için $(y')' = -\frac{M}{EI}$ olduğundan;

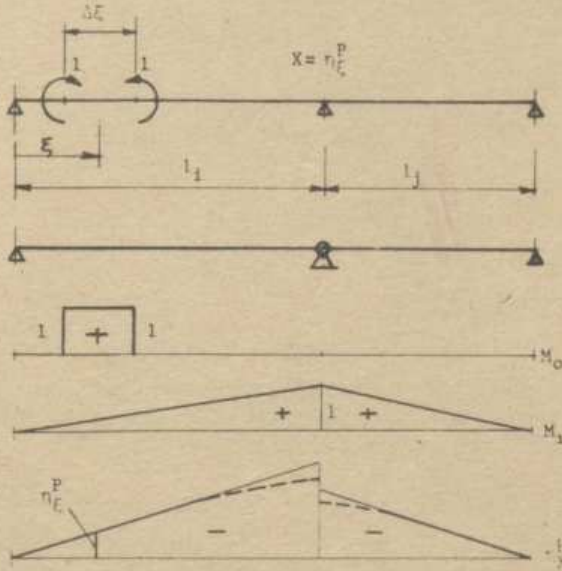
$$\eta_{\xi}^P = -\frac{1}{\delta_{jj}} \left(\frac{M}{EI} \right)_{\xi} \Delta\xi \quad (3.14)$$

bulunur. Burada M_{ξ} , δ_{jj} , kesim yapılmış sistemde $X_j = 1$ den ötürü ξ de oluşan momenti ve j deki rölative deplasmanı göstermektedir. M_{ξ} ve δ_{jj} birbiriyle orantılı olduğundan η_{ξ}^P , X_j den

den bağımsızdır. Sabit atalet momentli sistemler için η_{ξ}^P nin lineer olduğu hemen görülmektedir. Ne varki, bu etkili yol programlamaya pek elverişli değildir.

3.2.3.3. Öngerilme Tesir Çizgilerinin Kuvvet Metodu İle Hesabı

İncelenen sistem üzerinde, $\Delta\xi$ boyda etkiyen bir gezici moment çiftinin, herhangi bir kesitte oluşturduğu η_{ξ}^P etkisini kendi hizasına ordinat olarak işleyerek öngerilme tesir çizgisi çizilebilir. Şekil - 3.7 de bu yoldan, iki açıklıklı bir kirişin mesnet momenti için öngerilme tesir çizgisinin elde edilişi anlatılmaktadır. Eğer $\Delta\xi = 0.1 l_1$ seçilirse $\xi = 0.05, 0.15, \dots 0.95 l_1$ deki η_{ξ}^P ordinatları hesaplanmış olur. $\Delta\xi$ boylarının açıklıktan açıklığa farklı alındığında oluşan süreksizlik ve guse etkisi ile oluşan ordinat küçülmesi kesik çizgilerle işaretlenmiştir.



Şekil - 3.7

Kablo geçkilerinin belirlenmesi plaklara göre kirişlerde daha zor olmaktadır. Genellikle (yüzen kablolar, şapo kablolar, farklı seviyeler vb.) çok düzensiz şekiller gerektiği için bi-

leşke kablo yörüngesinde kırıklıklar oluşur. Tesir çizgileri, böylece durumlar için daha da etkilidir.

Sabit kesitli düz çubuklar için δ_{ij} ve δ_{i0} terimleri kapalı formüllerle belirlidir. Ne varki sistem geometrisindeki bazı özel durumlar (guse, kurb, vb.) için fleksibilite ve yük matrisinin hesabı çok zor olmaktadır. Sabit kesitli kurb kirişler için, δ_{ij} ve (düşey yük, tork ve öngerilme için) δ_{i0} terimlerinin kapalı formülleri Celâsun tarafından verilmiştir.^{3.10} Elle yapılacak hesabı kısaltmak üzere bu formüllerin tablolaştırılması, ilk uygulamaların yapılması ve sonuçların karşılaştırılması Kuyucular tarafından gerçekleştirilmiştir.^{3.11}

Açıklık içinde sabit yarıçaplı kurb kirişlerde, düşey yük, tork yükü ve öngerilme etkileri için; sınır şartları ve atalet momenti değişimleri açısından daha genel bir program geliştirilmiştir.^{3.12}

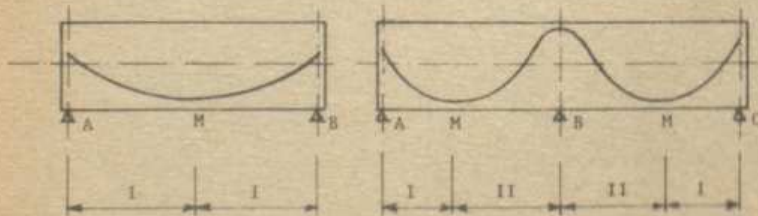
Hangi yoldan olursa olsun, herhangi bir i kesitinin öngerilme tesir çizgisi (η_{ξ} ordinatları) bilindiğinde; o kesite ait \bar{M}_i ve M_{pi} :

$$\bar{M}_i = \int_1 \eta_{\xi}^p \cdot (Pe)_{\xi} \cdot d_{\xi} \quad (3.15)$$

$$M_{pi} = \bar{M}_i + (Pe)_i \quad (3.16)$$

3.3. KABLO TRASELERİ

Sonradan germe (post-tension) yöntemi ile öngerilme verilen yapılarda bileşke kablo traseleri dış moment zarfına analogdur ve seçilen statik sisteme bağlıdır (Şekil - 3.8).

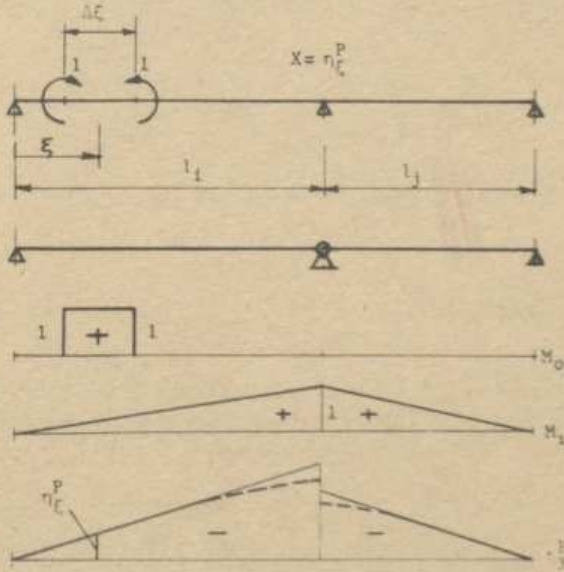


Şekil - 3.8

den bağımsızdır. Sabit atalet momentli sistemler için η_C^P 'nin lineer olduğu hemen görülmektedir. Ne varki, bu etkili yol programlamaya pek elverişli değildir.

3.2.3.3. Öngerilme Tesir Çizgilerinin Kuvvet Metodu İle Hesabı

İncelenen sistem üzerinde, $\Delta\xi$ boyda etkiyen bir gezici moment çiftinin, herhangi bir kesitte oluşturduğu η_C^P etkisini kendi hızasına ordinat olarak işleyerek öngerilme tesir çizgisi çizilebilir. Şekil - 3.7 de bu yoldan, iki açıklıklı bir kirişin mesnet momenti için öngerilme tesir çizgisinin elde edilişi anlatılmaktadır. Eğer $\Delta\xi = 0.1 l_1$ seçilirse $\xi = 0.05, 0.15, \dots, 0.95 l_1$ deki η_C^P ordinatları hesaplanmış olur. $\Delta\xi$ boylarının açıklıktan açıklığa farklı alındığında oluşan süreksizlik ve guse etkisi ile oluşan ordinat küçülmesi kesik çizgilerle işaretlenmiştir.



Şekil - 3.7

Kablo geçkilerinin belirlenmesi plaklara göre girişlerde daha zor olmaktadır. Genellikle (yüzen kablolar, şapo kablolar, farklı seviyeler vb.) çok düzensiz şekiller gerektiği için bi-

leşke kablo yürüncesinde kırıklıklar oluşur. Tesir çizgileri, böylesi durumlar için daha da etkilidir.

Sabit kesitli düz çubuklar için δ_{ij} ve δ_{i0} terimleri kapalı formüllerle belirlidir. Ne varki sistem geometrisindeki bazı özel durumlar (guse, kurb, vb.) için fleksibilite ve yük matrisinin hesabı çok zor olmaktadır. Sabit kesitli kurb kirişler için, δ_{ij} ve (düşey yük, tork ve öngerilme için) δ_{i0} terimlerinin kapalı formülleri Celâsun tarafından verilmiştir.^{3.10} Elle yapılacak hesabı kısaltmak üzere bu formüllerin tabiolasştırılması, ilk uygulamaların yapılması ve sonuçların karşılaştırılması Kuyucular tarafından gerçekleştirilmiştir.^{3.11}

Açıklık içinde sabit yarıçaplı kurb kirişlerde, düşey yük, tork yükü ve öngerilme etkileri için; sınır şartları ve atalet momenti değişimleri açısından daha genel bir program geliştirilmiştir.^{3.12}

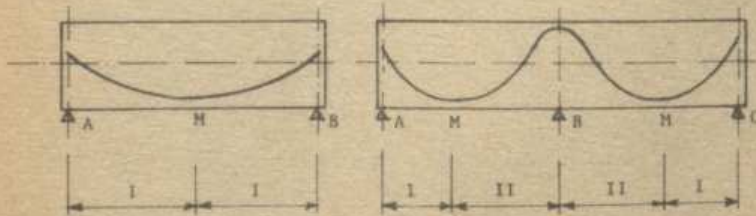
Hangi yoldan olursa olsun, herhangi bir i kesitinin öngerilme tesir çizgisi (η_{ξ} ordinatları) bilindiğinde; o kesite ait \bar{M}_i ve M_{pi} :

$$\bar{M}_i = \int_i \eta_{\xi}^p \cdot (Pe)_{\xi} \cdot d\xi \quad (3.15)$$

$$M_{pi} = \bar{M}_i + (Pe)_i \quad (3.16)$$

3.3. KABLO TRASELERİ

Sonradan germe (post-tension) yöntemi ile öngerilme verilen yapılarda bileşke kablo traseleri dış moment zarfına anodur ve seçilen statik sisteme bağlıdır (Şekil - 3.8).

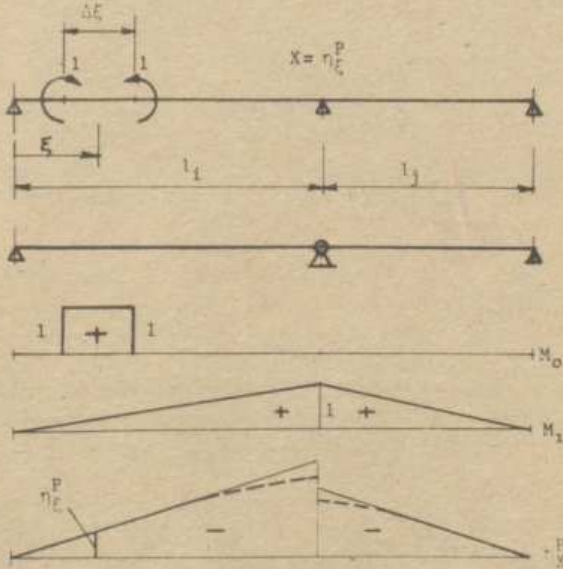


Şekil - 3.8

den bağımsızdır. Sabit atalet momentli sistemler için η_{ξ}^P 'nin lineer olduğu hemen görülmektedir. Ne varki, bu etkili yol, programlamaya pek elverişli değildir.

3.2.3.3. Öngerilme Tesir Çizgilerinin Kuvvet Metodu İle Hesabı

İncelenen sistem üzerinde, $\Delta\xi$ boyda etkiyen bir gezici moment çiftinin, herhangi bir kesitte oluşturduğu η_{ξ}^P etkisini kendi hizasına ordinat olarak işleyerek öngerilme tesir çizgisi çizilebilir. Şekil - 3.7 de bu yoldan, iki açıklıklı bir kirişin mesnet momenti için öngerilme tesir çizgisinin elde edilişi anlatılmaktadır. Eğer $\Delta\xi = 0.1 l_1$ seçilirse $\xi = 0.05, 0.15, \dots, 0.95 l_1$ deki η_{ξ}^P ordinatları hesaplanmış olur. $\Delta\xi$ boylarının açıklıktan açıklığa farklı alındığında oluşan süreksizlik ve guse etkisi ile oluşan ordinat küçülmesi kesik çizgilerle işaretlenmiştir.



Şekil - 3.7

Kablo geçkilerinin belirlenmesi plaklara göre kirişlerde daha zor olmaktadır. Genellikle (yüzen kablolar, şapo kablolar, farklı seviyeler vb.) çok düzensiz şekiller gerektiği için bi-

leşke kablo yörüngesinde kırıklıklar oluşur. Tesir çizgileri, böylesi durumlar için daha da etkilidir.

Sabit kesitli düz çubuklar için δ_{ij} ve δ_{io} terimleri kapalı formüllerle belirlidir. Ne varki sistem geometrisindeki bazı özel durumlar (guse, kurb, vb.) için fleksibilite ve yük matrisinin hesabı çok zor olmaktadır. Sabit kesitli kurb kirişler için, δ_{ij} ve (düşey yük, tork ve öngerilme için) δ_{io} terimlerinin kapalı formülleri Celâsun tarafından verilmiştir.^{3.10} Elle yapılacak hesabı kısaltmak üzere bu formüllerin tablolaştırılması, ilk uygulamaların yapılması ve sonuçların karşılaştırılması Kuyucular tarafından gerçekleştirilmiştir.^{3.11}

Açıklık içinde sabit yarıçaplı kurb kirişlerde, düşey yük, tork yükü ve öngerilme etkileri için; sınır şartları ve atalet momenti değişimleri açısından daha genel bir program geliştirilmiştir.^{3.12}

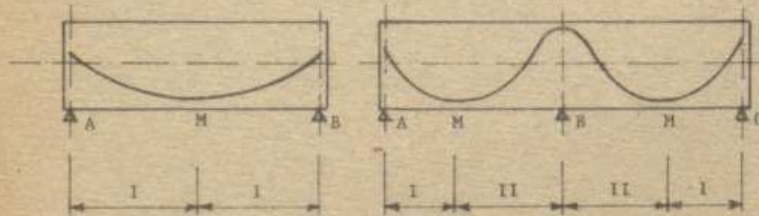
Hangi yoldan olursa olsun, herhangi bir i kesitinin öngerilme tesir çizgisi (η_{ξ}^p ordinatları) bilindiğinde; o kesite ait \bar{M}_i ve M_{pi} :

$$\bar{M}_i = \int_1 \eta_{\xi}^p \cdot (Pe)_{\xi} \cdot d_{\xi} \quad (3.15)$$

$$M_{pi} = \bar{M}_i + (Pe)_i \quad (3.16)$$

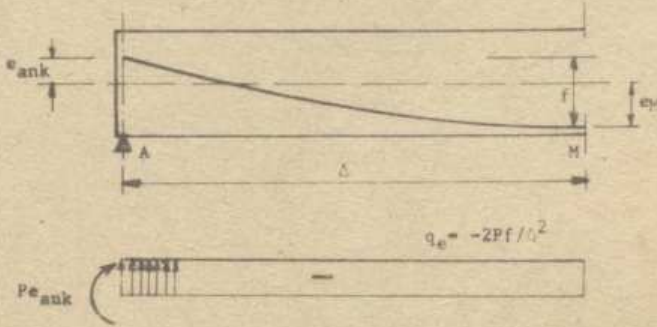
3.3. KABLO TRASELERİ

Sonradan germe (post-tension) yöntemi ile öngerilme verilen yapılarda bileşke kablo traseleri dış moment zarfına analogdur ve seçilen statik sisteme bağlıdır (Şekil - 3.8).



Şekil - 3.8

Daha çok basit kirişlerde ve sürekli kirişlerin uç kısımlarında (I ile işaretlenen bölgeler) kullanılan 2° parabol geçkinin eşdeğer yükü Şekil - 3.9 da görüldüğü gibidir.

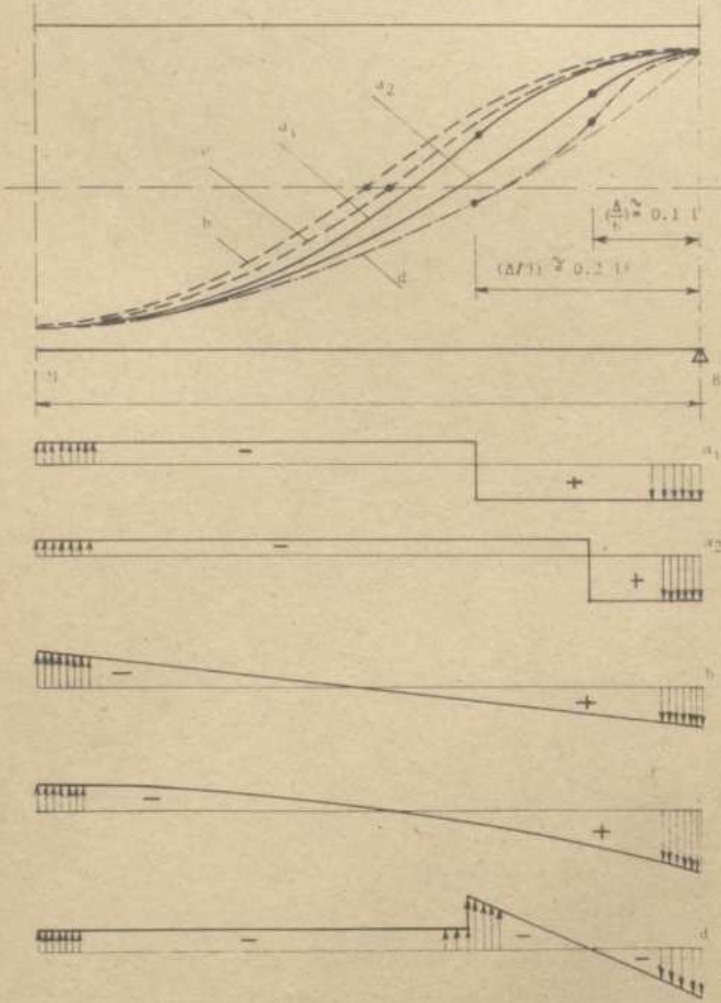


Şekil - 3.9

II ile işaretli kısımlarda kullanılabilecek kablo geçkileri ve eşdeğer yükleri Şekil - 3.10 da görülmektedir. Bunlardan a_1 ve a_2 ile işaretlenenler, ters eğrilikli iki quadratik parabolü, $2\Delta/3$ ve $5\Delta/6$ da teğetleri ortak olacak şekilde ekleyerek elde edilir. Ek yeri -büküm noktası- mesnede yaklaştıkça a trasesi d yörüngesine yaklaşır. d trasesi $2\Delta/3$ apsisinde ortak teğetli olarak eklenen 2° ve 3° geçkilerden meydana gelir. b ve c yörüngeleri basit kübik ve 4° parabol geçkilerdir. Bu geçkiler birbirlerine oldukça yakındır ve sürtünme kayıpları da (a ve d ye göre) azdır.

Eşdeğer yükleri farklı olan bu geçkilerin sekonder etkileri de farklı olur. Şekil-3.8.b deki sistem için b ve c serisi kablolar, $P = st$, $|e_M| = |e_B|$ durumunda "kondordan kablo" özelliği gösterir. Yani sekonder etkileri sifıra yakındır. Önceleiri pek tutulan "konkordan kablo" kavramı bugün terk edilmiştir. Çünkü dış moment zarflarının mesnet değeri açıklık değerinden oldukça büyüktür. Ayrıca trotuar konsolları ile giriş tablaları, kesit ağırlık merkezini yukarı çeker ve $|e_B| < |e_M|$ olur. Uygulamada genellikle P_{mesnet} (1.50~2.0) Paçıklık gerekir. Guse yapılamıyorsa; ekonomik olmayan kısa kablolar kullanmamak için en etkili çare, mesnetlerdeki pik momentleri yuvarlatan sekonder momentlerden yararlanmaktır. Bu bakımdan en elverişli trase a_2 ve d dir.

d trasesine göre, eşdeğer yük idealizasyonu ve uygulama açısından kolaylık sağlayan a_2 tipinin tercih edilmesi daha uygundur. Şekil - 3.10 daki boykesitte, kablo ordnatları arasındaki farklar 5/6 kat büyütülerek çizilmiştir. Ve gerçekte, a_2 ile d birbirine çok yakın seyrederek. a_2 , d nin mesnette çok sert olan dönüşünü yuvarlattığı için de avantajlıdır.



Şekil - 3.10

BÖLÜM IV

SONLU ELEMANLAR METODU İLE
PLAKLARDA ÖNGERİLME ETKİLERİNİN HESABI

4.1. GENEL

Önceki bölümde ele alınan çubuk sistemlerde olduğu gibi plaklarda da, sekonder etki \bar{M} , öngerilmenin P_{ep} değerinin; gerekli P_{ep} değeri de \bar{M} nin bilinmesini gerektirmektedir. Plak geometrisinin, sınır şartlarının ve kablo traselerinin farklılığı yanında, "kaprisli" bir yapı elemanı olan plaklarda, öngerilme etkilerinin hesabı daha da zordur. Enine büzülme olayı ve süreklilik dolayısıyla, aranan sekonder momentler oldukça büyük mertebelerde oluşabilmektedir.

Dahası, öngerilme donatıları aktif olduğu için, kablo yerleştirmeli "gerekli öngerilme donatısı" miktarını etkilemektedir. 5. Bölümde anlatıldığı şekilde yapılacak optimizasyon ile, gerekli toplam aktif donatıdan sağlanabilecek tasarruf %20 ile 50 arasında değişmektedir.

Sonlu elemanlar gibi kendi içinde hata bulunduran yöntemlerle, çok defa başlangıçta mertebesi bilinmeyen sekonder momentlerin aranması zor olmaktadır. Karşılaştırma yapabilmek için, 5. Bölümün sonunda verilen örnekler, literatürdeki (diğer yöntemlerle) çözülmüş problemlerden seçilmiştir. Programın ve yararlandığımız T18 elemanının bu örnekler için gösterdiği performans, bu yöntemin diğer plak problemlerine de uygulanabileceğini göstermektedir. Metodun uygulanışından önce, plaklarda öngerilme etkilerinin hesabı için önerilen diğer yöntemler aşağıda kısaca özetlenecektir.

4.2. TESİR YÜZEYLERİ İLE ÇÖZÜM

Celasun'un¹⁰¹ çalışmasında, öngerilme tesir çizgileri tekniğine analog olarak, plaklar için "öngerilme tesir yüzeyleri" kullanılması önerilmektedir. Ayrıca sözkonusu çalışmada, dört kenarından serbest mesnetli plaklarda orta nokta momentlerinin tesir ordinatları ve parabolik kablolar için entegre değerler verilmektedir.

Bu tesir yüzeyi tabloları düşey tek yük tesir çizgilerinden türetilerek elde edilmiştir. Ancak iki defa türev alındıktan sonra, bilhassa referans noktası civarında, dış yükler için gözlenen singularite daha da kötüleşmektedir ve bu tesir ordinatları çok detaylı ara işlemlerle kullanılabilir hale getirilmiştir. Ele alınan dört kenarından serbest mesnetli basit plak için bu zorluklar aşılabilmektedir. Ancak kurb, verev, mütemadi sistemlerde bu yöntemi her zaman kullanmak çok zordur. Çünkü:

- Dış yüklere ait tesir çizgileri literatürde hazır bulunan (veya formüle edilmiş) problem sayısı çok azdır. Dolayısı ile önce başlı başına bir iş olan (ve genellikle yaklaşık olarak hesaplanabilen) bu tesir yüzeylerinin teşkili gerekmektedir.
- Türev alma sırasında oldukça yüklü nümerik işlemler gerekmektedir ve bazı durumlar için hesaplardaki hassasiyet yetersiz kalmaktadır.
- Dış yük tesir yüzeyi ordinatları yanısıra, öngerilme tesir yüzeyi ordinatlarının da sonlu elemanlar yöntemi ile hesabı akla gelebilir. Ancak bu durumda, en azından eleman sayısının iki katı kadar farklı yükleme gerekmektedir. Ayrıca plak yüzeyine dağılı referans noktaları civarında çok sık mesh gerekir. Ve komputer kullanım süresi katlanılmaz derecede artar. Bu zorluk yenilse bile;

$$\{P_0\}_e = - [A_d]^{-1T} \int_A [A'']^T \{p_1\}_e dA \quad (2.16)$$

şeklinde hesaplanan ve terimleri, dış yük terimlerine oranla çok çok küçük olan yük matrisleriyle yapılan çözümler gerçeğe yakın sonuçlar vermeyebilir.

- Herhangi bir noktadaki bir gerilme bileşeni için elde ki iki (dış yük ve öngerilme) tesir yüzeyinin ayrı ayrı değerlendirilmesi gerekmektedir ki kritik nokta sayısının çok olması bu külfeti artırır.
- Uygulamada dış yük tesir ordnatları hesabı için genellikle komputer kullanılmakta, fakat hesabın sonraki adımları programlamaya elverişli olmamaktadır.

Bütün bu zorlukların yenilerek öngerilme tesir yüzeylerinin hesaplanabildiği plaklarda; bu tesir ordnatları ile, trasesi ve kuvveti rastgele değişen kablo, diferansiyel sünme, ısı, vb. etkileri kolaylıkla hesaplanır. Diğer yöntemlerle böyle problemler çok zor ele alınabilmektedir.

4.3. EŞDEĞER YOK YÖNTEMİ İLE ÇÖZÜM

Plaklarda gravitasyonel yük etkilerinin hesabı için sonlu elemanlar yönteminden çok yararlanılmıştır^{2.01, 2.03, 4.02, 4.03}. Ancak, literatürde öngerilme etkilerinin sonlu elemanlar yardımı ile çözümünden pek az bahsedilmektedir^{4.04, 4.05, 4.07}. Celâsun, düşey yük tesir yüzeyleri literatürde mevcut bulunan bazı plaklarda, eşdeğer yük yöntemini kullanarak, enine yöndeki kablolarında esas yöndeki çalışmaya katkıda bulunduğunu göstermektedir^{4.06}.

Bilindiği gibi toplam öngerilme etkisi (basınç çizgisi);

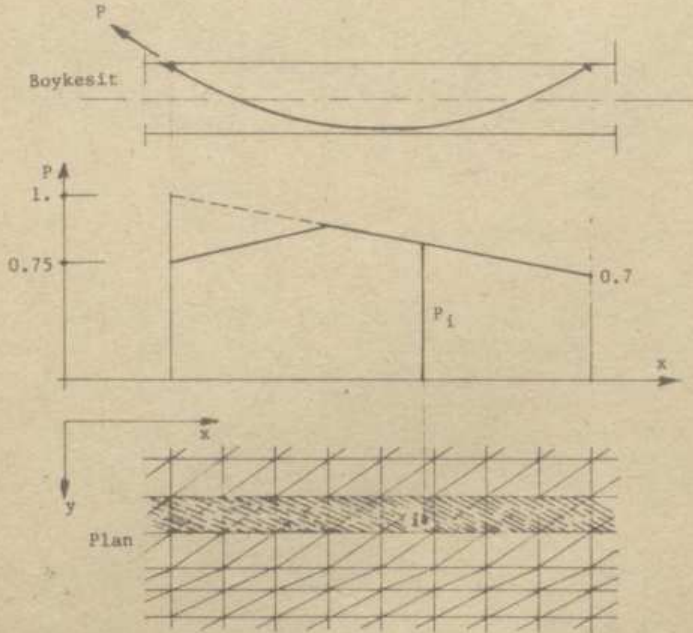
- Kablo kuvvetine ve değişimine,
- Kablo trasesi (eğriliği) biçimine,
- Sistem boykesitinde tarafsız eksen çizgisinin eğriliğine,
- Her kablunun ankrajında (P_{eank}) ankraj momentine ve ankraj mesnet üstünde değilse, (P_{sina}) düşey ankraj yüküne

bağlıdır. Sonlu elemanlar yöntemine başvurulduğunda, bu hususlar programda şöyle sağlatılır:

4.3.1. Kablo Kuvveti ve Değişimi

Bilindiği gibi kablo kuvveti, sürtünme, rantreden ötürü kesitten kesite, sünme, rütne, rölaksasyon etkileri ile de zamana bağlı olarak çok değişir.

Bölüm 6'daki PRESTR alt programında kablo eşdeğer yükü q_e hesaplanırken, kablo kuvveti $P = 1$ alınmakta, sonradan çağırılan programda P nin gerçek değeri ile q_e tashi edilmektedir. Kayıplarla P nin değişiminin de bilinmesi yeterlidir (Şekil - 4.1).



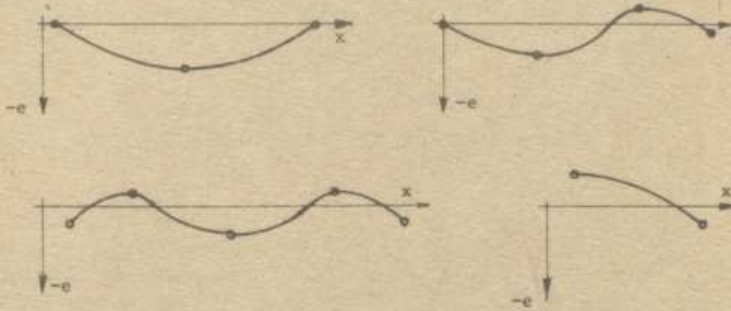
Şekil - 4.1.

Eğer bir dizi (örnek olarak trasesi 4.1.a da görülen, planda ise kesik taralı bölgeye yayılı) kablunun etkisi aranıyor ise, sadece taralı elemanların ağırlık merkezi hizasındaki P değeri programa okutulur. Sonuçta, hesaplanan (veya ilkten okutulan) P değeri, y yönünde birim genişliğe yayılı kablo kuvvetini belirtir. Tek tek kabloların tesiri, dar tutulan

bir plak şeridine yayılı bir seri kablo etkisi olarak hesaplanabilir. Bu bölümün sonunda verilen örneklerde (plaklarda sürünme kayıpları küçük olduğu ve kayıplarla ilgili parametreler hesaba sokulmadığı için) $P = st$. alınmıştır.

4.3.2. Kablo Trasesi ve Eğriliği

Bölüm 3.3 de çok kullanılan geçkiler incelenmiş ve karşılaştırılmıştır. Plaklarda gövde genişliği fazla olduğu için, genellikle kabloların hepsi, bileşke kablo trasesine özdeş bir geçkiyle yerleştirilebilir. Örnek olarak Şekil - 3.10 da a_2 ile işaretlenen geçki (en elverişli bileşke trase olduğu belirtilmişti) yardımı ile PRESTR alt programında eşdeğer yükü (ve eksantrisitesi) hesaplanabilecek bazı kablolar Şekil - 4.2 de verilmiştir.



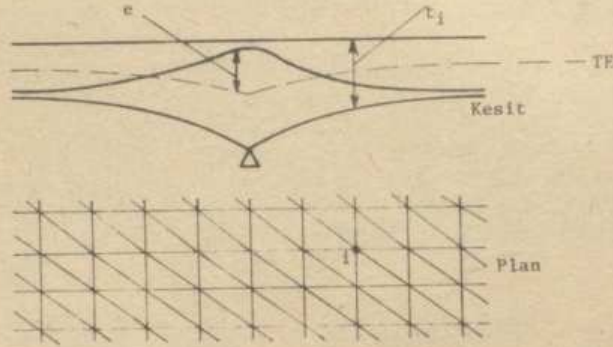
Şekil - 4.2

Şekilde içi boş noktalar, ekstrem exantrisiteli, apsis ve ordinatı programa okutulacak noktaları göstermektedir. $IT = 1, 2, 3$ sırasıyla a, b, c türü kabloların işlenmesini sağlar. (Şekil - 3.10).

4.3.3. Tarafsız Eksen Cizgisinin Eğriliği

Özellikle guseli plaklarda, kesit ağırlık merkezleri bir doğru üzerinde olmaz (Şekil - 4.3). Bölüm 5 de verilen programda, düğüm noktalarında ani kalınlık değişimleri ihmal edilerek,

sürekli kalınlık değişimleri ele alınmıştır. Dış yükler için bu yeterlidir. Ancak öngerilme etkileri hesabında ve kablo yerleştirmede eksantrisitelerin tarafsız ekseninden ölçülmesi gerekmektedir (Şekil - 4.3).

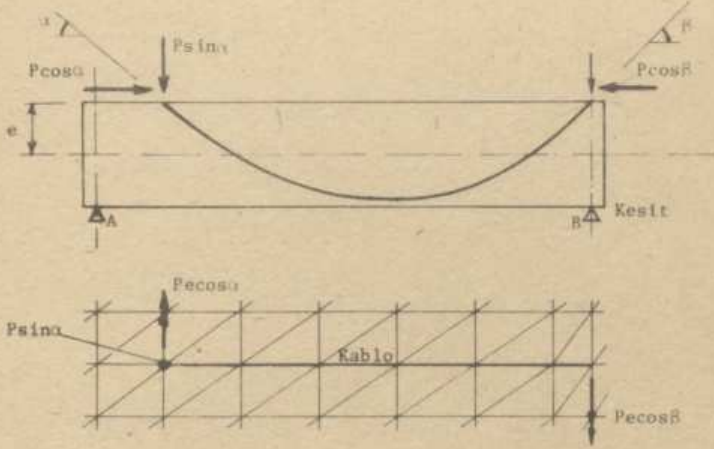


Şekil - 4.3

4.3.4. Ankraj Kuvveti ve Momenti

Parabolik kablolar ankrajlarındaki eğim dolayısıyla plaja düşey bir ankraj yükü uygularlar. Ankrajın mesnet üstüne gelmediği durumlarda bu yükler ve eksantrik ankrajlamadan oluşacak momentler çözüme dahil edilmelidir (Şekil - 4.4). Daha kolay yazılabildiği için programda; serbest mesnet üzerindeki ve boşa kenardaki ankraj momentleri ayrıca çözülmekte sonradan süperpozisyona gidilmektedir.

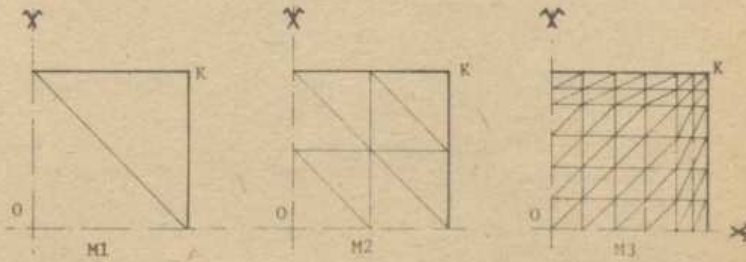
Şekil - 4.4 den anlaşılacağı gibi $P_{\cos\alpha}$, $P_{\sin\alpha}$, $P_{\cos\beta}$, ve $P_{\sin\beta}$ değerleri (2.18) deki sağ taraf vektörünün ilgili satırlarına ilave edilir. Ayrıca B noktasında momentin bilinen değeri, (örnek olarak, $P_{\cos\beta}$: Kablo aralığı) 2.4.4.c deki gibi işlenerek sınır şartlarına dahil edilir. Mesnet bölgelerinde yeteri kadar sık bir mesh kullanılmadığı durumlarda, ankraj momentleri etkisi -bazı noktalar için- %10-15 eksik hesaplanmıştır.



Şekil - 4.4

4.4. T18 ELEMANININ YAKINSAMA ÖZELLİKLERİ

Diğer yöntemlerle elde edilen sonuçlarla karşılaştırma yapabilmek için, örnek problem olarak, kare plak seçilmiştir. Çeyrek plak çözümü için üç değişik bölünme durumunda (Şekil - 4.5), dış yükler için elde edilen sonuçlardaki hata yüzdeleri Tablo - 4.1 de verilmiştir.



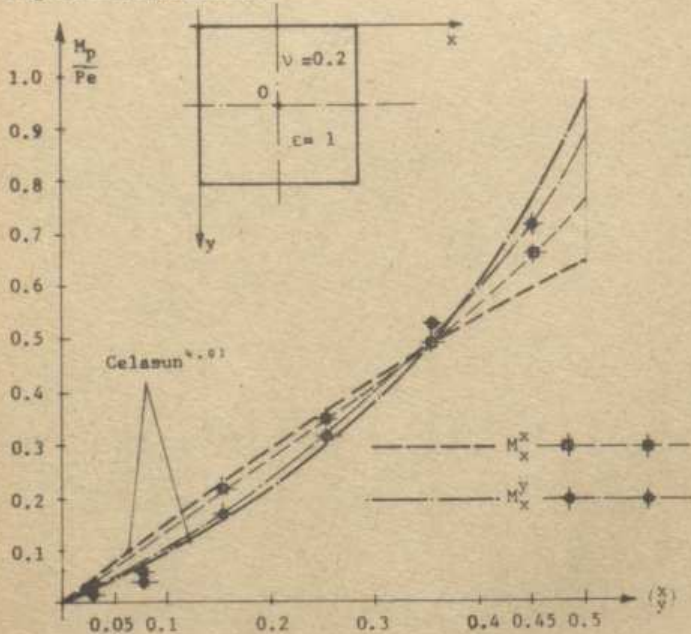
Şekil - 4.5.

Tablo - 4.1

MESH	Uniform yayılı yük			Ortada tek yük*		
	w^0	$m_x^0 = m_y^0$	m_{xy}^K	w^0	$m_x^0 = m_y^0$	m_{xy}^K
M1	0.5	0.5	0.8	1	0.1	5
M2	0.8	0.4		1.5	15	4
M3	0.2	0.3		0.5	4	4

* Çapı, 1/10 kenar uzunluğuna eşit olan, dairesel uniform yük sonuçlarına göre.

M3 durumunda, her iki yönde basit parabol geçkili, uniform öngerilmeli, basit kare plakta $\nu = 0.2$ için; orta noktada "toplam öngerilme etkisi" olarak hesaplanan $-0.6987 Pe$ değerini, Celâsun $-0.71 Pe$ bulmaktadır^{4,01}. Münferit kablo etkilerinin de uygun hesaplanabildiği, Şekil - 4.6 dan anlaşılmaktadır. Mesnetler yakınında gözlenen uyumsuzluk entegre değerlerde pek birşey değiştirmemektedir.



Şekil - 4.6

BÖLÜM V

ÖNGERİLMELİ PLAKLARDA AKTİF DONATI
OPTİMİZASYONU İÇİN BİR YÖNTEM

5.1. OPTİMİZASYONUN YAPILIŞI ve FORMOLLERİ

Boyu, $l_x = a$, eni $l_y = \epsilon a$ ($\epsilon \leq 1$), kalınlığı t , merkezi çekirdek yüksekliği ($-c+c'$) olan plağımızın her kesitinde; extrem momentler:

$$M_{\min} = \mu g a^2 \quad (5.1)$$

$$M_{\max} = \mu (g+q) a^2 \quad (5.2)$$

Her iki yönde belli bir trase ve kablo yayılışı için; tüm kesitlerdeki eksantrisitetler, kablo dağılım ve yön faktörleri ($e_p^x, e_p^y, \gamma^x, \gamma^y, \beta^x, \beta^y$) bilinmektedir (Şekil - 4.2 ve 5.2). Yön faktörü $\beta^x = 1$ olan x yönündeki kabloların etkisi:

$$M_p^x = \left(\sum_{i=1}^{n_y} \gamma_i^x \mu_{pi}^x \right) P e_p^x = T_p^x P e_p^x \quad (5.3)$$

ve yön faktörü β^y olan y kablolarının etkisi:

$$M_p^y = \left(\sum_{i=1}^{n_x} \gamma_i^y \mu_{pi}^y \right) P e_p^y = T_p^y P e_p^y \quad (5.4)$$

Burada:

$\beta^y: A_{sp}^y / A_{sp}^x$, iki yöndeki toplam donatı enkesitleri oranı.

μ_{pi}^x : x yönünde, i. şerite konan kabloların etkisi. Daha sonra yapılacak süperpozisyonu kolaylaştırmak için, bu değer $Pe_p = 1$ olacak şekilde program çıktısından (out-put) alınmaktadır. Bunlara i. şeritteki kabloların "tesir katsayısı" denebilir.

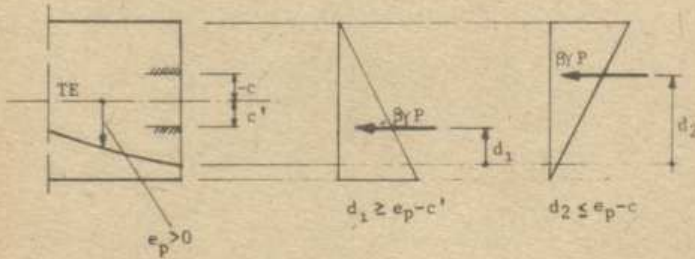
P : Yön faktörü $\beta = 1$ alınan yönde (x yönü), $\gamma_1 = 1$ olan şeritte, birim genişlikte gerekli öngerilme kuvvetidir.

"Toplam Öngerilme Donatısı" $(1+\beta\gamma\epsilon)P$ ile orantılıdır ve herhangi bir kesitte, "toplam" ve "sekonder" momentler:

$$M_p = (e_p^x T_p^x + \beta \gamma e_p^y T_p^y) P = T_p^{xy} P \quad (5.5)$$

$$\bar{M} = M_p - (-\beta \gamma P e_p) = (\beta \gamma P e_p + T_p^{xy}) P \quad (5.6)$$

olarak bulunabilir.



Şekil - 5.1

Gerilme limitlerinin aşılmaması için, kesitteki $B\gamma P$ basınç gerilmeleri bileşkesi (= kablo kuvveti) limit çekirdek içinde kalmalıdır. Diğer bir deyişle; basınç çizgisi kablodan en az d_1 (yüksüz durum) en fazla d_2 (yükli durum) kadar deplase olabilir (Şekil - 5.1).

$$d_1 B\gamma P \leq M_{\min} + \bar{M}$$

$$P \leq \frac{M_{\min}}{-T^{xy} - \beta \gamma c'} \quad \text{Payda} > 0 \quad (5.7)$$

$$d_2 \beta \gamma P \geq M_{\max} + \bar{M}$$

$$P \geq \frac{M_{\max}}{-T_p^{xy} - \beta \gamma c} \quad \text{Payda} > 0 \quad (5.8)$$

(5.7) ve (5.8) bağıntılarını her kesitte sağlayan P değeri, (P_{\min}) ile gösterilirse, i donatı indeksi (seçilen kalınlık, trase ve kablo yerleştirmesi için) şöyle hesaplanır:

$$i = (1 + \beta^y \epsilon) P_{\min} \quad (5.9)$$

Kablo aralıkları, β^y değeri değiştirilirse (seçilmiş bir plak kalınlığı için), en küçük i değerinin bulunduğu çözüm, "Optimal", o çözüme ait P_{\min} değerinin hesaplandığı kesit "Kritik" olur. Eğer beton maliyeti de hesaba alınacaksa (yerleştirilmiş donatı ve beton birim maliyetleri: C_p , C_c), optimum maliyet:

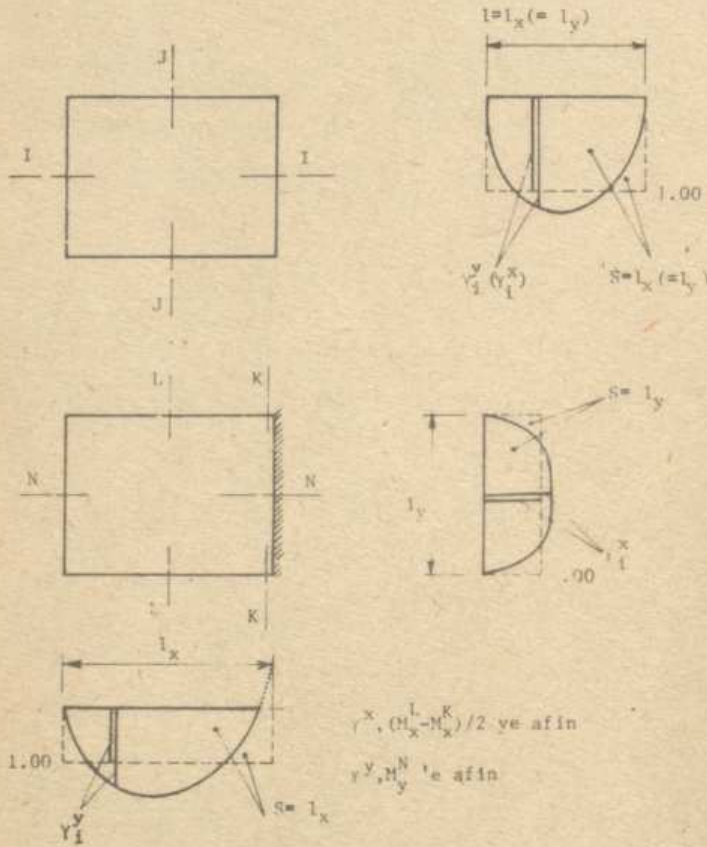
$$C_{\text{opt}} \leftarrow \left. \epsilon a^2 t C_c + a^2 (1 + \beta^y \epsilon) P_{\min} C_p \right|_{\min} \quad (5.10)$$

ile hesaplanabilir. Bu çözüm her zaman en uygun çözüm değildir ve şartnamelerce istenen diğer tahkikleri (sehim, kırılma vb.) sağlamayabilir. Bu çalışmada, ele alınan örnekler için, (5.9) ile sadece aktif donatı minimize edilmiştir.

5.1.1. γ^x , γ^y Kablo Dağılım Faktörlerinin Hesabı

Uniform kablo yerleştirilen yönde $\gamma = 1$ olacağı bellidir. Eğer kablo aralıkları (veya kablo kesitleri) kesitteki

momente "afin" olacak tarzda değişken tutulacaksa, γ^x ve γ^y aşağıdaki Şekil - 5.2 de 6rneklendiği gibi hesaplanabilir. Şekil - 5.2 de d6rt kenarından basit mesnetli ve 6c kenarı serbest diğeri ankastre mesnetli iki plak için γ^x ve γ^y hesabı g6sterilmektedir.



Şekil - 5.2

Şekilde görülen γ faktörlerinden, üniform aralıklı kablolarinkiler kesik çizgilerle, değişken aralıklı kablolarına ait olanlar ise (kablolu kısımlarda) dolu çizgilerle verilmiştir.

5.2. ÖRNEKLER

Bu bölümde, çeşitli düşey yükler için çözümleri literatürde verilen, üç örnek problem için aktif donatı optimizasyonunun yapılışı gösterilecektir. Önerilen şekilde kablo yerleştirimi ile sağlanabilecek tasarrufun büyüklüğü hemen farkedilmektedir.

5.2.1. Basit Mesnetli Kare Plâk

Şekil - 5.3 de ölçüleri verilen plakta iki ayrı kalınlık ve hareketli yük ($t = 0.2$ m, $q = 3.7$ kN/m² ve $t = 0.36$ m, $q = 3$ kN/m²) durumunda, toplam 8 ayrı kablo tertibi için öngerilme hesabı yapılmıştır. Simetriden ötürü, çeyrek plak çözümü (mesh şekilde gösterilmiştir) yeterli olmaktadır. Şekilde parantez içine alınan değerler $t = 0.36$ m örneğine aittir. 0.2 m kalınlık için donatı indeksinin değişimi Şekil - 5.4 de görülmektedir. P_{min} değerinin olduğu kritik nokta ve kesitler de, donatı indekslerinin yanında belirtilmiştir. Aşağıdaki Tablo - 5.1.a da extrem momentler; Tablo - 5.1.b de; T_p^x , T_p^y öngerilme değerleri ve Tablo 5.1.c de ise (örnek olmak üzere) optimal çözümün hesabı verilmektedir.

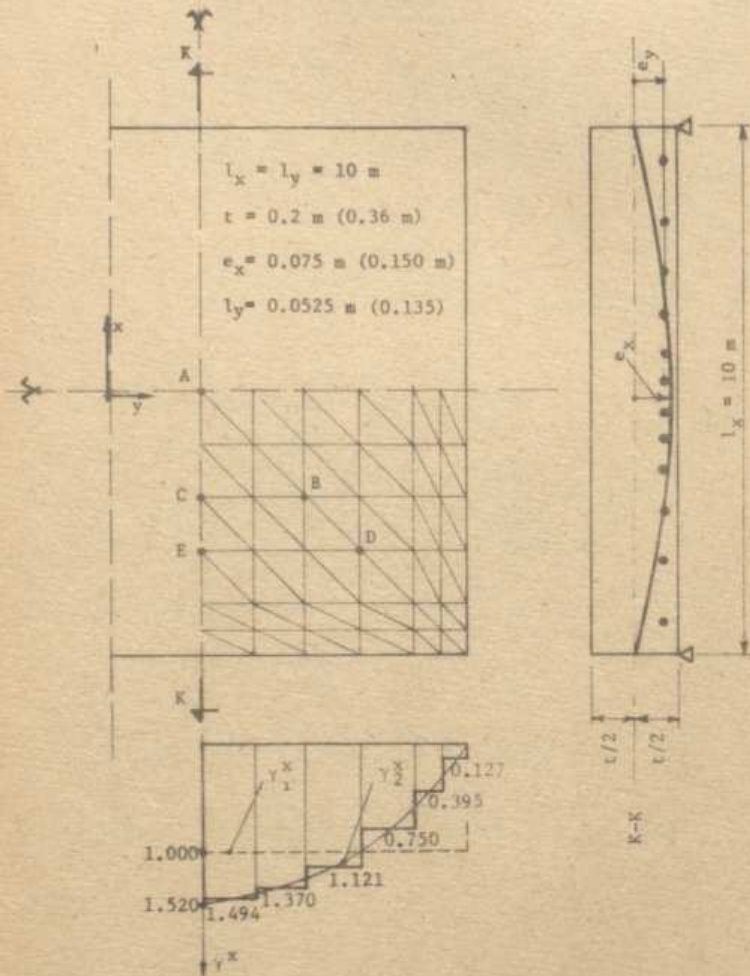
Örnek olarak M_A^x için T_p^x değeri üniform kablo durumunda

$$\begin{aligned} (T_p^x)_{M_A^x} &= \underline{0.1337+0.0953+0.0664+0.0403+0.0101+0.0034} \\ &= 0.3494 \end{aligned}$$

Momente afin dağılım için;

$$\begin{aligned}
 (T_P^X)_{M_A^X} &= 1.494 \cdot 0.1337 + 1.37 \cdot 0.0953 + 1.121 \cdot 0.0664 \\
 &+ 0.75 \cdot 0.0403 + 0.395 \cdot 0.0101 + 0.127 \cdot 0.0034 \\
 &= 0.4450
 \end{aligned}$$

Altı çizili olanlar μ_{pi} tesir katsayılarıdır.



Şekil - 5.3

Tablo - 5.1.a $t = 0.2 \text{ m}$, $q = 3.7 \text{ kN/m}^2$

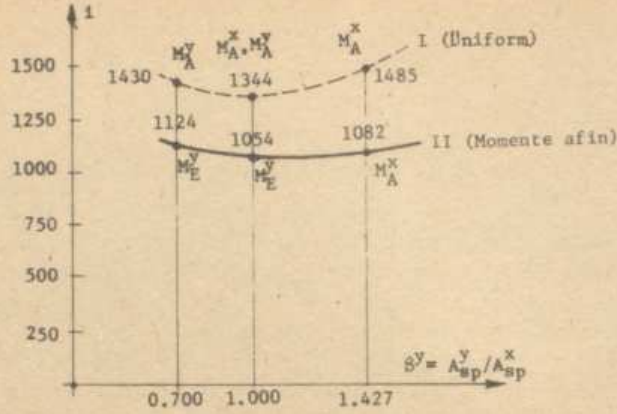
Nokta, Moment	M_A^x	M_A^y	M_B^x	M_B^y	M_C^x	M_C^y	M_D^x	M_D^y	M_E^x	M_E^y
$\mu \times 10^5$	4368	4368	3257	3257	3923	3610	2043	2043	3118	2903
M_{\min} (kNm)	21.0	21.0	15.7	15.7	18.8	17.3	9.8	9.8	15.0	13.9
M_{\max} (kNm)	52.4	52.4	39.1	39.1	47.1	43.3	24.5	24.5	37.4	34.8

Tablo - 5.1.b T_p^x, T_p^y Değerleri, I : Uniform, II : Değişken Aralık

	M_A^x	M_A^y	M_B^x	M_B^y	M_C^x	M_C^y	M_D^x	M_D^y	M_E^x	M_E^y	
I	$-10^4 T_p^x$	3494	3494	2606	2606	3139	2890	1635	1635	2322	2495
	$-10^4 T_p^y$	3494	3494	2607	2607	3139	2890	1635	1635	2495	2322
II	$-10^4 T_p^x$	4450	4450	3131	3131	3936	3746	1800	1800	2736	2697
	$-10^4 T_p^y$	4450	4450	3131	3131	3704	3588	1800	1800	2697	2760

Tablo - 5.1.c $t = 0.2 \text{ m}$, $a_x = 0.075 \text{ m}$, $a_y = 0.0525 \text{ m}$, $\beta^y = 1.00$,
 $P_{\min} = 527 \text{ kN/m}$, $i = 1054$.

	M_A^x	M_A^y	M_B^x	M_B^y	M_C^x	M_C^y	M_D^x	M_D^y	M_E^x	M_E^y
$-10^4 T_p^{xy}$	567	567	400	400	490	469	229	229	349	347
γ	1.52	1.52	1.24	1.24	1.32	1.24	0.94	0.94	1.52	0.94
$(-2\gamma c^x - T_p^{xy}) 10^4$	61	61	13	13	16	56	-198	-198	-157	-33
$(-2\gamma c^y - T_p^{xy}) 10^4$	1073	1073	813	813	1000	882	542	542	856	660
$P \leq$	3450	3450								
$P \geq$	488	488	480	480	471	491	452	452	437	527



Şekil - 5.4

Bu örnek problem için şu sonuçlara varabiliriz:

a) Uniform kablo aralıkları yerine momente afin kablo sıklığı ile %25-%35 arasında tasarruf sağlanabilmektedir. Betonarme plakta ise donatıdan bu şekilde %50 tasarruf -teorik olarak- mümkündür.

b) Bu problem için Marcus'un verdiği yük katsayıları $X = \rho = 0.5$ olarak bellidir ve en ekonomik donatı da $\beta^Y (= \rho/X) = 1$ için bulunmaktadır.

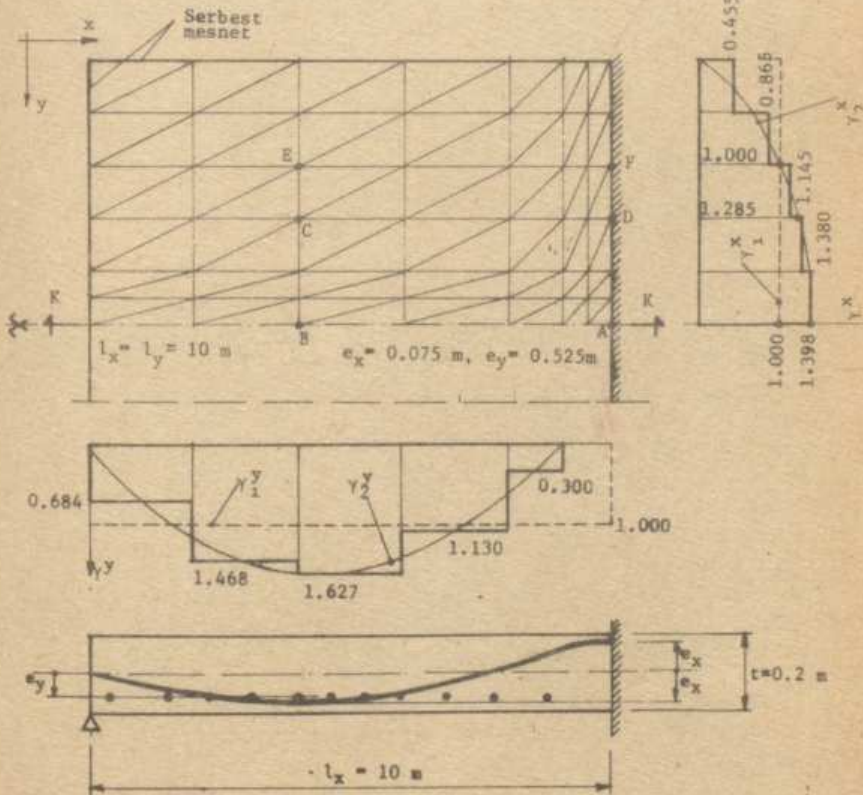
c) Gerek uniform, gerekse değişken aralıklı kablolar için en ekonomik çözüm, her iki yöndeki kablo enkesitleri eşitlendiğinde ($\beta^Y = 1$ için) bulunmaktadır. β^Y nin 0.70 veya 1.43 alınması donatı indeksini en çok %7 artırmaktadır. Bu yüzden eksantritenin kılıf çapı kadar azaldığı yönde eşdeğer itkiyi eşitleyecek şekilde kablo enkesitinin artırıldığı ($\beta^Y = 1.43$) veya tersine ($\beta^Y = 0.70$) durumda, donatı indeksi pek değişmemektedir.

d) Şekil - 5.4 deki diyagram $t = 0.2$ m kalınlık için verilmektedir. Kalınlığı $t = 0.36$ m olan plakta da uygun kablo tertibi ile %26 tasarruf yapılabileceği hesaplanmıştır. Yani momente afin kablo sıklığı ile sağlanabilecek tasarrufun optimal donatıya oranı; kalınlığa veya $q/(g+q)$ oranına bağlı değildir.

e) Optimal donatının bulunduğu çözümde, en büyük momentin etki ettiği kesit değil, kenara yakın bir kesit, "kritik" olmaktadır.

5.2.2. Bir Kenarından Ankastre, Diğerleri Serbest Mesnetli Kare Plak (Şekil - 5.5)

İkinci örnek olarak seçtiğimiz bu plağın bir benzerine ait tesir yüzeyi Timoshenko-Krieger^{1.01} tarafından verilmektedir. İkinci örneğimiz, adı geçen referanstaki plak ile basit mesnetli kare plak arası bir davranış gösterir. Dolayısıyla bu örneğimizden çıkarılacak sonuçlar, aynı referansta ele alınan sürekli plakların öngerilmesi açısından da yol gösterici olacaktır (Şekil - 5.7). Bu örneğimize ait optimal çözümün bulunuşu Tablo - 5.2.c de (örnek olarak) verilmiştir. i donatı indeksinin değişimi ise, Şekil - 5.6 da gösterilmiştir.



Şekil - 5.5

Tablo - 5.2.a Dış Yük Momentleri

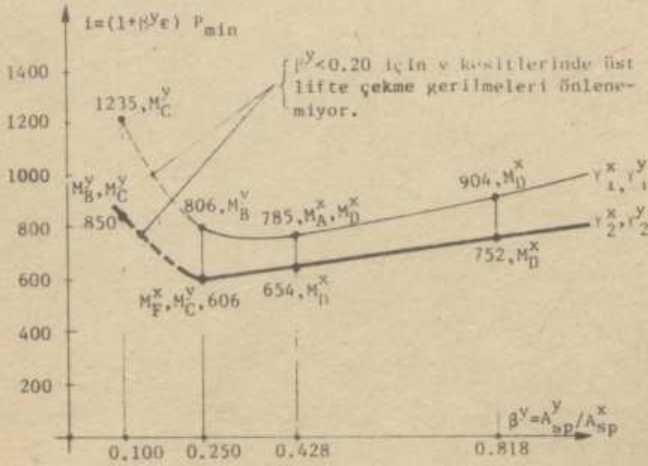
	M_A^x	M_B^x	M_B^y	M_C^x	M_C^y	M_D^x	M_E^x	M_E^y	M_F^x
$10^5 \mu$	-7000	4201	3222	3543	2604	-5987	2751	2135	-5120
M_{\min} (kNm)	-59.5	20.2	15.5	17.0	12.5	-50.9	13.2	10.3	-43.5
M_{\max} (kNm)	-33.6	35.7	27.4	30.1	22.1	-28.7	23.4	18.1	-24.6

Tablo - 5.2.b T_p^x, T_p^y Öngerilme Değerleri (-10^4 Katı)

	M_A^x	M_B^x	M_B^y	M_C^x	M_C^y	M_D^x	M_E^x	M_E^y	M_F^x
$T_p^x \gamma_1^x$	-8073	5333	4098	4525	3282	-6437	3721	2694	-5783
$T_p^y \gamma_1^y$	-6211	3360	2572	2833	2080	-4795	2196	1702	-4023
$T_p^x \gamma_2^x$	-9635	6478	5110	5330	3850	-7715	4005	2913	-6846
$T_p^y \gamma_2^y$	-7200	4565	3513	3879	2870	-5736	3037	2336	-4969

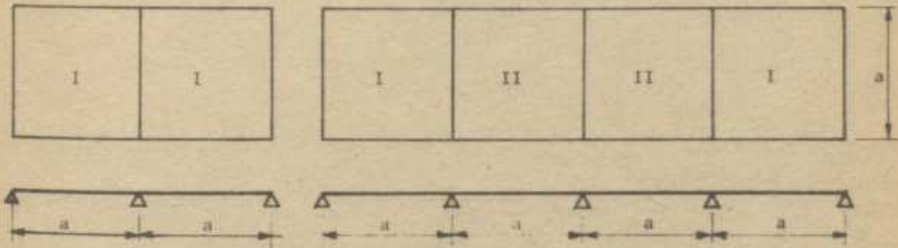
Tablo - 5.2.c $t = 0.2$ m, $e_x = 0.075$ m, $e_y = 0.0525$ m,
 $\delta y = 0.25$, $P_{\min} = 485$ kN/m, $l = 606$

	M_A^x	M_B^x	M_B^y	M_C^x	M_C^y	M_D^x	M_E^x	M_E^y	M_F^x
$-10^4 T_p^{xy}$	-817	546	429	451	326	-654	340	249	-586
γ^x, γ^y	1.398	1.398	1.627	1.210	1.627	1.210	1.000	1.627	1.000
$10^4 (-\delta y c' - T_p^{xy})$	-1283	80	293	48	191	-1057	7	113	-919
$10^4 (-\delta y c - T_p^{xy})$	-351	1012	564	854	461	-251	673	384	-253
$P \leq$	957	2520	527	3542	654	1145		907	973
$P \geq$	463	353	485	352	480	482	347	472	473



Şekil - 5.6

Şekil - 5.7 de görülen sürekli döşemelerin I ile işaretli panellerinin davranışıyla, bu örneğimizde ele aldığımız plakanın çalışması aynı kabul edilebilir. Dolayısıyla bu plaklar için şunları söyleyebiliriz:

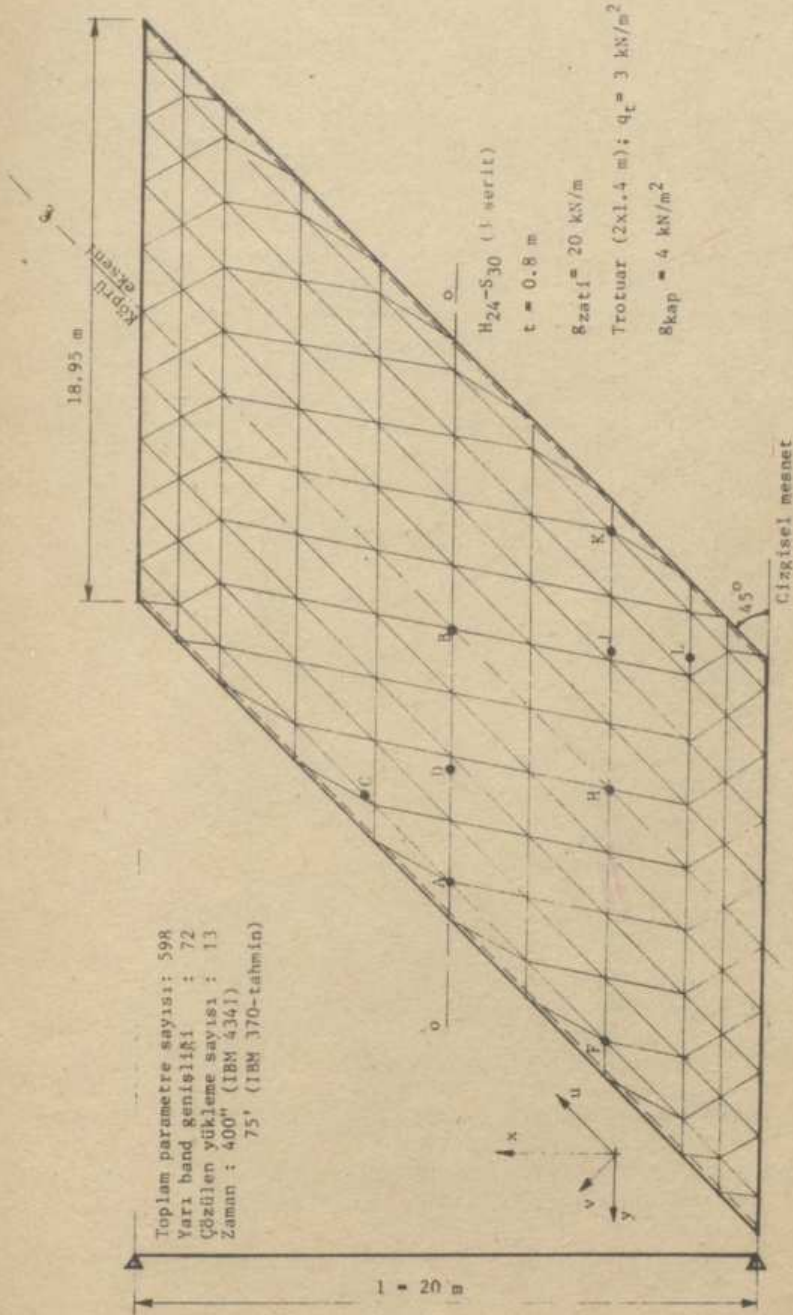


Şekil - 5.7

- a) Kabloların momente afin sıklıkta yerleştirilmesi ile %20-33 ekonomi sağlanabilir.
- b) β^y nin uygun seçildiği durumda, toplam tasarruf, (optimal çözümün %50 si gibi) yüksek bir değere ulaşmaktadır.
- c) En ekonomik donatı için gerekli $\beta^y = 0.25$ değeri, Marcus'un bu plak için verdiği ($\rho/\chi = 0.398$) oranından oldukça farklıdır. Bu durum, plakta esas çalışma yönündeki aktif donatının diğer yöndeki donatıya göre çok daha etkili olduğunu göstermektedir. Ancak bunun da bir sınırı vardır. Ve $\beta^y < 0.25$ için donatının azaldığı yöndeki kesitler için yapılan tahkikler, donatı indeksini artırmaktadır. Ayrıca bu kesitlerde, yüksüz durumda (kabloya uzak lifte gerilme tahkiki için gerekli) (5.7) bağıntısı sağlanmamaktadır (Şekil - 5.6).
- d) Şekil - 5.7 de II ile şaretlenen panellerde durum daha belirgindir. Bu plaklar için aktif donatı $\beta^y = 0.20-0.25$ olacak şekilde seçilmeli ve gerekiyorsa y kablolarının eksantrisitesi azaltılmalıdır.
- e) Optimal çözüm için kritik kesit, her zaman en büyük momentin olduğu kesit değildir.
- f) $\beta^y = \frac{A_{sp}^y}{A_{sp}^x} = \frac{\rho}{\chi} \frac{e^y}{e^x}$ ($= 0.290$) olacak şekilde bir kablo tertibi de optimal donatıya çok yakın bir çözüm vermektedir.

5.2.3. Verev Plak Köprü

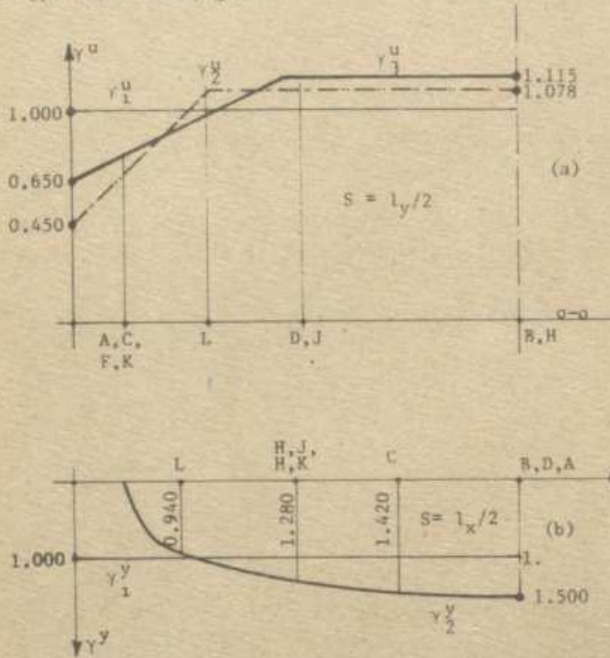
Üniform yayılı yük çözümü ve tesir yüzeyleri Rüşch-Hergenröder^{1.14} tarafından verilen plak köprünün aktif donatı optimizasyonu yapılacaktır. Köprü geometrik ölçüleri, sonlu eleman bölünmesi, ele alınan kritik noktalar Şekil - 5.8 de görüldüğü gibidir. Dış yüklere ait moment zarfı, şartnamenin öngördüğü dingil yükleri kullanılarak hesaplanmıştır^{5.01}.



Şekil - 5.8

Uniform yük için ele alınan noktalardaki asal momentler %10 küçük hesaplanmaktadır. Sadece L noktasında (yeteri kadar sık bölünme olmadığı için) bu hata sınırı aşılmaktadır. Ve bu yüzden optimizasyon, L de hesaplanan öngerilme momentleri tasahih edilerek yapılmıştır. Karşılaştırma yapabilmek ve makina zamanından tasarruf için seçmek zorunda kaldığımız bu bölünmeden daha düzenli bir mesh seçilebildiği durumlarda, bu hatalar oldukça azalır.

Mesnetlere paralel y kabloları için eşit ve değişken aralıklı tertibe ait iki γ^y diyagramı Şekil - 5.9.b de görülmektedir. Dış yükler moment zarfının, asal moment doğrultularının düzensizliği ve donatının ortogonal olmayışı, uygun γ^u (köprü eksenine paralel kablo) dağılımının tahminini güçleştirir. Böyle durumlarda uniform kablo tertibi ile hesaba başlanır, her adımda gerekli P dağılımına analog yeni bir γ^u seçilerek hesap yenilenir (Şekil - 5.9.a).



Şekil - 5.9

Verev Plakta Ortogonal Olmayan Aktif Donatı İçin Optimizasyon Formülleri:

* A,C,F,K Noktalarındaki u Kesitleri:

Bu noktalarda hakim moment M_u dur. $M_v = 0$ alınabilir. Normali u doğrultusunda olan kesitlerde oluşan normal kuvvet u kabloları yanısıra y kablolarına da bağlıdır (Şekil - 5.10).

$$N = (\gamma^u + \beta^y \gamma^y \cos^2 \phi) P$$

Toplam öngerilme momenti;

$$M_p = (e^u T_p^u + \beta^y e^y T_p^y) P = T_p^{uy} P$$

Basınç çizgisi ordinatı; z_p :

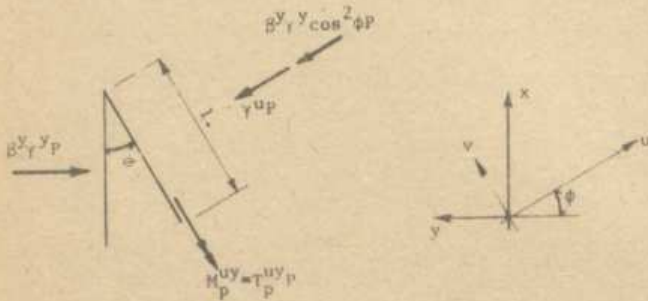
$$z_p = -\frac{M_p}{N} = -\frac{T_p^{uy}}{n}$$

$$N \leq \frac{M_{\min}^u}{z_p - c'} \quad P \leq \frac{M_{\min}^u}{-T_p^{uy} - c' (\gamma^u + \beta^y \gamma^y \cos^2 \phi)}$$

$$N \geq \frac{M_{\max}^u}{z_p - c} \quad P \geq \frac{M_{\max}^u}{-T_y^{uy} - c (\gamma^u + \beta^y \gamma^y \cos^2 \phi)}$$

* B,D,J,L,H Noktalarındaki x kesitleri:

$$P \leq \frac{M_{\min}^x}{-T_p^{uy} - c' \gamma^u \sin^2 \phi}$$



Şekil - 5.10

$$P \geq \frac{M_{\max}^x}{-T_p^{uy} - c\gamma^u \sin^2 \phi}$$

*B, J, L, H Noktalarındaki y kesitleri:

$$P \leq \frac{M_{\min}^y}{-T_p^{uy} - c'(\beta\gamma^y + \gamma^u \cos^2 \phi)}$$

$$P \geq \frac{M_{\max}^y}{-T_p^{uy} - c(\beta\gamma^y + \gamma^u \cos^2 \phi)}$$

*B, D, H Noktalarındaki v kesitleri:

$$P \leq \frac{M_{\min}^v}{-T_p^{uy} - c'\beta\gamma^y \sin^2 \phi}$$

$$P \geq \frac{M_{\max}^V}{-T_p^{uy} - c\beta^y \gamma^y \sin^2 \phi}$$

Tablo 5.3 de, formüllerden M_{\min} ile ilgili olanlarının paydaları Z_1 , M_{\max} ile ilgili olanların paydaları Z_2 ile gösterilmiştir. Bu paydalar negatif olduğunda ilgili eşitsizlik yön değiştirir.

Şekil - 5.9 da verilen γ dağılım ve β^y yön faktörlerine bağlı olarak i donatı indeksinin değişimi, Şekil - 5.11 de görülmektedir. Ayrıca en elverişli çözüme ait $i = 7805$ değerinin bulunuşu Tablo - 5.3 de (örnek olarak) verilmiştir.

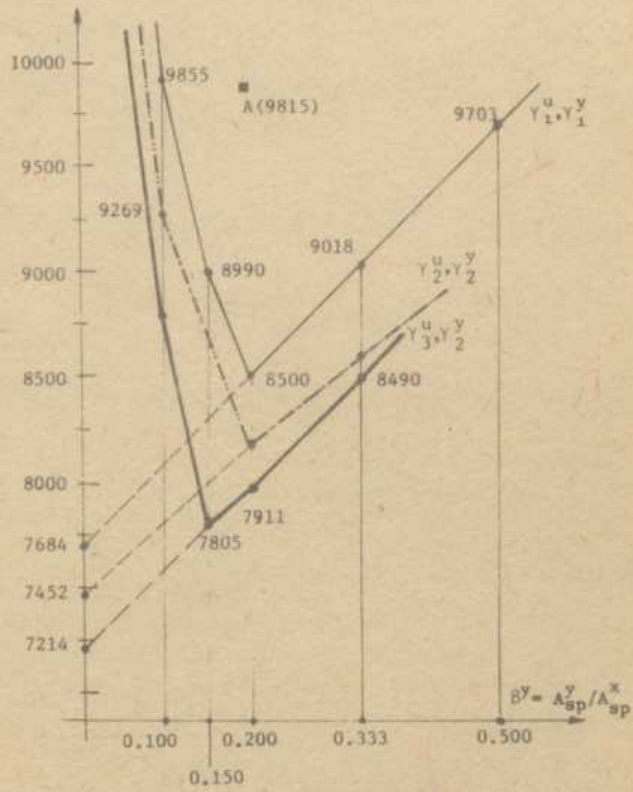
v kesitlerinde üst lifte çekme olmaması için gerekli $P \leq 4780$ şartından vazgeçilmiştir. Ancak en elverişsiz durumda, üst lifteki çekme gerilmesi 0.95 N/mm^2 yi aşmamaktadır. y kablolarını sıfır eksantrisine ile yerleştirerek, $\beta^y = 0.200$ için tam öngerilme durumu sağlanabilmektedir. Ancak bu durumda $i = 9815$ bulunmaktadır (A noktası). Kabloların bulunmadığı üst lifte, bu küçük çekme gerilmelerini önlemek için %27 fazla aktif donatı kullanmak anlamsızdır. En iyi çözüm, üst life v yönünde konacak pasif donatı ile sağlanabilir. v kesitleri için alt lifte çekmeye izin verildiğinde bulunan i değerleri kesik çizgilerle işaretlenmiştir (Şekil - 5.11). β^y küçüldükçe bu kesitler kısmi öngerilmeli betondan öngerilmeli betonarmeye (ve sonunda $\beta^y = 0$ için betonarmeye) dönüşürlürl.

Ayrıca bu örneğimiz için şunları söyleyebiliriz:

- Verevlikten ötürü, kablo aralıklarının değişken tutulması ile sağlanan tasarruf azalmaktadır (%7-15).
- Uygun β^y seçildiğinde, sağlanabilecek toplam tasarruf, %11 artış ile %26 ya ulaşmaktadır.
- Ele alınan bu plak köprü oldukça geniştir ve verevlik açısı da büyüktür (45°). Buna rağmen optimal çözüm için hesaplanan β^y hayli küçüktür ($= 1/7$).

Tablo - 5.3 $e^y = 0.333$ m, $e^y = 0.300$ m, $\beta^y = 0.15$, $-c^y = 0.133$, γ_3^y , γ_2^y , $i = 7805$

Nokta	Yön	M _{min}	M _{max}	$-10^4 T_p^u$	$-10^4 T_p^y$	$-10^4 T_{py}^u$	γ^u	γ^y	$10^4 Z_1$	$10^4 Z_2$	P _≤	P _≥
C	u	992	1725	4225	-109	1403	0.775	1.420	228	2578	43500	6691
A	u	896	1582	3887	-1448	1230	0.775	1.500	47	2413	190000	6556
D	x	968	1631	4900	690	1664	1.115	1.500	921	2406	10510	6778
B	x	1077	1798	-5323	1916	1860	1.115	1.500	1117	2602	9641	6910
	y	-96	119	-160	5098	176	1.115	1.500	-867	1219		1107
J	x	968	1600	4427	1237	1531	1.115	1.280	807	2255	11996	7095
	y	-374	-248	-871	4342	-94	1.115	1.280	-1094	905		3482
L	x	720	1315	3195	418	1246	0.950	0.940	613	1879	11750	7000
	y	-755	-497	-1668	3064	-418	0.950	0.940	-1240	403		6089
H	x	847	1227	3380	1632	1200	1.115	1.280	458	1942	18450	6318
	y	-109	86	57	2723	141	1.115	1.280	-858	1141		1270
F	u	414	666	1744	-2789	455	0.775	1.280	-706	1616		4121
K	u	975	1418	3637	933	1260	0.775	1.280	99	2421	98500	5860
B	v	300	542	1578	4742	739	1.115	1.500	589	889	5093	6097
D	v	217	375	1280	3636	590	1.115	1.500	440	740	4932	5067
H	v	217	496	1205	3999	582	1.115	1.280	454	710	4780	6986



Sekil - 5.11

BÖLÜM VI

PROGRAM İÇİN AÇIKLAMALAR ve SONUÇLAR

6.1. PROGRAMIN KULLANIM ALANI, SINIRLAMALAR ve İŞLETİLMESİ

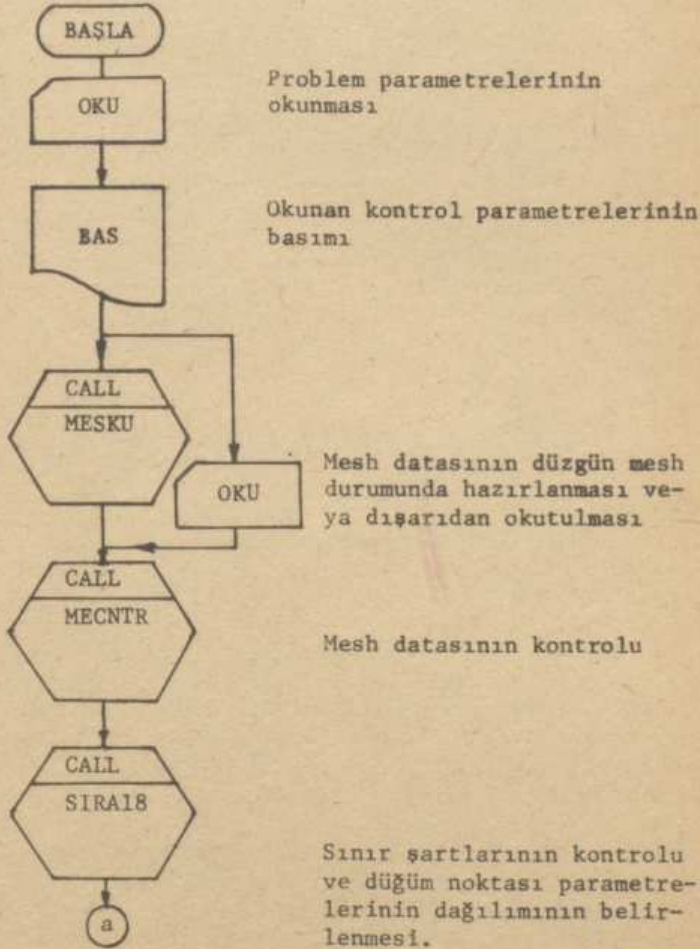
Programın verdiği sonuçlar;Kirscohoff Teorisinin uygulanabildiği, yüklerin statik olarak etkidiği, dolu plaklar için geçerlidir. Yazılımda pek az "fix dimension" kullanılmıştır ve çözülebilecek problemin büyüklüğü, eldeki makina kapasitesine bağlıdır. Program, ülkemizde giderek yaygınlaşan yeni makinalar (IBM 4300 serisi vb.) kullanıldığında hemen her türlü problemin çözümüne elverişli. Sadece bazı durumlarda (eşanjör, dalanan plaklar vb.) alt sistem kullanma, frontal yöntem gibi teknikler -(2.18) in çözümü için- gerekebilir.

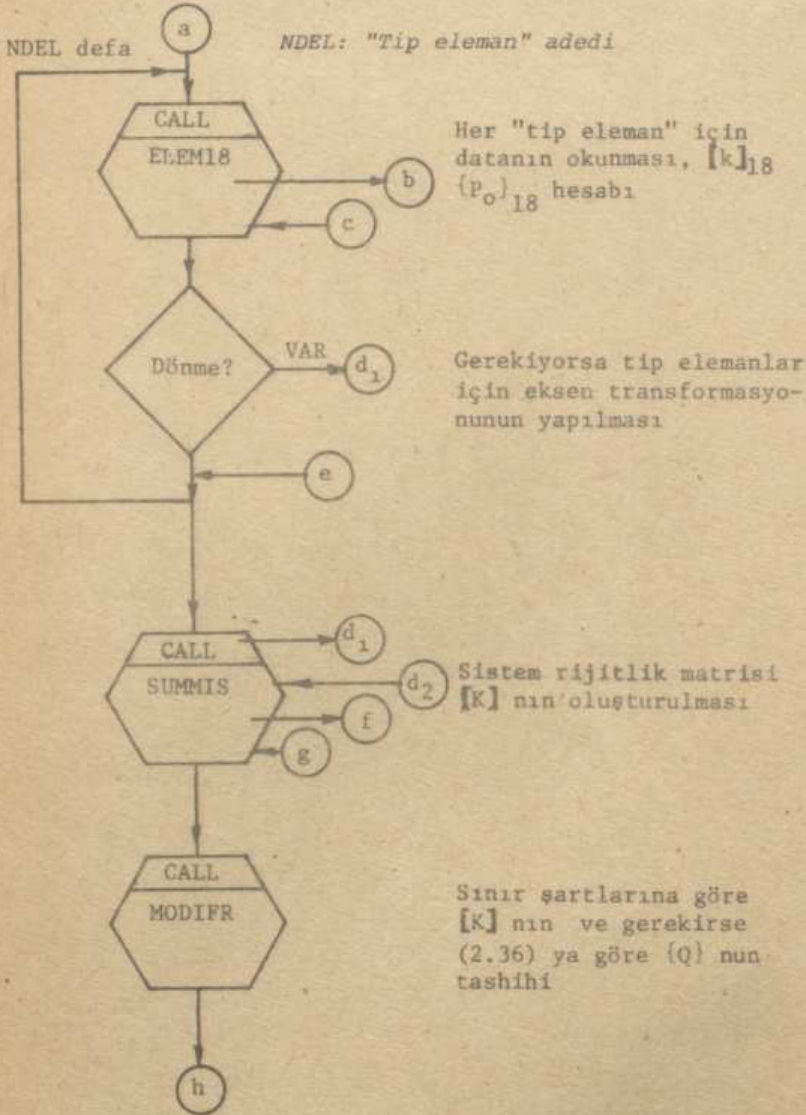
Eleman ve sistem rijitlik matrislerinin eğriliklerle ilgili terimleri diğer köşegen terimlerin yanında çok küçüktür. Bu yüzden büyük denklem takımlarının (NVB > 700) çözümünde kesme ve yuvarlatma hataları ile sonuçlarda bozulma beklenebilir. Böyle durumlarda kullanılacak elemanlar elden geldikince düzgün şekilli (eşkenar vb.) seçilmelidir. Ayrıca (2.18) nin çözümü için verilen SBESRD ve SBEFBS alt programlarının "double precision" moduna dönüştürülmesi de yararlı olur. Choleski çözümüne göre çok daha stabil olan, çok sayıdaki yüklemelere uyabilen bu yazılımlarda, band ve simetri özellikleri dolayısı ile, bellekten ve makina kullanımından tasarruf sağlanmaktadır.^{5.01}

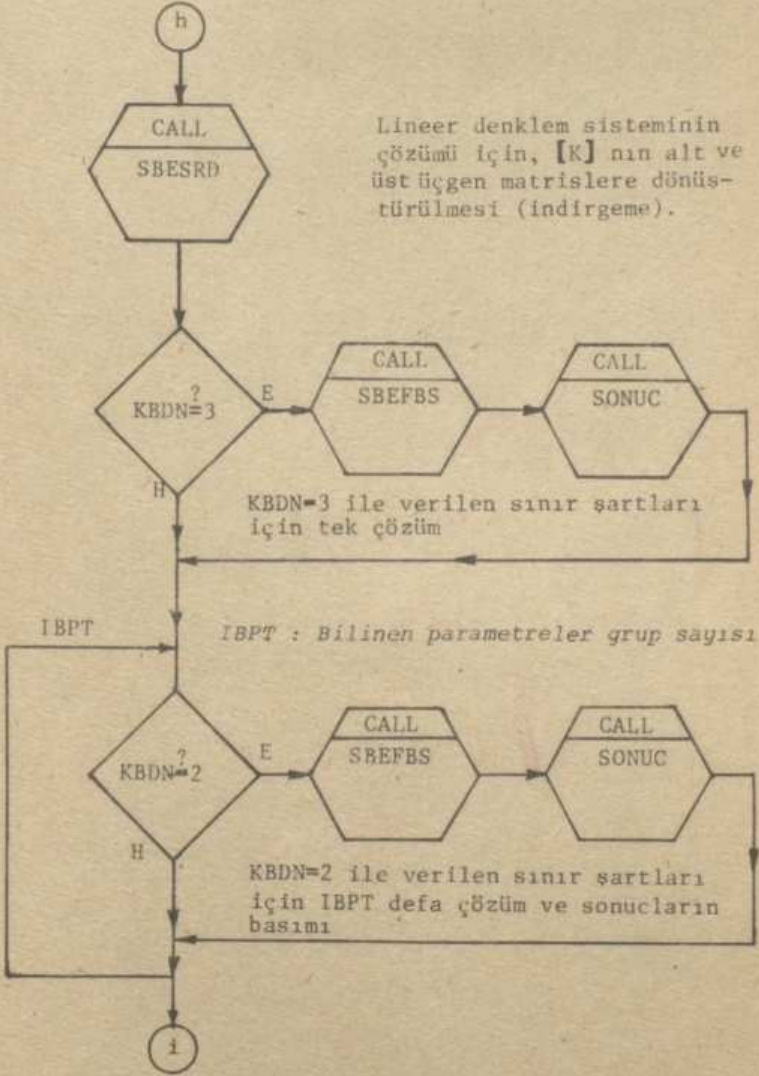
T21 elemanının yük ve rijitlik matrisleri için gerekli $[A_d]^{-1}$ in hesabının yapıldığı PILID modülünde "Tam Pivotal Gauss Eliminasyon Tekniği" kullanılmıştır ve bu sayede çok sivrili üçgen elemanlar için bile eleman özellikleri doğru hesaplanmaktadır.^{5.03}

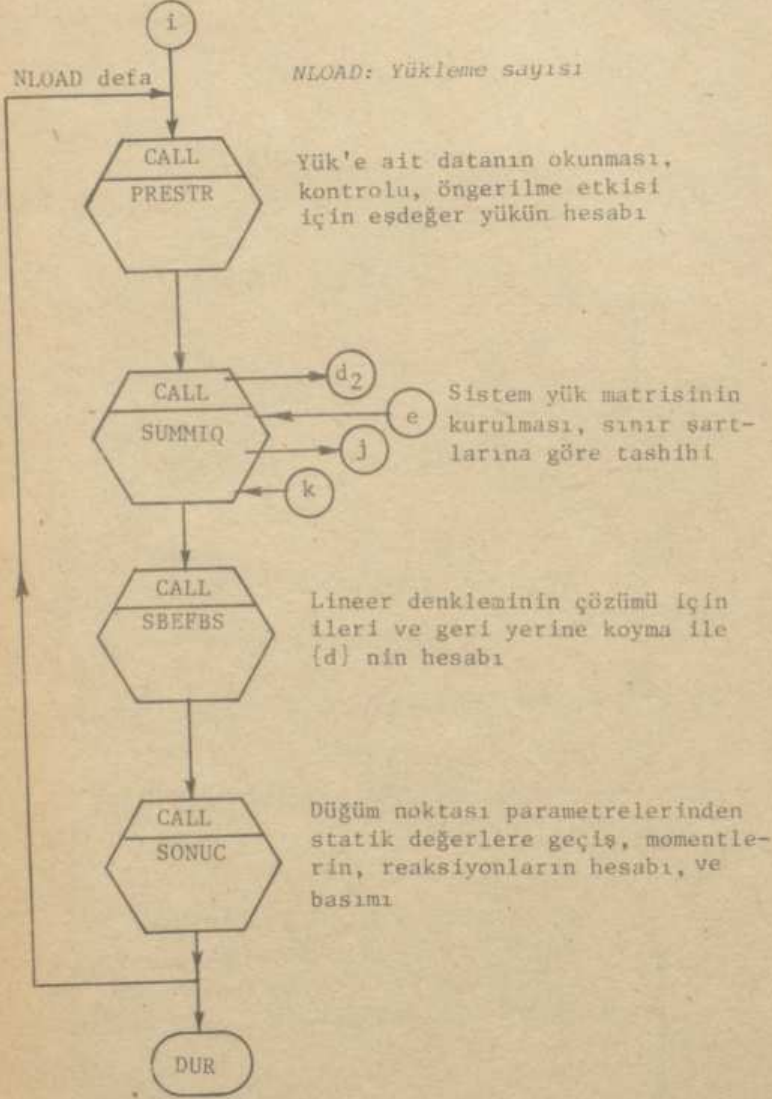
Programın "data test" ve "execution" olmak üzere iki icra modu vardır. Düzenli bir mesh seçildiğinde veriler çok daha kolay hazırlanmaktadır. Önce problemin toplam bilinmeyen sayısı, band genişliği, sınır şartları vb. kontrol parametrelerinin ve diğer verilerin doğruluğu denenmekte, zaman alıcı esas icra sonra gerçekleştirilmektedir.

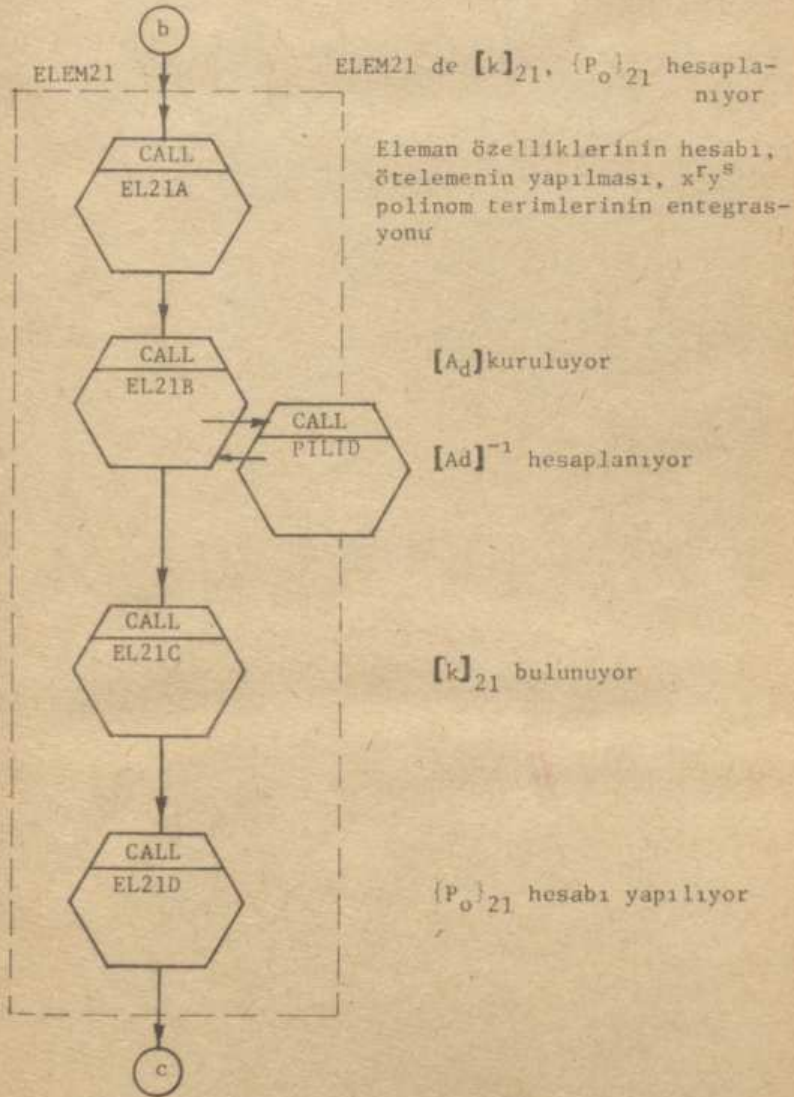
6.2. AÇIKLAMALI GENEL AKIŞ DİYAGRAMI VE ALT PROGRAMLAR

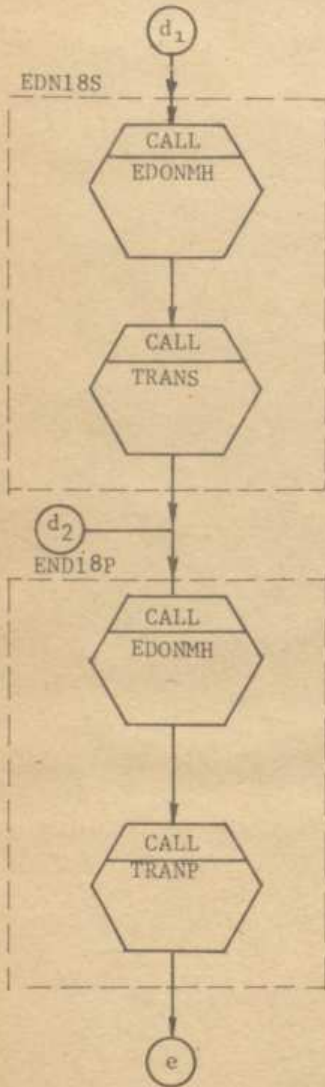






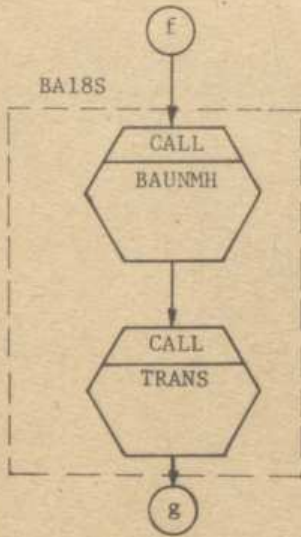




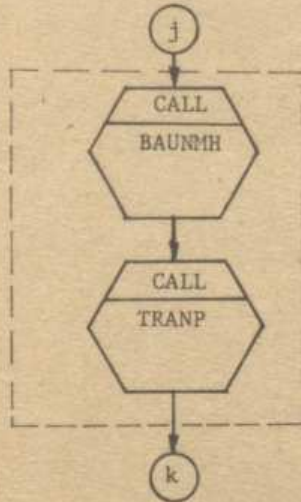


(2.30) ve (2.31) e göre
 $[k]_{18}$ için eksen transfor-
 masyonu

(2.30) ve (2.32) ye göre
 $\{P_o\}_{18}$ için eksen trans-
 formasyonu



(2.32) ve (2.32) ye göre
 $[k]_{18}$ için parametre
 transformasyonu



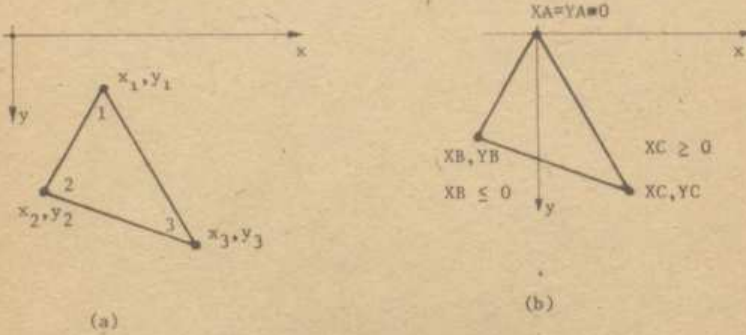
(2.33) ve (2.32) ye göre
 $(P_0)_{18}$ için parametre
 transformasyonu

6.3. ÜÇGEN SONLU ELEMANLAR İÇİN ALAN KOORDİNATLARINI KULLANMAKSIZIN $x^r y^s$ TERİMLERİNİN ENTEGRASYONU

İkinci bölümde verilen T21 elemanın rijitlik ve yük matrisleri hesaplanırken, üçgen domen içinde altıncı dereceden bir tam polinomun $x^r y^s$ terimlerinin entegrasyonu gerekmektedir. Burada iki tam sayı olan r ve s :

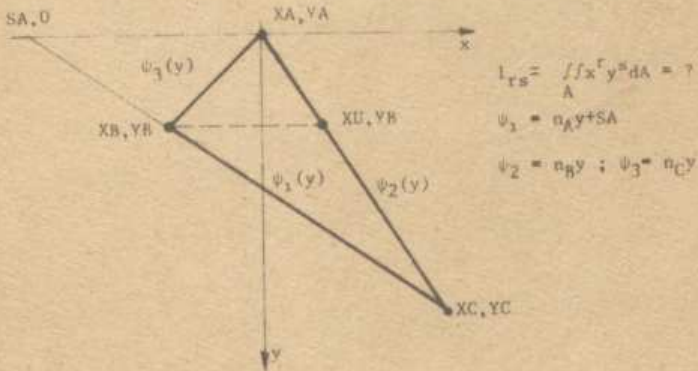
$$r \leq 6 \quad s \leq 6 \quad \text{ve} \quad (r+s) \leq 6$$

bağıntılarını sağlar. Şekil - 6.1.b deki gibi ötelenmiş eksenlerde bu entegrasyon daha kolaydır. Birçok yazarın şikayet ettiği bu işlem, aşağıdaki gibi formüle edilmiştir.



Şekil - 6.1

$$\begin{aligned}
 I_{rs} &= \int_{YA}^{YB} y^s \left(\int_{\psi_3}^{\psi_2} x^r dx \right) dy + \int_{YB}^{YC} y^s \left(\int_{\psi_1}^{\psi_2} x^r dx \right) dy \\
 &= - \int_{YA}^{YB} \left(\frac{y^s \psi_3^{r+1}}{r+1} \right) dy - \int_{YC}^{YA} \left(\frac{y^s \psi_2^{r+1}}{r+1} \right) dy - \int_{YB}^{YC} \left(\frac{y^s}{r+1} \psi_1^{r+1} \right) dy
 \end{aligned}$$



Sekil - 6.2

$$I_{rs} = \underbrace{\int_{YC}^{YB} \left(\frac{y^s \psi_1^{r+1}}{r+1} \right) dy}_{I_1^{rs}} + \underbrace{\int_{YA} \left(\frac{y^s \psi_2^{r+1}}{r+1} \right) dy}_{I_{21}^{rs}} + \underbrace{\int_{YB} \left(\frac{y^s \psi_2^{r+1}}{r+1} \right) dy}_{I_{22}^{rs}} - \underbrace{\int_{YA} \left(\frac{y^s \psi_3^{r+1}}{r+1} \right) dy}_{I_3^{rs}}$$

$I_{rs} = I_1^{rs} + I_{21}^{rs} + I_{22}^{rs} + I_3^{rs}$ şeklinde hesaplanacaktır.

Burada;

$$I_3^{rs} = - \frac{n_C^{r+1}}{(r+1)(r+s+2)} YB^{r+s+2} \quad \begin{array}{ll} YA < YB & 1 \\ XU \geq XA & 2 \\ XU > XB & 3 \end{array}$$

$(XC \neq XA)$ veya $\left. \begin{array}{l} |YB - YC| \leq YC \text{ veya} \\ |YB - YC| \leq YB \end{array} \right\} 4 \text{ olmalıdır.}$

1,2,3,4 den sağlanmayan her eşitsizlik için I_3^{rs} ün işareti değiştirilecektir.

$$I_{21}^{rs} = \frac{n_B^{r+1}}{(r+1)(r+s+2)} YB^{r+s+2}$$

YA < YB	1
XU > XB	2
XU > XA	3

XC ≠ XA veya	} 4
YB-YC ≤ YC veya	
YB-YC ≤ YB	

olmalıdır.

1,2,3,4 den sağlanamayan herbiri için I_{21}^{rs} in işareti değişecektir.

$$I_{22}^{rs} = \frac{n_B^{r+1}}{(r+1)(r+s+2)} (YC^{r+s+2} - YB^{r+s+2})$$

YC > YB	1
XU > XB	2
XU < XC	3

XC ≠ XA veya	} 4
YC ≤ YB veya	
YC < YB-YC	

XC ≠ XA veya	} 5
YC-YB ≤ YC veya	
YC-YB ≤ YB	

1,2,3,4,5 den sağlanamayan herbiri için işaret değişecektir. I_1^{rs} için görüldüğü gibi Binom açılımı gerekmektedir. Bu açılım ve entegre edilmiş bütün terimlerinin toplamı, I_1^{rs} şöyle ifade edilebilir:

$$a_{i+1}^r = \binom{r+1}{i} = \frac{(r+1)!}{i! (r+1-i)!}$$

$$a_{i+1}^r = \frac{n_A^{r+1-i}}{r+1}$$

$$c_{i+1}^{rs} = \frac{SA^i}{(r+s+2-i)}$$

$$e_{i+1}^{rs} = YB^{r+s+2-i} - YC^{r+s+2-i} \text{ olmak üzere}$$

$$I_1^{rs} = \sum_{i=0}^{i=r+1} (a_{i+1}^r b_{i+1}^r c_{i+1}^{rs} e_{i+1}^{rs})$$

şeklinde bir toplamla hesaplanacaktır. I_1^{rs} için;

$$\begin{array}{ll} YC > YB & 1 \\ XU > XB & 2 \\ XU < XC & 3 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} XC \neq XA \text{ veya} \\ |YC| \leq |YB| \text{ veya} \\ |YC| < |YB-YC| \end{array} \right\} 4$$

$$\left. \begin{array}{l} XC \neq XA \text{ veya} \\ |YB-YC| \leq |YC| \text{ veya} \\ |YB-YC| \leq |YB| \end{array} \right\} 5 \text{ olmalıdır.}$$

Bu şartlardan sağlanamayan herbiri için I_1^{rs} nin işareti değiştirilecektir.

Programlama sırasında; n_A , SA , n_B , n_C değerlerinin ∞ olabileceği gözönüne alınmalıdır. Değişik oriyantasyonlu tüm elemanlar için geçerli bu I_{rs} formülü (r ve s değiştirildiğinde) diğer üçgen elemanlar içinde yararlıdır.

6.4. SONUÇLAR, TAVSİYELER

Bu çalışmada gerçekleştirdiklerimizi, elde ettiğimiz sonuçları ve diğer uygulamalar için bu sonuçlardan çıkarılan tavsiyelerimizi, şöylece sıralayabiliriz:

- 1- Öngerilmeli beton plakların hemen hepsine uygulanabilecek genel amaçlı bir program geliştirilmiştir. Bu iş için yararlandığımız sonlu elemanlar tekniği, özellikle tek yükler, kenar yüklemeler ve yetersiz bölünme vb. durumlarda yaklaşık bir yöntemdir. Yöntemin kenarından ve makina ile hesaptan kaynaklanan hatalara rağmen makul sonuçlar elde edilebilmektedir.
- 2- Eşdeğer yük metodu ile öngerilme etkilerinin hesabı T18 sonlu elemanı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bu elemanın yakınsama özellikleri oldukça iyidir. Ve özellikle öngerilme açısından önemli olan statik sınır şartlarının işlenmesini kolaylaştırmaktadır.
- 3- Plak ve levhalardaki üçgen elemanlar için programlanması çok kolay bir entegrasyon formülü geliştirilmiş ve birçok yazarın işaret ettiği bu güçlük giderilmiştir. Bu formülasyon, yüksek mertebeden diğer üçgen elemanlar için de çok yararlıdır.
- 4- Öngerilmeli beton plaklarda, aktif donatının optimizasyonu için sistematik bir yöntem geliştirilmiştir. Program, dış yük ve öngerilme etkileri hesabı için bu optimizasyonun kullandığı değerleri de verecek şekilde yazılmıştır. Kablo etkileri teker teker veya toptan ele alınabilmekte, değişik kablo geçkileri, değişik kablo kuvveti gibi problemler çözülebilmektedir.
- 5- Çözülen örneklerin sonuçları; bu optimizasyon yöntemi ile %26~50 toplam tasarruf sağlanabileceğini göstermektedir. Literatürde genellikle üniform kablo yerleştirilmesinden söz edilmekte ve esas çalışma yönüne dik kabloların diğer yöndeakilere oranı (β^y) nin etkisine hiç değinilmemektedir.
- 6- Sağladığı ekonomiye göre, verdiğimiz optimizasyon yöntemi oldukça basit ve kolaydır. Betonarme plaklarda az karşılaştığımız donatı aralığının değişik tutulması

(çizimler, kabloların yerleştirilmesi vs.) öngerilmeli plaklar için pek zor değildir. Ayrıca değişik yüklemeler için gerekli ek çözüm süresi (yeni makinalarda) oldukça azdır.

- 7- Özellikle dikdörtgen plaklarda kablo aralıklarının momente afin olarak değişken tutulması çok yararlıdır. Ancak bu şekilde sağlanan tasarruf, -betonarmeye oranla- hayli küçüktür. Ayrıca sadece maksimum momentlerin olduğu noktaların dikkate alınması, bu tasarrufu olduğundan büyük gösterebilmektedir. Bu yüzden projelendirme plak yüzeyinin her tarafına yayılı çok sayıda kesit tahkik edilmelidir. Literatürde, sadece belli noktalardaki ekstrem değerlerin verildiği az sayıdaki hazır çözüm bu iş için yetersiz kalmaktadır.
- 8- Dış moment zarfının, paralel kesitlerde çok farklı oluştuğu verrev plaklar gibi bozuk şekilli plaklarda, momente afin kablo sıklığı ile sağlanan tasarruf azalmaktadır. Ayrıca esas yöndeki kablo dağılımı (γ^u) da deneme-yanılma ile bulunabilmektedir. Buna rağmen sağlanan ekonomi gene de yüksektir (%15).
- 9- $\beta^y = A_{sp}^y / A_{sp}^x$ oranının, toplam donatı miktarını nasıl etkilediği gösterilmiştir. Bir kaç deneme ile en elverişli β^y oranına karar verilebilmektedir. Ayrıca esas çalışma yönünde konacak donatının çok daha etkili olduğu ve β^y nin uygun seçimiyle sağlanacak tasarrufun büyüklüğü, çözülen örneklerden hemen anlaşılmaktadır.
- 10- İki yönde çalışan, çevresinden mesnetli plaklarda β^y oranı, Marcus'un verdiği ρ/x yük katsayıları oranına denk alınabilir. Genellikle eksantrisiteler kablo kırlıf çapı kadar farklıdır ($e^y = e^x - \phi$). Ve,

$$\beta^y = \frac{\rho}{x} \frac{e^y}{e^x}$$

olarak alındığında, oldukça iyi çözümler elde edilmektedir. Bu plaklar için optimizasyon yapmaksızın uygun kablo aralıkları ve yukarıdaki β^y oranı ile tek çözüm yeterlidir. Gerekirse iki yöndeki kablo enkesitleri farklı seçilebilir.

- 11- Plak köprülerde gereğinden fazla konacak enine donatının; maliyeti artırdığına ve yüksüz durumda, enine

yönde, kabloya uzak lifteki gerilme limitlerini zorlayacağına dikkat edilmelidir. Bu yüzden kullanılacak pasif donatı maliyetini azaltmak için, enine kabloların eksantrisitesinin azaltılması veya kademeli germe gerekebilir. Enine kabloların eksantrisitesinin çok azaltıldığında donatı indeksinin artacağı da unutulmamalıdır.

- 12- Anlatım kolaylığı açısından örnekler tam öngerilme hali için verilmiştir. Kısmî öngerilme durumunda, c ve c' çekirdek sınırları tashih edilerek hesap yenilenir. Limit çekirdek yüksekliklerinin, emniyet gerilmeleri yanısıra kesitteki σ_P normal kuvvetine de bağlı olduğu böyle bir hesaplama, aktif donatı toplamının daha da az bulunacağı bilinmektedir.

REFERANSLAR

1. Plak Teorisi ile İlgili Kaynaklar

- 1.01 TIMOSHENKO S., KRIEGER W., "Theory of Plates and Shells", McGraw-Hill, 1959.
- 1.02 GIRKMAN K. (Çev. Tameroğlu S.), "Yüzeysel Taşıyıcı Sistemler", İTÜ Kütüphanesi No.565, 1964.
- 1.03 BITTNER E., "Platten und Bhalter", Springer Verlag, 1964.
- 1.04 PUCHER A., "Einflussfelder Elastischer Platten" Springer Verlag, 1965.
- 1.05 SZILARD R., "Theory and Analysis of Plates", Prentice-Hall, New Jersey, 1974.
- 1.06 MARCUS H., "Die Theorie Elastischer Gewebe und Ihre Anwendung auf die Berechnung Biegesamer Platten", Julius Springer, Berlin, 1924. Bkz.: 1.05.
- 1.07 JENSEN V.P., "Analysis of Skew Plates", Eng. Exp. Sta. Bull. No.332, Univ. Illinois, 1941. Bkz.: 1.05.
- 1.08 BERGFELDER J., "Berechnung von Platten Veranderlicher Steifigkeit nach dem Differenzenverfahren", Konstruktiver Ingenieur bau-Berichte, Helf 4, Vulcan-Verlag, Essen, 1969.
- 1.09 HOMBERG H., ROPERS W., "Fahrbahn Platten Mit Veranderlicher Dicke", Springer-Verlag, New York, 1965.
- 1.10 SCHLEIHER C., WEGENER B., "Plaques Biaises a Travées Solidaires", Dunod Editeur, Paris, 1970.
- 1.11 YEGINOBALI A., "Continuous Skewed Slabs", Eng. Exp. Sta. of Ohio State Univ., Columbus, 1959.
- 1.13 ÇAKIROĞLU A., KAYAN I., "Exact Forms of Finite Difference Equations for Certain Differantial Equations", Bulletin of İ.T.Ü., İstanbul, 1963.

- 1.14 RUSCH E., HERGENRODER A., "Influence Surfaces for Moments in Skew Slabs", Werner-Werlag, Düsseldorf, 1969.

2. Sonlu Elemanlar Metodu ile İlgili Kaynaklar

- 2.01 ZIENKIEWICS O.C., "The Finite Element Method in Engineering Science", McGraw-Hill, London, 1971.
- 2.02 ÇAKIROĞLU A., ÖZDEN E., ÖZMEN G., "Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metodları ve Elektronik Hesap Makinası Programları", İ.T.Ü. Küt., 1970.
- 2.03 BELL K., "A Refined Triangular Plate Bending Finite Element", *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol.1, No.1, Jan. 1969.
- 2.04 ARGYRIS J.H., FRIED I., "The TUBA Family of Plate Elements of the Matrix Displacement Method", *The Aeronautical J. of Royal Ae. Soc.*, 72.701-9, 1968.

3. Öngerilmelinin Hiperstatik Etkileri ile İlgili Kaynaklar

- 3.01 CELÂSUN H., "Hiperstatik Sistemlerde Öngerilme Kuvvetlerinin Tesiri", Arı Kitabevi, İstanbul, 1971.
- 3.02 CELÂSUN H., "Öngerilmeli Hiperstatik Sistemler", *İDMMA Dergisi*, No.1, İstanbul, 1976.
- 3.03 LEONHARD F., "Spannbeton Für die Praxis", Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1971.
- 3.04 KHACATURIAN N. GERFUNKEL G., "Prestressed Concrete", McGraw-Hill, New York, 1969.
- 3.05 CELÂSUN H., POLAT Z., "Öngerilmeli Beton", İDMMA Yayını, No.123, İstanbul, 1974.
- 3.06 "Beton-Kalender", Verlag Von Ernst Sohn, Berlin 1973.
- 3.07 LİN T.Y., "Design of Prestressed Concrete Structures", John Wiley Sons, New York, 1963.
- 3.08 BİLGE M.R., "Öngerilmeli Beton", İTÜ İnşaat Fak. Ders Notu.

- 3.09 CELÂSUN H., "Lignes d' influence des Moments Hyperstatiques Provenan des Câbles de Précontrainte dans les Poutres Continues a Inertie Variable", *Annales I.T.B.T.P.*, No.56, Oct. 1963.
- 3.10 CELÂSUN H., "Yapı Sistemleri Matris Analizi ve Sonlu Elemanlar Metodu", EDMMA Yayını, 1976.
- 3.11 KUYUCULAR A., "Öngerilmeli Kurb Kirişler", İhtisas Tezi, (Özeti: İDMMA Dergisi Sayı: 3, 1978), İstanbul, 1975.
- 3.12 KUYUCULAR A., "Açıklık İçinde Sabit Yarıçaplı Kurb Kirişler İçin Bir Fortran Yazılımı", (Yayına hazırlanıyor).

4. Plaklarda Öngerilme Etkileri ile İlgili Kaynaklar

- 4.01 CELÂSUN H., "Plaklarda Öngerilme Etkileri-Tesir Yüzeyleri", Doktora Tezi, İDMMA Yayını, İstanbul, 1981.
- 4.02 *LİM P.T.K., MUFFATT K.R., "Finite Element Analysis of Curved Slab Bridges With Special Reference to Local Stresses"
- *DAVIES J.D., SUMMERVILLE I.J., ZIENKIEWICS O.C., "Analysis of Various Types of Bridges by Finite Element Method", *Developments of Bridge Design & Construction*, Crosby-Lockwood, London, 1971.
- 4.03 CHEUNG Y.K., KING. I.P., ZIENKIEWICS O.C., "Slab Bridges With Arbitrary Support Conditions", *Journal of Ins. Civ. Eng.* No.40, 1968.
- 4.04 THURLIMAN B., "Spannbeton im Hochbau-Vorgespante Decken", VSL Pamphlets, Bern, 1981.
- 4.05 ANDERSON R.G., DOUGLAS M.R., "Prestressed Concrete Slab Bridges", Bkz.: 4.02.
- 4.06 CELÂSUN H., "Surfaces d'Influences des Moments de Précontrainte dans Les Dalles", *IDMMA Dergisi*, No.7, İstanbul 1981.
- 4.07 HAMPE E., "Vorgespante Konstruktionen", Band II, Verlag für Bauwesen, Berlin, 1965.

- 5.01 EKİZ İ., "Çözümlü Köprü Problemleri", Çağlayan Kitabevi, İstanbul, 1981.

6. Sayısal Hesap ve Programlama İle İlgili Kaynaklar

- 6.01 MELOSH R.J., BAMFORD R.M., "Efficient Solution of Load-Deflecting Equations", *J. Am. Soc. Civ. Eng. (Struct. Div.)*, Paper No.6510, 1969.
- 6.02 IRONS B.M., "A Frontal Solution Program For Finite Element Analysis", *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol. 2, 1969.
- 6.03 MC CRACKEN D., "A Guide To Fortran IV Programing", John Willey, 1965.
- 6.04 ORGANICK E.I., "A Fortran IV Primer", Adison-Wesley Pub. Co., 1967.

TEŞEKKÜR

Sürekli ilgisi ve teşvik edici katkıları ile bana yardımcı olan; hocam, Prof.Dr.Hüseyin S. CELASUN'a şükranlarımı sunarım.

Ayrıca, birçok konuda destek ve yardımlarını gördüğüm Prof.Adnan ÇAKIROĞLU'na teşekkür ederim.

Bu çalışmamı, İ.T.Ü. Elektronik Hesap Bilimleri Enstitüsü ve İ.Ü. İktisat Fakültesi Elektronik Hesap ve Araştırma Merkezi imkânlarını kullanarak gerçekleştirdim. Bu kuruluşların yetkililerine, Dr.Selami Eraslan'a ve metni daktilo eden Nuri Tutal'a teşekkür ederim.

ÖZGEÇMİŞ

Adnan KUYUCULAR 1951 yılında Aydın'da doğdu. İlköğrenimini merkez 7 Eylül İlkokulunda, Ortaokulu Aydın Sanat Enstitüsü'nde bitirdi. Daha sonra devlet parasız yatılı seçmesini kazandığı aynı Enstitü'nün Elektrik Bölümü'nden 1968 yılında, iftihara geçerek mezun oldu.

1968 yılında İzmir Tekstil Mühendisliği Yüksek Okulu ve İstanbul Yüksek Teknik Okulu'nun (Yıldız) giriş sınavlarını kazandı. Sonradan "İstanbul Devlet Mühendislik ve Mimarlık Akademisi", 1982 de ise "Yıldız Üniversitesi" adını alan okulun Akşam İnşaat Bölümü'nü tercih etti. Buradaki lisans öğrenimini 1973 de, Yapı Dalındaki lisansüstü tahsilini de 1975 yılında tamamladı. Lisansüstü öğrenimi sırasında Akademiye bağlı Vatan Mühendislik Yüksek Okulu'nda görev aldı ve TÜBİTAK bursunu kazandı.

1976 da, mezun olduğu Akademi'nin Masif Yapılar Kürsüsü asistanlığına atanan Adnan KUYUCULAR, halen bu görevini, Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Yapı Anabilim Dalı araştırma görevlisi olarak sürdürmektedir. Evli, bir çocukludur.

