

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**TEKİL BİR KUVVET ETKİSİNDEKİ
SIKIŞTIRILABİLEN BİR KAUÇUK BENZERİ
MALZEMEDEN YAPILMIŞ OLAN
BASİT MESNETLİ KÜRESEL KABUKLARIN
DOĞRUSAL OLMAYAN ANALİZİ**

İnşaat Yük. Müh. Bülent YILDIRIM

**FBE İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Mekanik Programında
Hazırlanan**

DOKTORA TEZİ

Tez Danışmanı : Prof. Dr. R. Faruk YÜKSELER (YTÜ)
Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Mehmet Ali TAŞDEMİR (İTÜ)
: Prof. Dr. Mehmet H. OMURTAG (İTÜ)
: Prof. Dr. Uğur GÜVEN (YTÜ)
: Doç Dr. İrfan COŞKUN (YTÜ)

İSTANBUL, 2007

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	iii
ŞEKİL LİSTESİ	v
ÖNSÖZ	viii
ABSTRACT	x
1. GİRİŞ	1
2. DÖNEL SİMETRİK ETKİLER ALTINDA BÜYÜK ŞEKİL DEĞİŞTİRME VE/VEYA BÜYÜK DÖNME YAPAN KAUÇUK BENZERİ, DÖNEL YÜZEYSEL TAŞIYICILARA AİT TEORİK TEMELLER	6
2.1 Varsayımlar	6
2.2 Geometri	6
2.3 Denge denklemleri	9
2.4 Bünye Denklemleri	9
3. TEKİL BİR KUVVET ETKİSİNDEKİ POLİÜRETAN KÜRESEL BİR KABUK İÇİN TEMEL DENKLEMLERİN İFADE EDİLMESİ	11
4. TEKİL BİR KUVVET ETKİSİNDEKİ POLİÜRETAN KÜRESEL KABUKLARA AİT DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN SONLU FARKLAR YÖNTEMİYLE CEBİRSEL DENKLEMLER HALİNE GETİRİLMESİ	16
4.1 Sonlu Farklar Yöntemi	16
4.1.1 İleri Fark Yaklaşımı	16
4.1.2 Geri Fark Yaklaşımı	17
4.1.3 Merkezi Fark Yaklaşımı	17
4.2 Sonlu Farklar Yönteminin Probleme Uygulanması	18
5. NEWTON-RAPHSON YÖNTEMİNİN ELDE EDİLEN CEBİRSEL DENKLEMLERE UYGULANMASI	20
5.1 Newton-Raphson Yöntemi	20
5.2 Newton-Raphson Yönteminin Uygulanması	23
6. SAYISAL UYGULAMALAR	30
7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	59

SİMGE LİSTESİ

E	Elastisite modülü
μ	Poliüretan malzemesine ait bir malzeme sabiti
ν	Poliüretan malzemesine ait bir malzeme sabiti
H	Yatay kesit kuvveti
Δs	Sonlu fark adım aralığı
w	İki boyutlu şekil değiştirme enerjisi
Λ_ϕ	Karşılaştırma yüzeyinden z_0 uzaklığındaki bir elemandaki meridyenin teğeti doğrultusundaki germe
Λ_θ	Karşılaştırma yüzeyinden z_0 uzaklığındaki bir elemandaki paralel çember teğeti doğrultusundaki germe
Λ_z	S_0 ' a dik doğrultudaki (enine) germe
$\lambda_\phi, \lambda_\theta$	Karşılaştırma yüzeyi üzerindeki germeler
K_ϕ, K_θ	Eğrilik değişim ölçüleri
k_{ϕ_0}, k_{θ_0}	Şekil değişimi öncesindeki eğrilikler
M_ϕ, M_θ	Kesit eğilme momentleri
N_θ	Paralel çember teğeti doğrultusundaki normal kesit kuvveti
N_ϕ	Meridyenel normal kesit kuvveti
h	Yatay yerdeğiştirme
v	Düşey yerdeğiştirme
r	Şekil değişimi sonrasında radyal koordinat
r_0	Şekil değişimi öncesinde radyal koordinat
θ	Paralel merkez açısı
ϕ	Şekil değişiminden sonraki meridyenel açı
ϕ_0	Şekil değişiminden önceki meridyenel açı
ψ	Poisson oranı
S	Şekil değişimi sonrasında karşılaştırma yüzeyi
S_0	Şekil değişimi öncesinde karşılaştırma yüzeyi
m	Nokta sayısı
P	Düşey tekil kuvvet
p_H	Şekil değiştirmemiş karşılaştırma yüzeyinin birim alanına etkiyen yatay yük

p_v	Şekil değiştirmemiş karşılaştırma yüzeyinin birim alanına etkiyen düşey yük
R	Küresel kabuğun yarıçapı
t	Şekil değiştirmemiş kabuk kalınlığı
V	Düşey kesit kuvveti
y	Şekil değişimi sonrasındaki düşey koordinat
Q	Enine kesme kuvveti
z	Şekil değişimi sonrasındaki enine koordinat
z_0	Şekil değişimi öncesindeki enine koordinat

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1 Bir Kabuk Elemanın Şekil Değişimi Öncesi ve Sonrasındaki Geometrileri.....	6
Şekil 4.1 Sonlu fark noktalarının kabuk üzerinde gösterilişi.....	18
Şekil 5.1 Newton-Raphson yönteminde yakınsama şeması	20
Şekil 6.1 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnetli kabuk için karşılaştırmalı kuvvet-çökme eğrileri.....	31
Şekil 6.2 $\phi_m = \frac{\pi}{10}$ mesnet açısı değeri ve $\varepsilon = 0,038$ için, kuvvet -çökme eğrisinin ν parametresiyle değişimi	32
Şekil 6.3 $\phi_m = \frac{\pi}{10}$ mesnet açısı değeri ve $\varepsilon = 0,114$ için, kuvvet -çökme eğrisinin ν parametresiyle değişimi	33
Şekil 6.4 $\phi_m = \frac{\pi}{10}$ mesnet açısı değeri ve $\varepsilon = 0,152$ için, kuvvet -çökme eğrisinin ν parametresiyle değişimi	34
Şekil 6.5 $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ mesnet açısı değeri ve $\varepsilon = 0,038$ için, kuvvet -çökme eğrisinin ν parametresiyle değişimi	35
Şekil 6.6 $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ mesnet açısı değeri ve $\varepsilon = 0,114$ için, kuvvet -çökme eğrisinin ν parametresiyle değişimi	36
Şekil 6.7 $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ mesnet açısı değeri ve $\varepsilon = 0,152$ için, kuvvet -çökme eğrisinin ν parametresiyle değişimi	37
Şekil 6.8 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ mesnet açısı değeri ve $\varepsilon = 0,038$ için, kuvvet -çökme eğrisinin ν parametresiyle değişimi	38
Şekil 6.9 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ mesnet açısı değeri ve $\varepsilon = 0,114$ için, kuvvet -çökme eğrisinin ν parametresiyle değişimi	39
Şekil 6.10 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ mesnet açısı değeri ve $\varepsilon = 0,152$ için, kuvvet -çökme eğrisinin ν parametresiyle değişimi	40
Şekil 6.11 $\nu=0,0$ ve $\varepsilon = 0,038$ için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı mesnet açısı değerleri için değişim eğrileri	41
Şekil 6.12 $\nu=0,3$ ve $\varepsilon = 0,038$ için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı mesnet açısı değerleri	

	için değişim eğrileri	42
Şekil 6.13	$\nu=0,5$ ve $\varepsilon = 0,038$ için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı mesnet açısı değerleri için değişim eğrileri	43
Şekil 6.14	$\nu=0,0$ ve $\varepsilon = 0,114$ için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı mesnet açısı değerleri için değişim eğrileri	44
Şekil 6.15	$\nu=0,3$ ve $\varepsilon = 0,114$ için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı mesnet açısı değerleri için değişim eğrileri	45
Şekil 6.16	$\nu=0,5$ ve $\varepsilon = 0,114$ için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı mesnet açısı değerleri için değişim eğrileri	46
Şekil 6.17	$\nu=0,0$ ve $\varepsilon = 0,152$ için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı mesnet açısı değerleri için değişim eğrileri	47
Şekil 6.18	$\nu=0,3$ ve $\varepsilon = 0,152$ için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı mesnet açısı değerleri için değişim eğrileri	48
Şekil 6.19	$\nu=0,5$ ve $\varepsilon = 0,152$ için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı mesnet açısı değerleri için değişim eğrileri	49
Şekil 6.20	$\nu=0,0$ ve $\frac{\pi}{2}$ mesnet açısı değeri için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı kalınlık değerlerine göre değişim eğrileri	50
Şekil 6.21	$\nu=0,3$ ve $\frac{\pi}{2}$ mesnet açısı değeri için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı kalınlık değerlerine göre değişim eğrileri	51
Şekil 6.22	$\nu=0,5$ ve $\frac{\pi}{2}$ mesnet açısı değeri için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı kalınlık değerlerine göre değişim eğrileri	52
Şekil 6.23	$\nu=0,0$ ve $\frac{\pi}{4}$ mesnet açısı değeri için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı kalınlık değerlerine göre değişim eğrileri	53
Şekil 6.24	$\nu=0,3$ ve $\frac{\pi}{4}$ mesnet açısı değeri için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı kalınlık değerlerine göre değişim eğrileri	54
Şekil 6.25	$\nu=0,5$ ve $\frac{\pi}{4}$ mesnet açısı değeri için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı kalınlık değerlerine göre değişim eğrileri	55
Şekil 6.26	$\nu=0,0$ ve $\frac{\pi}{10}$ mesnet açısı değeri için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı kalınlık	

	değerlerine göre değişim eğrileri	56
Şekil 6.27	$\nu=0,3$ ve $\frac{\pi}{10}$ mesnet açısı değeri için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı kalınlık değerlerine göre değişim eğrileri	57
Şekil 6.28	$\nu=0,5$ ve $\frac{\pi}{10}$ mesnet açısı değeri için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı kalınlık değerlerine göre değişim eğrileri	58

ÖNSÖZ

Tezimin hazırlanmasında, bilimsel tecrübelerini benden esirgemeyen, bilimsellik dışındaki gelişmemde de kendisinden çok istifade ettiğim saygı değer hocam Prof. Dr. R. Faruk Yükseler'e sonsuz minnettarlığımı sunarım.

Aynı zaman da, Prof. Dr. Mehmet Omurtag ve Doç. Dr. İrfan Coşkun hocalarıma da göstermiş oldukları anlayış ve desteklerinden dolayı teşekkür ederim.

En zor zamanlarımda yanımda olan ve beni destekleyen eşime, oğluma ve aile büyüklerime de sonsuz teşekkür ederim.

ÖZET

Bu çalışmada; tepe noktasında uygulanan tekil bir kuvvet etkisindeki sıkışabilen bir kauçuk benzeri (hiperelastik ve şekil değişimi öncesi izotrop) malzemedan yapılmış, basit mesnetli küresel kabukların doğrusal olmayan analizi yapılmıştır. Problem, hem fiziksel hem de geometrik olarak kuvvetle doğrusal değildir. Problemdeki cebirsel ve diferansiyel denklemlerin kapalı çözümü mümkün olmadığından, sayısal çözüm yöntemlerine başvurulmuştur. İlgili doğrusal olmayan diferansiyel denklemler, sonlu farklar yöntemi ile doğrusal olmayan cebirsel denklemlere dönüştürülmüş ve elde edilen cebirsel denklemlerin Newton-Raphson yöntemi ile sayısal çözümü yapılmıştır. Sıkışabilir, kauçuk benzeri (rubber-like) malzemelerden poliüretan malzemesi seçilmiş ve tekil kuvvet etkisindeki, basit mesnetli poliüretan küresel kabuklarda; yüksekliğin, kalınlığın ve poliüretan malzemesine ait bir malzeme sabitinin kuvvet-çökme eğrisine ve burkulma yüküne etkisi incelenmiştir.

Anahtar kelimeler: Sıkışabilir malzeme, poliüretan, küresel kabuklar, sonlu farklar yöntemi, Newton-Raphson yöntemi, doğrusal olmayan analiz.

ABSTRACT

In this study; nonlinear analysis of the simply supported spherical shells, made of a compressible rubber-like (hyperelastic and isotropic in the unstrained state) material under the effect of an apical load, is presented. The problem is nonlinear both physically and geometrically. Because the closed form solution of the corresponding algebraical and differential equations is not possible, numerical methods are used. The corresponding differential equations are converted to algebraic equations via the finite difference method and the obtained algebraical equations are solved numerically by using the Newton-Raphson method. Polyurethane is chosen among the compressible, rubber-like materials and the effects of height, thickness and a material constant belonging to polyurethane on force-deflection behaviour and the buckling load of the simply supported, spherical shells subjected to an apical load are inspected.

Keywords: Compressible material, polyurethane, spherical shells, finite difference method, Newton-Raphson method, nonlinear analysis.

1. GİRİŞ

Kabuk yapılar; yüzeysel taşıyıcı sistem olarak kullanılmasının yanı sıra, modern teknolojinin gelişmesine paralel olarak ve yeni yapı malzemelerinin keşfiyle birçok sektörde (gemi inşaatı, havacılık, uzay teknolojileri ve biyomekanik) daha fazla kullanım alanı bulmuştur.

Sonlu şekil değiştirme ve sonlu dönme yapan yüzeysel taşıyıcı sistemlerin incelenmesi konusu, son yılların en güncel konularından birisidir (örneğin; Haddow ve Faulkner (1974), Taber (1982), Simmonds (1985), Simmonds (1986), Cagan ve Taber (1986), Taber (1987), Simmonds (1987), Evirgen ve Ertepinar (1989), Taber (1989), Şuhubi (1994), Jiang ve Haddow (1995), Yükseler (1996a,b), Dragoni (1996), Başar ve Ding (1997), Haughton ve Orr (1997), Başar ve Itskov (1998), Guo (2001), Erdölen ve Yükseler (2003), Yükseler (2005), Holecek ve Moravec (2006), Mason ve Maluleke (2007), Gonçalves, Pamplona ve Lopes (2007), Kanner ve Horgan (2007), Yükseler (2007) gibi).

Geometrik doğrusal olmayışın yanında fiziksel doğrusal olmayışın da içerildiği kabuk teorileri 1950'lerden beri oluşturulmakla birlikte, ilgili denklemlerin aşırı karmaşık olması (Naghdi, 1972) konuyla ilgilenen birçok araştırmacıyı; çözümleri kolaylaştırıcı yaklaşık ifadeler üretmeye (örneğin; Libai ve Simmonds (1981), Taber (1985), Simmonds (1985), Simmonds (1986)) veya sayısal yöntemlere başvurmaya (örneğin; Schieck vd. (1992), Gruttman ve Taylor (1992), Betsch vd. (1996), Başar ve Ding (1996), Sansour (1998), Başar ve Itskov (1998), Cirak ve Ortiz (2001), İbrahimbegovic vd. (2001), Klinkel ve Govindjee (2002), Başar ve Kintzel (2003), Başar ve Grytz (2004)) sevk etmiştir. Bahsedilen basitleştirici yaklaşımlardan en dikkat çekici olanı, bünye denklemlerinin elde edilmesinde kullanılan bir kauçuk-benzeri kabuğun iki boyutlu şekil değiştirme enerjisi fonksiyonunun (Reissner (1972)), aynı malzemeden yapılmış bir plağın iki boyutlu şekil değiştirme enerjisi fonksiyonuna (kabuk teorisinde bulunan hatalar mertebesinde bir yaklaşıklıkla) eşit alınabilmesidir (Simmonds, 1985). Söz konusu yaklaşım, birçok araştırmacı tarafından kabul görmüştür (örneğin; Simmonds (1986), Taber (1987), Yükseler (1996a; 1996b)).

Kauçuk benzeri (rubber-like) malzemeler şekil değişimi öncesinde izotrop karakterde olup büyük şekil değiştirme yapabilme özelliği taşır (Treloar, 1975). Kauçuk benzeri malzemeler elastiklik bozulmadan göreceli olarak çok büyük şekil değiştirmeler yapabilmektedir. Rekor birim uzama oranı 17,62'dir (Smith ve Chu, 1972). Kauçuk benzeri malzemelerin çoğunluğunun sıkışmaz olduğu varsayılmaktadır ve kauçuk benzeri sıkışmaz kabuklarla ilgili çalışmalar oldukça fazladır. Bunlardan bazıları aşağıda sunulmaktadır:

Tepe noktasındaki tekil bir kuvvet etkisindeki derin küresel kabuk probleminde, çökme-kuvvet ilişkisinin kapalı çözümü yaklaşık bir yöntemle Ranjan ve Steele (1976) tarafından yapılmıştır.

Tekil bir kuvvet etkisindeki büyük şekil değiştirme yapan kauçuk küresel kabuğun analitik ve deneysel çalışmaları Taber (1982) tarafından yapılmıştır.

Yaptığı deneysel çalışmayla düzgün yayılı basınca maruz ankastre mesnetli sığ ince küresel kabukların burkulması Yamada (1983) tarafından verilmiştir. Yamada; simetrik ilkel kusur parametresinin, sığ küresel kabuklarda burkulmaya olan etkisini ele almıştır.

İnce dönel kabukların çeşitli dönel simetrik yükler altında doğrusal ve doğrusal olmayan (fiziksel lineer, geometrik nonlinear) sayısal analizi Parnell (1984) tarafından yapılmıştır.

Dönel simetrik çembersel yük etkisindeki küresel kabukların stabilite analizini integral matrisleri ve Newton-Raphson yöntemiyle Cagan ve Taber (1986) yapmış ve deneysel sonuçlarla karşılaştırmışlardır.

Brodland ve Cohen (1987), tepe noktasında tekil bir yük bulunan basit mesnetli küresel kabukların hem geometrik hem de fiziksel doğrusal olmayışını göz önüne alarak, potansiyel enerjinin stasyonere değeri ilkesi yardımıyla sayısal bir analiz yapmışlar, Loo ve Ewan-İwanowski (1964) tarafından yapılmış deneysel sonuçlarla karşılaştırmışlardır.

Simmonds (1986); bir kauçuk-benzeri kabuğun iki boyutlu şekil değiştirme enerjisi fonksiyonunun, aynı malzemeden yapılmış bir plağın iki boyutlu şekil değiştirme enerjisi fonksiyonuna eşit alınabilmesi yaklaşımını Simmonds (1985) kullanarak büyük enine şekil değiştirmeler, büyük membran şekil değiştirmeleri, küçük eğilme şekil değiştirmeleri ve küçük enine kayma şekil değiştirmeleri yapan, dönel simetrik etkiler altındaki dönel, sıkışmaz, kauçuk benzeri kabukların iki boyutlu şekil değiştirme enerjisi fonksiyonlarının çıkartılmasında kullanılabilecek bir yöntem önermiştir.

Basit mesnetli küresel kabukların sonlu dönel simetrik yer değiştirmelerini ve vurgu tipi stabilitesi Brodland (1987) tarafından incelenmiştir. Problemi, stasyonere potansiyel enerji ilkesiyle ifade ederek sayısal olarak çözüm elde etmiştir.

Büyük şekil değiştirme ve dönme yapan, enine kayma şekil değiştirmelerinin göz önüne alındığı sıkışmaz hiperelastik malzemelerden yapılmış dönel kabuklar için bir teori Taber (1987) tarafından sunulmuştur.

Cook (1982), Reissner (1972)'in büyük şekil değiştirmeler için yaptığı çalışmayı geliştirerek simetrik kalınlık değişimine olanak veren bir çalışma sunmuştur.

Büyük elastik şekil değiştirmeler etkisindeki kauçuk benzeri membran kabukların bir teorisi Gruttmann ve Taylor (1992) tarafından verilmiştir. Yapılan bu çalışmada, Ogden malzeme modeli dikkate alınmıştır ve malzeme sıkışamaz olarak kabul edilmiştir.

Başar ve Ding (1997), kayma şekil değiştirmesi modelleri vasıtasıyla kauçuk benzeri kabukların büyük şekil değiştirme olgusunun teorik ve sayısal simulasyonlarını yapmıştır.

Başar ve Itskov (1998), Ogden malzeme modelinin sayısal analizi için değişik bir uygulama amaçlamıştır. Sıkışamazlık durumu, şekil değiştirme enerjisinde dikkate alınmıştır.

Değişik kabuk parametreleri ve sınır koşulları için yerdeğiştirme veya çevresel yatay yüke maruz geometrik doğrusal olmayan küresel kabukların burkulması Akkaş ve Odeh (2001) tarafından incelenmiştir.

Düzgün yayılı iç basınç etkisindeki kauçuk benzeri küresel kabukların sonlu şekil değiştirme ve sonlu dönme altındaki teorik ve sayısal analizi Erdölen ve Yükseler (2003) tarafından yapılmıştır.

Touze ve Thomas (2005), serbest kenarlı küresel kabukların doğrusal olmayan titreşimlerini araştırmışlardır. Yapılan bu çalışmada, geometrisinin bir fonksiyonu olarak kabuğun her bir modu için davranışı belirlenmiştir. Plakların büyük şekil değiştirmeleri için kullanılan Van Karman teorisinin ince sığ kabuklar için bir benzeri kullanılmıştır.

Kauçuk benzeri malzemelerin büyük çoğunluğunun sıkışmaz olduğu varsayılabilmele birlikte bazılarının (poliüretan, köpük kauçuk gibi) şekil değişimi ile hacim değişiminin (sıkışabilmesinin) göz önüne alınması gerekmektedir (Blatz ve Ko, 1962; Simmonds, 1987). Sıkışabilir kauçuk benzeri kabuklarla ilgili çalışmalar göreceli olarak azdır ve tekil bir kuvvet etkisindeki sıkışabilir küresel kabuklarla ilgili bir çalışmaya literatürde rastlanmamıştır:

Haddow ve Faulkner (1974); iç basınç altındaki, sonlu genleşebilen, hiperelastik, sıkışabilen küresel kabukların üç farklı şekil değişimi enerjisi fonksiyonuna karşı gelen çözümlerini yapmışlardır.

Simmonds (1987), Simmonds (1985)'de önerilen yaklaşımı kullanarak büyük enine şekil değiştirmeler, büyük membran şekil değiştirmeleri, küçük eğilme şekil değiştirmeleri ve küçük enine kayma şekil değiştirmeleri yapan, dönел simetrik etkiler altındaki dönел,

sıkışabilen kauçuk benzeri kabukların iki boyutlu şekil değiştirme enerjisi fonksiyonlarının çıkartılmasında kullanılabilir bir yöntem önermiştir.

Şuhubi (1994); radyal hareket halindeki sıkışabilen, heterojen, hiperelastik küre ve silindire ait simetri grupları ve benzerlik çözümlerini yapmıştır.

Yükseler (1996b) ; (Simmonds, 1987) de şekil değiştirmeler üzerine konulan kısıtlamaların kaldırıldığı, dönel simetrik etkiler altındaki dönel, sıkışabilen kauçuk benzeri kabukların iki boyutlu şekil değiştirme enerjisi fonksiyonlarını veren bir yaklaşım önermiştir.

Haughton ve Orr (1997); hiperelastik, sıkışabilen, izotrop kalın silindirlerin içini dışına döndürme problemini incelemiştir. Çalışmada, sıkışmaz malzemelerden elde edilen sonuçlara benzer sonuçlar elde edilmiştir.

Dragoni (1999); radyal basınç altındaki, hiperelastik, sıkışabilen ve sıkışmaz malzemelerden yapılmış kalın tüplere ait analitik bir çözüm elde etmiştir.

Akyüz ve Ertepinar (2001); homojen, izotrop, sıkışabilir, hiperelastik kalın küresel kabukların stabilite problemini elastisite teorisi yardımıyla yapmışlardır. Malzeme olarak, az miktarda sıkışabilen bir malzeme olan köpük kauçuk seçilmiştir.

Bu çalışmada tekil bir kuvvet etkisindeki sıkışabilen bir kauçuk-benzeri malzemeden yapılmış, basit mesnetli küresel kabukların doğrusal olmayan analizi yapılmıştır. Çeşitli kalınlık parametreleri, mesnet açıları (kabuk yükseklikleri) ve poliüretan malzemesine ait bir malzeme sabitine karşı gelen tepe noktasındaki tekil kuvvet değerleri ve tepe noktasındaki çökme değerleri arasındaki grafiksel ilişkiler elde edilmiş ve yorumlanmıştır. Bu tezde sunulan temel bağıntılar; Reissner (1969, 1972)'den yararlanarak Taber (1987)'de sunulmuş olan kinematik denklemler, denge denklemleri, bünye denklemleri ile Simmonds (1987)'de sunulan iki boyutlu şekil değiştirme enerjisi fonksiyonu ifadeleridir.

Yapılan çalışmada; kısmi türevli diferansiyel denklemler, sonlu farklar yöntemiyle cebirsel hale getirilmiştir. Daha sonra Newton-Raphson yöntemi kullanılarak istenilen yaklaşıklıkta bilinmeyen değerler elde edilmiştir. Sayısal çözüm esnasında bazen ıraksama sorunları ile karşılaşmıştır. Bu sorunlar çökme değerlerine verilen artımların azaltılması ile giderilmiştir.

Tezin ikinci bölümünde, dönel simetrik etkiler altında sonlu şekil değiştirmeler ve/veya sonlu dönme yapan kauçuk benzeri, dönel yüzeysel taşıyıcı sistemlere ait teorik temeller verilmiştir. Üçüncü bölümde; ikinci bölümde verilen temel bağıntıların tekil bir kuvvet etkisindeki, sıkışabilen bir kauçuk benzeri malzeme olan poliüretandan yapılmış küresel kabuk

problemine uygulanışı anlatılmıştır. Çalışmanın dördüncü bölümünde, üçüncü bölümde sunulmuş olan denklemlere sonlu farklar yönteminin uygulanması anlatılmıştır. Beşinci bölümde, Newton-Raphson Yöntemi, elde edilen doğrusal olmayan cebirsel denklemlere uygulanışı anlatılmıştır. Altıncı bölümde, sayısal uygulamalar verilmektedir. Yedinci bölümde sonuçlar ve öneriler sunulmuştur.

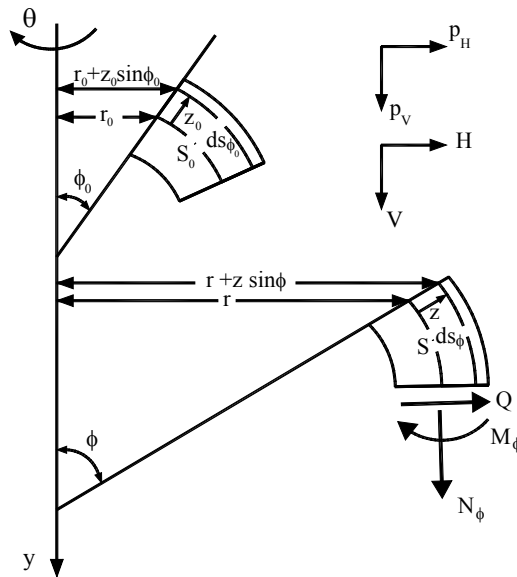
2. DÖNEL SİMETRİK ETKİLER ALTINDA BÜYÜK ŞEKİL DEĞİŞTİRME VE/VEYA BÜYÜK DÖNME YAPAN KAUCUK BENZERİ, DÖNEL YÜZEYSEL TAŞIYICILARA AİT TEORİK TEMELLER

2.1 Varsayımlar

- Malzeme, homojen ve izotropdur.
- İnce kabuk teorisi geçerlidir.
- Yerdeğiştirmeler büyüktür. Dolayısıyla, problem geometrik olarak doğrusal değildir (nonlineerdir).
- Gerilme-şekil değiştirme davranışı doğrusal değildir. Dolayısıyla, problem fiziksel olarak doğrusal değildir.
- Enine kayma açısı ihmal edilmektedir. Dolayısıyla, şekil değişiminden önce karşılaştırma yüzeyine dik olan noktalar, şekil değişiminden sonra da şekil değiştirmiş kabuğun karşılaştırma yüzeyine dik kalırlar.
- Ortalama yüzeye dik etki eden normal gerilmeler ihmal edilmektedir.

2.2 Geometri

Kabuğun şekil değişiminden önceki ve sonraki geometrileri Şekil 2.1' de verilmektedir.



Şekil 2.1 Bir Kabuk Elemanının Şekil Değişimi Öncesi ve Sonrasındaki Geometrileri

Burada; S karşılaştırma yüzeyi, ϕ meridyenel açı, r S üzerindeki bir noktanın radyal koordinatı, θ paralel merkez açısı olarak tanımlanmaktadır. Bu tanımlar, şekil değişimi sonrası için kullanılmaktadır. Sıfır indisi, ilgili parametrelerin şekil değişimi öncesine ait olduğunu göstermek için kullanılmaktadır (Taber, 1987). Bu bağlamda; r_0 ve r sırasıyla S_0 ve S üzerindeki noktaların yatay koordinatlarını, y_0 ve y sırasıyla S_0 ve S üzerindeki noktaların düşey koordinatlarını, ϕ_0 ve ϕ sırasıyla S_0 ve S üzerindeki noktaların meridyenel açılarını göstermektedir.

Λ_ϕ , Λ_θ ve Λ_z sırasıyla, karşılaştırma yüzeyinden z_0 uzaklığındaki, meridyen teğetine paralel, paralel çember teğetine paralel ve S_0 ' a dik doğrultudaki germelerdir (Taber, 1987), ve

$$\Lambda_\phi = \frac{ds_\phi}{ds_{\phi_0}} \quad , \quad (2.1)$$

$$\Lambda_\theta = \frac{ds_\theta}{ds_{\theta_0}} \quad , \quad (2.2)$$

$$\Lambda_z = \frac{\partial z}{\partial z_0} \quad . \quad (2.3)$$

denkleleriyle tanımlanmaktadır. Şekil (2.1) ' deki geometri kullanılarak aşağıdaki bağıntılar elde edilebilmektedir (Taber, 1987):

$$\cos \phi_0 ds_{\phi_0} = d(r_0 + z_0 \sin \phi_0) \quad , \quad (2.4a)$$

$$\sin \phi_0 ds_{\phi_0} = d(y_0 - z_0 \cos \phi_0) \quad , \quad (2.4b)$$

$$\cos \phi ds_\phi = d(r + z \sin \phi) \quad , \quad (2.5a)$$

$$\sin \phi ds_\phi = d(y - z \cos \phi) \quad , \quad (2.5b)$$

$$ds_{\theta_0} = (r_0 + z_0 \sin \phi_0) d\theta \quad , \quad (2.6)$$

$$ds_\theta = (r + z \sin \phi) d\theta \quad . \quad (2.7)$$

(2.4a), (2.4b), (2.5a), (2.5b), (2.6), (2.7) denklemleri (2.1), (2.2), (2.3) denklemlerinde

yerlerine yazılarak aşağıdaki ifadeler elde edilebilmektedir (Taber, 1987):

$$\Lambda_{\phi} = \frac{\lambda_{\phi} + zk_{\phi}}{1 + z_0k_{\phi_0}} \quad , \quad (2.8)$$

$$\Lambda_{\theta} = \frac{\lambda_{\theta} + zk_{\theta}}{1 + z_0k_{\theta_0}} \quad . \quad (2.9)$$

Buradaki λ_{ϕ} ve λ_{θ} parametreleri, karşılaştırma yüzeyi üzerindeki ($z_0 = z = 0$) sırasıyla meridyenel doğrultudaki ve paralel çember teğeti doğrultusundaki germeleri vermektedir ve aşağıdaki şekilde yazılabilmektedirler (Taber, 1987):

$$\lambda_{\phi} = \frac{y'}{\sin \phi} = \frac{r'}{\cos \phi} \quad , \quad (2.10)$$

$$\lambda_{\theta} = \frac{r}{r_0} \quad , \quad (2.11)$$

(...)' , s_{ϕ_0} ' a göre türev anlamında kullanılmaktadır.

k_{ϕ_0} , k_{ϕ} , k_{θ_0} , k_{θ} şekil değiştirmemiş ve şekil değiştirmiş karşılaştırma yüzeylerine ait eğrilik ölçüleridir ve aşağıdaki şekilde ifade edilirler:

$$k_{\phi_0} = \phi_0' \quad , \quad (2.12)$$

$$k_{\phi} = \phi' \quad , \quad (2.13)$$

$$k_{\theta_0} = \frac{\sin \phi_0}{r_0} \quad , \quad (2.14)$$

$$k_{\theta} = \frac{\sin \phi}{r_0} \quad . \quad (2.15)$$

Taber (1985)' de ince kabuk yaklaşımı ile ($(tk_{\phi_0}, tk_{\theta_0}) \ll 1$), (2.8) ve (2.9) denklemleri yerine

$$\Lambda_{\phi} \approx \lambda_{\phi} + zK_{\phi} \quad , \quad (2.16)$$

$$\Lambda_{\theta} \approx \lambda_{\theta} + zK_{\theta} \quad . \quad (2.17)$$

denklemlerinin kullanılabileceği belirtilmiştir. Burada t kabuk kalınlığını göstermektedir. K_ϕ ve K_θ eğrilik değişimi ölçüleridir ve

$$K_\phi = k_\phi - \lambda_\phi^2 \lambda_\theta k_{\phi_0} \quad , \quad (2.18)$$

$$K_\theta = k_\theta - \lambda_\theta^2 \lambda_\phi k_{\theta_0} \quad . \quad (2.19)$$

denklemleriyle tanımlanmaktadır (Taber, 1987).

2.3 Denge denklemleri

Düşey ve yatay kuvvetlerin dengesiyle moment dengesi denklemi aşağıdaki şekilde ifade edilirler (Taber, 1987):

$$(r_0 V)' + r_0 p_v = 0 \quad , \quad (2.20)$$

$$(r_0 H)' - N_\theta + r_0 p_H = 0 \quad , \quad (2.21)$$

$$(r_0 M_\phi)' - M_\theta \cos \phi - r_0 (Q \lambda_\phi) = 0 \quad . \quad (2.22)$$

Burada; p_H ve p_v sırasıyla şekil değiştirmemiş kabuğun karşılaştırma yüzeyinin birim alanına etkileyen yatay ve düşey yükleri, V düşey kesit kuvvetini, H yatay kesit kuvvetini, M_ϕ ve M_θ sırasıyla meridyenel ve paralel kesit eğilme momentlerini, N_ϕ ve N_θ sırasıyla meridyenel ve paralel çember teğeti doğrultusundaki normal kesit kuvvetlerini, Q enine kesme kuvvetini göstermektedir (Şekil 2.1). Geometriden ; N_ϕ ve Q 'nun, H ve V cinsinden

$$N_\phi = H \cos \phi + V \sin \phi \quad , \quad (2.23)$$

$$Q = H \sin \phi - V \cos \phi \quad . \quad (2.24)$$

şeklinde ifade edilebilecekleri görülebilmektedir.

2.4 Bünye Denklemleri

Reissner (1972); bünye denklemlerini, virtüel iş ilkesi yardımıyla aşağıdaki şekilde yazılabileceğini belirtmiştir:

$$N_{\phi} = \frac{\partial w}{\partial \lambda_{\phi}} \quad , \quad (2.25)$$

$$N_{\theta} = \frac{\partial w}{\partial \lambda_{\theta}} \quad , \quad (2.26)$$

$$M_{\phi} = \frac{\partial w}{\partial K_{\phi}} \quad , \quad (2.27)$$

$$M_{\theta} = \frac{\partial w}{\partial K_{\theta}} \quad . \quad (2.28)$$

Burada, kauçuk-benzeri malzemenin sıkışabilir olup olmaması (2.25), (2.26), (2.27) ve (2.28) denklemlerini etkilememektedir.

3. TEKİL BİR KUVVET ETKİSİNDEKİ POLİÜRETAN KÜRESEL BİR KABUK İÇİN TEMEL DENKLEMLERİN İFADE EDİLMESİ

Bu bölümde; (2.1), (2.2), (2.3) ve (2.4) alt bölümlerinde verilmiş olan sonlu şekil değiştirme ve sonlu dönme yapan döneel kabuklara ait temel denklemler, 4. bölümde kullanılmak üzere bir sıkıştırılabilir kauçuk benzeri malzeme olan poliüretan malzemesinden yapılmış küresel kabuk özel durumu için yeni bir biçimde sunulmaktadır.

(2.10) denklemleri,

$$r' = \lambda_{\phi} \cos \phi \quad , \quad (3.1)$$

ve

$$y' = \lambda_{\phi} \sin \phi \quad (3.2)$$

şekillerinde yazılabilirler.

S_0 üzerindeki bir noktanın radyal yer değiştirmesini göstermekte olan h ,

$$h = r - r_0 \quad (3.3)$$

şeklinde yazılabilmektedir. (3.1) ve (3.3) denklemleri, kabuk geometrisinden elde edilebilen

$$r'_0 = \cos \phi_0 \quad (3.4)$$

denklemleri ile birlikte kullanılıncaya,

$$h' = \lambda_{\phi} \cos \phi - \cos \phi_0 \quad , \quad (3.5)$$

elde edilebilmektedir.

S_0 üzerindeki bir noktanın düşey yer değiştirmesini göstermekte olan v ,

$$v = y - y_0 \quad , \quad (3.6)$$

şeklinde yazılabilir. (3.2) ve (3.6) denklemleri ve kabuk geometrisinden elde edilebilen

$$y'_0 = \sin \phi_0 \quad (3.7)$$

denklemleri ile

$$v' = \lambda_\phi \sin \phi - \sin \phi_0 \quad (3.8)$$

denklemini elde edilebilmektedir.

Küresel kabuk özel durumunda,

$$k_{\phi_0} = \frac{1}{R_0} \quad (3.9)$$

olmaktadır. Dolayısıyla, (2.18) eşitliğinde (2.12) ve (2.13) ifadeleri yerlerine konur ve (3.9) ifadesi dikkate alınır,

$$\phi' = K_\phi + \lambda_\phi^2 \lambda_\theta \frac{1}{R_0} \quad (3.10)$$

diferansiyel denklemini elde edilebilmektedir. Burada,

$$\phi = \phi_0 + \chi \quad (3.11)$$

şeklinde ifade edilebilir ve χ dönme açısıdır. (3.10) ve (3.11) denklemlerinden ,

$$\chi' = K_\phi + \frac{1}{R_0} (\lambda_\phi^2 \lambda_\theta - 1) \quad (3.12)$$

elde edilebilmektedir.

(2.21) denkleminde, N_θ ifadesinin yerine (2.26) denklemini kullanılarak ve $p_H = 0$ olduğu göz önüne alınarak ,

$$H' = -\frac{\cos \phi_0}{r_0} H + \frac{1}{r_0} \frac{\partial w}{\partial \lambda_\theta} \quad (3.13)$$

bulunabilmektedir. Burada H yatay kesit kuvvetini göstermektedir (Şekil 2.1).

(2.20) denge denkleminde (3.8) denklemini ve $p_v = 0$ olduğu göz önüne alınır,

$$V' = -\frac{\cos \phi_0}{r_0} V \quad (3.14)$$

elde edilir. Burada V düşey kesit kuvvetini göstermektedir (Şekil 2.1).

(2.22) denkleminde N_ϕ ve M_θ ifadelerinin yerlerine sırasıyla (2.23), (2.24) ve (2.28) denklemleri yazılarak,

$$M'_\phi = -\frac{\cos \phi_0}{r_0} M_\phi + \frac{\cos \phi}{r_0} \frac{\partial w}{\partial K_\theta} + H\lambda_\phi \sin \phi - V\lambda_\phi \cos \phi \quad (3.15)$$

elde edilebilmektedir.

Poliüretan malzemeye ait iki boyutlu şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu fonksiyonu

$$w = \frac{t\mu}{2} \left[\left[\lambda_\phi^2 + \lambda_\theta^2 - p^{-1}(\lambda_\phi \lambda_\theta)^{2p} - \frac{1+v}{v} \right] + \frac{t^2}{12(\lambda_\phi \lambda_\theta)^{2(1+v)/(1-v)}} \left(\left[\frac{1+v}{1-v} + \lambda_\phi^{2(1-v)} \lambda_\theta^{-2p} \right] \lambda_\theta^2 K_\phi^2 \dots \right. \right. \\ \left. \left. - 4p\lambda_\phi \lambda_\theta K_\phi K_\theta + \left[\frac{1+v}{1-v} + \lambda_\phi^{-2p} \lambda_\theta^{2(1-v)} \right] \lambda_\phi^2 K_\theta^2 \right) \right] \quad (3.16)$$

şeklinde verilmektedir (Simmonds, 1987). Burada; μ ve ν malzeme sabitleri olup, sonsuz küçük şekil değişimi durumunda

$$\mu = E / 2(1+\nu) \quad , \quad \nu = \psi \quad (3.17)$$

olmaktadır. E ve ψ , sırasıyla elastisite modülü ve Poisson oranıdır. Bu durumda ; (3.13) ve

(3.15)' de görülen N_θ ' ya eşit olan $\frac{\partial w}{\partial \lambda_\phi}$ ve M_θ ' ya eşit olan $\frac{\partial w}{\partial K_\theta}$ terimleri, (3.16)

yardımiyle

$$N_\theta = \mu t (\lambda_\theta - \lambda_\theta^{2p-1} \lambda_\phi^{2p}) - \frac{\mu t^3 g B}{12 \lambda_\phi^{2g}} \lambda_\theta^\gamma K_\phi^2 + \frac{\mu t^3}{12A} [-p \lambda_\theta^g \lambda_\phi^{2u} K_\phi^2 + B \lambda_\theta K_\phi^2 \\ - 2p \lambda_\phi K_\theta K_\phi + \frac{1}{u} \lambda_\theta^g \lambda_\phi^u K_\theta^2] \quad , \quad (3.18)$$

$$M_\theta = \frac{\mu t^3}{12A} [-2p \lambda_\phi \lambda_\theta K_\phi + D \lambda_\phi^2 K_\theta] \quad (3.19)$$

şeklinde yazılabilirler. Burada

$$u = 1 - \nu \quad , \quad (3.20)$$

$$g = \frac{1 + \nu}{u} \quad , \quad (3.21)$$

$$\gamma = \frac{-1 - 3\nu}{u} \quad , \quad (3.22)$$

$$A = (\lambda_\phi \lambda_\theta)^{2g} \quad , \quad (3.23)$$

$$B = g + \lambda_\phi^{2u} \lambda_\theta^{-2p} \quad , \quad (3.24)$$

$$D = g + \lambda_\phi^{-2p} \lambda_\theta^{2/u} \quad , \quad (3.25)$$

$$p = \frac{-v}{1-v} = \frac{-v}{u} \quad . \quad (3.26)$$

Ek olarak; (2.23) denkleminde (2.25) bünye denklemi poliüretan malzemeye ait iki boyutlu şekil değiştirme enerjisi fonksiyonu (3.16) ile birlikte kullanılıncsa,

$$\begin{aligned} N_\phi = H \cos \phi + V \sin \phi = \mu t (\lambda_\phi - \lambda_\phi^{2p-1} \lambda_\theta^{2p}) - \frac{gB\mu t^3}{12} \lambda_\theta^{1-v} \lambda_\phi^\theta K_\phi^2 \\ + \frac{\mu t^3}{12A} [u \lambda_\phi^{(1-2v)} \lambda_\theta^{\frac{2}{u}} K_\phi^2 - 2p \lambda_\theta K_\phi K_\theta - p \lambda_\theta^u \lambda_\phi^g K_\theta^2 + D \lambda_\phi K_\theta^2] \end{aligned} \quad (3.27)$$

elde edilebilmektedir. Burada,

$$\theta = \frac{-3-v}{1-v} \quad . \quad (3.28)$$

Bu durumda temel denklemler, esas değişkenler olarak seçilen h , v , χ , H , V , M_ϕ , λ_ϕ

cinsinden aşağıdaki şekilde yazılabilmektedir:

$$h' = \lambda_\phi \cos \phi - \cos \phi_0 \quad , \quad (3.29)$$

$$v' = \lambda_\phi \sin \phi - \sin \phi_0 \quad , \quad (3.30)$$

$$\chi' = K_\phi + \frac{1}{R_0} (\lambda_\phi^2 \lambda_\theta - 1) \quad , \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} H' = -\frac{\cos \phi_0}{r_0} H + \frac{1}{r_0} \left[\mu t (\lambda_\theta - \lambda_\theta^{2p-1} \lambda_\phi^{2p}) - \frac{\mu t^3 gB}{12 \lambda_\phi^{2g}} \lambda_\theta^\gamma K_\phi^2 + \frac{\mu t^3}{12A} [-p \lambda_\theta^g \lambda_\phi^{2u} K_\phi^2 + B \lambda_\theta K_\phi^2 \right. \\ \left. - 2p \lambda_\phi K_\theta K_\phi + \frac{1}{u} \lambda_\theta^g \lambda_\phi^u K_\theta^2] \right] \quad , \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$V' = -\frac{\cos \phi_0}{r_0} V \quad , \quad (3.33)$$

$$M'_\phi = -\frac{\cos \phi_0}{r_0} M_\phi + \frac{\cos \phi}{r_0} \left[\frac{\mu t^3}{12A} \left[-2p\lambda_\phi \lambda_\theta K_\phi + D\lambda_\phi^2 K_\theta \right] \right] + H\lambda_\phi \sin \phi - V\lambda_\phi \sin \phi \quad , \quad (3.34)$$

$$H \cos \phi + V \sin \phi = \mu t (\lambda_\phi - \lambda_\phi^{2p-1} \lambda_\theta^{2p}) - \frac{gB\mu t^3}{12} \lambda_\theta^{1-v} \lambda_\phi^\theta K_\phi^2$$

$$+ \frac{\mu t^3}{12A} \left[u\lambda_\phi^{(1-2v)} \lambda_\theta^{\frac{2}{u}} K_\phi^2 - 2p\lambda_\theta K_\phi K_\theta - p\lambda_\theta^{\frac{2}{u}} \lambda_\phi^s K_\theta^2 + D\lambda_\phi K_\theta^2 \right] \quad . \quad (3.35)$$

4. TEKİL BİR KUVVET ETKİSİNDEKİ POLİÜRETAN KÜRESEL KABUKLARA AİT DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN SONLU FARKLAR YÖNTEMİYLE CEBİRSEL DENKLEMLER HALİNE GETİRİLMESİ

4.1 Sonlu Farklar Yöntemi

Bir takım ayrık noktalarda değeri bilinen $y = f(x)$ fonksiyonunun bir noktasındaki türevini, bilinen bu değerleri kullanarak, yaklaşık olarak hesaplamak mümkündür. Benzer şekilde $z=f(x,y)$ türündeki çok değişkenli fonksiyonlar için yaklaşık kısmi türev formülleri de verilebilir. Bunun için genellikle bu fonksiyonun söz konusu nokta civarındaki Taylor seri açılımından yararlanılır (Türker ve Can, 1997).

$y = f(x)$ fonksiyonunun bir x_i noktasındaki türevinin ; x_{i+1}, x_{i+2}, \dots gibi noktalardaki fonksiyon değerleri yardımıyla ifade eden ileri farklar yöntemiyle, x_{i-1}, x_{i-2}, \dots gibi noktalardaki fonksiyon değerleri yardımıyla ifade eden geri farklar yöntemiyle, $x_{i-1}, x_{i+1}, x_{i-2}, x_{i+2}, \dots$ gibi noktalardaki fonksiyon değerleri yardımıyla ifade eden merkezi farklar yöntemiyle, yaklaşık hesabını veren formüller verilmektedir (Türker ve Can, 1997).

4.1.1 İleri Fark Yaklaşımı

$$f(x_i + h) = f_{i+1} = f_i + hf'_i + \frac{h^2}{2} f''_i + \frac{h^3}{6} f'''_i + \dots \quad (4.1)$$

Taylor seri açılımından,

$$f'_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{h} - \frac{1}{2} hf''_i - \frac{1}{6} h^2 f'''_i - \dots \quad (4.2)$$

yazılabilir. Birinci mertebeden sonraki terimler kesilerek,

$$f'_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{h} + O(h) \quad (4.3)$$

ileri fark yaklaşımı elde edilir. Burada $O(h)$ kesme hatası olup, h küçüldükçe h^2, h^3, \dots 'lü terimler hızlı bir şekilde küçüleceğinden h mertebesinde (Türker ve Can, 1997).

4.1.2 Geri Fark Yaklaşımı

$$f(x_i - h) = f_{i-1} = f_i - hf'_i + \frac{h^2}{2} f''_i - \frac{h^3}{6} f'''_i + \dots \quad (4.4)$$

Taylor seri açılımından,

$$f'_i = \frac{f_i - f_{i-1}}{h} + \frac{1}{2} hf''_i - \frac{1}{6} h^2 f'''_i \dots \quad (4.5)$$

yazılabilir. Birinci mertebeden sonraki terimler kesilerek,

$$f'_i = \frac{f_i - f_{i-1}}{h} + O(h) \quad (4.6)$$

geri fark yaklaşımı elde edilir. (Türker ve Can, 1997).

4.1.3 Merkezi Fark Yaklaşımı

(4.1) ve (4.5) denklemleri gözönüne alınıp, taraf tarafa çıkartma yapılırsa,

$$f_{i+1} - f_{i-1} = 2hf'_i + \frac{1}{3} h^3 f'''_i + \dots \quad (4.7)$$

yazılabilir. Buradan da,

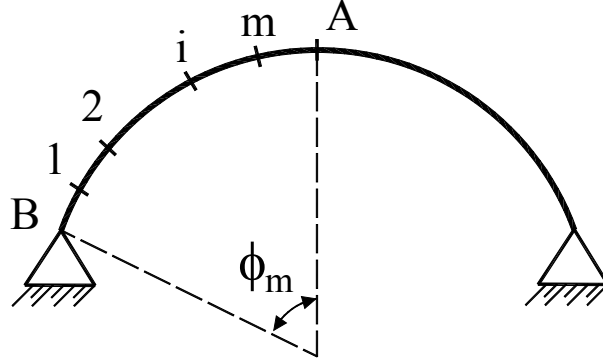
$$f'_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} - \frac{1}{6} h^2 f'''_i + \dots \quad (4.8)$$

veya,

$$f'_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} + O(h^2) \dots \quad (4.9)$$

merkezi fark yaklaşımı elde edilir (Türker ve Can, 1997).

4.2 Sonlu Farklar Yönteminin Probleme Uygulanması



Şekil 4.1 Sonlu fark noktalarının kabuk üzerinde gösterilişi

Bu alt bölümde; sonlu farklar yöntemi tekil kuvvet etkisindeki, basit mesnetli, poliüretan, küresel kabuklara uygulanmaktadır. Kabuk (m) sayıda sonlu parçaya ayrılmış olup, adım uzunluğu Δs olarak tanımlanmaktadır (Şekil 4.1).

İlgili kesit tesirleri ve yer değiştirmeler için sonlu farklar yöntemi uygulaması aşağıdaki şekilde olmaktadır:

Sonlu farklar denklemlerinde (4.3) denklemi, herhangi bir i noktasında (3.28), (3.29), (3.30), (3.31), (3.32) ve (3.33) denklemlerine uygulanacak olursa ,

$$f_1^{(i)} = h_{i+1} - h_i - \Delta s (\lambda_{\phi_i} \cos \phi_i - \cos \phi_{0_i}) = 0 \quad , \quad (4.10)$$

$$f_2^{(i)} = v_{i+1} - v_i - \Delta s (\lambda_{\phi_i} \sin \phi_i - \sin \phi_{0_i}) = 0 \quad , \quad (4.11)$$

$$f_3^{(i)} = \chi_{i+1} - \chi_i - \Delta s K_{\phi_i} - \frac{\Delta s}{R_0} (\lambda_{\phi_i}^2 \lambda_{\theta_i} - 1) = 0 \quad , \quad (4.12)$$

$$f_4^{(i)} = H_{i+1} - H_i + \frac{\Delta s \cos \phi_0}{r_0} H_i - \frac{\Delta s}{r_0} N_{\theta} = 0 \quad , \quad (4.13)$$

$$f_5^{(i)} = V_{i+1} - V_i + \frac{\Delta s \cos \phi_0}{r_0} V_i = 0 \quad , \quad (4.14)$$

$$f_6^{(i)} = M_{\phi_{i+1}} - M_{\phi_i} + \frac{\Delta s}{r_0} \cos \phi_{0_i} M_{\phi_i} - \frac{\Delta s}{r_0} \cos \phi_i M_{\theta} - \Delta s H_i \lambda_{\phi_i} \sin \phi_i + \Delta s V_i \lambda_{\phi_i} \cos \phi_i = 0 \quad (4.15)$$

$$f_7^{(i)} = -H_i \cos \phi_i - V_i \sin \phi_i + \mu t (\lambda_{\phi_i} - \lambda_{\phi_i}^{2p-1} \lambda_{\theta_i}^{2p}) - \frac{gB\mu t^3}{12} \lambda_{\theta_i}^{\frac{-4v}{1-v}} \lambda_{\phi_i}^\theta K_{\phi_i}^2$$

$$+ \frac{\mu t^3}{12A} [u \lambda_{\phi_i}^{(1-2v)} \lambda_{\theta_i}^{\frac{2}{u}} K_{\phi_i}^2 - 2p \lambda_{\theta_i} K_{\phi_i} K_{\theta_i} - p \lambda_{\theta_i}^{\frac{2}{u}} \lambda_{\phi_i}^g K_{\theta_i}^2 + D \lambda_{\phi_i} K_{\theta_i}^2]$$
(4.16)

cebirsel denklemleri elde edilmektedir.

(4.10), (4.11), (4.12), (4.13), (4.14), (4.15) ve (4.16) denklemleri $i=1,2,\dots,m-1$ noktalarında kullanılmıştır. m noktasında; (4.10), (4.11), (4.12), (4.13), (4.15) ve (4.16) denklemleri, A noktasındaki sınır koşulları

$$h_A = \chi_A = 0$$
(4.17)

kullanılarak yazılmıştır. λ_{ϕ_A} ve V_A , bilinmeyen listesinden çıkartılmıştır. 1 numaralı noktadaki sınır koşulları

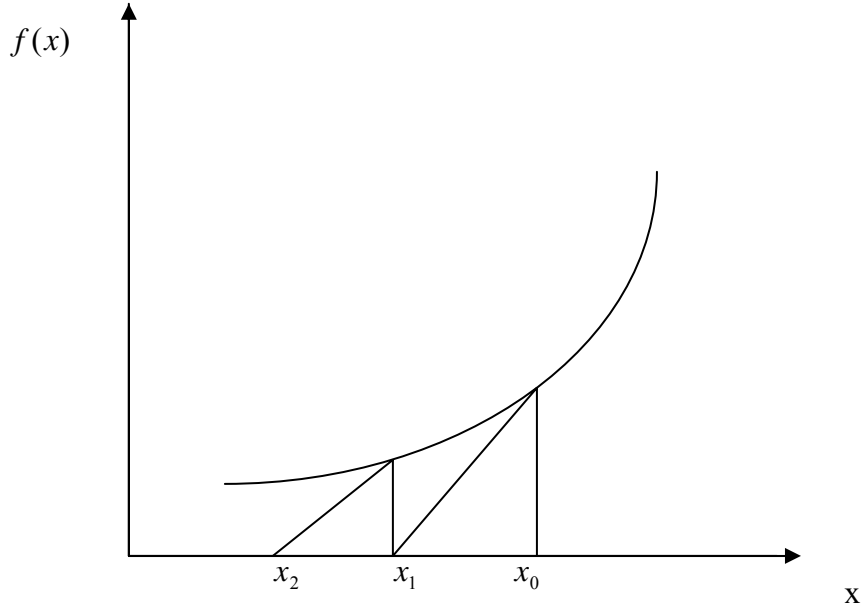
$$h_1 = M_{\phi_1} = v_1 = 0$$
(4.18)

($m-1$) noktada yazılan $7(m-1)$ denklem, m noktasında yazılan 6 tane denklem; bilinmeyen sayısı olan $(7m+2)$ ' ye eşit olmaktadır ve çözülebilmektedir.

5. NEWTON-RAPHSON YÖNTEMİNİN ELDE EDİLEN CEBİRSEL DENKLEMLERE UYGULANMASI

5.1 Newton-Raphson Yöntemi

Newton-Raphson yöntemi, doğrusal olmayan denklem sistemlerinin çözümünde iyi sonuç veren ardışık yaklaşım yöntemlerinden bir tanesidir. Newton-Raphson yönteminde fonksiyon başlangıç noktası olarak verilen, x_0 noktası civarında doğrusallaştırılarak x_1 kökü bulunur. Daha sonra $f(x)$ fonksiyonu, hesaplanan x_1 civarında doğrusallaştırılarak x_2 kökü bulunur. Bu şekilde ardışık yaklaşımlar ile devam edilerek x_0, x_1, x_2 dizisi ile α kökünü yaklaştırmaya çalışılır. Yöntem her zaman yakınsamaz. Yöntemin grafik açıklaması (Şekil 5.1) de gösterilmiştir (Bakioğlu, 2004).



Şekil 5.1 Newton-Raphson yönteminde yakınsama şeması

Taylor formülü kullanılarak, $f(x)$ fonksiyonu x_0 noktası civarında, aşağıda verilen şekilde doğrusallaştırılır.

$$f(x) \cong f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) \quad (5.1)$$

Yukarıda doğrusallaştırılan fonksiyonun kökü x_1 olsun. Bu değer (5.1) de verilen bağıntıda yerine yerine konulup $f(x_1) = 0$ alındığında $x_1 = x_0 - f(x_0)/f'(x_1)$ elde edilir. Sonra fonksiyon, x_1 civarında doğrusallaştırılarak x_2 de aynı şekilde bulunur. Bu işlem, ardışık olarak devam ettirildiğinde, Newton-Raphson yöntemi için aşağıda verilen bağıntı bulunur (Bakioğlu, 2004).

$$x_{n+1} = x_n + h_n \quad (5.2)$$

$$h_n = -f(x_n)/f'(x_n) \quad (5.3a)$$

$$f'(x_n) \neq 0 \quad (n = 0,1,2,\dots) \quad (5.3b)$$

Yukarıda verilen ardışık yaklaşımda $|h_n|$ belirli bir değerden küçük olunca veya başka bir kriter kullanılarak ardışık yaklaşım durdurulur (Bakioğlu, 2004).

Doğrusal olmayan denklem sistemlerinin Newton-Raphson yöntemiyle sayısal çözümlerinin bulunması problemine geçmeden önce $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ gibi n tane bilinmeyenli bir $h(x_1, x_2, \dots, x_n)$ fonksiyonunun bir

$$X^{(0)} = \begin{Bmatrix} x_1^0 \\ x_2^0 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n^0 \end{Bmatrix} \quad (5.4a)$$

noktası civarında Taylor seri açılımı yazılsın:

$$\begin{aligned} h(X) = h(x_1, x_2, \dots, x_n) &= h(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial h}{\partial x_i} \right)_{x^0} (x_i - x_i^0) + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x_i \partial x_j} \right)_{x^0} (x_i - x_i^0)(x_j - x_j^0) + \dots \end{aligned} \quad (5.4b)$$

Eğer, $h(x_1, x_2, \dots, x_n)$ fonksiyonu : $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ vektörü olarak kullanıp (5.4b) denklemi ile verilen sonsuz serinin ilk iki terimi alınarak daha yüksek dereceden terimleri ihmal edilirse,

$$\begin{bmatrix} f_1(x_1^{k+1}, x_2, \dots, x_n^{k+1}) \\ f_2(x_1^{k+1}, x_2, \dots, x_n^{k+1}) \\ \dots \\ f_n(x_1^{k+1}, x_2, \dots, x_n^{k+1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1^k, \dots, x_n^k) \\ f_2(x_1^k, \dots, x_n^k) \\ \dots \\ f_n(x_1^k, \dots, x_n^k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^{k+1} - x_1^k \\ x_2^{k+1} - x_2^k \\ \dots \\ x_n^{k+1} - x_n^k \end{bmatrix} \quad (5.4c)$$

ardışık tekrarlar için uygun yazılabilir.

Matris notasyonu kullanıldığında, (5.4c) yeniden

$$F(X^{k+1}) = F(X^k) + J(X^k) \cdot \Delta X \quad (5.4d)$$

olarak yazılabilir. Burada,

$$X^{(k)} = \begin{Bmatrix} x_1^k \\ x_2^k \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n^k \end{Bmatrix} ; \Delta X = X^{(k+1)} - X^{(k)} \quad (5.4e)$$

olarak elde edilir. J matrisi de, F vektörünün Jakobien'ini, yani

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (5.4f)$$

matrisini gösterir. Verilen denklem sisteminin çözümünün X^{k+1} olduğunu varsayalım. Yani X^{k+1} vektörü $F(X)$ 'in sıfır yeri olsun.

$$F(X^{k+1}) = 0 \quad (5.4g)$$

O zaman denklem (5.4d)

$$F(X^k) + J(X^k) \cdot \Delta X = 0 \quad (5.4h)$$

veya

$$J(X^k).\Delta X = -F(X^k), k = 0,1,\dots \quad (5.4i)$$

gibi yazılabilir.

$X^{(k)}$ vektörü bilindiğine göre $J(X^k)$ matrisi ve $F(X^k)$ vektörü de bilinmiş olur. Bu doğrusal cebirsel denklem sisteminin çözümü ΔX vektörünü verir. Sonra da,

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + \Delta X \quad (5.4j)$$

bağıntısı ile yeni bir $X^{(k+1)}$ vektörü belirlenebilir.

Belirli bir yakınsama sağlanana kadar veya belli bir iterasyon sayısına kadar ardışık tekrar işlemleri yapılır (Çavaş, 2000).

5.2 Newton-Raphson Yönteminin Uygulanması

Herhangi bir i noktası için (Şekil 4.1) Bölüm 4' de elde edilen (4.12), (4.13), (4.14), (4.15), (4.16), (4.17) ve (4.18) cebirsel denklemlerine Newton-Raphson Yöntemi uygulandığında

$$\frac{\partial f_1^i}{\partial h_i} = -1 \quad , \quad (5.5a)$$

$$\frac{\partial f_1^i}{\partial h_{i+1}} = 1 \quad , \quad (5.5b)$$

$$\frac{\partial f_1^i}{\partial \chi_i} = \frac{\partial f_1^i}{\partial \phi_i} \frac{\partial \phi_i}{\partial \chi_i} = \Delta s \lambda_{\phi_i} \sin \phi_i \quad , \quad (5.5c)$$

$$\frac{\partial f_1^i}{\partial \lambda_{\phi_i}} = -\Delta s \cos \phi_i \quad , \quad (5.5d)$$

$$\frac{\partial f_2^i}{\partial v_i} = -1 \quad , \quad (5.6a)$$

$$\frac{\partial f_2^i}{\partial v_{i+1}} = 1 \quad , \quad (5.6b)$$

$$\frac{\partial f_2^i}{\partial \chi_i} = -\lambda_{\phi_i} \Delta s \cos \phi_i \quad , \quad (5.6c)$$

$$\frac{\partial f_2^i}{\partial \lambda_{\phi_i}} = -\Delta s \sin \phi_i \quad , \quad (5.6d)$$

$$\frac{\partial f_3^i}{\partial h_i} = -\Delta s K_{\phi, h} - \frac{\Delta s}{R_0} \lambda_{\phi_i}^2 \frac{1}{r_{0_i}} \quad , \quad (5.7a)$$

$$\frac{\partial f_3^i}{\partial \chi_i} = -1 - \Delta s K_{\phi, \phi} \quad , \quad (5.7b)$$

$$\frac{\partial f_3^i}{\partial \chi_{i+1}} = 1 \quad , \quad (5.7c)$$

$$\frac{\partial f_3^i}{\partial \lambda_{\phi_i}} = -\Delta s K_{\phi, \lambda} - \frac{2\Delta s \lambda_{\phi_i} \lambda_{\theta_i}}{R_0} \quad , \quad (5.7d)$$

$$\frac{\partial f_3^i}{\partial M_{\phi_i}} = -\Delta s \frac{12A_i}{\mu t^3 B_i \lambda_{\theta_i}^2} \quad , \quad (5.7e)$$

$$\frac{\partial f_4^i}{\partial H_i} = \frac{\Delta s \cos \phi_{0_i}}{r_{0_i}} - 1 \quad , \quad (5.8a)$$

$$\frac{\partial f_4^i}{\partial H_{i+1}} = 1 \quad , \quad (5.8b)$$

$$\begin{aligned} -\frac{r_{0_i}}{\Delta s} \frac{\partial f_4^i}{\partial h_i} &= \mu t \left[\frac{1}{r_{0_i}} - (2p-1) \lambda_{\theta_i}^{2p-2} \frac{1}{r_{0_i}} \lambda_{\phi_i}^{2p} \right] - \frac{\mu t^3 g}{12 \lambda_{\phi}^{2g}} [B_{,h} K_{\phi_i}^2 \lambda_{\theta_i}^\gamma + B_2 K_{\phi_i} K_{\phi, h} \lambda_{\theta_i}^\gamma + B K_{\phi_i}^2 \gamma \lambda_{\theta_i}^{\gamma-1} \frac{1}{r_{0_i}}] \\ -\frac{\mu t^3 F}{12 A_i^2} A_{,h} + \frac{\mu t^3}{12 A_i} &[-p g \lambda_{\theta_i}^{(g-1)} \frac{1}{r_{0_i}} \lambda_{\phi_i}^{2u} K_{\phi_i}^2 - p \lambda_{\theta_i}^g \lambda_{\phi_i}^{2u} 2 K_{\phi_i} K_{\phi, h} + B_{,h} \lambda_{\theta_i} K_{\phi_i}^2 + B_i \frac{1}{r_{0_i}} K_{\phi_i}^2 + B_i \lambda_{\theta_i} 2 K_{\phi_i} K_{\phi, h} \\ -2p \lambda_{\phi_i} K_{\theta, h} K_{\phi_i} - 2p \lambda_{\phi_i} K_{\theta_i} K_{\phi, h} &+ \frac{g}{u} \lambda_{\theta_i}^{(g-1)} \frac{1}{r_{0_i}} \lambda_{\phi_i}^{\frac{2}{u}} K_{\theta_i}^2 + \frac{2}{u} \lambda_{\theta_i}^g \lambda_{\phi_i}^{\frac{2}{u}} K_{\theta_i} K_{\theta, h}] \end{aligned} \quad (5.8c)$$

$$\begin{aligned}
-\frac{r_0}{\Delta s} \frac{\partial f_4^i}{\partial \phi_i} &= -\frac{\mu t^3 g B_i \lambda_{\theta_i}^\gamma}{6 \lambda_{\phi_i}^g} K_{\phi_i} K_{\phi,\phi} + \frac{\mu t^3}{6 A_i} \left[-p \lambda_{\theta_i}^g \lambda_{\phi_i}^{2u} K_{\phi_i} + B_i \lambda_{\theta_i} K_{\phi_i} - p \lambda_{\phi_i} K_{\theta_i} \right] K_{\phi,\phi} \\
&+ \frac{\mu t^3}{6 A_i} \left[-p \lambda_{\phi_i} K_{\phi_i} + \frac{1}{u} \lambda_{\theta_i}^g \lambda_{\phi_i}^{\frac{2}{u}} 2 K_{\theta_i} \right] K_{\theta,\phi}
\end{aligned} \tag{5.8d}$$

$$\frac{\partial f_4^i}{\partial M_{\phi_i}} = -\frac{\Delta s}{r_{0_i}} \left[\frac{-2g A_i K_{\phi_i} \lambda_{\theta_i}^\theta}{\lambda_{\phi_i}^{2g}} - \frac{2p \lambda_{\phi_i}^{2u} K_{\phi_i} \lambda_{\theta_i}^{g-2}}{B_i} + \frac{2K_{\phi_i}}{\lambda_{\theta_i}} - \frac{2p \lambda_{\phi_i} K_{\theta_i}}{B \lambda_{\theta_i}^2} \right] \tag{5.8e}$$

$$\begin{aligned}
-\frac{r_{0_i}}{\Delta s} \frac{\partial f_4^i}{\partial \lambda_{\phi_i}} &= -\mu t \left[\lambda_{\theta_i}^{2p-1} 2p \lambda_{\phi_i}^{2p-1} \right] - \frac{\mu t^3 g \lambda_{\theta_i}^\gamma}{12} \left[\frac{(B_{,\lambda} K_{\phi_i}^2 + B_i 2K_{\phi_i} K_{\phi,\lambda}) \lambda_{\phi_i}^{2g} - 2g \lambda_{\phi_i}^{2g-1} B_i K_{\phi_i}^2}{\lambda_{\phi_i}^{4g}} \right] \\
&- \frac{\mu t^3 F_i}{12 A_i^2} A_{,\lambda} + \frac{\mu t^3}{12 A_i} \left[-2up \lambda_{\theta_i}^g \lambda_{\phi_i}^{2u-1} K_{\phi_i}^2 - p \lambda_{\theta_i}^g \lambda_{\phi_i}^{2u} 2K_{\phi_i} K_{\phi,\lambda} + B_{,\lambda} \lambda_{\theta_i} K_{\phi_i}^2 + B_i \lambda_{\theta_i} 2K_{\phi_i} K_{\phi,\lambda} - 2p K_{\theta_i} K_{\phi_i} \right. \\
&\left. - 2p \lambda_{\phi_i} K_{\theta,\lambda} K_{\phi_i} - 2p \lambda_{\phi_i} K_{\theta_i} K_{\phi,\lambda} + \frac{2}{u^2} \lambda_{\theta_i}^g \lambda_{\phi_i}^g K_{\theta_i}^2 + \frac{1}{u} \lambda_{\theta_i}^g \lambda_{\phi_i}^{\frac{2}{u}} 2K_{\theta_i} K_{\theta,\lambda} \right]
\end{aligned} \tag{5.8f}$$

$$\frac{\partial f_5^i}{\partial V_i} = -1 + \frac{\Delta s \cos \phi_{0_i}}{r_{0_i}}, \tag{5.9a}$$

$$\frac{\partial f_5^i}{\partial V_{i+1}} = 1, \tag{5.9b}$$

$$\frac{\partial f_6^i}{\partial M_{\phi_i}} = -1 + \frac{\Delta s}{r_{0_i}} \cos \phi_{0_i} + \frac{2p\Delta s \lambda_{\phi_i} \cos \phi_i}{r_{0_i} B_i \lambda_{\theta_i}} \quad , \quad (5.10a)$$

$$\frac{\partial f_6^i}{\partial M_{\phi_{i+1}}} = 1 \quad , \quad (5.10b)$$

$$\frac{\partial f_6^i}{\partial H_i} = -\Delta s \lambda_{\phi_i} \sin \phi_i \quad , \quad (5.10c)$$

$$\frac{\partial f_6^i}{\partial V_i} = \Delta s \lambda_{\phi_i} \cos \phi_i \quad , \quad (5.10d)$$

$$\frac{\partial f_6^i}{\partial \chi_i} = \frac{\partial f_6}{\partial \phi_i} = \Delta s \sin \phi_i \left[\frac{M_{\theta_i}}{r_{0_i}} - V_i \lambda_{\phi_i} \right] - H_i \lambda_{\phi_i} \cos \phi_i \Delta s - \frac{\Delta s}{r_{0_i}} \cos \phi_i \frac{\mu t^3}{12A_i} \left(-2p\lambda_{\phi_i} \lambda_{\theta_i} K_{\phi,\phi} + D_i \lambda_{\phi_i}^2 K_{\theta,\phi} \right) \quad (5.10e)$$

$$\frac{\partial f_6^i}{\partial h_i} = -\frac{\Delta s}{r_{0_i}} \cos \phi_i \left[\frac{\mu t^3}{12A_i} \left(-2p\lambda_{\phi_i} \frac{1}{r_{0_i}} K_{\phi_i} - 2p\lambda_{\phi_i} \lambda_{\theta_i} K_{\phi,h} + D_{,h} \lambda_{\phi_i}^2 K_{\theta_i} + D_i \lambda_{\phi_i}^2 K_{\theta,h} \right) - \frac{\mu t^3}{12A_i^2} A_{,h} \right] \quad (5.10f)$$

$$\frac{\partial f_6^i}{\partial \lambda_{\phi_i}} = -\frac{\Delta s}{r_{0_i}} \cos \phi_i \left[\frac{\mu t^3}{12A_i} \left(-2p\lambda_{\theta_i} K_{\phi_i} - 2p\lambda_{\phi_i} \lambda_{\theta_i} K_{\phi,\lambda} + D_{,\lambda} \lambda_{\phi_i}^2 K_{\theta_i} + 2D_i \lambda_{\phi_i} K_{\theta_i} + D_i \lambda_{\phi_i}^2 K_{\theta,\lambda} \right) - \frac{Et^3}{12A_i^2} A_{,\lambda} \right] - \Delta s H_i \sin \phi_i + \Delta s V_i \cos \phi_i \quad (5.10g)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_7^i}{\partial h_i} = & -\mu t 2p \lambda_{\phi_i}^{2p-1} \lambda_{\theta_i}^{2p-1} \frac{1}{r_{0_i}} - \frac{\mu t^3 g \lambda_{\phi_i}^\theta}{12} \left[\Gamma \lambda_{\theta_i}^{\Gamma-1} \frac{K_{\phi_i}^2}{r_{0_i}} + \lambda_{\theta_i}^\Gamma 2K_{\phi_i} K_{\phi_{,h}} \right] - \frac{\mu t^3 T}{12A_i^2} A_{,h} + \frac{\mu t^3}{12A_i} \left[2\lambda_{\phi_i}^{(1-2\nu)} \lambda_{\theta_i}^g \frac{1}{r_{0_i}} K_{\phi_i}^2 \right. \\
& + 2u \lambda_{\phi_i}^{1-2\nu} \lambda_{\theta_i}^u K_{\phi_i} K_{\phi_{,h}} - 2p \frac{1}{r_{0_i}} K_{\phi_i} K_{\theta_i} - 2p \lambda_{\theta_i} K_{\phi_{,h}} K_{\theta_i} - 2p \lambda_{\theta_i} K_{\phi_i} K_{\theta_{,h}} - \frac{2p}{u} \lambda_{\theta_i}^g \frac{1}{r_{0_i}} \lambda_{\phi_i}^g K_{\theta_i}^2 - p \lambda_{\theta_i}^u \lambda_{\phi_i}^g 2K_{\theta_i} K_{\theta_{,h}} \\
& \left. + D_{,h} \lambda_{\phi_i} K_{\theta_i}^2 + D_i \lambda_{\phi_i} 2K_{\theta_i} K_{\theta_{,h}} \right]
\end{aligned} \tag{5.11a}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_7^i}{\partial \chi_i} = \frac{\partial f_7^i}{\partial \phi_i} = & H_i \sin \phi_i - V_i \cos \phi_i - \frac{\mu t^3 B_i g}{12} \lambda_{\theta_i}^\Gamma \lambda_{\phi_i}^\theta 2K_{\phi_i} K_{\phi_{,\phi}} + \frac{\mu t^3}{12A_i} \left[u \lambda_{\phi_i}^{1-2\nu} \lambda_{\theta_i}^u 2K_{\phi_i} - 2p \lambda_{\theta_i} K_{\theta_i} \right] K_{\phi_{,\phi}} \\
& + \frac{\mu t^3}{12A_i} \left[-2p \lambda_{\theta_i} K_{\phi_i} - p \lambda_{\theta_i}^u \lambda_{\phi_i}^g 2K_{\theta_i} + D_i \lambda_{\phi_i} 2K_{\theta_i} \right] K_{\theta_{,\phi}}
\end{aligned} \tag{5.11b}$$

$$\frac{\partial f_7^i}{\partial H_i} = -\cos \phi_i, \tag{5.11c}$$

$$\frac{\partial f_7^i}{\partial V_i} = -\sin \phi_i, \tag{5.11d}$$

$$\frac{\partial f_7^i}{\partial M_{\phi_i}} = -2gA \lambda_{\theta_i}^{\Gamma-2} \lambda_{\phi_i}^\theta K_{\phi_i} + \frac{2}{B_i} \left[u \lambda_{\phi_i}^{1-2\nu} \lambda_{\theta_i}^{-2p} K_{\phi_i} - \frac{pK_{\theta_i}}{\lambda_{\theta_i}} \right], \tag{5.11e}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_7^i}{\partial \lambda_{\phi_i}} &= \mu u [1 - (2p-1)\lambda_{\phi_i}^{2p-2} \lambda_{\theta_i}^p] - \frac{\mu u^3 g \lambda_{\theta_i}^\Gamma}{12} [B_{,\lambda} \lambda_{\phi_i}^\theta K_{\phi_i}^2 + B \lambda_{\phi_i}^{\theta-1} K_{\phi_i}^2 + B \lambda_{\phi_i}^\theta 2K_{\phi_i} K_{\phi,\lambda}] \\
&+ \frac{\mu u^3}{12A_i} [u(1-2v)\lambda_{\phi_i}^{-2v} \lambda_{\theta_i}^{\frac{2}{u}} K_{\phi_i}^2 + u\lambda_{\phi_i}^{1-2v} \lambda_{\theta_i}^{\frac{2}{u}} 2K_{\phi_i} K_{\phi,\lambda} - 2p\lambda_{\theta_i} (K_{\phi,\lambda} K_{\theta_i} + K_{\phi_i} K_{\theta,\lambda}) - p\lambda_{\theta_i}^{\frac{2}{u}} (g\lambda_{\phi_i}^{-2p} K_{\theta_i}^2 + \lambda_{\phi_i}^g 2K_{\theta_i} K_{\theta,\lambda})] \\
&+ D_{,\lambda} \lambda_{\phi_i} K_{\theta_i}^2 + D_i K_{\theta_i}^2 + D_i \lambda_{\phi_i} 2K_{\theta_i} K_{\theta,\lambda}] - \frac{\mu u^3 T_i}{12A_i^2} A_{,\lambda}
\end{aligned} \tag{5.11f}$$

denklemleri elde edilmektedir. Burada,

$$F = -p\lambda_{\theta}^g \lambda_{\phi}^{2u} K_{\phi}^2 + B\lambda_{\theta} K_{\phi}^2 - 2p\lambda_{\phi} K_{\theta} K_{\phi} + \frac{1}{u} \lambda_{\theta}^g \lambda_{\phi}^{\frac{2}{u}} K_{\theta}^2, \tag{5.12}$$

$$T = u\lambda_{\phi}^{(1-2v)} \lambda_{\theta}^{\frac{2}{u}} K_{\phi}^2 - 2p\lambda_{\theta} K_{\phi} K_{\theta} - p\lambda_{\theta}^u \lambda_{\phi}^g K_{\theta}^2 + D\lambda_{\phi} K_{\theta}^2, \tag{5.13}$$

$$D_{,h} = \lambda_{\phi}^{-2p} \frac{2}{u} \lambda_{\theta}^g \frac{1}{r_0}, \tag{5.14}$$

$$D_{,\lambda} = -2p\lambda_{\phi}^{2p-1} \lambda_{\theta}^{\frac{2}{u}}, \tag{5.15}$$

$$K_{\theta,h} = \frac{-\lambda_{\phi} 2\lambda_{\theta}}{R_0 r_0}, \tag{5.16}$$

$$\Gamma = \frac{-4v}{u} = 4p, \tag{5.17}$$

$$A_{,\lambda} = \frac{\partial A}{\partial \lambda_{\phi}} = 2g\lambda_{\phi}^{2g-1} \lambda_{\theta}^{2g}, \tag{5.18}$$

$$B_{,\lambda} = \frac{\partial B}{\partial \lambda_{\phi}} = 2u\lambda_{\phi}^{2u-1} \lambda_{\theta}^{-2p}, \tag{5.19}$$

$$K_{\theta,\lambda} = -\frac{\lambda_{\theta}^2}{R_0}, \tag{5.20}$$

$$K_{\theta,\phi} = \frac{\cos \phi}{r_0}, \tag{5.21}$$

$$K_{\phi,\phi} = \frac{2p\lambda_\phi \cos\phi}{\lambda_\theta Br_0} \quad , \quad (5.22)$$

$$K_{\phi,\lambda} = \frac{12M_\phi}{\mu t^3 \lambda_\theta^2} \left[\frac{A_{,\lambda} B - AB_{,\lambda}}{B^2} \right] + \frac{2p}{\lambda_\theta} \left[\frac{K_\theta B + \lambda_\phi K_{\theta,\lambda} B - B_{,\lambda} \lambda_\phi K_\theta}{B^2} \right] \quad . \quad (5.23)$$

6. SAYISAL UYGULAMALAR

Tepe noktasında tekil bir kuvvet P etkisindeki sıkışabilen bir malzeme olan poliüretan, basit mesnetli küresel kabukların tepe noktalarındaki çökme değerlerinin (v_t) sayısal hesabı; çeşitli kabuk yükseklikleri, kalınlıkları ve poliüretan malzemeye ait malzeme sabiti oranları için yapılmıştır. İlgili hesaplamalar Fortran 90 programlama dilinde yapılmıştır.

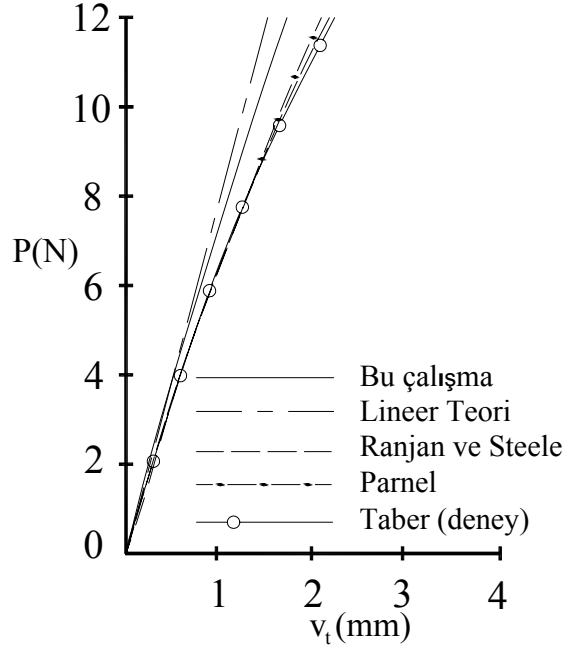
Sonlu farklar yönteminin kullanımında, en iyi sonucu elde etmek için adım aralıklarının yeterli seviyede küçük olmasına dikkat edilmiştir. Sonlu fark yöntemi kullanılan doğrultudaki farklı adım aralığı miktarları belirlenmiş ve en uygunu dikkate alınarak çözüme gidilmiştir.

Kullanılan diğer bir yöntem olan Newton-Raphson Yöntemi'nin uygulanmasında, başlangıç değerlerinin çok önemli olduğu deneyimlenmiştir. İstenilen bazı noktalara ulaşılmasında hassaslık dereceleri değiştirilmiş ve yeterli yakınlıkta sonuçlar elde edilmiştir.

Literatürde konuyla ilgili basit mesnet için yapılmış bir çalışmaya rastlanmamıştır. Hazırlanan programın doğruluk derecesini test etmek için tekil bir kuvvet etkisindeki ankastre mesnetli ve doğrusal elastik bir malzemeye ait çalışma sonuçları kullanılmıştır. Bu çalışmada hazırlanan program, ankastre mesnet özel hali için Taber (1982) tarafından verilen deneysel sonuçlar, Parnell (1984) tarafından geometrik doğrusal olmayışın gözönüne alındığı ancak fiziksel doğrusal olmayışın gözönüne alınmadığı bir kabuk teorisine integrasyon matrisi yöntemini uygulayarak bulunan sonuçlar, Ranjan ve Steele (1977) tarafından geometrik doğrusal olmayışın göz önüne alındığı ancak fiziksel doğrusal olmayışın göz önüne alınmadığı bir kabuk teorisine yaklaşık bir analitik çözüm yöntemini uygulayarak elde edilen sonuçlarla karşılaştırması yapılmıştır. Karşılaştırmada

$$\phi_m = \frac{\pi}{2}, \quad R = 26,3mm, \quad t = 4,4mm, \quad E = 4N/mm^2, \quad \psi = 0,5$$

değerleri ve (3.17) denklemini kullanılmıştır. Burada; ϕ_m mesnet açısı değerini, R küresel kabuğun şekil değişimi öncesi yarıçapını, t kabuk kalınlığını, E elastisite modülünü, ψ Poisson oranını göstermektedir. Karşılaştırmada lineer bölgede, uyum olduğu gözlenmiştir (Şekil 6.1).



Şekil 6.1 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastré mesnetli kabuk için karşılaştırmalı kuvvet-çökme eğrileri

Tepe noktasında tekil bir kuvvet etkisinde bulunan poliüretan, basit mesnetli küresel kabukların

$$\varepsilon = \frac{t}{R} \quad (6.1)$$

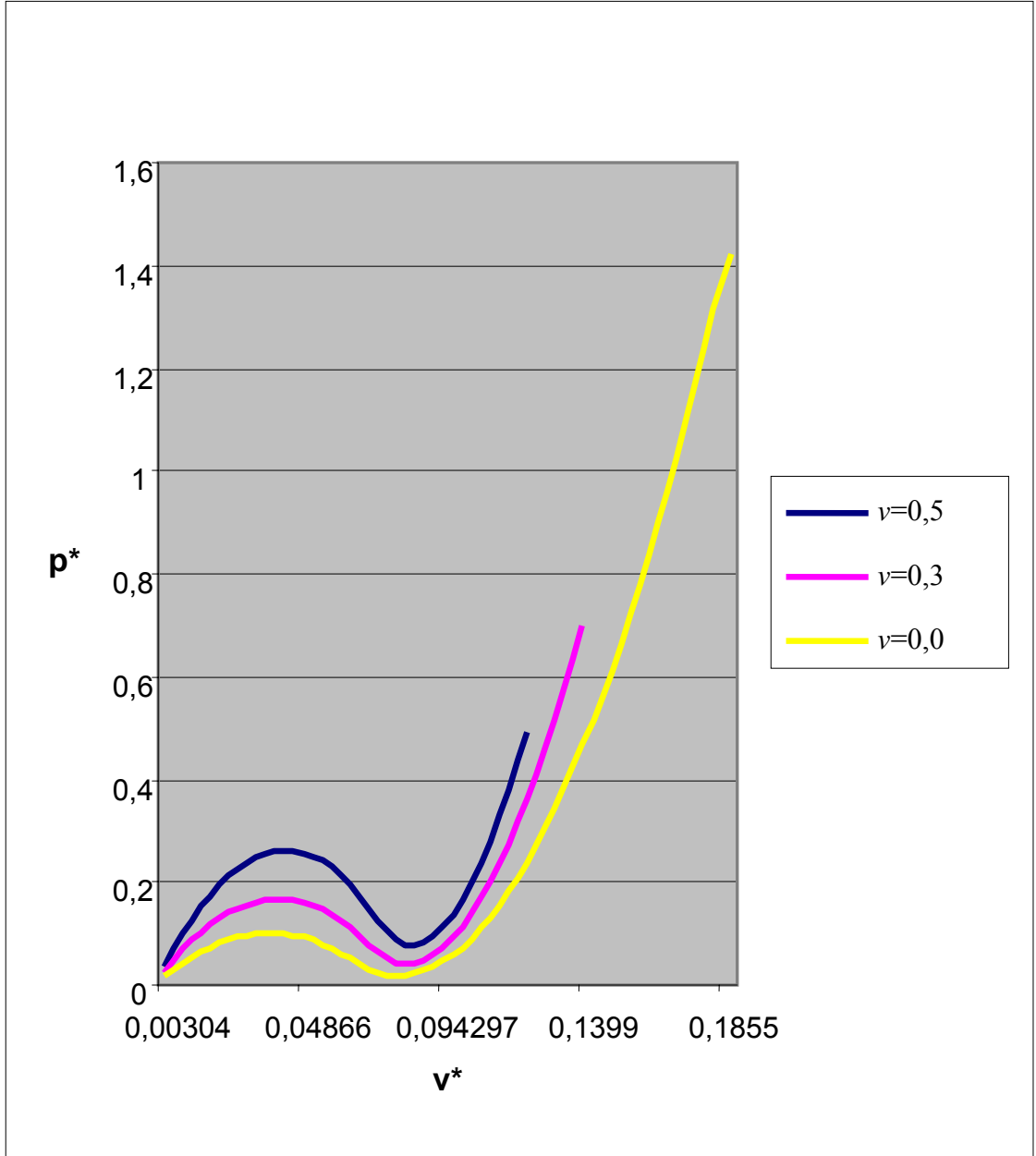
şeklinde tanımlanan kalınlık parametresi, mesnet açısı (ϕ_m) ve poliüretan malzemesine ait ν parametresinin çeşitli değerleri için yapılan sayısal çalışmada, (Şekil 6.2-6.28) de verilen sonuçlar elde edilmiştir. Tepe noktasında uygulanan boyutsuz p^* tekil kuvveti ve tepe noktasındaki boyutsuz v^* çökme değerleri

$$p^* = P / \mu t^2 \quad (6.2)$$

$$v^* = v_t / R \quad (6.3)$$

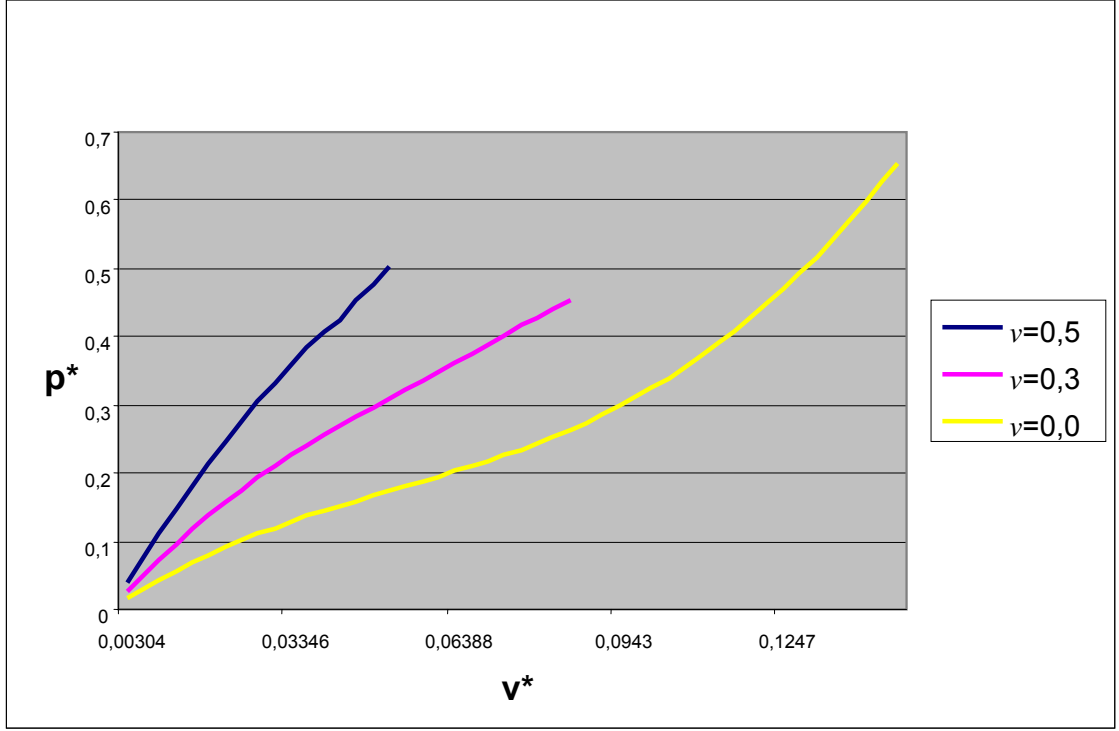
şeklinde tanımlanmıştır.

Şekil 6.2' de $\phi_m = \frac{\pi}{10}$, $\varepsilon = 0,038$, ν 'nin 0,0, 0,3 ve 0,5 'e eşit olması durumuna karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. $\nu^*=0,045$ civarında, her üç durum için burkulma olduğu görülmektedir (İnan, 1970; Pflüger, 1964). $\nu=0,5$, $\nu=0,3$ ve $\nu=0,0$ ' a karşı gelen burkulma yükleri sırasıyla 0,259, 0,167 ve 0,0988 değerlerine eşittir. Bilindiği gibi kuvvet – çökme eğrisinin eğiminin sıfır olduğu yerde burkulma olmaktadır (Pflüger, 1964). $\nu=0,5$ olması durumu sıkışmaz malzemeye karşı gelmektedir (Taber,1987).



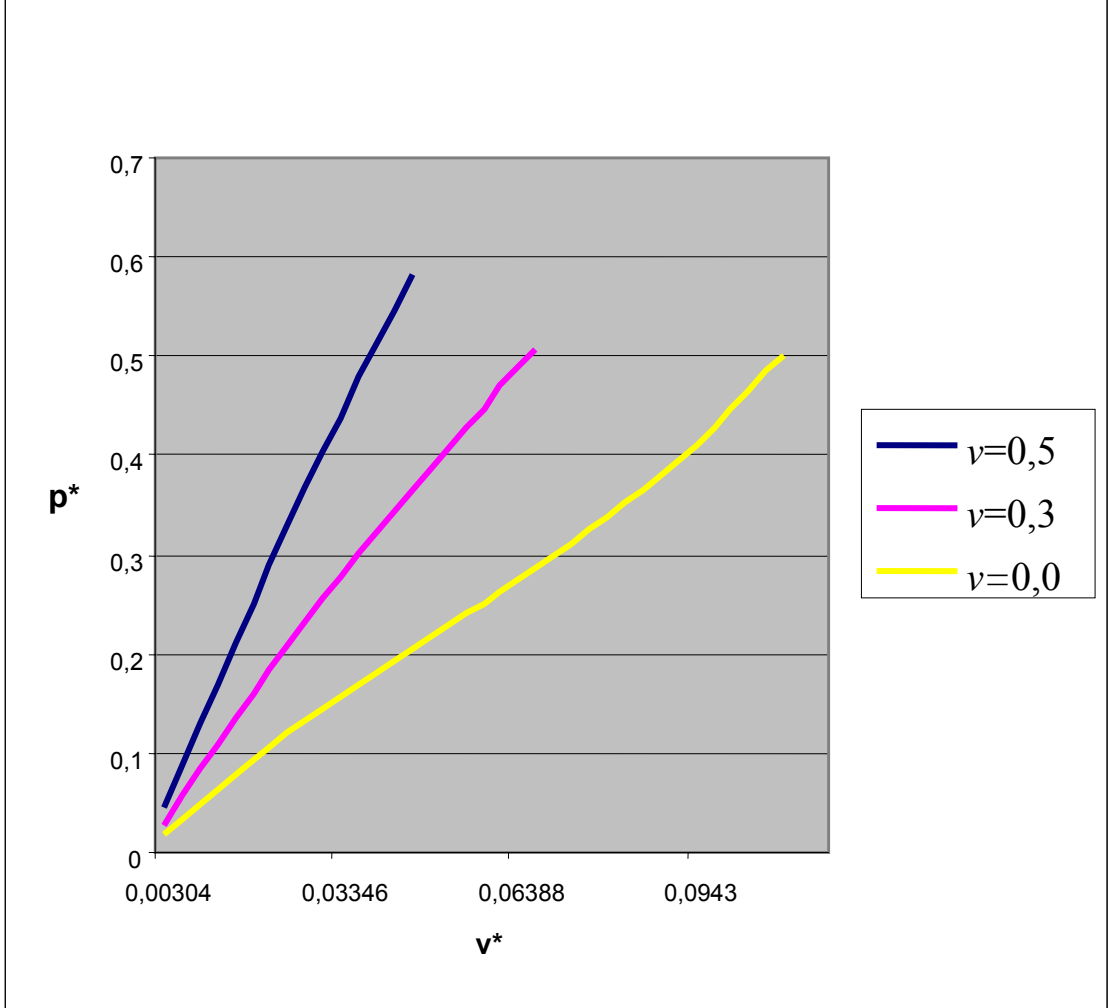
Şekil 6.2 $\phi_m = \frac{\pi}{10}$ mesnet açısı değeri ve $\varepsilon = 0,038$ için, kuvvet -çökme eğrisinin ν parametresiyle değişimi

Şekil 6.3’ da $\phi_m = \frac{\pi}{10}$, $\varepsilon = 0,114$, ν ’nin 0,0 , 0,3 ve 0,5 ‘e eşit olması durumuna karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. İlgili bölgede burkulma olmadığı görülmektedir.



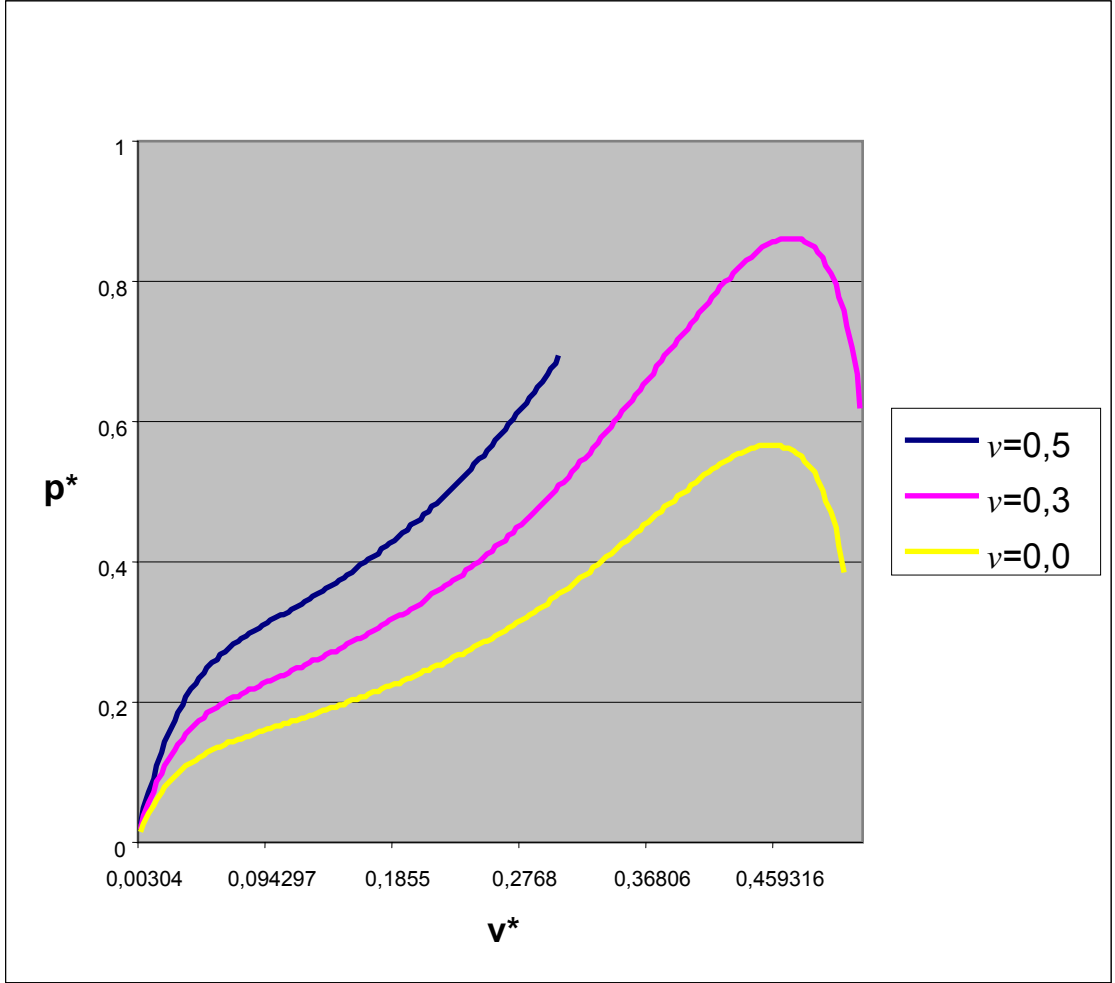
Şekil 6.3 $\phi_m = \frac{\pi}{10}$ mesnet açısı değeri ve $\varepsilon = 0,114$ için, kuvvet -çökme eğrisinin ν parametresiyle değişimi

Şekil 6.4’ de $\phi_m = \frac{\pi}{10}$, $\varepsilon = 0,152$, ν ’nin 0,0 , 0,3 ve 0,5 ‘e eşit olması durumuna karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. İlgili bölgede burkulma olmadığı görülmektedir.



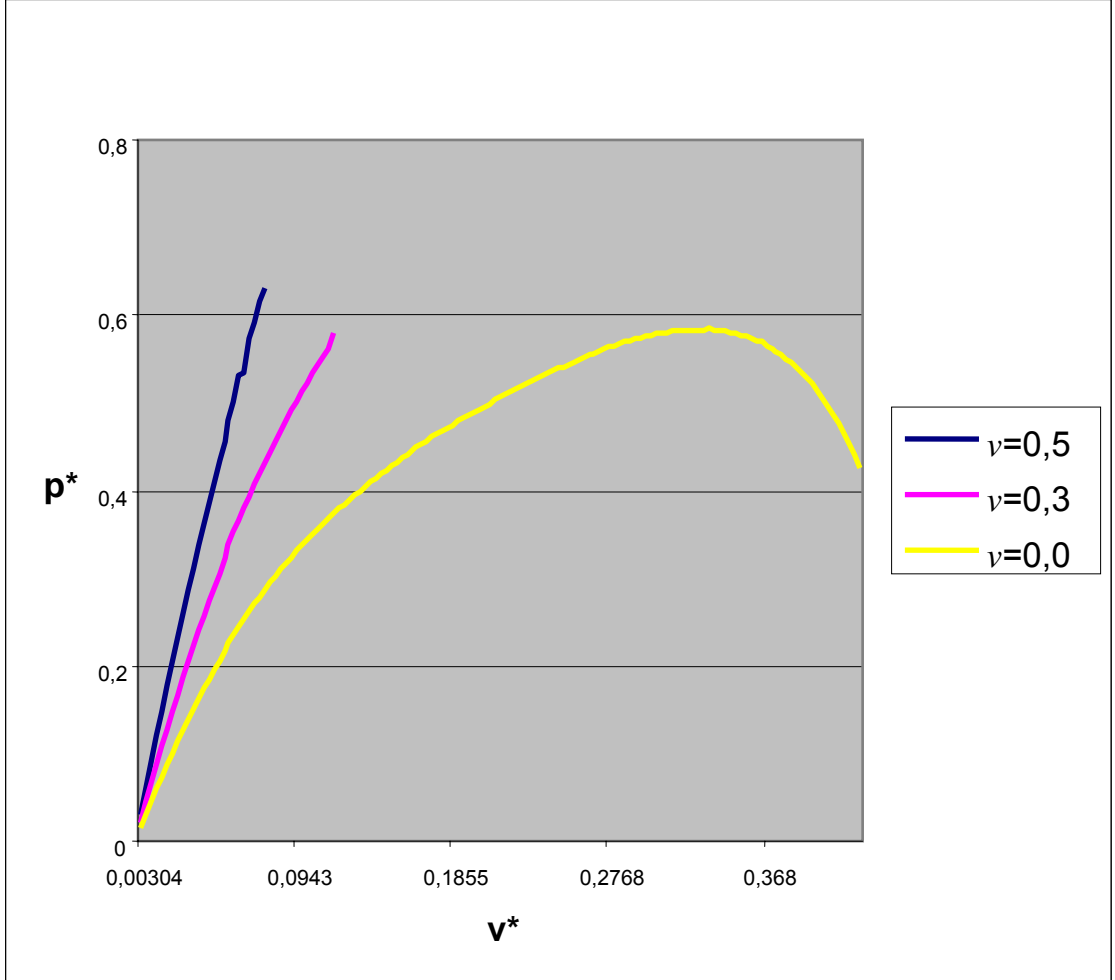
Şekil 6.4 $\phi_m = \frac{\pi}{10}$ mesnet açısı değeri ve $\varepsilon = 0,152$ için, kuvvet -çökme eğrisinin ν parametresiyle değişimi

Şekil 6.5’ de $\phi_m = \frac{\pi}{4}$, $\varepsilon = 0,038$, ν ’nin 0,0 , 0,3 ve 0,5 ‘e eşit olması durumuna karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. $\nu = 0,0$ ve $\nu = 0,3$ değerleri için burkulma meydana geldiği görülmektedir. $\nu = 0,3$ ve $\nu = 0,0$ ’ a karşı gelen burkulma yükleri sırasıyla 0,86 ve 0,57 değerlerine eşittir.



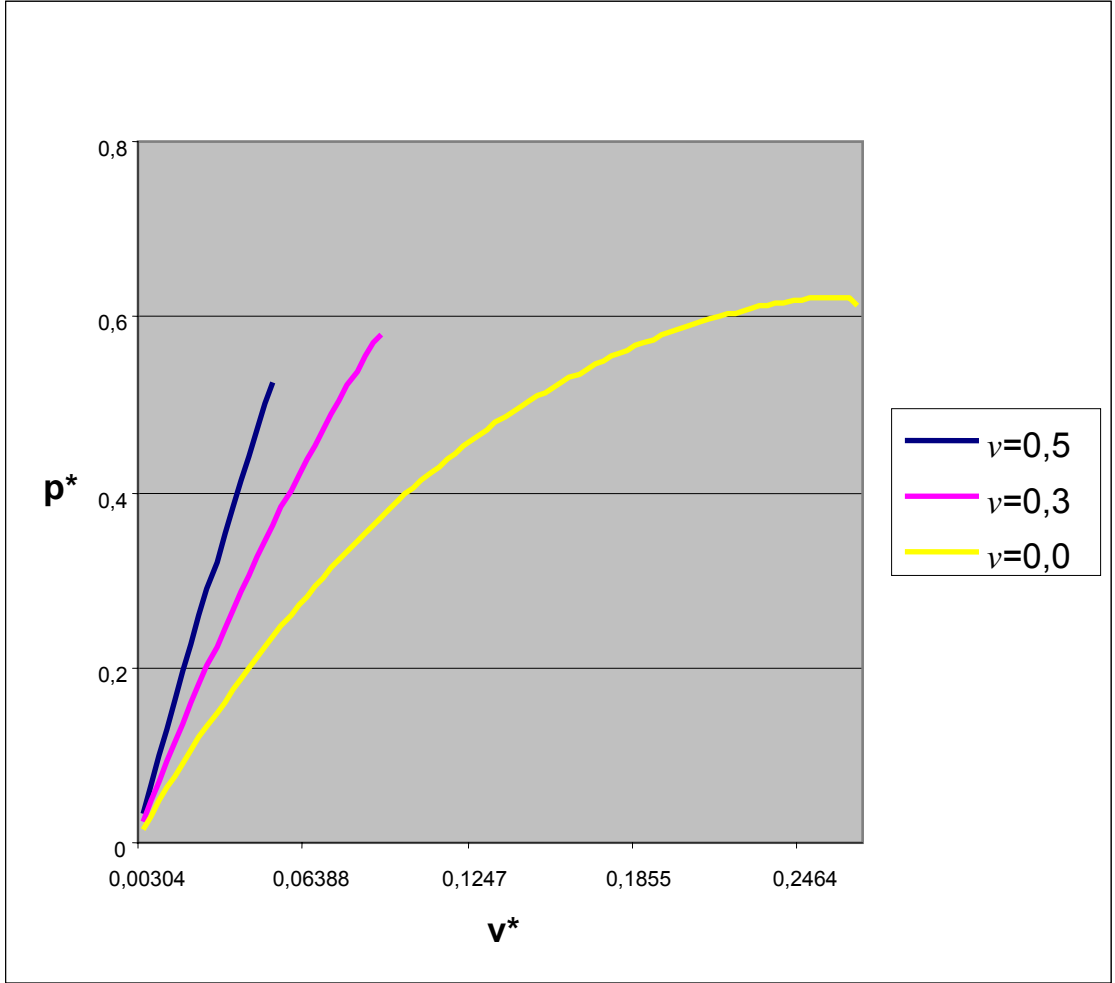
Şekil 6.5 $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ mesnet açısı değeri ve $\varepsilon = 0,038$ için, kuvvet -çökme eğrisinin ν parametresiyle değişimi

Şekil 6.6' da $\phi_m = \frac{\pi}{4}$, $\varepsilon = 0,114$, ν 'nin 0,0 , 0,3 ve 0,5 'e eşit olması durumuna karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. $\nu = 0,0$ değeri için burkulma meydana geldiği görülmektedir. $\nu = 0,0$ ' a karşı gelen burkulma yükü 0,582 değerine eşittir.



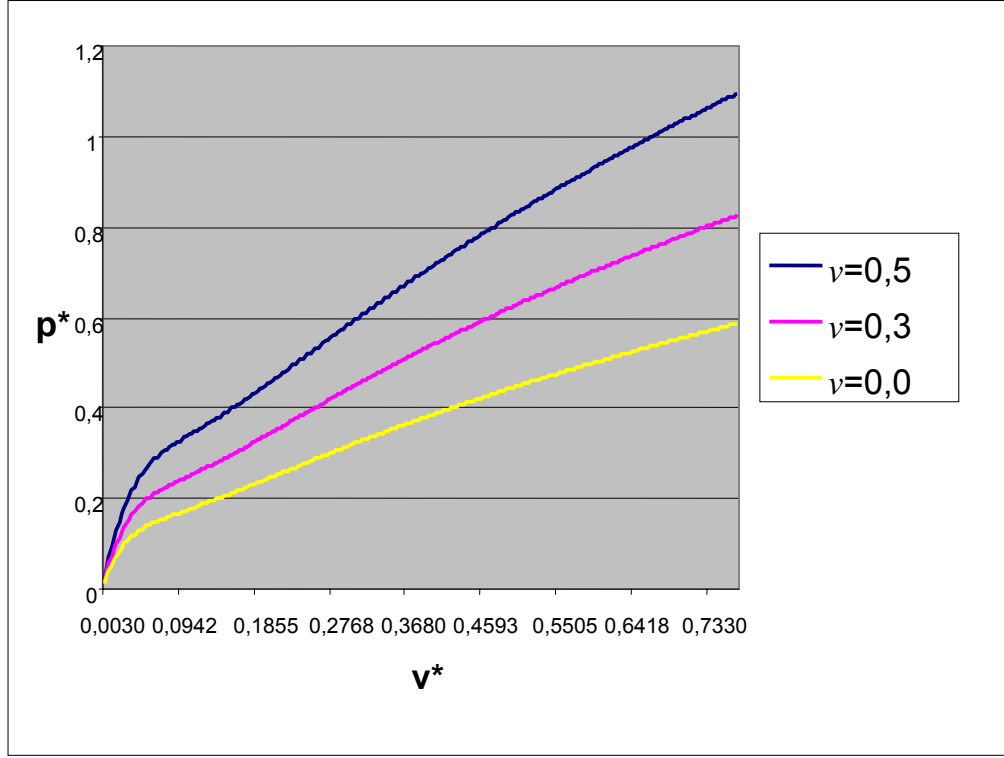
Şekil 6.6 $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ mesnet açısı değeri ve $\varepsilon = 0,114$ için, kuvvet -çökme eğrisinin ν parametresiyle değişimi

Şekil 6.7’ de $\phi_m = \frac{\pi}{4}$, $\varepsilon = 0,152$, ν ’nin 0,0 , 0,3 ve 0,5 ‘e eşit olması durumuna karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. $\nu = 0,0$ değeri için burkulma olduğu görülmektedir. $\nu = 0,0$ ’ a karşı gelen burkulma yükü 0,622 değerine eşittir.



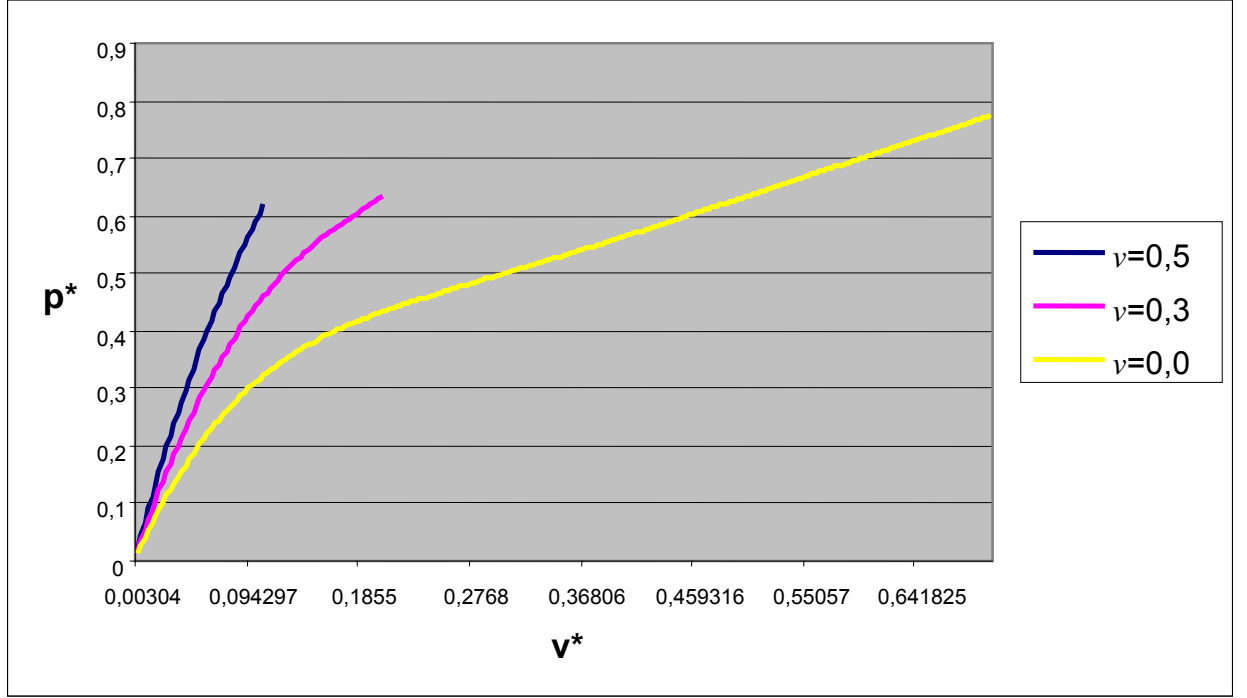
Şekil 6.7 $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ mesnet açısı değeri ve $\varepsilon = 0,152$ için, kuvvet -çökme eğrisinin ν parametresiyle değişimi

Şekil 6.8’ de $\phi_m = \frac{\pi}{2}$, $\varepsilon = 0,038$, ν ’nin 0,0 , 0,3 ve 0,5 ‘e eşit olması durumuna karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. İlgili bölgede burkulma olmadığı görülmektedir.



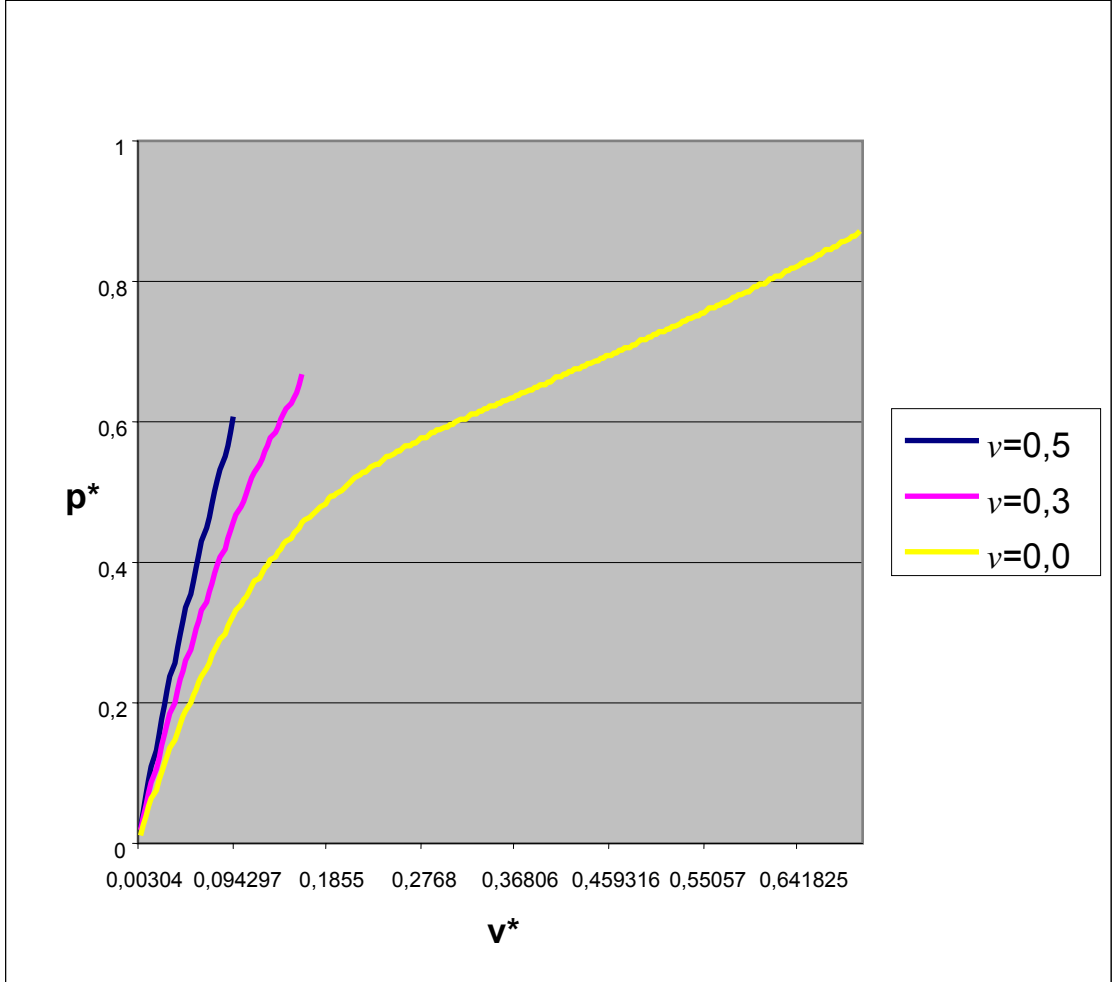
Şekil 6.8 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ mesnet açısı değeri ve $\varepsilon = 0,038$ için, kuvvet -çökme eğrisinin ν parametresiyle değişimi

Şekil 6.9’ de $\phi_m = \frac{\pi}{2}$, $\varepsilon = 0,114$, ν ’nin 0,0 , 0,3 ve 0,5 ‘e eşit olması durumuna karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. İlgili bölgede burkulma olmadığı görülmektedir.



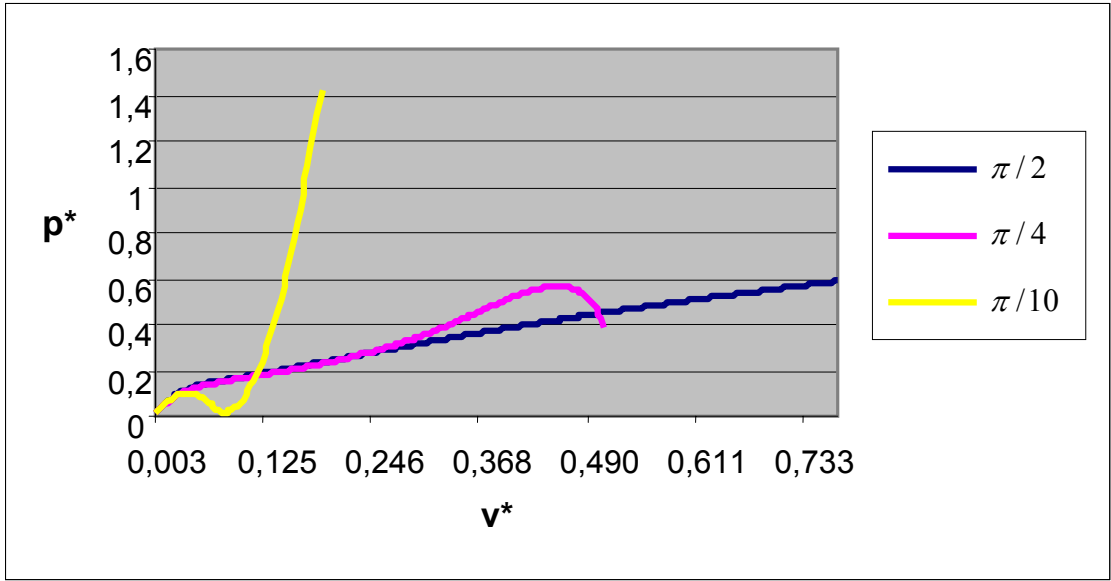
Şekil 6.9 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ mesnet açısı değeri ve $\varepsilon = 0,114$ için, kuvvet -çökme eğrisinin ν parametresiyle değişimi

Şekil 6.10’de $\phi_m = \frac{\pi}{2}$, $\varepsilon = 0,152$, ν ’nin 0,0 , 0,3 ve 0,5 ‘e eşit olması durumuna karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. İlgili bölgede burkulma olmadığı görülmektedir.



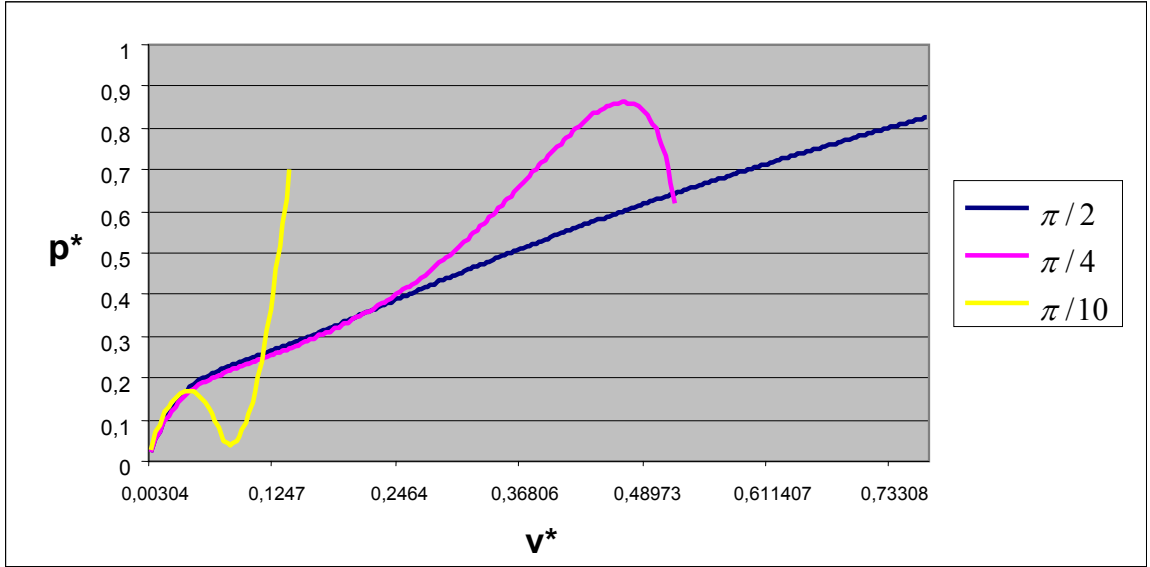
Şekil 6.10 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ mesnet açısı değeri ve $\varepsilon = 0,152$ için, kuvvet -çökme eğrisinin ν parametresiyle değişimi

Şekil 6.11' de $\nu=0,0$, $\varepsilon = 0,038$ 'e eşit olması durumu için, $\phi_m = \frac{\pi}{10}$, $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ ve $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ mesnet açı değerlerine karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. $\phi_m = \frac{\pi}{10}$ ve $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ mesnet açı değerlerinde burkulmanın olduğu görülmektedir. Burkulma değerleri sırasıyla 0,0988 ve 0,57 değerlerine eşittir.



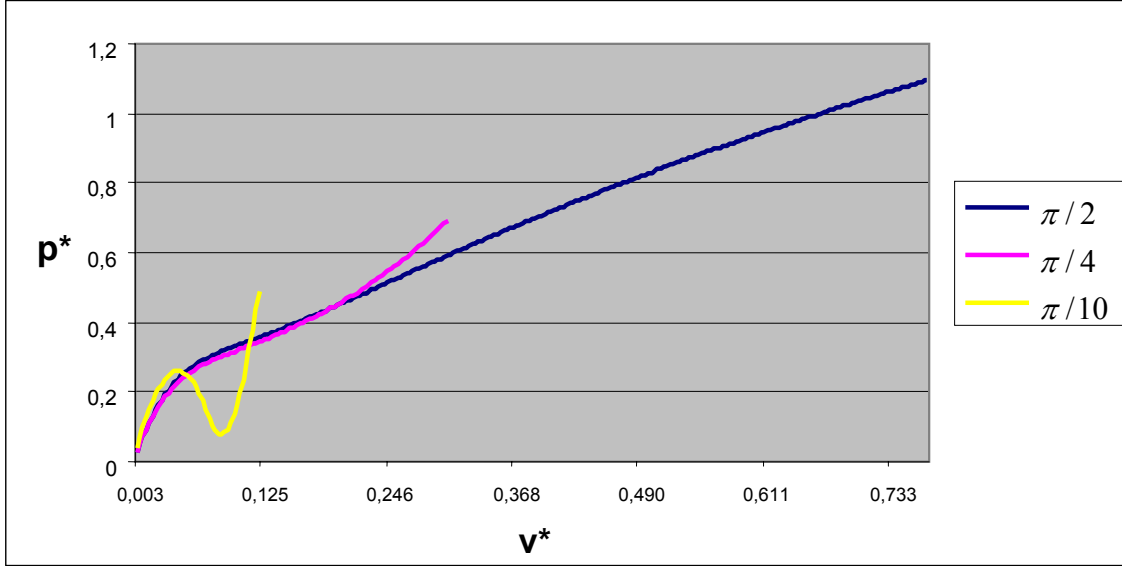
Şekil 6.11 $\nu=0,0$ ve $\varepsilon = 0,038$ için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı mesnet açısı değerleri için değişim eğrileri

Şekil 6.12' de $\nu=0,3$, $\varepsilon = 0,038$ 'e eşit olması durumu için, $\phi_m = \frac{\pi}{10}$, $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ ve $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ mesnet açı değerlerine karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. $\phi_m = \frac{\pi}{10}$ ve $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ mesnet açı değerlerinde burkulmanın olduğu görülmektedir. Burkulma değerleri sırasıyla 0,167 ve 0,86 değerlerine eşittir.



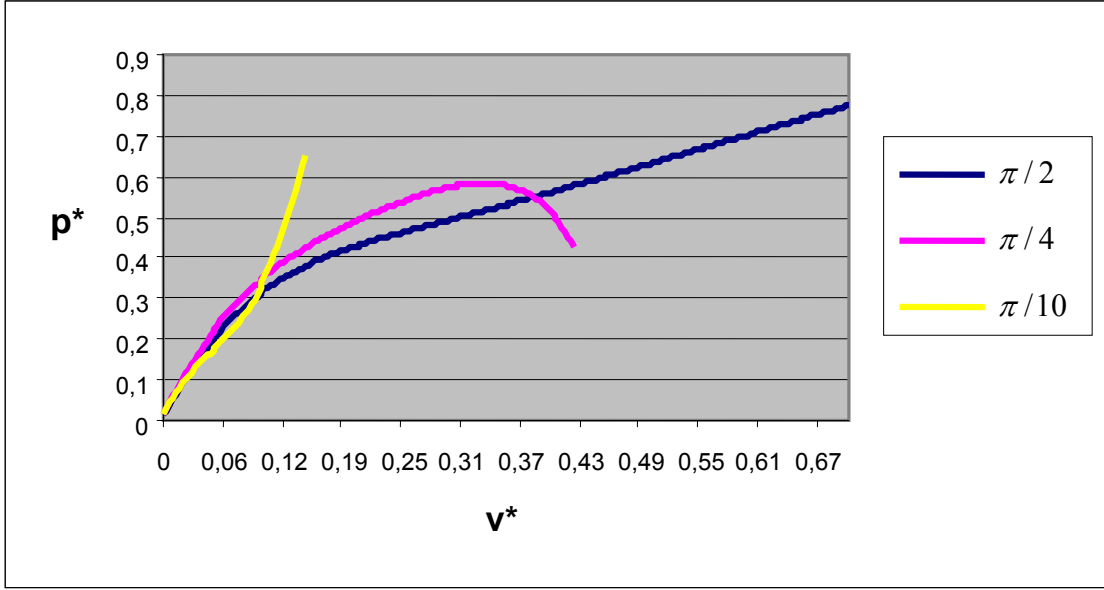
Şekil 6.12 $\nu=0,3$ ve $\varepsilon = 0,038$ için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı mesnet açısı değerleri için değişim eğrileri

Şekil 6.13' de $\nu=0,5$, $\varepsilon = 0,038$ 'e eşit olması durumu için, $\phi_m = \frac{\pi}{10}$, $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ ve $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ mesnet açı değerlerine karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. $\phi_m = \frac{\pi}{10}$ mesnet açı değerinde burkulmanın olduğu görülmektedir. Burkulma değerleri 0,259 değerine eşittir.



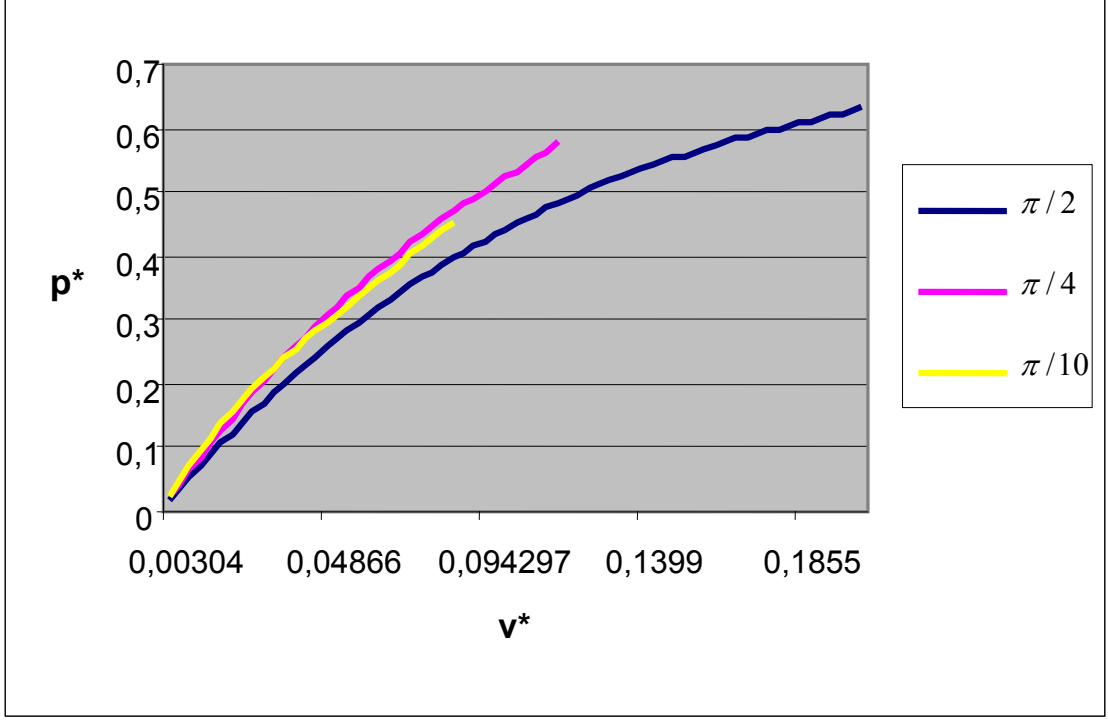
Şekil 6.13 $\nu=0,5$ ve $\varepsilon = 0,038$ için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı mesnet açısı değerleri için değişim eğrileri

Şekil 6.14' de $\nu=0,0$, $\varepsilon = 0,114$ 'e eşit olması durumu için, $\phi_m = \frac{\pi}{10}$, $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ ve $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ mesnet açı değerlerine karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ mesnet açı değerinde burkulmanın olduğu görülmektedir. Burkulma değeri 0,582 değerine eşittir.



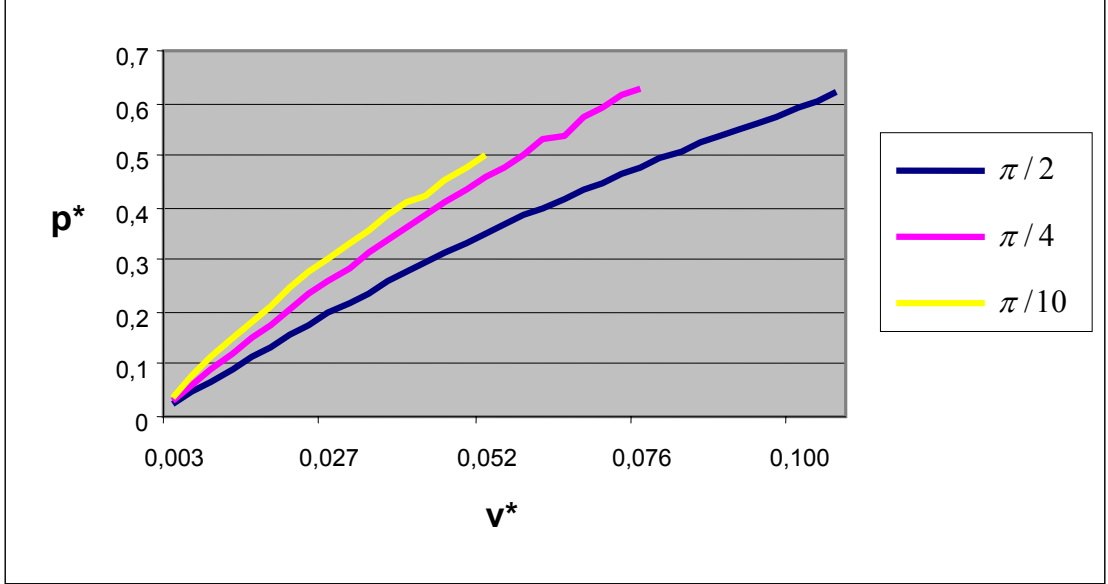
Şekil 6.14 $\nu=0,0$ ve $\varepsilon = 0,114$ için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı mesnet açısı değerleri için değişim eğrileri

Şekil 6.15' de $\nu=0,3$, $\varepsilon = 0,114$ 'e eşit olması durumu için, $\phi_m = \frac{\pi}{10}$, $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ ve $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ mesnet açısı değerlerine karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. İlgili bölgede burkulmanın olmadığı görülmektedir.



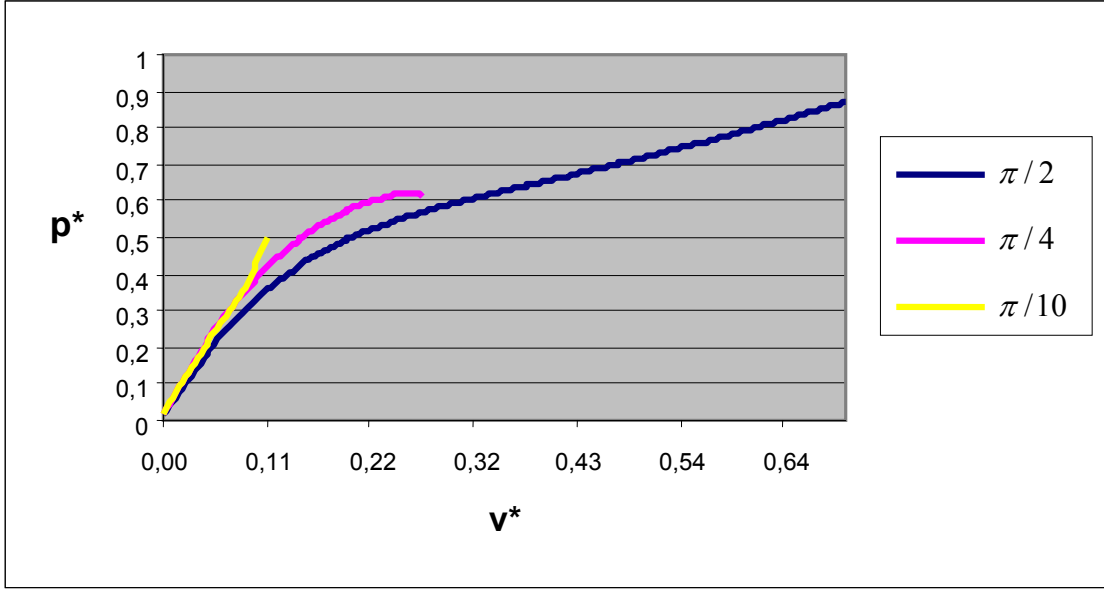
Şekil 6.15 $\nu=0,3$ ve $\varepsilon = 0,114$ için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı mesnet açısı değerleri için değişim eğrileri

Şekil 6.16' da $\nu=0,5$, $\varepsilon = 0,114$ 'e eşit olması durumu için, $\phi_m = \frac{\pi}{10}$, $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ ve $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ mesnet açısı değerlerine karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. İlgili bölgede burkulmanın olmadığı görülmektedir.



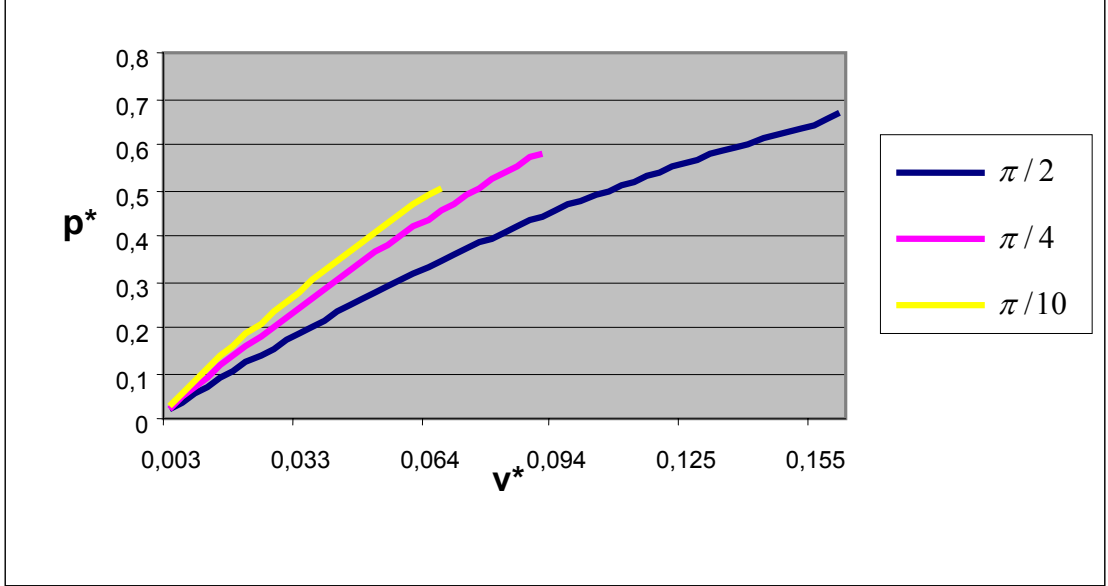
Şekil 6.16 $\nu=0,5$ ve $\varepsilon = 0,114$ için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı mesnet açısı değerleri için değişim eğrileri

Şekil 6.17' de $\nu=0,0$, $\varepsilon = 0,152$ 'e eşit olması durumu için, $\phi_m = \frac{\pi}{10}$, $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ ve $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ mesnet açı değerlerine karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ mesnet açı değerinde burkulma durumuna yaklaşıldığı görülmektedir.



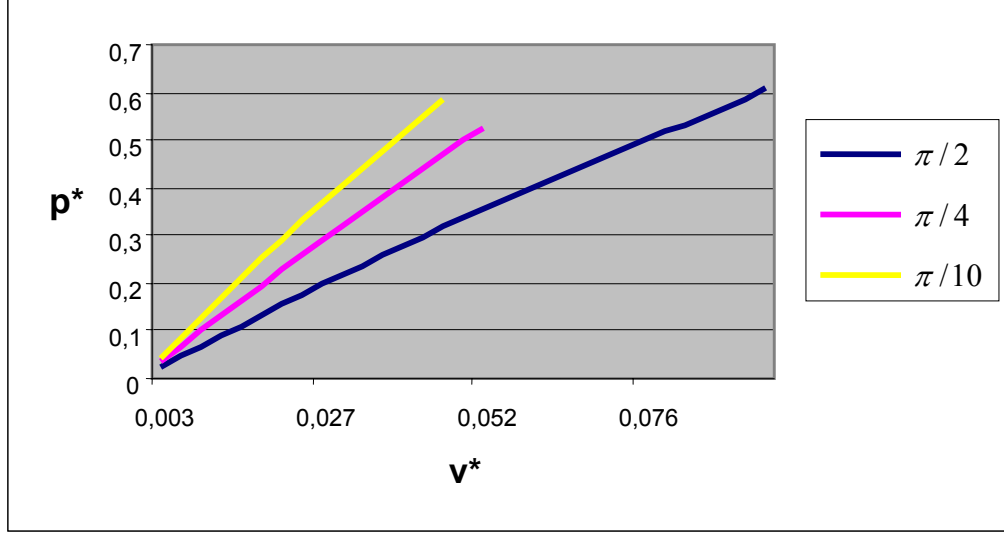
Şekil 6.17 $\nu=0,0$ ve $\varepsilon = 0,152$ için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı mesnet açısı değerleri için değişim eğrileri

Şekil 6.18' de $\nu=0,3$, $\varepsilon = 0,152$ 'e eşit olması durumu için, $\phi_m = \frac{\pi}{10}$, $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ ve $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ mesnet açısı değerlerine karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. İlgili bölgede burkulmanın olmadığı görülmektedir.



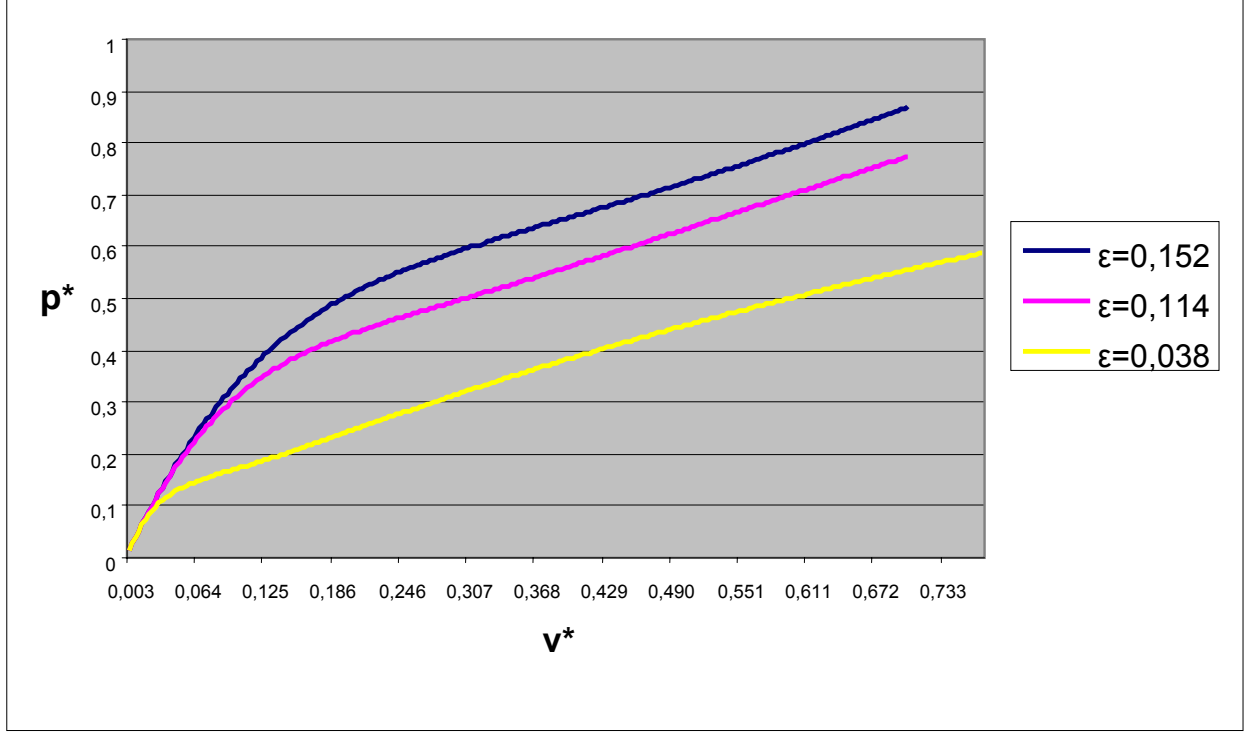
Şekil 6.18 $\nu=0,3$ ve $\varepsilon = 0,152$ için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı mesnet açısı değerleri için değişim eğrileri

Şekil 6.19' da $\nu=0,5$, $\varepsilon = 0,152$ 'e eşit olması durumu için, $\phi_m = \frac{\pi}{10}$, $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ ve $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ mesnet açısı değerlerine karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. İlgili bölgede burkulmanın olmadığı görülmektedir.



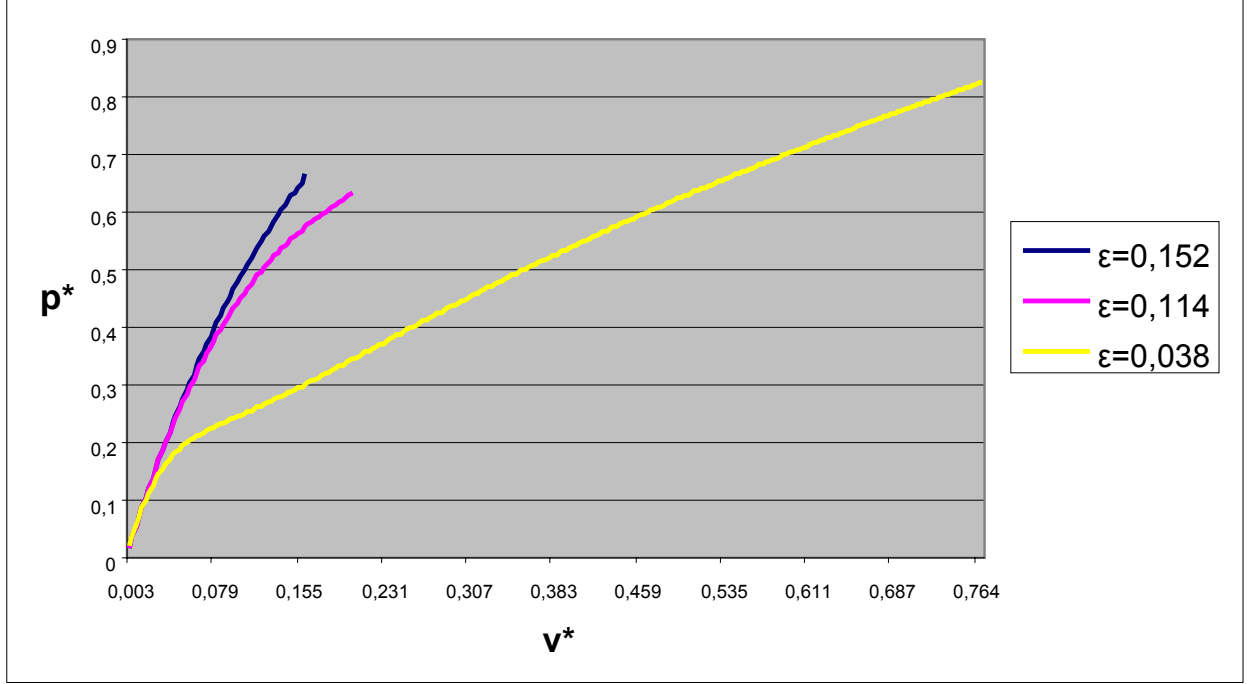
Şekil 6.19 $\nu=0,5$ ve $\varepsilon = 0,152$ için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı mesnet açısı değerleri için değişim eğrileri

Şekil 6.20’ de $\nu=0,0$, $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ mesnet açısı değeri için $\varepsilon = 0,038$, $\varepsilon = 0,114$ ve $\varepsilon = 0,152$ ’e karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. İlgili bölgede burkulmanın olmadığı görülmektedir.



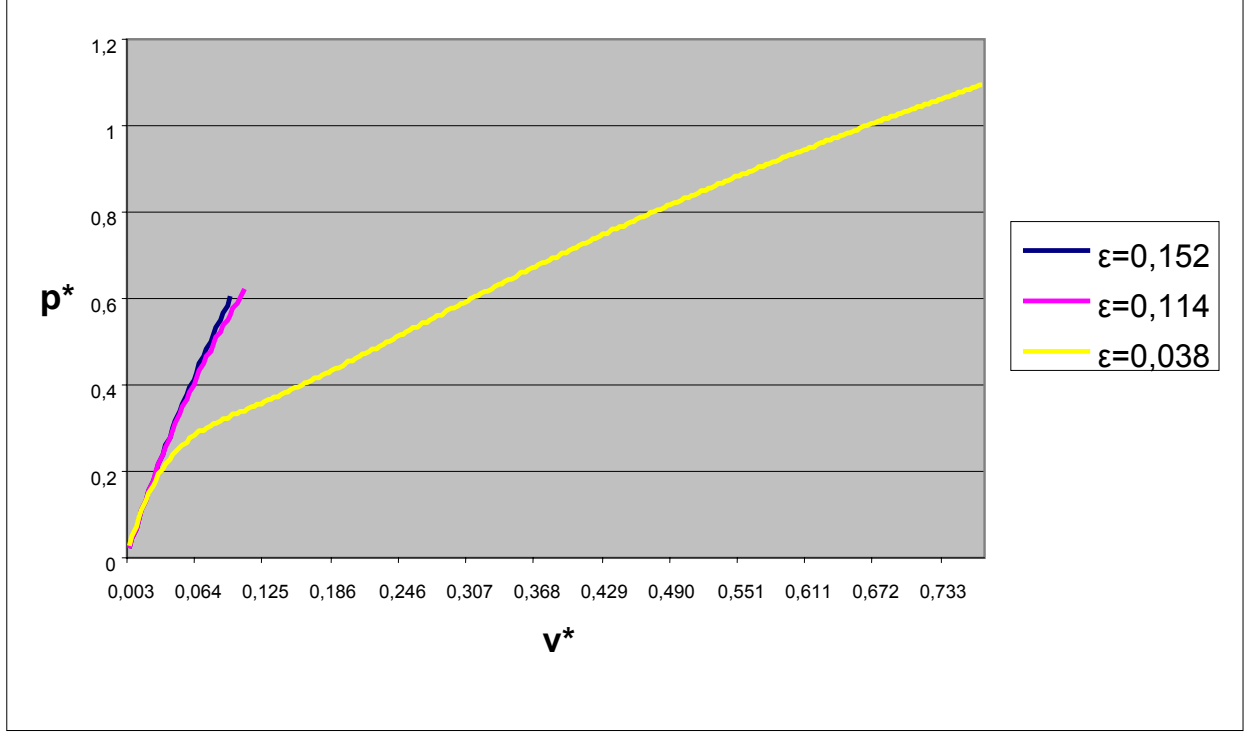
Şekil 6.20 $\nu=0,0$ ve $\frac{\pi}{2}$ mesnet açısı değeri için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı kalınlık değerlerine göre değişim eğrileri

Şekil 6.21’ de $\nu=0,3$, $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ mesnet açısı değeri için $\varepsilon = 0,038$, $\varepsilon = 0,114$ ve $\varepsilon = 0,152$ ’e karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. İlgili bölgede burkulmanın olmadığı görülmektedir.



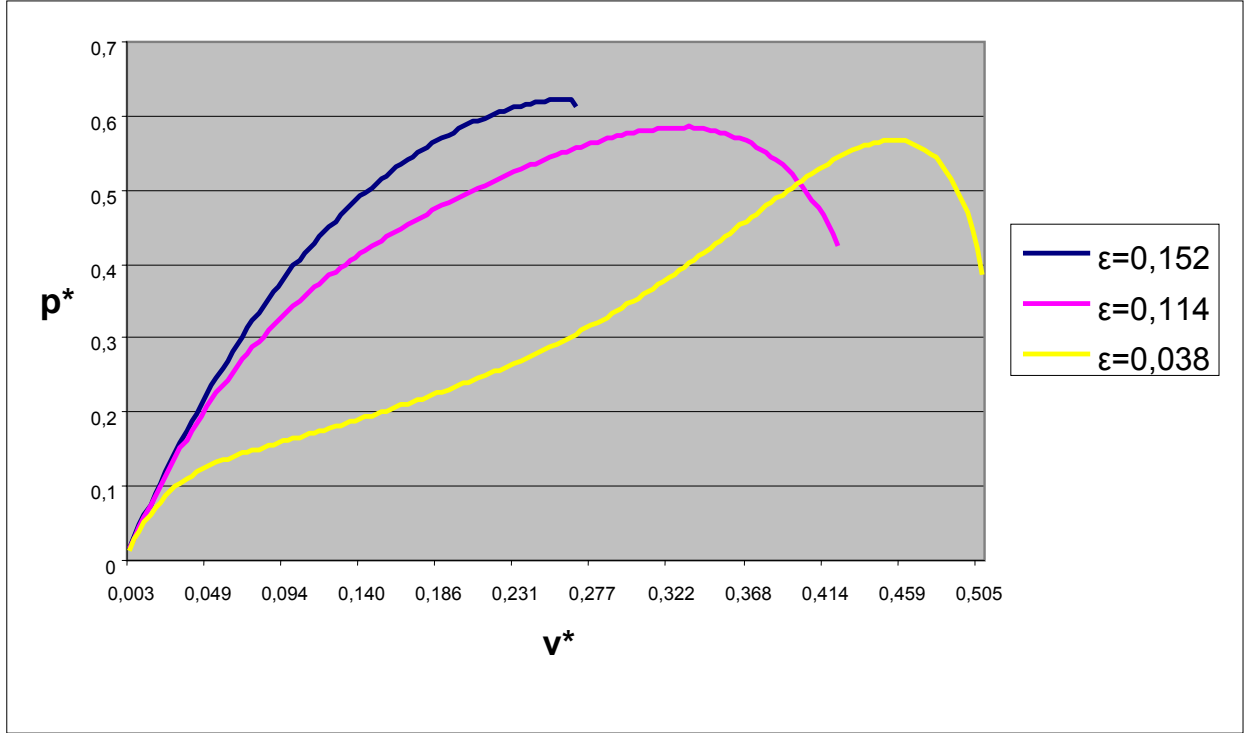
Şekil 6.21 $\nu=0,3$ ve $\frac{\pi}{2}$ mesnet açısı değeri için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı kalınlık değerlerine göre değişim eğrileri

Şekil 6.22’ de $\nu=0,5$, $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ mesnet açısı değeri için $\varepsilon = 0,038$, $\varepsilon = 0,114$ ve $\varepsilon = 0,152$ ’e karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. İlgili bölgede burkulmanın olmadığı görülmektedir.



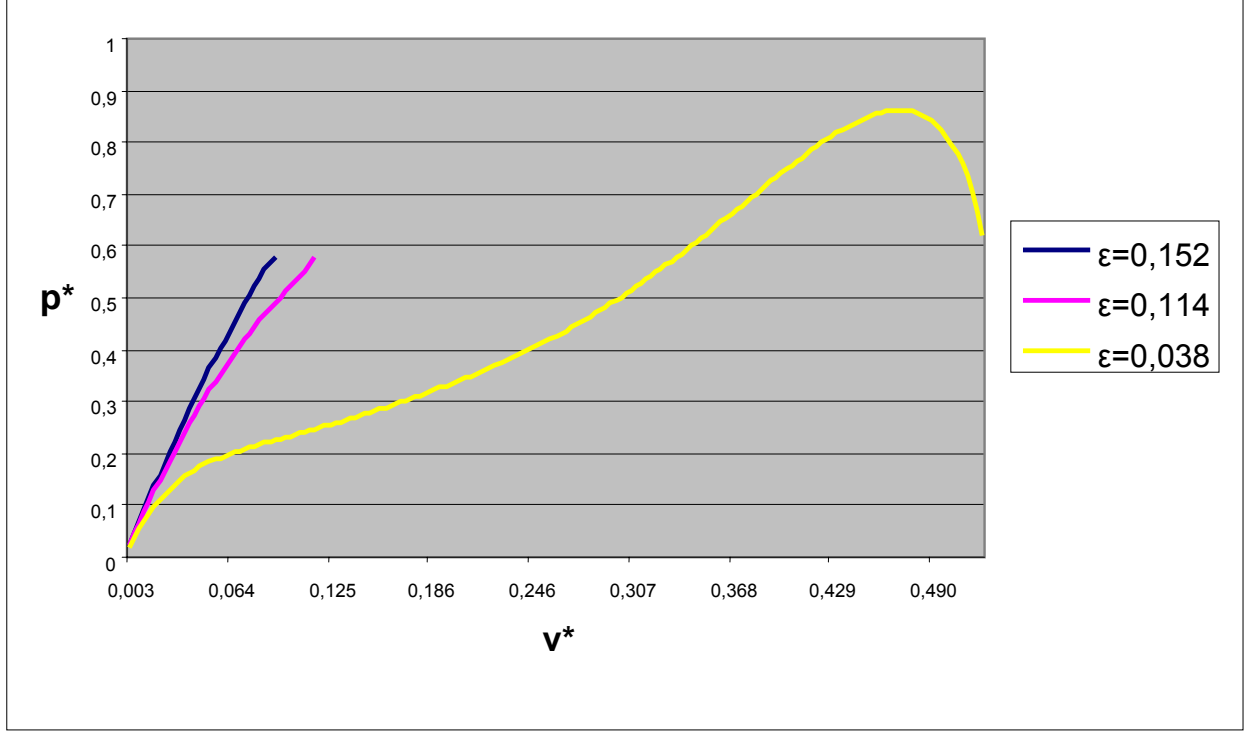
Şekil 6.22 $\nu=0,5$ ve $\frac{\pi}{2}$ mesnet açısı değeri için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı kalınlık değerlerine göre değişim eğrileri

Şekil 6.23' de $\nu=0,0$, $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ mesnet açısı değeri için $\varepsilon = 0,038$, $\varepsilon = 0,114$ ve $\varepsilon = 0,152$ 'e karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. $\varepsilon = 0,038$, $\varepsilon = 0,114$ ve $\varepsilon = 0,152$ kalınlık değerlerinde burkulmanın meydana geldiği görülmektedir. Burkulma yükleri sırasıyla 0,57, 0,582 ve 0,622 değerlerine eşittir.



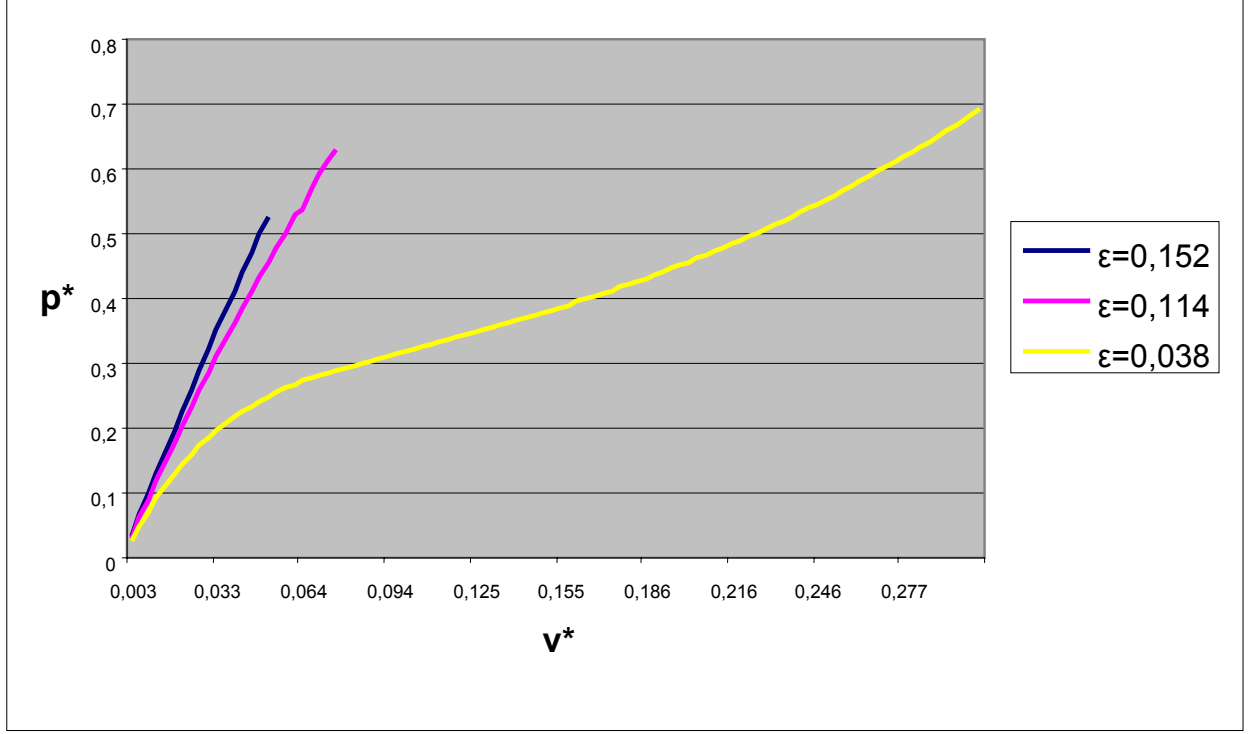
Şekil 6.23 $\nu=0,0$ ve $\frac{\pi}{4}$ mesnet açısı değeri için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı kalınlık değerlerine göre değişim eğrileri

Şekil 6.24' de $\nu=0,3$, $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ mesnet açısı değeri için $\varepsilon = 0,038$, $\varepsilon = 0,114$ ve $\varepsilon = 0,152$ 'e karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. $\varepsilon = 0,038$ kalınlık değerinde burkulmanın meydana geldiği görülmektedir. Burkulma yükü 0,86 değerine eşittir.



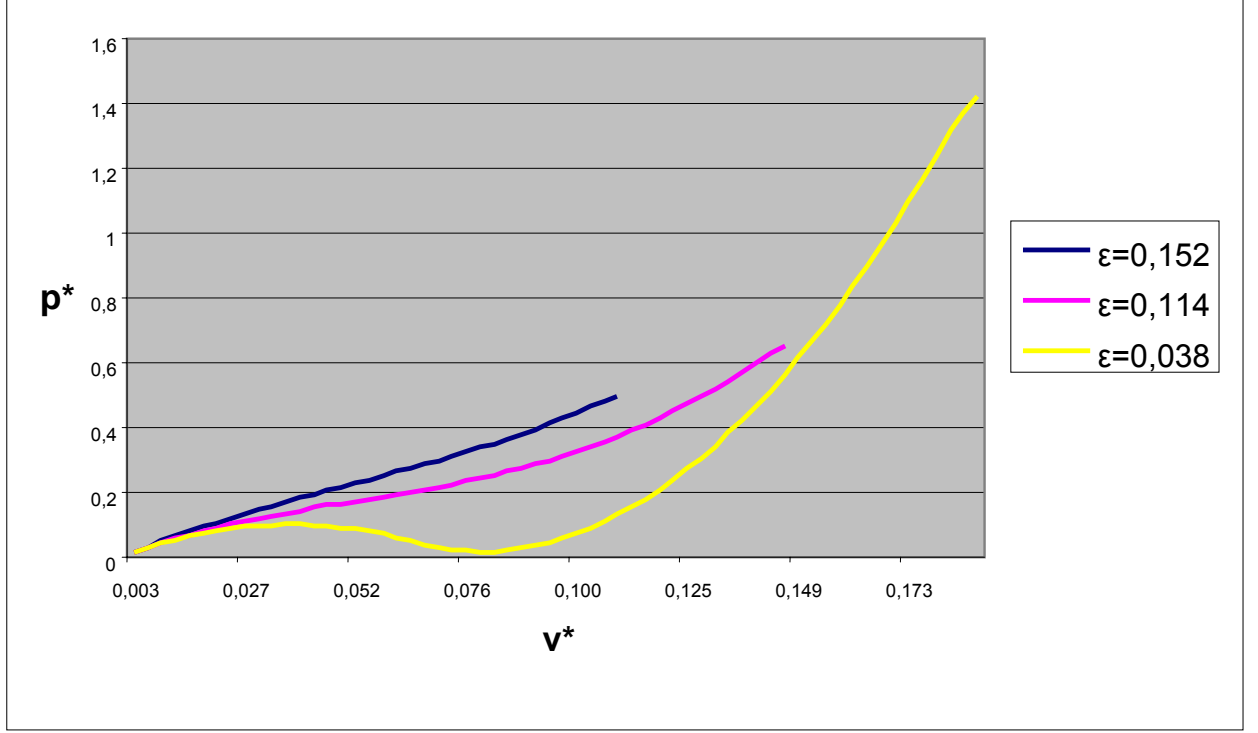
Şekil 6.24 $\nu=0,3$ ve $\frac{\pi}{4}$ mesnet açısı değeri için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı kalınlık değerlerine göre değişim eğrileri

Şekil 6.25’ de $\nu=0,5$, $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ mesnet açısı değeri için $\varepsilon = 0,038$, $\varepsilon = 0,114$ ve $\varepsilon = 0,152$ ’e karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. İlgili bölgede burkulmanın olmadığı görülmektedir.



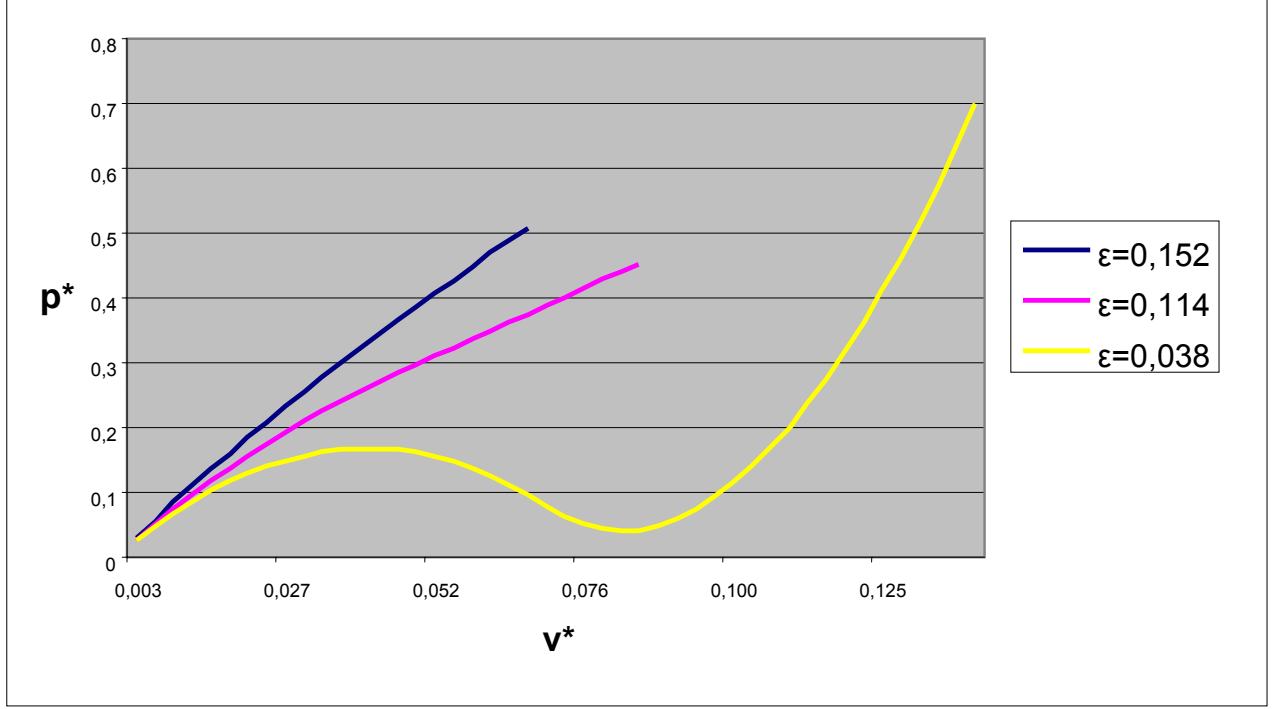
Şekil 6.25 $\nu=0,5$ ve $\frac{\pi}{4}$ mesnet açısı değeri için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı kalınlık değerlerine göre değişim eğrileri

Şekil 6.26' da $\nu=0,0$, $\phi_m = \frac{\pi}{10}$ mesnet açısı değeri için $\varepsilon = 0,038$, $\varepsilon = 0,114$ ve $\varepsilon = 0,152$ 'e karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. $\varepsilon = 0,038$ kalınlık değerinde burkulmanın meydana geldiği görülmektedir. Burkulma yükü değeri 0,0988'e eşittir.



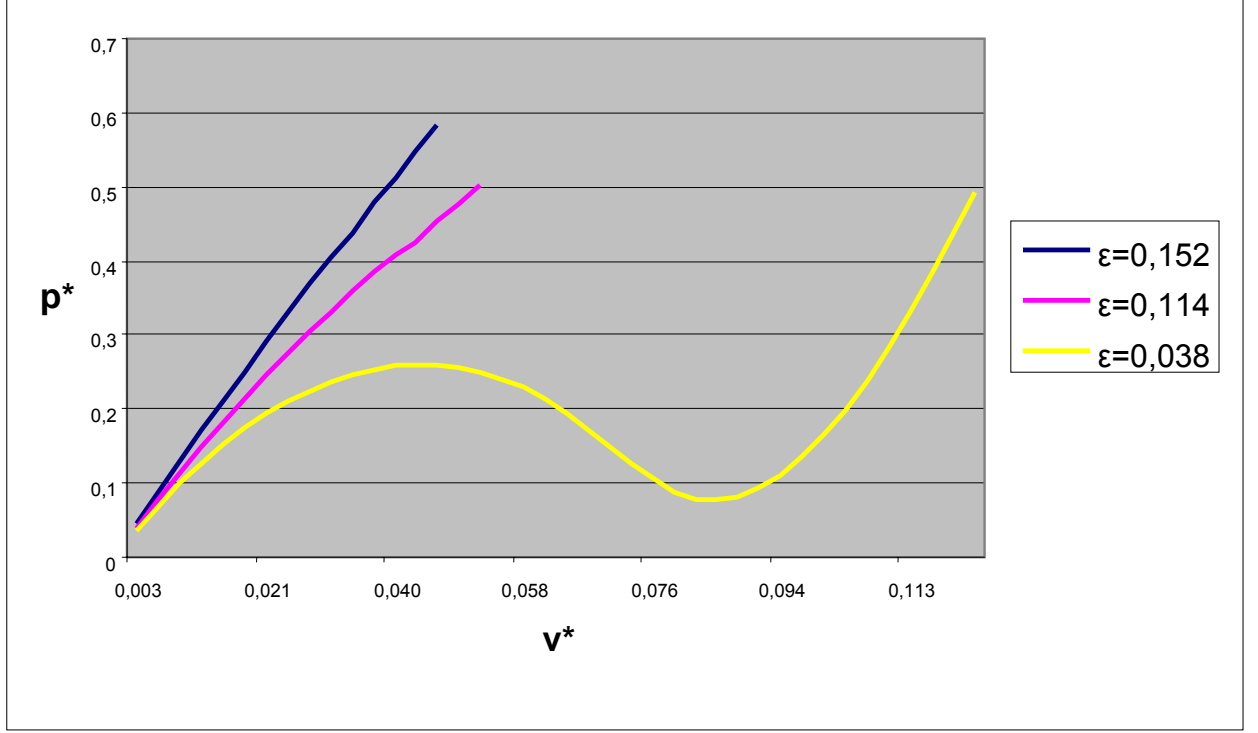
Şekil 6.26 $\nu=0,0$ ve $\frac{\pi}{10}$ mesnet açısı değeri için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı kalınlık değerlerine göre değişim eğrileri

Şekil 6.27' de $\nu=0,3$, $\phi_m = \frac{\pi}{10}$ mesnet açısı değeri için $\varepsilon = 0,038$, $\varepsilon = 0,114$ ve $\varepsilon = 0,152$ 'e karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. $\varepsilon = 0,038$ kalınlık değerinde burkulmanın meydana geldiği görülmektedir. Burkulma yükü değeri 0,167'e eşittir.



Şekil 6.27 $\nu=0,3$ ve $\frac{\pi}{10}$ mesnet açısı değeri için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı kalınlık değerlerine göre değişim eğrileri

Şekil 6.28’ de $\nu=0,5$, $\phi_m = \frac{\pi}{10}$ mesnet açısı değeri için $\varepsilon = 0,038$, $\varepsilon = 0,114$ ve $\varepsilon = 0,152$ ’e karşı gelen kuvvet – çökme eğrileri verilmektedir. $\varepsilon = 0,038$ kalınlık değerinde burkulmanın meydana geldiği görülmektedir. Burkulma yükü değeri 0,259’a eşittir.



Şekil 6.28 $\nu=0,5$ ve $\frac{\pi}{10}$ mesnet açısı değeri için, kuvvet -çökme eğrisinin farklı kalınlık değerlerine göre değişim eğrileri

7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Tekil bir kuvvet etkisindeki sıkışabilen bir kauçuk benzeri (hiperelastik ve şekil değişimi öncesi izotrop) malzemedan yapılmış olan basit mesnetli küresel kabukların doğrusal olmayan analizinin yapıldığı bu çalışmada; ilgili denklemlerin analitik çözümlerinin bulunamamasından dolayı sayısal yöntemlere başvurulmuştur. Problemden sonlu farklar yöntemi ile cebirsel denklemler haline getirilen diferansiyel denklemler, daha sonra doğrusal olmayan cebirsel denklemlerin çözümünde etkin bir şekilde kullanılan Newton-Raphson Yöntemi ile sayısal olarak çözülmüştür.

Elde edilen sayısal sonuçlara göre aşağıdaki cümleler yazılabilmektedir:

- (i) Kalınlık azaldıkça, burkulma yükü azalmaktadır.
- (ii) Yükseklik (mesnet açısı) azaldıkça, burkulma yükü azalmaktadır.
- (iii) Aynı kalınlık ve aynı mesnet açısı değerlerinde, poliüretan malzemesine ait ν değeri daha düşük olan malzemenin aynı çökme miktarına daha küçük bir kuvvet etkisiyle geldiği gözlenmiştir.
- (iv) Poliüretan malzemesine ait ν değeri azaldıkça, burkulma yükü azalmaktadır. ν değerindeki değişimin, burkulmaya karşı gelen çökme değerinde kayda değer bir değişime neden olmamaktadır.
- (v) Sıkışmaz malzemeye ($\nu=0,5$) karşı gelen burkulma yükünün, sıkışabilir malzemeye karşı gelen burkulma yükünden daha büyük olduğu ve burkulmanın hemen hemen aynı çökme değerinde gerçekleştiği gözlenmiştir.

Bu çalışmadan sonra yapılabilecek çalışmalarda;

- (i) enine kayma şekil değiştirmesi göz önüne alınabilir,
- (ii) diğer sıkışabilen kauçuk – benzeri malzemeler, diğer yükleme durumları, diğer kabuk geometrileri göz önüne alınabilir,
- (iii) kesme hatasının daha küçük olduğu sonlu fark ifadeleri kullanılabilir,
- (iv) elde edilen sonuçların deneysel sonuçlarla karşılaştırmaları yapılabilir.

KAYNAKLAR

- Akkaş, N. ve Odeh, G., (2001), "A Novel Snap-Through Buckling Behaviour of Axisymmetric Shallow Shells with Possible Application in Transducer Design", *Computers & Structures*, 79: 2579-2585.
- Akyüz, U. ve Ertepinar, A., (2001), "Stability and Breathing Motions of Pressurized Compressible Hyperelastic Spherical Shells", *Journal of Sound and Vibration*, 247: 293-304.
- Bakioğlu, M., (2004), *Cisimlerin Mukavemeti*, İstanbul.
- Basar, Y., Ding, Y., (1997), "Shear Deformation Models for Large-Strain Shell Analysis", *International Journal of Solids Structures*, 34: 1687-1708.
- Basar, Y., Itskov, M., (1998), "Finite Element Formulation of The Ogden Material Model With Application to Rubber-Like Shells", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1279-1305.
- Betsch, P., Gruttmann, F. ve Stain, E., (1996), "A 4-Node Finite Shell Element for the Implementation of General Hyperelastic 3D-Elasticity at Finite Strains", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 130(1-2):57-79.
- Blatz, P.J. ve Ko, W.L., (1962), "Application of Finite Elastic Theory to Deformation of Rubbery Materials", *Transactions of the Society of Rheology*, 6: 233-251.
- Brodland, G. W. ve Cohen, H., (1987) "Deflection and Snapping of Spherical Caps", *International Journal of Solids and Structures*, 23: 1341-1356.
- Cirak, F. ve Ortiz, M., (2001), "Fully C-1-Conforming Subdivision Elements for Finite Deformation Thin-Shell Analysis", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2001: 813-833.
- Cook, W.A., (1982), "A Finite Element Model for Non-Linear Shells of Revolution", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 18: 135-149.
- Çağal, B., (2000), *Sayısal Analiz*, İstanbul.
- Dragoni, E., (1996), "The Radial compaction of a Hyperelastic Tube as a Benchmark in Compressible Finite elasticity", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 31: 483-493.
- Erdölen, A. ve Yukseler, R.F., (2003), "An Approach For Finite Strains and Rotation of Shells of Revolution With Application to a Spherical Shell Under a Uniformly Distributed Pressure", *Journal of Elastomers and Plastics*, 357-365.
- Evirgen, H. ve Ertepinar, A., (1989), "Stability and Vibrations of Layered Spherical Shells Made of Hyperelastic Materials", *International Journal of Engineering Science*, 27: 623-632.
- Gonçalves, P.B., Pamplona, D. ve Lopes, S.R.X., (2007), "Finite Deformations of an Initially Stressed Cylindrical Shell Under Internal Pressure", *International Journal of Mechanical Sciences*.
- Gruttmann, F. ve Taylor, R.L., (1992), "Theory and Finite Element Formulation of Rubber-Like Membrane Shells Using Principal Stretches", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 35: 1111-1126.
- Guo, X.P., (2001), "Large Deformation Analysis for a Cylindrical Hyperelastic Membrane of Rubber-Like Material Under Internal Pressure", *Rubber Chemistry And Technology*, 100-115

- Haddow, J.B. ve Jiang,L., (1999), “Finite Amplitude Spherically Symmetric Wave Propagation in a Presstressed Hyperelastic Shell”, *International Journal of Solid and Structures*, 36: 2793-2805.
- Haddow, J.B. ve Faulkner, M.G., (1974), “Finite Expansion of a Thick Compressible Spherical Elastic Shell”, *International Journal of Mechanical Sciences*, 16: 63-73.
- Haughton, D.M. ve Orr, A., (1997), “On the Eversion of Compressible Elastic Cylinders”, *International Journal of Solids and Structures*, 34: 1893-1914.
- Holecek, M. ve Moravec, F., (2006), “Hyperelastic Model of a Material which Microstructure is Formed by Balls and Springs”, *International Journal of Solids and Structures*, 43: 7393-7406.
- Ibrahimbegovic, A., Brank, B. ve Courtois, P., (2001), “Stres Resultant Geometrically Exact Form of Classical Shell Model and Vector-Like Parameterization of Constrained Finite Rotations”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 52: 1235-1252.
- İnan M.,(1970), *Cisimlerin Mukavemeti*,Ofset Matbaacılık LTD., İstanbul.
- Jiang, L. ve Haddow, J. B., (1995), “A Finite Element Formulation for Finite Static Axisymmetric deformation of Hyperelastic Membranes”, *Computers & Structures*, 57: 401-405.
- Kanner, L.M.,Horgan,C.O.,(2007),”Elastic İnstabilities For Strain-Stiffening Rubber-Like Spherical and Cylindrical Thin Shells Under İnflation”, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 42(2): 204-215.
- Libai, A. Ve Simmonds, J.G., (1981), “Large-Strain Constitutive Laws for the Cylindrical Deformation of Shells”, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 16: 91-103.
- Mason, D.P. ve Maluleke, G.H., (2007), ” Non-linear Radial Oscillations of a Transversely isotropic Hyperelastic in Compressible Tube”, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 333: 365-380.
- Naghdi, P.M., (1972), “The Theory of Plates and Shells”, *Encyclopedio of Physics*, 2nd ed. Vol.VI a/2, Flügge, S., ed., Springer-Verlag, New York, 425-640.
- Parnell, T.K., (1984), “Numerical Improvement of Asymtotic Solutions and Non-Linear Shell Analysis”, Ph.D. Thesis, Stanford University.
- Pflüger, A., (1964), *Stabilitats Probleme der Elastostatic*, Berlin. Çeviri: S. Tameroglu, V. Cinemre ve T. Özbek, “Elastostatiğin Stabilite Problemleri, I.T.Ü Kütüphanesi Sayı:782, 1970.
- Ranjan, G.V. ve Steele, C.R., (1977), “Large deflection of Deep Spherical Shells under Concentrated Load”, *ASME/ASCE/AHS 18th Structures, Structural Dynamics and Material Conf.*, 269-347.
- Reissner, E., (1972), “On Finite Symmetrical Strain in Thin Shells of Revolution”, *Journal of Applied Mechanics*, 39:1137-1150.
- Sansour, C., (1998), “Large Strain Deformations of Elastic Shells-Constitutive Modelling and Finite Element Analysis”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 161(1-2):1-18.
- Schieck, B., Pietraszkiewicz, W. ve Stumpf, H., (1992), “Theory and Numerical Analysis of

Shells Undergoing Large Elastic Strains”, International Journal of Solids Structures, 29: 689-709.

Simmonds, J.G. (1985), ” The Strain – Energy Density of Rubber-Like Shells”, International Journal of Solids and Structures, 21: 67-77.

Simmonds, J.G.(1986),”The Strain- Energy Density of Rubber-Like Shells of Revolution Undergoing Torsionless, Axisymmetric Deformation (Axishells)”, Asme Journal of Applied Mechanics, 53: 593-596.

Simmonds, J.G.(1987),”The Strain- Energy Density of Compressible, Rubber-Like Axishells”, Journal of Applied Mechanics, 54: 453-454.

Smith, T.L. ve Chu, W.H. , “Ultimate Tensile Properties of Elastomers Effect of Crosslink Density on Time-Temperature Dependence ”, Journal of Polimer Science, 10: 133-150.

Şuhubi, E.S., (1994), “Symmetry Groups and Similarity Solutions for Radial Motions of Compressible Heterogeneous Hyperelastic Spheres and Cylinders”, International Journal of Engineering Science, 32: 817-837.

Taber, L.A., (1989), “Comparison of Elasticity and Shell Theory Results for Large Deformation of Rubber Like Shells”, International Journal of Non-Linear Mechanics, 24: 237-248

Taber, L.A., (1987), “Large Elastic Deformation of Shear Deformable Shells of Revolution”, ASME Journal of Applied Mechanics, 54: 578-584

Taber, L.A. ve Cagan,J., (1986), ”Large Deflection Stability of Spherical Shells With Ring Loads”, Journal of Applied Mechanics, 53: 897-901.

Taber, L., (1985), “On Approximate Large Strain Relations for Shell of Revolution”, International Journal of Non-Linear Mechanics, 20: 27-32.

Taber, L.A., (1982), “Large Deflection of a Fluid-Filled Spherical Shell Under a Point Load”, Journal of Applied Mechanics, 49: 121-128.

Touze, C. ve Thomas, O., (2006), “ Non-Linear Behaviour of Free-edge Shallow Spherical Shells: Effect of the Geometry, International Journal of Non-Linear Mechanics, 41: 678-692.

Treloar, L.R.G., (1975), ” The Physics of Rubber Elasticity”, 3rd ed., Clarendon Pres, Oxford.

Türker, E.S ve Can, E, (1997), Bilgisayar Uygulamalı Sayısal Analiz Yöntemleri, Adapazarı.

Yükseler, R.F., (1996a),” The Strain Energy Density of Compressible, Rubber-Like Shells of Revolution”, Journal of Applied Mechanics, 63: 419-423

Yükseler, R.F.,(1996b), ” On the Definition of Deformed Reference Surface of Rubber-Like Shells of Revolution”, Journal of Applied Mechanics, 63: 424-428

Yükseler, R.F.,(2005),” The Strain Energy Density of Rubber-Like Shells of Arbitrary Geometry”, Journal of Elastomers and Plastics, 37(3): 247-257.

Yükseler, R. F. ,(2007), ”A Theory for Rubber-Like Shells”, Journal of Elastomers and Plastics, (baskıda).

ÖZGEÇMİŞ

Lise	1987	Isparta Ş.A.İ.K. Lisesi
Lisans	1992	Akdeniz Üniversitesi
Yüksek Lisans	1997	İTÜ
Doktora	2007	YTÜ

Çalıştığı kurumlar

1994-1998	Pamukkale Üniversitesi
1998-2004	YTÜ

Halen Pamukkale Üniversitesinde Araş.Gör. olarak çalışmaktadır