

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**VİSKOELASTİK KOMPOZİT MALZEMEDEN YAPILMIŞ
DİKDÖRTGEN KALIN PLAKLARIN
DELAMİNASYONUNUN İNCELENMESİ**

İnş. Yük. Müh. Esra Eylem KARATAŞ

**FBE İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Mekanik Programında
Hazırlanan**

DOKTORA TEZİ

Tez Savunma Tarihi : 01 Mart 2011
Tez Danışmanı : Prof. Dr. Nazmiye YAHNIOĞLU (YTÜ)
Jüri Üyeleri : Prof. Dr. R. Faruk YÜKSELER (YTÜ)
: Prof. Dr. Necla KADIOĞLU (İTÜ)
: Prof. Dr. Surkay D. AKBAROV (YTÜ)
: Prof. Dr. Mehmet BAKİOĞLU (İTÜ)

İSTANBUL, 2011

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	iii
KISALTMA LİSTESİ	v
Sayfa	vi
ÇİZELGE LİSTESİ	vii
ÖNSÖZ.....	ix
ÖZET	x
ABSTRACT	xi
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Viskoelastik Kompozit Malzemelere Ait Genel Bilgiler	1
1.2 Tez Konusuna Ait Mevcut Çalışmalar	5
1.3 Konunun Gerekliliği ve Güncelliği	8
1.4 Yapılan Araştırmanın Amaçları ve Kapsamı.....	9
2. KENAR ÇATLAK İÇEREN VİSKOELASTİK KOMPOZİT KALIN PLAĞIN DELAMİNASYONU	12
2.1 Problemin Matematiksel Modeli	12
2.2 Sonlu Eleman Formülasyonu.....	20
2.3 Sayısal Çözüm	22
2.3.1 Kenar Çatlak İçeren Ortotrop Dikdörtgen Plağın Delaminasyon Burkulması	22
2.3.2 Kenar Çatlak İçeren Viskoelastik Dikdörtgen Plağın Delaminasyon Burkulması	29
3. İÇ ÇATLAK İÇEREN VİSKOELASTİK KOMPOZİT KALIN PLAĞIN DELAMİNASYON BURKULMA PROBLEMİ.....	38
3.1 Problemin Matematiksel Modeli	38
3.2 Sonlu Eleman Formülasyonu.....	43
3.3 Sayısal Çözüm	44
4. DEĞERLENDİRME ve SONUÇLAR	51
KAYNAKLAR.....	54
ÖZGEÇMİŞ.....	59

SİMGE LİSTESİ

σ_{ij}	Gerilme tansörü bileşenleri
$\dot{\sigma}$	Gerilme tansörünün zaman göre türevi
$\bar{\sigma}_{ij}$	Laplace uzayındaki gerilme tansörü bileşenleri
$\sigma_{ij}^{(q)}$	q. yaklaşıma ait gerilme tansörü bileşenleri
ϵ_{ij}	Şekil değiştirme tansörü bileşenleri
$\dot{\epsilon}$	Şekil değiştirme tansörünün zamana göre türevi
$\bar{\epsilon}_{ij}$	Laplace uzayındaki şekil değiştirme tansörü bileşenleri
$\epsilon_{ij}^{(q)}$	q. yaklaşıma ait şekil değiştirme tansörü bileşenleri
u_i	Yer değiştirme vektörü bileşenleri
\bar{u}_i	Laplace uzayındaki yer değiştirme vektörü bileşenleri
$u_i^{(q)}$	q. yaklaşıma ait yer değiştirme vektörü bileşenleri
E	Young modülü
$E_1(E_2)$	Matris (Güçlendirici) malzemesinin Elastisite modülü
E_{10}	Viskoelastik malzemenin anlık Elastisite modülü
\bar{E}_1	Laplace uzayında lineer viskoelastik malzemenin Elastisite modülü
E_1, E_2, E_3	Malzemenin sırasıyla Ox_1, Ox_2 ve Ox_3 doğrultularındaki Elastisite modülü
$\bar{\nu}_1$	Laplace uzayında lineer viskoelastik malzemenin Poisson katsayısı
$\nu_1(\nu_2)$	Matris (Güçlendirici) malzemenin Poisson oranı
ν_{10}	Viskoelastik malzemenin anlık Poisson oranı
$\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$	Malzemenin Ox_1x_2, Ox_1x_3 ve Ox_2x_3 düzlemlerindeki Poisson oranı
G_{12}, G_{13}, G_{23}	Malzemenin Ox_1x_2, Ox_1x_3 ve Ox_2x_3 düzlemlerindeki kayma modülü
μ	Lame sabiti
μ_{10}	Lame sabitinin anlık değeri
$\eta_1(\eta_2)$	Matris (Güçlendirici)malzemenin hacim oranı
$\omega_0(\omega_\infty)$	Viskoelastik malzemenin $t = 0(t = \infty)$ daki reolojik parametre değeri
ω	Boyutsuz reolojik parametre
α	Viskoelastik malzemenin reolojik parametresi
ϵ	Çatlak yüzeylerindeki ön eğintinin derecesini gösteren boyutsuz küçük parametre
R_α^*	Rabotnov operatörü
t, τ	Zaman
k	Zaman boyutunda bir sabit
c	İntegrasyon sabiti
$\Gamma(x)$	Gamma fonksiyonu
Ω	Çatlak içermeyen kalın plağın kapsadığı bölge
Ω'	Çatlağın olduğu bölge
$l_1(l_3)$	Plağın $Ox_1(Ox_3)$ doğrultusundaki uzunluğu
$l_{10}(l_{30})$	Yapıdaki dikdörtgen çatlağın $Ox_1(Ox_3)$ doğrultusundaki uzunluğu
h_A	Çatlak ile plağın serbest alt yüzeyi arasındaki mesafe
h_U	Çatlak ile plağın serbest üst yüzeyi arasındaki mesafe
h	Plak kalınlığı

$f(x_1, x_3)$	Çatlak yüzeylerindeki ön eğinti fonksiyonu
n_j^\pm	Çatlak yüzeylerine ait dış birim normal vektörünün bileşenleri
p	Düzgün yayılı basınç yük yoğunluğu
δ_i^n	Kronecker sembolü
A_{ij}	Malzemenin normalize edilmiş mekanik sabitleri
A_{ij0}	Malzemenin normalize edilmiş mekanik sabitlerinin anlık değeri
$C_{ijrs}(0)$	Anizotrop malzemenin mekanik sabitlerinin $t = 0$ 'daki anlık değerleri
s	Laplace dönüşüm parametresi
Π	Fonksiyonel
$\mathbf{u}^{(k)}$	k. sonlu eleman için aranan yer değiştirme fonksiyonu
$\mathbf{a}^{(k)}$	k. sonlu elemanın nodlarda bilinmeyen yerdeğiştirme değerlerini içeren vektör
$N^{(k)}$	k. sonlu elemanda şekil fonksiyonu matrisi
\mathbf{K}	Katsayılar (stiffness) matrisi
\mathbf{r}	Düğüm noktalarına etkiyen kuvvetleri gösteren vektör
$p_{cr.0}$	$t = 0$ için kritik delaminasyon burkulma kuvveti
$p_{cr.\infty}$	$t = \infty$ için kritik delaminasyon burkulma kuvveti

KISALTMA LİSTESİ

LEÜBST Lineerize Edilmiş Üç Boyutlu Stabilite Teorisi

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 1.1 Maxwell modeli.....	3
Şekil 1.2 Kelvin-Voigt modeli.	4
Şekil 2.1 Ele alınan dikdörtgen kalın plak ve plağın bazı geometrik verileri.	13
Şekil 2.2 Çatlak yüzeylerindeki ön eğintinin formu; a) aynı faz durumu, b) zıt faz durumu...	24
Şekil 2.3 Ön eğintinin a) aynı-faz, b) zıt faz ($l_{30} > l_{10}/4$) ve c) zıt faz ($l_{30} \leq l_{10}/4$) olması durumlarına ait delaminasyon burkulma modları.	29
Şekil 3.3 Ön eğriliğın a) aynı-faz, b) zıt faz ($l_{30} > 0,80.l_{10}$) ve c) zıt faz ($l_{30} \leq 0,80.l_{10}$) olması durumlarına ait delaminasyon burkulma modları.	47

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

- Çizelge 2.1 Farklı kayma modülü (G_{ij}/E_1) için zıt faz/aynı faz (pay/payda) durumunda $p_{cr.}/E_1$ değerleri ($E_2/E_1 = 0.5$, $E_3/E_1 = 0.3$, $l_{30}/l_1 = 0.5$, $l_{10}/l_1 = 0.5$) ... 25
- Çizelge 2.2 Farklı G_{12}/E_1 ve l_{10}/l_1 için zıt faz/aynı faz (pay/payda) durumunda $p_{cr.}/E_1$ değerleri ($G_{13}/E_1 = 0.1$, $G_{23}/E_1 = 0.1$, $E_2/E_1 = 0.5$, $E_3/E_1 = 0.3$, $l_{30}/l_1 = 0.5$)..... 26
- Çizelge 2.3 Farklı G_{12}/E_1 ve l_{30}/l_1 için zıt faz/aynı faz (pay/payda) durumunda $p_{cr.}/E_1$ değerleri ($G_{13}/E_1 = 0.1$, $G_{23}/E_1 = 0.1$, $E_2/E_1 = 0.5$, $E_3/E_1 = 0.3$, $l_{10}/l_1 = 0.5$) 27
- Çizelge 2.4 Farklı G_{12}/E_1 ve h_u/l_1 için zıt faz/aynı faz (pay/payda) durumunda $p_{cr.}/E_1$ değerleri ($G_{13}/E_1 = 0.1$, $G_{23}/E_1 = 0.1$, $E_2/E_1 = 0.5$, $E_3/E_1 = 0.3$, $l_{10}/l_1 = 0.5$, $l_{30}/l_1 = 0.5$)..... 28
- Çizelge 2.5 Farklı $\gamma_{31} = l_3/l_1$ ve E_2/E_{10} için $p_{cr.0}/E_{10}$ değerleri ($h/l_1 = 0.15$, $l_{10}/l_1 = 0.5$) 30
- Çizelge 2.6 Farklı $\gamma_{31} = l_3/l_1$ ve l_{10}/l_1 için $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri ($h/l_1 = 0.15$, $\omega=1$, $\alpha = -0.5$, $E_2/E_{10} = 50$)..... 31
- Çizelge 2.7 Farklı E_2/E_{10} , l_{10}/l_1 ve ön eğinti formu için $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri ($h/l_1 = 0.15$, $\gamma_{31} = l_3/l_1 = 1$, $\omega=1$ ve $\alpha = -0.5$) 32
- Çizelge 2.8 Farklı ω ve p/E_{10} için bulunan $t'_{cr.}$ değerleri ($h/l_1 = 0.15$, $\gamma_{31} = l_3/l_1 = 1$, $E_2/E_{10} = 1$, $l_{10}/l_1 = 0.5$ ve $\alpha = -0.5$)..... 32
- Çizelge 2.9 Farklı E_2/E_{10} , l_{10}/l_1 ve ön eğrilik formu için $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri ($h/l_1 = 0.15$, $\gamma_{31} = l_3/l_1 = 1$, $l_{30}/l_1 = 0.5$, $\omega=1$ ve $\alpha = -0.5$)..... 33
- Çizelge 2.10 Farklı l_{30}/l_1 , E_2/E_{10} ve ön eğrilik formu için $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri ($h/l_1 = 0.15$, $\gamma_{31} = l_3/l_1 = 1$, $l_{10}/l_1 = 0.5$, $\omega=1$ ve $\alpha = -0.5$) 34
- Çizelge 2.11 Farklı h_u/l_1 ve E_2/E_{10} için $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri ($h/l_1 = 0.15$, $\gamma_{31} = l_3/l_1 = 1$, $l_{30}/l_1 = 0.5$, $\omega=1$, $\alpha = -0.5$)..... 35
- Çizelge 2.12 Farklı l_{10}/l_1 ve p/E_{10} için $t'_{cr.}$ değerleri ($E_2/E_{10} = 10$, $\omega=1$, $\alpha = -0.5$,

	$\ell_{30}/\ell_1=0.5$)	36
Çizelge 2.13	Farklı ω için t'_{cr} değerleri ($h/\ell_1 = 0.15$, $\gamma_{31} = \ell_3/\ell_1 = 1$, $E_2/E_{10} = 10$, $\ell_{10}/\ell_1 = 0.5$, $\ell_{30}/\ell_1 = 0.5$ ve $\alpha = -0.5$).....	36
Çizelge 2.14	Farklı α için t'_{cr} değerleri ($h/\ell_1 = 0.15$, $\gamma_{31} = \ell_3/\ell_1 = 1$, $E_2/E_{10} = 10$, $\ell_{10}/\ell_1 = 0.5$, $\ell_{30}/\ell_1 = 0.5$ ve $\omega = 1$)	37
Çizelge 3.1	Farklı ℓ_{10}/ℓ_1 ve E_2/E_{10} için zıt faz ve aynı faz durumunda $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri ($h_A = h_u = h/2$, $\ell_{30}/\ell_1 = 0.5$, $\omega = 1$, $\alpha = -0.5$).....	46
Çizelge 3.2	Farklı ℓ_{30}/ℓ_1 ve E_2/E_{10} için zıt faz ve aynı faz durumunda $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri ($h_A = h_u = h/2$, $\ell_{10}/\ell_1 = 0.5$, $\omega = 1$, $\alpha = -0.5$)	48
Çizelge 3.3	Farklı h_U/ℓ_1 ve E_2/E_{10} için zıt faz ve aynı faz durumunda $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri ($h_A = h_u = h/2$, $\ell_{10}/\ell_1 = 0.5$, $\omega = 1$, $\alpha = -0.5$)	48
Çizelge 3.4	Farklı ℓ_{10}/ℓ_1 ve p/E_{10} için t'_{cr} değerleri ($h_A = h_u = h/2$, $E_2/E_1 = 10$, $\omega = 1$, $\alpha = -0.5$, $\ell_{30}/\ell_1 = 0.5$)	49
Çizelge 3.5	Farklı ω için t'_{cr} değerleri ($h_A = h_u = h/2$, $\alpha = -0.5$, $E_2/E_1 = 10$, $\ell_{30}/\ell_1 = 0.5$, $\ell_{10}/\ell_1 = 0.5$)	50
Çizelge 3.6	Farklı $\alpha = -0.5$ için t'_{cr} değerleri ($h_A = h_u = h/2$, $\omega = 1$, $\ell_3/\ell_1 = \gamma_{31} = 1$, $\ell_{30}/\ell_1 = 0.5$, $\ell_{10}/\ell_1 = 0.5$, $E_2/E_1 = 10$)	50

ÖNSÖZ

Bu çalışmanın hazırlanma sürecinde bilimsel ve insani katkılarından dolayı birlikte çalışmaktan büyük onur duyduğum değerli hocalarım Sayın Prof. Dr. Nazmiye YAHNİOĞLU ve Sayın Prof. Dr. Surkay D. AKBAROV'a en derin şükranlarımı sunmayı bir borç bilirim.

Çalışmalarım esnasında manevi desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen aileme ve tezin yazılması aşamasında dolaylı veya dolaysız destek ve yardımlarını gördüğüm Yrd. Doç. Dr. Murat ALTEKİN ve Yrd. Doç. Dr. Nihat İLHAN ile araştırma görevlisi arkadaşlarım Arş. Gör. Ayfer TEKİN, Arş. Gör. Şeref Doğuşcan AKBAŞ, Arş. Gör. Ülkü BABUŞCU ve Arş. Gör. Çiğdem ÖZÇELİK'e teşekkür ederim.

Ayrıca Yıldız Teknik Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinatörlüğü'ne de Doktora Tezimi desteklemesinden ötürü teşekkür ederim.

ÖZET

VİSKOELASTİK KOMPOZİT MALZEMEDEN YAPILMIŞ DİKDÖRTGEN KALIN PLAKLARIN DELAMİNASYONUNUN İNCELENMESİ

Bu çalışmada, lineer viskoelastik kompozit malzemeden yapılmış dikdörtgen bir kalın plağın delaminasyon burkulma problemi incelenmiştir. Plağın dikdörtgen bir çatlak içerdiği ve bu çatlak yüzeylerinin doğal durumda başlangıçta çok küçük ön eğrilige sahip olduğu kabul edilmektedir. Çatlaklar doğrultusunda etkiyen normal dış basınç kuvveti etkisinde (elastik plak için) veya sabit dış basınç kuvveti için zaman ilerlerken (viskoelastik plak için) çatlak yüzeylerinde verilen ön eğriliğin gelişiminin incelenmesine dayanan bir yaklaşım uygulanarak kritik parametre değerleri belirlenmiştir.

Dikkate alınan başlangıç eğrilerinin gelişiminin matematiksel modeli, anizotrop cisimler için viskoelastisite teorisinin geometrik olarak lineer olmayan üç boyutlu kesin alan denklemleri çerçevesinde yapılmıştır. Lineer olmayan sınır değer probleminin çözümü için sınır tipli pertürbasyon yöntemi, üç boyutlu sonlu elemanlar yöntemi ve sayısal ters Laplace dönüşümü için Shapery yöntemi kullanılmıştır.

Tez dört kısımdan oluşmaktadır. Tezin birinci kısmında, viskoelastik kalın plakların delaminasyon burkulma problemlerine ait temel kavramlar, Tezin amacı, kapsamı ve özellikleri verilmiştir.

Tezin ikinci kısmında, yapısında dikdörtgen kenar çatlak bulunan lineer viskoelastik kalın plağın delaminasyon burkulma problemi ele alınmıştır. Ele alınan problemlerin matematiksel modeli, sonlu elemanlar modeli, sayısal sonuçlar ve sayısal sonuçların yorumları verilmiştir.

Tezin üçüncü kısmında, yapısında dikdörtgen iç çatlak bulunan lineer viskoelastik kalın plağın delaminasyon burkulma problemi ele alınmıştır. Ele alınan problemlerin matematiksel modeli, sonlu eleman formülasyonu ve plak malzemesinin çeşitli geometrik, mekanik ve reolojik parametre değerleri için kritik delaminasyon burkulma kuvveti ve kritik zaman değerlerine ait sayısal sonuçlar verilmiştir.

Tezin son kısmı dördüncü kısmında ise, Tez çerçevesinde ele alınan problemlerin sayısal sonuçları ve bu sonuçların değerlendirilmesi özetlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Delaminasyon, Çatlak, Sonlu Elemanlar Yöntemi, Dikdörtgen kalın plak.

ABSTRACT

THE INVESTIGATION OF THE BUCKLING DELAMINATION OF RECTANGULAR THICK PLATES MADE FROM VISCOELASTIC COMPOSITE MATERIAL

In this study, the delamination buckling problem for a rectangular thick plate made from linear viscoelastic composite material is studied. It is supposed that the plate has a rectangular crack and edge surfaces of that have insignificant initial imperfections in the natural state. The critical values of the parameters are determined by employing the approach which is based on the investigation of the development of this initial imperfections of the crack's edge surfaces with an external compressive loading acting along the cracks (for the elastic plate) or with duration of a time at the certain values of the external compressive force (for the viscoelastic plate).

Mathematical modeling of the evolution of the noted initial imperfections are formulated within the framework of the exact three dimensional geometrically non-linear field equations of the theory of viscoelasticity for anisotropic bodies. For the solution of the corresponding non-linear boundary value problem the boundary form perturbation method, Laplace transformation with respect to time, three dimensional finite elements method and Shapery method for the numerical inverse Laplace transform are applied.

Thesis contains four chapters. In the first chapter of that, the fundamental concepts on the delamination buckling problems of the viscoelastic thick plates, the objective, content and properties of the thesis are given.

In the second chapter, the delamination buckling problem of a linear viscoelastic thick plate with a rectangular edge crack is considered. The mathematical modeling of the considered problems, the finite elements modeling, numerical results and the discussion of the numerical results are given.

In the third chapter, the delamination buckling problem of the linear viscoelastic thick plate with a rectangular embedded crack is considered. The mathematical modeling of the considered problem, the finite element formulation and the numerical results on the values of the critical force and critical time are given for various values of the geometrical, mechanical and rheological parameters of the plate's material.

In the fourth final chapter, the numerical results of the problems considered in the thesis and the discussions of the results are summarized.

Keywords: Delamination, Crack, Finite Elements Method, Rectangular thick plate.

1. GİRİŞ

Bu kısımda Doktora Tezi'ne inceleme ve hesap konusu olan viskoelastik kompozit malzemeler ile Tez çerçevesinde ele alınan problemler hakkında genel bilgiler verilecektir.

1.1 Viskoelastik Kompozit Malzemelere Ait Genel Bilgiler

Günümüzde hemen hemen mühendisliğin her dalında (örneğin spor aletleri, mutfak araç gereçleri, dış cephe kaplamalarına vb.) kompozit malzemelerin kullanımına yaygın olarak rastlanılmaktadır. Bu malzemeler, belirli bir amaca yönelik olarak en az iki farklı malzemenin biraraya getirilmesi ile meydana gelen malzeme grubudur. Bu biraraya getirmede amaç, bileşenlerin hiçbirinde tek başına mevcut olmayan bir özelliğin elde edilmesidir. Diğer bir deyişle, amaçlanan doğrultuda bileşenlerin daha üstün özelliklere sahip bir malzeme üretilmesi hedeflenmektedir. Bu malzemelerin, geleneksel malzemelere göre pek çok üstün özelliklere sahip olması sebebi ile kullanımının yaygın olması söylenebilir. Kompozit malzemeler kendisini oluşturan her bir malzemenin tek başına sahip olmadığı üstün özelliklere sahip olurlar. Üstün özelliklere örnek olarak, mekanik dayanım, basınç, çekme, eğilme, çarpma dayanımı, yorulma dayanımı, aşınma/korozyon direnci, kırılma tokluğu, yüksek sıcaklığa dayanıklılık, ısı iletkenliği veya ısıl direnç, elektrik iletkenliği veya elektriksel direnç, akustik iletkenlik, ses tutuculuğu veya ses yutuculuğu, rijitlik, düşük ağırlık ve benzeri özellikler verilebilir.

Kompozit malzeme, güçlendirici ve matris malzeme olmak üzere iki bileşenden oluşur. Kompozit malzemelerde matris malzemenin genel olarak üç temel fonksiyonu vardır. Bunlar güçlendiricileri birarada tutmak, yükü güçlendiricilere dağıtmak ve güçlendiricileri çevresel faktörlerden korumaktır. Matris malzeme içerisinde yer alan güçlendiriciler ise, kompozit malzeme içerisinde yük taşıma görevini sağlarlar. Yapılarında çok sayıda farklı malzeme kullanılabilen kompozit malzemelerin sınıflandırılmasında kesin sınırlar çizmek pek mümkün değildir. Literatürde bu malzemelerin pek çok açıdan sınıflandırılması yapılmıştır. Örneğin, kompozit malzemenin mikro yapısına göre: Seyrek, küçük tanecik takviyeli kompozitler, tanecik takviyeli kompozitler, lifli kompozitler; güçlendirici malzemenin geometrik formuna göre: Küre şekilli güçlendiricili kompozitler, silindir şekilli güçlendiricili kompozitler, plak şekilli güçlendiricili kompozitler vb. olarak verilebilir. Kompozit malzemelerin sınıflandırılmasına ait daha kapsamlı bilgi Cristensen (1979), Yahnioğlu (1996), Ersoy (2001) kaynaklarında yer almaktadır.

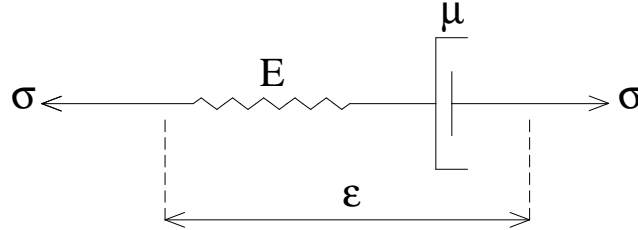
Mühendislik uygulamalarında karşılaşılan kompozit malzemelerin bazıları zamana bağlı malzeme özelliklerine sahiptirler, örneğin beton. Yine, uygulamalarda yaygın şekilde matris malzemesi olarak kullanılan reçinelerin de (örneğin epoksi vb.) mekanik özellikleri zamana bağlıdır. Bu anlamda zamana bağlı mekanik özelliklerin göz önüne alınabilmesi daha gerçekçi ve doğru hesaplamalar için gerekli olabilmektedir. Bu nedenle ele alınan Tez kapsamında mekanik özellikleri zamana bağlı kompozit malzemeler yani viskoelastik veya polimer tipli kompozit malzemeler seçilmiştir. Kompozit malzemenin bileşenlerinden her ikisi de viskoelastik malzemedir yapılmış seçilebileceği gibi biri (matris veya güçlendirici) de viskoelastik malzemedir yapılmış seçilebilmektedir. Tez kapsamında sadece matris malzemesinin viskoelastik malzeme özelliklerine sahip olduğu kabul edilmiştir.

Etki eden kuvvet sebebiyle şekil değiştirebilen ve bu kuvvet değişmediği sürece mevcut şekil değiştirmesini koruyan ve kuvvet kaldırıldığında tekrar ilk haline dönebilen malzemeler elastik malzemeler olarak adlandırılırlar. Viskoelastik malzemeler de ise, uygulanan dış kuvvet etkisiyle başlangıçta elastik bir şekil değiştirme gözlenirken, bu kuvvet değiştirilme bile yeteri kadar uzun bir süre gözlemlendiğinde şekil değiştirmenin sabit kalmayıp yavaş da olsa devam ettiği görülür ki bu durum sünme (creep) olayı olarak bilinir. Aynı zamanda, yükleme etkisiyle malzemenin sahip olduğu mevcut şekil değiştirmenin, yine yeteri kadar uzun bir süre gözlemlendiğinde bu durumun sabit kalabilmesi için yüklemenin zamanla azaltılması gerekmektedir. Bu durum da gevşeme (relaxation) olarak tanımlanır. Yapılan deneyler, dış kuvvet etkisi altındaki viskoelastik bir malzemenin sahip olduğu şekil değiştirme durumunun, hem yüklemenin son değerine hem de yükleme hızına bağlı olduğunu göstermiştir. Bu durum viskoelastik malzemelerde bünye bağıntılarının yüklemenin son değerine ilave olarak aynı zamanda yükleme hızından da etkilendiğini gösterir. Bu sebeple hesaplamalarda zaman parametresi dikkate alınmalıdır.

Literatürde viskoelastik malzemelerin bünye denklemlerinin matematik modellemesine ait bir çok model olup bunlardan en önemli iki tanesi Maxwell ve Kelvin-Voigt modelleridir. Bu modellerde malzemenin elastik özelliklerini temsil için elastik bir yay ve viskoz davranışı temsil için de viskoz dashpot kullanılır. Elastik yay ile dashpotun seri olarak birbirlerine bağlanmasından elde edilen viskoelastik model Maxwell modeli olarak adlandırılır (Şekil 1.1) ve bu modele ait bünye denklemi ise;

$$\sigma = E\varepsilon + \mu\dot{\varepsilon} \quad (1.1)$$

şeklinde ifade edilir. (1.1)'de ϵ , küçük şekil değiştirme bileşenini, $\dot{\epsilon} = \frac{d\epsilon}{dt}$ olup şekil değiştirme hızını gösterir. E katsayısı Young modülüne karşı gelip μ ise viskozite katsayısıdır. Maxwell modeli, viskoelastik bir malzeme için sünme (creep) olayını açıklamakta yetersiz kalmaktadır.



Şekil 1.1 Maxwell modeli.

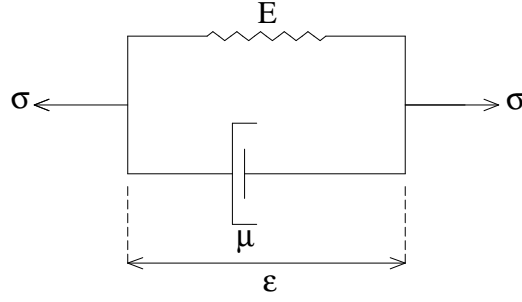
Kelvin-Voigt modeli için, bünye denkleminde elastik yay ve dashpotun birbirine paralel bağlandığı kabul edilir (Şekil 1.2), ve gerilme tansörünün zamana göre türevi, gerilme tansörü ile şekil değiştirme tansörünün zamana göre türevine bağlıdır. Yani, Kelvin-Voigt modelinin bünye denklemi

$$\dot{\sigma} + k\sigma = E\dot{\epsilon} \quad (1.2)$$

diferansiyel bağıntısı ile verilir. k zaman boyutunda bir sabittir. (1.2) denkleminde, $\epsilon(t)$ verildiğinde σ gerilmesini belirleyen bir diferansiyel denklem olarak bakılırsa,

$$\sigma(t) = ce^{-kt} + Ee^{-kt} \int \dot{\epsilon}(t)e^{kt} dt \quad (1.3)$$

olarak yazılabilir. (1.3)'de c integrasyon sabitidir. Fakat bu model deneylerde tespit edilen sünme olayını açıklamak ile birlikte, gevşeme olayını yani, şekil değiştirmenin sabit kalabilmesi için yüklemenin zamanla azaltılması gerekliliğini açıklayamamaktadır. Burada, bu iki olgunun farklı modellerin çıktısı olduğuna dikkat edilmelidir. Bu iki model viskoelastik malzemenin gerçek davranışını tam olarak ifade etmekte yetersiz kaldıkları için her iki modelin geliştirilmesi gerekmektedir.



Şekil 1.2 Kelvin-Voigt modeli.

Bu iki modele göre daha karmaşık olan ve viskoelastik malzemenin davranışını daha iyi ifade eden başka modellerde literatürde mevcuttur (Şuhubi (1994), Ersoy (2001), Sadowsk ve Borst (2008)). Eğer viskoelastik cismin bünye bağıntılarında, şekil değiştirme hızı tansörüne bağıllık lineer alınır, bu model çerçevesinde lineer viskoelastisite elde edilmiş olunur ve bu tür malzemeler lineer viskoelastik malzeme olarak adlandırılır. Bu durumda elde edilen model, şekil değiştirmenin zamanla çok yavaş değiştiği ortamları temsil eder. Tez kapsamında ele alınan viskoelastik malzeme, lineer viskoelastik malzeme olup bu malzemeye ait bünye bağıntıları deneysel çalışmalar sonucunda elde edilen verilerin formülasyonu sonucunda çıkarılmıştır. Buna göre lineer viskoelastik bir malzemenin Elastisite modülü ve Poisson katsayısı,

$$E_1 = E_{10} \left[1 - \omega_0 R_{\alpha}^* (-\omega_0 - \omega_{\infty}) \right]$$

$$\nu_1 = \nu_{10} \left[1 + \frac{1 - 2\nu_{10}}{2\nu_{10}} \omega_0 R_{\alpha}^* (-\omega_0 - \omega_{\infty}) \right] \quad (1.4)$$

ile verilir (Akbarov ve Rzayev (2001), Akbarov ve Yahnioglu (2001) ve diğerleri). Burada E_{10} ve ν_{10} sırasıyla anlık Young modülü ve anlık Poisson katsayısıdır. α , ω_0 ve ω_{∞} 'ler viskoelastik malzemenin reolojik parametreleri, R_{α}^* Rabotnov operatörüdür (Rabotnov (1977)). Bu operatör

$$R_{\alpha}^* \phi(t) = \int_0^t R_{\alpha}(\beta, t - \tau) \phi(\tau) dt \quad (1.5)$$

ve

$$R_{\alpha}(\beta, t) = t^{\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n t^{n(1+\alpha)}}{\Gamma((1+n)(1+\alpha))}, \quad -1 < \alpha \leq 0 \quad (1.6)$$

dir. (1.6)'da $\Gamma(x)$ Gamma fonksiyonudur (Akbarov ve Yahnioglu (2001), Akbarov, Yahnioglu ve Kutug (2001)).

1.2 Tez Konusuna Ait Mevcut Çalışmalar

Çok katlı kompozit malzemelerde karşılaşılan önemli ve güncel problemler arasında, kompozit malzemeyi oluşturan bileşenler/katmanlar arasında bulunan çatlaklar ve bu çatlaklar ile ilgili araştırmalardır. Belirtilen kusurlar esas yüklemeye esnasında, yapı elemanının mukavemetini önemli ölçüde etkilediği için yapı elemanında oluşabilecek olumsuz durumların önceden tespit edilmesi ve gerekli önlemlerin alınması mühendislik açısından önemli ve zaruri bir inceleme sahasını oluşturmaktadır.

Yapı elemanında mevcut olabilen çatlakların büyüklüğü eğer yapı elemanı boyutları mertebesinde ise makro çatlaklar, yapı elemanı boyutları mertebesinden daha küçük ise mikro çatlaklar olarak adlandırılır. Makro veya mikro çatlaklar, çok katlı kompozit malzemenin üretimi esnasında veya bu malzemedeki istenen yapı elemanı düzenlenirken çeşitli teknolojik uyumsuzluklar, katmanların birleştirmesindeki kusurlar ve benzeri nedenlerle kaçınılmaz olarak oluşabilmektedir. Dolayısıyla, belirtilen çatlakların yapı elemanı mukavemetine etkilerinin önceden belirlenmesi ve tasarımın bu verilere göre yapılması çok önemlidir. Çatlaklar ile ilgili çalışmalar pek çok mühendisliğin ilgi alanına girer ve bu çalışmaların bütünü Kırılma Mekaniği'ni oluşturmaktadır. Ele alınan Doktora Tezi kapsamında, dikdörtgen çatlak içeren lineer viskoelastik kompozit kalın plağın, çatlak doğrultusunda etkileyen statik dış basınç kuvveti etkisinde delaminasyon burkulması problemi ele alınacaktır.

Burkulma problemleri ilk olarak Kachanov (1976) tarafından incelenmiştir. Kachanov'un çalışmalarında delaminasyon problemi, yapı elemanında önceden var olduğu kabul edilen çatlak ile yapı elemanının serbest üst yüzeyi arasında kalan bölgenin, çatlak doğrultusunda etkileyen statik dış basınç kuvveti etkisiyle burkulması stabilite kaybı kriteri olarak ele alınmış ve bu problemlerden bazıları yaklaşık plak teorileri çerçevesinde incelenmiştir. Bu çalışmanın özeti Nilsson vd. (1993), Wang vd. (1995) ve Bolotin (1996) çalışmalarında verilmiştir.

Çatlak içeren yapı elemanındaki, çatlak doğrultusunda verilen dış basınç kuvvetinin etkisinin belirlenmesine yönelik problemlerin modellenmesi "klasik olmayan problemler-non-classical

problems” olarak isimlendirilir. Belirtilen problemlerin klasik elastisite teorisi çerçevesinde modellenmesi ve çözümü neticesinde herhangi bir etki alınmamaktadır. Yani, çatlak ucunda olduğu bilinen gerilme yoğunluğu veya malzemenin kırılmasına sebep olan kritik parametrelerin değerleri belirlenmemektedir. Çatlak içeren yapı elemanının kırılma ile ilgili kritik değerlerinin belirlenmesine yönelik problemler, Guz ve öğrencileri tarafından, yapı elemanının bir bütün olarak ele alınması durumunda elde edilen stabilite kaybı değerleri ile eşdeğer alınarak ele alınmıştır. Klasik olmayan problemlerin bu şekilde modelleme yapılarak çözümünden yapı elemanının kırılma ile ilgili değerlerinin belirlenmesi mümkün olmakla beraber yapıda oluşan gerilme yayılımı veya yapı elemanında önceden var olduğu kabul edilen çatlakın, ucunda oluşan gerilme yığılmasını belirlemek mümkün olamamaktadır. Kırılmanın mekanizması, klasik olmayan problemlerin detaylı açıklaması ve bazı örnek problemlere uygulanması Guz (2001), Babich vd. (2001), Guz vd. (2003) ve Guz vd. (2004) çalışmalarında ve bu çalışmaların kaynaklarında yer alan çalışmalarda verilmiştir.

Burkulma delaminasyon problemlerinin bir kısmı ise bazı araştırmacılar tarafından deneysel olarak ele alınmıştır. Bu çalışmalardan bazıları Evans ve Hutchinson (1995), Gioia ve Ortiz (1997), Hutchinson vd. (1992), Thouless vd. (1994) ve Moon vd. (2002) şeklinde verilebilir. Bu çalışmalarda, uygulanan dış basınç kuvveti etkisinde ince tabaka ile örtülü (film şerit) yapı elemanları için kaplamada (örtün tabakada) meydana gelen burkulma olayları, burkulmanın oluşma mekanizmaları ve burkulma mod şekilleri yapılan gözlem ve deneylere dayanılarak açıklanmaya çalışılmıştır. Söz konusu yazarların yukarıda verilen çalışmalarında (örneğin, Hutchinson vd. (2000)) ince tabaka ile örtülü yapı elemanlarında kaplamada meydana gelen burkulma olayının gelişimi, kaplama ile alt (örtülmüş) tabaka arayüzündeki “arayüz kırılma enerjisi” ile açıklanmaktadır. Bu model çerçevesinde, kaplamalardaki delaminasyon burkulma olayına, ortamdaki sıcaklık değişiminin etkilerinin, yapı elemanında önceden var olduğu kabul edilen çatlakın büyüklüğünün, çatlakın konumunun (kenar çatlak veya iç çatlak) ve kaplamanın kalınlığının etkileri ayrıntılı olarak incelenmiş ve yaklaşık matematiksel modeller verilmiştir. Bu çalışmalara benzer bir çalışma Crosby ve Bradley (1999) tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada, üzeri ince film tabakası ile örtülü rijid bir yüzeyde uygulanan dış basınç kuvveti etkisiyle ince film şeritte gerçekleşen delaminasyon burkulması olayı incelenmiştir.

Yapı elemanında önceden var olduğu kabul edilen çatlak ile yapı elemanının serbest yüzeyi arasında kalan kısmın kalınlığının çatlak boyutunda veya daha büyük olması durumlarında yukarıda verilen araştırmaların sonuçları uygulanamaz. Belirtmek gerekir ki, çatlakın

geometrik boyutları delaminasyon burkulma olayını etkileyen en önemli parametrelerden birisidir. Hwang ve Mao (1999), Short vd. (2001), Arman vd. (2006) çalışmalarında, çatlak ile serbest yüzey arasında kalan kısmın geometrik boyutlarının delaminasyon kuvvetine etkileri incelenmiştir.

Yukarıda verilen çalışmaların tamamında ele alınan delaminasyon burkulma problemlerinin incelenmesinde kesin teori çerçevesinde modellemeler yapılmamış yaklaşık matematiksel modeller verilmiştir. Birçok mühendislik problemi için kompozit malzemelerden yapılmış yapı elemanlarının stabilite problemlerinin incelenmesi Lineerize Edilmiş Üç Boyutlu Stabilite Teorisi (LEÜBST) denklemleri yardımıyla incelenmiştir. LEÜBST denklemlerinin Nonlinear Elastisite Teorisinin kesin denklemlerinin lineerize edilmesi yolu ile belirlenmesi Biot (1934, 1939) tarafından yapılmıştır. Bu çalışmalarda stabilite kaybı öncesi şekil değiştirmelerin küçük olması durumu ele alınmıştır. Bundan başka, Biot (1965), Guz (1972, 1999) ve diğerlerinin araştırmaları ile LEÜBST 'in geliştirilmesine çok önemli katkılar yapılmış ve bu teori çerçevesinde çok sayıda somut problemler incelenmiştir. Şekil değiştirebilen cisimler mekaniğine ait üç boyutlu nonlinear denklemlerine dayanan, örneğin Lineerize Edilmiş Üç Boyutlu Stabilite Teorisi (LEÜBST) gibi temel stabilite teorilerinin, çatlak içeren cisimlerde yerel burkulma problemleri için geliştirilmesi Guz ve öğrencileri tarafından yapılmıştır. (Guz (1999), Guz ve Nazarenko (1985b)). Guz ve Nazarenko (1989b) ve Bogdanov vd. (2009) çalışmalarında ise bu çalışmaların daha kapsamlı özeti verilmiştir. Bu teori çerçevesinde ele alınan diğer çalışmalar ise Guz ve Degret (2008,2009b), Degret (2008a,b) olarak verilebilir. Yukarıda verilen bütün çalışmalarda ele alınan problemlerde, yapı elemanının malzemesi zamandan bağımsız olarak seçilmiştir. Delaminasyon burkulma problemlerinin, mekanik özellikleri zamana bağlı yani, viskoelastik malzemedeki yapılmış yapı elemanlarına uygulanabilmesi LEÜBST'in mekanik özellikleri zamana bağlı malzemeler için geliştirilmesi ile mümkün olmuştur. Viskoelastik malzemedeki yapılmış yapı elemanlarının delaminasyon burkulma problemleri Akbarov ve öğrencilerine kadar ele alınamamıştır Akbarov vd. (1997). Bu alanda bazı çalışmalar, Akbarov ve Tekercioglu (2007), (Akbarov (1994, 1998, 2007), Akbarov ve Yahnioglu (1999, 2001) ve diğerleri) şeklinde verilebilir. Verilen bu çalışmalarda, ele alınan delaminasyon burkulma veya stabilite kaybı problemleri LEÜBST çerçevesinde incelenmiş ve yapı elemanının kırılmasına ait kritik parametrelerin (elastik durumda kritik delaminasyon burkulma kuvveti veya viskoelastik durumda sabit dış kuvvet etkisinde kritik zaman) belirlenmesinde stabilite kaybı kriteri olarak "başlangıç eğinti kriteri" kullanılmıştır (Hoff, 1954). Akbarov ve Yahnioglu (1999), Akbarov, Yahnioglu ve Kutug (2001), Akbarov, Selim ve Demiriz (2004), Kutug (2009),

Kutug, Yahnioglu ve Akbarov (2003), Yahnioglu (2000), Yahnioglu ve Akbarov (2002) ve Yahnioglu ve Kutug (2000) çalışmalarında, iki veya üç boyutlu delaminasyon burkulması veya stabilite kaybı problemleri yine LEÜBST çerçevesinde ele alınmıştır. Akbarov ve Rzayev (2002b,c, 2003) çalışmaları da yine LEÜBST'in başarılı bir şekilde uygulandığı diğer çalışmalardır. Yukarıda verilen bütün çalışmaların detaylı özeti ise Akbarov (2007) kaynağında verilmiştir. Verilen bu çalışmalarda çatlak içeren şerit-plak ve dairesel çatlak içeren dairesel plaklar için yapı elemanı malzemesinin hem elastik hem de viskoelastik olması durumlarında delaminasyon burkulma problemleri LEÜBST çerçevesinde ele alınıp incelenmiş ayrıca çeşitli malzeme ve geometrik parametrelerin ele alınan yapı elemanının kırılma ile ilgili kritik değerlerine etkisi araştırılmıştır.

Dikdörtgen plaklar için delaminasyon burkulma problemlerinin LEÜBST çerçevesinde modellenerek incelenmesi ve örnek problemlere uygulanması Akbarov, Yahnioglu ve Karatas (2009, 2010a,b,c) çalışmalarında verilmiştir. Bu çalışmalarda yapısında dikdörtgen çatlak bulunan viskoelastik dikdörtgen kompozit kalın plağın delaminasyon burkulması problemleri, LEÜBST çerçevesinde modellenmiş ve örnek problemlere uygulanmıştır. Bu problemlerin Sandwich kalın plaklar için ele alınıp yine LEÜBST çerçevesinde modellenmesine ait çalışmalar Akbarov, Yahnioglu ve Tekin (2010a,b) çalışmalarında verilmiştir.

1.3 Konunun Gerekliği ve Güncelliği

Malzeme üretiminde yeni teknolojilerin veya üstün özelliklere sahip yeni malzemelerin kullanılması pek çok avantaj sağlasa da bu yeniliklerin kendi içerisinde yeni sorunları içerdiği unutulmamalıdır. Bu anlamda üretimde veya montajda ortaya çıkabilecek pek çok nedenlerden dolayı (örneğin teknolojik uyumsuz gibi) malzemelerdeki veya yapı elemanlarındaki çeşitli kusurların (çatlak, yarık vb.) oluşumunun engellenmesi mümkün olamamaktadır.

Mühendislik uygulamalarının birçoğunda yukarıda verilen sebeplerden dolayı delaminasyon, kırılma vb. gibi istenmeyen olaylar ile sık sık karşılaşmaktadır (Erdoğan 2000). Ele alınan Tez kapsamında, günümüz teknolojisinde kullanım alanı çok geniş olan çok katlı kompozit malzemelerin kullanımında karşılaşılan ve ciddi anlamda bir problem yaratan delaminasyon burkulma olayı araştırılacaktır. Belirtilen problemler, mühendislik açısından güncel problemler olup, belirtilen problemlerin çözümü hem teorik hem de uygulama açısından önemlidir.

Literatürdeki mevcut çalışmaların çoğu iki boyutlu problemler ile sınırlı olup, bu çalışmaların büyük bir kısmında yapı elemanının malzemesi elastik seçilmiş ve kesin teori çerçevesinde modellemeler yapılmayıp, yaklaşık plak teorileri kullanılmıştır. Mühendislik problemleri sadece çok özel durumlar söz konusu olduğunda (düzlem gerilme, düzlem şekil değiştirme) iki boyutlu problemler olarak modellenebilir. Bu sebepten dolayı ele alınan problemlerin çözümlerinden elde edilecek sayısal sonuçlar, ancak kısıtlı alanlardaki sorulara cevap verebilir. İki boyutlu çözümlerin yeterli olmadığı durumlarda yani, düzlem gerilme veya düzlem şekil değiştirme durumlarının sağlanamadığı sınırsız sayıdaki mühendislik probleminde gerçeğe daha yakın sonuçların elde edilebilmesi için kesin teoriler çerçevesinde üç boyutlu problem modellemesi ve çözümü yapılması gerekmektedir. Tez kapsamında ele alınan çalışma, literatürde bu anlamda incelenen çalışmalara kıyas ile problemlerin hem kesin teori çerçevesinde üç boyutlu olarak modellenmesi hem de yapı elemanı malzemesinin elastik ve viskoelastik alınması sebebi ile önemli üstünlüklere sahiptir.

Ele alınan Tez kapsamında, incelenen delaminasyon burkulma problemleri üç boyutlu olarak modellenecek ve çözümü sonlu elemanlar yöntemi yardımı ile sayısal olarak yapılacaktır. Çözüm için üç boyutlu sonlu eleman modellemesi uygulandığından bazı açılardan çözüm yönteminin (sonlu elemanlar yöntemi) geliştirilmesi gerekmektedir. Belirtmek gerekir ki, Tez kapsamında ele alınan problemlerin çözümü çerçevesinde gerekli olan bütün algoritma ve programlar tarafımızdan yapılmış olup, elde edilen sonuçların bu alanda bundan sonra yapılacak olan çalışmalar için önemli bir referans teşkil edebileceği öngörülmektedir.

1.4 Yapılan Araştırmanın Amaçları ve Kapsamı

Tezin amacı; lineer viskoelastik kompozit malzemelerden yapılmış dikdörtgen kalın plağın delaminasyon burkulma problemlerinin, LEÜBST çerçevesinde formülasyonu ve bazı örnek problemlerin araştırılmasına uygulanmasıdır.

Bu amaçla yapısında dikdörtgen kenar veya dikdörtgen iç çatlak bulunan lineer viskoelastik kompozit malzemeden yapılmış dikdörtgen kalın plağın, çatlak doğrultusunda uygulanan statik dış basınç kuvveti etkisinde delaminasyon burkulmasına sebep olan kritik parametreler (kritik delaminasyon burkulma kuvveti veya kritik zaman değeri) ve bu kritik parametrelere çeşitli malzeme ve geometrik parametrelerin etkisi araştırılacaktır. Ayrıca, incelemeler esnasında kompozit malzemenin viskozite özellikleri Rabotnov (1977) 'de verilen operatörler yardımıyla ele alınacak ve bu operatöre dahil olan normalize edilmiş reolojik parametrelerin kritik zaman değerlerine etkisi araştırılacaktır. LEÜBST çerçevesinde şimdiye kadar ele

alınan problemler şerit-plak veya dairesel plaklar için yapılmıştır. Bu problemlerin formülasyonu ve çözümünde iki boyutlu problem formülasyonu yeterli olmaktadır. Açıkta ki, iki boyutlu problem formülasyonu ile temsil edilebilecek problem sayısı çok kısıtlı ve bu modelleme çerçevesinde elde edilecek sayısal sonuçlar ancak özel durumlar (örneğin, düzlem şekil değiştirme veya düzlem gerilme durumları) için geçerlidir.

Dikdörtgen kalın plaklar için LEÜBST çerçevesinde kısıtlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Çünkü bu problemlerin incelenmesi üç boyutlu problem formülasyonunu ve çözüm tekniklerini gerektirmektedir. Bu problemlerin incelenmesi teknik ve mühendisliğin gerektirdiği daha gerçekçi yaklaşım ve çözümler elde edilmesi açısından gereklidir. Bu nedenle Tez kapsamında literatürdeki bu boşluğun doldurulması, LEÜBST 'nin bazı açılardan geliştirilmesi ve örnek problemlerde uygulanması öngörülmektedir.

Tez çerçevesinde ele alınan problemler, üç boyutlu anizotrop lineer viskoelastik cisim için lineer olmayan kesin alan denklemleri çerçevesinde modellenmiş bir sınır değer problemini temsil etmektedir. Ele alınan malzemenin bünye denklemleri zamana bağlı olduğundan problemin matematiksel modelinde yer alan yönetici denklem takımı yer değiştirmelere göre yazılmış 3 adet integro-diferansiyel denklemden oluşmaktadır. Laplace dönüşümü, sınır tipli pertürbasyon tekniği ve üç boyutlu sonlu elemanlar yöntemi yardımı ile verilen sınır koşulları çerçevesinde bu denklem takımının çözümü yapılacaktır. İlk olarak çözüm için aranan büyüklükler, ele alınan sınırdeğer problemi lineer olmadığı için çatlak yüzeylerinin başlangıçta sahip olduğu kabul edilen ön eğintinin derecesini ifade eden boyutsuz küçük parametreye göre seri formda temsil edilir. Bu ifadeler alan denklemlerinde ve sınır koşullarında kullanılır ve küçük parametrenin kuvvetlerine göre gruplaştırılırsa, küçük parametrenin her bir kuvvetine göre kapalı denklemler takımı yani, seri-sınırdeğer problemleri elde edilir. Elde edilen her bir seri-sınırdeğer problemi, küçük parametrenin kuvvetine göre; sıfırıncı, birinci vb. dereceden yaklaşım (sınırdeğer problemi) olarak adlandırılır. Belirtilen seri-sınırdeğer problemlerinden ancak, sıfırıncı ve birinci yaklaşıma ait sınırdeğer problemlerinin çözümünden, delaminasyon burkulmasına ait kritik parametre değerleri elde edilecektir. Ele alınan yaklaşımlar için ortaya çıkan sınırdeğer problemleri yer değiştirme esaslı sonlu elemanlar yöntemi yardımıyla sayısal olarak çözülecektir. Çözüm bölgesinin ayrıklaştırılmasında 8 nodlu standart dikdörtgen prizmatik sonlu elemanlar kullanılmıştır. Çatlak içeren viskoelastik kalın plağın delaminasyon burkulmasına sebep olan kritik parametre değerlerinin belirlenmesi için stabilite kaybı kriteri olarak Hoff (1954) tarafından verilen "başlangıç eğinti kriteri" kullanılacaktır. Bu kritere göre, ele alınan yapı

elemanlarında, başlangıçta ideal durumdan çok küçük sapmaların olduğu varsayılarak bu sapmaların dış basınç yükleri altında veya sabit dış yük için zamana bağlı olarak büyümesi ve sonsuza gitmesi durumu stabilite kaybı kriteri olarak kabul edilmektedir.

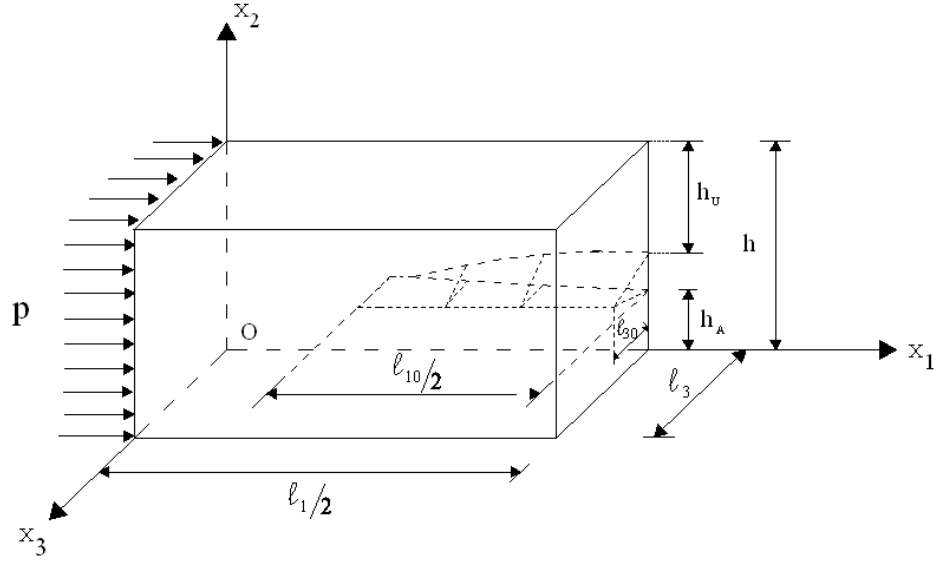
2. KENAR ÇATLAK İÇEREN VİSKOELASTİK KOMPOZİT KALIN PLAĞIN DELAMİNASYONU

Bu kısımda ele alınan problemde, $Ox_1 = 0; \ell_1$ ve $Ox_3 = \ell_3$ kenarlarından düşey doğrultuda yer değiştirme yapamayacak şekilde mesnetlenmiş ve yapısında dikdörtgen kenar çatlak içeren kompozit dikdörtgen plağın, $Ox_1 = 0; \ell_1$ düzlemlerine normal doğrultuda etkileyen düzgün yayılı dış basınç kuvveti etkisinde delaminasyon burkulması probleminin incelenmesi öngörülmektedir. Ele alınan plağın delaminasyon burkulma probleminin incelenmesinde, plağın içerdiği çatlak yüzeylerinin başlangıçta çok küçük eğriliğe sahip olduğu kabul edilmektedir. Bu eğriliklerin, ele alınan dış basınç kuvveti etkisinde büyüyerek sonsuza gitmesi, burkulma (stabilite kaybı) kriteri olarak seçilmiştir (Hoff, 1954). Bu kısımda incelenen problemlerde yapı elemanının malzemesi hem elastik (transversal izotrop ve/veya ortotrop) hem de viskoelastik olacak şekilde ele alınmış ve ayrı ayrı incelemiştir. Ancak, ele alınan problemlerin matematiksel modeli, genel olması bakımından, yapı elemanı malzemesinin viskoelastik olması durumu için verilmiştir. Buna göre aşağıda verilen matematiksel model, lineer viskoelastik cisim teorisinin üç boyutlu geometrik lineer olmayan alan denklemleri yardımıyla yapılmıştır. Sayısal incelemeler sonlu elemanlar yöntemi (FEM) kullanılarak yapılacaktır.

2.1 Problemin Matematiksel Modeli

Bu kısımda, viskoelastik malzemeden yapılmış, yapısında dikdörtgen kenar çatlak içeren dikdörtgen kalın plağın delaminasyon burkulma probleminin incelenmesine ait matematiksel model verilecektir.

Ele alınan problemin matematiksel modeli, yapı elemanı malzemesinin viskoelastik olması durumu için verilecektir. Aynı problemler yapı elemanı malzemesinin elastik olması durumunda da incelenmiş olup; yapı elemanı malzemesinin elastik olması durumunda ele alınan problemlerin matematiksel modeli, burada verilen matematiksel modelin özel durumu olarak kolayca elde edilebildiğinden, ayrıca verilmeyecektir.



Şekil 2.1 Ele alınan dikdörtgen kalın plak ve plağın bazı geometrik verileri.

Ele alınan problemin çözüm bölgesi (Şekil 2.1),

$$(\Omega - \Omega') \quad (2.1)$$

burada,

$$\begin{aligned} \Omega &= \{0 \leq x_1 \leq l_1, 0 \leq x_2 \leq h, 0 \leq x_3 \leq l_3\} \\ \Omega' &= \left\{ \frac{(l_1 - l_{10})}{2} < x_1 < \frac{(l_1 + l_{10})}{2}, x_2 = h_A \pm 0, 0 \leq x_3 \leq l_{30} \right\} \end{aligned} \quad (2.2)$$

dir. (2.2)'de $l_{10}(l_{30})$ yapıdaki kenar çatlakın Ox_1 (Ox_3) doğrultusundaki uzunluğunu göstermektedir. Çatlak yüzeylerinin önceden çok küçük "eğrilige" sahip olduğu ve bu eğrilğin $x_1 = l_1/2$ düzlemine göre simetrik olduğu kabul edilmektedir. Çatlak yüzeylerinin denklemi

$$x_2^\pm = h_A + \varepsilon f^\pm(x_1, x_3), \left(\frac{(l_1 - l_{10})}{2} < x_1 < \frac{(l_1 + l_{10})}{2}, 0 \leq x_3 \leq l_{30} \right) \quad (2.3)$$

olarak verilebilir. Burada ε ($\varepsilon \ll 1$), çatlak yüzeylerinin başlangıçta sahip olduğu kabul edilen eğrilğin derecesini gösteren boyutsuz küçük bir parametre ve $f(x_1, x_3)$ fonksiyonu ise bu eğrilğin formunu göstermektedir. (2.3)'deki $f(x_1, x_3)$ fonksiyonunun keyfi olmadığını belirtmek ile beraber aşağıdaki özellikleri sağladığı kabul edilmelidir.

$$f^{\pm}((\ell_1 - \ell_{10})/2, x_3) \Big|_{0 \leq x_3 \leq \ell_{30}} = f^{\pm}((\ell_1 + \ell_{10})/2, x_3) \Big|_{0 \leq x_3 \leq \ell_{30}} = 0$$

$$\frac{df^{\pm}((\ell_1 - \ell_{10})/2, x_3)}{dx_1} \Big|_{0 \leq x_3 \leq \ell_{30}} = \frac{df^{\pm}((\ell_1 + \ell_{10})/2, x_3)}{dx_1} \Big|_{0 \leq x_3 \leq \ell_{30}} = 0$$

$$f^{\pm}(x_1, \ell_{30}) \Big|_{(\ell_1 - \ell_{10})/2 < x_1 < (\ell_1 + \ell_{10})/2} = 0$$

$$\frac{df^{\pm}(x_1, \ell_{30})}{dx_3} \Big|_{(\ell_1 - \ell_{10})/2 < x_1 < (\ell_1 + \ell_{10})/2} = 0 \quad (2.4)$$

Plak ve çatlak geometrisi Şekil 2.1'de gösterilmektedir. Matematiksel modellemede geometrik nonlineer kesin alan denklemlerinden yararlanılacaktır. Belirtelim ki, bu alan denklemleri küçük şekil değiştirme durumlarında yani, gerilmelerin hesaplanmasında şekil değiştirmeden önceki ve şekil değiştirmeden sonraki alan ve hacim farklarının ihmal edilebilecek kadar küçük olduğu durumlarda geçerli olmaktadır. Buna göre geometrik nonlineer durumda bu bölgede sağlanan alan denklemleri, viskoelastik malzeme için bünye denklemleri ve şekil değiştirme-yer değiştirme ilişkileri sırası ile ,

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{jn} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) \right] = 0$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijrs}(0) \epsilon_{rs}(t) + \int_0^t C_{ijrs}(t - \tau) \epsilon_{rs}(\tau) d\tau$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_n}{\partial x_i} \frac{\partial u_n}{\partial x_j} \right), \quad i,j=1,2,3 \quad (2.5)$$

ve sınır koşulları

$$u_2 \Big|_{x_1=0; \ell_1} = u_2 \Big|_{x_3=\ell_3} = 0, \quad \left[\sigma_{1n} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) \right] n_1 \Big|_{x_1=0; \ell_1} = p$$

$$\left[\sigma_{jn} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) \right] n_j \Big|_{x_1=0; \ell_1} = 0 \quad j \neq 1 \text{ için}$$

$$\left[\sigma_{jn} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) \right] n_j \Big|_{x_3=0} = 0; \quad \left[\sigma_{jn} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) \right] n_j \Big|_{x_3=\ell_3} = 0 \quad j \neq 2 \text{ için} \quad (2.6)$$

$$\left[\sigma_{jn} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) \right] n_j^\pm \Big|_{\substack{x_2^\pm = h_A + \varepsilon f^\pm(x_1, x_3) \\ (\ell_1 - \ell_{10})/2 < x_1 < (\ell_1 + \ell_{10})/2 \\ 0 < x_3 < \ell_{30}}} = 0 \quad i, j, n = 1, 2, 3 \text{ için} \quad (2.7)$$

şeklinde verilebilir. Yukarıda verilen denklem veya bağıntılarda σ_{ij} gerilme tansörü bileşenlerini; ε_{ij} şekil değiştirme tansörü bileşenlerini; u_i 'ler ($i, j = 1, 2, 3$) yer değiştirme vektörü bileşenlerini ve n_j^\pm çatlak yüzeylerine ait birim normal vektörün bileşenlerini göstermektedir. Ayrıca, t ve τ zamanı göstermektedir. $C_{ijrs(0)}$ anizotrop ortamlar için mekanik sabitlerin başlangıçtaki yani, $t=0$ anındaki değerlerini, $C_{ijrs}(t)$ fonksiyonları ise, viskoelastik anizotrop ortamların "gevşeme-relaxation" lerini temsil eden integral operatörün çekirdeğini göstermektedir. Yukarıda verilenler çerçevesinde çözümü öngörülen problem; sabit dış basınç kuvveti etkisinde, ele alınan dikdörtgen kalın plaktaki ön eğriliğin (başlangıç sapmasının) zamana göre değişiminin (2.3)-(2.7) formülasyonu çerçevesinde incelemesi, olarak verilebilir. Bu durumda, sabit dış basınç kuvveti için plaktaki söz konusu ön eğriliğin, zaman parametresi arttıkça büyüyerek sonsuza yaklaşması kalın plağın stabilite kaybı olarak kabul edilir ve bu duruma karşı gelen zaman değeri "kritik zaman" olarak belirlenir (Hoff, 1954). (2.3) denklemi kullanılarak, n_j^\pm için:

$$n_1^\pm = \frac{\pm \varepsilon \frac{\partial f^\pm(x_1, x_3)}{\partial x_1}}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \left(\frac{\partial f^\pm(x_1, x_3)}{\partial x_1} \right)^2 + \varepsilon^2 \left(\frac{\partial f^\pm(x_1, x_3)}{\partial x_3} \right)^2}}$$

$$n_2^\pm = \frac{\pm 1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \left(\frac{\partial f^\pm(x_1, x_3)}{\partial x_1} \right)^2 + \varepsilon^2 \left(\frac{\partial f^\pm(x_1, x_3)}{\partial x_3} \right)^2}}$$

$$n_3^\pm = \frac{\pm \varepsilon \frac{\partial f^\pm(x_1, x_3)}{\partial x_3}}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \left(\frac{\partial f^\pm(x_1, x_3)}{\partial x_1} \right)^2 + \varepsilon^2 \left(\frac{\partial f^\pm(x_1, x_3)}{\partial x_3} \right)^2}} \quad (2.8)$$

elde edilir. $\varepsilon^2 \left[\left(\frac{\partial f^\pm(x_1, x_3)}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial f^\pm(x_1, x_3)}{\partial x_3} \right)^2 \right] \ll 1$ olduğu kabul edilirse, buna dayanılarak, (2.8)'deki denklemler ε cinsinden kuvvet serisi yardımı ile aşağıdaki gibi verilebilir.

$$n_1^\pm = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^{2k+1} n_{1k}^\pm(x_1, x_3), \quad n_2^\pm = \pm 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^{2k} n_{2k}^\pm(x_1, x_3)$$

$$n_3^\pm = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^{2k+1} n_{3k}^\pm(x_1, x_3) \quad (2.9)$$

(2.9)'daki $n_{1k}^\pm(x_1)$ ve $n_{2k}^\pm(x_1)$ katsayılarına ait ifadeler uzun olduğundan burada yer verilmemiştir. Akbarov (1998), Akbarov ve Guz (2000), Akbarov vd. (1997, 2001), Akbarov ve Yahnioglu (2001) ve Akbarov ve Rzayev (2001,2002b,c) çalışmalarında verildiği gibi aranan büyüklükler küçük parametre ε 'na göre seri formunda yazılabilir;

$$\{\sigma_{ij}; \varepsilon_{ij}; u_i\} = \sum_{q=0}^{\infty} \varepsilon^q \{\sigma_{ij}^{(q)}; \varepsilon_{ij}^{(q)}; u_i^{(q)}\} \quad (2.10)$$

(2.10) ifadeleri, (2.5) ve (2.6) da yerine yazılır, ayrıca (2.10)'daki büyüklükler $(x_1, h_A - 0, x_3)$ ve $(x_1, h_A + 0, x_3)$ civarında seriye açılır, bu seriler (2.9) ile birlikte (2.7) ifadesinde yerine konur (sınır pertürbasyonu) ve ε parametresinin kuvvetlerine göre gruplaştırılırsa, bu parametrenin kuvvetlerine göre kapalı denklemler sistemi ve sınır koşulları elde edilir. Elde edilen seri-sınırdeğer problemlerinin her biri kendisinden önce gelen sınırdeğer problemlerine ait büyüklükleri içermektedir. Kolay anlaşılır olması açısından, her bir sınırdeğer problemi elde edildiği ε 'nın derecesine göre isimlendirilecektir, örneğin, sıfıncı, birinci vb. sınırdeğer problemi (veya yaklaşım).

Kenar çatlak içeren viskoelastik dikdörtgen kalın plağın delaminasyon burkulması problemine ait sıfıncı yaklaşım için elde edilen sınırdeğer problemi nonlinear sınırdeğer problemidir.

Belirtelim ki, Tez'de ele alınacak incelemeler, nisbeten katı viskoelastik kompozit malzemelerden oluşan yapı elemanlarına uygulanacaktır. Bu durumlarda sıfırıncı yaklaşıma ait denklem ve sınır koşullarına dahil olan nonlinear terimler küçük olduğundan ihmal edilebilecektir. Yani sıfırıncı yaklaşıma ait nonlinear problemin lineer problem ile yer değiştirmesi prensip açısından bir önem taşımaz. Genelde stabilite problemlerinde adı geçen sıfırıncı yaklaşımdaki gerilme durumu, plak-kiriş, dikdörtgen plak, prizmatik çubuklar vb. gibi yapı elemanlarının kenarlarından düzgün yayılı normal basınç yükü altında oluşan gerilme durumuna karşı gelmektedir. Bu durumların belirlenmesinde yapı elemanlarının malzemesi nisbeten rijid olduğu hallerde geometrik lineer veya geometrik nonlinear denklemlerin uygulanması (bu yapı elemanında başlangıç sapmalar olmadığı hallerde) hemen hemen hiç bir sayısal fark göstermez. Bu nedenlerden dolayı nonlinear probleminin lineer problem ile yer değiştirmesi, sonuçların yeterliliği açısından hiç bir kuşku yaratmaz. Böylece sıfırıncı yaklaşımın elde edilmesinde, klasik lineer teorilerin uygulanabildiği hallerde $\partial u_i^{(0)}/\partial x_j \ll 1$ olduğundan birinci ve daha sonraki yaklaşımlara dahil olan $(\delta_i^n + \partial u_i^{(0)}/\partial x_n) \approx 1$ alınması mümkündür.

Belirtelim ki, her bir yaklaşımın denklem ve bağıntıları zaman parametresine bağlı olduğundan, çözüme geçmeden önce, zamana göre her bir yaklaşımdaki denklem ve ifadelerin

Laplace dönüşümü alınır. Yani, $s > 0$ parametresine göre, $\bar{\varphi}(s) = \int_0^{\infty} \varphi(t) e^{-st} dt$ Laplace

dönüşümü uygulanır. Bu dönüşüm ve Konvolüsyon teoremine göre her bir seri-sınırdeğer problemi, uygun büyüklüklerin Laplace dönüşümlerine göre düzenlenmiş denklem ve ifadelerine dönüşür. Ele alınan seri-sınırdeğer problemlerinden uygun büyüklüklerin Laplace dönüşümlerine göre düzenlenmiş sıfırıncı yaklaşımın LEÜBST çerçevesinde çözümü, birçok araştırmadan da görülebileceği üzere yüksek hassasiyetle,

$$\sigma_{11}^{(0)} = p \text{ ve } \sigma_{ij}^{(0)} = 0, \quad ij \neq 11 \quad (2.11)$$

olarak varsayılabilir (Akbarov, Sisman ve Yahnioglu, 1997). Bir çok sayısal araştırmadan da görüldüğü üzere, dış basınç kuvveti p 'nin değeri zamana göre sabit tutulduğunda, $\sigma_{ij}^{(0)}$ gerilmelerinin yüksek hassasiyetle zamandan bağımsız olduğu kabulüne imkan sağlamaktadır (Akbarov, Sisman ve Yahnioglu, 1997).

Birinci yaklaşıma ait denklem ve bağıntılar:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{ji}^{(1)} + \sigma_{jn}^{(0)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_n} \right] = 0, \quad \varepsilon_{ij}^{(1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{(1)}}{\partial x_i} \right) \quad (2.12)$$

$$u_2^{(1)} \Big|_{x_1=0;\ell_1} = 0, u_2^{(1)} \Big|_{x_3=\ell_3} = 0, \left[\sigma_{11}^{(1)} + \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial u_1^{(1)}}{\partial x_1} \right] \Big|_{x_1=0;\ell_1} = \left[\sigma_{13}^{(1)} + \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial u_1^{(1)}}{\partial x_1} \right] \Big|_{x_1=0;\ell_1} = 0$$

$$\sigma_{3i}^{(1)} \Big|_{x_3=0} = \sigma_{31}^{(1)} \Big|_{x_3=\ell_3} = \sigma_{33}^{(1)} \Big|_{x_3=\ell_3} = 0, \quad \sigma_{2i}^{(1)} \Big|_{x_2=0;h} = 0, \quad i=1,2,3 \quad (2.13)$$

$$\sigma_{2i}^{(1)} \Big|_{\substack{x_2^{\pm}=h_A \pm 0 \\ (\ell_1-\ell_{10})/2 < x_1 < (\ell_1+\ell_{10})/2 \\ 0 < x_3 < \ell_3}} = \pm \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial f^{\pm}}{\partial x_1} \delta_i^1, \quad i=1,2,3 \text{ için} \quad (2.14)$$

bulunur. (2.12)'de $\sigma_{jn}^{(0)}$ sıfırncı yaklaşıma ait gerilmeleri göstermektedir. Belirtelim ki (2.5)-(2.14)'de bilinen notasyonlar kullanılmıştır. Benzer şekilde ikinci ve sonraki yaklaşımlar elde edilebilir.

Ele alınan yapı elemanının malzemesi normalize edilmiş mekanik özellikli, homojen, simetri eksenleri Ox_1 , Ox_2 ve Ox_3 olan viskoelastik malzeme olarak seçilmiştir. Buna göre bünye denklemleri,

$$\sigma_{ii}^{(q)} = A_{ij} \varepsilon_{jj}^{(q)}, \quad i,j=1,2,3, \quad \sigma_{12}^{(q)} = 2A_{66} \varepsilon_{12}^{(q)}, \quad \sigma_{13}^{(q)} = 2A_{55} \varepsilon_{13}^{(q)}$$

$$\sigma_{23}^{(q)} = 2A_{44} \varepsilon_{23}^{(q)}, \quad q=0,1,2,\dots \quad (2.15)$$

olur. (3.15)'de verilen A_{11}, \dots, A_{66} malzeme sabitleri

$$A_{ij} \varphi(t) = A_{ij0} \varphi(t) + \int_0^t A_{ij1}(t-\tau) \varphi(\tau) d\tau, \quad ij=11;22;33;12;13;23;44;55;66 \quad (2.16)$$

şeklinde operatörlerdir.

Ele alınan delaminasyon burkulma probleminin incelenmesinde ve probleme ait kritik parametre değerlerinin belirlenmesinde, çatlak yüzeylerinin başlangıçta sahip olduğu kabul edilen küçük eğriliklerin, verilen dış basınç kuvveti etkisinde büyüyerek sonsuza gitmesi

kriterinden yararlanılacaktır. Kritik parametrelerin değerlerinin belirlenmesinde, yukarıda verilen seri-sınırdeğer problemlerinden sadece sıfırncı ve birinci yaklaşıma ait sınırdeğer problemlerinin çözümü yeterli olmuştur. Çünkü, her bir yaklaşım için bulunan alan denklemlerinin homojen kısmı birbiriyle aynen çakışmakta, sadece homojen olmayan kısımları (denklemin sağ tarafları) birbirinden farklılaşmaktadır. Aranacak kritik değer, denklem takımının katsayılar matrisini tekil yapan değer olarak belirlendiğinden, 2. ve sonraki yaklaşımlar kritik parametrelerin değerini değiştirmemektedir. 2. ve sonraki yaklaşımların göz önüne alınması, gerilme yayılımının hassaslaştırılmasında etkindir. Amacımız burkulmaya sebep olan kritik parametre değerlerinin belirlenmesi olduğundan hesaplamalar, sıfırncı ve birinci yaklaşım çerçevesinde sınırlandırılmıştır.

Sıfırncı yaklaşımın çözümü (2.11) ile verildiğine göre, (2-12)-(2.14) ile verilen birinci yaklaşımın çözümü yapılmalıdır. Birinci yaklaşımdaki her bir büyüklük de zaman parametresine bağlı olduğundan, birinci yaklaşıma ait bütün denklem ve bağıntılara, (2.34) ve konvolüsyon teoremi kullanılarak Laplace dönüşümü uygulanır. Birinci yaklaşıma ait denklem ve bağıntıların Laplace dönüşümleri, bu yaklaşımdaki denklem ve bağıntılarda $\sigma_{ij}^{(1)}$, $\epsilon_{ij}^{(1)}$, $u_i^{(1)}$ ve A_{ij} leri sırasıyla $\bar{\sigma}_{ij}^{(1)}$, $\bar{\epsilon}_{ij}^{(1)}$, $\bar{u}_i^{(1)}$ ve \bar{A}_{ij} , yani Laplace dönüşümleri ile değiştirilerek Laplace uzayındaki birinci yaklaşıma ait uygun denklem ifadeler elde edilebilir. Belirtelim ki, birinci yaklaşımın denklem ve bağıntılarına sıfırncı yaklaşıma ait büyüklükler dahil olmaktadır. Sıfırncı yaklaşıma ait büyüklüklerin zamana göre değişimi, Akbarov, Sisman and Yahnioglu (1997)'de gösterildiği gibi çok düşük olduğundan, birinci yaklaşımın Laplace dönüşümü konvolüsyon yardımıyla kolaylıkla bulunabilmektedir. Sonraki kısımda Laplace uzayında belirlenmiş birinci yaklaşımın çözümü ele alınacaktır.

2.2 Sonlu Eleman Formülasyonu

Ele alınan problemin birinci yaklaşımının Laplace uzayındaki formuna ait sonlu eleman formülasyonu,

$$\begin{aligned}
\Pi = & \frac{1}{2} \iiint_{\Omega-\Omega'} \left[\left(\bar{\sigma}_{11}^{(1)} + \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial \bar{u}_1^{(1)}}{\partial x_1} \right) \frac{\partial \bar{u}_1^{(1)}}{\partial x_1} + \left(\bar{\sigma}_{12}^{(1)} + \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial \bar{u}_2^{(1)}}{\partial x_1} \right) \frac{\partial \bar{u}_1^{(1)}}{\partial x_2} + \right. \\
& \bar{\sigma}_{21}^{(1)} \frac{\partial \bar{u}_2^{(1)}}{\partial x_1} + \bar{\sigma}_{22}^{(1)} \frac{\partial \bar{u}_2^{(1)}}{\partial x_2} + \left. \left(\bar{\sigma}_{13}^{(1)} + \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial \bar{u}_3^{(1)}}{\partial x_1} \right) \frac{\partial \bar{u}_1^{(1)}}{\partial x_3} \right. \\
& \left. + \bar{\sigma}_{31}^{(1)} \frac{\partial \bar{u}_3^{(1)}}{\partial x_1} + \bar{\sigma}_{32}^{(1)} \frac{\partial \bar{u}_3^{(1)}}{\partial x_2} + \bar{\sigma}_{23}^{(1)} \frac{\partial \bar{u}_2^{(1)}}{\partial x_3} + \bar{\sigma}_{33}^{(1)} \frac{\partial \bar{u}_3^{(1)}}{\partial x_3} \right] dx_1 dx_2 dx_3 - \\
& \int_0^{\ell_3(\ell_1+\ell_0)/2} \int_{(\ell_1-\ell_0)/2}^{\ell_3(\ell_1+\ell_0)/2} \frac{1}{s} \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial f^-}{\partial x_1} \bar{u}_1^{(1)} \Big|_{x_2=h_A-0} dx_1 dx_3 - \int_0^{\ell_3(\ell_1+\ell_0)/2} \int_{(\ell_1-\ell_0)/2}^{\ell_3(\ell_1+\ell_0)/2} \frac{1}{s} \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial f^+}{\partial x_1} \bar{u}_1^{(1)} \Big|_{x_2=h_A+0} dx_1 dx_3
\end{aligned} \quad (2.17)$$

fonksiyoneli ve Ritz tekniği yardımıyla yapılmıştır.

Sonlu eleman çözümü için, çözüm bölgesi sonlu adet alt bölgeye yani, sonlu elemana ($\Omega_{(k)}$, $k=1,2,\dots,M$) ayrıştırılır. Yani,

$$\Omega = \bigcup_{k=1}^M \Omega_k \quad (2.18)$$

dir. Sonlu eleman ayrıştırmasında sekiz düğüm noktalı dikdörtgen prizmatik sonlu elemanlar kullanılmıştır (Zienkiewicz ve Taylor, 1989). Çözüm için yer değiştirme esaslı sonlu elemanlar yöntemi kullanıldığından, her bir sonlu elemanda aranan yer değiştirme fonksiyonu polinom kabul edilir. Bu fonksiyonun, düğüm noktalarındaki yer değiştirme ve şekil fonksiyonları ile ifadesi;

$$\mathbf{u}^{(k)} \approx \mathbf{N}^{(k)} \mathbf{a}^{(k)}, \quad k=1,2,\dots,M \quad (2.19)$$

seçilir. (2.19)'da, $\mathbf{a}^{(k)}$, $\mathbf{N}^{(k)}$ ve $\mathbf{u}^{(k)}$ matrisleri

$$\left(\mathbf{a}^{(k)} \right)^T = \left\{ \bar{u}_{11}^{(k)}, \bar{u}_{21}^{(k)}, \bar{u}_{31}^{(k)}, \bar{u}_{12}^{(k)}, \bar{u}_{22}^{(k)}, \bar{u}_{32}^{(k)}, \dots, \bar{u}_{18}^{(k)}, \bar{u}_{28}^{(k)}, \bar{u}_{38}^{(k)} \right\}$$

$$\left(\mathbf{N}^{(k)} \right)^T = \begin{Bmatrix} N_1^{(k)} & 0 & 0 & N_2^{(k)} & 0 & 0 & \dots & N_8^{(k)} & 0 & 0 \\ 0 & N_1^{(k)} & 0 & 0 & N_2^{(k)} & 0 & \dots & 0 & N_8^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & N_1^{(k)} & 0 & 0 & N_2^{(k)} & \dots & 0 & 0 & N_8^{(k)} \end{Bmatrix}$$

$$\left(\bar{\mathbf{u}}^{(k)} \right)^T = \left\{ \bar{u}_1^{(k)}(x_1, x_2, x_3), \bar{u}_2^{(k)}(x_1, x_2, x_3), \bar{u}_3^{(k)}(x_1, x_2, x_3) \right\} \quad (2.20)$$

dir (Akbarov, Yahnioglu ve Kutug, 2001; Zienkiewicz ve Taylor, 1989). (2.20)'de (k) üst indisi uygun büyüklüklerin Ω_k elemanına ait olduğunu, $\mathbf{a}^{(k)}$ vektörünün bileşenleri ise Ω_k elemanın nodlarındaki aranan yer değiştirmeleri göstermektedir.

(2.19) ifadesi, (2.17) fonksiyoneliinde yerine yazılır ve gerekli işlemler yapılırsa;

$$\mathbf{K}\mathbf{a} = \mathbf{r} \quad (2.21)$$

cebirsal denklem sistemi elde edilir. Belirtelim ki, (2.21) denklemindeki \mathbf{K} katsayılar (Stiffness) matrisi ve \mathbf{r} sağ taraf matrisinin belirlenmesinde ortaya çıkan integral ifadelerin hesaplanmasında, 10 Gauss noktası yardımıyla Gauss karelemesi metodu kullanılmıştır.

(2.21) cebrik denklem sisteminin çözümünden düğüm noktalarındaki yer değiştirmeler bulunur. Buna göre, $Ox_1 = 0; \ell_1$ yüzeylerinde verilen düzgün yayılı normal dış basınç kuvveti etkisinde, çatlak yüzeylerindeki küçük eğintinin (veya yüzey noktalarının düşey yer değiştirmesinin) büyüyen “sonsuz” gitmesi durumuna karşı gelen kritik delaminasyon burkulma kuvvetinin değeri (elastik durumda) veya sabit dış basınçta kritik zaman parametresinin değeri (viskoelastik durumda), sıfırıncı ve birinci yaklaşımın birlikte ele alınmasından oluşan ardışık iterasyonlar sonucunda belirlenir (Akbarov, Yahnioglu ve Kutug, 2001). (3.21)'in çözülmesi ile aranan büyüklüklerin Laplace dönüşümlerinin değerleri bulunduktan sonra aynı büyüklüklerin ilkel (orijinal) değerlerinin belirlenmesi için ters Laplace dönüşümünün sayısal olarak belirlenmesinde Schapery (1966) yönteminden yararlanılır. Bu yöntem, aranan büyüklüklerin Laplace dönüşümlerinin, dönüşüm parametresi s 'nin bazı $s = s_n$ deki değerlerinden yararlanılarak ilkellerinin belirlenmesine dayanmaktadır. Örneğin, (Ox_2) doğrultusundaki yer değiştirme $u_2^{(1)}$ 'nin, $\{x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0\}$ noktasındaki değerinin zamana bağlı olarak değişiminin belirlenmesi istensin. Bu amaçla ilk önce $\bar{u}_2^{(1)}(0,0,0,s)$ 'nın $s = s_n$ ($n = 1,2,\dots,N$) 'lerdeki değeri sonlu elemanlar yöntemi yardımıyla

elde edilerek, $\bar{s}u_2^{(1)}(0,0,0,s)$ ile $\log s$ arasındaki bağıntının grafiği çizilir. Eğer bu grafik Schapery (1966) anlamında küçükse, $u_2^{(1)}(0,0,0,t)$ değerleri

$$u_i^{(1)}(x_1, x_2, x_3, t) \approx \bar{s}u_i^{(1)}(x_1, x_2, x_3, s) \Big|_{s=1/(2t)} \quad (2.22)$$

formülünden elde edilir. Eğer bu koşul sağlanmaz ise (2.22) ifadesi geçersiz olur ve bu durumda daha farklı bir yol izlenir (Akbarov ve Guz, 2000). Tez kapsamında, yukarıda verilen ilişki sağlandığından ters Laplace dönüşümünün belirlenmesinde (2.22) bağıntısının kullanılması yeterli olmuştur.

Belirtelim ki, ele alınan problemin sayısal çözümünün gerektirdiği bütün algoritma ve programlar tarafımızca yapılmıştır.

2.3 Sayısal Çözüm

Ele alınan dikdörtgen kenar çatlak içeren dikdörtgen kalın plağın malzemesi elastik ve/veya viskoelastik olmak üzere iki ayrı problemin sayısal sonuçları bu kısımda ayrı ayrı incelenecektir.

2.3.1 Kenar Çatlak İçeren Ortotrop Dikdörtgen Plağın Delaminasyon Burkulması

Bu durumda ele alınan dikdörtgen kalın plağın malzemesi simetri eksenleri sırasıyla, Ox_1, Ox_2 ve Ox_3 olan ortotrop malzeme olarak seçilmiştir. Bu malzemeye ait bünye denklemleri

$$\varepsilon_{11}^{(q)} = \frac{1}{E_1} \sigma_{11}^{(q)} - \frac{v_{12}}{E_2} \sigma_{22}^{(q)} - \frac{v_{13}}{E_3} \sigma_{33}^{(q)}$$

$$\varepsilon_{22}^{(q)} = -\frac{v_{21}}{E_1} \sigma_{11}^{(q)} + \frac{1}{E_2} \sigma_{22}^{(q)} - \frac{v_{23}}{E_3} \sigma_{33}^{(q)}$$

$$\varepsilon_{33}^{(q)} = -\frac{v_{31}}{E_1} \sigma_{11}^{(q)} - \frac{v_{32}}{E_2} \sigma_{22}^{(q)} + \frac{1}{E_3} \sigma_{33}^{(q)}$$

$$\varepsilon_{12}^{(q)} = \frac{1}{2G_{12}} \sigma_{12}^{(q)}, \quad \varepsilon_{13}^{(q)} = \frac{1}{2G_{13}} \sigma_{13}^{(q)}, \quad \varepsilon_{23}^{(q)} = \frac{1}{2G_{23}} \sigma_{23}^{(q)} \quad q=0,1,2,\dots$$

$$\frac{v_{12}}{E_2} = \frac{v_{21}}{E_1}, \quad \frac{v_{13}}{E_3} = \frac{v_{31}}{E_1}, \quad \frac{v_{23}}{E_3} = \frac{v_{32}}{E_2} \quad (2.23)$$

olarak alınır. (2.23)'de üst indis (q) yaklaşımın numarasını, E_1 , E_2 ve E_3 sırasıyla Ox_1 , Ox_2 ve Ox_3 doğrultularındaki elastisite modüllerini, v_{12} , v_{13} ve v_{23} , sırasıyla Ox_1x_2 , Ox_1x_3 ve Ox_2x_3 düzlemlerindeki Poisson oranlarını ve G_{12} , G_{13} ve G_{23} , sırasıyla Ox_1x_2 , Ox_1x_3 ve Ox_2x_3 düzlemlerindeki kayma modüllerini göstermektedir. Belirtelim ki, bu kısımda verilen sayısal hesaplamalarda $h/\ell_1 = 0.15$, $\ell_3/\ell_1 = \gamma_{31} = 1$ ve $v_{12} = v_{13} = v_{23} = 0.3$ olarak alınmıştır. Diğer parametre değerleri çizelgeler üzerinde gösterilmiştir. Ayrıca (2.3)'de verilen ve çatlak yüzeylerinin başlangıçtaki ön eğintisini ifade eden fonksiyon, iki farklı ifade olarak ele alınmıştır. Bunlardan birincisi aynı faz durumu yani, çatlak yüzeylerinin aynı yönde çok küçük ön eğriliğe sahip olması (Şekil 2.2.a); ikincisi ise zıt faz durumu yani, çatlak yüzeylerinin birbirine göre zıt yönde çok küçük ön eğriliğe sahip olması (Şekil 2.2.b) durumudur. Her iki duruma karşı gelen fonksiyon aşağıda ayrı ayrı verilmiştir:

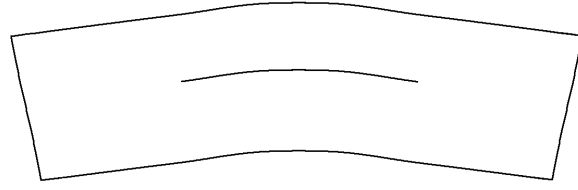
aynı faz durumu,

$$f^+(x_1, x_3) = f^-(x_1, x_3) = h_A + A \sin^2\left(\frac{\pi}{\ell_{10}}\left(x_1 - \frac{\ell_1 - \ell_{10}}{2}\right)\right) \sin^2\left(\frac{\pi}{2\ell_{30}}(x_3 - (\ell_3 - \ell_{30}))\right) \quad (2.24)$$

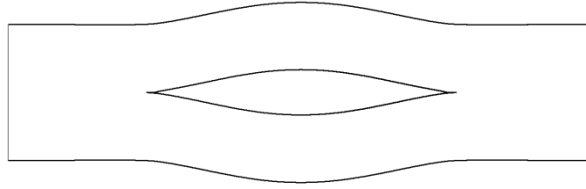
zıt faz durumu,

$$f^\pm(x_1, x_3) = h_A \pm A \sin^2\left(\frac{\pi}{\ell_{10}}\left(x_1 - \frac{\ell_1 - \ell_{10}}{2}\right)\right) \sin^2\left(\frac{\pi}{2\ell_{30}}(x_3 - (\ell_3 - \ell_{30}))\right) \quad (2.25)$$

şeklinde seçilmiştir. Belirtelim ki Şekil 2.2'de verilen grafikler, (2.24) ve (2.25) kullanılarak (2.21) denkleminin çözümünden, $x_3 = \ell_3$ düzlemindeki noktaların düşey yer değiştirmelerinin değerleri yardımıyla çizilmiştir.



(a)



(b)

Şekil 2.2 Çatlak yüzeylerindeki ön eğintinin formu; a) aynı faz durumu, b) zıt faz durumu.

Problemin $x_1 = \ell_1/2$ 'ye göre simetri özelliğinden yararlanılarak, çözüm bölgesi Ox_1 doğrultusunda 20, Ox_2 doğrultusunda 12, Ox_3 doğrultusunda 20 dikdörtgen prizmatik sonlu eleman olacak şekilde toplam, 4800 dikdörtgen prizmatik sonlu elemana ayrıştırılmıştır. Ele alınan durumda, sonlu eleman modellemesi 5833 düğüm noktası (nod) ve 16.683 serbestlik derecesi (NDOF) içermektedir. Belirtelim ki, çözüm bölgesinin sonlu eleman ayrıştırması, pek çok sonlu eleman ağı için bulunan çözümlerden literatürdeki uygun değerlere en iyi yaklaşımı sağlayan çözüm için kullanılan sonlu eleman ağı olarak seçilmiştir. Ayrıca, çatlak ucu civarında singüler sonlu elemanların kullanılması, kritik parametrelerin değerini değiştirmedikinden (Akbarov, Yahnioglu ve Rzayev, 2007), ele alınan problemlerin sonlu eleman ayrıştırmasında singüler sonlu elemanlar kullanılmamıştır.

Aşağıda verilen çizelgelerde seçilen parametre değerleri için ele alınan ortotrop dikdörtgen kalın plağın delaminasyon burkulmasına sebep olan $p_{cr.}/E_1$ (kritik delaminasyon burkulma kuvveti)'nin değerleri verilmiştir.

Çizelge 2.1'de ortotrop malzemenin birbirlerine dik üç ayrı düzlemdeki kayma modülleri değişiminin, zıt faz/aynı faz (pay/payda) durumlarında dikdörtgen plağın kritik delaminasyon burkulması değerine etkisi, $E_2/E_1 = 0.5$, $E_3/E_1 = 0.3$, $\ell_{30}/\ell_1 = 0.5$ ve $\ell_{10}/\ell_1 = 0.5$ için verilmektedir. Çizelgedeki verilerden kayma modüllerinden G_{12}/E_1 değişiminin $p_{cr.}/E_1$

değerine etkisi, diğer iki kayma modülü (G_{13}/E_1 ve G_{23}/E_1) değişimine göre daha fazla olduğu görülmektedir. Ayrıca her bir kayma modülü değerinin azalması, $p_{cr.}/E_1$ değerini düşürmektedir.

Çizelge 2.1 Farklı kayma modülü (G_{ij}/E_1) için zıt faz/aynı faz (pay/payda) durumunda $p_{cr.}/E_1$ değerleri ($E_2/E_1 = 0.5$, $E_3/E_1 = 0.3$, $l_{30}/l_1 = 0.5$, $l_{10}/l_1 = 0.5$)

G_{12}/E_1	G_{13}/E_1	G_{23}/E_1		
		0.10	0.05	0.01
0.10	0.10	<u>0.0367</u> 0.0177	<u>0.0363</u> 0.0174	<u>0.0350</u> 0.0166
	0.05	<u>0.0352</u> 0.0166	<u>0.0348</u> 0.0164	<u>0.0338</u> 0.0160
	0.01	<u>0.0339</u> 0.0152	<u>0.0330</u> 0.0151	<u>0.0321</u> 0.0151
0.05	0.10	<u>0.0255</u> 0.0148	<u>0.0251</u> 0.0146	<u>0.0243</u> 0.0139
	0.05	<u>0.0245</u> 0.0139	<u>0.0233</u> 0.0138	<u>0.0236</u> 0.0135
	0.01	<u>0.0234</u> 0.0129	<u>0.0230</u> 0.0128	<u>0.0199</u> 0.0128

Çizelge 2.2’de, G_{12}/E_1 ile l_{10}/l_1 (Ox_1 doğrultusundaki dikdörtgen çatlak uzunluğu) değerlerinin değişiminin $p_{cr.}/E_1$ değerine etkisi, zıt faz/aynı faz (pay/payda) için $G_{13}/E_1 = 0.1$, $G_{23}/E_1 = 0.1$, $E_2/E_1 = 0.5$, $E_3/E_1 = 0.3$ ve $l_{30}/l_1 = 0.5$ durumunda verilmiştir. Çizelgedeki değerlerden G_{12}/E_1 kayma modülü değeri azalırken $p_{cr.}/E_1$ değerleri azalmakta, Ox_1 doğrultusundaki dikdörtgen çatlak uzunluğu (l_{10}/l_1) küçülürken, $p_{cr.}/E_1$ değerleri önemli ölçüde artmaktadır. Belirtilen etkiler, zıt faz ve aynı faz ön eğrilik modlarının her ikisi için de geçerlidir. Çizelge 2.2’nin en alt satırında, dikdörtgen plağın malzemesinin izotrop olması durumuna karşı gelen kritik delaminasyon burkulma değerleri de verilmiştir. Bu değerlerle kıyaslandığında plak malzemesinin izotrop olması durumunda elde edilen $p_{cr.}/E_1$ değerlerinin, plak malzemesinin ortotrop olması durumunda bulunan uygun $p_{cr.}/E_1$ değerlerinden daima büyük kaldığı görülmektedir.

Çizelge 2.2 Farklı G_{12}/E_1 ve ℓ_{10}/ℓ_1 için zıt faz/aynı faz (pay/payda) durumunda $p_{cr.}/E_1$ değerleri ($G_{13}/E_1 = 0.1$, $G_{23}/E_1 = 0.1$, $E_2/E_1 = 0.5$, $E_3/E_1 = 0.3$, $\ell_{30}/\ell_1 = 0.5$)

G_{12}/E_1	ℓ_{10}/ℓ_1				
	0.6	0.50	0.40	0.30	0.20
0.10	<u>0.0308</u>	<u>0.0367</u>	<u>0.0447</u>	<u>0.0553</u>	<u>0.0695</u>
	0.0172	0.0177	0.0180	0.0181	0.0181
0.07	<u>0.0263</u>	<u>0.0307</u>	<u>0.0364</u>	<u>0.0437</u>	<u>0.0529</u>
	0.0159	0.0163	0.0165	0.0166	0.0167
0.05	<u>0.0222</u>	<u>0.0255</u>	<u>0.0295</u>	<u>0.0343</u>	<u>0.0402</u>
	0.0144	0.0148	0.0150	0.0151	0.0151
izotrop malzeme	<u>0.0479</u>	<u>0.0584</u>	<u>0.0751</u>	<u>0.1025</u>	<u>0.1503</u>
	0.0229	0.0236	0.0240	0.0242	0.0242

Çizelge 2.3'de, G_{12}/E_1 ve ℓ_{30}/ℓ_1 (Ox_3 doğrultusundaki dikdörtgen çatlak uzunluğu) değerleri değişiminin $p_{cr.}/E_1$ değerine etkisi, zıt faz/aynı faz (pay/payda) için $G_{13}/E_1 = 0.1$, $G_{23}/E_1 = 0.1$, $E_2/E_1 = 0.5$, $E_3/E_1 = 0.3$ ve $\ell_{10}/\ell_1 = 0.5$ durumunda verilmiştir. Çizelge 2.2'de verilen Ox_1 doğrultusundaki çatlak uzunluğu değişiminin $p_{cr.}/E_1$ değerlerine etkisi ile Çizelge 2.3'de verilen Ox_3 doğrultusundaki çatlak uzunluğu değişiminin (ℓ_{30}/ℓ_1), $p_{cr.}/E_1$ değerlerine etkisi benzerdir. Bununla beraber, ℓ_{30}/ℓ_1 parametresi değerinin azalması, yani Ox_3 doğrultusundaki çatlak uzunluğunun azalması ve $\ell_{30} \leq k \cdot \ell_{10}$ ($k \in \mathbb{R}$) oluşması durumunda, zıt faz durumu için dikdörtgen plağın delaminasyon burkulma modu, çatlak yüzeylerine verilen ön eğinti formu ile uyum göstermemekte, farklı bir burkulma modu oluşmaktadır. Bu bağıntıdaki k değeri çatlak geometrisine bağlı bir büyüklüktür. Ele alınan problem için $k = 0.25$ elde edilmiştir (Akbarov, Yahnioglu ve Karatas, 2009). Bunun anlamı; çatlak yüzeylerine verilen zıt faz ön eğriliği için dış basınç doğrultusundaki çatlak uzunluğunun (ℓ_{10}/ℓ_1), buna dik doğrultudaki çatlak uzunluğundan (ℓ_{30}/ℓ_1), 4 kat veya daha büyük olması durumunda, dikdörtgen kenar çatlak içeren kalın plağın delaminasyon burkulma modunun, çatlak yüzeylerine verilen ön eğinti formu dışında farklı bir burkulma moduna sahip olmasıdır. Sayısal hesaplamalar sonucunda, çatlağın üst yüzeyinin içinde bulunduğu düzlemdeki noktaların bulunan düşey doğrultudaki yer değiştirmelerinin grafiği çizilerek, kritik delaminasyon burkulma kuvvetine yakın p/E_1 ($(p_{cr.}/E_1 - p/E_1) < 10^{-3}$) değerlerinde plağın burkulma modu Şekil 2.3' de verilmiştir. Belirtelim ki, Şekil 2.3'de koordinat eksenleri $O'x (= Ox_1)$ ve $O'z (= \ell_3 - Ox_3)$ ile gösterilmiştir. Şekil 2.3a'dan görüldüğü üzere, çatlak yüzeylerine ön eğriliğin formu aynı faz (denklem (2.24)) verildiğinde, plağın burkulma modu ön eğriliğin formuna benzer olarak gerçekleşmektedir. Ancak çatlak yüzeylerinin ön

eğriliğinin formu zıt faz (formül (2.25)) verildiğinde, çatlak kenar uzunluklarının oranına bağlı olarak; burkulma modu, $\ell_{30}/k.\ell_{10}$ ($k \in \mathbb{R}$) için çatlak yüzeylerinin ön eğrilik formuna benzer ancak, $\ell_{30} \leq k.\ell_{10}$ olması durumunda ise plağın burkulma modu, çatlak yüzeylerine verilen ön eğrilik formu ile kesinlikle uyum göstermemektedir (Şekil 2.2c). Belirtelim ki, Şekil 2.3 grafiklerinin elde edilmesinde, Şekil 3.3a için $\ell_{10}/\ell_1 = 0.6$, $\ell_{30}/\ell_1 = 0.5$ ve $h_A = h_u = h/2$; Şekil 3.3b için $\ell_{10}/\ell_1 = 0.5$, $\ell_{30}/\ell_1 = 0.7$ ve $h_A = h_u = h/2$ ve Şekil 2.3c için $\ell_{10}/\ell_1 = 0.85$, $\ell_{30}/\ell_1 = 0.2$ ve $h_A = h_u = h/2$ parametre değerleri kullanılmıştır.

Bu durum, verilen dış basınç yükü dikdörtgen plağın kritik burkulma yüküne yaklaştıkça, çatlak yüzeyindeki yer değiştirmelerin gelişimi ile elde edilmiştir. Çatlak ile kalın plağın üst serbest yüzeyi arasındaki bölgeye, karşılıklı iki kenarından elastik olarak mesnetlenmiş “dikdörtgen plak” olarak bakılırsa, diğer bir deyişle ele alınan problem, bu dikdörtgen plağın burkulması olarak alınabilir. Dikdörtgen plakların burkulma problemlerinde, plağın geometrik boyutlarına bağlı olarak benzer burkulma modları Volmir (1967) tarafından da deneysel olarak elde edilmiştir.

Çizelge 2.3 Farklı G_{12}/E_1 ve ℓ_{30}/ℓ_1 için zıt faz/aynı faz (pay/payda) durumunda $p_{cr.}/E_1$ değerleri ($G_{13}/E_1 = 0.1$, $G_{23}/E_1 = 0.1$, $E_2/E_1 = 0.5$, $E_3/E_1 = 0.3$, $\ell_{10}/\ell_1 = 0.5$)

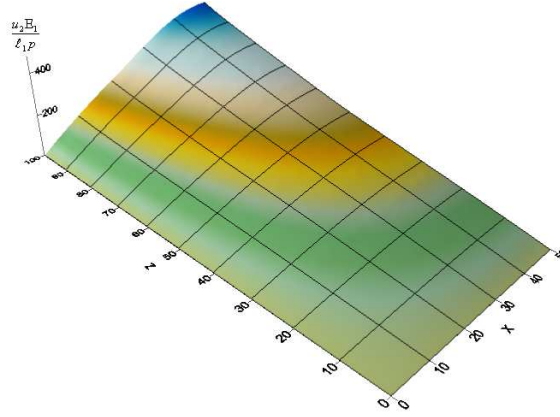
G_{12}/E_1	ℓ_{30}/ℓ_1				
	0.6	0.50	0.40	0.30	0.20
0.10	<u>0.0363</u>	<u>0.0367</u>	<u>0.0378</u>	<u>0.0410</u>	<u>0.0540</u>
	0.0177	0.0177	0.0178	0.0178	0.0179
0.07	<u>0.0303</u>	<u>0.0307</u>	<u>0.0318</u>	<u>0.0350</u>	<u>0.0473</u>
	0.0163	0.0163	0.0164	0.0164	0.0165
0.05	<u>0.0250</u>	<u>0.0255</u>	<u>0.0266</u>	<u>0.0297</u>	<u>0.0404</u>
	0.0147	0.0148	0.0148	0.0149	0.0149
izotrop malzeme	<u>0.0557</u>	<u>0.0584</u>	<u>0.0640</u>	<u>0.0777</u>	<u>0.1219</u>
	0.0234	0.0236	0.0237	0.0238	0.0239

Çizelge 2.4’de, G_{12}/E_1 ve h_U/ℓ_1 (çatlak ile dikdörtgen plağın serbest üst yüzeyi arasındaki mesafe) değerleri değişiminin $p_{cr.}/E_1$ değerine etkisi, zıt faz/aynı faz (pay/payda) için $G_{13}/E_1 = 0.1$, $G_{23}/E_1 = 0.1$, $E_2/E_1 = 0.5$, $E_3/E_1 = 0.3$, $\ell_{01}/\ell_1 = 0.5$ ve $\ell_{30}/\ell_1 = 0.5$ durumunda verilmiştir. Çizelgedeki verilerden h_U/ℓ_1 parametresinin değeri azaldıkça yani, çatlak kendisine paralel kalacak şekilde dikdörtgen plağın serbest üst yüzeyine yaklaştırılırsa, $p_{cr.}/E_1$ değerleri azalmaktadır. Bu etki hem zıt faz (çizelgedeki oranın payı) ve hem de aynı

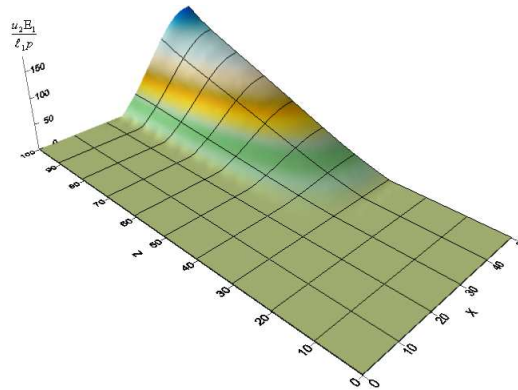
faz (çizelgedeki oranın paydası) burkulma modları için geçerlidir. G_{12}/E_1 parametresi değişiminin çizelgede verilen $p_{cr.}/E_1$ değerlere önceki çizelgelerde açıklandığı gibidir.

Çizelge 2.4 Farklı G_{12}/E_1 ve h_U/ℓ_1 için zıt faz/aynı faz (pay/payda) durumunda $p_{cr.}/E_1$ değerleri ($G_{13}/E_1 = 0.1$, $G_{23}/E_1 = 0.1$, $E_2/E_1 = 0.5$, $E_3/E_1 = 0.3$, $\ell_{10}/\ell_1 = 0.5$, $\ell_{30}/\ell_1 = 0.5$)

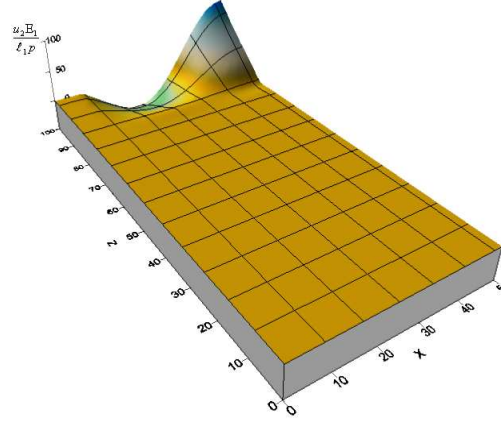
h_U/ℓ_1	G_{12}/E_1		
	0.1	0.07	0.05
0.0750	$\frac{0.0367}{0.0177}$	$\frac{0.0307}{0.0163}$	$\frac{0.0255}{0.0148}$
0.0500	$\frac{0.0271}{0.0175}$	$\frac{0.0236}{0.0161}$	$\frac{0.0204}{0.0145}$
0.0375	$\frac{0.0165}{0.0165}$	$\frac{0.0151}{0.0151}$	$\frac{0.0136}{0.0136}$



(a)



(b)



(c)

Şekil 2.3 Ön eğintinin a) aynı-faz, b) zıt faz ($\ell_{30} > \ell_{10}/4$) ve c) zıt faz ($\ell_{30} \leq \ell_{10}/4$) olması durumlarına ait delaminasyon burkulma modları.

2.3.2 Kenar Çatlak İçeren Viskoelastik Dikdörtgen Plağın Delaminasyon Burkulması

Bu kısımda, plak malzemesinin Ox_1x_3 düzlemine paralel olacak şekilde yerleştirilmiş birbirini tekrarlayan, çok sayıda iki izotrop, homojen levhadan oluşmuş çok katlı kompozit malzeme olduğu kabul edilmektedir. Kompozit malzemenin bileşenlerinden güçlendirici levhanın, mekanik sabitleri E_2 (Young Modülü) ve ν_2 (Poisson oranı) olan elastik bir malzemedir; diğer bileşen matris malzemesinin ise, lineer viskoelastik bir malzemedir kabul edilmektedir. Matris malzemenin mekanik sabitleri, Kısım 1'de verilen Rabotnov operatörleri ile temsil edilmektedir.

Bu kısımda öncelikle, ele alınan problemin özel bir durumuna ($\ell_{30} = \ell_3$ olması durumuna) ait sayısal sonuçlar yani, dikdörtgen plağın bant çatlak içermesi durumuna ait sayısal sonuçlar Çizelge (2.5)-(2.8)'de, $h_A = h_U = h/2$, $h/\ell_1 = 0.15$, $\ell_3/\ell_1 = \gamma_{31} = 1$, $\nu_{10} = \nu_2 = 0.3$, $\eta_{10} = \eta_2 = 0.5$ değerleri ve sadece çatlak yüzeylerindeki ön eğintinin zıt faz olması durumu için verilecektir. Diğer parametre değerleri çizelgeler üzerinde gösterilmiştir. Belirtelim ki, bu kısımda verilen E_{10} ve ν_{10} büyüklükleri lineer viskoelastik matris malzemesinin anlık Elastisite modülü ve anlık Poisson oranını göstermektedir (Kısım 1).

Sayısal hesaplamalarda boyutsuz reolojik parametre $\omega = \omega_\infty/\omega_0$ ve boyutsuz zaman $t' = \omega_0^{1/(1+\alpha)} t$ kullanılmıştır. Ele alınan parametre değerlerinde öncelikle $t' = 0$ ve $t' = \infty$ için

incelenmeler yapılmıştır. $t' = 0$ ($t' = \infty$) durumuna ait kritik dış basınç kuvveti $p_{cr.0}/E_{10}$ ($p_{cr.\infty}/E_{10}$) ile gösterilecektir.

Çizelge 2.5'de farklı $\gamma = \ell_3/\ell_1$ ve E_2/E_{10} için $p_{cr.0}/E_{10}$ değerleri $h/\ell_1 = 0.15$ ve $\ell_{10}/\ell_1 = 0.5$ durumu için verilmiştir. Çizelgedeki değerlerden görüldüğü üzere $\ell_3/\ell_1 = \gamma_{31}$ değeri arttıkça, yani dikdörtgen plağın Ox_3 doğrultusundaki uzunluğu (ℓ_3), Ox_1 doğrultusundaki uzunluğuna (ℓ_1) göre çok büyüdükçe, bulunan $p_{cr.0}/E_{10}$ değerleri bir asimtoda yaklaşmaktadır. Bu asimtod, düzlem şekil değiştirme durumundaki uygun problemin çözümünden elde edilen $p_{cr.0}/E_{10}$ değerleridir. Bu değerler Çizelge 2.5'in son satırında verilmiştir. Bunun dışında çizelgedeki değerlerden, ele alınan dikdörtgen plak malzemesinin anizotropi oranı yani, E_2/E_{10} oranı büyüdükçe $p_{cr.0}/E_{10}$ değerinin arttığı görülmektedir. Bu çizelgede verilen sayısal sonuçlar bilinen fiziksel ve mekaniksel görüşlerle uyum göstermektedir. Dolayısıyla sayısal sonuçların bulunmasında kullanılan ve tarafımızdan yapılan algoritma ve programlara güven teyit edilmektedir.

Çizelge 2.5 Farklı $\gamma_{31} = \ell_3/\ell_1$ ve E_2/E_{10} için $p_{cr.0}/E_{10}$ değerleri
($h/\ell_1 = 0.15$, $\ell_{10}/\ell_1 = 0.5$)

$\gamma_{31} = \ell_3/\ell_1$	E_2/E_{10}			
	1	5	10	50
1	0.0590	0.1497	0.2285	0.4984
1.5	0.0539	0.1365	0.2076	0.4479
2	0.0522	0.1321	0.2007	0.4314
3	0.0511	0.1291	0.1960	0.4200
4	0.0507	0.1280	0.1943	0.4160
5	0.0505	0.1275	0.1935	0.4142
6	0.0504	0.1273	0.1931	0.4132
∞	0.0489	0.1235	0.1904	0.3989

Çizelge 2.6'da farklı $\gamma_{31} = \ell_3/\ell_1$ ve ℓ_{10}/ℓ_1 için $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri $h/\ell_1 = 0.15$, $\omega=1$, $\alpha = -0.5$ ve $E_2/E_{10} = 50$ durumu için verilmiştir. Çizelgedeki değerlerden görüldüğü üzere, $\gamma_{31} = \ell_3/\ell_1$ değeri arttıkça, farklı çatlak uzunluklarında bulunan $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri bir asimtoda yaklaşmaktadır ve Ox_1 doğrultusundaki çatlak uzunluğunun (ℓ_{10}) küçülmesi $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerlerini büyütmektedir. Belirtelim ki elde edilen bu sayısal sonuçlar zıt faz durumu için hesaplanmıştır.

Çizelge 2.6 Farklı $\gamma_{31} = l_3/l_1$ ve l_{10}/l_1 için $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri
($h/l_1 = 0.15$, $\omega=1$, $\alpha = -0.5$, $E_2/E_{10} = 50$)

$\gamma_{31} = l_3/l_1$	l_{10}/l_1		
	0.5	0.4	0.3
1	<u>0.4984</u>	<u>0.5381</u>	<u>0.5874</u>
	0.2935	0.3031	0.3152
1.5	<u>0.4479</u>	<u>0.5013</u>	<u>0.5632</u>
	0.2626	0.2816	0.3020
2	<u>0.4314</u>	<u>0.4890</u>	<u>0.5550</u>
	0.2524	0.2744	0.2975
3	<u>0.4200</u>	<u>0.4804</u>	<u>0.5492</u>
	0.2453	0.2694	0.2943
4	<u>0.4160</u>	<u>0.4774</u>	<u>0.5471</u>
	0.2429	0.2677	0.2932
5	<u>0.4142</u>	<u>0.4760</u>	<u>0.5462</u>
	0.2418	0.2669	0.2926
6	<u>0.4132</u>	<u>0.4752</u>	<u>0.5457</u>
	0.2412	0.2664	0.2924

Çizelge 2.7’de E_2/E_{10} , l_{10}/l_1 ve ön eğrilik formu değişiminin $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerlerine etkisi $h/l_1 = 0.15$, $\gamma_{31} = l_3/l_1 = 1$, $\omega=1$ ve $\alpha = -0.5$ durumu için verilmiştir. Çizelgedeki verilerden l_{10}/l_1 değerinin (yani, Ox_1 doğrultusundaki çatlak uzunluğunun) büyümesi, $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerlerini küçültmekte; E_2/E_{10} oranının değerinin artması $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerlerini büyütmektedir. Aynı parametre değerlerinde, çatlak yüzeylerinin aynı faz ön eğrilik modu için elde edilen $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri ile uygun durumdaki zıt faz için bulunan $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerlerinden daima küçük kalmaktadır.

Çizelge 2.7 Farklı E_2/E_{10} , ℓ_{10}/ℓ_1 ve ön eğinti formu için $p_{cr,0}/p_{cr,\infty}$ değerleri
($h/\ell_1 = 0.15$, $\gamma_{31} = \ell_3/\ell_1 = 1$, $\omega=1$ ve $\alpha = -0.5$)

E_2/E_{10}	Ön eğrilik formu	ℓ_{10}/ℓ_1					
		0.1	0.3	0.5	0.6	0.7	0.8
1	zıt faz	<u>0.2370</u> 0.1641	<u>0.1032</u> 0.0759	<u>0.0590</u> 0.0445	<u>0.0481</u> 0.0365	<u>0.0409</u> 0.0312	<u>0.0360</u> 0.0276
	aynı faz	<u>0.0646</u> 0.0490	<u>0.0572</u> 0.0432	<u>0.0442</u> 0.0334	<u>0.0383</u> 0.0290	<u>0.0336</u> 0.0256	<u>0.0301</u> 0.0231
5	zıt faz	<u>0.4696</u> 0.2721	<u>0.2415</u> 0.1667	<u>0.1497</u> 0.1136	<u>0.1253</u> 0.0981	<u>0.1086</u> 0.0870	<u>0.0968</u> 0.0785
	aynı faz	<u>0.1739</u> 0.1393	<u>0.1536</u> 0.1229	<u>0.1195</u> 0.0972	<u>0.1044</u> 0.0862	<u>0.0925</u> 0.0774	<u>0.0837</u> 0.0710
10	zıt faz	<u>0.5684</u> 0.3053	<u>0.3392</u> 0.2171	<u>0.2285</u> 0.1635	<u>0.1965</u> 0.1462	<u>0.1738</u> 0.1330	<u>0.1566</u> 0.1221
	aynı faz	<u>0.2805</u> 0.2148	<u>0.2476</u> 0.1904	<u>0.1952</u> 0.1542	<u>0.1725</u> 0.1391	<u>0.1546</u> 0.1272	<u>0.1414</u> 0.1181

Çizelge 2.8'de p/E_{10} ($p_{cr,\infty}/E_{10} < p/E_{10} < p_{cr,0}/E_{10}$) ve ω değerleri değişiminin t'_{cr} değerleri etkisi $h/\ell_1 = 0.15$, $\gamma_{31} = \ell_3/\ell_1 = 1$, $E_2/E_{10} = 1$, $\ell_{10}/\ell_1 = 0.5$, $\alpha = -0.5$ ile aynı faz ön eğrilik durumu için verilmiştir. p/E_{10} değerleri küçüldükçe yani $p_{cr,\infty}/E_{10}$ değerine yaklaştıkça veya ω değerleri büyüdükçe t'_{cr} değerleri artmaktadır.

Çizelge 2.8 Farklı ω ve p/E_{10} için bulunan t'_{cr} değerleri ($h/\ell_1 = 0.15$, $\gamma_{31} = \ell_3/\ell_1 = 1$,
 $E_2/E_{10} = 1$, $\ell_{10}/\ell_1 = 0.5$ ve $\alpha = -0.5$)

p/E_{10}	ω		
	0.5	1	2
0.042	0.0089	0.0102	0.0139
0.041	0.0221	0.0276	0.0472
0.040	0.0455	0.0632	0.1523

Aşağıda verilen çizelgelerde, ele alınan dikdörtgen plağın kenar çatlak içermesi ($\ell_{30} < \ell_3$) durumuna ait sayısal sonuçlar, çatlak yüzeylerinin aynı faz/zıt faz ön eğriliğine sahip olması durumları için ayrı ayrı verilecektir. Bundan sonra elde edilecek sayısal sonuçların $\ell_{30} \rightarrow \ell_3$ için Çizelge 2.5-Çizelge 2.7'deki uygun değerlere yakınsayacağı aşikardır.

Çizelge 2.9'da E_2/E_{10} , ℓ_{10}/ℓ_1 ve ön eğinti formu değişiminin $p_{cr,0}/p_{cr,\infty}$ değerleri etkisi, $h/\ell_1 = 0.15$, $\gamma_{31} = \ell_3/\ell_1 = 1$, $\ell_{30}/\ell_1 = 0.5$, $\omega=1$ ve $\alpha = -0.5$ durumu için verilmiştir. Çizelgedeki verilerden ℓ_{10}/ℓ_1 parametresinin yani, Ox_1 doğrultusundaki çatlak uzunluğunun

küçülmesi ve E_2/E_{10} oranının artması, $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerlerini büyötmektedir. Aynı parametre değerlerinde, çatlak yüzeylerinin aynı faz ön eğrilik modu için bulunan $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerlerinin, zıt faz durumunda bulunan uygun $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerlerinden önemli ölçüde küçük kaldığı tespit edilmiştir.

Çizelge 2.9 Farklı E_2/E_{10} , l_{10}/l_1 ve ön eğrilik formu için $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri
($h/l_1 = 0.15$, $\gamma_{31} = l_3/l_1 = 1$, $l_{30}/l_1 = 0.5$, $\omega=1$ ve $\alpha = -0.5$)

l_{10}/l_1	Ön eğrilik formu			
	zıt faz		aynı faz	
	E_2/E_{10}			
	1	10	1	10
0.65	<u>0.0441</u>	<u>0.1786</u>	<u>0.0223</u>	<u>0.1035</u>
	0.0324	0.1322	0.0166	0.0832
0.6	<u>0.0479</u>	<u>0.1902</u>	<u>0.0229</u>	<u>0.1059</u>
	0.0352	0.1389	0.0170	0.0849
0.55	<u>0.0526</u>	<u>0.2041</u>	<u>0.0233</u>	<u>0.1079</u>
	0.0386	0.1466	0.0173	0.0864
0.50	<u>0.0584</u>	<u>0.2207</u>	<u>0.0236</u>	<u>0.1094</u>
	0.0428	0.1555	0.0175	0.0875
0.45	<u>0.0658</u>	<u>0.2406</u>	<u>0.0238</u>	<u>0.1105</u>
	0.0480	0.1659	0.0177	0.0883
0.40	<u>0.0751</u>	<u>0.2646</u>	<u>0.0240</u>	<u>0.1112</u>
	0.0546	0.1779	0.0178	0.0888
0.35	<u>0.0870</u>	<u>0.2935</u>	<u>0.0241</u>	<u>0.1117</u>
	0.0630	0.1918	0.0179	0.0892
0.30	<u>0.1025</u>	<u>0.3284</u>	<u>0.0242</u>	<u>0.1120</u>
	0.0737	0.2079	0.0179	0.0895
0.25	<u>0.1229</u>	<u>0.3708</u>	<u>0.0242</u>	<u>0.1122</u>
	0.0877	0.2265	0.0180	0.0896
0.20	<u>0.1503</u>	<u>0.4221</u>	<u>0.0242</u>	<u>0.1123</u>
	0.1061	0.2477	0.0180	0.0897
0.15	<u>0.1879</u>	<u>0.4845</u>	<u>0.0242</u>	<u>0.1124</u>
	0.1309	0.2720	0.0180	0.0897

Çizelge 2.10'da E_2/E_{10} , l_{30}/l_1 ve ön eğrilik formu değişiminin $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri etkisi $h/l_1 = 0.15$, $\gamma_{31} = l_3/l_1 = 1$, $l_{10}/l_1 = 0.5$, $\omega=1$ ve $\alpha = -0.5$ durumu için verilmiştir. Çizelgedeki verilerden l_{30}/l_1 parametresinin yani Ox_3 doğrultusundaki çatlak uzunluğunun küçülmesi, $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerlerini büyötmekte ve E_2/E_{10} oranının artması $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerlerini büyötmektedir. Aynı parametre değerlerinde çatlak yüzeylerinin aynı faz ön eğrilik moduna karşı gelen durumda bulunan $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri, uygun durumdaki zıt faz

için bulunan $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerlerinden önemli ölçüde küçük kalmaktadır.

Çizelge 2.10 Farklı l_{30}/l_1 , E_2/E_{10} ve ön eğrilik formu için $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri
($h/l_1 = 0.15$, $\gamma_{31} = l_3/l_1 = 1$, $l_{10}/l_1 = 0.5$, $\omega = 1$ ve $\alpha = -0.5$)

l_{30}/l_1	Ön eğrilik formu			
	zıt faz		aynı faz	
	E_2/E_{10}			
	1	10	1	10
0.7	<u>0.0541</u>	<u>0.2039</u>	<u>0.0232</u>	<u>0.1076</u>
	0.0398	0.1437	0.0173	0.0862
0.6	<u>0.0557</u>	<u>0.2100</u>	<u>0.0234</u>	<u>0.1086</u>
	0.0408	0.1480	0.0174	0.0869
0.5	<u>0.0584</u>	<u>0.2207</u>	<u>0.0236</u>	<u>0.1094</u>
	0.0428	0.1555	0.0175	0.0875
0.4	<u>0.0640</u>	<u>0.2414</u>	<u>0.0237</u>	<u>0.1100</u>
	0.0467	0.1700	0.0176	0.0880
0.3	<u>0.0777</u>	<u>0.2898</u>	<u>0.0238</u>	<u>0.1106</u>
	0.0564	0.2030	0.0177	0.0884
0.2	<u>0.1219</u>	<u>0.4238</u>	<u>0.0239</u>	<u>0.1111</u>
	0.0877	0.2703	0.0178	0.0889

Çizelge 2.11’de, E_2/E_{10} ile h_U/l_1 değerleri değişiminin $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerlerine etkisi, $h/l_1 = 0.15$, $\gamma_{31} = l_3/l_1 = 1$, $l_{30}/l_1 = 0.5$, $\omega = 1$ ve $\alpha = -0.5$ durumunda verilmiştir. Çizelgedeki verilerden h_U/l_1 parametresinin değeri azaldıkça yani, çatlak kendisine paralel kalacak şekilde dikdörtgen plağın serbest üst yüzeyine yaklaştırıldıkça, $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri azalmaktadır.

Çizelge 2.11 Farklı h_u/ℓ_1 ve E_2/E_{10} için $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri
 ($h/\ell_1 = 0.15$, $\gamma_{31} = \ell_3/\ell_1 = 1$, $\ell_{30}/\ell_1 = 0.5$, $\omega=1$, $\alpha = -0.5$)

h_u/ℓ_1	Ön eğrilik formu			
	zıt faz		aynı faz	
	E_2/E_{10}			
	1	10	1	10
0.0750	<u>0.0584</u>	<u>0.2207</u>	<u>0.0236</u>	<u>0.1094</u>
	0.0428	0.1555	0.0175	0.0875
0.0625	<u>0.0486</u>	<u>0.1924</u>	<u>0.0235</u>	<u>0.1089</u>
	0.0358	0.1399	0.0175	0.0871
0.0500	<u>0.0360</u>	<u>0.1501</u>	<u>0.0232</u>	<u>0.1065</u>
	0.0267	0.1144	0.0172	0.0852
0.0375	<u>0.0205</u>	<u>0.0899</u>	<u>0.0205</u>	<u>0.0899</u>
	0.0153	0.0725	0.0153	0.0725
0.0250	<u>0.0125</u>	<u>0.0518</u>	<u>0.0125</u>	<u>0.0518</u>
	0.0093	0.0433	0.0093	0.0433
0.0125	<u>0.0057</u>	<u>0.0190</u>	<u>0.0057</u>	<u>0.0190</u>
	0.0040	0.0150	0.0040	0.0150

Çizelge 2.12’de bazı ℓ_{10}/ℓ_1 , p/E_{10} ($p_{cr.\infty}/E_{10} < p/E_{10} < p_{cr.0}/E_{10}$) ve farklı ön eğrilik formları için $t'_{cr.}$ değerleri $E_2/E_{10} = 10$, $\omega=1$, $\alpha=-0.5$ ve $\ell_{30}/\ell_1=0.5$ durumunda verilmiştir. p/E_{10} değerleri küçüldükçe yani $p_{cr.\infty}/E_{10}$ değerine yaklaştıkça $t'_{cr.}$ değerleri artmaktadır.

Çizelge 2.12 Farklı l_{10}/l_1 ve p/E_{10} için t'_{cr} değerleri
($E_2/E_{10} = 10$, $\omega = 1$, $\alpha = -0.5$, $l_{30}/l_1 = 0.5$)

Ön eğrilik formu	l_{10}/l_1	p/E_{10}	t'_{cr}
zıt faz	0.6	0.160	0.4518
		0.170	0.0916
		0.180	0.0131
	0.5	0.180	0.5841
		0.200	0.0447
		0.210	0.0078
	0.4	0.210	0.5752
		0.220	0.2215
		0.230	0.0864
aynı faz	0.6	0.095	0.2977
		0.098	0.0915
		0.100	0.0381
	0.5	0.097	0.4281
		0.099	0.2033
		0.104	0.0259
	0.4	0.097	0.7770
		0.099	0.3658
		0.110	0.0008

Çizelge 2.13 p/E_{10} ve ω değerleri değişiminin t'_{cr} değerleri etkisi, $h/l_1 = 0.15$, $\gamma_{31} = l_3/l_1 = 1$, $E_2/E_{10} = 10$, $l_{10}/l_1 = 0.5$, $l_{30}/l_1 = 0.5$ ve $\alpha = -0.5$ durumunda verilmiştir. Çizelgeden görüldüğü üzere ω değerleri arttıkça, t'_{cr} değerleri de artmaktadır.

Çizelge 2.13 Farklı ω için t'_{cr} değerleri ($h/l_1 = 0.15$, $\gamma_{31} = l_3/l_1 = 1$, $E_2/E_{10} = 10$,
 $l_{10}/l_1 = 0.5$, $l_{30}/l_1 = 0.5$ ve $\alpha = -0.5$)

ω	t'_{cr}	
	$p/E_{10} = 0.200$ (zıt faz)	$p/E_{10} = 0.104$ (aynı faz)
1	0.0447	0.0259
2	0.0910	0.0436
3	0.2771	0.0878

Çizelge 2.14'de, farklı α için t'_{cr} değerleri, $h/l_1 = 0.15$, $\gamma_{31} = l_3/l_1 = 1$, $E_2/E_{10} = 10$, $l_{10}/l_1 = 0.5$, $l_{30}/l_1 = 0.5$ ve $\omega = 1$ durumunda verilmiştir. α mutlak değerce büyüdükçe t'_{cr} değerleri küçülmektedir.

Çizelge 2.14 Farklı α için $t'_{cr.}$ değerleri

($h/\ell_1 = 0.15$, $\gamma_{31} = \ell_3/\ell_1 = 1$, $E_2/E_{10} = 10$, $\ell_{10}/\ell_1 = 0.5$, $\ell_{30}/\ell_1 = 0.5$ ve $\omega = 1$)

α	$t'_{cr.}$	
	$p/E_{10} = 0.200$ (zıt faz)	$p/E_{10} = 0.104$ (aynı faz)
-0.3	0.0891	0.0605
-0.5	0.0447	0.0259
-0.7	0.0089	0.0036

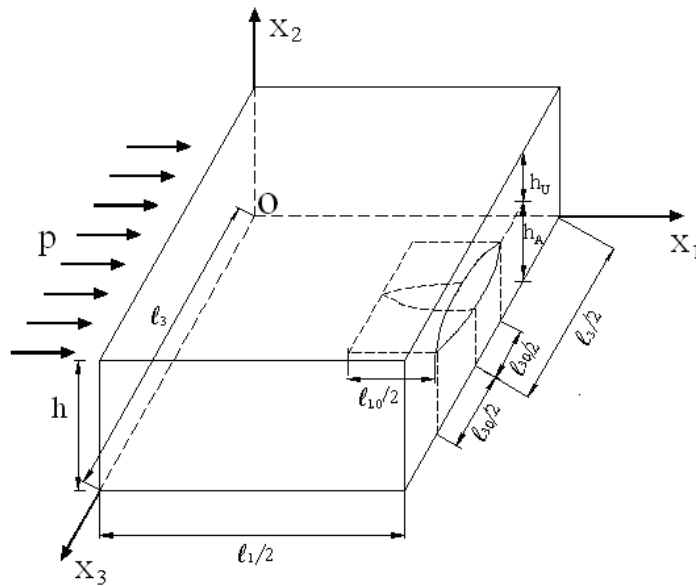
3. İÇ ÇATLAK İÇEREN VİSKOELASTİK KOMPOZİT KALIN PLAĞIN DELAMİNASYON BURKULMA PROBLEMİ

Bu kısımda, dikdörtgen iç çatlak içeren kompozit kalın plağın delaminasyon burkulma problemi incelenmiştir. Ele alınan kalın plağın $Ox_1 = 0; \ell_1$ ve $Ox_3 = 0; \ell_3$ kenarlarından düşey doğrultuda yer değiştirme yapamayacak şekilde mesnetlendiği ve yapısındaki iç çatlağın yüzeylerinin başlangıçta çok küçük ön eğriliğe sahip olduğu kabul edilmektedir. Çatlak yüzeylerindeki belirtilen ön eğriliklerin, $Ox_1 = 0; \ell_1$ yüzeylerinde verilen düzgün yayılı normal dış basınç kuvveti etkisinde büyüyerek sonsuza gitmesi kriterinden, ele alınan kalın plağa ait kritik parametreler belirlenecektir.

3.1 Problemin Matematiksel Modeli

Bu kısımda, viskoelastik malzemeden yapılmış, iç çatlak içeren dikdörtgen kalın plağın delaminasyon burkulma probleminin incelenmesine ait matematiksel model verilecektir. Belirtelim ki, burada ele alınan problem, Kısım 2’de verilen problemden sadece yapıdaki çatlak formunun farklılaşması ile değişmektedir.

Kısım 2.1’de olduğu gibi bu kısımda da matematiksel model ancak, ele alınan yapı elemanının malzemesinin viskoelastik olması durumu için verilecektir. Belirtelim ki ele alınan problem, yapı elemanı malzemesi elastik olması durumunda da incelenmiş olup, bu durumlara ait matematiksel model ayrıca verilmeyecektir.



Şekil 3.1 Ele alınan dikdörtgen kalın plağın geometrisi ve yükleme durumu.

Ele alınan problemin çözüm bölgesi (Şekil 3.1),

$$(\Omega - \Omega') \quad (3.1)$$

burada,

$$\Omega = \{0 \leq x_1 \leq \ell_1, 0 \leq x_2 \leq h, 0 \leq x_3 \leq \ell_3\}$$

$$\Omega' = \left\{ (\ell_1 - \ell_{10})/2 < x_1 < (\ell_1 + \ell_{10})/2, x_2 = h_A \pm 0, (\ell_3 - \ell_{30})/2 \leq x_3 \leq (\ell_3 + \ell_{30})/2 \right\} \quad (3.2)$$

dir. Çatlak yüzeylerinin önceden çok küçük “eğriliğe” sahip olduğu ve bu eğriliğin $x_1 = \ell_1/2$ ve $x_3 = \ell_3/2$ düzlemlerine göre simetrik olduğu kabul edilmektedir. Çatlak yüzeylerinin denklemi

$$x_2^\pm = h_A + \epsilon f^\pm(x_1, x_3), (\ell_1 - \ell_{10})/2 < x_1 < (\ell_1 + \ell_{10})/2, (\ell_3 - \ell_{30})/2 \leq x_3 \leq (\ell_3 + \ell_{30})/2 \quad (3.3)$$

ile verilebilir. (3.3)’deki $f(x_1, x_3)$ fonksiyonunun,

$$f^\pm(\ell_1 - \ell_{10}/2, x_3) \Big|_{(\ell_3 - \ell_{30})/2 \leq x_3 \leq (\ell_3 + \ell_{30})/2} = 0$$

$$f^\pm((\ell_1 + \ell_{10})/2, x_3) \Big|_{(\ell_3 - \ell_{30})/2 \leq x_3 \leq (\ell_3 + \ell_{30})/2} = 0$$

$$\frac{df^\pm((\ell_1 - \ell_{10})/2, x_3)}{dx_1} \Big|_{(\ell_3 - \ell_{30})/2 \leq x_3 \leq (\ell_3 + \ell_{30})/2} = \frac{df^\pm((\ell_1 + \ell_{10})/2, x_3)}{dx_1} \Big|_{(\ell_3 - \ell_{30})/2 \leq x_3 \leq (\ell_3 + \ell_{30})/2} = 0$$

$$f^\pm(x_1, (\ell_3 - \ell_{30})/2) \Big|_{(\ell_1 - \ell_{10})/2 < x_1 < (\ell_1 + \ell_{10})/2} = 0$$

$$f^\pm(x_1, (\ell_3 + \ell_{30})/2) \Big|_{(\ell_1 - \ell_{10})/2 < x_1 < (\ell_1 + \ell_{10})/2} = 0$$

$$\left. \frac{df^\pm(x_1, (\ell_3 - \ell_{30})/2)}{dx_3} \right|_{(\ell_1 - \ell_{10})/2 \leq x_1 \leq (\ell_1 + \ell_{10})/2} = \left. \frac{df^\pm(x_1, (\ell_3 + \ell_{30})/2)}{dx_3} \right|_{(\ell_1 - \ell_{10})/2 \leq x_1 \leq (\ell_1 + \ell_{10})/2} = 0 \quad (3.4)$$

özelliklerini sağladığı kabul edilmektedir. Plak ve çatlak geometrisi Şekil 3.1’de gösterilmektedir. Bu bölgede sağlanan alan denklemleri, viskoelastik malzeme için bünye denklemleri ve şekil değiştirme-yer değiştirme ilişkileri sırasıyla,

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{jn} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) \right] = 0$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijrs}(0) \epsilon_{rs}(t) + \int_0^t C_{ijrs}(t - \tau) \epsilon_{rs}(\tau) d\tau$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_n}{\partial x_i} \frac{\partial u_n}{\partial x_j} \right), \quad i,j=1,2,3 \quad (3.5)$$

ve sınır koşulları,

$$\mathbf{u}_2 \Big|_{x_1=0; \ell_1} = \mathbf{u}_2 \Big|_{x_3=0; \ell_3} = 0$$

$$\left[\sigma_{1n} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) \right] \Big|_{x_1=0; \ell_1} = p \delta_i^1, \quad \left[\sigma_{3n} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) \right] \Big|_{x_3=0; \ell_3} = 0 \quad (3.6)$$

$$\left[\sigma_{jn} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) \right] n_j^\pm \Big|_{\substack{x_2^\pm = h_A + \epsilon f^\pm(x_1, x_3) \\ (\ell_1 - \ell_{10})/2 < x_1 < (\ell_1 + \ell_{10})/2 \\ (\ell_3 - \ell_{30})/2 < x_3 < (\ell_3 + \ell_{30})/2}} = 0 \quad i,j;n=1,2,3 \quad (3.7)$$

şeklinde verilebilir. (3.3) denklemleri kullanılarak, n_j^\pm için:

$$n_1^\pm = \frac{\pm \epsilon \frac{\partial f^\pm(x_1, x_3)}{\partial x_1}}{\sqrt{1 + \epsilon^2 \left(\frac{\partial f^\pm(x_1, x_3)}{\partial x_1} \right)^2 + \epsilon^2 \left(\frac{\partial f^\pm(x_1, x_3)}{\partial x_3} \right)^2}}$$

$$n_2^\pm = \frac{\pm 1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \left(\frac{\partial f^\pm(x_1, x_3)}{\partial x_1} \right)^2 + \varepsilon^2 \left(\frac{\partial f^\pm(x_1, x_3)}{\partial x_3} \right)^2}}$$

$$n_3^\pm = \frac{\pm \varepsilon \frac{\partial f^\pm(x_1, x_3)}{\partial x_3}}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \left(\frac{\partial f^\pm(x_1, x_3)}{\partial x_1} \right)^2 + \varepsilon^2 \left(\frac{\partial f^\pm(x_1, x_3)}{\partial x_3} \right)^2}} \quad (3.8)$$

elde edilir. $\varepsilon^2 \left[\left(\frac{\partial f^\pm(x_1, x_3)}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial f^\pm(x_1, x_3)}{\partial x_3} \right)^2 \right] \ll 1$ olduğu kabul edilirse, buna dayanarak,

(3.8) deki denklemler ε 'na bağlı kuvvet serisi olarak ifade edilebilir,

$$n_1^\pm = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^{2k+1} n_{1k}^\pm(x_1, x_3), \quad n_2^\pm = \pm 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^{2k} n_{2k}^\pm(x_1, x_3)$$

$$n_3^\pm = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^{2k+1} n_{3k}^\pm(x_1, x_3) \quad (3.9)$$

olur. Diğer taraftan, Kısım 2'de olduğu gibi, aranan büyüklükler küçük parametre ε 'na göre seri formunda yazılırsa,

$$\{\sigma_{ij}; \varepsilon_{ij}; u_i\} = \sum_{q=0}^{\infty} \varepsilon^q \{\sigma_{ij}^{(q)}; \varepsilon_{ij}^{(q)}; u_i^{(q)}\} \quad (3.10)$$

olur. Kısım 2'de ifade edildiği gibi burada da (3.10) ifadeleri, (3.5) ve (3.6) da yerine yazılır, ayrıca (3.10)'daki büyüklükler $(x_1, h_A - 0, x_3)$ ve $(x_1, h_A + 0, x_3)$ civarında seriye açılırsa ve bu seriler (3.9) ile birlikte (3.7) ifadesinde yerine konur (sınır pertürbasyonu) ve ε parametresinin kuvvetlerine göre gruplaştırılırsa, her bir yaklaşım için seri-sınırdeğer problemleri elde edilir. Bu seri-sınırdeğer problemlerinin matematiksel modeli, Kısım 2.2'de verilen seri sınırdeğer problemlerinin matematiksel modeline benzerdir.

Dikdörtgen iç çatlak içeren viskoelastik dikdörtgen kalın plağın delaminasyon burkulmasına ait sıfıncı yaklaşım için elde edilen sınırdeğer problemi göz önüne alındığında, ele alınan sınır koşulları ve $\delta_i^n + \partial u_i^{(0)} / \partial x_n \approx \delta_i^n$ için çözüm kolayca yazılabilir. Buna göre sıfıncı

yaklaşımına ait çözümden gerilme fonksiyonları;

$$\sigma_{11}^{(0)} = p \text{ ve } \sigma_{ij}^{(0)} = 0, ij \neq 11 \quad (3.11)$$

bulunur.

Birinci yaklaşıma ait denklem ve bağıntılar:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{ji}^{(1)} + \sigma_{jn}^{(0)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_n} \right] = 0, \quad \varepsilon_{ij}^{(1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{(1)}}{\partial x_i} \right) \quad (3.12)$$

$$u_2^{(1)} \Big|_{x_1=0;\ell_1} = 0, \quad u_2^{(1)} \Big|_{x_3=0;\ell_3} = 0$$

$$\left[\sigma_{1i}^{(1)} + \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_1} \right] \Big|_{x_1=0;\ell_1} = 0$$

$$\sigma_{31}^{(1)} \Big|_{x_3=0} = \sigma_{33}^{(1)} \Big|_{x_3=0} = \sigma_{31}^{(1)} \Big|_{x_3=\ell_3} = \sigma_{33}^{(1)} \Big|_{x_3=\ell_3} = 0, \quad \sigma_{2i}^{(1)} \Big|_{x_2=0;h} = 0, \quad i=1,2,3 \quad (3.13)$$

$$\sigma_{2i}^{(1)} \Big|_{\substack{x_2^{\pm}=h_A \pm 0 \\ (\ell_1-\ell_{10})/2 < x_1 < (\ell_1+\ell_{10})/2 \\ (\ell_3-\ell_{30})/2 < x_3 < (\ell_3+\ell_{30})/2}} = \mp \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial f^{\pm}}{\partial x_1} \delta_i^1, \quad i=1,2,3 \quad (3.14)$$

bulunur. Benzer şekilde ikinci ve sonraki yaklaşımlar elde edilebilir.

Ele alınan yapı elemanının malzemesi normalize edilmiş mekanik özellikli, homojen, simetri eksenleri Ox_1 , Ox_2 ve Ox_3 olan viskoelastik malzeme olarak seçilmiştir. Buna göre bünye denklemleri,

$$\sigma_{ii}^{(q)} = A_{ij} \varepsilon_{jj}^{(q)}, i;j=1,2,3, \quad \sigma_{12}^{(q)} = 2A_{66} \varepsilon_{12}^{(q)}, \sigma_{13}^{(q)} = 2A_{55} \varepsilon_{13}^{(q)}$$

$$\sigma_{23}^{(q)} = 2A_{44} \varepsilon_{23}^{(q)}, q=0,1,2,\dots \quad (3.15)$$

olur. (3.15)'de verilen A_{11}, \dots, A_{66} malzeme sabitleri,

$$A_{ij} \varphi(t) = A_{ij0} \varphi(t) + \int_0^t A_{ij1}(t-\tau) \varphi(\tau) d\tau, \quad ij=11;22;33;12;13;23;44;55;66 \quad (3.16)$$

şeklinde operatörlerdir.

Ele alınan delaminasyon burkulma probleminin incelenmesinde ve probleme ait kritik parametre değerlerinin belirlenmesinde, çatlak yüzeylerinin başlangıçta sahip olduğu kabul edilen küçük eğriliklerin, verilen dış basınç kuvveti etkisinde büyüyerek sonsuza gitmesi kriterinden yararlanılacaktır. Amacımız burkulmaya sebep olan kritik parametre değerinin belirlenmesi olduğundan hesaplamalar, sıfırinci ve birinci yaklaşım çerçevesinde sınırlandırılmıştır.

Sıfırinci yaklaşımın çözümü (3.11) ile verildiğine göre, (3-12)-(3.14) ile verilen birinci yaklaşımın çözümü yapılmalıdır. Ancak, birinci yaklaşımdaki her bir büyüklük zaman parametresine bağlı olduğundan, birinci yaklaşıma ait bütün denklem ve bağıntılara, (2.34) ve konvolüsyon teoremi kullanılarak Laplace dönüşümü uygulanır. Birinci yaklaşıma ait denklem ve bağıntıların Laplace dönüşümleri, bu yaklaşımdaki denklem ve bağıntılarda $\sigma_{ij}^{(1)}$, $\varepsilon_{ij}^{(1)}$, $u_i^{(1)}$ ve A_{ij} 'leri sırasıyla $\bar{\sigma}_{ij}^{(1)}$, $\bar{\varepsilon}_{ij}^{(1)}$, $\bar{u}_i^{(1)}$ ve \bar{A}_{ij} , yani Laplace dönüşümleri ile yer değiştirilerek Laplace uzayındaki birinci yaklaşıma ait uygun denklem ve ifadeler elde edilebilir (Kısım 2). Aşağıda Laplace uzayında belirlenmiş birinci yaklaşımın çözümü ele alınacaktır.

3.2 Sonlu Eleman Formülasyonu

Ele alınan problemin birinci yaklaşımının Laplace uzayındaki formuna ait sonlu eleman formülasyonu,

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \iiint_{\Omega-\Omega'} \left[\left(\bar{\sigma}_{11}^{(1)} + \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial \bar{u}_1^{(1)}}{\partial x_1} \right) \frac{\partial \bar{u}_1^{(1)}}{\partial x_1} + \left(\bar{\sigma}_{12}^{(1)} + \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial \bar{u}_2^{(1)}}{\partial x_1} \right) \frac{\partial \bar{u}_1^{(1)}}{\partial x_2} + \right. \\ & + \bar{\sigma}_{21}^{(1)} \frac{\partial \bar{u}_2^{(1)}}{\partial x_1} + \bar{\sigma}_{22}^{(1)} \frac{\partial \bar{u}_2^{(1)}}{\partial x_2} + \left. \left(\bar{\sigma}_{13}^{(1)} + \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial \bar{u}_3^{(1)}}{\partial x_1} \right) \frac{\partial \bar{u}_1^{(1)}}{\partial x_3} \right. \\ & \left. + \bar{\sigma}_{31}^{(1)} \frac{\partial \bar{u}_3^{(1)}}{\partial x_1} + \bar{\sigma}_{32}^{(1)} \frac{\partial \bar{u}_3^{(1)}}{\partial x_2} + \bar{\sigma}_{23}^{(1)} \frac{\partial \bar{u}_2^{(1)}}{\partial x_3} + \bar{\sigma}_{33}^{(1)} \frac{\partial \bar{u}_3^{(1)}}{\partial x_3} \right] dx_1 dx_2 dx_3 \\ & - \int_{(\ell_3-\ell_{30})/2}^{(\ell_3+\ell_{30})/2} \int_{(\ell_1-\ell_{10})/2}^{(\ell_1+\ell_0)/2} \frac{1}{s} \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial f^-}{\partial x_1} \bar{u}_1^{(1)} \Big|_{x_2=h_A-0} dx_1 dx_3 - \int_{(\ell_3-\ell_{30})/2}^{(\ell_3+\ell_{30})/2} \int_{(\ell_1-\ell_{10})/2}^{(\ell_1+\ell_0)/2} \frac{1}{s} \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial f^+}{\partial x_1} \bar{u}_1^{(1)} \Big|_{x_2=h_A+0} dx_1 dx_3 \end{aligned} \quad (3.17)$$

fonksiyoneli ve Ritz tekniği yardımıyla yapılmıştır.

Çözüm için yer değiştirme esaslı sonlu elemanlar yöntemi kullanıldığından, her bir sonlu elemanda aranan yer değiştirme fonksiyonu polinom kabul edilir. Bu fonksiyonun, düğüm noktalarındaki yer değiştirme ve şekil fonksiyonları ile ifadesi;

$$\mathbf{u}^{(k)} \approx \mathbf{N}^{(k)} \mathbf{a}^{(k)}, \quad k=1,2,\dots,M \quad (3.18)$$

seçilir.

(3.18) ifadesi, (3.17) fonksiyoneliinde yerine yazılır ve gerekli işlemler yapılırsa,

$$\mathbf{K} \mathbf{a} = \mathbf{r} \quad (3.19)$$

cebirsel denklem sistemi elde edilir. (3.19) cebrik denklem sisteminin çözümünden, düğüm noktalarındaki aranan yer değiştirmeler bulunur. Buna göre $Ox_1 = 0; \ell_1$ yüzeylerinden etkiyen düzgün yayılı normal dış basınç kuvveti etkisinde, çatlak yüzeylerdeki küçük eğriliğin (veya yüzey noktalarının yer değiştirmesinin) büyüyerek “sonsuz” gitmesi durumuna karşı gelen kritik delaminasyon burkulma yükünün değeri (elastik durumda) veya sabit dış basınçta kritik zaman parametresinin değeri (viskoelastik durumda), sıfıncı ve birinci yaklaşımın birlikte ele alınmasından oluşan ardışık iterasyonlar sonucunda belirlenir (Akbarov, Yahnioglu and Kutug, 2001). (3.19)’un çözülmesi ile aranan büyüklüklerin Laplace dönüşümlerinin değerleri bulunduktan sonra, aynı büyüklüklerin ilkel (orijinal) değerleri Schapery metodu yardımıyla elde edilir (Kısım 2.2).

3.3 Sayısal Çözüm

Bu kısımda, plak malzemesinin Ox_1x_3 düzlemine paralel olacak şekilde yerleştirilmiş birbirini tekrarlayan, çok sayıda iki izotrop, homojen levhadan oluşmuş çok katlı kompozit malzeme olduğu kabul edilmektedir. Kompozit malzemenin bileşenlerinden güçlendirici levhanın, mekanik sabitleri E_2 (Young Modülü) ve ν_2 (Poisson oranı) olan elastik bir malzemedir yapıldığı; diğer bileşen, matris malzemesinin ise mekanik sabitleri Rabotnov operatörleri ile tanımlanan (Kısım 1) lineer viskoelastik bir malzemedir yapıldığı kabul edilmektedir. Bu operatörlerde gösterilen E_{10} ve ν_{10} , sırasıyla anlık Elastisite modülü ve anlık Poisson katsayısıdır.

Aşağıda verilen sayısal hesaplamalarda boyutsuz reolojik parametre $\omega = \omega_\infty / \omega_0$ ve boyutsuz zaman $t' = \omega_0^{1/(1+\alpha)} t$ kullanılmıştır. Bu kısımda verilen sayısal hesaplamalarda $h/\ell_1 = 0.15$,

$\gamma_{31} = \ell_3/\ell_1 = 1$, $\nu_{10} = \nu_2 = 0.3$, $\eta_{10} = \eta_2 = 0.5$ alınmıştır. Diğer parametre değerleri çizelgeler üzerinde gösterilmiştir.

Ele alınan parametre değerlerinde öncelikle $t' = 0$ ve $t' = \infty$ için sayısal hesaplamalar yapılmıştır. $t' = 0$ ($t' = \infty$) durumuna ait kritik delaminasyon burkulma kuvveti $p_{cr.0}/E_{10}$ ($p_{cr.\infty}/E_{10}$) ile gösterilecektir.

Bu bölümde de çatlak yüzeylerinin başlangıçtaki ön eğriliğini ifade eden (3.3) fonksiyonunun, aynı faz ve zıt faz olmak üzere (bakınız Şekil 2.2) farklı iki durumu için incelemeler yapılmıştır. Ele alınan problem için çatlak yüzeylerinin başlangıçtaki ön eğrilik formunu temsil eden bu fonksiyonlar, (2.24) ve (2.25) ifadelerinden kolayca elde edilebilirler (Kısım 2).

Problemin $x_1 = \ell_1/2$ ve $x_3 = \ell_3/2$ düzlemlerine göre simetri özelliğinden yararlanılarak, dörtte bir çözüm bölgesi Ox_1 doğrultusunda 20, Ox_2 doğrultusunda 12, Ox_3 doğrultusunda 20 dikdörtgen prizmatik sonlu eleman olacak şekilde toplam, 4800 dikdörtgen prizmatik sonlu elemana ayrıklaştırılmıştır. Ele alınan durumda, sonlu eleman modellemesi 5833 düğüm noktası (nod) ve 16.966 serbestlik derecesi (NDOF) içermektedir.

Bu kısımda yer alan çizelgelerde, seçilen parametre değerleri için $Ox_1 = 0; \ell_1$ yüzeylerinden etkiyen düzgün yayılı normal dış basınç kuvveti etkisinde, çatlak yüzeylerinin başlangıçta sahip olduğu kabul edilen küçük eğriliklerin (veya yüzey noktalarının yer değiştirmesinin) büyüyerek “sonsuz” gitmesi durumuna karşı gelen kritik delaminasyon burkulma yükünün değeri (elastik plaklar için) veya kritik zamanın değeri (viskoelastik plaklar için) verilmiştir. Bu çizelgelerin açıklanması ayrı ayrı ele alınacaktır.

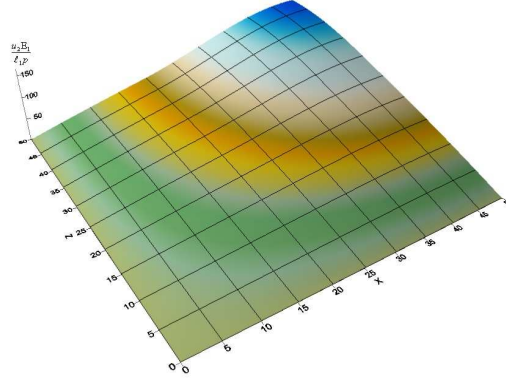
Çizelge 3.1’de, dikdörtgen iç çatlağın Ox_1 doğrultusundaki uzunluğunun değişiminin (ℓ_{10}/ℓ_1), plak malzemesinin izotrop ($E_2/E_{10} = 1$) ve anizotrop ($E_2/E_{10} = 10$) olması durumlarının her ikisi için, kritik delaminasyon burkulma kuvveti $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerine etkisi $h_A = h_u = h/2$, $\ell_{30}/\ell_3 = 0.5$, $\omega = 1$ ve $\alpha = -0.5$ parametre değerleri için verilmektedir. Çizelgedeki sayısal verilerden, E_2/E_{10} değeri artarken, $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri artmakta ve Ox_1 doğrultusundaki dikdörtgen iç çatlak uzunluğu (ℓ_{10}/ℓ_1) artarken, $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri önemli ölçüde azalmaktadır. Belirtilen etkiler zıt faz ve aynı faz burkulma modlarının her ikisi için de geçerlidir.

Çizelge 3.1 Farklı ℓ_{10}/ℓ_1 ve E_2/E_{10} için zıt faz ve aynı faz durumunda $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri
 $(h_A = h_u = h/2, \ell_{30}/\ell_1 = 0.5, \omega = 1, \alpha = -0.5)$

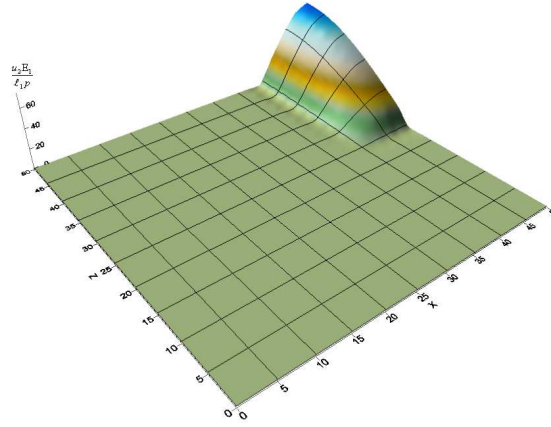
E_2/E_{10}	Ön eğriliğin formu	ℓ_{10}/ℓ_1					
		0.15	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60
1	zıt faz	<u>0.2021</u> 0.1411	<u>0.1699</u> 0.1205	<u>0.1342</u> 0.0971	<u>0.1203</u> 0.0882	<u>0.1174</u> 0.0865	<u>0.1167</u> 0.0858
	aynı faz	<u>0.0640</u> 0.0484	<u>0.0639</u> 0.0484	<u>0.0636</u> 0.0481	<u>0.0630</u> 0.0477	<u>0.0618</u> 0.0467	<u>0.0597</u> 0.0450
10	zıt faz	<u>0.5196</u> 0.2906	<u>0.4767</u> 0.2784	<u>0.4280</u> 0.2677	<u>0.4135</u> 0.2669	<u>0.4123</u> 0.2617	<u>0.4015</u> 0.2537
	aynı faz	<u>0.2801</u> 0.2141	<u>0.2796</u> 0.2138	<u>0.2783</u> 0.2129	<u>0.2756</u> 0.2097	<u>0.2689</u> 0.1987	<u>0.2571</u> 0.1880

Çizelge 3.2’de, E_2/E_{10} ile ℓ_{30}/ℓ_1 (Ox_3 doğrultusundaki dikdörtgen iç çatlak uzunluğu) değerlerinin değişiminin $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerine etkisi, zıt faz ve aynı faz için $h_A = h_u = h/2$, $\ell_{10}/\ell_1 = 0.5$, $\omega = 1$ ve $\alpha = -0.5$ durumunda verilmiştir. Çizelge 3.1’de, Ox_1 doğrultusundaki çatlak uzunluğu değişiminin $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerlerine etkisi ile Çizelge 3.2’de verilen Ox_3 doğrultusundaki çatlak uzunluğu değişiminin (ℓ_{30}/ℓ_1) $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerlerine etkisi benzerdir. Bununla beraber, ℓ_{30}/ℓ_1 parametresinin değerinin azalması, yani Ox_3 doğrultusundaki uzunluğunun azalması ve $\ell_{30} \leq k.\ell_{10}$ ($k \in \mathbb{R}$) oluşması durumunda, zıt faz durumu için dikdörtgen plağın delaminasyon burkulma modu, çatlak yüzeylerine verilen çok küçük önegrilik formu ile uyum göstermemekte, farklı bir burkulma modu oluşmaktadır. Bu bağıntıdaki k değeri çatlağın geometrisine bağlı bir büyüklük olup bu kısımda ele alınan problem için $k = 0.80$ elde edilmiştir (Akbarov, Yahnioglu ve Karatas, 2010b). Benzer durum Kısım 2’de verilen, yapı elemanının kenar çatlak içermesine ait delaminasyon burkulma probleminde de karşılaşılmış ve detaylı açıklamalar yapılmıştır.

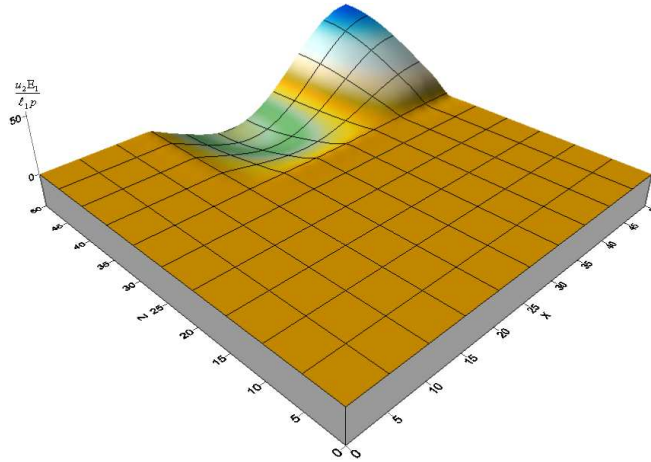
Yapıda iç çatlak olması durumunda, ele alınan dikdörtgen plağın delaminasyon burkulma probleminin çözülmesi sonucunda, çatlağın üst yüzeyinin içinde bulunduğu düzlemdeki noktaların düşey doğrultudaki yerdeğiştirmelerinin grafiği çizilmiş ve kritik delaminasyon burkulma kuvvetine yakın $p/E_1 ((p_{cr.}/E_1 - p/E_1) \times 10^{-3})$ için plağın burkulma modu Şekil 3.3’de verilmiştir. Bu grafiklerin çiziminde, Şekil 3.3a için $\ell_{10}/\ell_1 = 0.6$, $\ell_{30}/\ell_1 = 0.5$ ve $h_A = h_u = h/2$; Şekil 3.3b için $\ell_{10}/\ell_1 = 0.2$, $\ell_{30}/\ell_1 = 0.5$ ve $h_A = h_u = h/2$ ve Şekil 3.3c için $\ell_{10}/\ell_1 = 0.7$, $\ell_{30}/\ell_1 = 0.4$ ve $h_A = h_u = h/2$ parametre değerleri kullanılmıştır.



(a)



(b)



(c)

Şekil 3.3 Ön eğriliğin a) aynı-faz, b) zıt faz ($l_{30} > 0,80.l_{10}$) ve c) zıt faz ($l_{30} \leq 0,80.l_{10}$) olması durumlarına ait delaminasyon burkulma modları.

Çizelge 3.2 Farklı ℓ_{30}/ℓ_1 ve E_2/E_{10} için zıt faz ve aynı faz durumunda $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri
 $(h_A = h_u = h/2, \ell_{10}/\ell_1 = 0.5, \omega = 1, \alpha = -0.5)$

E_2/E_{10}	Ön eğriliğin formu	ℓ_{30}/ℓ_1						
		0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80
1	zıt faz	<u>0.2480</u>	<u>0.1852</u>	<u>0.1519</u>	<u>0.1174</u>	<u>0.0934</u>	<u>0.0796</u>	<u>0.0713</u>
		0.1747	0.1323	0.1099	0.0865	0.0692	0.0590	0.0529
1	aynı faz	<u>0.0639</u>	<u>0.0636</u>	<u>0.0629</u>	<u>0.0618</u>	<u>0.0603</u>	<u>0.0583</u>	<u>0.0561</u>
		0.0484	0.0481	0.0476	0.0467	0.0455	0.0441	0.0424
10	zıt faz	<u>0.6600</u>	<u>0.5368</u>	<u>0.4715</u>	<u>0.4123</u>	<u>0.3451</u>	<u>0.2986</u>	<u>0.2682</u>
		0.4103	0.3114	0.2817	0.2617	0.2356	0.2077	0.1874
10	aynı faz	<u>0.2798</u>	<u>0.2779</u>	<u>0.2745</u>	<u>0.2689</u>	<u>0.2614</u>	<u>0.2529</u>	<u>0.2339</u>
		0.2139	0.2121	0.2064	0.1987	0.1921	0.1867	0.1818

Çizelge 3.3'de, E_2/E_{10} ile h_U/ℓ_1 (çatlak ile dikdörtgen plağın serbest üst yüzeyi arasındaki mesafe) değerleri değişiminin $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerine etkisi, zıt faz ve aynı faz için $h_A = h_u = h/2, \ell_{10}/\ell_1 = 0.5, \omega = 1$ ve $\alpha = -0.5$ durumunda verilmiştir. Çizelgedeki verilerden h_U/ℓ_1 parametresinin değeri azaldıkça yani, çatlak kendisine paralel kalacak şekilde dikdörtgen plağın serbest üst yüzeyine yaklaştırılırsa, $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri azalmaktadır. Bu etki, zıt faz ve aynı faz ön eğinti durumlarının her ikisi için de geçerlidir.

Çizelge 3.3 Farklı h_U/ℓ_1 ve E_2/E_{10} için zıt faz ve aynı faz durumunda $p_{cr.0}/p_{cr.\infty}$ değerleri
 $(h_A = h_u = h/2, \ell_{10}/\ell_1 = 0.5, \omega = 1, \alpha = -0.5)$

E_2/E_{10}	Ön eğriliğin formu	h_U/ℓ_1				
		0.0750	0.0625	0.0500	0.0375	0.0250
1	zıt faz	<u>0.1174</u>	<u>0.0613</u>	<u>0.0579</u>	<u>0.0436</u>	<u>0.0256</u>
		0.0865	0.0463	0.0436	0.0329	0.0195
1	aynı faz	<u>0.0618</u>	<u>0.0613</u>	<u>0.0579</u>	<u>0.0436</u>	<u>0.0256</u>
		0.0467	0.0463	0.0436	0.0329	0.0195
10	zıt faz	<u>0.4123</u>	<u>0.2649</u>	<u>0.2404</u>	<u>0.1808</u>	<u>0.1058</u>
		0.2617	0.1939	0.1760	0.1398	0.0874
10	aynı faz	<u>0.2689</u>	<u>0.2649</u>	<u>0.2404</u>	<u>0.1808</u>	<u>0.1058</u>
		0.1987	0.1939	0.1760	0.1398	0.0874

Çizelge 3.4'de, bazı $\ell_{10}/\ell_1, p/E_{10}$ ($p_{cr.\infty}/E_{10} < p/E_{10} < p_{cr.0}/E_{10}$) ve farklı ön eğrilik formları için $t'_{cr.}$ değerleri $h_A = h_u = h/2, E_2/E_{10} = 10, \omega = 1, \alpha = -0.5$ ve $\ell_{30}/\ell_1 = 0.5$ durumunda verilmiştir. p/E_{10} değerleri küçüldükçe yani $p_{cr.\infty}/E_{10}$ değerine yaklaştıkça, $t'_{cr.}$ değerleri artmaktadır.

Çizelge 3.4 Farklı l_{10}/l_1 ve p/E_{10} için $t'_{cr.}$ değerleri
 ($h_A = h_u = h/2$, $E_2/E_1 = 10$, $\omega = 1$, $\alpha = -0.5$, $l_{30}/l_1 = 0.5$)

Ön eğriliğin formu	l_{10}/l_1	p/E_{10}	$t'_{cr.}$
zıt faz	0.6	0.30	0.9485
		0.35	0.0562
		0.38	0.0057
	0.5	0.35	0.1063
		0.38	0.0158
		0.40	0.0016
	0.4	0.35	0.1194
		0.38	0.0176
		0.40	0.0020
	0.3	0.35	0.1634
		0.38	0.0330
		0.40	0.0080
aynı faz	0.6	0.23	0.1149
		0.24	0.0295
		0.25	0.0035
	0.5	0.23	0.4720
		0.24	0.1453
		0.25	0.0391
	0.4	0.25	0.1026
		0.26	0.0240
		0.27	0.0021
	0.3	0.25	0.1426
		0.26	0.0366
		0.27	0.0050

Çizelge 3.5'de bazı p/E_{10} ($p_{cr.\infty}/E_{10} < p/E_{10} < p_{cr.0}/E_{10}$), ω ve farklı ön eğrilik formları için $t'_{cr.}$ değerleri $h_A = h_u = h/2$, $\alpha = -0.5$, $E_2/E_1 = 10$, $l_{30}/l_1 = 0.5$ ve $l_{10}/l_1 = 0.5$ için verilmiştir. Çizelgeden ω arttıkça $t'_{cr.}$ değerlerinde de artma olduğu görülmektedir.

Çizelge 3.5 Farklı ω için t'_{cr} değerleri
 ($h_A = h_u = h/2$, $\alpha = -0.5$, $E_2/E_1 = 10$, $l_{30}/l_1 = 0.5$, $l_{10}/l_1 = 0.5$)

ω	t'_{cr}	
	$p/E_{10} = 0.38$ (zıt faz)	$p/E_{10} = 0.25$ (aynı faz)
1	0.0158	0.0391
2	0.0235	0.0755
3	0.0384	0.2020

Çizelge 3.6'da farklı α için t'_{cr} değerleri, $h_A = h_u = h/2$, $\omega = 1$, $l_3/l_1 = \gamma_{31} = 1$, $l_{30}/l_1 = 0.5$, $l_{10}/l_1 = 0.5$ ve $E_2/E_1 = 10$ durumunda verilmiştir. α mutlak değerce büyüdükçe t'_{cr} değerleri küçülmektedir.

Çizelge 3.6 Farklı $\alpha = -0.5$ için t'_{cr} değerleri
 ($h_A = h_u = h/2$, $\omega = 1$, $l_3/l_1 = \gamma_{31} = 1$, $l_{30}/l_1 = 0.5$, $l_{10}/l_1 = 0.5$, $E_2/E_1 = 10$)

α	t'_{cr}	
	$p/E_{10} = 0.38$ (zıt faz)	$p/E_{10} = 0.25$ (aynı faz)
-0.3	0.0425	0.0810
-0.5	0.0158	0.0391
-0.7	0.0015	0.0071

Belirtelim ki Tez çerçevesinde, dikdörtgen çatlak içeren viskoelastik kalın plağın delaminasyon burkulma problemlerinin çözümlerinden elde edilen ve Kısım 2 ile Kısım 3'de verilen bütün sayısal sonuçlar bilinen fiziksel ve mekaniksel görüşlere uygundur.

4. DEĞERLENDİRME ve SONUÇLAR

Ele alınan Doktora Tezi çerçevesinde yapılan araştırmalarda elde edilen sayısal sonuçlar ve bu sayısal sonuçların değerlendirilmesi neticesinde aşağıdakiler söylenebilir:

- Tez kapsamında, yapısında dikdörtgen kenar veya dikdörtgen iç çatlak bulunan lineer viskoelastik kompozit malzemeden yapılmış dikdörtgen kalın plağın, Lineerize Edilmiş Üç Boyutlu Stabilité Teorisi (LEÜBST) çerçevesinde, statik dış basınç kuvveti etkisinde delaminasyon burkulmasına sebep olan kritik parametrelerin (elastik durumda kritik delaminasyon burkulma kuvveti ve viskoelastik durumda kritik zaman değeri) belirlenmesine yönelik matematiksel modelleme ve formülasyon kesin teoriler çerçevesinde belirlenmiştir.
- Formülasyonu yapılan sınırdeğer problemlerinin çözümü; Laplace dönüşümü, sınır tipli pertürbasyon tekniği ve üç boyutlu sonlu elemanlar yöntemi yardımıyla yapılmıştır. Tez çerçevesinde ele alınan problemlerin çözümünün gerektirdiği bütün algoritma ve programlar tarafımızdan yapılmıştır.
- Sonlu Elemanlar çözümü için, çözüm bölgesi sonlu adet alt bölgeye (sonlu elemana) ayrıklaştırılmış ve bu ayrıklaştırma işleminde, sekiz düğüm noktalı standart dikdörtgen prizmatik sonlu elemanlar (brick) kullanılmıştır.
- Çatlak içeren viskoelastik kalın plağın delaminasyon burkulmasına sebep olan kritik parametre değerlerinin belirlenmesinde, burkulma kriteri olarak “başlangıç eğinti kriteri” kullanılmıştır.
- Başlangıç eğinti kriterine göre, yapı elemanının içerdiği çatlak yüzeylerinin başlangıçta çok küçük ön eğriliğe sahip olduğu kabul edilmiş ve bu eğintinin farklı iki durumu (aynı faz ve zıt faz) için sayısal hesaplamalar ayrı ayrı yapılmıştır.
- Her bir sınırdeğer problemi için yapılan algoritma ve sonlu eleman programlarından elde edilen sayısal sonuçlar, çizelgeler ve grafikler şeklinde Tez’de verilmiştir.

Elde edilen sayısal sonuçların değerlendirilmesi hakkında ise aşağıdakiler söylenebilir:

- Yapı elemanındaki çatlağın boyutlarının küçültülmesi, malzemenin anizotropi özelliklerinin artırılması, kayma modüllerinin artırılması (ortotropik malzemeler için) ve çatlak ile dikdörtgen plağın serbest üst yüzeyi arasındaki mesafenin artırılması kritik delaminasyon burkulma kuvveti değerlerini ($P_{cr.}/E_{10}$) arttırmaktadır.

- Yapılan incelemelerde ortotrop malzeme için; kayma modüllerinden G_{12}/E_1 'nin kritik delaminasyon burkulma kuvveti değerlerine etkisinin diğer iki düzlemdeki (G_{13}/E_1 ve G_{23}/E_1) kayma modüllerine göre nispeten daha fazla olduğu görülmüştür (Çizelge (2.1)).
- Plak malzemesinin izotrop olması durumunda elde edilen kritik delaminasyon burkulma kuvveti değerinin, plak malzemesinin ortotrop olması durumunda bulunan kritik değerlerden daima büyük kaldığı tespit edilmiştir (Çizelge (2.2) ve Çizelge (2.3)).
- Plağın Ox_3 doğrultusundaki uzunluğu (ℓ_3) büyüdükçe, kritik delaminasyon burkulma kuvveti değerleri bir asimtoda yaklaşmaktadır. Elde edilen sayısal sonuçlar bilinen fiziksel ve mekaniksel görüşlerle çakışmaktadır (Çizelge (2.5)).
- Çatlak yüzeylerinin başlangıçtaki ön eğintisinin aynı faz olması durumunda bulunan kritik delaminasyon burkulma kuvveti değeri, zıt faz olması durumunda bulunan uygun kritik burkulma değerlerinden daima küçük kalmaktadır.
- Yapılan incelemeler sonucunda çatlak yüzeylerinin ön eğriliğinin formu aynı faz olarak seçildiğinde, plağın delaminasyon burkulma modu çatlak yüzeylerindeki ön eğrilik formu ile her durumda çakışmaktadır.
- Çatlak yüzeylerinin ön eğriliğinin formu zıt faz olarak seçildiğinde, çatlak kenar uzunluklarının oranının belirli bir değerine kadar, plağın delaminasyon burkulma modu çatlak yüzeylerindeki zıt faz ön eğrilik formu ile uyum göstermektedir. Ancak, çatlak kenar uzunluklarının oranının belirli bir değerinden sonra, plağın delaminasyon burkulma modu, çatlak yüzeylerindeki zıt faz ön eğrilik formu ile kesinlikle uyum göstermemekte, farklı bir burkulma modu oluşmaktadır. Belirtilen oranın değeri kenar veya iç çatlak için birbirinden farklıdır (Çizelge (2.3) ve Çizelge (3.2)).
- Ele alınan viskoelastik malzemenin reolojik parametrelerinin, dikdörtgen plağın kritik delaminasyon burkulma kuvveti değerine etkisi literatürde verilen etkiler ile benzerdir.

Yukarıda verilenlerden başka, Tez çerçevesinde elde edilen sayısal sonuçların, literatürde mevcut olan diğer sayısal sonuçların nitelik ve nicelik açısından değerlendirilmesinde ve yaklaşık yöntemlerin geçerlilik sınırlarının belirlenmesinde önemli bir kaynak teşkil edeceği ayrıca, Tez çerçevesinde gösterilen çabaların (kesin teoriler çerçevesinde matematiksel

modelleme ve üç boyutlu sonlu eleman çözümlerinin elde edilmesi vb.), bu alandaki bilgi birikiminin oluşmasına ve bundan sonra yapılacak araştırmalara da önemli ölçüde katkı sağlayabileceği Tez ile ilgili diğer önemli sonuçlardır.

KAYNAKLAR

Akbarov, S. D., (1994), ‘‘On the crack problems in composite materials with locally curved layers’’, *Mechanics of Composite Materials*, 30(6):750-759.

Akbarov, S. D., (1998), ‘‘On the three dimensional stability loss problems of elements of constructions fabricated from the viscoelastic composite materials’’, *Mech. Comp. Mater.* 34(6): 537-544.

Akbarov, S. D., (2007), ‘‘Three-dimensional instability problems for viscoelastic composite materials and structural members’’, *International Applied Mechanics*, 43(10):1069-1089.

Akbarov, S. D. ve Guz, A. N., (2000), *Mechanics of Curved Composites*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London.

Akbarov, S. D. ve Rzayev, O. G., (2001), ‘‘On the delamination of the elastic and viscoelastic composite circular plate’’, *European Journal of Mechanics A/Solids*, 21:269–279.

Akbarov, S. D. ve Rzayev, O. G., (2002b), ‘‘On the buckling of the elastic and viscoelastic composite circular thick plate with a penny-shaped crack’’, *Eur. J. Mech. A-Solid* 21(2): 269-279.

Akbarov, S. D. ve Rzayev, O. G., (2002c), ‘‘Delamination of unidirectional viscoelastic composite materials’’, *Mechanics of Composite Materials*, 38(1): 17-24.

Akbarov, S. D. ve Rzayev, O. G., (2003), ‘‘On the delamination of the viscoelastic composite circular plate’’, *International Applied Mechanics*, 39(3): 368-374.

Akbarov, S. D. ve Tekercioglu, R., (2007), ‘‘Surface undulation instability of the viscoelastic half-space covered with the stack of layers in bi-axial compression’’, *International Journal of Mechanical Sciences*, 49(6):778-789.

Akbarov, S. D. ve Yahnioglu, N., (1999), ‘‘The method for investigation of the general theory of stability problems of structural elements fabricated from the viscoelastic composite materials’’, *Sixth Annual International Conference on Composites Engineering (ICCE/6)*, 1999, Orlando-Florida, USA.

Akbarov, S. D. ve Yahnioglu, N., (2001), ‘‘The method for investigation of the general theory of stability problems of structural elements fabricated from the viscoelastic composite materials’’, *Composites Part B: Engineering*, 32(5):475-482.

Akbarov, S. D., Yahnioglu, N. ve Karatas, E. E., (2009), ‘‘Buckling Delamination of the Viscoelastic Rectangular Thick Plate with a Edge Rectangular Crack’’, *ASME 2009 International Mechanical Engineering Congress and Exposition (IMECE09)*, 13-19 Nov. 2009, Lake Buena Vista, Florida, USA.

Akbarov, S. D., Yahnioglu, N. ve Karatas, E. E., (2010a), ‘‘Buckling Delamination Of The Rectangular Orthotropic Thick Plate With An Edge Rectangular Crack’’, *ASME2010 International Mechanical Engineering Congress And Exposition*, 12-14 July, 2010, Istanbul, Turkey.

Akbarov, S. D., Yahnioglu, N. ve Karatas, E. E., (2010b), ‘‘An analysis of buckling delamination of the composite rectangular thick plate with an inner rectangular Crack’’, *Proceedings of the Tenth International Conference on Computational Structures Technology (CST2010)* 14-17 September. 2010 Valencia, Spain.

- Akbarov, S. D., Yahnioglu, N. ve Karatas, E. E., (2010c), “Buckling Delamination of a rectangular plate containing a rectangular Crack and made from elastic and viscoelastic composite materials”, *International Journal of Solids and Structures*,47(25-26):3426-3434.
- Akbarov, S. D., Yahnioglu, N. ve Kutug, Z., (2001), “On the three three-dimensional stability loss problem of the viscoelastic composite plate”, *International Journal Engineering and Science*, 39(13):1443–1457.
- Akbarov, S. D., Yahnioglu, N. ve Rzayev, O. G., (2007), “On the influence of singular-type finite elements on the critical force in studying the buckling of a circular plate with a crack”, *International Applied Mechanics*, 43(9): 1048-1056.
- Akbarov, S. D., Yahnioglu, N. ve Tekin, A., (2010a), “3D FEM analyses of the buckling delamination of a rectangular sandwich plate containing interface rectangular cracks and made from elastic and viscoelastic materials”, *CMES. Computer Modeling and Engineering System*, 64(2):147-186.
- Akbarov, S. D., Yahnioglu, N. ve Tekin, A., (2010b), “Buckling Delamination Of A Rectangular Sandwich Thick Plate With Band Cracks”, *ASME2010 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, 12-14 July, 2010, Istanbul, Turkey.
- Akbarov, S. D., Selim, S. ve Demiriz, I. G., (2004), “Buckling Instability of a Thick Rectangular Plate of a Composite Material with a Spatially Periodically Curved Structure”, *Mechanics of Composite Materials*, 40(5): 389-396.
- Akbarov, S. D., Sisman, T. ve Yahnioglu, N., (1997), “On the fracture of the unidirectional composites in compression”, *International Journal Engineering and Science*, 35(12/13): 1115-1136.
- Arman, Y., Zor, M. ve Aksoy, S., (2006), “Determination of critical delamination diameter of laminated composite plates under buckling loads”, *Compos. Sci. and Technol.*, 66: 2945-2953.
- Babich, I. Yu., Guz, A. N. ve Chekhov, N., (2001), “The three-dimensional theory of stability of fibrous and laminated materials”, *Inter. Appl. Mech.*, 37(9):1103-1141.
- Biot, M. A., (1934), “Sur la stabilite de l’equilibre elastic stability”, *Ann Soc. Sci. Sect B*, 54(1):91-109.
- Biot, M. A., (1939), “Nonlinear theory elasticity and the linearized case for a body under initial stresses”, *Phill Mag. Ser Z*, 27:89-115.
- Biot, M. A., (1965), *Mechanics Of Incremental Deformations*, Wiley, New York.
- Bogdanov, V. L., Guz, A. N. ve Nazarenko, V. M., (2009), “Fracture of a body with a periodic set of coaxial cracks under forced directed along them: an axisymmetric problem”, *Inter. Appl. Mech.*, 45(2):111-124.
- Bolotin, V. V., (1996), “Delaminations in composite structures: it orijin, buckling, growth and stability”, *Composites: Prt B*, 27B:129-145.
- Cristensen, R. M., (1979), *Mechanics of Composite Materials*, John Willey and Sons Int., New York.
- Crosby, K. M. ve Bradley, R. M., (1999), “ Pattern formation during delamination and buckling of thin films”, *Physical review E*, 59(3): 2542-2545.

- Degret, V. A., (2008a), “Plane instability for a composite reinforced with a periodic row of short parallel fibers”, *Inter. Appl. Mech.*, 44(5):498-504.
- Degret, V. A., (2008b), “Near-surface instability of composites weakly reinforced with short fibers”, *Inter. Appl. Mech.*, 44(6):619-625.
- Erdoğan, F., (2000), “Fracture Mechanics, International Journal of Solids and Structures”, 37:171-183.
- Ersoy, H. Y., (2001), *Kompozit Malzeme, Literatür Yayıncılık, İstanbul.*
- Evans, A. G. ve Hutchinson, J. W., (1995), “The thermo mechanical integrity of thin films and Multilayers”, *Acta Metal. Mater.*, 43:2507-2530.
- Gioia, F. ve Ortiz, M., (1997), “Delamination of compresses thin films”, *Adv. Appl. Mech.*, 33:120-192.
- Guz, A. N., (1972), “Three-dimensional theory of elastic stability under finite subcritical deformations”, *Soviet Appl. Mech. (English translation of Prikladnaya Mekhanika)*, 8(12):1308-1323.
- Guz, A. N., (1999), *Fundamentals of The Three-Dimensional Theory of Stability of Deformable Bodies, Springer-Verlag, Berlin Heideberg.*
- Guz, A. N., (2001), “Construction of the three-dimensional theory of deformable bodies”, *Inter. Appl. Mech.*, 37(1):3-44.
- Guz, A. N., Degret, V. A., (2008), “On two models in the three-dimensional theory of stability of composites”, *Inter. Appl. Mech.*, 44(8):839-854.
- Guz, A. N., Degret, V. A., (2009b), “Stability loss in nanotube reinforced composites” *CMES.*, 49(1):69-80.
- Guz, A. N., Dyshel, M. Sh. ve Nazarenko, V. M., (2004), “Fracture and stability of materials and structural members with cracks: Approaches and results”, *Inter. Appl. Mech.*, 40(12):1323-1359.
- Guz, A. N. ve Nazarenko, V. M., (1985b), “Symmetric failure of the half-space with penny-shaped crack in compression”, *Theor. Appl. Fract. Mech.*, 3:233-245.
- Guz, A. N. ve Nazarenko, V. M., (1989b), “Fracture mechanics of materials in compression along a crack constructional materials”, *Inter. Appl. Mech.*, 25(10):3-19.
- Hoff, N. J., (1954), “Buckling and stability”, *J. Roy. Aeron. Soc.*, 58(1).
- Hutchinson, J. W., He, M. Y. ve Evans, A. G., (2000), “The influence of imperfections on the nucleation and propagation of buckling driven delaminations”, *J. Mech. Phys. Solids*, 48:709-734.
- Hutchinson, J. W., Thouless, M. D. ve Liniger, E. G., (1992), “Growth and configurational stability of circular, buckling-driven film delaminations”, *Acta Metall. Mater.*, 40:295-308.
- Hwang, S. F. ve Mao, C. P., (1999), “The delamination buckling of single-fibre system and interply hybrid composites”, *Compos. Struct.*, 46:279-287.

- Kachanov, L. M., (1976), "Fracture of composite materials by means a delamination" *Mechanika Polimerov*, 5:918-922.
- Kutug, Z., (2009), "On the three-dimensional undulation instability of a rectangular viscoelastic composite plate in biaxial compression", *Mechanics of Composite Materials*, 45(1):65-76.
- Kutug, Z., Yahnioglu, N. ve Akbarov, S. D., (2003), "The loss of stability analyses of an elastic and viscoelastic composite circular plate in the framework of three-dimensional linearized theory", *European Journal of Mechanics: A/Solids*, 22(3): 475-488.
- Moon, M. W., Chung, J. W., Lee, K. R., Oh, K. H., Wang, R. ve Evans, A. G., (2002), "An experimental study of the influence of imperfections on the buckling of compressed thin films", *Acta Materialia*, 50:1219-1227.
- Nilsson, K. F., Thesken, J. C., Sinderar, P., Giannakopoulos, A. E. ve Stoakers, B., (1993), "A theoretical and experimental investigation of buckling induced delamination growth", *J. Mech. Phys. Solids*, 41:749-782.
- Rabotnov, ve Yu, N., (1977), *Elements of Hereditary Mechanics of Solid Bodies*, Nauka, Moskow.
- Sadowsk T. ve Borst R., (2008), *Lecture Notes on Composite Material*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, New York.
- Schapery, R. A., (1966), "Approximate methods of transform inversion for viscoelastic stress analyses", *Proc. US Nat. Cong. Appl. ASME.*, 1075-1085.
- Short, G. J., Guild, F. J. ve Pavier, M. J., (2001), "The effect of delamination geometry on the compressive failure of composite laminates", *Compos. Sci. Technol.*, 61:2075-2086.
- Şuhubi, E. S., (1994), *Sürekli Ortamlar Mekaniği*, İTÜ, İstanbul.
- Thouless, M. D., Jensen, H. M. ve Liniger, E. G., (1994), *Delamination from edge flaws.*, *Proc. Royal Soc.*, A447, 271-279, London.
- Volmir, A. S., (1967), *Stability of Deformation Systems*, Nauko, Moskow.
- Wang, J. T., Cheng, S. H. ve Liu, C. C., (1995), "Local buckling of delaminated beams and plates using continuous analysis", *J. Compos. Mater.*, 29:1374-1402.
- Yahnioglu, N., (1996), "Eğrisel Yapıya sahip Kompozit malzemedeki Hazırlanmış Yapı Elemanlarının statikine uygun Sınırdeğer Problemlerinin FEM ile İncelenmesi, Doktora Tezi, YTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Yahnioglu, N., (2000), "Stability of viscoelastic circular plate", *Seventh Annual International Conference on Composites Engineering (ICCE/7)*, 2000, Denver-Colorado, USA.
- Yahnioglu, N. ve Akbarov, S. D., (2002), "Stability loss analyses of the elastic and viscoelastic composite rotating thick circular plate in the framework of the three-dimensional linearized theory of stability", *International Journal of Mechanical Sciences*, 44:1225-1244.
- Yahnioglu, N. ve Kutug, Z., (2000), "Stability of rectangular plate fabricated from the viscoelastic composite materials", *Seventh Annual International Conference on Composites Engineering (ICCE/7)*, 2000, Denver-Colorado, USA.

Zienkiewicz, O. C. ve Taylor, R. L., (1989), *The Finite Element Methods: Basic Formulation and Linear Problems*, Mc Graw-Hill Book Company, Oxford.

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi 08.02.1978

Doğum yeri Polatlı-Ankara

Lise 1992-1995 Yenimahalle Mustafa Kemal Lisesi

Lisans 1997-2002 Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fak.
İnşaat Mühendisliği Bölümü

Yüksek Lisans 2002-2005 Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
İnşaat Müh. Anabilim Dalı, Mekanik Programı

Doktora 2005-2011 Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
İnşaat Müh. Anabilim Dalı, Mekanik Programı

Çalıştığı kurum

2005-Devam ediyor YTÜ İnşaat Fak. Araştırma Görevlisi.