

**T.C.  
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YERYUVARI GRAVİTE ALANININ AYLIK GRACE ÇÖZÜMLERİ İLE İZLENMESİ  
VE DUYARLILIĞI ÜZERİNE BİR İNCELEME**

**E. SİMAY ATAYER**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
HARİTA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI  
GEOMATİK PROGRAMI**

**DANIŞMAN  
DOÇ. DR. CÜNEYT AYDIN**

**İSTANBUL, 2012**

**T.C.**  
**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YERYUVARI GRAVİTE ALANININ AYLIK GRACE ÇÖZÜMLERİ İLE İZLENMESİ  
VE DUYARLILIĞI ÜZERİNE BİR İNCELEME**

E.Simay ATAYER tarafından hazırlanan tez çalışması 29.06.2012 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Harita Mühendisliği Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

**Tez Danışmanı**

Doç. Dr. Cüneyt AYDIN  
Yıldız Teknik Üniversitesi

**Jüri Üyeleri**

Doç. Dr. Cüneyt AYDIN  
Yıldız Teknik Üniversitesi

\_\_\_\_\_

Doç. Dr. Orhan AKYILMAZ  
İstanbul Teknik Üniversitesi

\_\_\_\_\_

Yrd. Doç. Dr. Niyazi ARSLAN  
Yıldız Teknik Üniversitesi

\_\_\_\_\_

## ÖNSÖZ

---

Yüksek lisans eğitimim boyunca benimle bilgisini paylaşan, bana yol gösteren ve tezin kapsamında kullanılan programların yazımında yardımcı olan değerli hocam Sayın Doç. Dr. Cüneyt Aydın'a en içten dileklerle teşekkürlerimi sunarım. Eğitim hayatım süresince maddi ve manevi desteklerini benden esirgemeyen, hayatta aldığım tüm kararlarda yanımda olan annem ile babama da ayrıca teşekkür ederim.

Tezimde kullandığım aylık GRACE çözümlerini sağladığı için UTCSR (University of Texas at Austin Center for Space Research)'e de bir teşekkür borçluyum.

Bu tezi, ailemizden erken ayrılan sevgili babaanneme ithaf ediyorum.

Mayıs, 2012

E. Simay ATAYER

## İÇİNDEKİLER

---

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ .....	vi
KISALTMA LİSTESİ .....	ix
ŞEKİL LİSTESİ.....	x
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xiii
ÖZET.....	xiv
ABSTRACT .....	xvi
<b>BÖLÜM 1</b>	
GİRİŞ.....	1
1.1    Literatür Özeti .....	1
1.2    Tezin Amacı .....	3
1.3    Hipotez.....	6
<b>BÖLÜM 2</b>	
YERYUVARININ GRAVİTE ALANI .....	7
2.1    Çekim Kuvveti ve Potansiyeli .....	8
2.1.1    Noktasal Çekim Kuvveti ve Potansiyeli .....	8
2.1.2    Dolu Bir Cismin Çekim Kuvveti ve Potansiyeli.....	11
2.2    Laplace Denklemi ve Harmonik Fonksiyon .....	12
2.3    Küre Harmonikleri.....	14
2.4    Gravite Kuvveti ve Potansiyeli .....	15
2.5    Bozucu Potansiyel ve Fiziksel Jeodezinin Temel Denklemi.....	18
2.6    Yeryuvarı Çekim Potansiyelinin Küre Harmoniklerine Açınımı.....	20
2.7    Bozucu Potansiyelin Küre Harmoniklerine Açınımı .....	21
2.8    Gravite Alanı Modellerinde Çözünürlük Kavramı .....	21
<b>BÖLÜM 3</b>	
GRAVİTE ALANI ZAMANSAL DEĞİŞİMLERİNİN UZAYDAN İZLENMESİ: GRACE .....	24
3.1    L2 Verisinden Elde Edilen Jeopotansiyel Değişimler.....	26



3.1.1	GRACE Modeli .....	28
3.1.2	Kütle Değişimi (Eşdeğer Su Kalınlığı Değişimi) .....	29
3.1.3	Jeoit Yüksekliği Değişimi .....	31
3.1.4	Gravite Değişimi .....	32
3.2	Harmonik Katsayıların Filtrenmesi .....	33
3.2.1	Gauss Yumuşatma Filtresi .....	34
3.2.2	Korelasyon Etkilerinin Giderilmesi .....	36
3.2.3	Filtrenmiş Katsayılarla Jeopotansiyel Değişimler .....	40
3.3	Jeopotansiyel Değişimlerin Varyansları .....	41
3.4	Hız Modeli .....	42
<b>BÖLÜM 4</b>		
SAYISAL UYGULAMA .....		44
4.1	Uygulama Amacı ve Kapsamı .....	44
4.2	Veri Değerlendirme Stratejisi .....	46
4.2.1	Kullanılan L2 Verisi .....	46
4.2.2	Veri Değerlendirme İşlem Adımları .....	47
4.2.3	Kullanılan Programlar .....	48
4.3	Yıllık Modellerin Basit Farkından Elde Edilen Değişimler .....	51
4.3.1	EWT Değişimi .....	51
4.3.2	Global Ölçekte Örnekler .....	52
4.3.3	Bölgesel Ölçekte Örnekler .....	56
4.3.4	EWT Değişimi Hata Özellikleri .....	59
4.3.5	Jeoit Yüksekliği ve Gravite Değişimi .....	62
4.4	Hız Kestirimi .....	68
4.4.1	Global Ölçekte Hız Kestirimi .....	69
4.4.2	Bölgesel Ölçekte Hız Kestirimi .....	75
4.4.3	Hızlar için Güven Aralığı Kestirimi .....	81
<b>BÖLÜM 5</b>		
SONUÇ VE ÖNERİLER .....		90
KAYNAKLAR .....		93
EK-A		
EN KÜÇÜK KARELER KESTİRİM YÖNTEMİ .....		99
EK-B		
EWT DEĞİŞİMLERİ .....		100
B.1	Global Ölçekte EWT Değişimleri .....	100
B.2	Bölgesel Ölçekte EWT Değişimleri .....	102
B.3	EWT Yıllık Genlikler .....	104
ÖZGEÇMİŞ .....		105

## SİMGE LİSTESİ

---

$a$	Referans elipsoidinin büyük yarı eksen
<b>A</b>	Katsayılar matrisi
$A_{nm}$ ve $B_{nm}$	Harmonik katsayılar
$b_0$	Sıfır eki
$b_1$	İlgili değişimin hızı
$b_2, b_3$	Yıllık (annual) kosinüs ve sinüslü terimlerin genlikleri
$b_4, b_5$	6 aylık (semi-annual) kosinüs ve sinüslü terimlerin genlikleri
$c_a$	Güven aralığının alt sınır değeri
$c_{\bar{u}}$	Güven aralığının üst sınır değeri
$C_{nm}$ ve $S_{nm}$	Tam normalleştirilmiş küre harmonik katsayıları
$\bar{C}_{nm}$ ve $\bar{S}_{nm}$	GRACE modelindeki harmonik katsayılar
$C_{nm}^U$ ve $S_{nm}^U$	Normal gravite potansiyelinin çekim kısmına ilişkin harmonik katsayıları
$d_v$	Bir cismin diferansiyel anlamda hacmi
$dM$	Bir cismin diferansiyel anlamda kütlesi
$f$	Serbestlik derecesi
$F$	Çekim kuvveti
<b>F</b>	Çekim kuvveti vektörü
<b>g</b>	Gravite vektörü-gravite ivmesi
$G$	Evrensel çekim sabiti
$GM_y$	Jeosentrik çekim sabiti
$h$	Elipsoidal yükseklik
$k_n$	$n$ derecesine bağlı Love yükleme sayısı
$L_{nm}(\cos\vartheta)$	Legendre fonksiyonu
<b>L</b>	Ölçü vektörü
$M$	Cismin kütlesi
$m$	Harmonik katsayı sırası
$M_y$	Yeryuvarının kütlesi
$n$	Harmonik katsayı derecesi
$n_{max}$	Maksimum harmonik katsayı derecesi
$\bar{n}$	Harmonik derecelerin aritmetik ortalaması
<b>N</b>	Jeoit yüksekliği
$p$	Yeryuvarı dönme eksenini ile yeryuvarı üzerindeki bir nokta arasındaki uzaklık
<b>P</b>	Ağırlık matrisi

$P_{nm}(\cos\vartheta)$	Tam normalleştirilmiş Legendre fonksiyonu
$r$	Yarıçap uzunluğu
$R$	Gauss filtresinin boyutu (yumuşatma yarıçapı)
$T$	Bozucu potansiyel
$u$	Bilinmeyen sayısı
$U$	Normal gravite potansiyeli
$\mathbf{v}$	Düzeltilme vektörü
$V$	Çekim potansiyeli
$Y_n(\vartheta, \lambda)$	Küresel yüzey harmonikleri (yüzey harmonik fonksiyonları)
$W$	Gravite potansiyeli
$W_n$	Gauss-ağırlık fonksiyonu
$W_n^*$	$n$ derecesine bağlı ağırlık fonksiyonu
$\mathbf{x}$	Bilinmeyenler vektörü
$\alpha$	Yanılma olasılığı
$\delta C_{nm}$ ve $\delta S_{nm}$	$C_{nm}$ ile $C_{nm}^U$ ve $S_{nm}$ ile $S_{nm}^U$ katsayıları arasındaki farklar
$\delta g$	Gravite bozukluğu
$\Delta$	Laplace operatörü
$\Delta \check{C}_{nm}$ ve $\Delta \check{S}_{nm}$	Yüzey yoğunluk katsayı değişimleri
$\Delta C_{nm}$ ve $\Delta S_{nm}$	Modeller arasındaki küre harmonik katsayı değişimleri
$\Delta C_{nm}^*$ ve $\Delta S_{nm}^*$	Korelasyon etkisi giderilmiş harmonik katsayı değişimi
$\Delta e$	Su kalınlığındaki değişim (EWT değişimi)
$\Delta g$	Gravite anomalisi
$\Delta n_i$	Normlandırılmış harmonik dereceleri
$\Delta N$	Jeoit yüksekliği değişimi
$\Delta T$	Bozucu potansiyel değişimi
$\Delta Y_n(\vartheta, \lambda)$	Yüzey harmoniği değişimi
$\Delta \bar{Y}_n(\vartheta, \lambda)$	Ölçeklendirilmiş yüzey harmoniği değişimi
$\Delta \delta g$	Gravite bozukluğu değişimi
$\Delta \Delta g$	Gravite anomalisi değişimi
$\Delta \sigma$	Yüzey kütle yoğunluğu değişimi
$\gamma$	Normal gravite değeri
$\vartheta$	Kutup uzaklığı
$\kappa$	Tamsayı
$\lambda$	Jeosentrik boylam
$\omega$	Açısal frekans
$\omega_y$	Açısal hız
$\rho$	Yoğunluk ( $\rho_{ave}$ : Yeryuvarı ortalama yoğunluğu, $\rho_w$ : Suyun yoğunluğu)
$\Phi$	Merkezkaç kuvveti potansiyeli
$\psi$	Çözünürlük
$\Sigma$	Ölçülerin kovaryans matrisi
$\hat{\Sigma}_{LL}$	Dengeli ölçülerin kovaryans matrisi
$\hat{\Sigma}_{vv}$	Düzeltilmelerin kovaryans matrisi
$\sigma_{\bar{C}_{nm}}^2$ ve $\sigma_{\bar{S}_{nm}}^2$	GRACE modelinin ilgili katsayısının varyansları

$\sigma_{C_{nm}}^2$ ve $\sigma_{S_{nm}}^2$	Harmonik katsayıların varyansları
$\sigma_{\Delta e}^2$	Eşdeğer su kalınlığı değişimi varyansı
$\sigma_{\Delta N}^2$	Jeoit yüksekliği değişimi varyansı
$\sigma_{\Delta \delta g}^2$	Gravite bozukluğu değişimi varyansı
$\sigma_{\Delta \Delta g}^2$	Gravite anomalisi değişimi varyansı
$\sigma_{\Delta C_{nm}^*}^2$ ve $\sigma_{\Delta S_{nm}^*}^2$	Korelasyon etkisi giderilmiş ilgili harmonik katsayı değişimlerinin varyansları
$\sigma_{\Delta C_{nm}}^2$ ve $\sigma_{\Delta S_{nm}}^2$	Harmonik katsayı değişimlerinin varyansları
$\sigma_0^2$	Birim ağırlıklı ölçünün önsel varyansı
$\tau$	Çeken ve çekilen kitleler arasındaki uzaklık
$\nu$	Aylık periyot sayısı

## KISALTMA LİSTESİ

---

CSR	Center for Space Research
CHAMP	Challenging Minisatellite Payload
DDK	Decorrelation Filter
DHG	Derece Hata Genliği
DLR	Deutsches Zentrum für Luft – und Raumfahrt
DSG	Derece Sinyal Genliği
EKKY	En Küçük Kareler Yöntemi
ESA	European Space Agency
EWT	Equivalent Water Thickness (Eşdeğer Su Kalınlığı)
GFZ	GeoForschung Zentrum
GRACE	Gravity Recovery and Climate Experiment
GOCE	Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer
ICGEM	International Centre for Global Earth Models
JPL	Jet Propulsion Laboratory
L1	Level-1
L2	Level-2
L3	Level-3
LEO	Low Earth Orbit
NASA	National Aeronautics and Space Administration

## ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 2. 1	Eş potansiyelli yüzeyler ve Jeoit [52]..... 7
Şekil 2. 2	Dik koordinat sisteminde C ve P noktaları arasındaki çekim kuvveti..... 9
Şekil 2. 3	Dolu bir cismin çekim kuvveti ..... 12
Şekil 2. 4	Küresel ve dik koordinatlar ..... 14
Şekil 2. 5	Birim kütleli P noktasına etkiyen çekim kuvveti ( <b>F</b> ), merkezkaç kuvveti ( <b>F<sub>c</sub></b> ) ve gravite kuvveti ( <b>g</b> ) [61] ..... 16
Şekil 2. 6	Jeoit ve referans elipsoidi..... 18
Şekil 2. 7	Bazı küre harmoniği örnekleri [43]..... 22
Şekil 3. 1	Soldan sağa: CHAMP, GRACE ve GOCE [65], [66], [67] ..... 24
Şekil 3. 2	GRACE uydularının izlediği yörüngeler [44] ..... 25
Şekil 3. 3	L2 veri dosyası örneği (L: Derece, M: Sıra, sigma: Standart Sapma)..... 29
Şekil 3. 4	GRACE verisinin kapsadığı su katmanları [12]..... 30
Şekil 3. 5	Gauss-ağırlık fonksiyonu eğrileri ..... 36
Şekil 3. 6	Tek ve çift dereceli harmonik katsayı eğrileri ..... 37
Şekil 3. 7	$\Delta C_{nm}$ küre harmonik katsayıları için öngörülen 7.dereceden polinom ve korelasyon etkileri giderilmiş $\Delta C_{nm}^*$ küre harmonik katsayıları ..... 39
Şekil 3. 8	Bir noktaya ilişkin EWT'nin zamana bağlı değişimi ..... 43
Şekil 4. 1	GRACE harmonik katsayı dosya klasörü [64] ..... 47
Şekil 4. 2	GRACE L2 verisi değerlendirme işlem adımları ..... 48
Şekil 4. 3	gracemodel programı kullanıcı ara yüzü ..... 49
Şekil 4. 4	GRACE derece hata genlikleri (GRACE, DDK1 ve DDK2, 2006 yılının Ocak ayına; filtresiz GRACE-Model ise 2006 yılına ilişkindir)..... 50
Şekil 4. 5	Oluşturulan yıllık GRACE-2004, 2006, 2008 ve 2010 modellerinin derece hata genlikleri ..... 51
Şekil 4. 6	Filtre uygulamadan elde edilen EWT değişimi (2006-2007) ..... 52
Şekil 4. 7	(a) 300 km; (b) 500 km ve (c) 750 km boyutlu Gauss filtresi uygulanarak elde edilen EWT değişimleri (2006-2007)..... 53
Şekil 4. 8	Korelasyon etkileri giderilmemiş-giderilmiş (C-P7M8) EWT değişimleri (R=300 km) (a) 2005-2006 ve (b) 2006-2007 ..... 54
Şekil 4. 9	(a) DDK1 ve (b) DDK2 verisi kullanılarak elde edilen EWT değişimleri (2005-2006) ..... 55
Şekil 4. 10	$[30^\circ \leq \varphi \leq 45^\circ; 20^\circ \leq \lambda \leq 50^\circ]$ bölgesi için (a) DDK1 verisi (b) DDK2 verisi ve (c) 300 km; (d) 400 km; (e) 500 km boyutlu Gauss filtreleri ile elde edilen EWT değişimleri (2007-2008)..... 56

Şekil 4. 11	Sumatra Bölgesi için (a) 2003-2004; (b) 2004-2005; (c) 2005-2006 yılları arasındaki; (d) {2005,2006} ve {2003-2004} modelleri farkından elde edilen EWT değişimleri ( $R=300\text{km}$ ) .....	58
Şekil 4. 12	Sumatra bölgesi için (a) 2003-2004; (b) 2004-2005; (c) 2005-2006 yılları arasındaki; (d) {2005,2006} ve {2003-2004} modelleri farkından elde edilen EWT değişimleri ( $R=300\text{ km}$ ) [17].....	59
Şekil 4. 13	(a) Korelasyon etkisi giderilmemiş, (b) giderilmiş veri kullanılarak elde edilen 2004-2009 yıl aralıklarına ait EWT değişimlerinin ortalama standart sapmaları ( $R=300\text{ km}$ ).....	62
Şekil 4. 14	(a) 300 ve (b) 500 km boyutlu Gauss filtreleri; (c) DDK2 ve (d) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen jeoit yüksekliği değişimleri (2006-2007).....	63
Şekil 4. 15	(a) 300 ve (b) 500 km boyutlu Gauss filtreleri; (c) DDK2 ve (d) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen jeoit yüksekliği değişimlerinin standart sapmaları (2006-2007) .....	64
Şekil 4. 16	(a) 300 ve (b) 500 km boyutlu Gauss filtreleri; (c) DDK2 ve (d) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen gravite bozukluğu değişimleri (2006-2007).....	65
Şekil 4. 17	(a) 300 km; (b) 500 km boyutlu Gauss filtreleri; (c) DDK2 ve (d) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen gravite anomalisi değişimleri (2006-2007).....	66
Şekil 4. 18	(a) 300 km ve (b) 500 km boyutlu Gauss filtreleri kullanılarak elde edilen gravite bozukluğu değişimlerinin standart sapmaları (2006-2007).....	67
Şekil 4. 19	(a) 300 km ve (b) 500 km boyutlu Gauss filtreleri kullanılarak elde edilen gravite anomalisi değişimlerinin standart sapmaları (2006-2007) .....	68
Şekil 4. 20	Yeryuvarındaki iki noktada EWT'nin zamana bağlı değişimi ve hız modeli	69
Şekil 4. 21	(a) 300 km boyutlu Gauss filtresi ve (b) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen yıllık EWT değişim miktarları ve (c-d) standart sapmaları (cm/yıl).....	70
Şekil 4. 22	(a) 300 km boyutlu Gauss filtresi ve (b) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen yıllık jeoit yüksekliği değişim miktarları ve (c-d) standart sapmaları (cm/yıl) .....	72
Şekil 4. 23	(a) 300 km boyutlu Gauss filtresi ve (b) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen yıllık gravite değişim miktarları ve (c-d) standart sapmaları ( $\mu\text{Gal/yıl}$ ) .....	74
Şekil 4. 24	$[30^\circ \leq \varphi \leq 45^\circ; 20^\circ \leq \lambda \leq 50^\circ]$ bölgesi için (a) 300 km; (b) 350 km; (c) 375 km; (d) 400 km; (e) 500 km boyutlu Gauss filtresi ve (f) DDK1 verisi kullanarak elde edilen yıllık EWT değişimleri (cm/yıl).....	75
Şekil 4. 25	$[30^\circ \leq \varphi \leq 45^\circ; 20^\circ \leq \lambda \leq 50^\circ]$ bölgesi için (a) 300 km; (b) 350 km; (c) 375 km; (d) 400 km; (e) 500 km boyutlu Gauss filtresi ve (f) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen yıllık jeoit yüksekliği değişimleri (cm/yıl) .....	78
Şekil 4. 26	$[30^\circ \leq \varphi \leq 45^\circ; 20^\circ \leq \lambda \leq 50^\circ]$ bölgesi için (a) 300 km; (b) 350 km; (c) 375 km; (d) 400 km; (e) 500 km boyutlu Gauss filtresi ve (f) DDK1 verisi kullanarak elde edilen yıllık gravite değişimleri ( $\mu\text{Gal/yıl}$ ) .....	80
Şekil 4. 27	(a) 300 km boyutlu Gauss filtresi ve (b) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen yıllık EWT değişimlerinin güven aralıkları (alt sınır/üst sınır).....	83
Şekil 4. 28	(a) 300 km boyutlu Gauss filtresi ve (b) DDK1 verisi kullanarak elde edilen yıllık jeoit yüksekliği değişimlerinin güven aralıkları (alt sınır/üst sınır) .....	84
Şekil 4. 29	(a) 300 km boyutlu Gauss filtresi ve (b) DDK1 verisi kullanarak elde edilen yıllık gravite değişimlerinin güven aralıkları (alt sınır/ üst sınır) .....	85
Şekil 4. 30	$[30^\circ \leq \varphi \leq 45^\circ; 20^\circ \leq \lambda \leq 50^\circ]$ bölgesi için (a) 300 km; (b) 400 km boyutlu Gauss filtresi ve (c) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen yıllık EWT değişiminin güven aralıkları (alt sınır-üst sınır) .....	87

Şekil 4. 31	$[30^{\circ} \leq \varphi \leq 45^{\circ}; 20^{\circ} \leq \lambda \leq 50^{\circ}]$ bölgesi için (a) 300 km; (b) 400 km boyutlu Gauss filtresi ve (c) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen yıllık jeoit yüksekliği değişiminin güven aralıkları (alt sınır–üst sınır).....	88
Şekil 4. 32	$[30^{\circ} \leq \varphi \leq 45^{\circ}; 20^{\circ} \leq \lambda \leq 50^{\circ}]$ bölgesi için (a) 300 km; (b) 400 km boyutlu Gauss filtresi ve (c) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen yıllık gravite değişiminin güven aralıkları (alt sınır–üst sınır) .....	89
Şekil Ek-B1. 1	(a) 2003-2004; (b) 2004-2005; (c) 2005-2006; (d) 2006-2007; (e) 2007-2008; (f) 2008-2009; (g) 2009-2010 yılları arasındaki EWT değişimleri ( $R=350$ km) ....	101
Şekil Ek-B2. 1	(a) 2003-2004; (b) 2004-2005; (c) 2005-2006; (d) 2006-2007; (e) 2007-2008; (f) 2008-2009; (g) 2009-2010 yılları arasındaki EWT değişimleri ( $R=350$ km) ....	103
Şekil Ek-B3. 1	EWT değişimlerine ilişkin yıllık (a) kosinüs ve (b) sinüslü terimlerin genlikleri (cm) .....	104



## ÇİZELGE LİSTESİ

---

	Sayfa
Çizelge 2. 1 Bazı statik gravite alanı modellerinin çözünürlükleri, toplam terim sayısı ve doğrulukları .....	23
Çizelge 3. 1 Love yüklemeye sayıları [34].....	31
Çizelge 4. 1 Yeryuvarındaki EWT değişiminin ortalama standart sapma değerleri (A: Korelasyon etkisi giderilmemiş; B: Korelasyon etkisi giderilmiş).....	60
Çizelge 4. 2 Global ölçekte hızlara ilişkin istatistikler .....	73
Çizelge 4. 3 $[30^{\circ} \leq \varphi \leq 45^{\circ}; 20^{\circ} \leq \lambda \leq 50^{\circ}]$ bölgesi için yıllık EWT değişimlerinin standart sapmaları.....	76
Çizelge 4. 4 $[30^{\circ} \leq \varphi \leq 45^{\circ}; 20^{\circ} \leq \lambda \leq 50^{\circ}]$ bölgesi için 300 km'lik EWT hızlarının diğer çözümdeki hızlardan farkları.....	77
Çizelge 4. 5 $[30^{\circ} \leq \varphi \leq 45^{\circ}; 20^{\circ} \leq \lambda \leq 50^{\circ}]$ bölgesi için yıllık jeoit yüksekliği değişimlerinin standart sapmaları .....	79
Çizelge 4. 6 $[30^{\circ} \leq \varphi \leq 45^{\circ}; 20^{\circ} \leq \lambda \leq 50^{\circ}]$ bölgesi için yıllık gravite değişimlerinin standart sapmaları.....	81

---

## YERYUVARI GRAVİTE ALANININ AYLIK GRACE ÇÖZÜMLERİ İLE İZLENMESİ VE DUYARLILIĞI ÜZERİNE BİR İNCELEME

E. Simay ATAYER

Harita Mühendisliği Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Cüneyt AYDIN

GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) uydu sistemi, 2002 yılından günümüze yeryuvarı gravite alanı zamansal değişimine ilişkin önemli bilgi sağlamaktadır. İki adet alçak yörüngeli yapay uydudan oluşan bu sistemden elde edilen gravite alanı bilgisi, aylık olarak harmonik katsayılar biçiminde kullanıcılara sunulmaktadır. Bu çalışmada, 2003 Ocak–2010 Eylül aralığını kapsayan 92 aya ilişkin harmonik katsayı çözümleri kullanılarak, jeopotansiyel değişimler (eşdeğer su kalınlığı, jeoit yüksekliği ve gravite değişimi) ve GRACE'in bunları belirlemedeki duyarlılığı incelenmektedir.

Jeopotansiyel değişimler, 1) ağırlıklı aritmetik ortalama biçiminde oluşturulan yıllık GRACE modellerinin basit farkından ve 2) tüm aylık çözümlerden elde edilen zaman serileri üzerinden ayrı ayrı incelenmektedir. İlk yöntem genellikle özel uygulamalar (örneğin, bazı tektonik olayların bölgesel ölçekte incelenmesi) için kullanılırken, ikinci yöntem uygulamada daha çok tercih edilir ve uygun hız modelleri yardımıyla yıllık değişim miktarları kestirilir. Çalışmada, her iki yönteme göre global ve bölgesel ölçekte değişimler ve bunların standart sapmaları irdelenmektedir. Yanı sıra, farklı yumuşatma yarıçaplı (boyutlu) Gauss filtresi ve burada C-P7M8 olarak adlandırılan korelasyon etkilerini giderme yönteminin uygulandığı çözümler ile DDK veri türüne ilişkin çözümler gerçekleştirilerek, elde edilen değişimler ve standart sapmaları karşılaştırılmaktadır. İncelenen jeopotansiyel değişim filtre türünden etkilenmektedir. Standart sapmalar da noktanın konumuna ve filtrenin boyutuna bağlı olarak değişmektedir. Yanı sıra, ilk

yönteme göre elde edilen standart sapmalar harmonik katsayıların standart sapmalarına bağlı iken ikinci yöntemde nokta jeopotansiyel değişimlerine uydurulan ve doğru olduğu kabul edilen bir hız modelinden kestirilen yıllık değişim miktarı standart sapması harmonik katsayılarındakinden bağımsızdır. Böylece farklı çözümlerin karşılaştırılmasıyla GRACE'in ilgili değişimleri belirlemedeki duyarlılığı bu standart sapmalar üzerinden irdelenmiştir. Gerçekleştirilen sayısal uygulama sonuçlarına göre, %80'den daha yüksek bir test gücü olasılığı ile GRACE çözümleri ile ortaya çıkarılabilecek değişim miktarları en kötü durumlar için yaklaşık şöyledir: *i*) Global ölçekte; 2,1 cm/yıl EWT hızı, 0,05 cm/yıl jeoit yüksekliği değişim miktarı ve 0,84  $\mu$ Gal/yıl gravite değişim miktarı, *ii*) Türkiye'yi kapsayan bölgesel ölçekteki çalışma alanından ( $[30^{\circ} \leq \varphi \leq 45^{\circ}; 20^{\circ} \leq \lambda \leq 50^{\circ}]$ ) da, 0,7 cm/yıl EWT hızı, 0,024 cm/yıl jeoit yüksekliği değişim miktarı ve 0,30  $\mu$ Gal/yıl gravite değişim miktarı.

Bununla birlikte, GRACE çözümlerinden elde edilen jeopotansiyel değişimlerin birçok etmene bağlı olduğu söylenebilir. Örneğin, veri değerlendirme merkezinin değerlendirme stratejisine, katsayılara uygulanan filtre yöntemlerine, çözümde ele alınan referans modeline/GRACE modeline, analizde kullanılan veri genişliğine ve öngörülen hız modeline bağlı olarak değişimlerin genliğinde ve dağılımında ve de standart sapmalarında farklılık ortaya çıkması doğal bir sonuçtur. Bu amaçla, çalışmanın son bölümünde, elde edilen yıllık değişim miktarlarının kalitesini ifade etmek için güven aralıklarının kestirimi ve bunların konumsal alanda gösterimi irdelenmiştir. Çalışma bölgesinde ele alınan noktaların 92 aya ilişkin değişimlerden kestirilen yıllık değişim miktarları ve bunların standart sapmaları ile her bir noktaya ait %95 güven olasılıklı güven aralığı sınırları ayrı ayrı konumsal alanda gösterilerek, elde edilen çözümün doğruluğu ölçülmek istenmiştir. Uygulamadan çıkan sonuçlara göre, giderilemeyen bazı sistematik hataların güven aralığının alt sınırında azaldığı, üst sınırında ise arttığı gözlenmiştir. Buna göre, değişimlerde gözlenen bazı sistematik hataların rasgele özellikli olabileceği bu basit kestirimden çıkarılmıştır. Yanı sıra, bazı çözümlerde anomali olarak gözlenen değişimlerin aslında rasgele hataların sonucu olduğu, farklı filtre boyutlarına ilişkin güven aralığı haritalarının karşılaştırılmasından açıkça görülmüştür. Böylece, elde edilen çözümlerin doğruluğunun gösterilmesinde güven aralığı kestirimlerinin yapılması gerektiği önerilmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** GRACE, zamansal gravite değişimi, yeryuvarı, duyarlılık, güven aralığı.

**INVESTIGATION ON MONITORING OF THE EARTH'S GRAVITY FIELD BY  
MONTHLY GRACE SOLUTIONS and ITS SENSITIVITY**

E. Simay ATAYER

Department of Geomatic Engineering

MSc. Thesis

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Cüneyt AYDIN

Since 2002, GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) satellite system has provided important information on the temporal variation of the Earth's gravity field. Gravity field data deduced from this system, which is composed of two low Earth orbit artificial satellites, is published as harmonic coefficients monthly by some data processing centers to the users. In this study, having used the coefficient solutions belonging to 92 months between 2003 January and 2010 September, geopotential changes (equivalent water thickness, geoid height and gravity changes) as well as GRACE sensitivity against those changes are investigated.

The geopotential changes are examined depending on 1) ordinary difference of annual GRACE models created as weighted arithmetic means and 2) time series including whole monthly solutions, separately. Former differencing method is generally used for some special aims (for example, monitoring of some tectonic events at regional scale) whereas latter is the mostly chosen method in which the annual changes are estimated using a proper velocity model. This study examines these changes and their standard deviations at global and regional scales for both methods. Furthermore, the solutions for different smoothing radii (halfwidths) of Gaussian filter and the decorrelation method, the so-called C-P7M8 here, as well as DDK data type are realized and the deduced changes and their standard deviations from different solutions are compared. The monitored geopotential changes are affected by the filtering and filtered data type. Also the standard deviations of the corresponding changes depend on the point position and the filter halfwidth. Moreover, while the

standard deviations from the first method depend on the standard deviations of the harmonic coefficients, the standard deviations of the annual changes estimated from a fitted velocity model, which is assumed as deterministically correct, to the point geopotential changes are independent from the ones of harmonic coefficients. Thus, the sensitivity of GRACE in determination of the corresponding changes is examined depending on these second kind of standard deviations having compared the above-mentioned different solutions. According to the numerical example results, the detectable changes by the GRACE solutions with the probability of more than 80% power of the test for the worst cases are as follows: *i*) At global scales; 2.1 cm/year EWT velocity, 0.05 cm/year annual geoid height change and 0.84  $\mu$ Gal/year annual gravity change, *ii*) for the region covering Turkey ( $[30^{\circ} \leq \varphi \leq 45^{\circ}; 0^{\circ} \leq \lambda \leq 50^{\circ}]$ ), 0.7 cm/year EWT velocity, 0.024 cm/year annual geoid height change and 0.30  $\mu$ Gal/year annual gravity change.

In addition, it may be concluded that the geopotential changes from GRACE solutions are influenced by numerous effects. Therefore, it is natural to expect some differences in the magnitude and distribution of the changes in spatial domain as well as in their standard deviations depending on, for instance, different processing strategies of the data processing centers, the filtering method applied to the coefficients, reference model/GRACE model used in the computations, data span in the analysis and the assumed velocity model. Thus, accordingly, the confidence interval estimation and their representation in spatial domain is examined to show the quality of the obtained annual changes. It is desired to measure the accuracy of the corresponding solution having representing the confidence interval limits with 95% confidence level in the spatial domain for the estimated annual changes and their standard deviations from the data span of 92 months belonging to the studied points. According to the numerical examples, it is observed that some unremoved systematic errors in the spatial domain decreases and increases in the lower limit and upper limit maps, respectively. Therefore, it is deduced that some systematic errors observed in the geopotential changes may actually have random characters. Moreover, from the comparison of the confidence interval maps of different filtered solutions, it is clearly seen that some anomalies in the spatial domain are actually be the effect of random errors. Accordingly, it is suggested that the confidence interval estimation should be realized to show the accuracy of the corresponding geopotential change solution.

**Key words:** GRACE, temporal gravity change, Earth, sensitivity, confidence interval.

#### 1.1 Literatür Özeti

Yeryuvarının statik gravite alanına ilişkin bilgi edinme ilk olarak 1957 yılında SPUTNIK-1 uydusuyla başlamıştır [1], [2]. Uydu programlarının ilerlemesine paralel olarak günümüzde daha yüksek doğruluklu ve fazla bilgi verebilecek sistemler bulunmaktadır. Bunlardan biri de temel amacı yeryuvarı gravite alanının zamansal değişimini belirlemek olan GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) sistemidir [1]: Bu sistem, okyanuslardaki veya nehirlerdeki su miktarı değişimlerinin [3], [4], [5], buzulların [6], [7], [8], yer altı su kaynaklarının izlenmesi [9], [10], [11], [12], [13] vb. hidrolojik kütle değişimi çalışmaları yanında, tektonik olayların etkilerinin [14], [15], [16], [17], [18] ve de jeoit ve gravite değişiminin izlenmesi [17], [19], [20], [21] gibi amaçlar için kullanılmaktadır.

GRACE, 2002 yılında NASA (National Aeronautics and Space Administration) ve DLR'nin (Deutsches Zentrum für Luft-und Raumfahrt) ortak katkılarıyla yaklaşık 500 km yüksekliğindeki yörünge düzlemine yerleştirilen iki özdeş LEO (Low Earth Orbiter) yapay uydusu ile hayata geçirilmiştir. Bu sistemden elde edilen gravite bilgisi günümüzde üç tür veri grubu olarak yayınlanmaktadır:

- Uydudan uyduya olan mesafeler, çekim dışı ivmelenmeler vb. veri türleri L1 (Level-1) verisini oluşturur.
- L2 verisi, kalibre edilmiş L1 verisinden türetilir [2], [17], [22], [23]. (Aylık jeopotansiyel çözümleri içinde barındıran tam normalleştirilmiş (küre) harmonik

katsayılarından oluşan L2 verisi çeşitli işlem merkezleri tarafından kullanıcılara sunulmaktadır.)

- Kullanıcıların internet üzerinden gravite alanına ilişkin değişimleri izleyebilmeleri için, işlenmiş ve bilgiye dökülmüş veri türüne ise L3 verisi adı verilir.

Fiziksel jeodeziden bilinen harmonik açınım eşitliklerinde L2 verisi dahilindeki harmonik katsayılar düşünüldüğünde ilgili ay için ilgili potansiyel büyüklükleri kolayca elde edilir. Ancak, GRACE harmonik katsayıları jeopotansiyel büyüklüklerin hesabında doğrudan kullanılmazlar. Öncelikle statik bir gravite alanı modelinden veya -GRACE analizinde çoğunlukla tercih edildiği gibi- uzun dönemli çözümlerden üretilen bir GRACE modelinden farklar alınır [24]. Jeopotansiyel değişimler, yani eşdeğer su kalınlığı (Equivalent Water Thickness-EWT) değişimi, jeoit yüksekliği değişimi ve gravite değişimi GRACE ile belirlenirken böylesi bir yol izlenir. Temel olarak iki yöntem söz konusudur: (1) Genellikle tektonik olayların etkilerinin ortaya çıkarılması için kullanılan birinci yöntem, ilgili aylık çözümlerden oluşturulan yıllık GRACE modellerinin basit farkından bulunan harmonik katsayı değişimlerine dayanır [16], [17], (2) uzun dönemli ortalama bir GRACE modelinden farkları biçiminde oluşturulan aylık harmonik katsayı değişimlerinden hesaplanan jeopotansiyel değişimlerin zaman serilerinin incelenmesi gerçekleştirilir. 2002 yılından günümüze uzun dönemli bir zaman serisi elde bulunmaktadır. Bu nedenle, ikinci yöntem, gerek bazı model hatalarının giderilmesi gerekse bu zaman serileri üzerinden yapılan kestirimlerin daha çok gözleme dayanması yönünden istatistiki açıdan üstünlüğe sahiptir. Uygulamada zaman serileri için öngörülen bir hız-periyodik modelinden hesap noktalarının yıllık değişim miktarları (değişim hızları) ve bunların standart sapmaları elde edilir [13], [17], [19], [20], [25], [26], [27]. Çalışma bölgesi içindeki noktalara ilişkin böylesi değişimler ile ilgili jeopotansiyel değişim haritası oluşturulur.

Yukarıda anlatılan biçimde harmonik katsayıların bir GRACE modelinden olan farklarını düşünmek, katsayılardaki hataların etkilerini azaltmaz. Katsayılar hala belli hatalarla yüklüdür [28], [29]. Bu hatalardan gravite alanının kısa dalga boylu kısmına ilişkin yüksek dereceli katsayılardaki daha büyük genliğe sahip olanlarının giderilmesi veya etkilerinin azaltılması gerekir. Bu amaçla çeşitli filtre yöntemleri tasarlanmıştır: Bu yöntemler, izotropik (yalnız harmonik derecesine bağlı), anizotropik (harmonik

katsayının hem derecesine hem de sırasına bağlı) ve sinyal ve ölçü hataları varyanslarına dayalı optimal filtre yöntemleri olarak sınıflandırılabilir [30], [31], [32], [33]. GRACE uygulamalarında en çok uygulanan yöntem izotropik Gauss yumuşatma filtresidir [24], [26], [30], [34]. Ancak bu yumuşatma filtresi-özellikle yüksek çözünürlük isteyen küçük bölgelerde-tek başına yeterli olmayabilir. Sinyalin kısa dalga boyuna ilişkin bilginin korunması için filtre boyutunun (yumuşatma yarıçapının) küçük tutulması durumunda, konumsal alanda genellikle kuzey-güney doğrultusunda uzanan sistematik hatalar (şeritler-stripes) kalır. Bu sistematik hataların nedeni, harmonik katsayılar arasındaki korelasyonlardır [28]. Bu etkileri gidermek için Gauss filtresinin boyutu arttırılabilir; ancak bu, aynı zamanda sinyalin de kaybolması demektir. Bu nedenle yumuşatma filtresinin yanında korelasyon etkilerini giderecek ek-filtre yöntemlerine (decorrelation veya destriping filters) gereksinim duyulur. Bu amaçla geliştirilmiş birçok yöntem bulunur [28], [35], [36], [37], [38], [39], [40], [41], [42]. Bunlardan Kusche [39] ve Kusche vd. [42] tarafından açıklanan yöntemlere göre filtrelenmiş DDK-1, 2 ve 3 olarak adlandırılan L2 verisi de, veri işlem merkezleri tarafından kullanıcılara sunulmaktadır.

En büyük harmonik derecesi  $n_{max}$  olan bir global gravite alanı modeli için çözünürlük,  $20000 \text{ km}/n_{max}$  eşitliği ile tanımlanır [24], [43], [44]. Yayınlanan GRACE L2 çözümlerinde  $n_{max}$ , 60 veya 120'dir: Buna göre, GRACE ile yerküre üzerinde bir kenarı 167 km'den daha küçük alanlar için ayrıntılar ortaya çıkarılamaz. Yukarıda değinildiği gibi, uygulanan filtre boyutuyla ters orantılı olarak sinyal/hata oranı azalır, bir başka deyişle filtre yarıçapı artarsa çözünürlük daha da düşer. Literatürde kesin bir filtre yönteminden, boyutundan veya korelasyonları giderme yönteminden bahsedilmez. Veri değerlendirmede amaç, ilgili jeopotansiyel değişim sinyalini kaybetmeden ilgili sistematik hataları çözümden uzaklaştırmaktır.

## 1.2 Tezin Amacı

GRACE ile hangi büyüklükteki değişimler yakalanabilir? Klasik deformasyon analizinde bilinen duyarlılık (sensitivity) yaklaşımına göre, böylesi bir soruyu yanıtlayabilmek için değişime ilişkin doğruluk bilgisine ihtiyaç vardır [45], [46], [47].  $d$  miktarındaki bir değişimin anlamlı olup olmadığını, yani rasgele hataların etkilerinden başka bir fiziki



olaydan kaynaklanıp kaynaklanmadığını cevaplandırabilmek için, birbirlerinin aksi iki hipotez oluşturulur: İlki, yani sıfır hipotezi, “ $d$ ’nin beklenen değeri sıfırdır”ı, ikincisi, yani karşıt hipotez ise “değildir”i öngörür. Duyarlılık analizi, karşıt hipotezin doğru olduğunu varsayar. Karşıt hipotezin doğru olduğu bilindiğinde,  $d$ ’nin karesinin varyansına oranı merkezsiz olmayan ki-kare dağılımına uyar ve iki hipotez arasındaki istatistiki uzaklık olarak da adlandırılan dış-merkezlilik parametresi,  $d$ ’nin karşıt hipotezde öngörülen değerinin karesinin değişimin varyansına ( $\sigma^2$ ) oranına eşit olur [45], [48]. İstatistik (hipotez) testlerinden bilindiği gibi, doğru olan bir karşıt hipotezin ilgili test işlemi ile doğru olarak belirlenmesi olasılığı test gücü olarak adlandırılır [49]. Test gücü de dışmerkezlilik parametresinin bir fonksiyonudur [48], [50]. Öyleyse, öngörülen değişimin hangi test gücüyle belirlenebileceği veya arzu edilen bir test gücüyle hangi büyüklükteki değişimin ortaya çıkarılabileceği de bellidir. Özetle, problem tek boyutlu olarak düşünüldüğünde,  $\Delta_{\min} = \sigma \lambda^{0,5}$  miktarı istenen test gücüyle ortaya çıkarılabilecek değişimin büyüklüğünü ifade eder.  $\lambda$  büyüklüğü, ilgili test gücüne karşılık gelen dış-merkezlilik parametresinin sınır değeridir; %80 ile %99 test gücü (ve %5 yanılma olasılığı) için 7,9 ve 18,4 değerlerini alır [50], [51]. Sonuç olarak, yaklaşık  $3\sigma$ ’dan büyük bir değişim, %80 ve daha büyük bir test gücüyle ortaya çıkarılabilir denir. Buradan, istatistiki olarak hangi büyüklükteki bir değişimin belirlenebileceği bilgisine ulaşabilmek için ona ilişkin  $\sigma$  standart sapmasının bilinmesinin yeterli olduğu ortaya çıkar. Öyleyse, daha farklı bir soru şöyle oluşturulur: “GRACE jeopotansiyel değişiminin standart sapması ne kadardır ve neye bağlı olarak değişir?” Bu çalışmanın temel amaçlarından biri bu soruyu cevaplandırmaktır.

GRACE harmonik katsayıları ile hesaplanan bir değişimin standart sapması, harmonik katsayılar rasgele değişkenler olmak üzere ilgili harmonik açınım varyans yayılma kuralı uygulanarak elde edilebilir. Buna göre, bir değişimin standart sapması, (1) harmonik katsayıların standart sapmalarına, (2) değişimin hesaplandığı noktanın konumuna, (3) uygulanan yumuşatma filtresine ve korelasyon etkilerini giderme yöntemine bağlıdır. Yıllık GRACE modellerinin basit farkından değişimler hesaplanıyorsa, buradan elde edilen standart sapmaların yukarıda değinilen  $3\sigma$  duyarlılık ölçütü dahilinde değerlendirilebilmesi için L2 verisindeki harmonik katsayı standart sapmalarının modellenemeyen sistematik hataları içerdiğinden, yani bunların

doğruluğu temsil ettiğinden emin olmak gerekir. Ancak bu net değildir. Bununla birlikte, uzun dönemli bir ortalama farklar biçiminde elde edilen bir noktaya ilişkin aylık değişimlere uydurulan hız-periyodik modelinden kestirilen noktaya ilişkin hızların standart sapmaları, harmonik katsayıların standart sapmalarından nispeten bağımsızdır. Çünkü bir noktaya ilişkin aylık değişimlerin standart sapmaları birbirlerine çok yakındır ve bu nedenle dengeleme sonuçları en çok fonksiyonel modelden etkilenir. Fonksiyonel modelin doğru olduğu düşünüldüğünde, kestirilen hızların standart sapmalarının yalnızca yukarıda değinilen (2) ve (3) etmenlerine bağlı olacağını düşünmek yanlış olmaz. Bu nedenle, bu çalışmada ağırlıklı olarak yıllık değişimlerin standart sapmaları irdelenerek duyarlılık incelemesi yapılmaktadır.

Çalışmada,

- Global ve bölgesel ölçekte EWT, jeoit ve gravite değişimini farklı filtre boyutları ve DDK çözümleriyle elde ederek, bu farklı çözümleri karşılaştırmak;
- Farklı çözümler için elde edilen değişimlerin standart sapmalarını inceleyerek, GRACE ile hangi büyüklükte değişimlerin belirlenebileceğini tespit etmek,
- Hızlar için güven aralığı kestirimlerini yaparak elde edilen çözümlerin kalitesini göstermek amaçlanmaktadır.

Bu amaçlara yönelik olarak, çalışma şu şekilde düzenlenmiştir: İkinci bölümde, yeryuvarının gravite alanı, gravite potansiyeli, küre harmoniklerine açılımı ve gravite alanı modellerinde çözünürlük kavramları verilmekte, takip eden üçüncü bölümde, gravite alanı zamansal değişimlerinin GRACE ile izlenmesi konusu incelenmektedir. Söz konusu bölümde, aylık çözümlerden GRACE modelinin oluşturulması, EWT, jeoit yüksekliği ve gravite değişiminin harmonik açılım eşitlikleri, filtreleme işlemi ve korelasyon etkilerinin giderilmesi açıklanmakta, değişimler için elde edilen varyans eşitlikleri sunulmaktadır. Sayısal uygulama bölümünde ise, veri değerlendirme stratejisi açıklandıktan sonra, global ve bölgesel ölçekte elde edilen çözümler ve standart sapmaları irdelenmekte, hızların güven aralığı kestirimleri sunulmaktadır.

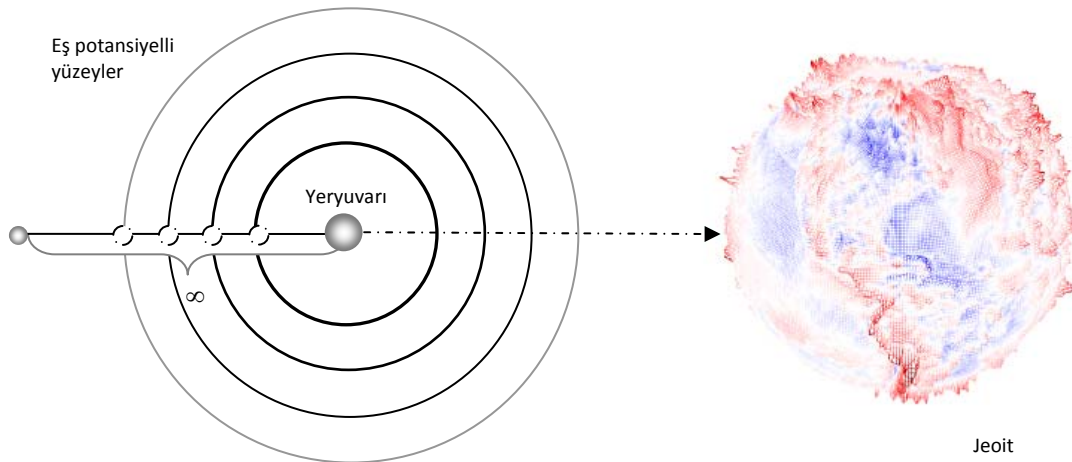
### 1.3 Hipotez

Çalışma dört hipotez üzerine kurulmuştur;

- GRACE harmonik katsayıları ile elde edilen jeopotansiyel değişimler uygulanan filtrenin boyutundan çok etkilenir.
- Yeryuvarındaki bir noktaya ilişkin jeopotansiyel değişimin standart sapması, harmonik katsayıların standart sapmalarına, noktanın konumuna, uygulanan filtre boyutuna ve kullanılan korelasyon etkilerini giderme yöntemine bağlıdır. Yıllık değişim miktarı ise katsayıların standart sapmalarından nispeten bağımsızdır.
- GRACE'in ilgili değişimlere karşı duyarlılığı, standart sapmalardan elde edilen istatistik ile irdelenebilir.
- Hız çözümlerinin kalitesi, güven aralığı haritaları biçiminde gösterilebilir.

### YERYUVARININ GRAVİTE ALANI

Belli bir kuvvetin etkisinde olan cisimler harekete dönüşebilecek bir potansiyel enerjiye sahiptir. Yeryuvarı da Newton'un çekim yasasına göre sonsuz uzaklığa kadar olan bir alan içerisindeki tüm cisimlere çekim kuvveti uygular ve bunun sonucu olarak her cisimde yeryuvarından kaynaklanan bir potansiyel enerji (kısaca potansiyel) var olur. Yeryuvarı ağırlık merkezi olmak üzere, Şekil 2.1'deki gibi birim kütleli noktalardan oluşan hayali daireler düşünülse, yeryuvarından bir hayli uzakta olan bu dairelerin üzerindeki yeryuvarından kaynaklanan potansiyeller birbirine eşit olur. Yeryuvarına yaklaştıkça potansiyelleri birbirine eşit olan (eş potansiyelli) noktalar birleştirildiğinde yine kapalı şekiller elde edilir, ancak bunlar artık düzgün geometrik şekiller olmazlar. Çünkü, yeryuvarı, içindeki ve üstündeki kütlelerin düzgün dağıldığı bir cisim değildir ve daha yakın cisimlere uyguladığı çekim kuvvetinde ve bunun bir fonksiyonu olan potansiyelde bu özelliği de öne çıkmaya başlar.



Şekil 2. 1 Eş potansiyelli yüzeyler ve Jeoit [52]

Fiziksel yeryüzüne ulaşıldığında ise cisimlere uygulanan çekim kuvvetine yeryuvarının dönmesi nedeniyle oluşan merkezkaç kuvveti de eklenir. Çekim kuvveti ve merkezkaç kuvveti bileşkesi “gravite kuvvetini”, bu nedenle var olan potansiyel de “gravite potansiyelini” ifade eder. Bu kuvvetin (ya da potansiyelinin) yersel gravite ölçüleri, hava gravimetrisi ve/veya uydu gravimetrisi yoluyla tanımlanması/izlenmesi, gerek jeoit ve diğer eş potansiyelli yüzeylerin gerekse yerkabuğu ve altındaki kütlelerin yoğunluk fonksiyonunun belirlenmesi için vazgeçilmez bir yoldur.

Bu bölümde, gravite kuvveti ve potansiyeline ilişkin temel kuramlara değinilerek, yeryuvarı gravite potansiyelinin harmonik fonksiyon ifadesi ve özellikleri açıklanmaktadır.

## 2.1 Çekim Kuvveti ve Potansiyeli

### 2.1.1 Noktasal Çekim Kuvveti ve Potansiyeli

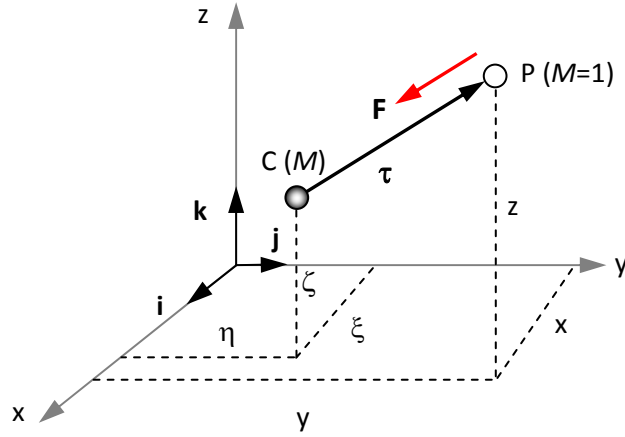
Kütlesi  $M$  olan bir  $C$  noktası,  $\tau$  kadar uzaktaki birim kütleli ( $M=1$ ) bir  $P$  noktasını

$$F = \frac{GM}{\tau^2} , \{G, \text{evrensel çekim sabiti } (=6.6742 \times 10^{-8} \text{ cm}^3/[\text{gs}^2])\} \quad (2.1)$$

kuvvetiyle çeker. Çekilen  $P$  noktası birim kütleli olduğu için,  $F$  çekim kuvveti burada o noktadaki çekim ivmesine karşılık gelir. Kütle birimi “g” ve uzunluk birimi “cm” alınır, ivme birimi (2.1)’den “cm/s<sup>2</sup>” olur. Ünlü İtalyan bilim adamı **Galileo**’nun anısına bu birime “Gal” denir.

Bir kuvvet, yönü ve büyüklüğü ile tanımlıdır. Büyüklüğü (2.1) ile verilen çekim kuvvetinin vektörel ifadesi için, Şekil 2.2’de resmedilmiş bir xyz dik koordinat sisteminde  $C$  ve  $P$  noktaları ve bu sistemin eksenlerindeki birim vektörler  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  ve  $\mathbf{k}$  düşünülün.  $\mathbf{F}$  kuvvetinin  $x,y,z$  eksenlerine paralel skaler bileşenleri  $F_x, F_y, F_z$  ile gösterilirse,  $P(x,y,z)$  noktasına etkiyen çekim kuvveti vektörü  $\mathbf{F}$  aşağıdaki biçimde ifade edilebilir:

$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} + F_z \mathbf{k} \quad (2.2)$$



Şekil 2. 2 Dik koordinat sisteminde C ve P noktaları arasındaki çekim kuvveti

$C(\xi, \eta, \zeta)$  ile  $P(x, y, z)$  noktaları arasındaki uzunluk vektörü, yönü çekilen nokta P'ye doğru olması istenerek,

$$\boldsymbol{\tau} = (x - \xi)\mathbf{i} + (y - \eta)\mathbf{j} + (z - \zeta)\mathbf{k} \quad (2.3)$$

ile tanımlanır. Çekim kuvveti vektörü  $\mathbf{F}$ 'nin çeken noktaya, yani C'ye doğru olacağını düşünmek problemin tanımı açısından daha uygundur. Bu durumda  $\mathbf{F}$  ve  $\boldsymbol{\tau}$  vektörleri aynı doğrultuda ancak ters yönlü, yani  $\mathbf{F}$ 'nin birim vektörü,  $\boldsymbol{\tau}$ 'nin birim vektörünün ters işaretlisine denk olur [53]:

$$\frac{\mathbf{F}}{|\mathbf{F}|} = -\frac{\boldsymbol{\tau}}{|\boldsymbol{\tau}|} \quad (2.4)$$

Burada,  $(|\dots|)$  ifadesi bir vektörün normunu, yani büyüklüğünü gösterir: (2.4)'ün payda ifadeleri sırasıyla (2.1) ile verilen  $F$  kuvvetine ve söz konusu noktalar arasındaki uzaklık  $\tau$ 'ya karşılıktır:

$$|\mathbf{F}| = F, \quad (2.5)$$

$$|\boldsymbol{\tau}| = \tau = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2} \quad (2.6)$$

(2.4)'de  $\mathbf{F}$  kuvvet vektörü yalnız bırakılır ve (2.1) ve (2.3) eşitlikleriyle yeniden düzenlenirse,

$$\mathbf{F} = -|\mathbf{F}| \frac{\boldsymbol{\tau}}{|\boldsymbol{\tau}|} = -F \frac{\boldsymbol{\tau}}{\tau} = -\frac{GM}{\tau^3} \boldsymbol{\tau} = -\frac{GM}{\tau^3} [(x-\xi)\mathbf{i} + (y-\eta)\mathbf{j} + (z-\zeta)\mathbf{k}] \quad (2.7)$$

bulunur. (2.2) ve (2.7) karşılaştırılırsa, çekim kuvveti bileşenleri elde edilir;

$$F_x = -\frac{GM}{\tau^3} (x-\xi) , \quad F_y = -\frac{GM}{\tau^3} (y-\eta) , \quad F_z = -\frac{GM}{\tau^3} (z-\zeta). \quad (2.8)$$

Kuvvet, üzerinde bir takım matematiksel işlemlerin yapılması zor olan bir ifadedir. Bu amaçla, skaler bir büyüklük olan “potansiyel” ifadesi kullanılır. C noktasının çekim kuvvetine karşılık P noktasındaki çekim potansiyeli aşağıdaki biçimde tanımlanır [1], [54], [55]:

$$V = \frac{GM}{\tau}. \quad (2.9)$$

Kütle birimi “g” ve uzunluk birimi “cm” alınır, potansiyelin birimi “cm<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>” olur.

$\tau$  uzunluğunun (2.6)’daki eşiti (2.9)’da yerine yazılır ve elde edilen ifadenin x,y,z koordinatlarına göre kısmi türevi alınır,  $\mathbf{F}$  çekim kuvvetinin bileşenleri bulunur;

$$\frac{\partial V}{\partial x} = F_x = -\frac{GM}{\tau^3} (x-\xi) , \quad \frac{\partial V}{\partial y} = F_y = -\frac{GM}{\tau^3} (y-\eta) , \quad \frac{\partial V}{\partial z} = F_z = -\frac{GM}{\tau^3} (z-\zeta). \quad (2.10)$$

Böylece tek bir potansiyel büyüklüğünden ilgili kuvveti tanımlamanın mümkün olduğu görülür. Söz konusu kuvvet “potansiyelin gradyenti” biçiminde ifade edilir [1], [54], [55]:

$$\mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z) = \left( \frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z} \right) = \text{grad}V. \quad (2.11)$$

$q$  adet çeken nokta nedeniyle P(x,y,z) noktasındaki çekim potansiyeli, her bir nokta için (2.9) biçiminde yazılan potansiyellerin toplamı biçiminde elde edilir;

$$V = G \sum_{i=1}^q \frac{M_i}{\tau_i}. \quad (2.12)$$

Noktasal kütlelerden oluşan böyle bir sistemin P(x,y,z) noktasına uyguladığı çekim kuvvetinin belirlenebilmesi için, (2.11)’e göre, (2.12)’den elde edilen potansiyelin x,y,z

koordinatlarına göre değişiminin hesaplanması yeterlidir. Söz konusu sistemin  $P(x,y,z)$  noktasına uyguladığı çekim kuvveti bileşenleri, böylece,

$$F_x = -G \sum_{i=1}^q \frac{M_i}{\tau_i^3} (x - \xi_i) \quad , \quad F_y = -G \sum_{i=1}^q \frac{M_i}{\tau_i^3} (y - \eta_i) \quad , \quad F_z = -G \sum_{i=1}^q \frac{M_i}{\tau_i^3} (z - \zeta_i) \quad (2.13)$$

çıkar.

### 2.1.2 Dolu Bir Cismin Çekim Kuvveti ve Potansiyeli

Dolu bir cisme ilişkin çekim kuvveti ve potansiyelini tanımlamak için, cismin sonsuz sayıda noktasal kütleden oluştuğu düşünülebilir. (2.12) ve (2.13) eşitliklerine göre bu, sonsuz sayıda kütle ve konum bilgisine sahip olmak anlamına gelir. Özel cisimler için daha kolay bir tanımlama ise integral işlemiyle yapılır; yüzeyler için yüzey boyunca iki katlı integral, dolu cisimler içinse tüm hacim için üç katlı integral kullanılır. Uygulamada, küre, elipsoit, silindir, dikdörtgenler prizması gibi özel cisimlerin potansiyeli bu şekilde tanımlanarak, bu potansiyelin ilgili doğrultulardaki türevlerinden cismin uyguladığı çekim kuvveti bulunur [53], [56], [57].

Genel bir tanım yapabilmek için,  $v$  hacimli bir cisim ele alınsın. Ayrıca, bu cismin diferansiyel anlamda küçük  $dM$  kütleli,  $dv$  hacimli ve

$$\rho = \frac{dM}{dv} \quad (2.14)$$

yoğunluklu parçacıklardan oluştuğu düşünölsün (Şekil 2.3). Böylece, (2.12) eşitliği,

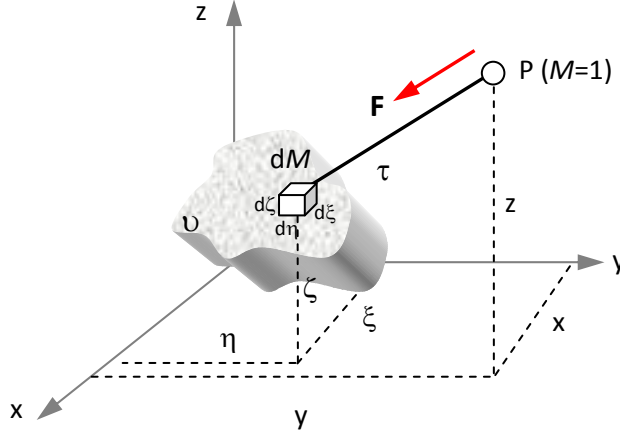
$$V = G \iiint_v \frac{dM}{\tau} = G \iiint_v \frac{\rho}{\tau} dv \quad (2.15)$$

biçimine dönüşür [1], [53], [54], [55].  $\tau$  uzaklığının (2.6)'daki eşiti (2.15)'de düşünölür ve potansiyelin  $x,y,z$  eksenlerine göre kısmi türevleri alınırsa, (2.11) eşitliğine göre söz konusu dolu cismin  $P(x,y,z)$  noktasına uygulamış olduğu çekim kuvvetinin bileşenleri elde edilir: Örneğin,  $x$  bileşeni  $F_x$ ,

$$\frac{\partial V}{\partial x} = F_x = G \frac{\partial}{\partial x} \iiint_v \frac{dM}{\tau} = G \iiint_v dM \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\tau} \right) = -G \iiint_v \frac{x - \xi}{\tau^3} dM \quad (2.16)$$



çıkar.



Şekil 2. 3 Dolu bir cismin çekim kuvveti

$P(x,y,z)$  noktası için çekim potansiyeli daha genel bir biçimde aşağıdaki gibi yazılır [1], [54], [58];

$$V(x,y,z) = G \iiint_V \frac{\rho(\xi,\eta,\zeta)}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}} d\xi d\eta d\zeta \quad (2.17)$$

Burada,  $d\xi$ ,  $d\eta$  ve  $d\zeta$  çeken kütlenin boyutlarını,  $\rho(\xi,\eta,\zeta)$  ise yoğunluğunu ifade etmektedir.

## 2.2 Laplace Denklemi ve Harmonik Fonksiyon

$V$  potansiyeli boşlukta süreklidir; yani, integrali alınacak (2.15) veya (2.17) eşitlikleri çekilen noktanın koordinatının sürekli bir fonksiyonudur [53]. Uzaklarda dolu cisim bir noktasal kütle gibi davranmaya başlar ve (2.15) eşitliğinin önemi kalmaz: Potansiyel, (2.9)'daki " $GM/\tau$ " ile hesaplanabilir. Buna göre, cisimden uzaklaştıkça potansiyel küçülür, sonsuzda ise sıfır olur (bkz. Şekil 2.1).  $V$  potansiyelinin ilk türevleri (yani çekim kuvvetinin bileşenleri) de kendisi gibi süreklidir. Ancak, ikinci türevleri böyle değildir: Yoğunluğun kesikli biçimde değiştiği yerlerde süreksizlikler başlar [1], [54].

Potansiyelin ikinci türevleri toplamı,

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}, \quad (2.18)$$

$P(x,y,z)$  noktasının cismin dışında ( $\tau > 0$ ) olması durumunda her zaman sıfıra eşittir;

$$\Delta V = 0. \quad (2.19)$$

Jeodezide önemli olan bu eşitlik Laplace (diferansiyel) denklemi olarak adlandırılır [1], [54]. (2.19), her potansiyel için ispatlanabilir. Örneğin, (2.16) ile verilen birinci türevin  $x$ 'e göre bir kez daha türevi alınırsa,

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = G \iiint_v dM \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{1}{\tau} \right) = -G \iiint_v \left( \frac{1}{\tau^3} - \frac{3(x-\xi)^2}{\tau^5} \right) dM \quad (2.20)$$

ç çıkar. Diğer türevler de (2.20)'ye benzer: Yalnızca parantez içindeki koordinat farkı  $(y-\eta)$  ve  $(z-\zeta)$  olarak değişir. Buna göre, Laplace denklemi sağlanır;

$$\Delta V = -G \iiint_v \left( \frac{3}{\tau^3} - \frac{3[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2]}{\tau^5} \right) dM = 0. \quad (2.21)$$

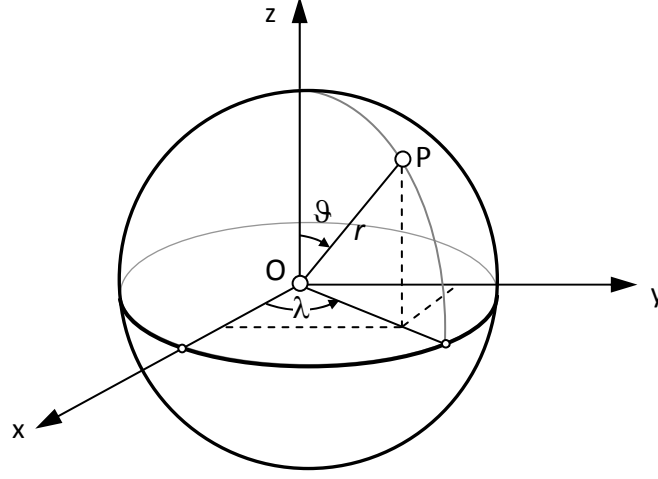
$P(x,y,z)$  noktası cismin içinde ( $\tau < 0$ ) ise (2.19) Laplace denklemi sağlanmaz, bunun yerine Poisson denklemi elde edilir;  $\Delta V = -4\pi G\rho$  (ispat için, [53]). Laplace denkleminde buradan da ulaşılabilir; cismin dışında yoğunluk sıfır olacağından,  $\Delta V = -4\pi G \times 0 = 0$  çıkar [1].

Belli bir alanda sürekli, birinci ve ikinci türevleri bulunan ve (2.19) Laplace diferansiyel denklemini sağlayan (çözen) bir fonksiyona "harmonik fonksiyon" denir. Bu özelliklerin tümüne sahip olduğu için belli bir alanda  $V$  potansiyeli de harmonik bir fonksiyondur [53]. Bir fonksiyon harmonikse,

- sürekli ve her mertebeden türevi vardır,
- Taylor serisine açılabilir. Bir başka deyişle, fonksiyon analitik olup, bağımsız terimlerin toplamı biçiminde yazılabilir [1].

Yukarıdaki ikinci özellik, potansiyelin koordinatlar cinsinden doğrusal bir denklem olarak ifade edilmesine imkan sağlar. Ancak,  $x,y,z$  koordinatları yerine bunların bir fonksiyonu olan  $r, \vartheta, \lambda$  küresel koordinatlar kullanılır (Şekil 2.4). Küresel koordinatlar

cinsinden yazılan (2.19) Laplace denkleminin çözümünü veren fonksiyonlar “küre harmonikleri” olarak adlandırılır. Uygulamada çoğunlukla küre harmonikleri kullanılır.



Şekil 2. 4 Küresel ve dik koordinatlar

### 2.3 Küre Harmonikleri

$x, y, z$  dik koordinatları ile aralarında

$$x = r \sin \vartheta \cos \lambda \quad , \quad y = r \sin \vartheta \sin \lambda \quad , \quad z = r \cos \vartheta \quad (2.22)$$

ilişkisi bulunan küresel koordinatlar ( $r$  yarıçap uzunluğu,  $\vartheta$  kutup uzaklığı ve  $\lambda$  jeosentrik boylam) cinsinden (2.19) Laplace diferansiyel denklemi,

$$\Delta V = r^2 \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + 2r \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial \vartheta^2} + \cot \vartheta \frac{\partial V}{\partial \vartheta} + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 V}{\partial \lambda^2} = 0 \quad (2.23)$$

şeklinde yazılır [1], [53], [54]. Küre harmonikleri, (2.23) Laplace denkleminin çözümünü veren fonksiyonlardır:  $r$  ve  $(\vartheta, \lambda)$  koordinatlarına bağlı iki fonksiyon cinsinden, böylesi bir çözüm,

$$V(r, \vartheta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{r^{n+1}} Y_n(\vartheta, \lambda) \quad (2.24)$$

biçiminde verilir [1], [54]. Burada  $Y_n(\vartheta, \lambda)$ , “küresel yüzey harmonikleri” veya “yüzey harmonik fonksiyonları” olarak adlandırılır [2], [54].  $Y_n(\vartheta, \lambda)$  fonksiyonları birer diferansiyel denklem oldukları için, bu denklemlerin çözümlerinin cebrik toplamları da bir çözümdür ve böylesi bir çözüm aşağıdaki biçimde tanımlanır [1], [53], [54];

$$Y_n(\vartheta, \lambda) = \sum_{m=0}^n (A_{nm} \cos m\lambda + B_{nm} \sin m\lambda) L_{nm}(\cos \vartheta). \quad (2.25)$$

Burada,  $A_{nm}$  ve  $B_{nm}$ , harmonik katsayılar;  $n$ , harmonik katsayı “derecesi” ve  $m$ , harmonik katsayı “sırası” olarak adlandırılır;  $L_{nm}(\cos \vartheta)$  ise “Legendre fonksiyonudur” ve

$$L_{nm}(t) = \frac{1}{2^n n!} (1-t^2)^{m/2} \frac{d^{n+m}}{dt^{n+m}} (t^2-1)^n, \quad t = \cos \vartheta, \quad (2.26)$$

biçiminde farklı mertebeden kısmi türevleri içeren bir eşitlik (Rodrigues eşitliği) ile tanımlanır [54], [59]. (2.26) eşitliği hesap işlemleri için uygun değildir. Bu nedenle, ya yinelemeli algoritmalar ya da bunlardan türetilmiş daha açık bir ifade olan aşağıdaki eşitlik kullanılır [1], [54], [60];

$$L_{nm}(t) = 2^{-n} (1-t^2)^{m/2} \sum_{j=0}^{\kappa} (-1)^j \frac{(2n-2j)!}{j!(n-j)!(n-m-2j)!} t^{n-m-2j}. \quad (2.27)$$

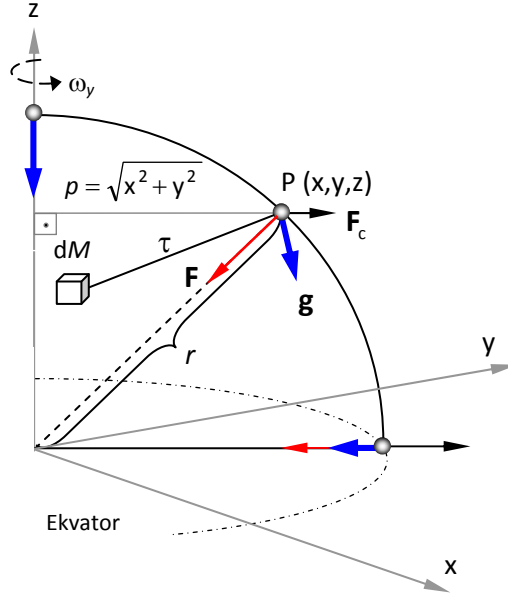
Burada,  $\kappa$ ,  $\kappa \leq (n-m)/2$  koşulunu sağlayan en büyük tamsayıdır.

(2.25) çözümü, (2.24)’de düşünülürse, cismin dışında harmonik olan  $V$  potansiyelinin doğrusal terimli bir ifadesi (harmonik açılım) elde edilir;

$$V(r, \vartheta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{r^{n+1}} \sum_{m=0}^n (A_{nm} \cos m\lambda + B_{nm} \sin m\lambda) L_{nm}(\cos \vartheta). \quad (2.28)$$

## 2.4 Gravite Kuvveti ve Potansiyeli

Yeryuvarı kütlesi nedeniyle üzerinde yer alan her cisme bir çekim kuvveti uygular. Yeryuvarı ile birlikte dönen, yani fiziksel yeryüzünde yer alan cisimlere merkezkaç kuvveti de etkir. Her iki kuvvetin bileşkesi gravite kuvveti, bu nedenle var olan potansiyel de gravite potansiyeli olarak adlandırılır.



Şekil 2. 5 Birim kütleli P noktasına etkiyen çekim kuvveti ( $\mathbf{F}$ ), merkezkaç kuvveti ( $\mathbf{F}_c$ ) ve gravite kuvveti ( $\mathbf{g}$ ) [61]

Fiziksel yeryüzündeki birim kütleli bir  $P(x,y,z)$  noktasındaki gravite potansiyeli, (2.15)'den tüm yeryuvarı için yazılan çekim potansiyeli,

$$V = G \iiint_{\text{yer}} \frac{dM}{\tau} = G \iiint_{\text{yer}} \frac{\rho}{\tau} dV, \quad (2.29)$$

ve  $\omega_y$  açısal hızına ve noktanın  $x,y$  koordinatlarına bağlı merkezkaç kuvveti potansiyeli,

$$\Phi = \frac{1}{2} \omega_y^2 p^2 = \frac{1}{2} \omega_y^2 (x^2 + y^2), \quad (2.30)$$

toplamına eşittir [54], [56], [58];

$$W = V + \Phi. \quad (2.31)$$

(2.11) gradyent eşitliğine göre, (2.31)'in gradyenti,  $P(x,y,z)$  noktasına etkiyen gravite kuvvetini-gravite ivmesini-verir;

$$\mathbf{g} = \nabla W = \nabla V + \nabla \Phi = \mathbf{F} + \mathbf{F}_c. \quad (2.32)$$

Burada,  $\mathbf{F}$ , yeryuvarının P noktasına uygulamış olduğu çekim kuvveti;  $\mathbf{F}_c$ , o noktadaki merkezkaç kuvvetidir (Şekil 2.5) ve büyüklüğü, (2.30)'un koordinat eksenlerine göre türevlerinden aşağıdaki biçimde elde edilir;

$$|\mathbf{F}_c| = |(\partial\Phi/\partial x, \partial\Phi/\partial y, 0)| = F_c = \sqrt{\omega_y^4 x^2 + \omega_y^4 y^2} = p\omega_y^2. \quad (2.33)$$

Yeryuvarı, homojen yoğunluklu  $M_y$  kütleli bir küre olarak ele alınırsa, dışında yer alan  $P(x,y,z)=P(r,\vartheta,\lambda)$  noktasındaki çekim potansiyeli (2.29) integralinin çözümünden,

$$V = \frac{GM_y}{r} = \frac{GM_y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (2.34)$$

çıkar [53], [54]. Yeryuvarı çekim potansiyeline ilişkin bu eşitlik, dış noktalar için yeryuvarının, tüm kütlesi sanki ağırlık merkezinde toplanmış bir nokta gibi davrandığı sonucunu doğurur. Yeryuvarı homojen olmayan bir kütle dağılımına sahip olduğu için gerçek çekim potansiyeli (2.34) ile verilen değerden az veya çok daha farklıdır. Ancak, bu, bazı çıkarımlar için iyi bir yaklaşımdır. Örneğin, fiziksel yeryüzündeki noktalarda gravite ivme büyüklüğüne (gravite değerine) ilişkin yaklaşık değerler bu potansiyel yardımıyla elde edilebilir: P noktasındaki gravite değeri, (2.34)'ün  $r$ 'ye göre kısmi türevinin ters işaretlisi (çekim ivmesi) ile (2.33)'ün farkına eşit olur [58];

$$g_p = (GM_y / r^2) - p\omega_y^2 \quad (2.35)$$

(2.35)'de jeosentrik çekim sabiti  $GM_y = 3,986005 \times 10^{20} \text{ cm}^3/\text{s}^2$  ve açısal hız  $\omega_y = 7292115 \times 10^{-11} \text{ rad/s}$  olarak alınır,  $r$  yerine de  $r = a = 6371009 \times 10^2 \text{ cm}$  düşünülürse [58], [62], [63],

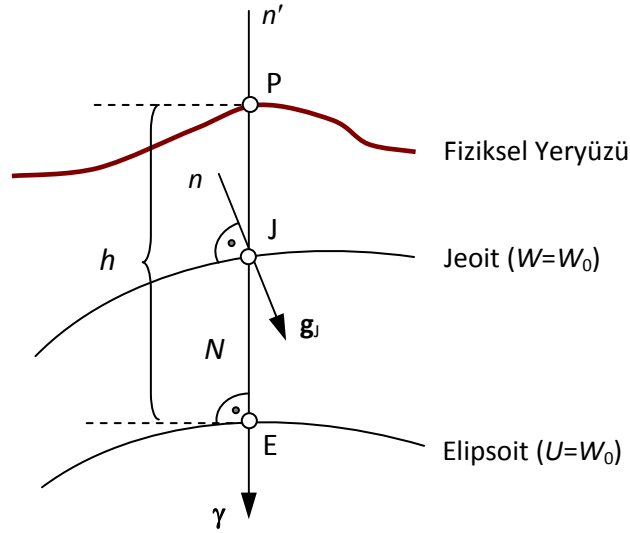
$$g_p = \begin{cases} (GM_y / a^2) - p\omega_y^2 = 978,6346 \text{ Gal} & , \quad p = a \text{ (Ekvatorda)} \\ (GM_y / a^2) = 982,0224 \text{ Gal} & , \quad p = 0 \text{ (Kutuplarda)} \end{cases}$$

elde edilir [61]. Böylece, örneğin, yeryuvarında gravite değerlerinin 5 Gal'e kadar değiştiği, bu farklılığın en büyük nedeninin ise merkezkaç kuvveti olduğu vb. bilgiye ya da yorumlara ulaşılır.

## 2.5 Bozucu Potansiyel ve Fiziksel Jeodezinin Temel Denklemi

İlk yaklaşım olarak küre kabul edilebilecek yeryuvarı, dönelel elipsoide oldukça yakın bir şekilde sahiptir. Yeryuvarı gravite alanı da bir dönelel elipsoidin gravite alanı (normal gravite alanı) olarak belli bir oranda modellenenebilir. Örneğin GRS80 elipsoidi bu amaçla oluşturulmuş bir modeldir [63]. Normal gravite alanı ile gerçek gravite alanı arasındaki fark küçüktür ve küçük değerlerle uğraşmak nispeten daha kolaydır [54].  $W$  gravite potansiyeli ile  $U$  normal gravite potansiyeli arasındaki bu farka “bozucu potansiyel” denir;

$$T=W-U. \quad (2.36)$$



Şekil 2. 6 Jeoit ve referans elipsoidi

Sonsuz sayıda eş potansiyelli yüzey düşünülebilir. Bunlardan durgun deniz yüzeyi ile çakışık, karaların altında da devam ettiği düşünülen bir tanesi, yani jeoit, jeodezide farklı bir öneme sahiptir.  $W=W_0$  (=sabit) jeoit yüzeyi ile aynı potansiyele sahip  $U=W_0$  (=sabit) referans elipsoidi Şekil 2.6’da gösterilmektedir. Elipsoit üzerindeki E noktası  $n'$  elipsoit normalini boyunca jeoit üzerindeki J noktasına taşıdığında normal potansiyeli,

$$U_J = U_E + \left( \frac{\partial U}{\partial n'} \right) N = U_E - \gamma N \quad (2.37)$$

olur. Burada  $N$ ,  $E$  ve  $J$  noktaları arasındaki uzaklık, yani jeoit yüksekliği,  $\gamma$ , normal gravite değeridir.  $J$  noktasındaki gerçek potansiyel, (2.36) ve (2.37) ile

$$W_J = U_J + T = U_E - \gamma N + T \quad (2.38)$$

çıkar.  $W_J = U_E = W_0$  olduğundan (2.38) eşitliği ünlü Bruns eşitliğini verir [1], [54];

$$T = \gamma N \quad \text{veya} \quad N = \frac{T}{\gamma}. \quad (2.39)$$

$J$  noktasındaki gravite değeri  $g_J$  ile  $E$  noktasındaki normal gravite değeri  $\gamma_E$  arasındaki fark gravite anomalisi,

$$\Delta g = g_J - \gamma_E, \quad (2.40)$$

$J$  noktasındaki gravite değeri  $g_J$  ile normal gravite değeri  $\gamma_J$  arasındaki fark ise gravite bozukluğu,

$$\delta g = g_J - \gamma_J, \quad (2.41)$$

olarak tanımlanır. Gravite bozukluğu ile gravite anomalisi arasında aşağıdaki ilişki vardır;

$$-\delta g - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} T + \Delta g = 0. \quad (2.42)$$

Bu denklem, “fiziksel jeodezinin temel denklemi” olarak adlandırılır [1], [54]. Burada,  $h$ , elipsoidal yüksekliktir (Şekil 2.6).

(2.42)’de, normal gravite ivmesi yerine  $\gamma = GM_y/r^2$  alınır ve  $\partial \gamma / \partial h$  kısmi türev ifadesi yerine  $\partial \gamma / \partial r$  düşünülürse, fiziksel jeodezinin temel denklemi,  $r = a$  yarıçaplı küre için,

$$-\delta g + \frac{2}{a} T + \Delta g = 0 \quad (2.43)$$

biçimine dönüşür [1], [54], [55].



## 2.6 Yeryuvarı Çekim Potansiyelinin Küre Harmoniklerine Açınımı

(2.28) eşitliği ile dolu bir cismin dışındaki noktalar için geçerli çekim potansiyelinin doğrusal bir fonksiyon olarak ifadesi, yani harmonik açınımı gösterilmiştir. Uydu gravimetrisinde, yeryuvarı çekim potansiyelinin harmoniklere açınımında,  $A_{nm}$  ve  $B_{nm}$  harmonik katsayıları yerine,

$$A_{nm}=(GM_y)a^n C_{nm} \quad , \quad B_{nm}=(GM_y)a^n S_{nm} \quad (2.44)$$

eşitlikleri ve  $L_{nm}(\cos \vartheta)$  Legendre fonksiyonu yerine de,

$$P_{nm}(\cos \vartheta) = \sqrt{\frac{k(2n+1)(n-m)!}{(n+m)!}} L_{nm}(\cos \vartheta), \quad k = \begin{cases} 1, m=0 \text{ ise} \\ 2, m \neq 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (2.45)$$

tam normalleştirilmiş Legendre fonksiyonları<sup>1</sup> düşünülür [1], [55], [59]. Burada,  $GM_y$  jeosentrik çekim sabiti;  $a$ , referans elipsoidi büyük yarı eksen;  $C_{nm}$  ve  $S_{nm}$ ,  $n$ . derece ve  $m$ . sıradan tam normalleştirilmiş küre harmonik katsayılarıdır. (2.44) harmonik katsayıları ve (2.45) Legendre fonksiyonları, (2.28) eşitliğinde yerlerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} V(r, \vartheta, \lambda) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{r^{n+1}} \sum_{m=0}^n (GM_y) a^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta) \\ &= \frac{GM_y}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta), \end{aligned} \quad (2.46a)$$

çıkar. Bu açınım, seri toplamı  $n=1$ 'den başlayacak şekilde düzenlenirse ( $C_{00}$  katsayısı çoğunlukla 1'dir), potansiyelin bir başka gösterimi elde edilir [1];

$$V(r, \vartheta, \lambda) = \frac{GM_y}{r} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta) \right\}. \quad (2.46b)$$

(2.46b) ile (2.34)'deki potansiyelin küre yaklaşımı ( $GM_y/r$ ) karşılaştırıldığında, gerçek potansiyelin bu yaklaşım değerinden aslında belli bir oranda saptığı görülmektedir.

---

<sup>1</sup>  $m \neq 0$  türündeki Legendre fonksiyonları, birleştirilmiş (associated) Legendre fonksiyonları olarak adlandırılır.

## 2.7 Bozucu Potansiyelin Küre Harmoniklerine Açınımı

(2.36) eşitliğine göre, yeryuvarı gravite potansiyeli normal gravite potansiyelinden bozucu potansiyel ( $T$ ) kadar farklıdır. Gerçek ve model potansiyel büyüklüklerinin her ikisi aynı merkezkaç kuvveti potansiyelini içerdiğinden, bozucu potansiyel, yeryuvarının dönmesi nedeniyle oluşan bu potansiyelden bağımsızdır. Yanı sıra, bozucu potansiyelin bir önceki bölümde olduğu gibi küre harmoniklerine açınımı benzer yolla gerçekleştirilebilir [43]. Bunun için, yeryuvarı çekim potansiyelinin tam normalleştirilmiş harmonik katsayıları ( $C_{nm}, S_{nm}$ ) ile normal gravite potansiyelinin çekim kısmına ilişkin harmonik katsayıları ( $C_{nm}^U, S_{nm}^U$ ) arasındaki farklar düşünülür;

$$\delta C_{nm} = C_{nm} - C_{nm}^U, \quad \delta S_{nm} = S_{nm} - S_{nm}^U. \quad (2.47)$$

Bu farklar, (2.46a) eşitliğinde geçen harmonik katsayılar yerine yazılırsa, bozucu potansiyelin harmonik açınımını veren ifade elde edilir [43], [55]:

$$T(r, \vartheta, \lambda) = \frac{GM_y}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\delta C_{nm} \cos m\lambda + \delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta). \quad (2.48)$$

Yukarıdaki eşitliklerde, her iki tür çekim potansiyelinin aynı sistemde oldukları, bir başka deyişle, her iki potansiyelin üretiminde özdeş  $GM_y$  ve  $a$  sabitlerinin kullanıldıkları varsayılmaktadır. Uygulamada, bu her zaman gerçekleşmeyebilir. Bu nedenle, kullanıcı eldeki normal çekim potansiyeli katsayılarının dayandığı referans sistemiyle, çekim potansiyeli sisteminin denk olduğuna dikkat etmelidir. Eğer böyle bir denklik yoksa, ilgili normal çekim potansiyeli katsayılarının ilgili sisteme dönüştürülmeleri gerekir [43], [60].

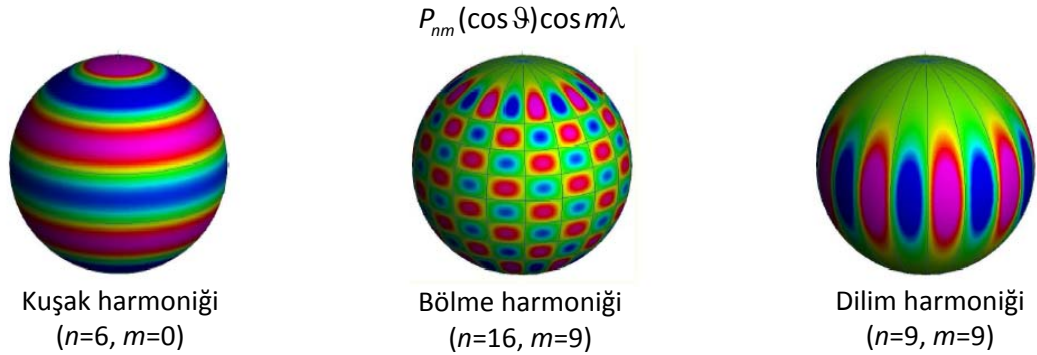
## 2.8 Gravite Alanı Modellerinde Çözünürlük Kavramı

Fiziksel yeryüzünde veya daha yukarıda (örneğin uydu yüksekliğinde) konumu belli olan noktalarda potansiyel bilgisi elde edilmişse, (2.46) eşitliklerinde geçen küre harmonik katsayılarının uygun dengeleme modelleri ile kestirilmesi mümkün olur (bkz. [2], [17]). Ancak ilgili harmonik açınım eşitliklerine dikkat edildiğinde, 1) böylesi bir dengeleme işlemine ilişkin fonksiyonel modelin sonsuz sayıda doğrusal terimden (küre harmoniklerinden) oluşacağı ve buna göre, 2) sonsuz sayıda katsayının belirlenmesi

gerektiği ortaya çıkar. Uygulamada böylesi bir kestirim, ya da “gravite alanı modeli” üretimi mümkün değildir. Bu nedenle,  $n$  harmonik derecesi sonludur,

$$n \rightarrow n_{\max} . \quad (2.49)$$

Bir başka deyişle, harmonik açınım belli bir dereceye ( $n_{\max}$ 'a) kadar gerçekleştirilebilir. Açınım sonlu olduğu için elde edilen modeller de yeryuvarında ancak belli bir alana kadar gravite bilgisini temsil edebilir. Böylesi bir alanın alt sınırına harmonik fonksiyonun veya gravite alanı modelinin “çözünürlüğü” denir. Örneğin, Şekil 2.7’de,  $P_{nm}(\cos \vartheta) \cos m\lambda$  küre harmoniğinin,  $\{n=6, m=0\}$ ,  $\{n=16, m=9\}$  ve  $\{n=9, m=9\}$  derece ve sıra türleri için ürettiği değerlerin küre üzerindeki ( $0^\circ \leq \vartheta \leq 180^\circ$ ;  $0^\circ \leq \lambda \leq 360^\circ$ ) izdüşümleri gösterilmiştir. Buradan görüldüğü gibi, ikinci küredeki bölme (sectorial) harmonikleri küre yüzeyinde belli bir alana kadar ayrıntı üretmiştir. Harmonik açınımın üst derecesi ne kadar büyürse, küre üzerindeki bu alanlar o kadar küçülür, yani çözünürlük artar.



Şekil 2. 7 Bazı küre harmoniği örnekleri [43]

Çözünürlüğün ölçülmesi için,  $n_{\max}$ 'a bağlı olarak elde edilen aşağıdaki küresel uzaklık eşitliği kullanılır [24], [43], [44];

$$\psi = \frac{\pi a}{n_{\max}} \approx \frac{20000 \text{ km}}{n_{\max}} . \quad (2.50)$$

Bu eşitliğe göre, bir harmonik açınımında  $n_{\max}=360$  ise, ilgili gravite alanı modelinin fiziksel yeryüzündeki çözünürlüğü (spatial resolution) 56 km'dir. Bir başka deyişle, bu kenardan daha küçük kenarlı bir bölge için üretilen gravite bilgisi (örneğin, gravite anomalisi, jeoit yüksekliği) harita üzerine üçüncü bir bilgi olarak aktarıldığında, özdeş bir doku ortaya çıkacağı, ayrıntıların görünmeyeceği düşünülmelidir.

Çeşitli kurum ve enstitüler, ürettikleri gravite alanı modellerini kullanıcılara sunmaktadırlar (bkz. [64]). Bu modeller, tam normalleştirilmiş harmonik katsayıları, bunların kestirim sonrasında elde edilen standart sapmalarını ve kullanılan referans sistemi parametrelerini içerir. Bu modellerden bazılarının (2.50) eşitliğinden elde edilen çözünürlükleri, toplam terim sayısı (modelde geçen harmonik katsayıların toplam sayısı= $(n_{\max}+1)^2$ ) ve jeoit yüksekliği doğrulukları Çizelge 2.1’de örnek olarak verilmektedir.

Çizelge 2. 1 Bazı statik gravite alanı modellerinin çözünürlükleri, toplam terim sayısı ve doğrulukları

Model (Üretim Yılı)	$n_{\max}$	Çözünürlüğü $\psi$ (km)	Toplam Terim Sayısı $=(n_{\max}+1)^2$	Jeoit Yüksekliği Doğruluğu* (cm)
EIGEN-6C (2011)	1420	14	2 019 241	21,4
GOCO02S (2011)	250	80	63 001	43,4
EGM2008 (2008)	2190	9	4 800 481	20,8
EGM96 (1996)	360	56	130 321	47,8

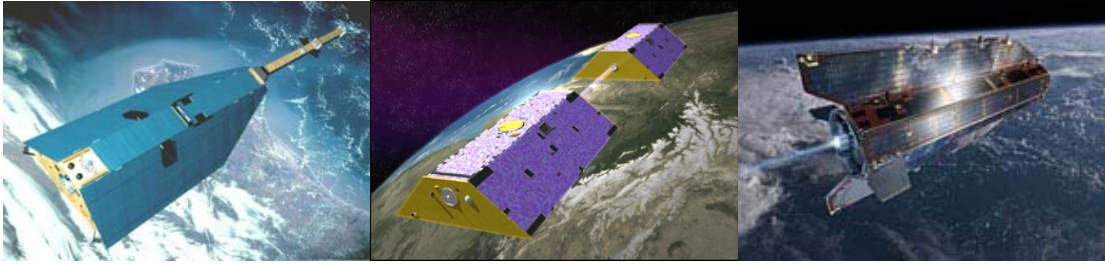
\*) Avrupa kıtasındaki 1235 GPS-Nivelman noktası ile yapılan karşılaştırmadan elde edilmiş sonuçlara göre [64]

Bu noktada, sunulan modellere ilişkin harmonik katsayıların tümünün kullanılmadığını belirtmek gerekir. Çünkü, yüksek dereceden harmonik katsayıların doğrulukları, diğerlerine göre daha düşüktür. Bu nedenle, ilgili modeller kullanılarak (2.46) ve (2.47) eşitlikleri veya bir sonraki bölümde gösterileceği gibi, bunlardan türetilen diğer gravite harmonik açınım eşitliklerine göre yapılacak seri toplamları belli bir derecede kesilir (truncation). Böylece yüksek dereceden katsayılarda var olan büyük genlikli hataların sonuçlara yansımaları önlenir, ancak, diğer yandan, seri toplamı belli bir dereceye kadar yapılacağından, modelin çözünürlüğü düşer.

### GRAVİTE ALANI ZAMANSAL DEĞİŞİMLERİNİN UZAYDAN İZLENMESİ:

#### GRACE

Günümüzde yeni tür (yapay) uydu programlarıyla yeryuvarı gravite alanına ilişkin daha farklı ve daha fazla bilgiye sahip olabilmekteyiz. Gerek jeodezi, gerekse diğer yer bilim dallarının (jeoloji, jeofizik, meteoroloji, oşinografi) çalışmalarına yönelik olarak hayata geçirilmiş bu uydu sistemleri şöyledir: 1) Yürütücülüğünü Potsdam'daki Yer Araştırma Merkezinin (GFZ) yaptığı CHAMP (**Challenging Minisatellite Payload**; 2000), 2) NASA ve DLR'nin ortaklığı ile işletilen GRACE (**Gravity Recovery and Climate Experiment**; 2002) sistemi ve 3) ESA tarafından yürütülen GOCE (**Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer**; 2009) sistemi [2].

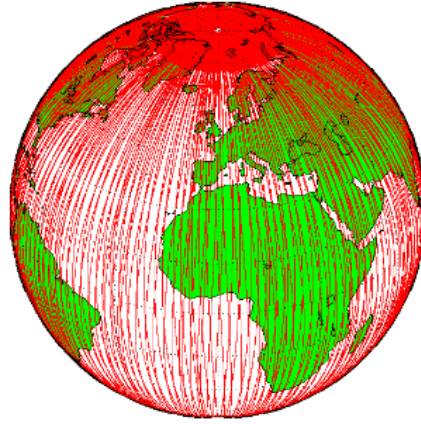


Şekil 3. 1 Soldan sağa: CHAMP, GRACE ve GOCE [65], [66], [67]

Bu uydu sistemlerinden CHAMP ile yeryuvarının gravite ve manyetik alanlarını belirlemek amaçlanırken, GOCE sistemi yüksek çözünürlükte gravite alanını ve yüksek doğrulukla jeoit modelini belirlemeye yöneliktir. Bu iki sistemden farklı olarak, GRACE,

ağırlıklı olarak yeryuvarı gravite alanının zamansal değişimini belirlemek, kısaca “gravite alanını izlemek” için tasarlanmış olan bir sistemdir [1].

Alman-Amerikan ortaklığı ile 17 Mart 2002’de yörünge düzlemine (yaklaşık 500 km yükseklikte) yerleştirilen GRACE uydu sisteminin diğer sistemlerden farkı aynı yörüngede birbirlerini  $220\pm 50$  km mesafeyle izleyen iki adet LEO uydusundan oluşmasıdır. Şekil 3.2’de uyduların takip ettiği yörüngelerin yerküre üzerindeki izdüşümleri gösterilmektedir.



Şekil 3. 2 GRACE uydularının izlediği yörüngeler [44]

Başlangıçta kullanım ömrü 5 yıl olarak tasarlanan GRACE, kullanıcılarına 2015 yılına kadar veri sağlayacaktır [68]. Bu sistemden elde edilen, uydudan uyduya olan mesafeler, çekim dışı ivmelenmeler vb. veri türleri L1 (Level-1) verisini oluşturmaktadır. Tam normalleştirilmiş küre harmonik katsayılarından oluşan aylık jeopotansiyel çözümleri içinde barındıran L2 verisi, kalibre edilmiş L1 verisinden türetilir [2], [17], [22], [23]. En güncel L2 verisi, aşağıdaki işlem merkezleri tarafından kullanıcılara sunulmaktadır [64]:

- CSR (Center for Space Research)-Teksas Üniversitesi,
- GFZ (GeoForschung Zentrum)-Potsdam,
- JPL (Jet Propulsion Laboratory)-Pasadena.

GRACE verisi, okyanuslardaki su miktarı değişimleri [3], buzulların erimesi [7], yer altı su kaynaklarının incelenmesi [9], [10], [11], [12] vb. kütle değişimi çalışmaları yanı sıra tektonik hareketlerin incelenmesi [14], [15], [16], [17], jeoit ve gravite değişiminin izlenmesi [17], [19], [20], [21] gibi birçok farklı alanda kullanılmaktadır. Ancak, GRACE, global ve bölgesel düzeyde meydana gelen hidrolojik değişimlere karşı duyarlılığının yüksek olmasından dolayı, çoğunlukla bu türdeki kütle hareketlerinin yorumlanması çalışmalarında uygulanmaktadır [12], [29]. Günümüzde, çeşitli kurumların oluşturmuş olduğu projeler kapsamında hesaplanmış değişimlerin bazıları, internet sayfalarında kullanıcılarla paylaşılmaktadır. GRACE-Tellus olarak adlandırılan bu proje kapsamında [69] internet üzerinden kullanıcılar, gravite alanına ilişkin değişim türlerinin bazılarını izleyebilmektedirler. Bu türden, işlenmiş ve bilgiye dökülmüş veri türüne ise L3 verisi adı verilmektedir.

Bu bölümde GRACE işlem merkezlerinden kullanıcılara sunulan küre harmonik katsayıları yardımıyla, kütle değişimi, jeoit yüksekliği değişimi, gravite değişimi ve bunların varyanslarının hesaplanmasında kullanılan eşitlikler verilmektedir. İlerleyen bölümlerde yüksek harmonik derecelerdeki hataların etkisini azaltmak için uygulanan yumuşatma filtresine ve harmonik katsayılar arasındaki korelasyonu yok etmek için uygulanan bir diğer tür filtre yöntemine değinilmektedir. Son bölümde ise yukarıda söz edilen değişimler için kullanılan hız-periyodik modeli ve hız kestirimi açıklanmaktadır.

### 3.1 L2 Verisinden Elde Edilen Jeopotansiyel Değişimler

Bir  $t$  periyoduna ilişkin küre harmonik katsayıları  $C_{nm}(t)$  ve  $S_{nm}(t)$  olsun. Koordinatları  $r$ ,  $\vartheta$ ,  $\lambda$  olan bir noktada  $t$  periyodundaki bozucu potansiyel, (2.48) ve (2.49) eşitliklerinden,

$$T(r, \vartheta, \lambda; t) = \frac{GM_y}{r} \sum_{n=0}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\delta C_{nm}(t) \cos m\lambda + \delta S_{nm}(t) \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta), \quad (3.1)$$

veya, (2.46b)'de verilen gösterime benzer biçimde,

$$T(r, \vartheta, \lambda; t) = \frac{GM_y}{r} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\delta C_{nm}(t) \cos m\lambda + \delta S_{nm}(t) \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta) \right\} \quad (3.2)$$

yazılır.

$t$  periyoduyla aynı referans sistemine dayanan bir  $t_0$  periyoduna ilişkin harmonik katsayılar  $C_{nm}(t_0)$  ve  $S_{nm}(t_0)$  ile gösterilirse,  $t-t_0$  zaman aralığında katsayılar da meydana gelen değişim miktarları,

$$\Delta C_{nm}(t) = C_{nm}(t) - C_{nm}(t_0) \quad , \quad \Delta S_{nm}(t) = S_{nm}(t) - S_{nm}(t_0) \quad (3.3)$$

biçiminde elde edilir. Bu değişim miktarları, her iki periyot katsayılarının aynı referans sistemine dayanması nedeniyle, (3.2) bozucu potansiyel eşitliğinde geçen  $\delta C$  ve  $\delta S$  katsayılarının değişim miktarlarıyla özdeş olur: Örneğin,  $C$  katsayısı için, bu özdeşlik, (2.47) eşitliğini de kullanarak,

$$\Delta \delta C(t) = (C_{nm}(t) - C_{nm}^u) - (C_{nm}(t_0) - C_{nm}^u) = C_{nm}(t) - C_{nm}(t_0) = \Delta C_{nm}(t), \quad (3.4)$$

şeklinde gösterilebilir. Böylece ilgili noktanın bozucu potansiyelinde  $t-t_0$  zaman aralığında meydana gelen değişim miktarı,

$$\Delta T(r, \vartheta, \lambda; t) = T(r, \vartheta, \lambda; t) - T(r, \vartheta, \lambda; t_0), \quad (3.5)$$

(3.3) eşitliklerinin (3.2)'de göz önüne alınmasıyla,

$$\Delta T(r, \vartheta, \lambda; t) = \frac{GM_y}{r} \sum_{n=1}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm}(t) \cos m\lambda + \Delta S_{nm}(t) \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta), \quad (3.6)$$

biçiminde harmonik katsayı değişim miktarlarının doğrusal bir fonksiyonu olarak elde edilir. GRACE çözümlerinde  $n=0$  ve  $m=\{0,1\}$  için harmonik katsayılar 0'dır<sup>1</sup>. Bu nedenle, GRACE ile incelenen tüm değişimlere ilişkin eşitliklerde seri toplamı  $n=2$ 'den başlatılır; böylece, (3.6) eşitliği,

$$\Delta T(r, \vartheta, \lambda; t) = \frac{GM_y}{r} \sum_{n=2}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm}(t) \cos m\lambda + \Delta S_{nm}(t) \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta) \quad (3.7)$$

olur.

---

<sup>1</sup>  $C_{10}$ ,  $C_{11}$  ve  $S_{11}$  katsayıları yeryuvarı ağırlık merkezinin koordinatlarıyla ilgilidir. Ağırlık merkezi koordinatlarının referans elipsoidiyle (normal gravite alanıyla) zaten tanımlı olduğu ve bunların değişmeyeceği varsayılır [17]. Bununla birlikte  $S_{n0}$  kuşak harmonik katsayılarının tümü "0" dir.



GRACE ile yapılan uygulamalarda, yukarıdaki eşitliklerde olduğu gibi, iki periyodun doğrudan karşılaştırması yapılmaz. Çünkü periyot çözümleri (aylık jeopotansiyel çözümleri) bir takım model hatalarının (atmosferik, gelgit model hataları vb.) etkisi altındadır [17], [29]. Bu nedenle, ilgili aylık çözümün ya statik bir modelden ya da, günümüzde yapıldığı gibi, uzun bir dönemde elde edilen çözümlerin genel ortalamasından (GRACE modeli) sapması ele alınır. Yanı sıra, özellikle tektonik çalışmalarda, ilgili bir yıl için hesaplanan GRACE modelinin diğer yıldaki modelden farkı da düşünülebilir [16], [17]. Buna göre, GRACE çalışmalarında, katsayı değişimleri iki farklı şekilde oluşturulur:

$$\Delta C_{nm} = \begin{cases} C_{nm}(t) - \bar{C}_{nm} \\ \text{veya} \\ \bar{C}_{nm,i} - \bar{C}_{nm,j} \end{cases}, \quad \Delta S_{nm} = \begin{cases} S_{nm}(t) - \bar{S}_{nm} \\ \text{veya} \\ \bar{S}_{nm,i} - \bar{S}_{nm,j} \end{cases}, \quad \{2 \leq n \leq n_{\max}, 0 \leq m \leq n\}. \quad (3.8)$$

Burada,  $\bar{C}_{nm}$  ve  $\bar{S}_{nm}$ , GRACE modelinin  $n$ . derece ve  $m$ . sıradan harmonik katsayılarını;  $i$  ve  $j$  ise ilgili yıllık GRACE modelini ifade etmektedir. Yanı sıra, sonraki eşitliklerde kolaylık sağlaması için,  $\Delta C$  ve  $\Delta S$  katsayılarında geçen “ $t$ ” periyot ifadesi kullanılmamıştır.

### 3.1.1 GRACE Modeli

Ele alınan bir L2 tür veri dosyası;

- ilgili derece ve sıra için  $C_{nm}$  ve  $S_{nm}$  katsayılarını,
- ve bunların standart sapmalarını içerir.

Şekil 3.3’de,  $n_{\max}=60$  olan böylesi bir dosyanın (CSR-Haziran 2010) bazı harmonik derece ve sıralarına ilişkin satırları gösterilmiştir.

Bir önceki bölümde bahsedildiği gibi, değişimlerin incelenmesi için referans alınacak bir modele (GRACE modeline) ihtiyaç duyulur. Bu amaçla ardışık  $v$  sayıda periyot (aylık çözümler) düşünülür.  $v$  sayıdaki ilgili derece (örneğin,  $n$ ) ve sıra (örneğin,  $m$ ) katsayılarının en yüksek olasılıklı kestirim değerleri, GRACE modelinin ilgili derece ve sıradaki katsayılarını oluşturur. Bunun için en küçük kareler kestirim yöntemi uygulanır (bkz. Ek-A): Örneğin,  $v$  sayıdaki  $C_{nm}(t_1), \dots, C_{nm}(t_v)$  katsayıları ele alınsın. Buna göre,

$\mathbf{x}=[\bar{C}_{nm}]$  bilinmeyenli dengeleme modelinin,  $v \times 1$  boyutlu katsayılar matrisi ( $\mathbf{A}$ ),  $v \times 1$  boyutlu ölçü vektörü ( $\mathbf{L}$ ) ve  $v \times v$  boyutlu ağırlık matrisi ( $\mathbf{P}$ ),

$$\mathbf{A}=[1 \dots 1]^T, \quad \mathbf{L}=[C_{nm}(t_1) \dots C_{nm}(t_v)]^T, \quad \mathbf{P}=\sigma_0^2 \text{diag}(1/\sigma_1^2, \dots, 1/\sigma_v^2)$$

biçiminde oluşturulur. Burada  $\sigma_i^2$ , ilgili katsayının varyansıdır. En küçük kareler yöntemiyle elde edilen bilinmeyen ve standart sapması, modelin ilgili katsayısı ( $\bar{C}_{nm}$ ) ve standart sapması ( $\sigma_{\bar{C}_{nm}}$ ) olarak tayin edilir<sup>1</sup>. Benzer kestirim işlemleri, (3.7) seri toplamı eşitliğinde geçen  $(n_{\max}^2 - 4 + 2n_{\max} + 1)$  sayıdaki 0'dan farklı tüm katsayılar için yapılarak, GRACE modeli katsayıları ve standart sapmaları belirlenir. Şekil 3.3'de gösterilen L2 dosyası biçiminde  $(n_{\max} + 1)^2$  katsayıdan oluşan model dosyası oluşturulur.

key	L	M	C	S	sigma C	sigma S
===== gfc	0	0	0.1000000000000E+01	0.0000000000000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
gfc	1	0	0.0000000000000E+00	0.0000000000000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
gfc	2	0	-4.841691329839e-04	0.0000000000000e+00	0.3448E-10	0.0000E+00
gfc	3	0	9.572204006964e-07	0.0000000000000e+00	0.3001E-11	0.0000E+00
gfc	4	0	5.399720550624e-07	0.0000000000000e+00	0.9066E-12	0.0000E+00
gfc	5	0	0.686277979651E-07	0.0000000000000E+00	0.7116E-12	0.0000E+00
....						
gfc	60	58	-.180744690204E-08	0.259713777854E-08	0.9398E-11	0.9410E-11
gfc	59	59	0.207969950477E-08	0.126166293552E-09	0.2657E-11	0.2696E-11
gfc	60	59	-.243677401510E-08	0.815992688034E-09	0.5030E-11	0.5034E-11
gfc	60	60	0.379518420234E-08	-.100855646424E-10	0.3379E-11	0.3433E-11

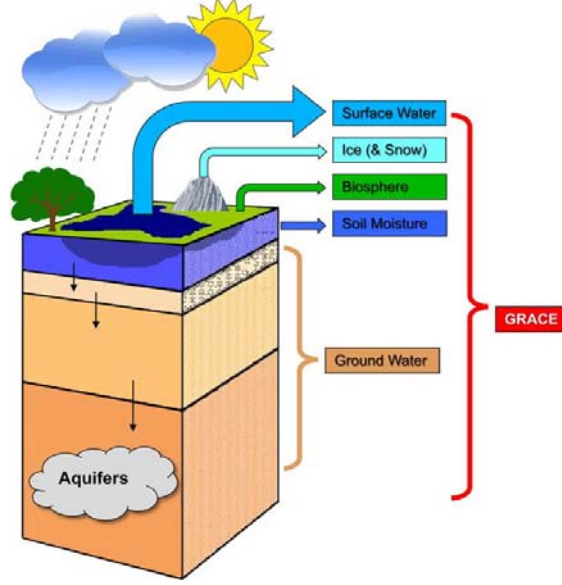
Şekil 3. 3 L2 veri dosyası örneği (L: Derece, M: Sıra, sigma: Standart Sapma)

### 3.1.2 Kütle Değişimi (Eşdeğer Su Kalınlığı Değişimi)

Daha önce de belirtildiği gibi, GRACE, yerkürede meydana gelen hidrolojik olaylar sonucunda oluşan değişimlere karşı oldukça duyarlıdır [12], [17], [29]. Bu amaçla, eşdeğer su kalınlığı (equivalent water thickness-EWT) değişimi adı verilen bir değişim miktarı kullanılır. Elde edilen GRACE-EWT değişimleri ise, Şekil 3.4'de gösterilen çeşitli su katmanlarının tümüne ilişkindir. Bir başka deyişle, elde edilen değişimlerin hangi tür

<sup>1</sup> Buradaki dengeleme modeli korelasyonsuz ölçülerden tek bir bilinmeyenin kestirimine ilişkin olduğu için, kestirilen ilgili model katsayısı, genel aritmetik ortalama ile özdeş olur (bkz. [70]).

katmandan kaynaklandığı doğrudan söylenemez. İlgili ayrımı yapmak için başka kaynaklardan elde edilen hidrolojik veya oşinografik veriden yararlanır [10], [12], [71].



Şekil 3. 4 GRACE verisinin kapsadığı su katmanları [12]

Yeryüvarı katmanlarına göre ince bir su tabakası (<1 km) nedeniyle fiziksel yeryüzünde meydana gelen yüzey kütle yoğunluğu (surface mass anomaly) değişimi aşağıdaki harmonik açınım biçiminde gösterilir [17], [24], [34]:

$$\Delta\sigma(\vartheta, \lambda) = a\rho_w \sum_{n=2}^{n_{max}} \sum_{m=0}^n (\Delta\check{C}_{nm} \cos m\lambda + \Delta\check{S}_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta) \quad (3.9)$$

Eşitlikteki  $\Delta\check{C}_{nm}$  ve  $\Delta\check{S}_{nm}$ , yüzey yoğunluk katsayı değişimlerini;  $\rho_w$ , suyun yoğunluğunu ( $1000 \text{ kg/m}^3$ ) ifade eder. Yoğunluk değişimine karşılık gelen su kalınlığındaki değişim (EWT değişimi),

$$\Delta e(\vartheta, \lambda) = \frac{\Delta\sigma(\vartheta, \lambda)}{\rho_w} \quad (3.10)$$

ile tanımlanır. Referans elipsoidinin büyük yarı eksenini  $a$  ile ölçeklendirilmiş yüzey yoğunluk katsayı değişimleri ve (3.8)'de verilen katsayı değişimleri arasında,

$$a \begin{Bmatrix} \Delta \tilde{C}_{nm} \\ \Delta \tilde{S}_{nm} \end{Bmatrix} = a \frac{\rho_{ave}(2n+1)}{3\rho_w(1+k_n)} \begin{Bmatrix} \Delta C_{nm} \\ \Delta S_{nm} \end{Bmatrix} = K_n \begin{Bmatrix} \Delta C_{nm} \\ \Delta S_{nm} \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

biçiminde bir ilişki vardır [17], [24], [34]. Burada,  $\rho_{ave}$ , yeryuvarı ortalama yoğunluğunu ( $5517 \text{ kg/m}^3$ ) ve  $k_n$ ,  $n$  derecesine bağlı Love yüklemeye sayılarını gösterir. Love sayılarının 200 dereceye kadar hesaplanmış bazı değerleri Çizelge 3.1'de verilmiştir [24], [34]. Kaynaklarda gösterilmeyen ara derecelere ilişkin Love sayıları basit interpolasyon yöntemleriyle hesaplanır.

Çizelge 3. 1 Love yüklemeye sayıları [34]

$n$	0	1	2	3	4	.....	100	150	200
$k_n$	0,000	0,027	-0,303	-0,194	-0,132	.....	-0,014	-0,010	-0,007

(3.11) ile verilen katsayı değişimleri (3.9)'da göz önüne alınır ve elde edilen yoğunluk değişimi (3.10)'da yerine yazılırsa, EWT değişiminin GRACE harmonik katsayı değişimlerine bağlı doğrusal bir ifadesi bulunur;

$$\Delta e(\vartheta, \lambda) = \sum_{n=2}^{n_{max}} \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) K_n P_{nm}(\cos \vartheta). \quad (3.12)$$

### 3.1.3 Jeoit Yüksekliği Değişimi

(3.7) eşitliğinde verilen bozucu potansiyel değişimi, (2.39)'daki Bruns eşitliğinde düşünülürse, jeoit yüksekliği değişimi elde edilir:

$$\Delta N(r, \vartheta, \lambda) = \frac{\Delta T(r, \vartheta, \lambda)}{\gamma}$$

$$= \frac{GM_y}{\gamma r} \sum_{n=2}^{n_{max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta) \quad (3.13)$$

GRACE uygulamalarında tüm noktalar için  $r=a$  (sabit) alınır ve  $\gamma$  normal gravite değeri yerine de  $GM_y/a^2$  yaklaşımı öngörülür. Böylece (3.13) eşitliği, oldukça yalın bir ifadeye dönüşür [17], [20], [24], [43]:

$$\Delta N(\vartheta, \lambda) = a \sum_{n=2}^{n_{\max}} \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta). \quad (3.14)$$

Her ne kadar yukarıda yapılan varsayımlar jeoit yüksekliklerinin gravite alanı modelleri yardımıyla hesaplanmasında kullanılamasa da (bkz. [43]), bu varsayımların  $\Delta N$  yükseklik değişimine etkileri oldukça azdır. Bu nedenle, her bir periyoda ilişkin gerekli düzeltmeler getirilerek hesaplanacak mutlak jeoit yüksekliklerinin tek tek incelenmesi yerine (3.14)'den doğrudan elde edilecek yükseklik değişimlerinin kullanılması, söz konusu jeoit yüzeyinin izlenmesinde anlamlı bir veri kaybına neden olmaz.

### 3.1.4 Gravite Değişimi

Yeryuvarında meydana gelen gravite değişimleri, gravite bozukluğu ( $\delta g$ ) veya gravite anomalisi ( $\Delta g$ ) değişimleri biçiminde elde edilir.

(2.41) eşitliği ile verilen gravite bozukluğu,  $T$  bozucu potansiyelinin  $r$ 'ye göre kısmi türevinin ters işaretlisi olarak yazılabilir [1]:

$$\delta g = -\frac{\partial T}{\partial r}. \quad (3.15)$$

Buna göre, gravite bozukluğu değişimi, (3.7)'de verilen bozucu potansiyel değişimine bağlı bir fonksiyon olarak ifade edilir;

$$\Delta \delta g(r, \vartheta, \lambda) = -\frac{\partial \Delta T(r, \vartheta, \lambda)}{\partial r}. \quad (3.16)$$

(3.7) bozucu potansiyel değişiminde  $1/[r^{(n+1)}]$  fonksiyonunun türevi,

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r^{n+1}} \right) = -(n+1) \frac{1}{r^n r^2} \quad (3.17)$$

olduğundan, (3.16) gravite bozukluğu değişimi,

$$\Delta \delta g(r, \vartheta, \lambda) = \frac{GM_y}{r^2} \sum_{n=2}^{n_{\max}} (n+1) \left( \frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta) \quad (3.18)$$

biçiminde elde edilir.

Gravite anomalisi değişimi ( $\Delta\Delta g$ ), (2.43)'de verilen temel denklemden, bozucu potansiyel değişimi ( $\Delta T$ ) ile gravite bozukluğu değişiminin ( $\Delta\delta g$ ) bir fonksiyonu biçiminde yazılabilir;

$$\Delta\Delta g(r, \vartheta, \lambda) = \Delta\delta g(r, \vartheta, \lambda) - \frac{2}{a} \Delta T(r, \vartheta, \lambda). \quad (3.19)$$

(3.7) ve (3.18) harmonik açınım eşitlikleri (3.19)'da düşünülürse, gravite anomalisi değişiminin harmonik açınımı elde edilir;

$$\Delta\Delta g(r, \vartheta, \lambda) = \frac{GM_y}{r^2} \sum_{n=2}^{n_{\max}} (n-1) \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta). \quad (3.20)$$

Jeoit yüksekliği değişiminde olduğu gibi, gravite değişimine ilişkin (3.18) ve (3.20) eşitliklerinde de fiziksel yeryüzündeki noktalar için  $r=a$  (sabit) öngörülür: Böylece, ilgili değişim eşitlikleri, doğruluklarından çok kaybetmeden daha yalın ifadelere dönüşür [21], [25], [26], [72], [73];

$$\Delta\delta g(\vartheta, \lambda) = \frac{GM_y}{a^2} \sum_{n=2}^{n_{\max}} (n+1) \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta), \quad (3.21)$$

$$\Delta\Delta g(\vartheta, \lambda) = \frac{GM_y}{a^2} \sum_{n=2}^{n_{\max}} (n-1) \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta). \quad (3.22)$$

Bu noktada, fiziksel yeryüzünden uzaklaştıkça, yani  $r \gg a$  olduğunda, yukarıdaki  $r=a$  varsayımının geçerli olmayacağını, gravite değişim sinyalinin,  $a/r$  oranı nedeniyle, azalacağını belirtmek gerekir. Örneğin, gravite inversiyonu problemi için uydu yörüngesinde, yani yer merkezinden  $r \approx a + 500$  km kadar uzakta çalışırken, (3.18) ve/veya (3.20) eşitlikleri göz önüne alınmalıdır [73].

### 3.2 Harmonik Katsayıların Filtrelenmesi

GRACE aylık çözümlerinin yüksek dereceden katsayılarındaki hataların etkileri, yukarıdaki çözümlerde büyük sapmalara neden olur. Bu nedenle, harmonik katsayılarındaki bu hataların giderilmesi veya yumuşatılması gerekir. Bunun için çeşitli filtreleme yöntemleri geliştirilmiştir. Bunlardan en bilineni, Gauss-filtresidir [24], [26],

[30], [34]. Yanı sıra, GRACE çözümlerinin bazı katsayıları arasında var olan korelasyonlar, yumuşatma filtreleri uygulansa da, bir önceki bölümde açıklanan değişimlerin konumsal alanında kendilerini kuzey-güney yönünde sistematik hatalar (şeritler-stripes) olarak gösterirler. Bu amaçla, ilgili korelasyonların giderilmesi için ek filtreleme işlemi yapılır.

### 3.2.1 Gauss Yumuşatma Filtresi

Jeopotansiyel değişimlere ilişkin harmonik açınım eşitliklerindeki seri toplamının belli bir yerde ( $n=n_T$  iken) kesilmesi (truncation), ilgili dereceden sonraki katsayıların hesaba katılmaması anlamına gelir. Bu işlem,  $n$  derecesine bağlı bir ağırlık fonksiyonu ( $W_n^*$ ) ile tanımlanabilir;

$$W_n^* = \begin{cases} 1 & , n < n_T \text{ için} \\ 0 & , n \geq n_T \text{ için} \end{cases} \quad (3.23)$$

Buna göre, oluşturulan adım-ağırlık fonksiyonu, yukarıda geçen değişim eşitliklerinin ikinci seri toplam kısmı (yüzey harmoniği değişimi,  $\Delta Y_n(\vartheta, \lambda)$ ) ile çarpılır; yüzey harmoniği,

$$\Delta \bar{Y}_n(\vartheta, \lambda) = W_n^* \Delta Y_n(\vartheta, \lambda) = \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) W_n^* P_{nm}(\cos \vartheta) \quad (3.24)$$

biçiminde ölçeklendirilir. Böylesi bir filtreleme ile ilgili değişimin standart sapması küçülür yani doğruluğu yükselir. Ancak, ilgili noktadaki jeopotansiyel değişime uygulanan bu fonksiyonun etkileri yerküredeki tüm nokta değişimlerinde de kendini gösterir [24], [34]. Bir başka deyişle, söz konusu adım-ağırlık fonksiyonu uygulandığında, ilgilenilen değişimin sinyalleri birbirlerine az veya çok karışır. Bunu bir noktada engellemek için, Jekeli [30] tarafından geliştirilen Gauss-ağırlık fonksiyonu kullanılır. Böylesi bir ağırlık fonksiyonu aşağıdaki iteratif eşitlik ile tanımlanır [24], [26]:

$$W_n = \begin{cases} 1 & , n = 0 \text{ için} \\ [(1 + e^{-2b}) / (1 - e^{-2b}) - 1 / b] & , n = 1 \text{ için} \\ [-(2n + 1) / b] W_{n-1} + W_{n-2} & , n \geq 2 \text{ için} \end{cases} \quad (3.25)$$

Burada  $b$  katsayısı, ilgili noktadan itibaren ağırlığın diğer sinyallere etkisinin önemsizleştiği uzaklığın yarısı olan filtre boyutu (yumuşatma yarıçapı)  $R$ 'ye bağlı bir fonksiyondur;

$$b = \frac{\ln(2)}{1 - \cos(R/a)}. \quad (3.26)$$

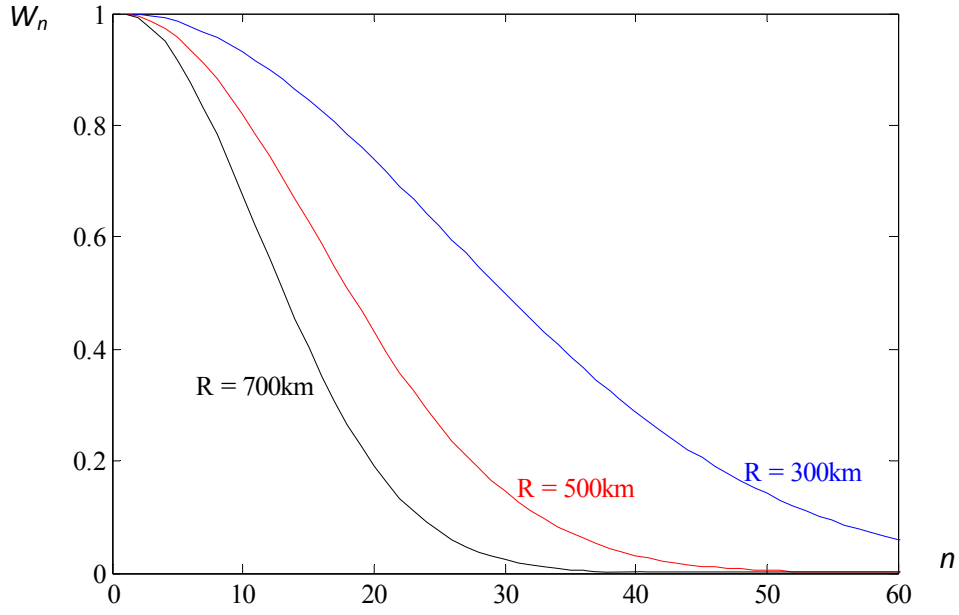
Gauss-ağırlık fonksiyonu  $W_n$ , (3.24)'de olduğu gibi, yüzey küre harmoniği değişimine uygulandığında,

$$\Delta \bar{Y}_n(\vartheta, \lambda) = W_n \Delta Y_n(\vartheta, \lambda) = \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) W_n P_{nm}(\cos \vartheta) \quad (3.27)$$

ilgili katsayılar filtrelenmiş olur. Bu filtre, yalnız  $n$  derecesine bağlı olduğu için izotropik filtre olarak da adlandırılır. Anizotropik, yani izotrop olmayan filtreler (bkz. [32]) hem  $n$  derecesine hem de  $m$  sırasına bağlıdır. Bununla birlikte, önsel sinyal ve ölçü hataları varyanslarına dayalı optimal filtre yöntemleri bulunur [31], [33]. Ancak, bu filtre türleri GRACE çalışmalarında çok kullanılmadığı için burada irdelenmeyecektir.

Filtre boyutu  $R$  keyfi bir değer olmasına karşın GRACE uygulamalarında genellikle 300 km-1000 km arasında bir değer olarak seçilir.  $R=300, 500$  ve  $700$  km filtre boyutları ve  $n_{\max}=60$  için (3.25) ile elde edilen ağırlık fonksiyonu eğrileri, Şekil 3.5'de gösterilmiştir. Buradan, filtre boyutu arttırıldığında, ağırlık fonksiyonunun daha küçük derecelerde 0'a ulaştığı görülmektedir. Bir başka deyişle, ilgilenilen sinyalin kısa-dalga boyunu temsil eden yüksek dereceden katsayılar çözümde etkisizleştirilir. Dolayısıyla, çözünürlük azalır (bkz. Bölüm 2.8). Diğer yandan, hatalar azalacağı için elde edilen çözümlerin standart sapmaları küçülür. Tersine, filtre boyutu azaltıldığında, yüksek dereceden katsayılardaki kısa-dalga boylu sinyal daha çok korunur; çözünürlük artar. Ancak, yüksek dereceden katsayılardaki büyük genlikli hatalar çözümde daha çok öne çıkar; doğruluk düşer.





Şekil 3. 5 Gauss-ağırlık fonksiyonu eğrileri

GRACE ile söz konusu jeopotansiyel değişimlerin incelenmesinde, standart bir filtre boyutundan bahsedilmez: Çalışma bölgesi küçüldükçe, yeterli çözünürlüğü elde etmek için filtre boyutunun azaltılması gerektiği, ancak çözümlerin daha çok bozucu etkiye maruz kalacağı göz önüne alınmalıdır. Bu nedenle, genellikle, çalışma bölgesinin büyüklüğüne göre çözünürlük ve doğruluk arasında belli bir denge kurulacak şekilde deneme-yanılma yöntemiyle seçim yapılır. Özetle, seçilen filtre boyutu, çözüm doğruluğunu önemli ölçüde değiştiren bir etmen olarak karşımıza çıkar.

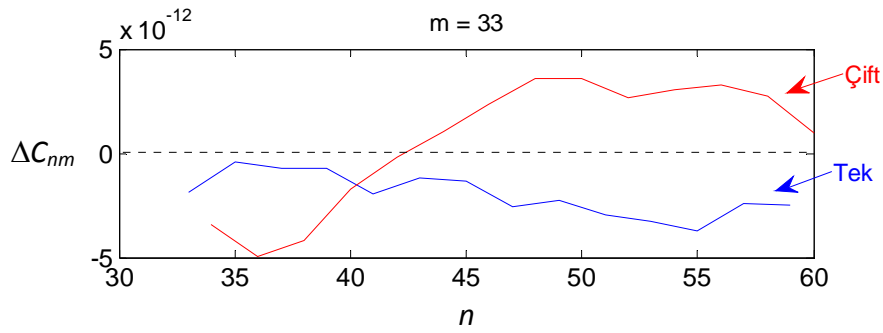
### 3.2.2 Korelasyon Etkilerinin Giderilmesi

Belli bir  $m$ . sıraya ilişkin katsayı değişimleri aşağıdaki gibi gösterilsin;

$$\begin{cases} \Delta C_{nm}, \Delta C_{(n+1)m}, \Delta C_{(n+2)m}, \dots, \Delta C_{n_{\max}m} \\ \Delta S_{nm}, \Delta S_{(n+1)m}, \Delta S_{(n+2)m}, \dots, \Delta S_{n_{\max}m} \end{cases} \quad (n \geq m). \quad (3.28)$$

Bu katsayı değişimlerinin beklenen değerleri 0'dır; yani dereceleri  $x$  koordinatlarını oluşturacak biçimde (yalnız  $C$  veya yalnız  $S$ 'ler) bir  $xy$  eksen takımında işaretlenseler, bunların  $y=0$  doğrusu etrafında rasgele salınmaları beklenir. Çoğunlukla böylesi bir beklentiği sağlayan çizimler elde edilir [28]. Ancak, bu katsayılar, derecelerinin tek ve çift olmasına göre gruplandırılırsa, ilgili eksen takımında her bir grup için bir eğri gözlenir

(Şekil 3.6). Bir başka deyişle, ilgili katsayı değişimleri birbirleriyle korelasyonludur. Swenson and Wahr [28] tarafından ilk kez harmonik katsayı düzeyinde gözlenen bu korelasyonlar, bir önceki bölümde açıklanan yumuşatma filtresine karşın, kendilerini konumsal alanda (spatial domain) sistematik hatalar olarak gösterirler. Daha önce ifade edildiği gibi haritada gözlenen bu hatalara, şerit (stripe), bu hatalara neden olan korelasyonların katsayı düzeyinde giderilmesi işlemine ise “korelasyon etkilerini giderme” (destriping veya decorrelating) adı verilir. Bu amaçla geliştirilmiş birçok yöntem bulunur [28], [35], [36], [37], [38], [39], [40], [41], [42].



Şekil 3. 6 Tek ve çift dereceli harmonik katsayı eğrileri

Geliştirilen ilk korelasyon filtresi [28], dereceye bağlı  $w$  genişliğindeki hareketli bir pencerede ilgili grubun ilgili pencereye düşen katsayılarına düşük dereceden bir polinom denklemi uydurulması ve elde edilen düzeltmelerin ters işaretlisinin korelasyonlu katsayı değişimleri yerine atanmasından ibarettir. Genellikle, hangi sıradan başlanacağı ve dengeleyici polinomun derecesi belli değildir: Ancak uygulamada genellikle,  $m=10$ . sıradan başlanır ve 3. dereceden bir polinom öngörülür. Bu şekilde uygulanan bir filtre için “P3M10” kısaltması kullanılır (bkz. [17]).

Yukarıda söz edilen korelasyon filtresine göre uygulanması daha kolay olan bir yöntem Chambers [35] tarafından verilmiştir: Bu yöntemde, Şekil 3.6’daki gibi gözlenen ilgili grubun her birine yüksek dereceden (5 veya 7. dereceden) bir polinom denklemi öngörülür. Denklemin katsayıları (polinom katsayıları) en küçük kareler yöntemiyle kestirilir. Örneğin, (3.28)’deki  $C$  katsayılarından dereceleri tek veya çift olanlar ile aşağıdaki ölçü vektörü oluşturulsun;

$$\mathbf{L} = [\Delta C_{n_1, m} \quad \Delta C_{n_2, m} \quad \dots \quad \Delta C_{n_v, m}]^T \quad (n_v \leq n_{\max} ; n_i = n_{i-1} + 2 \quad (i=1, \dots, v) ; n_1 \geq m).$$

Dengeleyici polinomun katsayıları olan harmonik derecelerini ve bunların ilgili kuvvetlerini düzeltme denklemlerinde doğrudan kullanmak sistemin çözümünde nümerik hatalara neden olur. Bu nedenle, ilgili harmonik dereceleri normlandırılır;

$$\Delta n_i = \frac{n_i - \bar{n}}{(n_1 - \bar{n})^2 + (n_2 - \bar{n})^2 + \dots + (n_v - \bar{n})^2} , \quad \bar{n} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^v n_i . \quad (3.29)$$

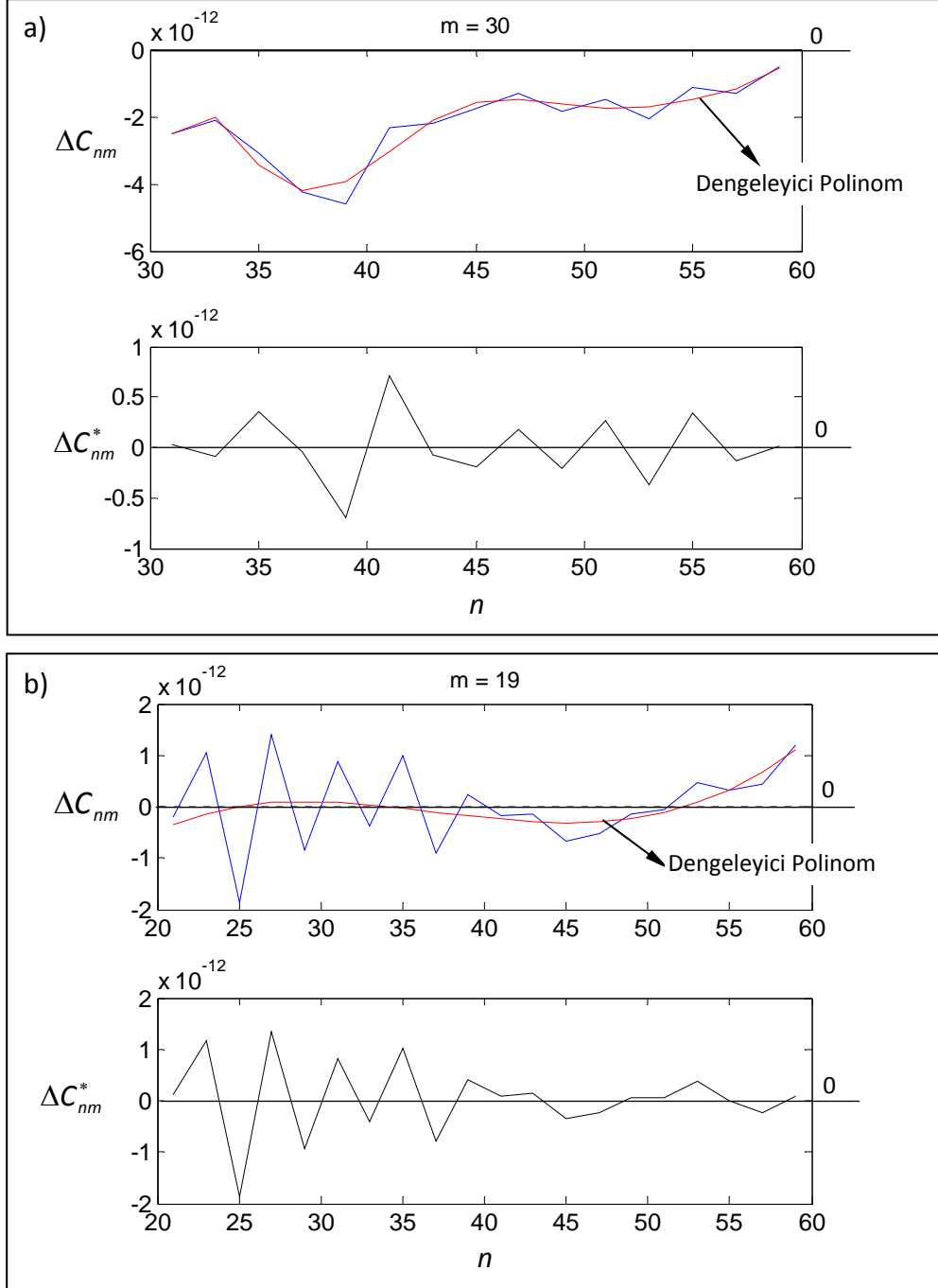
Böylece “Ölçü+düzeltilmesi=Bilinmeyenlerin fonksiyonu” yapısındaki düzeltme denklemleri, örneğin 7. dereceden polinom için, aşağıdaki biçimde oluşturulur;

$$\begin{cases} \Delta C_{n_1,m} + v_1 = a_0 + a_1 \Delta n_1 + a_2 \Delta n_1^2 + \dots + a_7 \Delta n_1^7 \\ \Delta C_{n_2,m} + v_2 = a_0 + a_1 \Delta n_2 + a_2 \Delta n_2^2 + \dots + a_7 \Delta n_2^7 \\ \vdots \\ \Delta C_{n_v,m} + v_v = a_0 + a_1 \Delta n_v + a_2 \Delta n_v^2 + \dots + a_7 \Delta n_v^7 \end{cases}$$

Ölçüler eşit ağırlıklı öngörülerek, en küçük kareler yöntemi uygulanır. Elde edilen  $i$ . düzeltmenin ters işaretlisi ( $-v_i$ ), korelasyon etkisi giderilmiş harmonik katsayıyı verir;

$$\Delta C_{n_i,m}^* = -v_i . \quad (3.30)$$

Benzer işlemler,  $S$  katsayıları için de uygulanarak, korelasyon etkileri giderilmiş yeni harmonik katsayılar elde edilir.



Şekil 3.7  $\Delta C_{nm}$  küre harmonik katsayıları için öngörülen 7.dereceden polinom ve korelasyon etkileri giderilmiş  $\Delta C_{nm}^*$  küre harmonik katsayıları

Şekil 3.7, korelasyon etkilerinin giderildiği iki örneği göstermektedir. Şekil 3.7a'da verilen ilk örnekte ilgili harmonik katsayılar 0 doğrusunun altında harmonik derecesine bağlı bir fonksiyon özelliği gösterirken, Şekil 3.7b'deki ikinci örnekte, harmonik katsayılar da böylesi bir ilişki bulunmamaktadır. Yukarıdaki yöntemin uygulanması sonucunda ilk örnekteki söz konusu korelasyonun giderildiği, yani dereceyle olan

fonksiyonel ilişkinin ortadan kalktığı görülmektedir. İkinci örnekte ise yöntem, arzu edildiği gibi, korelasyonsuz katsayılar da bozucu bir değişikliğe neden olmamıştır (ilgili örnekte, 45. dereceden sonraki katsayılar da bir eğim olarak görülen düşük korelasyonun da yöntemle giderildiğine dikkat edilmelidir). Bu örneklerden de görüldüğü gibi yöntem hem korelasyonlu hem de korelasyonsuz harmonik katsayılar için uygun biçimde çalışmaktadır.

Ancak, uygulanan her yöntemde olduğu gibi, bu yöntemde de korelasyon incelemesine hangi sıradan başlanacağı belirsizdir. Uygulamadan elde edilen sonuçlara göre karar verilmelidir. Eğer incelemeye başlanacak sıra çok küçük seçilirse, incelenen jeopotansiyel sinyal de kaybolmakta, tam tersine büyükse, korelasyonlar çözüm sonuçlarında etkilerini az veya çok göstermektedir. Yanı sıra, yumuşatma filtre boyutu arttırıldığında korelasyon etkileri de kaybolmaktadır. Ancak, bu, söz konusu sinyalin de kaybolmaya başlaması demektir. Bu nedenle amaç, hem sinyali korumak (yani filtre boyutunu küçük tutmak) hem de korelasyon etkilerini gidermektir.

### 3.2.3 Filtrelenmiş Katsayılarla Jeopotansiyel Değişimler

Harmonik katsayılar yumuşatma filtresi uygulanmış ve korelasyonlar giderilmişse, (3.12), (3.14), (3.21) ve (3.22) eşitliklerinde (3.27) ve (3.30) eşitlikleri düşünülerek, EWT, jeoit yüksekliği, gravite bozukluğu ve gravite anomalisi değişimleri aşağıdaki biçimde elde edilir;

$$\Delta e(\vartheta, \lambda) = \sum_{n=2}^{n_{\max}} \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm}^* \cos m\lambda + \Delta S_{nm}^* \sin m\lambda) W_n K_n P_{nm}(\cos \vartheta), \quad (3.31)$$

$$\Delta N(\vartheta, \lambda) = a^2 \sum_{n=2}^{n_{\max}} \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm}^* \cos m\lambda + \Delta S_{nm}^* \sin m\lambda) W_n P_{nm}(\cos \vartheta), \quad (3.32)$$

$$\Delta \delta g(\vartheta, \lambda) = \frac{GM_y}{a^2} \sum_{n=2}^{n_{\max}} (n+1) \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm}^* \cos m\lambda + \Delta S_{nm}^* \sin m\lambda) W_n P_{nm}(\cos \vartheta), \quad (3.33)$$

$$\Delta \Delta g(\vartheta, \lambda) = \frac{GM_y}{a^2} \sum_{n=2}^{n_{\max}} (n-1) \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm}^* \cos m\lambda + \Delta S_{nm}^* \sin m\lambda) W_n P_{nm}(\cos \vartheta). \quad (3.34)$$

Diğer taraftan, günümüzde veri merkezleri korelasyonları giderilmiş ve belli derecede yumuşatılmış harmonik katsayılar içeren DDK1 ve DDK2 adlı L2 veri türlerini de kullanıcılara sunmaktadırlar [39], [42]. Söz konusu değişimlerin incelenmesinde bu veri türleri kullanılıyorsa, bu değişimlere ilişkin (3.12), (3.14), (3.21) ve (3.22) eşitlikleri düşünülmelidir.

### 3.3 Jeopotansiyel Değişimlerin Varyansları

$t$  periyoduna ilişkin çözümde geçen harmonik katsayıların varyansları  $\sigma_{C_{nm}(t)}^2$  ve  $\sigma_{S_{nm}(t)}^2$ , ilgili GRACE modeli katsayılarının varyansları (bkz. Bölüm 3.1.1)  $\sigma_{\bar{C}_{nm}}^2$  ve  $\sigma_{\bar{S}_{nm}}^2$  olsun. Buna göre, (3.8) eşitliğindeki harmonik katsayı değişimlerinin varyansları

$$\sigma_{\Delta C_{nm}}^2 = \begin{cases} \sigma_{C_{nm}(t)}^2 + \sigma_{\bar{C}_{nm}}^2 \\ \text{veya} \\ \sigma_{\bar{C}_{nm,i}}^2 + \sigma_{\bar{C}_{nm,j}}^2 \end{cases}, \quad \sigma_{\Delta S_{nm}}^2 = \begin{cases} \sigma_{S_{nm}(t)}^2 + \sigma_{\bar{S}_{nm}}^2 \\ \text{veya} \\ \sigma_{\bar{S}_{nm,i}}^2 + \sigma_{\bar{S}_{nm,j}}^2 \end{cases}, \quad \{2 \leq n \leq n_{\max}, 0 \leq m \leq n\}. \quad (3.35)$$

biçiminde elde edilir. Korelasyon etkilerini giderme yöntemi uygulanmışsa, (3.30) ile elde edilen yeni katsayı değişimlerinin ( $\Delta C_{nm}^*$  ve  $\Delta S_{nm}^*$ ) varyansları ( $\sigma_{\Delta C_{nm}^*}^2$  ve  $\sigma_{\Delta S_{nm}^*}^2$ ) ilgili eşitliklerde göz önüne alınır.

İlgili katsayı değişiminin varyansı,

$$V(C_{nm}), V(S_{nm}) = \begin{cases} \sigma_{\Delta C_{nm}}^2, \sigma_{\Delta S_{nm}}^2 \\ \text{veya} \\ \sigma_{\Delta C_{nm}^*}^2, \sigma_{\Delta S_{nm}^*}^2 \end{cases}, \quad (3.36)$$

ile gösterilerek aşağıdaki varyans eşitliği tanımlansın;

$$\sigma_{nm}^2 = (V(C_{nm}) \cos^2 m\lambda + V(S_{nm}) \sin^2 m\lambda) W_n^2 (P_{nm}(\cos \vartheta))^2, \quad (W_n=1, \text{ filtre yoksa}). \quad (3.37)$$

Katsayı değişimleri rasgele değişken olmak üzere, jeopotansiyel değişim eşitliklerine varyans yayılma kuralı uygulanarak, EWT değişimi varyansı ( $\sigma_{\Delta e}^2$ ), jeoit yüksekliği değişimi varyansı ( $\sigma_{\Delta N}^2$ ), gravite bozukluğu değişimi varyansı ( $\sigma_{\Delta \delta g}^2$ ) ve gravite anomalisi değişimi varyansı ( $\sigma_{\Delta \Delta g}^2$ ),

$$\sigma_{\Delta e}^2 = \sum_{n=2}^{n_{\max}} \sum_{m=0}^n \sigma_{nm}^2 K_n^2, \quad (3.38)$$

$$\sigma_{\Delta N}^2 = a^2 \sum_{n=2}^{n_{\max}} \sum_{m=0}^n \sigma_{nm}^2, \quad (3.39)$$

$$\sigma_{\Delta \delta g}^2 = \frac{(GM_y)^2}{a^4} \sum_{n=2}^{n_{\max}} \sum_{m=0}^n (n+1)^2 \sigma_{nm}^2, \quad (3.40)$$

$$\sigma_{\Delta \Delta g}^2 = \frac{(GM_y)^2}{a^4} \sum_{n=2}^{n_{\max}} \sum_{m=0}^n (n-1)^2 \sigma_{nm}^2, \quad (3.41)$$

bulunur.

### 3.4 Hız Modeli

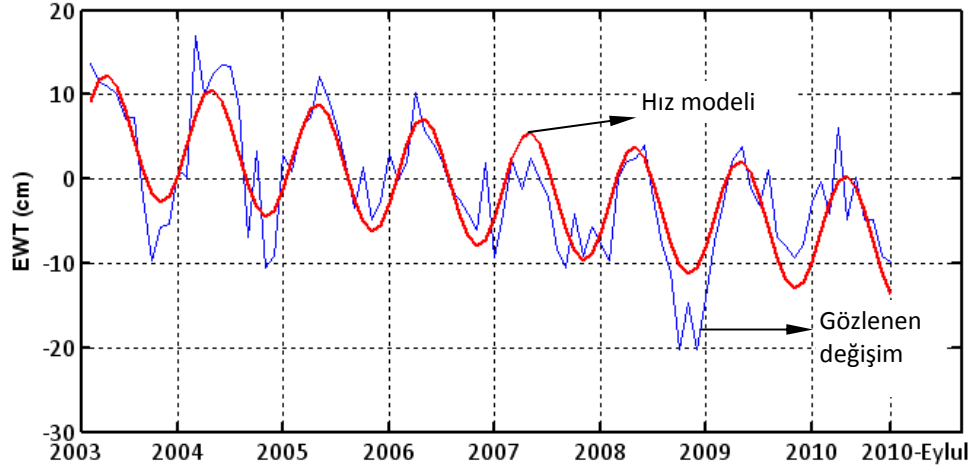
2002 yılından günümüze GRACE ile yeryuvarı gravite alanına ilişkin uzun dönemli bir zaman serisi elde edilmiştir. Bir noktaya ilişkin aylık jeopotansiyel değişimleri zamana bağlı olarak incelendiğinde tüm değişim türleri için Şekil 3.8'deki gibi periyodik bir yapı gözlenmektedir. Bu periyodik yapının içinde noktanın hızı da yer alır: Her bir noktanın hızını belirlemek amacıyla  $t_i$  zamanındaki değişim ( $y(t_i)$ ) için aşağıdaki fonksiyonel bağıntı düşünülür [13], [17], [19], [20], [21], [25], [26], [27];

$$y(t_i) = b_0 + b_1 t_i + b_2 \cos \omega t_i + b_3 \sin \omega t_i + b_4 \cos 2\omega t_i + b_5 \sin 2\omega t_i. \quad (3.42)$$

Burada,  $b_0$ , sıfır eki;  $b_1$ , ilgili değişimin hızı;  $b_2$  ve  $b_3$  yıllık (annual) kosinüs ve sinüslü terimlerin genlikleri;  $b_4$  ve  $b_5$ , 6 aylık (semi-annual) kosinüs ve sinüslü terimlerin genlikleri;  $\omega$  ise açısal frekanstır;

$$\omega = 2\pi/T. \quad (3.43)$$

Burada,  $T$  periyodu için genellikle 1 yıl (veya 12 ay) öngörülür [17].



Şekil 3. 8 Bir noktaya ilişkin EWT'nin zamana bağlı değişimi

Bir noktaya ilişkin (3.42) modeli kullanılarak,  $v$  sayıdaki aylık çözüme ilişkin düzeltme denklemleri,

$$\begin{cases} y(t_1) + v_1 = b_0 + b_1 t_1 + b_2 \cos \omega t_1 + b_3 \sin \omega t_1 + b_4 \cos 2\omega t_1 + b_5 \sin 2\omega t_1 \\ y(t_2) + v_2 = b_0 + b_1 t_2 + b_2 \cos \omega t_2 + b_3 \sin \omega t_2 + b_4 \cos 2\omega t_2 + b_5 \sin 2\omega t_2 \\ \vdots \\ y(t_v) + v_v = b_0 + b_1 t_v + b_2 \cos \omega t_v + b_3 \sin \omega t_v + b_4 \cos 2\omega t_v + b_5 \sin 2\omega t_v \end{cases} \quad (3.44)$$

biçiminde oluşturulur. Aynı noktaya ilişkin farklı periyotlardaki değişimler için özdeş filtre yöntemleri kullanıldığından, bunların standart sapmaları da çok değişmez. Bu nedenle ölçülerin ağırlıkları eşit kabul edilebilir. Böylece, (3.44) yapısındaki düzeltme denklemleri ile bilinmeyenler  $(b_0, \dots, b_5)$ , en küçük kareler yöntemiyle kestirilir. Böylece, hız ve diğer parametreler ve de bunların standart sapmaları elde edilir.



### SAYISAL UYGULAMA

#### 4.1 Uygulama Amacı ve Kapsamı

Bu bölümün başlıca amacı, GRACE sistemi ile eşdeğer su kalınlığı (EWT), jeoit yüksekliği ve gravite zamansal değişimlerinin global ve bölgesel ölçekte izlenmesindeki duyarlılığını incelemektir. Geleneksel deformasyon analizi çalışmalarından bilindiği üzere, duyarlılık (sensitivity), ilgili değişimin büyüklüğüne ve standart sapmasına bağlıdır. İncelenen değişimin standart sapması ne kadar küçük, yani doğruluğu ne kadar yüksekse duyarlılığı da o kadar fazladır. İlgili değişimlerin GRACE ile izlenmesindeki duyarlılığı, hesaplanan standart sapmaları yoluyla irdelenecektir.

Bir önceki bölümde vurgulandığı üzere, söz konusu jeopotansiyel değişimler, uygulamada,

- yıllık iki GRACE modelinin basit farkı veya
- aylık harmonik katsayılarının uzun dönemli bir GRACE modelinden sapmalarını kullanarak elde edilen zaman serisi üzerinden hız modeli,

biçimlerinde izlenmektedir. Genellikle tektonik amaçlar için tercih edilen birinci izleme yönteminde, ilgili değişimin standart sapması doğrudan harmonik katsayıların standart sapmalarına bağlıdır. Bu nedenle, kestirim açısından bakıldığında, bu yöntemin standart sapmasının bir doğruluk ölçütü olduğunu söylemek için veri merkezleri tarafından sağlanan harmonik katsayı standart sapmalarının modellenemeyen/sistemik etkileri tam olarak yansıtması gerekir: Bu, çoğunlukla net değildir. Bir başka deyişle, bu yöntem ile hesaplanan standart sapmaların ilgili değişimin inceliği (precision) olduğu düşünülmelidir. Diğer taraftan, ikinci izleme

yöntemi, bir noktaya ilişkin eşit ağırlıklı aylık değişimlere uygulanan bir kestirim işlemine dayandığı için, kestirilen hızların dengeleme sonrası elde edilen standart sapmalarının GRACE'in doğruluğunu ölçmede, dolayısıyla duyarlılığını irdelemede daha önemli olduğu düşünülmektedir. İlerleyen bölümlerde söz konusu inceleme her iki izleme yöntemi için bu yönde yapılmaktadır.

Önceki bölümde vurgulandığı üzere, GRACE jeopotansiyel değişimleri hesaplanırken çeşitli filtre işlemleri uygulanır. Yüksek dereceden katsayılardaki kaçınılmaz hataları ortadan kaldırmak ve belli katsayılar arasındaki korelasyonların çözüme etkisini gidermek için uygulanan bu filtre işlemleri, ilgili değişimin çözünürlüğünü ve doğruluğunu önemli ölçüde etkiler. Yanı sıra, filtre boyutu için standart bir değerden söz edilmez. Bu amaçla, duyarlılık incelemesi, burada farklı filtre boyutları ve de Kusche [39] ve Kusche vd. [42]'de verilen algoritmalar kullanılarak üretilmiş olan korelasyonları giderilmiş ve belli derecede yumuşatılmış DDK1 ve DDK2 L2 veri türleri için yapılmaktadır. Yukarıda değinilen izleme yöntemleri için bu yönde izlenen yol şöyledir:

- Birinci izleme yöntemi için global ve bölgesel ölçekte farklı filtre boyutları için Bölüm 3.3'de verilen varyans eşitliklerinden standart sapmaların hesaplanması, karşılaştırılması ve yorumlanması;
- ikinci izleme yöntemi için kestirilen hızların standart sapmalarının hesaplanması; ilgili jeopotansiyel değişim hız bilgisi için güven aralığı kestirimlerinin yapılması ve güven aralıklarının harita üzerinde gösterilmesi.

Yukarıda temel amacı ve genel kapsamı ifade edilen uygulama bölümü şu alt bölümlerden oluşmaktadır:

- Bölüm 4.2: Veri değerlendirme stratejisi başlığı altında, kullanılan L2 verisi, elde edilen çözümlerin haritalanması için takip edilen işlem adımları verilerek, programlar ve harmonik katsayıların hata bileşenlerinin grafiksel ifadesi kısaca açıklanmakta; sayısal örnekler için kullanılan ana materyaller tanıtılmaktadır.
- Bölüm 4.3: Global ve Türkiye'yi kapsayacak biçimde bölgesel ölçekte, sırasıyla, EWT, jeoit yüksekliği ve gravite değişimleri belli periyotlar arasında incelenmekte, elde edilen standart sapmaların irdelemesi yapılmaktadır. Yanı sıra, Sumatra depreminin ilgili bölgedeki EWT değişimine etkisi gösterilmektedir.

- Bölüm 4.4: Global ve bölgesel ölçekte, 2003-2010 yılları arasındaki toplam 92 aya ilişkin çözümlerden bulunan EWT, jeoit yüksekliği ve gravite hız kestirimleri sunulurken, hızların standart sapmaları irdelenmekte, güven aralığı kestirimleri gösterilmektedir.

## 4.2 Veri Değerlendirme Stratejisi

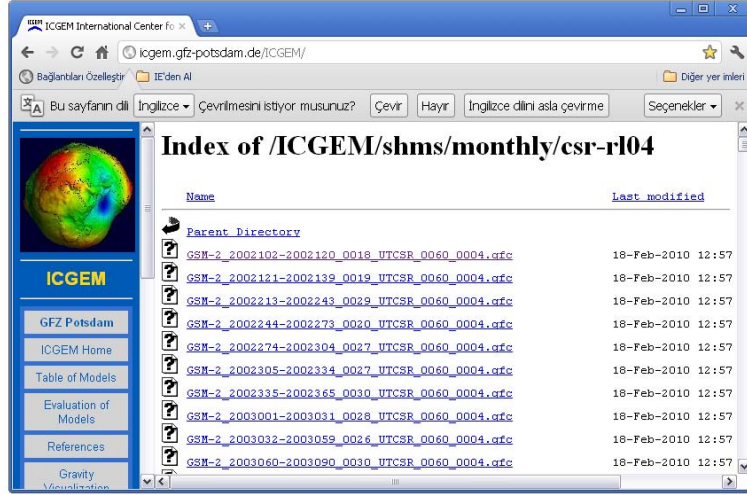
### 4.2.1 Kullanılan L2 Verisi

Çalışmada, CSR veri merkezi tarafından sağlanan harmonik katsayılar kullanılmaktadır. İlgili aylık harmonik katsayı dosyalarına (gfc uzantılı metin dosyalarına), ICGEM internet sayfasından, “Models from Dedicated Time Periods” menüsünden ulaşılmaktadır (Şekil 4.1). CSR-Release04 veya kısa ismiyle CSR-r104 olarak adlandırılan bu L2 verisinin genel özellikleri şöyledir;

- En büyük harmonik katsayısı:  $n_{max}=60$ . (Buna göre bir dosyada  $(60+1)^2=3721$  adet harmonik katsayı bulunur. Yanı sıra, çözünürlüğü, (2.50) eşitliğinden  $20000/60 \approx 333$  km'dir<sup>1</sup>.)
- Kullanılan ortalama yeryuvarı yarıçapı:  $a=6378136,300$  m. (Bu, TOPEX dönел elipsoidinin büyük yarı eksen uzunluğudur).
- Jeosentrik çekim sabiti:  $GM_y=0,3986004415 \times 10^{15}$  m<sup>3</sup>/s<sup>2</sup>.
- Gelgit modeli: Zero-tide.

---

<sup>1</sup> Bu noktada, filtreleme nedeniyle çözünürlüğün düşeceğini belirtmek gerekir. Örneğin  $R=500$  km'lik bir filtre boyutu için, Şekil 3.5'den de görülebileceği gibi, 50 dereceden sonraki katsayılar çözüme katılmaz. Bu nedenle çözünürlük,  $20000/50 \approx 400$  km olur. Bu, yayımlanan daha yüksek dereceli çözümler (örneğin JPL vb.) için de geçerlidir.



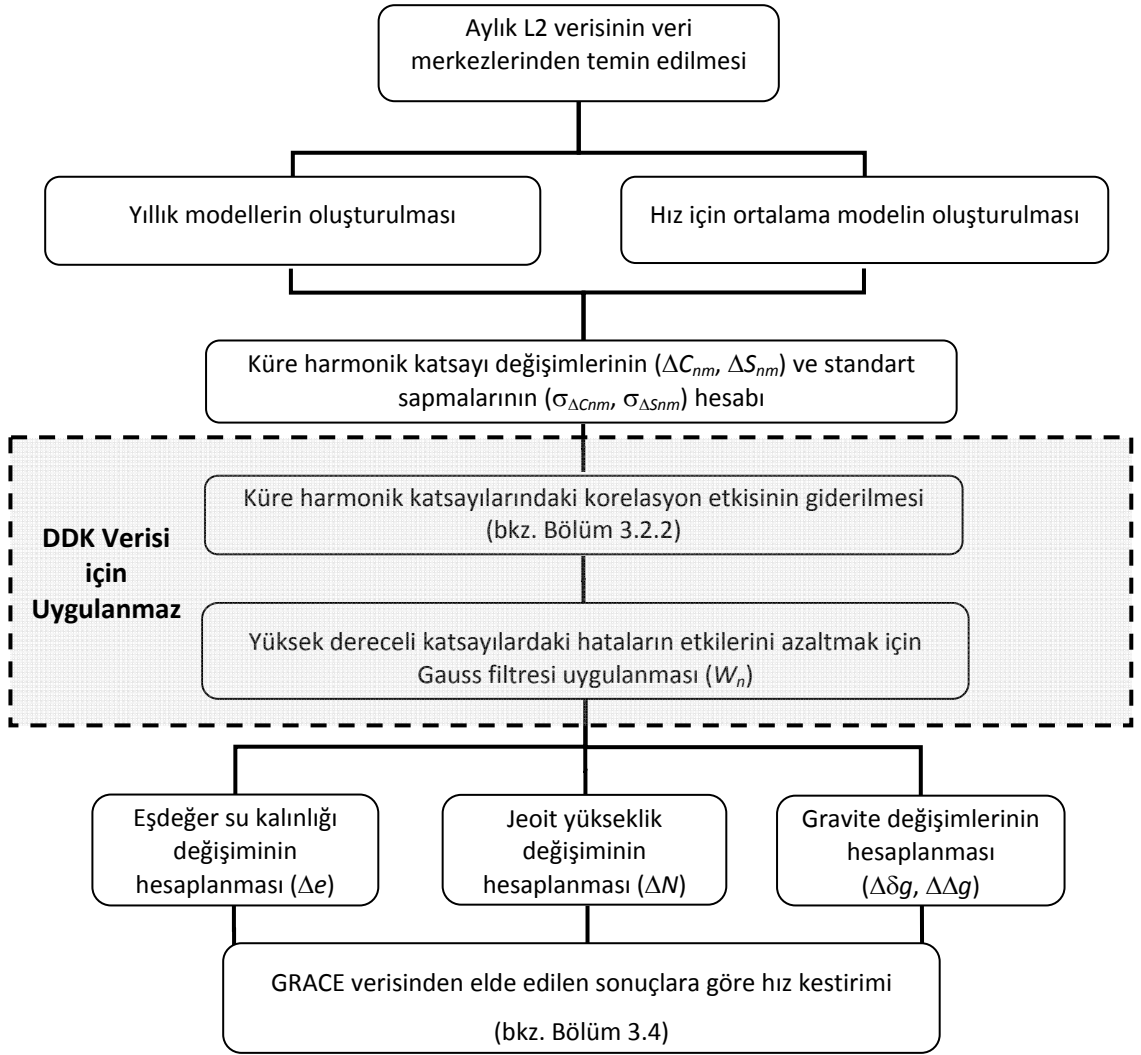
Şekil 4. 1 GRACE harmonik katsayı dosya klasörü [64]

Sayısal uygulamalarda, 2003 Ocak-2010 Eylül aralığındaki 92 aya ilişkin (2003 Haziran ayı çözümü bulunmamaktadır) aşağıdaki üç farklı harmonik katsayı dosya türü kullanılmaktadır:

- GSM-2...gfc
- kfilter\_DDK1\_GSM-2...gfc
- kfilter\_DDK2\_GSM-2...gfc

#### 4.2.2 Veri Değerlendirme İşlem Adımları

Söz konusu veri türlerinin çalışma kapsamında değerlendirilmesinde izlenen işlem adımları Şekil 4.2'de özetlenmiştir. İlgili şekilde de ifade edildiği gibi, DDK veri türlerinin değerlendirilmesinde herhangi bir filtre işlemi uygulanmaz; diğer işlem adımları bilinen L2 verisinin değerlendirilmesiyle özdeşdir.



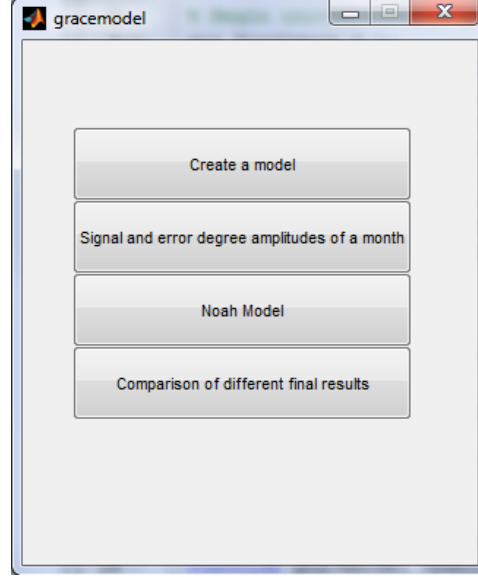
Şekil 4. 2 GRACE L2 verisi değerlendirme işlem adımları

#### 4.2.3 Kullanılan Programlar

Bu çalışmada kullanılan 6 program ve işlevleri aşağıda kısaca açıklanmaktadır: Bunlardan “Pnm” adlı fonksiyon dışındakiler, bu çalışma için MATLAB’de yazılmıştır.

- **Pnm.m**: Girilen en büyük harmonik katsayı derece ve sırası ve de noktanın kutup uzaklığı ( $\vartheta$ ) için ilgili tam normalleştirilmiş Legendre fonksiyonu değerini hesaplar: EGMLAB programına ilişkin bir MATLAB fonksiyonudur [74].
- **gracemodel.m**: Şekil 4.3’de kullanıcı ara yüzü gösterilmiş bu program, Bölüm 3.1.1’de açıklanan GRACE model dosyalarını üretmek için kullanılmaktadır. Yani

sıra, aşağıda açıklanan ilgili harmonik katsayı çözümünün derece sinyal ve hata genliklerini hesaplayarak grafiklerini oluşturmaktadır.

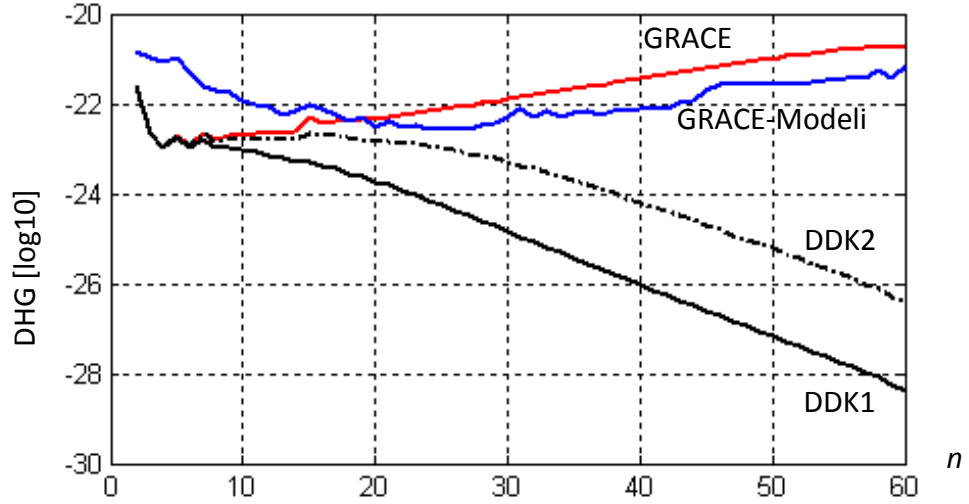


Şekil 4. 3 gracemodel programı kullanıcı ara yüzü

Derece sinyal genliği (signal degree amplitude) ve derece hata genliği (error degree amplitude) adı verilen iki büyüklük, harmonik katsayı düzeyinde veri kalitesine ilişkin bilgi elde edebilmek için kullanılır.  $n$ . derece sinyal genliği (DSG) ve derece hata genliği (DHG) aşağıdaki biçimde tanımlanır [17];

$$(DSG)_n = \sqrt{\sum_{m=0}^n (C_{nm}^2 + S_{nm}^2)} \quad , \quad (DHG)_n = \sqrt{\sum_{m=0}^n (\sigma_{C_{nm}}^2 + \sigma_{S_{nm}}^2)} . \quad (4.1)$$

$C$  ve  $S$  katsayıları ve bunların  $\sigma_C^2$  ve  $\sigma_S^2$  varyansları çok küçük değerlerdir. Buna karşın, farklı derecelerdeki değerleri arasında çok büyük farklar bulunur. Bu nedenle, DSG ve DHG büyüklükleri on tabanlı logaritmaları alınarak gösterilir. Şekil 4.4, bazı GRACE çözümlerinin DHG büyüklüklerini göstermektedir: DDK çözümleri önceden filtrelenmiş oldukları için derece arttıkça bunların hata genlikleri azalmakta, bir aya ilişkin GRACE çözümü ise filtrelenmemiş olduğu için bu çözümün hata genliği dereceyle doğru orantılı olarak artmaktadır.



Şekil 4. 4 GRACE derece hata genlikleri (GRACE, DDK1 ve DDK2, 2006 yılının Ocak ayına; filtresiz GRACE-Modeli ise 2006 yılına ilişkindir)

- **gaussian\_filter.m**: İstenen filtre boyutu için Bölüm 3.2.1'deki Gauss ağırlık fonksiyonu değerlerini hesaplar.
- **destripe\_ch.m**: İlgili derece, sıra ve polinom derecesi için korelasyon etkileri giderilmiş katsayıları ve standart sapmalarını üretir.
- **masschange.m**: İki GRACE model dosyasına ilişkin harmonik katsayıların farklarından, belirtilen enlem ve boylam ( $\varphi$  ve  $\lambda$ ) değerleri arasındaki belirli grid köşe noktalarına ilişkin EWT, jeoit ve gravite değişimlerini hesaplar; interpolasyon işlemini yaparak, ilgili değişimleri renk haritası biçiminde dünya haritası üzerinde gösterir. (İnterpolasyon için, MATLAB'ın v4 yöntemi, dünya haritası için de worldmap fonksiyonu kullanılmaktadır.)

Değişimi hesaplanacak noktanın  $\varphi$  enleminden Legendre fonksiyonunda geçen kutup uzaklığına ( $\vartheta$ ) dönüşüm aşağıdaki biçimde yapılmaktadır [1];

$$\vartheta = 90^\circ - \arctan((1 - e^2) \tan \varphi). \quad (4.2)$$

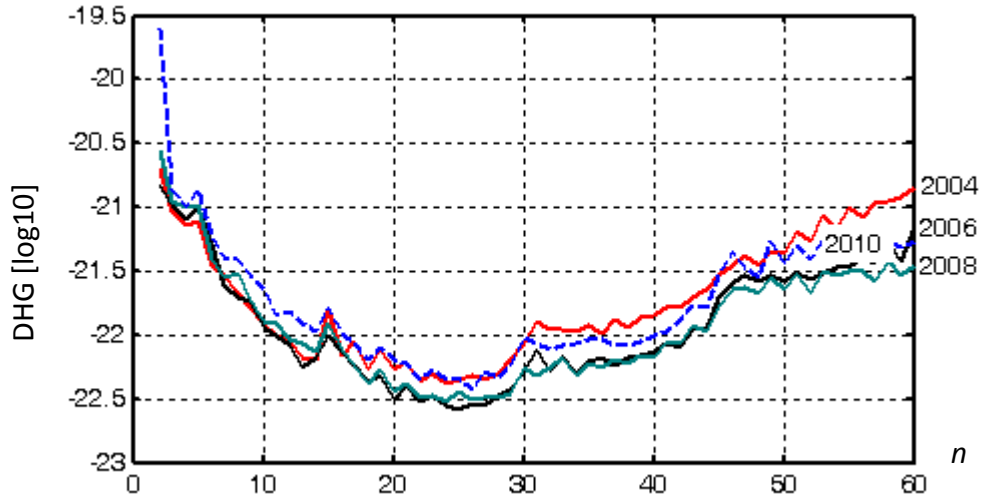
Burada,  $e^2$ , basıklığı 1/298,257 olan CSR çözümlerinin dayandığı TOPEX elipsoidi için geçerli birinci dış merkezlik,  $r$  uzaklığı ise, elipsoid yüzeyi üzerinde  $\varphi$  ve  $\lambda$  jeodezik koordinatlarından elde edilen  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  dik koordinatlarından hesaplanmaktadır [1].

- **masschange\_hiz.m:** İlgili aylık çözümlerin bulunduğu dosyalar ve GRACE model dosyası kullanılır. Bu dosyalardaki katsayıların değişimleri GRACE modeline göre hesaplanır ve Bölüm 3.4'de verilen hız modeli kullanılarak hız kestirimi gerçekleştirilir. İlgili hızlar ve standart sapmaları belirlendikten sonra gerekli interpolasyon işlemi yapılarak dünya haritası üzerinde çizdirilir.

### 4.3 Yıllık Modellerin Basit Farkından Elde Edilen Değişimler

#### 4.3.1 EWT Değişimi

Bu bölümde GRACE yıllık modelleri (2003,.....,2010) arasındaki harmonik katsayı değişimlerinden elde edilen EWT değişimleri incelenmektedir. Söz konusu (filtresiz) yıllık modellerin bazıları (2004, 2006, 2008 ve 2010) için (4.1) eşitliği ile gracemodel.m programından bulunan derece hata genlikleri Şekil 4.5'de gösterilmektedir. Hata genlikleri tüm modellerde 25. harmonik dereceye kadar azalmakta, bu noktadan itibaren ise artmaktadır. Yanı sıra, daha eski yıllara ilişkin hata genlikleri daha büyüktür. (2010 modeline ilişkin genliklerin büyük olmasının nedeni, bu yıla ilişkin yalnız Eylül ayına kadarki aylık çözümlerin kullanılmış olmasıdır.)

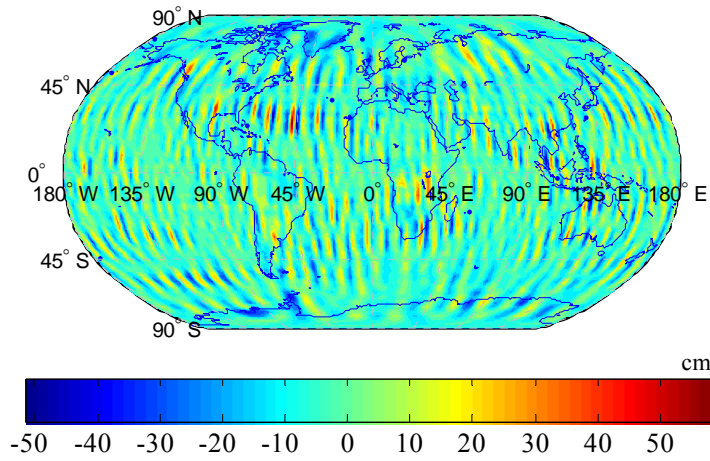


Şekil 4. 5 Oluşturulan yıllık GRACE-2004, 2006, 2008 ve 2010 modellerinin derece hata genlikleri



### 4.3.2 Global Ölçekte Örnekler

İlk olarak, elde edilen çözümlerde yüksek harmonik katsayıların EWT değişimine etkisi gösterilmektedir: Şekil 4.6, 2006 ve 2007 modellerinin basit farkından bulunan harmonik katsayı değişimleri ile (3.12) eşitliği kullanılarak, yerküre üzerindeki  $(-90^{\circ} \leq \varphi \leq 90^{\circ}; 0^{\circ} \leq \lambda \leq 360^{\circ})^1$   $3^{\circ} \times 3^{\circ}$  boyutlu gridlerin köşe noktalarında hesaplanan EWT değişimlerini göstermektedir. Herhangi bir yumuşatma filtresi uygulanmadığı için kuzey-güney yönünde  $\pm 50$  cm'yi bulan büyük sistematik hatalar mevcuttur. Söz konusu harmonik katsayılardaki hataların bir sonucu olan bu sistematik hataların etkileri yumuşatma filtresi uygulanarak giderilmelidir.



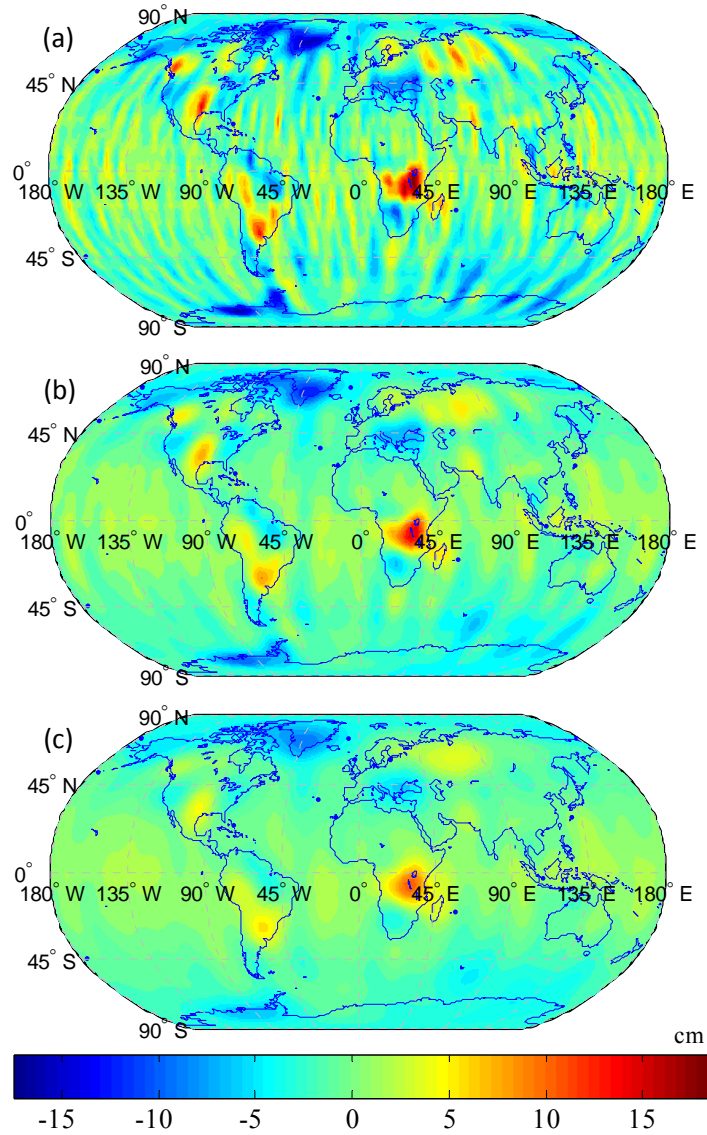
Şekil 4. 6 Filtre uygulamadan elde edilen EWT değişimi (2006-2007)

Bölüm 3.2.1'de verilen Gauss filtresinin  $R=300$ , 500 ve 750 km'lik boyutları için filtrelenmiş 2006-2007 yılları arasındaki EWT değişimleri Şekil 4.7'de gösterilmektedir. Katsayıların filtrelenmesiyle Şekil 4.6'daki  $\pm 50$  cm ölçeği, Şekil 4.7'de  $\pm 16$  cm'ye düşmüştür. Bir başka deyişle, yüksek dereceden katsayılardaki hataların EWT çözümüne etkisi yaklaşık 30 cm civarındadır. İlgili şekilde verilen çözümler kendi içinde değerlendirildiğinde şu doğal sonuçlara ulaşılmaktadır;

- $R=300$  km'lik çözümde hâlâ kuzey-güney yönünde gözlenen sistematik hatalar (şeritler) bulunmaktadır (Şekil 4.7a). Filtrenin boyutu arttırıldığında söz konusu hatalar kaybolmaya başlamaktadır (Şekil 4.7b ve c).

<sup>1</sup> MATLAB ile yapılan çizimlerde, enlem, Kuzey yarımküre (N) ve Güney yarımküre (S); boylam, Greenwich başlangıç meridyenin batısı (W) ve doğusu (E) olarak gösterilmiştir.

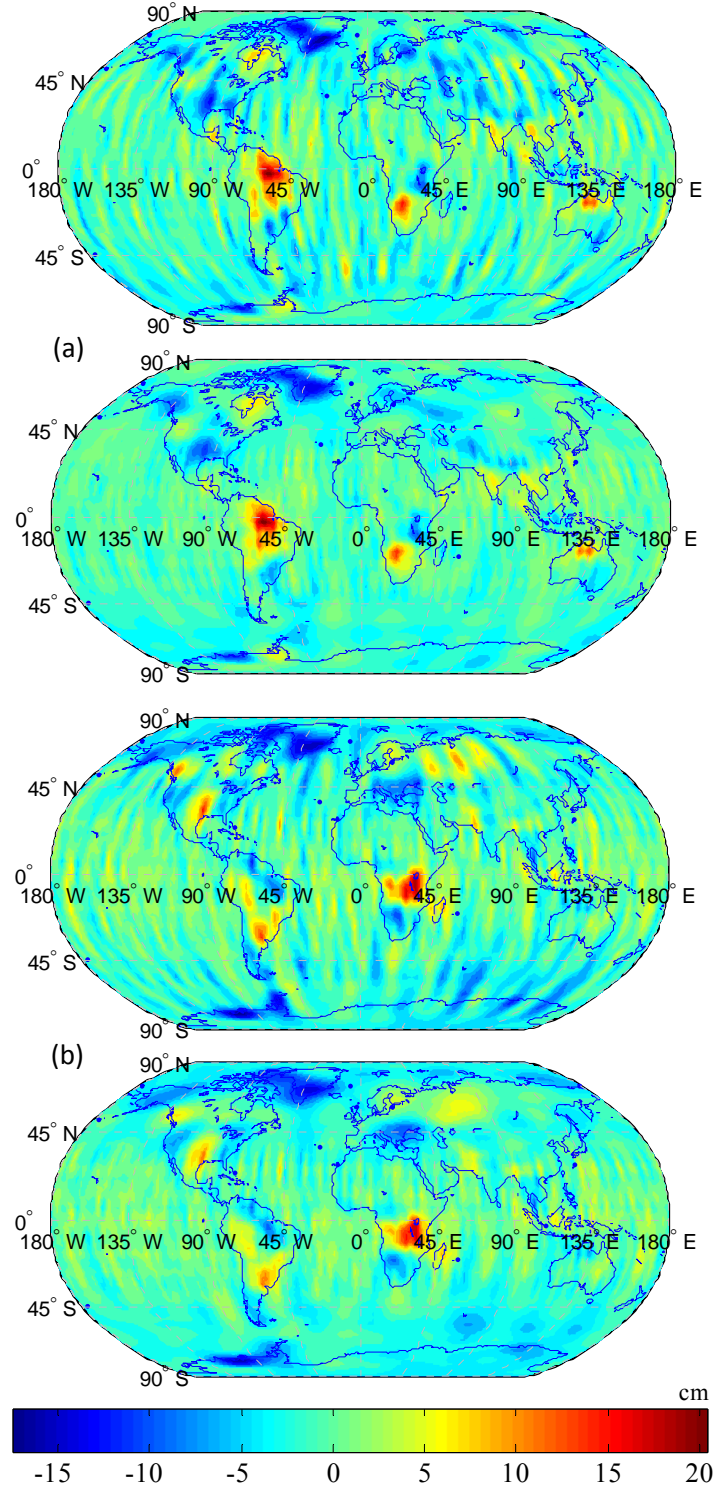
- Filtrenin boyutu arttırıldığında, söz konusu hatalarla birlikte incelenen sinyalin genliği de kaybolmaya başlamaktadır.



Şekil 4. 7 (a) 300 km; (b) 500 km ve (c) 750 km boyutlu Gauss filtresi uygulanarak elde edilen EWT değişimleri (2006-2007)

Yukarıdaki çözümden, Gauss filtresinin harmonik katsayılarıdaki hatayı azaltmak için tek başına yeterli olmadığı sonucu çıkmaktadır. Bölüm 3.2.2’de anlatıldığı üzere, kuzey-güney yönlü söz konusu hatalar, harmonik katsayıların belli dereceleri arasındaki korelasyonların bir sonucudur. Amaç, hem sinyali korumak hem de bu şeritleri temizlemek olduğundan uygun korelasyon etkisini giderme yöntemi de düşük boyutlu bir Gauss filtresi ile birlikte uygulanmalıdır. Bu amaçla, korelasyon için çeşitli polinomlar öngörölmüş, bunlardan en uygun olanının  $m=8$ ’den itibaren 7. dereceden

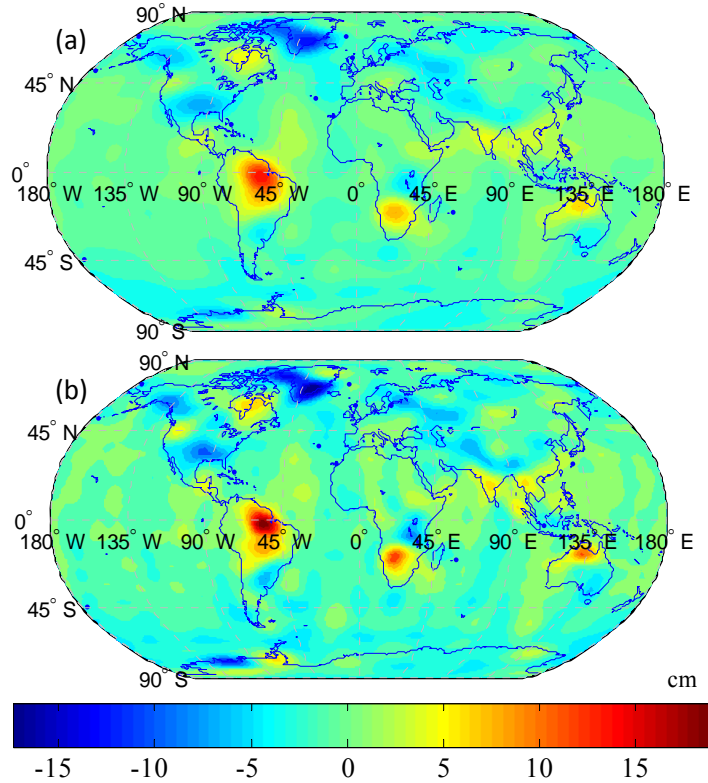
bir polinom olduğu gözlenmiştir. Bu yöntem C-P7M8 olarak adlandırılmıştır. Şekil 4.8, söz konusu C-P7M8 yöntemiyle korelasyonların giderilmesine ilişkin iki örneği (2005-2006 ve 2006-2007 değişimlerini) göstermektedir.



Şekil 4. 8 Korelasyon etkileri giderilmemiş-giderilmiş (C-P7M8) EWT değişimleri ( $R=300$  km) (a) 2005-2006 ve (b) 2006-2007

Şekil 4.8’de Gauss filtresinin boyutu oldukça düşük ( $R=300$  km) olmasına karşın, C-P7M8 yöntemiyle ilgili şeritler çözümden başarıyla uzaklaştırılmış ve EWT değişiminin ilgili sinyali (özellikle, Güney Amerika’nın kuzeyi ve güneyi, Orta ve Güney Afrika, Kuzey Amerika, Grönland ve Antarktika’nın batı kıyısındaki büyük EWT değişimleri) olabildiğince korunmuştur. Ancak yine de, orta enlem bölgesinde ( $45^{\circ}$  Kuzey- $45^{\circ}$  Güney arasında) küçük genlikli şeritlerin kaldığı görülmektedir: Bu amaçla filtre boyutunun bir miktar artırılması (örneğin, 350 km seçilmesi) yoluna gidilebilir (bkz. Ek B.1).

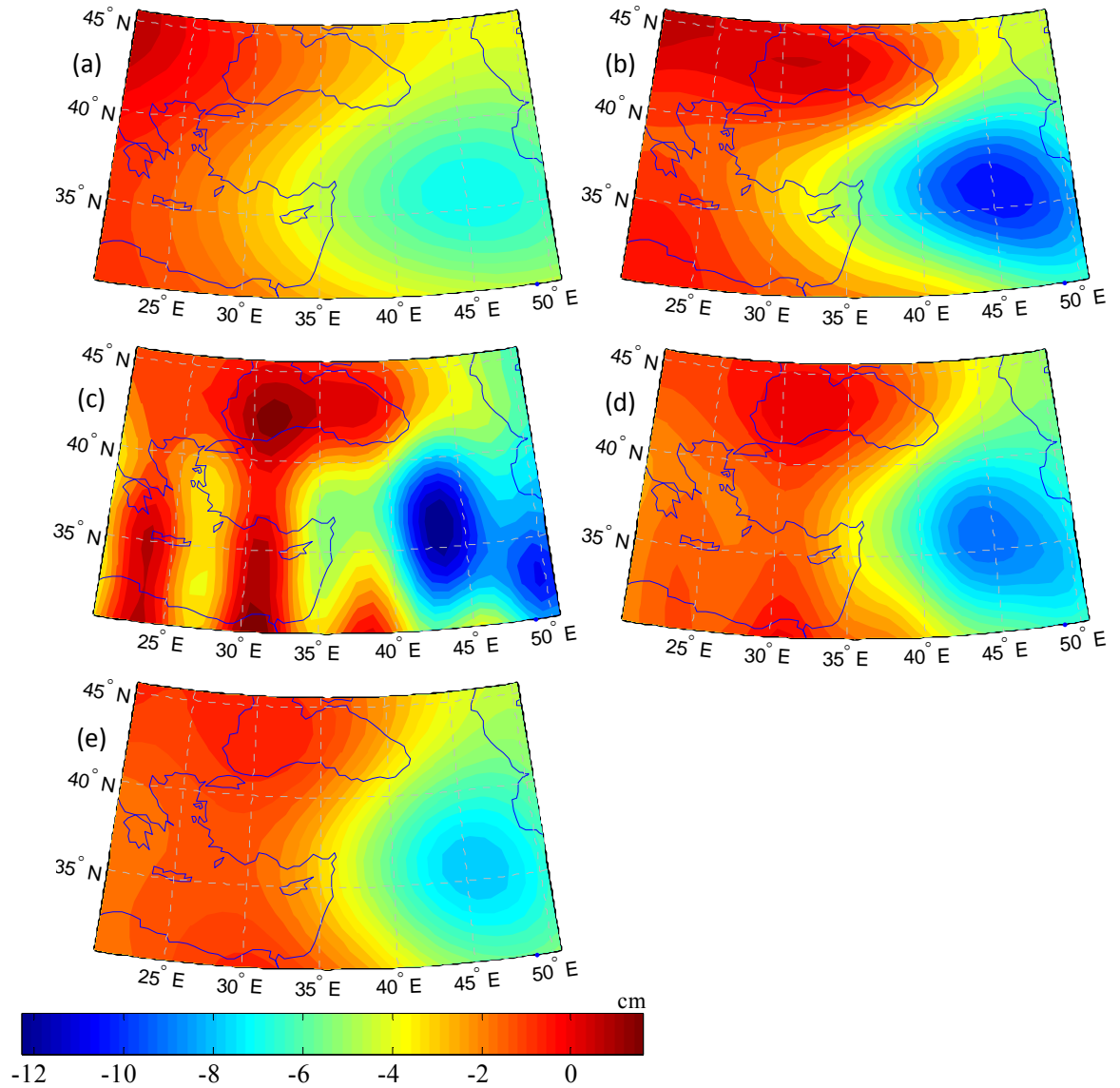
Daha önce de ifade edildiği gibi, veri merkezleri, belli oranda filtrelenmiş ve korelasyon etkileri giderilmiş DDK çözümlerini de kullanıcılara sunmaktadır. Şekil 4.9, DDK1 ve 2 katsayılarından elde edilen 2005-2006 arasındaki EWT değişimlerini göstermektedir. Her iki çözümde söz konusu hataların bulunmadığı, ancak, Şekil 4.8a üzerinden yukarıda bahsedilen kıtalardaki sinyalleri yadıkları, DDK1 çözümünün 2. çözüme göre daha büyük bir sinyal yumuşatmasına sahip olduğu gözlenmektedir.



Şekil 4. 9 (a) DDK1 ve (b) DDK2 verisi kullanılarak elde edilen EWT değişimleri (2005-2006)

### 4.3.3 Bölgesel Ölçekte Örnekler

Bölüm 3.2.1’de değinildiği üzere çalışma bölgesi küçüldükçe, yeterli çözünürlüğü sağlamak için filtre boyutunun azaltılması gerektiği, ancak çözümlerin daha çok bozucu etkiye maruz kalacağı göz önüne alınmalıdır. Bu nedenle çalışma bölgesinin büyüklüğüne göre çözünürlük ve doğruluk arasında belli bir denge kurulacak şekilde deneme-yanılma yöntemiyle seçim yapılır. Türkiye’yi kapsayacak biçimde seçilen böylesi küçük bir bölgede ( $30^{\circ} \leq \varphi \leq 45^{\circ}; 20^{\circ} \leq \lambda \leq 50^{\circ}$ ) farklı filtre boyutları ve DDK1 ve 2 veri türleri için 2007-2008 aralığına ilişkin hesaplanan EWT değişimleri Şekil 4.10’da gösterilmektedir.



Şekil 4. 10 [ $30^{\circ} \leq \varphi \leq 45^{\circ}; 20^{\circ} \leq \lambda \leq 50^{\circ}$ ] bölgesi için (a) DDK1 verisi (b) DDK2 verisi ve (c) 300 km; (d) 400 km; (e) 500 km boyutlu Gauss filtreleri ile elde edilen EWT değişimleri (2007-2008)

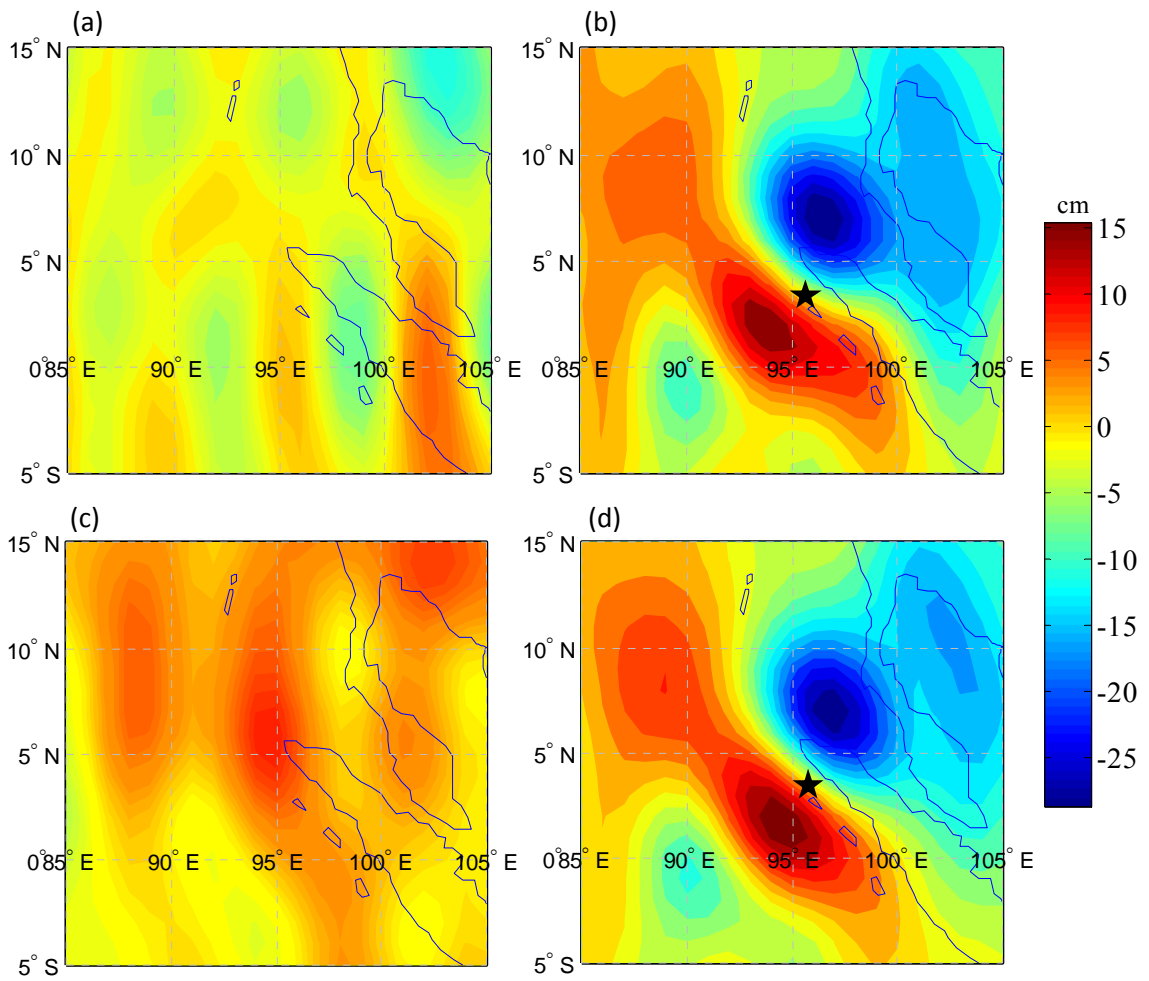
Şekil 4.10c, d ve e’de verilen 300, 400 ve 500 km boyutlu C-P7M8 çözümleri kendi içinde değerlendirildiğinde, çözümde görülen dalgalanmalar nedeniyle 300 km’lik filtrenin ilgili bölge için yeterli olmadığı gözlenmektedir. Daha büyük filtre boyutlarında ise söz konusu sistematik hatalar ortadan kalkmış, bölgenin doğusundaki azalma daha belirgin olmaya başlamıştır. Beklendiği gibi 500 km’lik çözüm 400 km’lik çözüme göre EWT değişiminin büyüklüğünü daha da azaltmıştır. Diğer yandan, DDK1 çözümü (Şekil 4.10a) 500 km’lik çözüme, DDK2 çözümü (Şekil 4.10b) ise 400 km’lik çözüme daha yakındır. Tüm dünya için yukarıdaki çözümlerde olduğu gibi, DDK çözümleri burada da kuzey-güney doğrultusunda gözlenen herhangi bir hataya sahip değildir. Diğer yandan, bu çözümlerden sinyali daha çok koruyan DDK2 çözümünün çalışma bölgesinin doğusundaki EWT değişimini doğu-batı yönünde yaydığı gözlenmektedir. Yanı sıra, 350 km’lik filtre de denenmiş, 2003’den 2010 yılına kadar olan ardışık modeller arasında elde edilen EWT değişimleri Ek B.2’de verilmiştir.

Elde edilen EWT değişimleri gerçekte uyuşmakta mıdır? Farklı filtre boyutlarında ve DDK çözümlerinde çözünürlük değişeceği için bunlara ilişkin değişim haritalarında farklı dokuların elde edilmesi beklenen bir durumdur. Buna karşın, çözümlerde belli anomaliler ortaktır. Örneğin, 2007-2008 yılları arasındaki tüm çözümlerde Suriye ve Irak’ı da kapsayan alanda EWT’de bir azalma olduğu açıkça görülmektedir (Şekil 4.10, Şekil Ek-B2.1e). Bir başka deyişle su miktarı azalmıştır. Söz konusu durum, bazı kaynaklarda, “küresel ısınmanın etkisiyle 2007-2008 döneminde yaşanan kuraklığın Fırat nehrinde %14, Dicle nehrinde ise %33’lük su azalmasına sebep olduğu, iki nehir üzerindeki yağış miktarındaki düşüşün de %46’ya ulaştığı” şeklinde dile getirilmiştir [75].

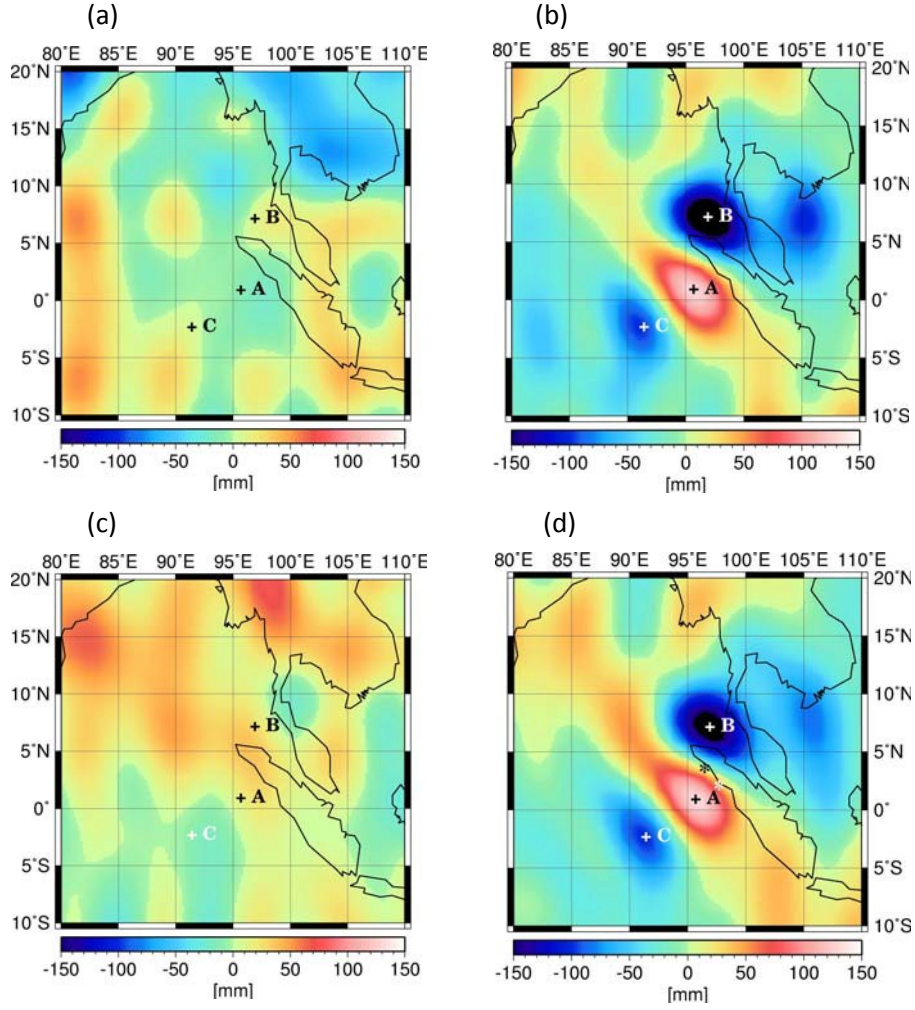
Bir diğer bölgesel uygulama olarak, 26 Aralık 2004 günü Endonezya’nın Sumatra adasında meydana gelen depremin ( $\varphi=3,3^\circ$ ,  $\lambda=95,9^\circ$ ) etkileri incelenmiştir: 9,1 büyüklüğe sahip olan söz konusu deprem, 30 metreye kadar çıkan tsunami dalgalarına sebep olmuştur. Çalışma bölgesi olarak  $-5^\circ \leq \varphi \leq 15^\circ$  ve  $85^\circ \leq \lambda \leq 105^\circ$  seçilmiş, 2003 yılından 2006 yılına kadar olan yıllık GRACE modelleri kullanılmış ve iki yıllık {2003,2004} ve {2005,2006} GRACE modelleri üretilmiştir. 2004 yılına ilişkin modellerde depremin meydana geldiği Aralık ayı veri grubundan çıkarılmıştır. Bu modeller, 300 km’lik Gauss filtresi ve C-P7M8 kullanılarak söz konusu bölgede 2003-2004, 2004-2005,



2005-2006 yılları arasındaki EWT değişimleri ve {2003,2004} ve {2004,2005} GRACE modelleri arasındaki farktan elde edilen EWT değişimleri Şekil 4.11'de verilmiştir. Şekil 4.11b ve d'de Sumatra depreminin neden olduğu sel felaketinin etkileri görülmektedir. Liu ve Han vd. tarafından [16], [17]'de verilen çözümlerde de benzer sonuçlar elde edilmiştir: Liu'nun çözüümü Şekil 4.12'de gösterilmektedir. Şekil 4.11 ve 12 karşılaştırıldığında, Şekil 4.11'de eksi yönde daha büyük genlik (-250 mm) gözlenmektedir. Böylesi bir farklılığın, her iki çözümden kullanılan farklı L2 verisi ve korelasyon etkilerini giderme yöntemlerinden kaynaklandığı düşünülmektedir.



Şekil 4. 11 Sumatra Bölgesi için (a) 2003-2004; (b) 2004-2005; (c) 2005-2006 yılları arasındaki; (d) {2005,2006} ve {2003-2004} modelleri farkından elde edilen EWT değişimleri ( $R=300\text{km}$ )



Şekil 4. 12 Sumatra bölgesi için (a) 2003-2004; (b) 2004-2005; (c) 2005-2006 yılları arasındaki; (d) {2005,2006} ve {2003-2004} modelleri farkından elde edilen EWT değişimleri ( $R=300$  km) [17]

#### 4.3.4 EWT Değişimi Hata Özellikleri

Bu bölümde, GRACE modellerinin basit farkından elde edilen EWT değişimlerinin hata özellikleri incelenmektedir. Bu amaçla, 2003 ve 2010 yılları arasındaki GRACE modelleri kullanılmaktadır.

Öncelikle, ardışık basit farkların (2003-2004,...,2009-2010 periyotlarının), (3.38) varyans eşitliğine göre standart sapmaları ( $\sigma_{\Delta e}$ ),  $R=300$  ve  $500$  km Gauss filtre boyutları için hesaplanmıştır. Korelasyon etkileri giderilmemiş ve (C-P7M8 ile) giderilmiş durumlar için tüm yeryuvarına ilişkin grid noktalarında elde edilen standart sapmaların ortalamaları Çizelge 4.1'de verilmektedir.



Çizelge 4. 1 Yeryuvarındaki EWT değişiminin ortalama standart sapma değerleri (A: Korelasyon etkisi giderilmemiş; B: Korelasyon etkisi giderilmiş)

Filtre Boyutu	Periyot	Ort( $\sigma_{\Delta e}$ )(cm)	
		A	B
R=300 km	2003 - 2004	3,22	2,42
	2004 - 2005	2,85	2,32
	2005 - 2006	2,65	2,21
	2006 - 2007	2,66	2,23
	2007 - 2008	2,70	2,28
	2008 - 2009	2,71	2,27
	2009 - 2010	3,39	2,94
R=500 km	2003 - 2004	1,75	1,68
	2004 - 2005	1,72	1,67
	2005 - 2006	1,71	1,67
	2006 - 2007	1,76	1,72
	2007 - 2008	1,82	1,78
	2008 - 2009	1,81	1,77
	2009 - 2010	2,47	2,43

Çizelge 4.1 incelendiğinde aşağıdaki sonuçlar çıkmaktadır;

- Korelasyon etkilerini gidermek, EWT değişimlerinin standart sapmalarını küçültmekte, bir başka deyişle doğruluğunu yükselmektedir.
- Filtrenin boyutu arttırıldığında, standart sapmalar küçülmektedir. (Bu beklenen bir durumdur; çünkü, daha çok katsayı çözümden uzaklaştırılmaktadır.)
- 2010 yılına ilişkin standart sapmalar diğer periyotlara göre daha yüksektir. Çünkü, daha önce belirtildiği gibi, bu çalışmada ilgili yıl için yalnız ilk 9 aya ilişkin veri dosyası kullanılmıştır. Öyleyse, Şekil 4.5’de gösterildiği gibi, farklı veri dosyalarının

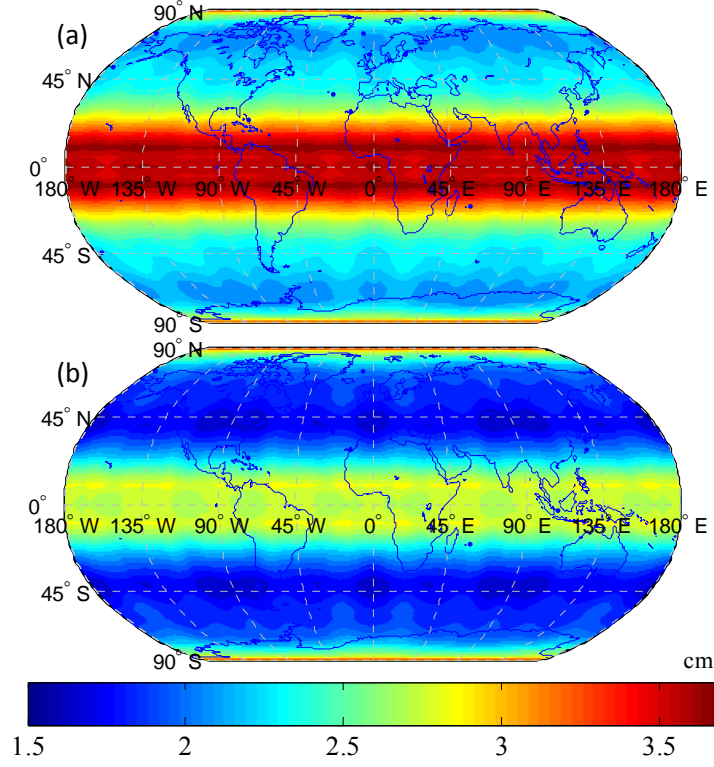
derece hata genlik karşılaştırmaları bunlardan elde edilecek çözümlerin hata özelliklerine ilişkin de bir bilgi kaynağı olmaktadır.

- 2009-2010 dışındaki periyotlara ilişkin standart sapmaların ortalamaları, korelasyon etkisi giderilmiş durum için, şöyledir; 300 km'lik filtre için 2,29 cm, 500 km'lik filtre için 1,72 cm.

Değişimin hesaplandığı nokta konumu ile standart sapması arasında bir ilişki var mıdır? Bu amaçla, 2004-2005,...,2008-2009 periyotları için 300 km'lik filtre boyutu ile elde edilen nokta standart sapmalarının ortalama değerleri, Şekil 4.13'de gösterilmiştir (2003 yılı Haziran ayı verisi bulunmadığı için buradaki ortalama hesabında kullanılmamıştır). Buradan,

- standart sapmaların noktanın enlemine bağlı olduğu,
- ekvator ve kutup bölgelerindeki EWT değişimi standart sapmalarının daha büyük olduğu (yaklaşık 4 cm),
- korelasyon etkilerinin giderilmesi durumunda, ekvator bölgesindeki standart sapmaların yaklaşık 2,4 cm'ye düştüğü, ancak kutuplarda herhangi bir iyileşme olmadığı ortaya çıkmaktadır.

Bölüm 4.1'de belirtildiği gibi, basit farkların standart sapmaları harmonik katsayı değişimlerinin standart sapmalarına bağlıdır. Aylık çözüm standart sapmalarının olası sistematik hataları tam olarak yansıtıp yansıtmadığı net olmadığından, yukarıda hesaplanan standart sapmaların "doğruluğu" temsil ettiği de söylenemez. Buna karşın, bu standart sapmaların, ilgili jeopotansiyel değişimin hata özelliklerini bağlı olarak tanımlamada kullanılabileceği görülmektedir.



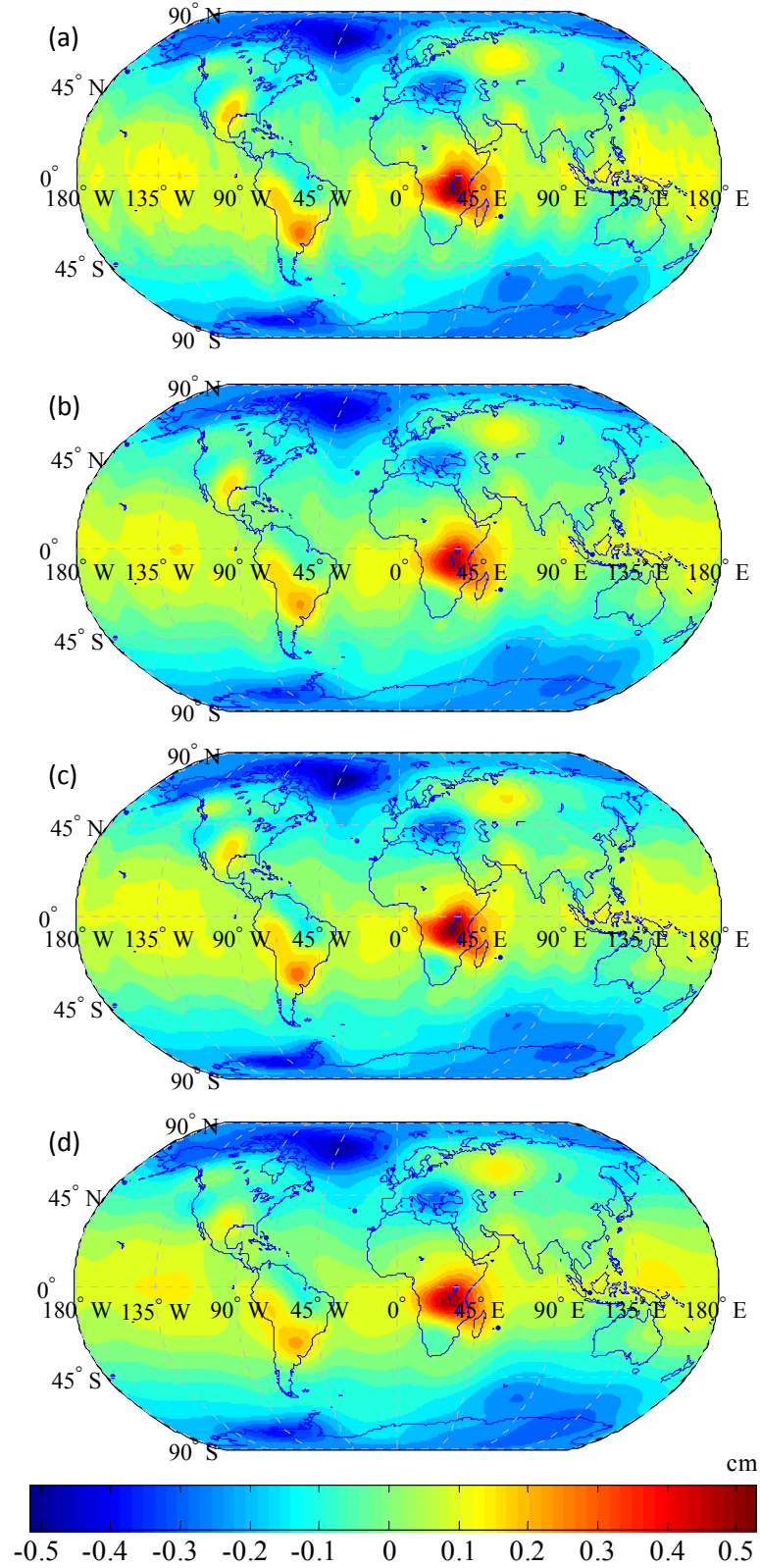
Şekil 4. 13 (a) Korelasyon etkisi giderilmemiş, (b) giderilmiş veri kullanılarak elde edilen 2004-2009 yıl aralıklarına ait EWT değişimlerinin ortalama standart sapmaları ( $R=300$  km)

#### 4.3.5 Jeoit Yüksekliği ve Gravite Değişimi

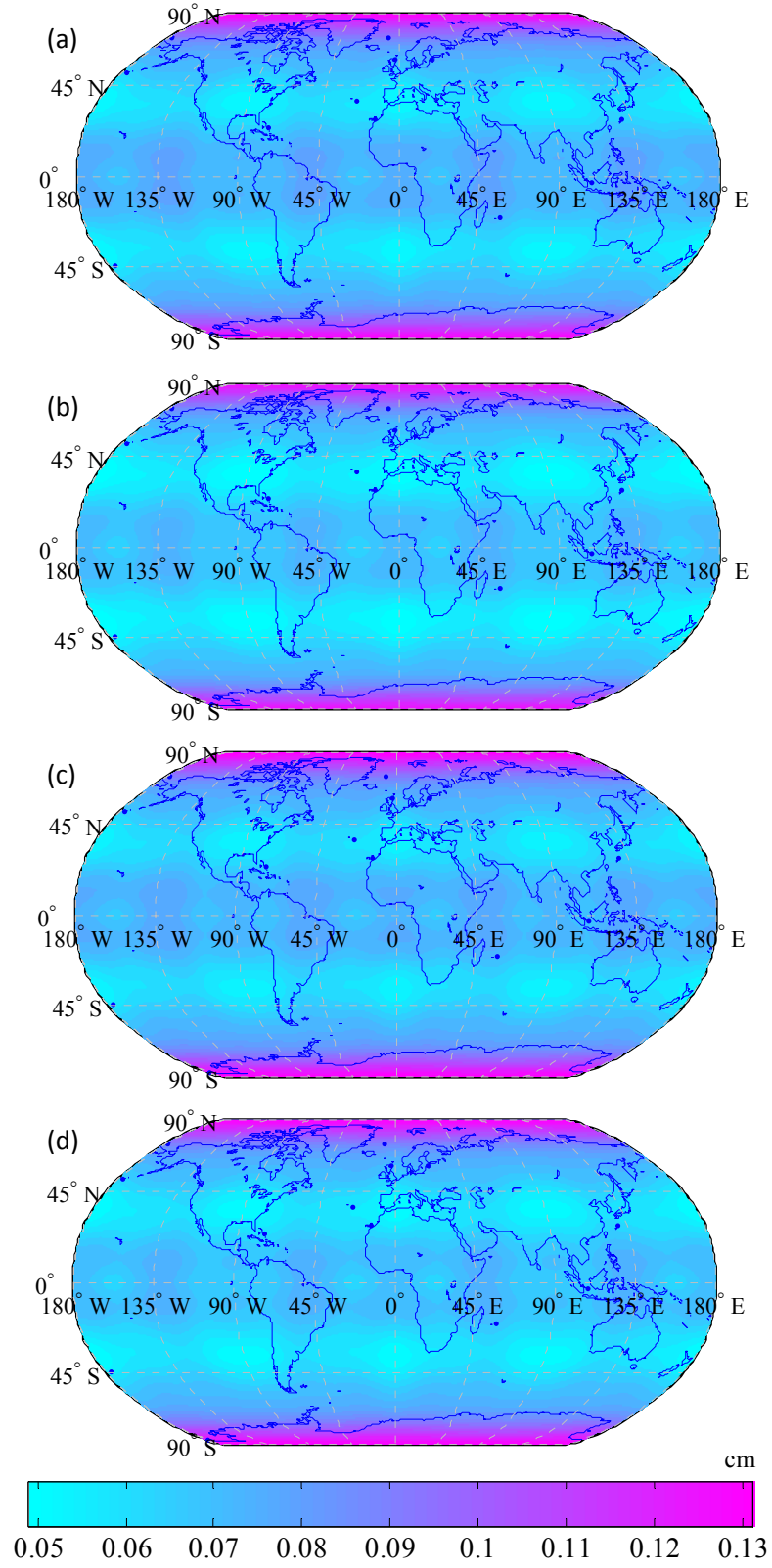
Yıllık GRACE modellerinin basit farkıyla uygulamada yalnız EWT değişimleri ele alınmasına karşın, bu bölümde 2006-2007 periyodu için global ölçekte jeoit yüksekliği, gravite anomalisi ve gravite bozukluğu değişimleri örnek olarak incelenmektedir.

Şekil 4.14,  $R=300$ , 500 km boyutlu Gauss filtresi (C-P7M8 yöntemi) ve DDK çözümleriyle (3.32) eşitliği kullanılarak elde edilen jeoit yüksekliği değişimlerini, Şekil 4.15 ise bunların (3.39) varyans eşitliği ile hesaplanan standart sapmalarını göstermektedir. Şekil 4.14'den, öncelikle, jeoit yüksekliği değişimlerinin, EWT değişimlerine göre daha küçük genlikli olduğu ve farklı filtre boyutlarında çözüm sonuçlarının çok değişmediği görülmektedir. 300 km'lik çözümde ekvator bölgesinde az miktarda olduğu görülen korelasyon etkisi, 500 km'lik çözümde tamamen ortadan kalkmış; DDK1 çözümü EWT değişimlerinde olduğu gibi burada da çözümleri doğu-batı yönünde daha çok yaymıştır (özellikle Güneydoğu Afrika'daki artma miktarını). Bunların standart sapmalarına bakıldığında, yine kutup bölgelerinde standart sapmaların en yüksek olduğu (0,13 cm), diğer bölgelerde ise 0,05 ile 0,1 cm arasında değiştiği görülmektedir. Yanı sıra, Şekil

4.15a ve b incelendiğinde, 300 km'lik filtre çözümündeki ekvator bölgesinde yer alan sistematik hata etkilerinin standart sapmalara yansıdığı fark edilmektedir.

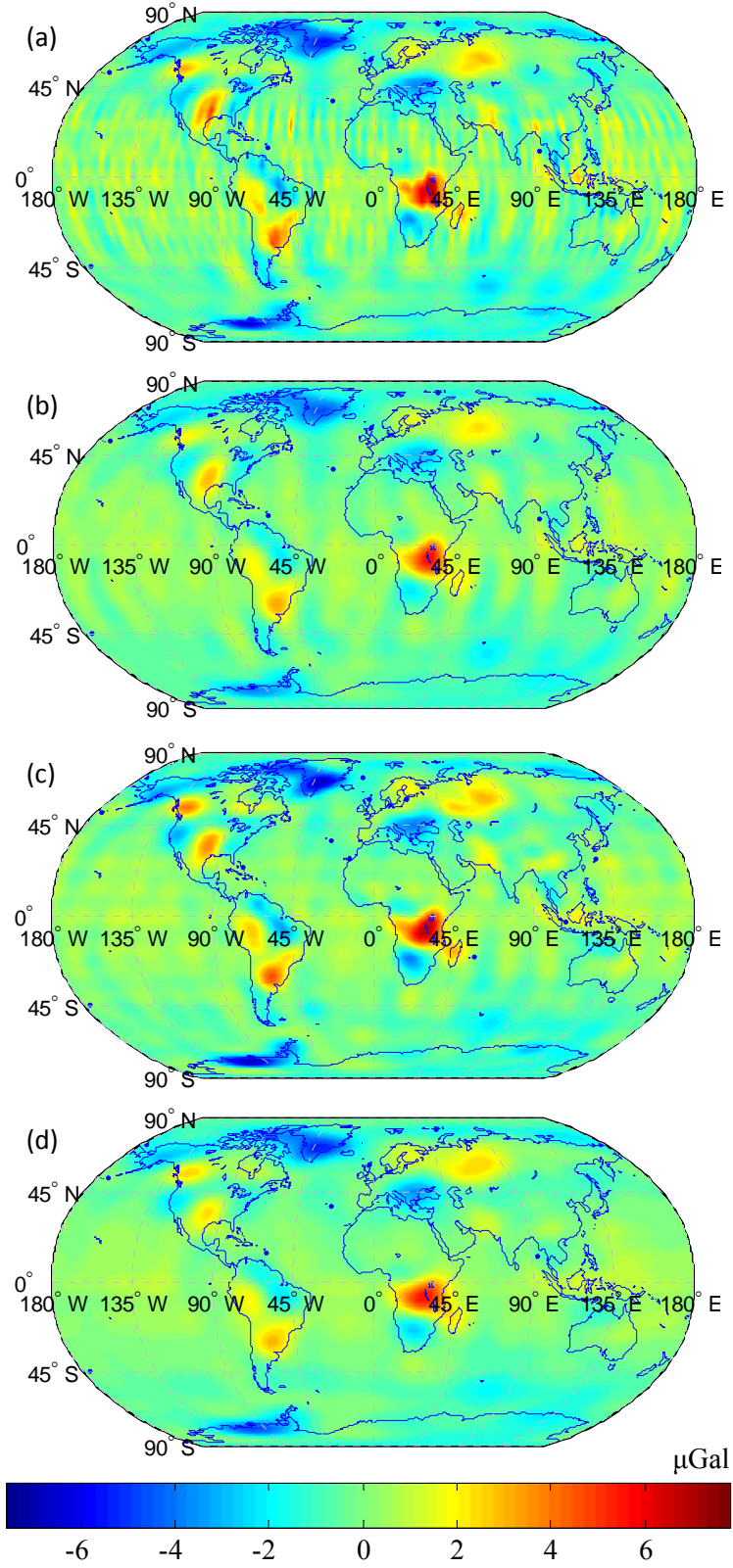


Şekil 4. 14 (a) 300 ve (b) 500 km boyutlu Gauss filtresi; (c) DDK2 ve (d) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen jeoit yüksekliği değişimleri (2006-2007)

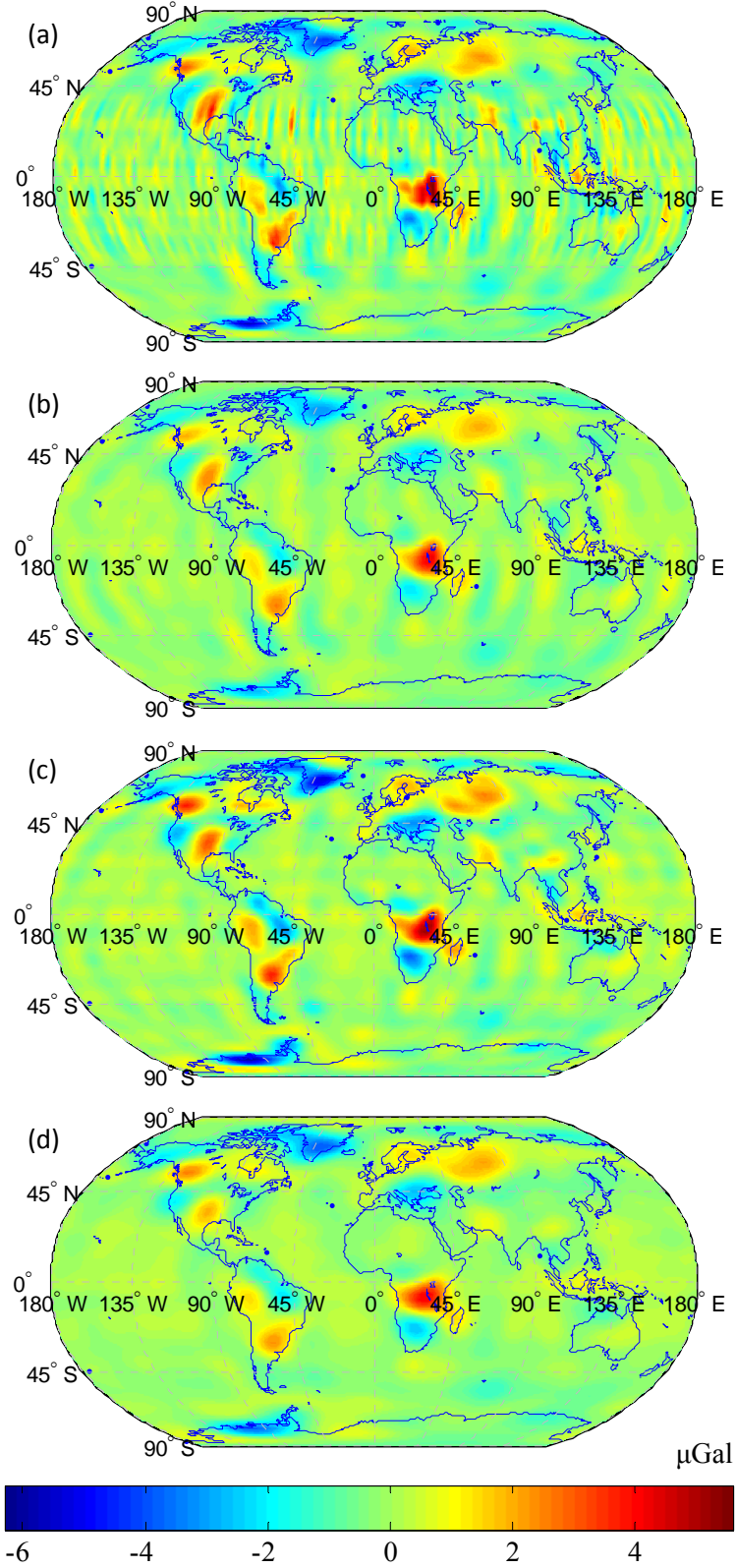


Şekil 4. 15 (a) 300 ve (b) 500 km boyutlu Gauss filtresi; (c) DDK2 ve (d) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen jeoit yüksekliği değişimlerinin standart sapmaları (2006-2007)

Şekil 4.16 ve 4.17, sırasıyla (3.33) ve (3.34) eşitliklerine göre hesaplanan gravite bozukluğu ve gravite anomalisi değişimlerini göstermektedir.



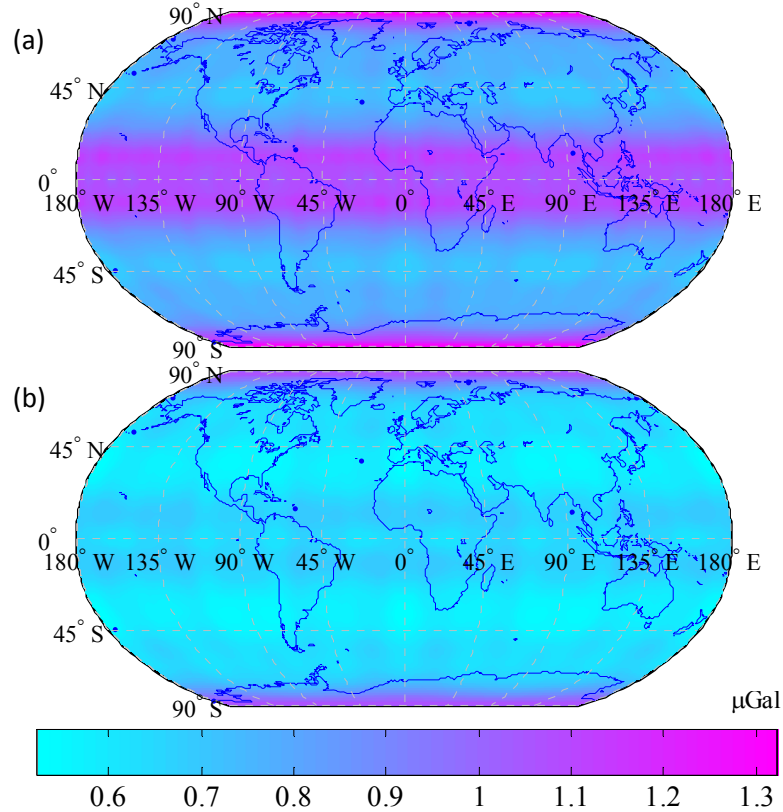
Şekil 4. 16 (a) 300 ve (b) 500 km boyutlu Gauss filtreleri; (c) DDK2 ve (d) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen gravite bozukluğu değişimleri (2006-2007)



Şekil 4. 17 (a) 300 km; (b) 500 km boyutlu Gauss filtreleri; (c) DDK2 ve (d) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen gravite anomali değişimleri (2006-2007)

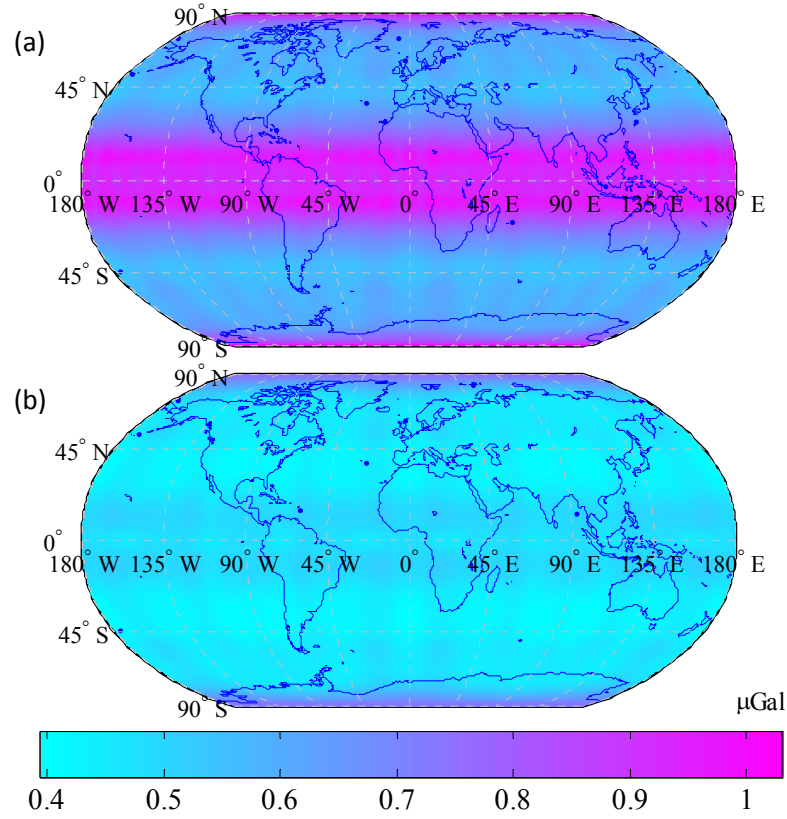


Gravite bozukluğu ve anomalisine ilişkin yukarıda verilen şekiller incelendiğinde, değişimlerin oldukça küçük olduğu (en yüksek 6  $\mu\text{Gal}$ ); her iki çözümde 300 km'lik filtre sonrasında ekvator bölgesinde söz konusu korelasyon etkilerinin kaldığı, filtre boyutu arttırıldığında bunların yok olduğu; DDK1 çözümünün diğerine göre sinyali daha küçülttüğü ancak hiçbir sistematik hata içermediği görülmektedir. Bununla birlikte, gravite bozukluğu değişimi diğer değişime göre daha büyük genlikli çıkmaktadır. Bu aslında, bu değişimlere ilişkin (3.33) ve (3.34) eşitliklerinden de görülmektedir: İki eşitlik birbirinden bir terim kadar farklıdır; gravite bozukluğu “n+1” terimini, gravite anomalisi ise “n-1” terimini içerir. Bu nedenle, uygulamada GRACE ile gravite değişimi izlenirken, gravite bozukluğu eşitliği tercih edilir [25], [73]. Ancak, (3.40) ve (3.41) varyans eşitliklerinin karşılaştırılmasından da görüleceği üzere, bu, aynı zamanda gravite bozukluğu değişiminin daha büyük standart sapmalı olacağı anlamına gelir. Şekil 4.18 ve 4.19'da verilen söz konusu değişimlerin 300 ve 500 km'lik filtre boyutlu çözümlerindeki standart sapmalarının karşılaştırılmasından da bu görülmektedir.



Şekil 4. 18 (a) 300 km ve (b) 500 km boyutlu Gauss filtreleri kullanılarak elde edilen gravite bozukluğu değişimlerinin standart sapmaları (2006-2007)





Şekil 4. 19 (a) 300 km ve (b) 500 km boyutlu Gauss filtreleri kullanılarak elde edilen gravite anomalisi değışimlerinin standart sapmaları (2006-2007)

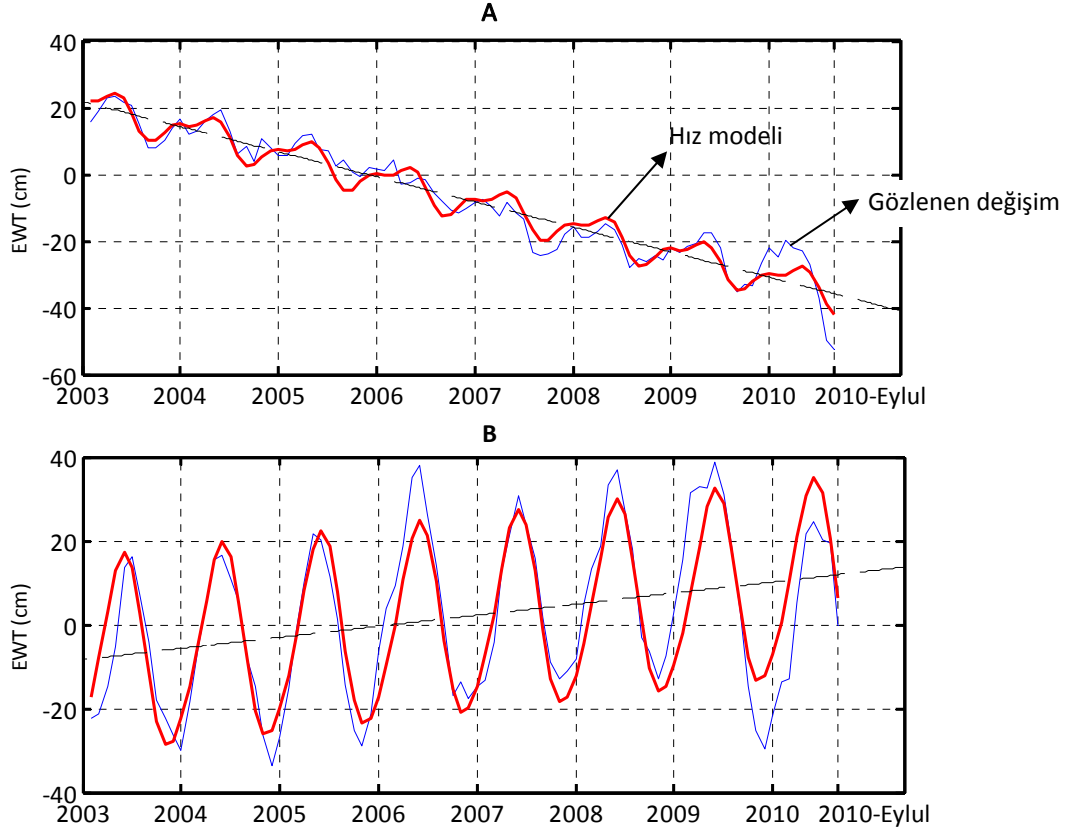
#### 4.4 Hız Kestirimi

2003 yılından 2010 yılının Eylül ayına kadar olan 92 aylık iki L2 veri dosya grubu, EWT, jeoit yüksekliği ve gravite hız kestirimi için kullanılmıştır. İlk veri grubu, filtresiz harmonik katsayılarla ilişkin dosyalara, ikinci veri grubu ise DDK1 çözümlerine ilişkindir. Hız kestirimlerindeki genel özellikler şöyledir:

- İlgili değışimlerin dayanacağı GRACE modeli 2003-2008 yılları arasındaki aylık çözümlerden Bölüm 3.1.1’de verilen yöntemle göre gracemodel programıyla üretilmiştir.
- Bölüm 3.4’de verilen hız modeline göre yapılan tüm kestirimlerde açısal frekans ( $\omega$ ) için  $2\pi/\text{yıl}$  sabit değeri öngörölmüştür. (Her ne kadar bazı noktalardaki zaman serilerine bu çalışmadan bağımsız olarak Fourier dönüşümü uygulanmışsa da, çözümde herhangi bir iyileşme gözlenmemiştir.)
- Korelasyon etkilerini gidermek için C-P7M8 yöntemi uygulanmıştır.

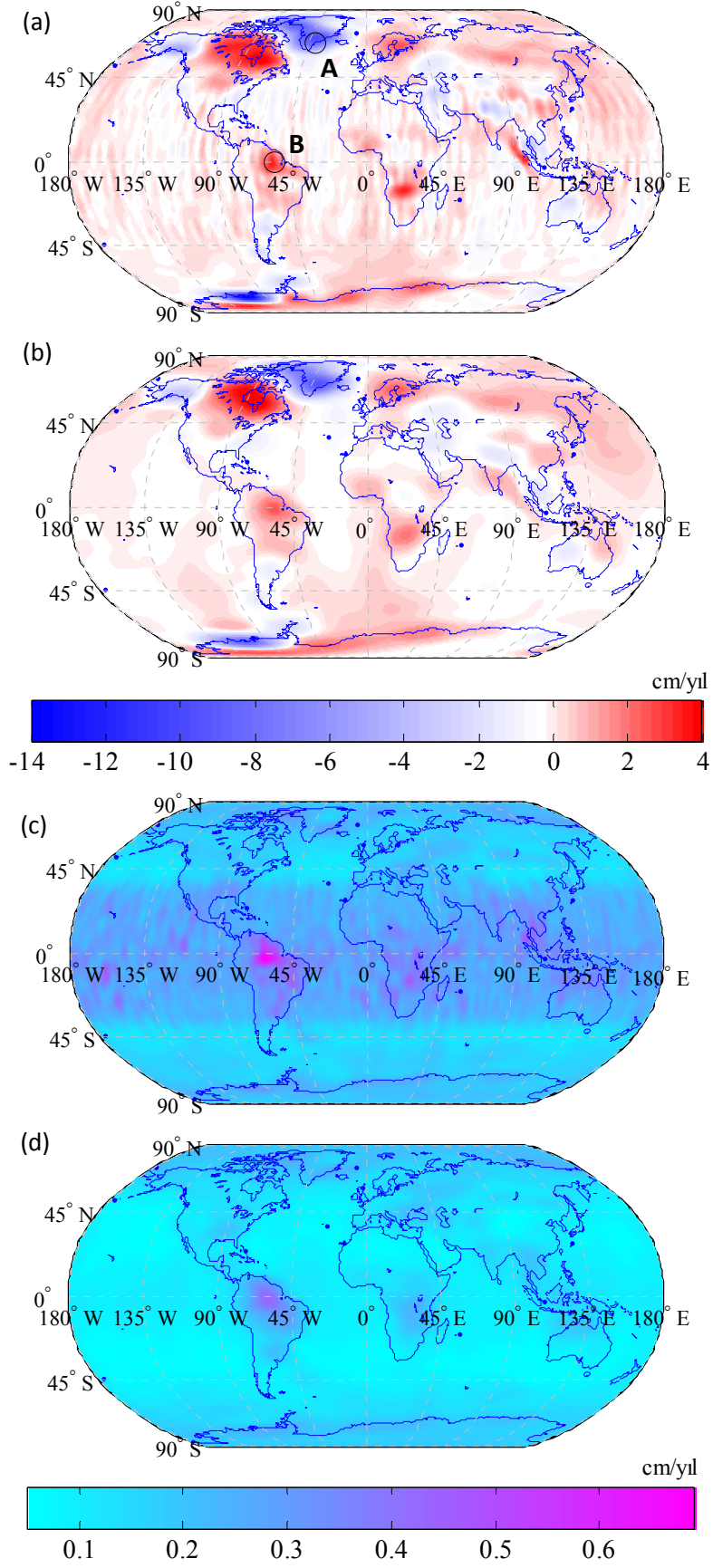
#### 4.4.1 Global Ölçekte Hız Kestirimi

Global ölçekte hız kestirimleri için 1) 300 km'lik Gauss filtresi ve 2) DDK1 çözümleri ile her bir grid noktasında ilgili 92 aya ilişkin jeopotansiyel değişimler hesaplanmıştır. Şekil 4.21a'da gösterilen Grönland'ın güneyi ve Güney Amerika'nın kuzeyindeki A ve B gibi iki noktada elde edilen EWT zaman serileri ve bu değişimlere uydurulan (3.42) yapısındaki hız modeli Şekil 4.20'de gösterilmiştir.



Şekil 4. 20 Yeryuvarındaki iki noktada EWT'nin zamana bağlı değişimi ve hız modeli

Her bir grid noktasında Şekil 4.20'deki gibi kestirilen EWT hızları ve bunların standart sapmaları Şekil 4.21'de, (3.42) hız modelindeki kestirilen yıllık kosinüs ve sinüslü terimlerin genlikleri ise Ek B.3'de verilmektedir.



Şekil 4. 21 (a) 300 km boyutlu Gauss filtresi ve (b) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen yıllık EWT değişim miktarları ve (c-d) standart sapmaları (cm/yıl)

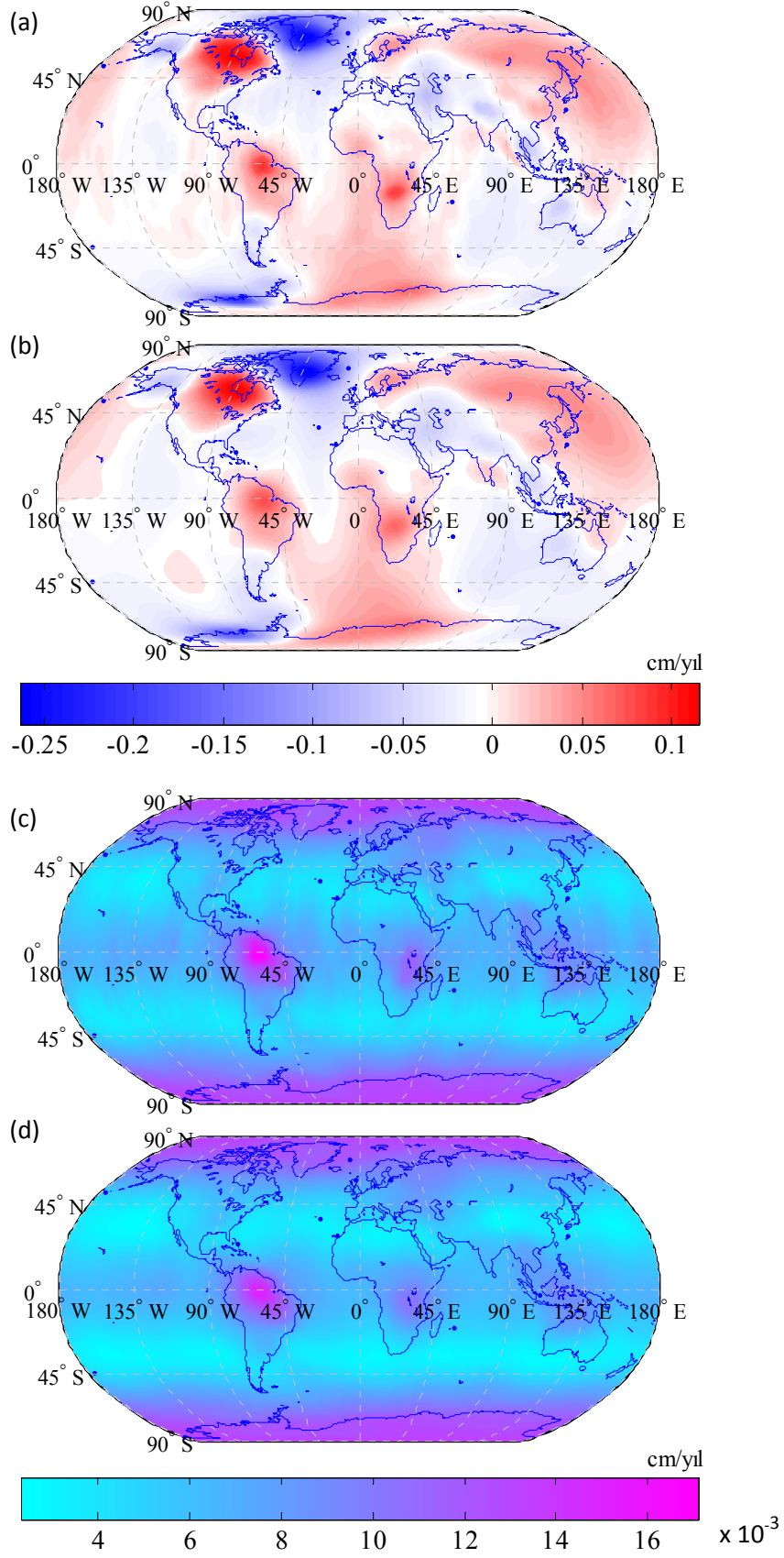
Şekil 4.21a ve b'deki EWT hızları incelendiğinde,

- 300 km'lik Gauss filtresi sonucunda orta enlem bölgesinde şeritlerin kaldığı, DDK1 çözümünün söz konusu sistematik hataları içermediği,
- Antarktika'nın doğusu haricinde diğer anomalilerin (Kuzey Amerika'nın kuzeyi, Grönland ve İskandinavya) her iki çözümde özdeş olduğu,
- Yeryuvarında 4 ile -12 cm/yıl arasında su kütlesi değişimlerinin bulunduğu, Türkiye'yi de içine alan bölgede bu azalmanın -2 cm/yıl dolayında olduğu gözlenmektedir.
- Yanı sıra, Grönland ve Antarktika'nın batısında azalma görülmektedir. Bu değişim, buzullardaki bilinen erime olayıyla da örtüşmektedir.

EWT hızlarının standart sapmalarına ilişkin Şekil 4.21c ve d'den ise şu özellikler çıkmaktadır:

- Hızların standart sapmaları 0,1-0,7 cm/yıl arasındadır.
- 300 km'lik çözümde orta enlem bölgesinde görülen şeritlere karşılık, standart sapmalar da orta enlem bölgesinde en yüksek değerlere ulaşmakta, hatta EWT hızlarında gözlenen şeritvari hatalara benzer dalgalanmalar standart sapmaların konumsal alanında da bulunmaktadır.
- DDK1 çözümünün standart sapması diğerine göre daha küçüktür. Buna karşın, ekvatora yakın Güney Amerika'nın kuzeyinde (Amazon bölgesinde) yüksek bir standart sapma (0,5 cm/yıl) üretmiştir.

Yıllık jeoit yüksekliği değişim miktarları ve standart sapmaları Şekil 4.22'de verilmektedir. Buradaki 300 km'lik çözümde EWT'deki kadar sistematik hataların bulunmadığı, bu çözümde elde edilen hızların DDK çözümüyle neredeyse özdeş olduğu görülmektedir. Tüm yeryuvarında jeoit yüksekliğinde gözlenen yıllık değişim miktarı - 0,25 ile 0,1 cm/yıl arasında, standart sapmaları ise 0,003 ile 0,017 cm/yıl arasında değişmektedir. Bununla birlikte standart sapmaların ekvator ve kutup bölgelerinde en yüksek değerlere ulaştığı görülmektedir.



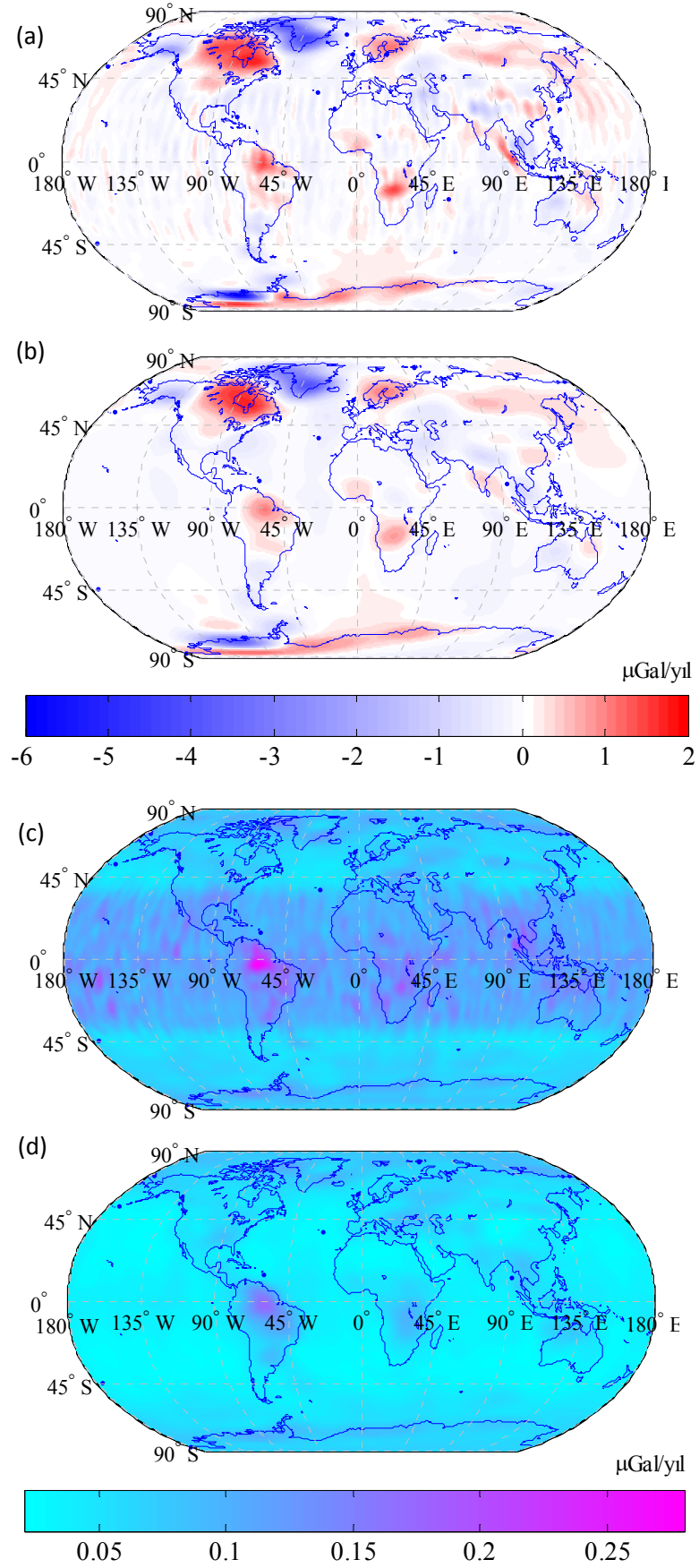
Şekil 4. 22 (a) 300 km boyutlu Gauss filtresi ve (b) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen yıllık jeoit yüksekliği değişim miktarları ve (c-d) standart sapmaları (cm/yıl)

EWT ve jeoit yüksekliği için yukarıdaki biçimde yapılan hız kestirimleri gravite (gravite bozukluğu) için de yapılmıştır (şekil 4.23). şekil 4.23'den, yeryuvarında yıllık gravite değişim miktarının -6 ile 2  $\mu\text{Gal/yıl}$  arasında olduğu, en yüksek standart sapmanın 0,28  $\mu\text{Gal/yıl}$ , en düşük standart sapmanın ise 0,07  $\mu\text{Gal/yıl}$  olduğu çıkarılmaktadır. Bununla birlikte, gravitenin EWT'deki değişim yapısına benzeyen bir değişim gösterdiği görölmektedir. Aslında bu beklenen bir durumdur; suyun artmasıyla (veya azalmasıyla) artan (veya azalan) yoğunluğa bağlı olarak gravite değeri de artacaktır (veya azalacaktır).

Hız standart sapmaları fiziki bir modele ve daha geniş aralıktaki veriye dayandığı için Bölüm 4.3'deki farklardan elde edilmiş standart sapmalara göre bunların, doğruluğu tanımlamada daha uygun olduğu düşünölmektedir. Her ne kadar buradaki global ölçekte elde edilen hız standart sapmaları değerlendirme stratejisine, seçilen filtre yöntemlerine ve noktaların yerküre üzerindeki dağılımlarına göre değişse de, bu standart sapmaların Çizelge 4.2'de verilen en büyük ve en küçük değerleri, GRACE ile istatistiki olarak hangi büyüklükte hızların belirlenebileceğine ilişkin de bir fikir oluşturacaktır. Klasik duyarlılık analizinden bilindiği gibi, “(Parametre)<sup>2</sup>/(Varyansı)” oranı  $\chi^2$  dağılımına uyar, ve tecrübeler yoluyla varyans gerçeğe yakın bir şekilde tanımlanabiliyorsa, bu varyansdan elde edilen standart sapmanın yaklaşık 3 katı, %80 ve daha büyük bir test gücüyle anlamlılığı ortaya çıkarılabilir parametre değerini verir (bkz. [48], [50]). Buna göre, Çizelge 4.2'deki en büyük standart sapma değerlerinden, %80 test gücüyle belirlenebilir hız değerlerine ulaşmak mümkün olur: GRACE ile en kötü durumda, 2,1 cm/yıl EWT hızı, 0,05 cm/yıl jeoit yüksekliği değişim miktarı ve 0,84  $\mu\text{Gal/yıl}$  gravite değişim miktarı %80 test gücüyle izlenebilir.

Çizelge 4. 2 Global ölçekte hızlara ilişkin istatistikler

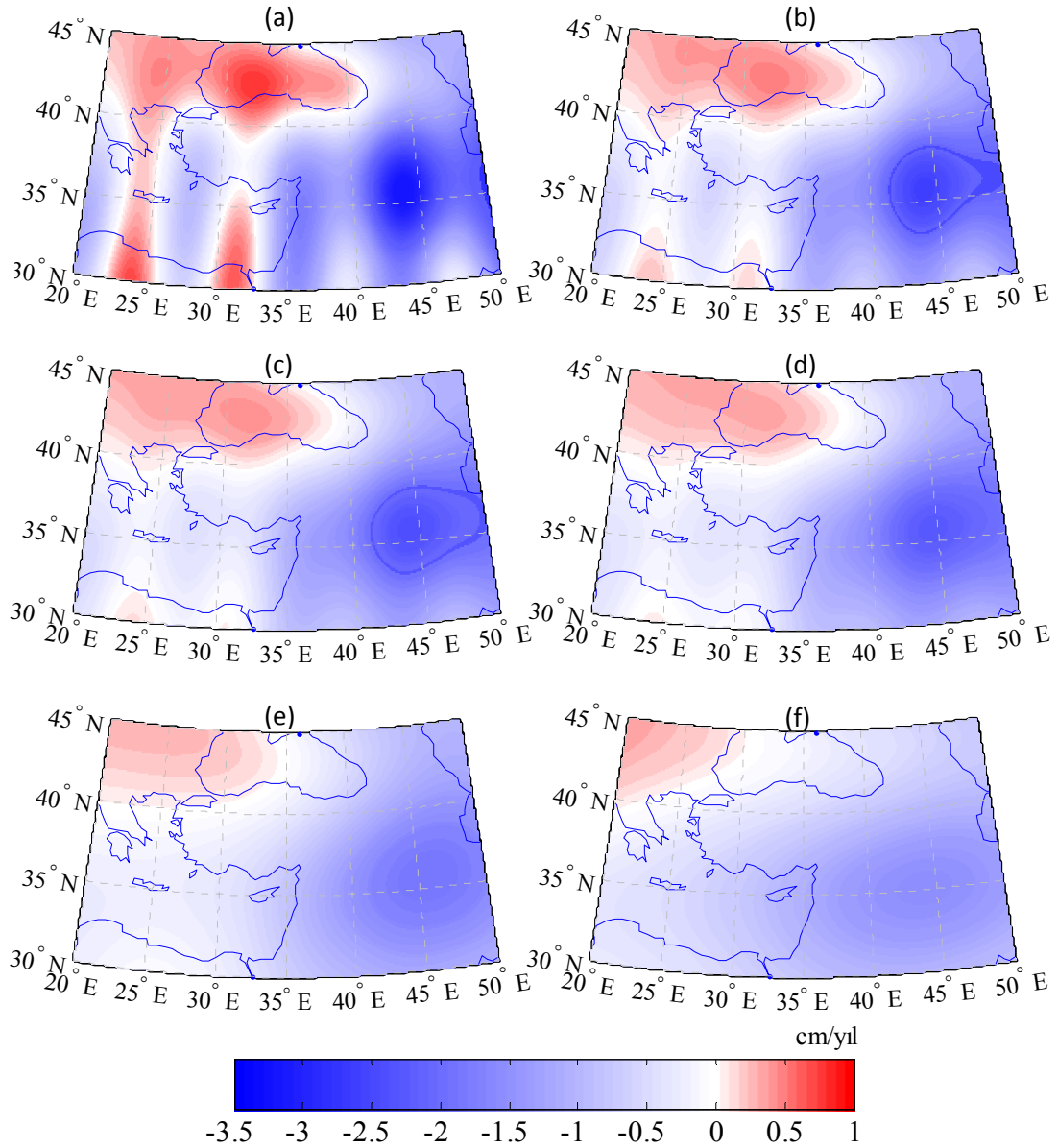
Değişim Türü	Hız		Standart Sapma	
	En büyük	En küçük	En büyük	En küçük
EWT (cm/yıl)	4	-12	0,7	0,1
Jeoit Yüksekliği (cm/yıl)	0,1	-0,25	0,017	0,003
Gravite ( $\mu\text{Gal/yıl}$ )	2	-6	0,28	0,07



Şekil 4. 23 (a) 300 km boyutlu Gauss filtresi ve (b) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen yıllık gravite değişim miktarları ve (c-d) standart sapmaları (μGal/yıl)

#### 4.4.2 Bölgesel Ölçekte Hız Kestirimi

Bu bölümde, Türkiye'yi kapsayacak biçimde seçilen bölgede ( $30^{\circ} \leq \varphi \leq 45^{\circ}; 20^{\circ} \leq \lambda \leq 50^{\circ}$ ) farklı filtre boyutları (300, 350, 375, 400 ve 500 km) ve DDK1 veri türü için 2003-2010 aralığına ilişkin hız kestirimleri yapılmaktadır. Yıllık EWT değişimleri Şekil 4.24'de ve hesaplanan hızların standart sapmalarına ilişkin istatistikler Çizelge 4.3'de verilmektedir.



Şekil 4. 24 [ $30^{\circ} \leq \varphi \leq 45^{\circ}; 20^{\circ} \leq \lambda \leq 50^{\circ}$ ] bölgesi için (a) 300 km; (b) 350 km; (c) 375 km; (d) 400 km; (e) 500 km boyutlu Gauss filtresi ve (f) DDK1 verisi kullanarak elde edilen yıllık EWT değişimleri (cm/yıl)



Çizelge 4. 3 [ $30^{\circ} \leq \varphi \leq 45^{\circ}$ ;  $20^{\circ} \leq \lambda \leq 50^{\circ}$ ] bölgesi için yıllık EWT değişimlerinin standart sapmaları

Çözüm	Standart Sapmalar (cm/yıl)		
	En küçük	Ortalama	En büyük
R=300 km	0,163	0,227	0,304
R=350 km	0,113	0,187	0,244
R=375 km	0,101	0,177	0,238
R=400 km	0,094	0,171	0,231
R=500 km	0,081	0,152	0,207
DDK1	0,066	0,143	0,214

300 km'lik hız çözümünde (Şekil 4.24a) belirgin olarak görülen sistematik hata etkileri, 350 km'lik filtre boyutlu çözümden sonrakilerde ortadan kalkmıştır. DDK1 çözümü 500 km'lik çözüme benzemekle birlikte sinyali diğerlerine göre daha çok yumuşatmıştır. Bununla birlikte, çalışma bölgesinin güney doğusundaki EWT'deki yıllık azalma miktarı tüm çözümlerde fark edilmektedir: Bu azalma miktarı çözümlerde -1 ile -2 cm/yıl arasında bir genliktedir.

Çizelge 4.3'den, kestirilen hız standart sapmalarının filtre boyutuna bağlı olduğu, filtre boyutu arttıkça daha çok yumuşatılan sinyale bağlı olarak standart sapmaların da küçüldüğü görülmektedir. En büyük standart sapma 0,30 cm/yıl (300 km'lik çözümde), en küçük standart sapma ise 0,07 cm/yıl'dır (DDK1 çözümünde). 300 km'lik çözümün burada sistematik hatalar içerdiği bilindiğinden, diğer filtreli çözümlerin en büyük standart sapmalarının ortalaması, 0,23 cm/yıl değeri, daha yalın bir istatistik olarak sunulabilir. Bir önceki bölümde irdelendiği gibi, bu standart sapmanın 3 katı, yani, yaklaşık 0,7 cm/yıl değeri, bölgede %80 ve daha büyük bir test gücüyle belirlenebilir yıllık EWT değişim miktarını verir.

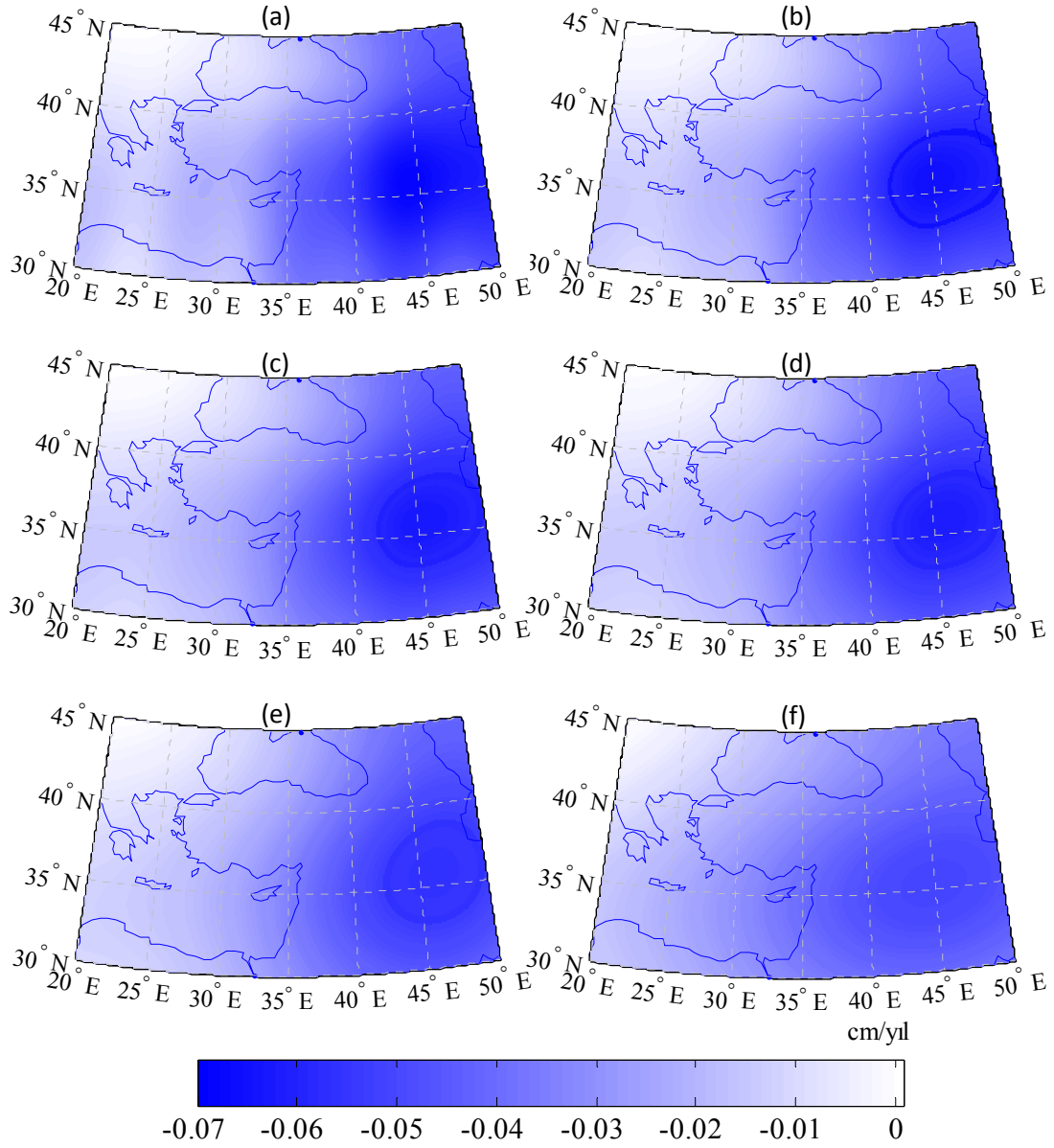
Yanı sıra, 300 km'lik çözümde var olan sistematik hataların etkilerine ilişkin bir bilgi elde edebilmek amacıyla 300 km'lik çözümün diğer çözümlerden farkları Çizelge 4.4'de özetlenmiştir. Şekil 4.24'de de görüldüğü gibi 400 km'lik çözümde söz konusu

sistemik hatalar ortadan kalkmış, sonraki çözümlerde ise sinyal daha çok kaybolmaya başlamıştır. Buna göre, Çizelge 4.4'de 300-400 km filtre çözümleri arasındaki en küçük ve en büyük farklar, yani -0,79 cm/yıl ile 0,96 cm/yıl değerleri, söz konusu sistemik hataların hız kestirimine etkisini göstermektedir.

Çizelge 4. 4 [ $30^{\circ} \leq \varphi \leq 45^{\circ}$ ;  $20^{\circ} \leq \lambda \leq 50^{\circ}$ ] bölgesi için 300 km'lik EWT hızlarının diğer çözümdeki hızlardan farkları

Karşılaştırılan Filtre	300 km'lik çözümden farklar (cm/yıl)		
	En küçük	Ortalama	En büyük
350	-0,5284	-0,0012	0,5883
375	-0,6847	-0,0006	0,7935
400	-0,7911	0,0008	0,9582
500	-0,9409	0,0133	1,3914
DDK1	-1,2579	-0,0176	1,6811

Yukarıdaki filtre boyutları ve DDK1 çözümü için yıllık jeoit yüksekliği değişim miktarları Şekil 4.25'de, standart sapmaları Çizelge 4.5'de verilmektedir. Global çözümde olduğu gibi, bölgesel ölçekte de jeoit yüksekliği değişim miktarları filtrenin boyutundan çok etkilenmemektedir. 300 km'lik çözümde var olan belli belirsiz sistemik hataların etkileri diğer çözümlerde tamamen ortadan kalkmıştır. Çalışma bölgesinin güney doğusunda yer alan ortalama -0,05 cm/yıl'lık değişim miktarı kuzey batısına doğru giderek azalmakta ve -0,01 cm/yıl'a düşmektedir. Standart sapmalara bakıldığında, bunların da filtrenin boyutundan çok etkilenmedikleri görülmektedir. Kestirilen hızların standart sapmaları yaklaşık 0,004 cm/yıl ile 0,008 cm/yıl arasında değişmektedir. En büyük standart sapmanın yine en kötü durumu ifade edeceği düşüncesiyle, bölgede 0,024 cm/yıl'lık bir jeoit yüksekliği değişimi miktarının %80 ve daha büyük bir test gücüyle belirlenebileceği ortaya çıkar.

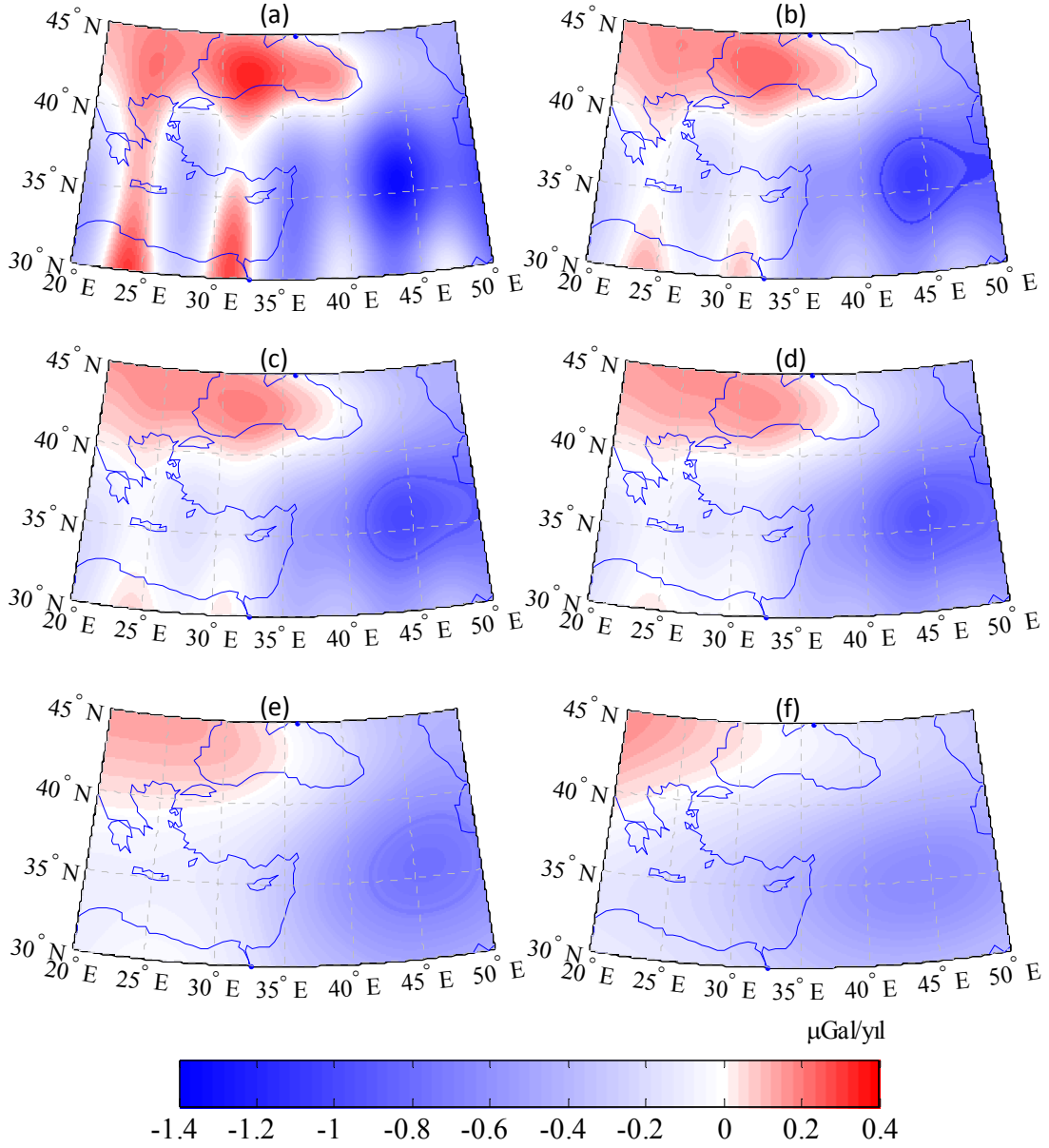


Şekil 4. 25  $[30^{\circ} \leq \varphi \leq 45^{\circ}; 20^{\circ} \leq \lambda \leq 50^{\circ}]$  bölgesi için (a) 300 km; (b) 350 km; (c) 375 km; (d) 400 km; (e) 500 km boyutlu Gauss filtresi ve (f) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen yıllık jeoit yüksekliği değişimleri (cm/yıl)

Çizelge 4. 5 [ $30^{\circ} \leq \varphi \leq 45^{\circ}; 20^{\circ} \leq \lambda \leq 50^{\circ}$ ] bölgesi için yıllık jeoit yüksekliği değişimlerinin standart sapmaları

Çözüm	Standart Sapmalar (cm/yıl)		
	En küçük	Ortalama	En büyük
R=300 km	0,0037	0,0063	0,0083
R=350 km	0,0036	0,0061	0,0081
R=375 km	0,0036	0,0061	0,0081
R=400 km	0,0036	0,0060	0,0080
R=500 km	0,0036	0,0058	0,0076
DDK1	0,0033	0,0059	0,0081

Son olarak, yıllık gravite değişim miktarları benzer şekilde kestirilmiş ve ilgili filtre boyutları ve DDK1 çözümü için elde edilen hızlar Şekil 4.26'da gösterilmiştir. Yıllık EWT değişim miktarlarında olduğu gibi, elde edilen gravite değişimleri de filtrenin boyutuna bağlı olarak değişmektedir. 300 km'lik çözümde kuzey-güney doğrultusundaki sistematik hataların etkileri görülmektedir. Burada da, 400 km'lik çözümde hatalar ortadan kalkmış, sonraki çözümlerde sinyalin genliği yavaş yavaş azalmaya başlamıştır. 400 km'lik çözüm ele alınırsa, bölgede  $-0,8 \mu\text{Gal/yıl}$  ile  $0,2 \mu\text{Gal/yıl}$  arasında değişen bir gravite değişimi söz konusudur. Gravite değişimi yine çalışma bölgesinin güney doğusunda en büyük genliğe sahiptir ve kuzey batıya doğru azalarak devam etmektedir. Yıllık gravite değişim miktarlarının Çizelge 4.6'da özetlenen standart sapmalarına bakıldığında bunların da filtrenin boyutuna bağlı olduğu görülmektedir. Filtre boyutu arttıkça standart sapmalar azalmaktadır. Filtreli çözümlerin en büyük standart sapmalarından elde edilen  $0,10 \mu\text{Gal/yıl}$ 'lık ortalama değeri düşünülürse, bunun 3 katı, yani  $0,30 \mu\text{Gal/yıl}$  değeri, bölgede %80 ve daha büyük bir test gücüyle belirlenebilecek yıllık gravite değişim miktarını verir.



Şekil 4. 26  $[30^{\circ} \leq \varphi \leq 45^{\circ}; 20^{\circ} \leq \lambda \leq 50^{\circ}]$  bölgesi için (a) 300 km; (b) 350 km; (c) 375 km; (d) 400 km; (e) 500 km boyutlu Gauss filtresi ve (f) DDK1 verisi kullanarak elde edilen yıllık gravite değişimleri ( $\mu\text{Gal}/\text{yıl}$ )

Çizelge 4. 6 [ $30^{\circ} \leq \varphi \leq 45^{\circ}; 20^{\circ} \leq \lambda \leq 50^{\circ}$ ] bölgesi için yıllık gravite değişimlerinin standart sapmaları

Çözüm	Standart Sapmalar ( $\mu\text{Gal}/\text{yıl}$ )		
	En küçük	Ortalama	En büyük
$R=300$ km	0,0690	0,0947	0,1271
$R=350$ km	0,0465	0,0769	0,1002
$R=375$ km	0,0412	0,0727	0,0975
$R=400$ km	0,0385	0,0698	0,0949
$R=500$ km	0,0328	0,0619	0,0847
DDK1	0,0261	0,0582	0,0873

#### 4.4.3 Hızlar için Güven Aralığı Kestirimi

Önceki bölümlerde global ve bölgesel ölçekte yapılan hız kestirimlerinin ve/veya standart sapmalarının filtrenin boyutuna ve global ölçekte kestirimin yapıldığı noktanın konumuna bağlı olduğu belirtilmiş, elde edilen en büyük standart sapma değerlerinden söz konusu yıllık değişimin duyarlılığına ilişkin istatistikler çıkartılmıştı. Aslında probleme daha genel olarak bakıldığında, GRACE uygulamalarının farklı değerlendirme stratejilerine, veri türlerine ve filtrelere dayandığı, dolayısıyla elde edilen hızlarda ve standart sapmalarında da değişim olacağı ortaya çıkar. Klasik jeodezik istatistik uygulamalarında kestirimin ne ölçüde kaliteli/doğru olduğunu belirtmek için kullanılan yöntemler pek uygulanmaz. Bu amaçla en iyi bilinen yöntemlerden biri güven aralığı/alanı kestirimidir. Bu bölümde hızlar için güven aralığı kestirimleri yapılarak güven aralıkları harita üzerinde gösterilecektir.

Bilindiği üzere, bir güven aralığı, örnekleme değerlerle hesaplanan ve ilgili kümenin bilinmeyen parametresini öngörülen bir olasılık ya da güven düzeyi ile içeren bir aralıktır [70]. Parametre değeri tek bir sayı ile kestirileceğine alt ( $c_a$ ) ve üst sınır ( $c_u$ ) değerlerinden oluşan bir aralık ile bulunur.  $\mu$  beklenen değerine ilişkin güven aralığı için  $t$ -dağılımlı olasılık eşitliği

$$P(\bar{x} - t_{f,1-\alpha/2} \sigma_{\bar{x}} < \mu < \bar{x} + t_{f,1-\alpha/2} \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha \quad (4.3)$$

şeklinde yazılarak güven aralığının alt ve üst sınır değerleri elde edilir;

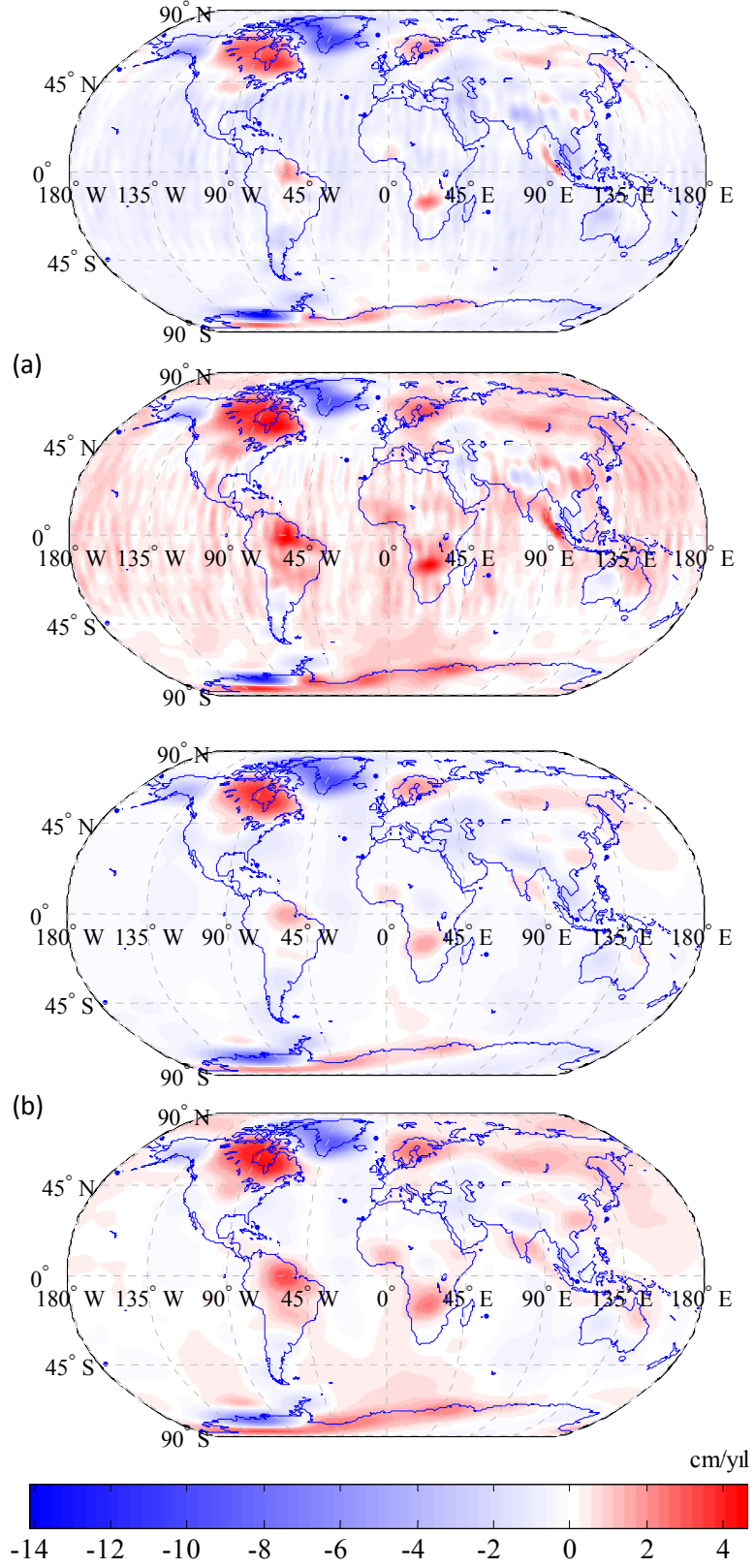
$$c_a = \bar{x} - t_{f,1-\alpha/2} \sigma_{\bar{x}}, \quad c_u = \bar{x} + t_{f,1-\alpha/2} \sigma_{\bar{x}}. \quad (4.4)$$

Burada,  $\alpha$ , yanılma olasılığı (1. tür hata);  $1-\alpha$ , güven düzeyi ve  $t_{f,1-\alpha/2}$ ,  $t$ -dağılımının güven sınır değeridir.

Hızlara ilişkin güven aralığı kestirimleri için, %95 güven düzeyi ve  $f=86$  (92 değişim–6 bilinmeyen) serbestlik derecesine bağlı  $t_{86,1-0,05/2}=1,9879$  güven sınır değeri kullanılmıştır (kestirimin serbestlik derecesi burada büyük olduğundan  $t$ -dağılımı yerine normal dağılımda öngörülebilir; böylece güven sınırı  $Z_{1-0,05/2}=1,96$  alınabilir). Her bir noktada ilgili hız kestirim değeri ve bunun standart sapması, (4.4) eşitliklerinde göz önüne alınarak, güven aralığının alt ve üst sınır değerleri hesaplanmış ve ilgili sınır değerlerinden çözümün %95 olasılıklı güven aralığını temsil eden iki şekil elde edilmiştir.

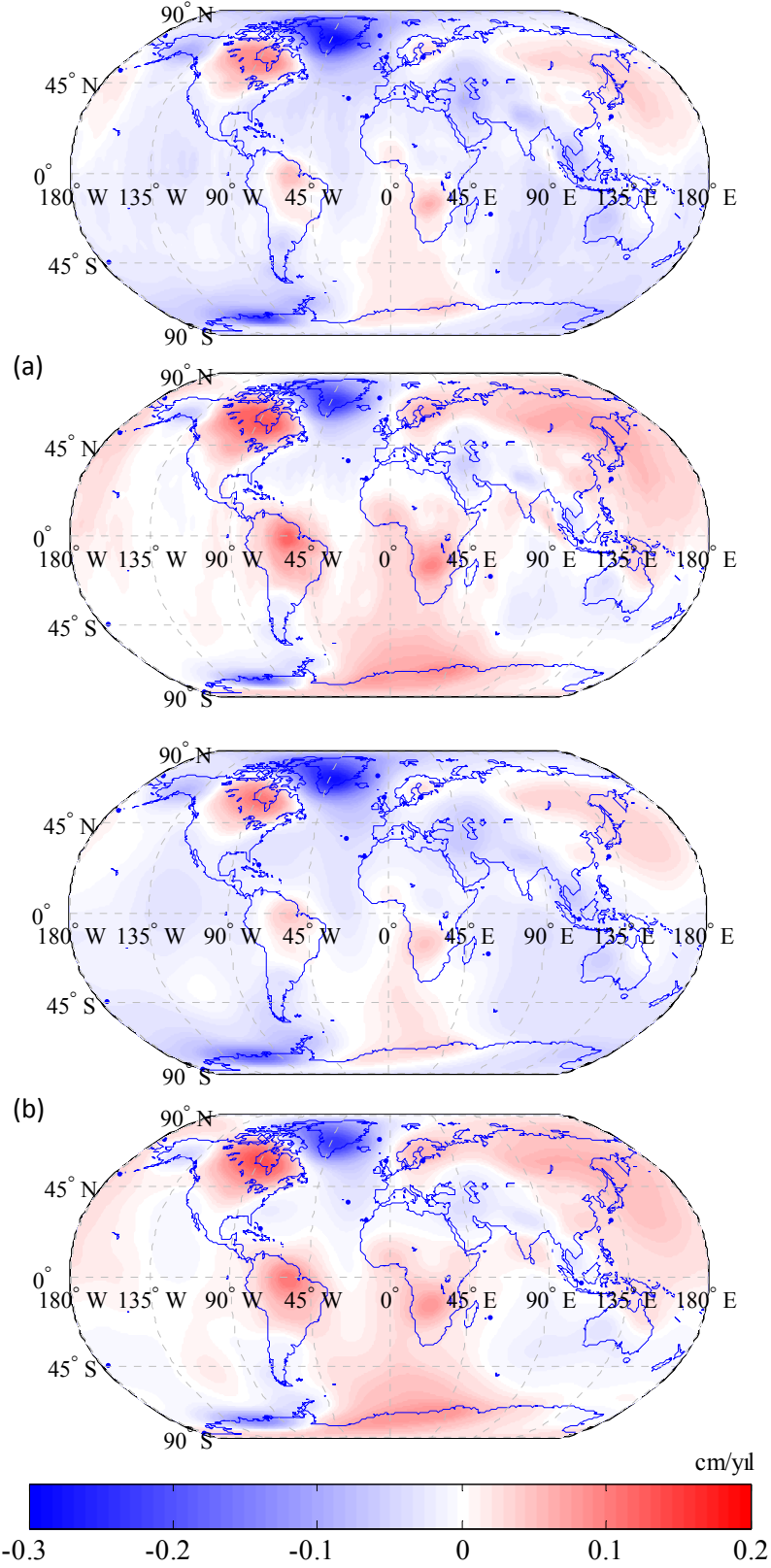
İlk olarak, global ölçekte 300 km’lik filtre ve DDK1 veri türü ile Bölüm 4.4.1’de elde edilmiş yıllık EWT, jeoit yüksekliği ve gravite değişimlerinin güven aralıkları hesaplanmış ve sırasıyla, Şekil 4.27, 28 ve 29’da gösterilmiştir. Özellikle EWT ve gravite değişimlerinde, 300 km gibi küçük bir filtre boyutunda orta enlem bölgesinde kalmış bazı şeritlerin, güven aralıklarının alt sınırlarında (Şekil 4.27a ve Şekil 4.29a’nın ilk şekilleri) azaldığı görülmektedir. Buna karşın, ilgili değişimlerin üst sınırlarında orta enlem bölgesindeki şeritler daha da büyümüştür. Buradan, hız çözümlerinde görülen şeritlerin aynı yerlerdeki hızların standart sapmalarıyla orantılı olduğu çıkmaktadır. Her ne kadar yüzde yüz bir ilişki bulunmasa da hız şekillerinde görülen söz konusu sistematik hataların çözümdeki rasgele özellikli hatalardan etkilendiğini belirtmek mümkündür.

Bununla birlikte, ilgili sinyalin hem genliği hem de genişliği yerküre üzerinde rasgeleliğe bağlı olarak değişmektedir. Sonuç olarak, yıllık değişim şekillerinin böylesi güven aralığı kestirimleri biçiminde verilmesi gerektiği görülmektedir.

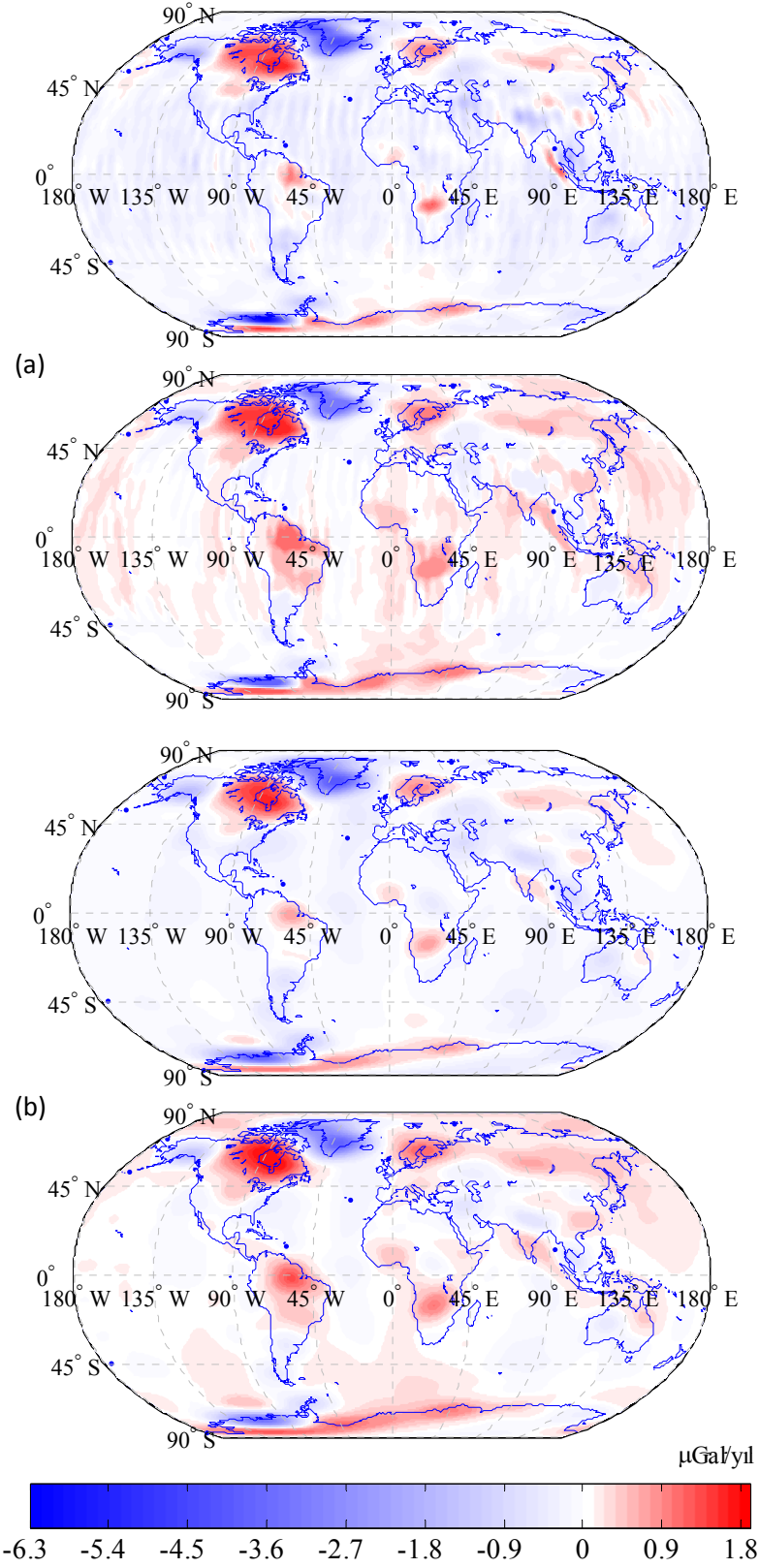


Şekil 4. 27 (a) 300 km boyutlu Gauss filtresi ve (b) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen yıllık EWT değişimlerinin güven aralıkları (alt sınır/üst sınır)



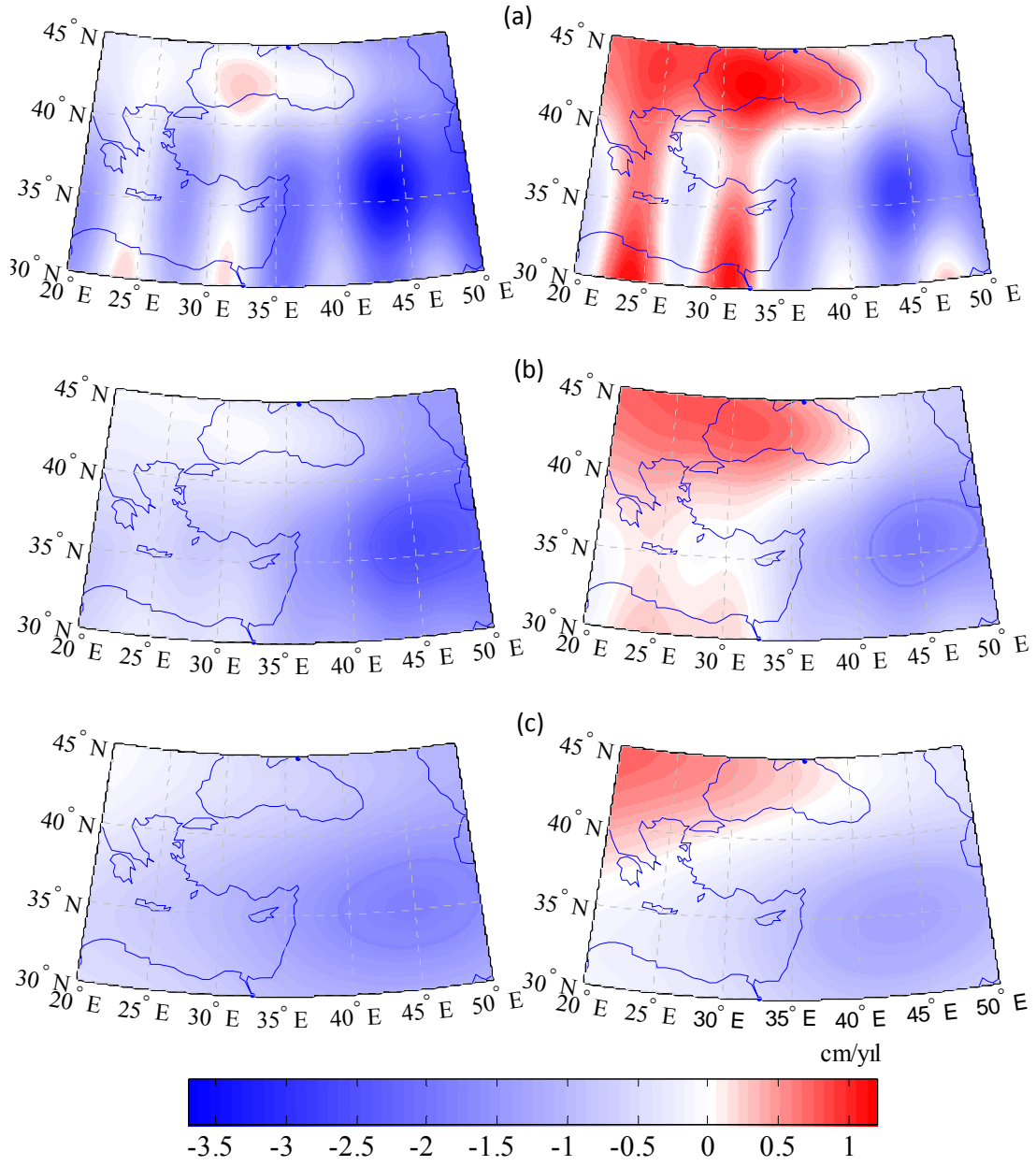


Şekil 4. 28 (a) 300 km boyutlu Gauss filtresi ve (b) DDK1 verisi kullanarak elde edilen yıllık jeoit yüksekliği değişimlerinin güven aralıkları (alt sınır/üst sınır)

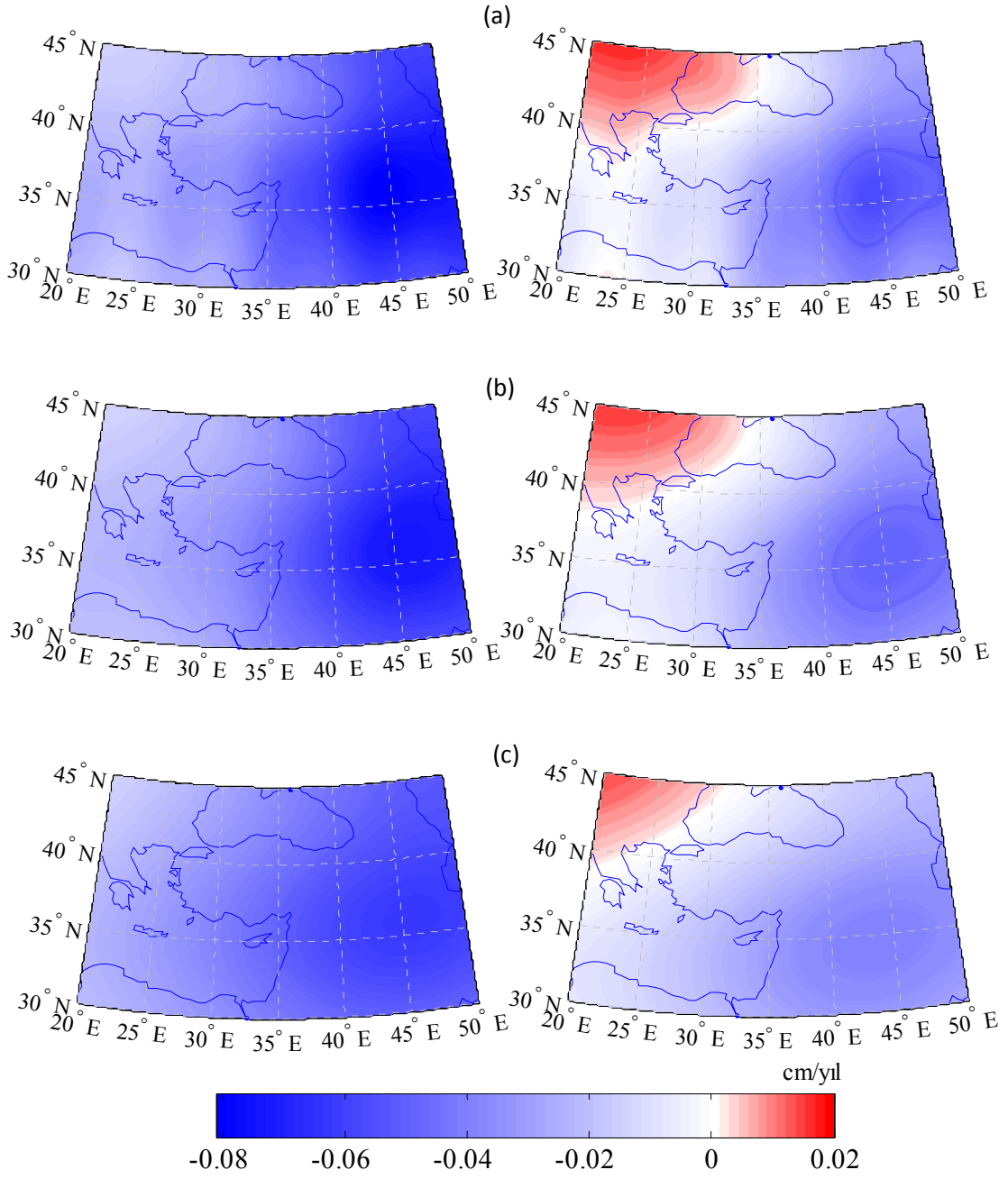


Şekil 4. 29 (a) 300 km boyutlu Gauss filtresi ve (b) DDK1 verisi kullanarak elde edilen yıllık gravite değişimlerinin güven aralıkları (alt sınır/ üst sınır)

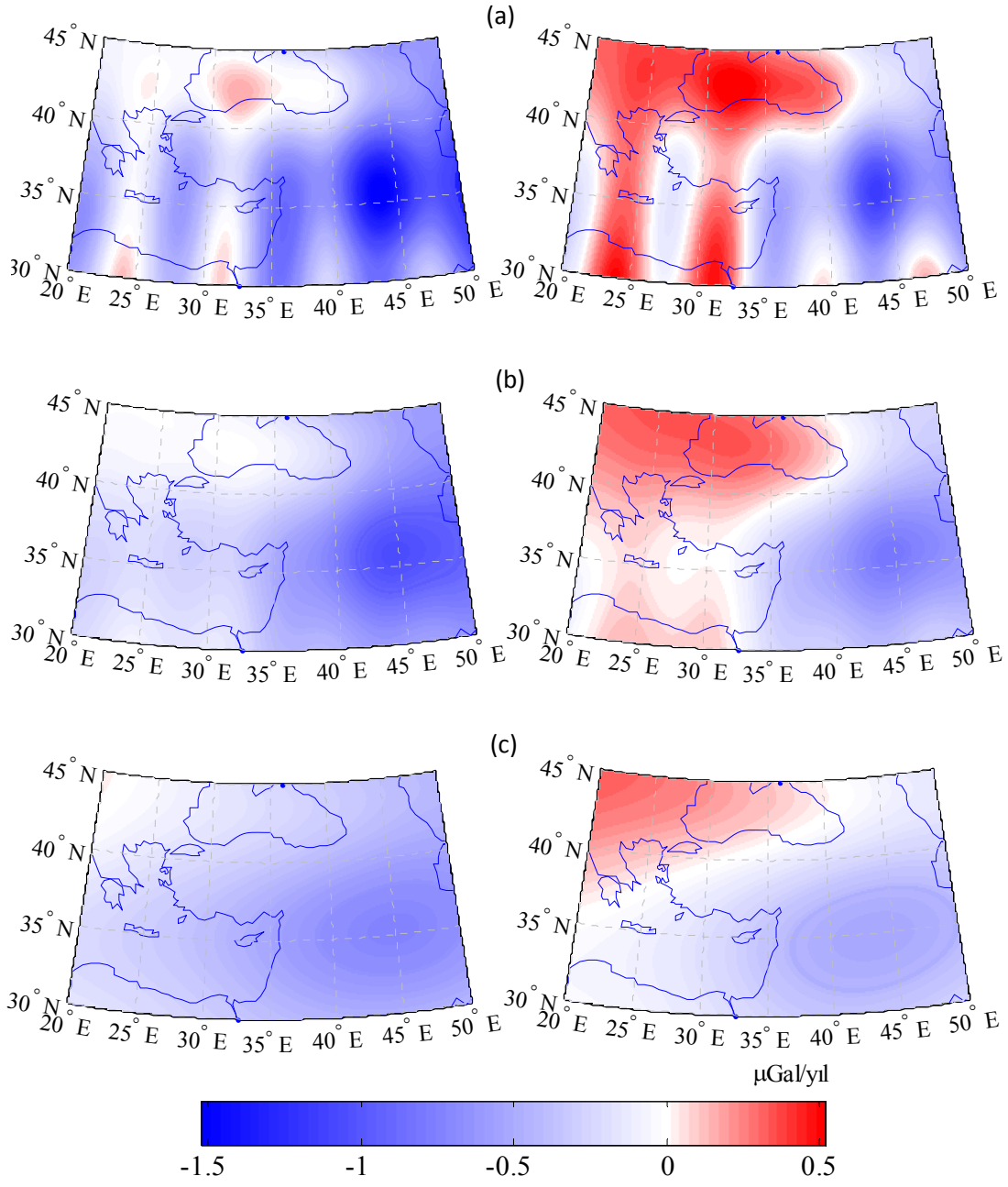
Bölüm 4.4.2'de bölgesel ölçekte verilen yıllık EWT, jeoit yüksekliği ve gravite değişimlerinin yukarıdaki biçimde tanımlanmış %95 olasılıklı güven aralıkları hesaplanmış ve Şekil 4.30, 31 ve 32'de yalnızca 300 km, 400 km Gauss filtreleri ve DDK1 çözümleri için güven aralıkları gösterilmiştir. Global ölçekteki güven aralıklarında olduğu gibi, bölgesel ölçekteki EWT ve gravite değişimlerinin 300 km'lik filtreye ilişkin çözümlerinde görülen şeritler, güven aralıklarının (Şekil 4.30a ve 4.32a) alt sınırlarında nispeten azalmış, üst sınırlarında ise artmıştır. Bir başka deyişle, söz konusu sistematik hata olarak görülen şeritlerde rasgele hataların etkileri de bulunmaktadır. Bununla birlikte, tüm çözümlerde güven aralığının alt ve üst sınırına bağlı olarak incelenen değişimin hem genliği hem de genişliği ve yayılımı değişmektedir. Örneğin, Şekil 4.24d'de (ve Şekil 4.30b'deki üst sınır şeklinden) kuzey batıda fark edilen EWT değişimindeki artma miktarının aslında rasgele hataların bir sonucu olduğu Şekil 4.30b'deki alt sınır şeklinden görülmektedir. Ancak, tüm değişimlerde güney doğudaki azalma miktarı güven aralığının her iki sınırında da yer almaktadır. Özetle, incelenen değişim kadar standart sapmaların konumsal alandaki dağılımı da önemlidir ve buradan, özellikle, orta enlem bölgesinde hataları daha büyük olan bölgelerde çalışırken, elde edilen çözümlerin güven aralıklarının gösterilmesinin gerekliliği ortaya çıkmaktadır.



Şekil 4. 30 [ $30^{\circ} \leq \varphi \leq 45^{\circ}$ ;  $20^{\circ} \leq \lambda \leq 50^{\circ}$ ] bölgesi için (a) 300 km; (b) 400 km boyutlu Gauss filtresi ve (c) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen yıllık EWT değişiminin güven aralıkları (alt sınır–üst sınır)



Şekil 4. 31  $[30^\circ \leq \varphi \leq 45^\circ; 20^\circ \leq \lambda \leq 50^\circ]$  bölgesi için (a) 300 km; (b) 400 km boyutlu Gauss filtresi ve (c) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen yıllık jeoit yüksekliği değişiminin güven aralıkları (alt sınır-üst sınır)



Şekil 4. 32  $[30^{\circ} \leq \varphi \leq 45^{\circ}; 20^{\circ} \leq \lambda \leq 50^{\circ}]$  bölgesi için (a) 300 km; (b) 400 km boyutlu Gauss filtresi ve (c) DDK1 verisi kullanılarak elde edilen yıllık gravite değişiminin güven aralıkları (alt sınır–üst sınır)

### SONUÇ VE ÖNERİLER

GRACE uydu sistemi, 2002 yılından günümüze yeryuvarı gravite alanı zamansal değişimine ilişkin önemli bilgi sağlamaktadır. Bu sistemden elde edilen gravite alanı bilgisi, aylık olarak harmonik katsayılar biçiminde kullanıcılara sunulmaktadır. Bu çalışmada, CSR veri merkezinden temin edilen 2003 Ocak–2010 Eylül aralığını kapsayan 92 aya ilişkin harmonik katsayı çözümleri (CSR-Release04) kullanılarak<sup>1</sup>, jeopotansiyel değişimler (eşdeğer su kalınlığı (EWT), jeoit yüksekliği ve gravite değişimi) ve GRACE'in bunları belirlemedeki duyarlılığı (sensitivity) incelenmiştir. Duyarlılık çıkarımı, elde edilen değişimlerin  $\sigma$  standart sapmaları kullanılarak yapılmıştır.

Öncelikle, Bölüm 4.1'de bahsedildiği üzere, değişimler iki ayrı yönteme; (1) yıllık iki GRACE modelinin basit farkı ve (2) uzun dönemli değişim sonuçlarından elde edilen hız modeline göre incelenmiştir. Bilindiği üzere bu değişimler incelenmeden önce GRACE gravite çözümlerindeki sistematik hataların giderilmesi gereklidir. Bu amaçla Gauss yumuşatma filtresiyle beraber Chambers [35] tarafından verilen korelasyon etkisini giderici filtre yöntemi (C-P7M8) de kullanılmıştır.

Yıllık model farklarından elde edilen global ölçekteki EWT değişimleri sonuçlarında, 300 km boyutlu yumuşatma filtresinin orta enlem bölgesindeki şeritvari hataları ortadan kaldırmadığı, filtrenin boyutu (yumuşatma yarıçapı) arttırıldığında hataların azaldığı, ancak 500 km ve sonrasında sinyalde azalmanın meydana geldiği görülmüştür. Jeoit

---

<sup>1</sup> Dünya'nın basıklığı ile ilgili olan  $C_{20}$  katsayısı (dinamik form çarpanı) çözümlerde aynen korunmuştur [35]. Ayrıca hız çözümlerini elde ederken bu katsayı SLR veri merkezinden alınan değeriyle değiştirilerek bir deney yapılmıştır ve sonuç olarak önceden bulunan değişimle arasında çok küçük fark gözlenmiştir. Yanı sıra, 2012 senesinde çıkan RL05 çözümlerinde ise bu katsayının iyileştirildiği ve hesaplamalarda doğrudan kullanılabileceği ifade edilmektedir [76].

yüksekliği değişim çözümlerinin ise farklı filtre boyutlarından pek fazla etkilenmeyip değişim miktarları çok küçük genlikli bulunmuştur. Ayrıca gravite bozukluğu değişimleri, gravite anomalisi değişimlerinden daha büyük genlikli olduğundan yıllık gravite değişimi izlenirken gravite bozukluğu tercih edilmiştir. Bölgesel alanlarda çalışırken çalışma alanı küçüleceğinden yeterli çözünürlüğü sağlamak amacıyla filtre boyutunun da küçültülmesi gerektiği, ancak buna bağlı olarak da çözümlerdeki sistematik hataların tam olarak ortadan kaldırılamayacağı bilinmelidir. Bu nedenle kullanılacak filtrenin boyutu deneme-yanılma yöntemiyle seçilmelidir. Yanı sıra, DDK1 ve DDK2 verisi ile global ölçekte yeterli sonuçlar elde edilebiliyorken, sinyaldeki azalmadan dolayı bölgesel çalışma alanlarında pek fazla tercih edilmemesi gerektiği görülmüştür.

Bölüm 3.3'de elde edilmiş varyans eşitliklerine göre, bir noktaya ilişkin jeopotansiyel değişimin standart sapmasının çeşitli bileşenlere, 1) harmonik katsayıların standart sapmalarına, 2) noktanın konumuna, 3) DDK çözümleri dışında, yumuşatma filtresinin yarıçapına ve korelasyon etkilerini giderme yöntemine bağlı olduğü görülmektedir. Yıllık GRACE modellerinin basit farkından elde edilen çözümlerin standart sapmaları da bu üç temel etmene bağlıdır. Bu yüzden, standart sapmaların doğruluğu yansıtıp yansıtmadığını söyleyebilmek için veri merkezlerinden temin edilen harmonik katsayı standart sapmalarının doğruluğundan emin olmak gereklidir. Ancak, uzun dönemli değişimlerden uygun bir hız modeli ile elde edilen yıllık değişim miktarlarının standart sapmalarının harmonik katsayıların standart sapmalarından bağımsız olduğü varsayılabilir. Böylece global ölçekte 300 km boyutlu yumuşatma filtresi ve DDK1 verisi, bölgesel ölçekte ( $[30^{\circ} \leq \varphi \leq 45^{\circ}; 20^{\circ} \leq \lambda \leq 50^{\circ}]$ ) ise 300, 350, 375, 400, 500 km boyutlu yumuşatma filtreleri ve DDK1 verisi kullanılarak 92 aylık uzun bir döneme ait değişimler hesaplanıp Bölüm 3.4'deki hız modeli kullanılarak yıllık değişim miktarları ve standart sapma değerleri elde edilmiştir. Kestirilen bu standart sapma değerleri arasından en büyük miktarın 3 katı alınarak söz konusu yıllık değişimlerin en kötü durumda belirlenebilecek miktarları bulunmuştur. Böylece global ölçekte 2,1 cm/yıl EWT hızının, 0,05 cm/yıl jeoit yüksekliği değişim miktarının ve 0,84  $\mu\text{Gal}/\text{yıl}$  gravite değişim miktarının; bölgesel çalışma alanından ise 0,7 cm/yıl EWT hızının, 0,024 cm/yıl jeoit yüksekliği değişim miktarının ve 0,30  $\mu\text{Gal}/\text{yıl}$  gravite değişim miktarının %80 ve daha



büyük bir test gücüyle belirlenebileceği sonucu çıkarılmıştır. Yanı sıra, 400 km'lik EWT hızı çözümünde (Şekil 4.24d) sistematik hatalar ortadan kalkmaktadır. Böylece 300 ile 400 km'lik çözümler arasındaki -0,79 cm/yıl ve 0,96 cm/yıl genlikli sapma, 300 km'lik çözümde görülen söz konusu sistematik hataların hız kestirimine olan etkisini göstermektedir.

Çalışmanın son bölümünde hızlar için %95 olasılıklı güven aralığı kestirimleri yapılarak çözümlerin kalitesi gösterilmek istenmiştir. 300 km boyutlu yumuşatma filtresinin kullanıldığı EWT ve gravite değişimlerinin güven aralıkları sonuçlarında şeritvari görünümün alt sınırlarda azaldığı, üst sınırlarda ise arttığı gözlenmiştir. Bundan dolayı sistematik hata olarak görülen bu şeritlerde rasgele hata etkilerinin de bulunduğu söylenebilmektedir. Ayrıca bölgesel ölçekteki farklı filtre boyutlarından elde edilen çözümlerin güven aralıklarına bakıldığında, incelenen değişimlerin hem genliğinin hem de konumsal alandaki yayılımının değiştiği görülmektedir. Bir başka deyişle, Türkiye bölgesini kapsayan çalışma alanındaki 400 km'lik EWT çözümünde (ve güven aralığının üst sınır şeklinden) kuzey batıda fark edilen anomalinin aslında rasgele hataların bir sonucu olduğu güven aralığının alt sınır şeklinden görülmektedir. Diğer filtre boyutlarından elde edilen çözümlere bakıldığında ise güney doğuda gözlenen azalma miktarının güven aralığının her iki sınırında da yer aldığı fark edilmektedir. Böylece orta enlem bölgesinde veya hataların büyük olduğu bölgelerde çalışılırken elde edilen değişimlerin ve standart sapmalarının yanında güven aralığı haritalarının da gösterilmesi gerektiği sonucu çıkmaktadır.

## KAYNAKLAR

---

- [1] Hofmann-Wellenhof, B. ve Moritz, H., (2006). Physical Geodesy, Second Edition, Springer, Wien-Newyork.
- [2] Elsaka, B., (2010). Simulated Satellite Formation Flights for Detecting the Temporal Variations of the Earth's Gravity Field, Doktora Tezi, Institut für Geodäsie und Geoinformation, Universität Bonn, Bonn.
- [3] Chambers, D.P., (2009). "Calculating Trends from GRACE in the Presence of Large Changes in Continental Ice Storage and Ocean Mass", Geophysical Journal International, 176: 415-419.
- [4] Llovel, W., Becker, M., Cazenave, A., Crétaux, J.-F. ve Ramillien, G., (2010). "Global Land Water Storage Change from GRACE over 2002-2009 Inference on Sea Level", Comptes Rendus Geoscience, 342: 179-188.
- [5] Haile, K.H., (2011). Estimation of Terrestrial Water Storage in the Upper Reach of Yellow River, Yüksek Lisans Tezi, Faculty of Geo-Information Science and Earth Observation of the University of Twente, Hollanda.
- [6] Velicogna, I., (2009). "Increasing Rates of Ice Mass Loss from the Greenland and Antarctic Ice Sheets Revealed by GRACE", Geophysical Research Letters, 36: L19503.
- [7] Slobbe, D.C., Ditmar, P. ve Lindenbergh, R.C., (2009). "Estimating the Rates of Mass Change, Ice Volume Change and Snow Volume Change in Greenland from ICESat and GRACE Data", Geophysical Journal International, 176: 95-106.
- [8] Rignot, E., Velicogna, I., van den Broeke, M.R., Monaghan, A. ve Lenaerts, J., (2011). "Acceleration of the Contribution of the Greenland and Antarctic Ice Sheets to Sea Level Rise", Geophysical Research Letters, 38: L05503.
- [9] Swenson, S. ve Wahr, J., (2003). "Monitoring Changes in Continental Water Storage with GRACE", Space Science Reviews, 108: 345-354.
- [10] Schmidt, R., Schwintzer, P., Flechtner, F., Reigber, Ch., Güntner, A., Döll, P., Ramillien, G., Cazenave, A., Petrovic, S., Jochmann, H. ve Wunsch J., (2006). "GRACE Observations of Changes in Continental Water Storage", Global and Planetary Change, 50: 112-126.
- [11] Chen, Y., Schaffrin, B. ve Shum, C.K., (2008). Continental Water Storage Changes from GRACE Line-of-Sight Range Acceleration Measurements, VI

- Hotine-Marussi Symposium on Theoretical and Computational Geodesy, 132, Part I, 62-66.
- [12] Cazenave, A. ve Chen, J., (2010). "Time-Variable Gravity from Space and Present-Day Mass Redistribution in the Earth System", *Earth and Planetary Science Letters*, 298: 263-274.
- [13] Ogawa, R., Chao, B.F. ve Heki, K., (2011). "Acceleration Signal in GRACE Time-Variable Gravity in Relation to Interannual Hydrological Changes", *Geophysical Journal International*, 184: 673-679.
- [14] Mikhailov, V., Tikhotsky, S., Diament, M., Panet, I. ve Ballu, V., (2004). "Can Tectonic Processes Be Recovered from New Gravity Satellite Data?", *Earth and Planetary Science Letters*, 228: 281-297.
- [15] Choi, S., Oh, C.-W. ve Luehr, H., (2006). "Tectonic Relation Between Northeastern China and the Korean Peninsula Revealed by Interpretation of GRACE Satellite Gravity Data", *Gondwana Research*, 9: 62-67.
- [16] Han, S.-C., Shum, C.K., Bevis, M., Ji, C. ve Kuo, C.-Y., (2006). "Crustal Dilatation Observed by GRACE After the 2004 Sumatra-Andaman Earthquake", *Science*, 313: 658-662.
- [17] Liu, X., (2008). *Global Gravity Field Recovery from Satellite-to-Satellite Tracking Data with the Acceleration Approach*, Doktora Tezi, Delft University of Technology.
- [18] de Viron, O., Panet, I., Mikhailov, V., van Camp, M. ve Diament, M., (2008). "Retrieving Earthquake Signature in Grace Gravity Solutions", *Geophysical Journal International*, 174: 14-20.
- [19] Müller, J., Neumann-Redlin, M., Jarecki, F., Denker, H. ve Gitlein, O., (2006). "Gravity Changes in Northern Europe as Observed by GRACE", In: *Dynamic Planet*, Tregoning, P., Rizos, P. (Eds.), Springer, IAG Symp., 22-26 Ağustos 2005, 130: 523-527.
- [20] Rangelova, E. ve Sideris, M.G., (2008). "Contributions of Terrestrial and GRACE Data to the Study of the Secular Geoid Changes in North America", *Journal of Geodynamics*, 46: 131-143.
- [21] Mémin, A., Rogister, Y., Hinderer, J., Omang, O.C. ve Luck, B., (2011). "Secular Gravity Variation at Svalbard (Norway) from Ground Observations and GRACE Satellite Data", *Geophysical Journal International*, 184: 1119-1130.
- [22] Case, K., Kruizinga, G.L.H. ve Wu, S.-C., (2004). *GRACE Level 1B Data Product User Handbook*, JPL.
- [23] Bettadpur, S., (2007). *Level-2 Gravity Field Product User Handbook*, Center for Space Research, the University of Texas at Austin, Austin.
- [24] Wahr, J., (2007). *Time-Variable Gravity from Satellites*, *Treatise on Geophysics*, Vol. 3: 213-237.

- [25] van der Wal, W., Wu, P., Sideris, M.G. ve Shum, C.K., (2008). "Use of GRACE Determined Secular Gravity Rates for Glacial Isostatic Adjustment Studies in North-America", *Journal of Geodynamics*, 46: 144-154.
- [26] van der Wal, W., (2009). *Contributions of Space Gravimetry to Postglacial Rebound Modeling with Different Rheologies*, Doktora Tezi, University of Calgary, Department of Geomatics Engineering, Calgary, Alberta.
- [27] Steffen, H., Petrovic, S., Müller, J., Schmidt, R., Wünsch, J., Barthelmes, F. ve Kusche, J., (2009). "Significance of Secular Trends of Mass Variations Determined from GRACE Solutions", *Journal of Geodynamics*, 48: 157-165.
- [28] Swenson, S. ve Wahr, J., (2006). "Post-Processing Removal of Correlated Errors in GRACE Data", *Geophysical Research Letters*, 33: L08402.
- [29] Wahr, J., Swenson, S. ve Velicogna, I., (2006). "Accuracy of GRACE Mass Estimates", *Geophysical Research Letters*, 33: L06401.
- [30] Jekeli, C., (1981). *Alternative Methods to Smooth the Earth's Gravity Field*, Report No. 327, the Ohio State University, Columbus, Ohio.
- [31] Swenson, S. ve Wahr, J., (2002). "Methods for Inferring Regional Surface-Mass Anomalies from Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) Measurements of Time-Variable Gravity", *Journal of Geophysical Research*, 107 (B9).
- [32] Han, S.-C., Shum, C.K., Jekeli, C., Kuo, C.-Y., Wilson, C. ve Seo, K.-W., (2005). "Non-Isotropic Filtering of GRACE Temporal Gravity for Geophysical Signal Enhancement", *Geophysical Journal International*, 163: 18-25.
- [33] Seo, K.-W. ve Wilson, C.R., (2005). "Simulated Estimation of Hydrological Loads from GRACE", *Journal of Geodesy*, 78: 442-456.
- [34] Wahr, J. ve Molenaar, M., (1998). "Time Variability of the Earth's Gravity Field: Hydrological and Oceanic Effects and Their Possible Detection Using GRACE", *Journal of Geophysical Research*, 103 (B12): 30205-30229.
- [35] Chambers, D.P., (2006). "Evaluation of New GRACE Time-Variable Gravity Data Over the Ocean", *Geophysical Research Letters*, 33: L17603.
- [36] Chen, J.L., Wilson, C.R., Tapley, B.D. ve Grand, S., (2007). "GRACE Detects Coseismic and Postseismic Deformation from the Sumatra-Andaman Earthquake", *Geophysical Research Letters*, 34: L13302.
- [37] Schrama, E.J., Wouters, B. ve Lavallée, D.A., (2007). "Signal and Noise in Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) Observed Surface Mass Variations", *Journal of Geophysical Research*, 112: B08407.
- [38] Wouters, B. ve Schrama, E.J.O., (2007). "Improved Accuracy of GRACE Gravity Solutions Through Empirical Orthogonal Function Filtering of Spherical Harmonics", *Geophysical Research Letters*, 34: L23711.
- [39] Kusche, J., (2007). "Approximate Decorrelation and Non-Isotropic Smoothing of Time-Variable GRACE-Type Gravity Field Models", *Journal of Geodesy*, 81: 733-749.

- [40] Davis, J.L., Tamisiea, M.E., Elósegui, P., Mitrovica, J.X. ve Hill, E.M., (2008). "A Statistical Filtering Approach for Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) Gravity Data", *Journal of Geophysical Research*, 113: B04410.
- [41] Kless, R., Revtova, E.A., Gunter, B.C., Ditmar, P., Oudman, E., Winsemius, H.C. ve Savenije, H.H.G., (2008). "The Design of an Optimal Filter for Monthly GRACE Gravity Models", *Geophysical Journal International*, 175: 417-432.
- [42] Kusche, J., Schmidt, R., Petrovic, S. ve Rietbroek, R., (2009). "Decorrelated GRACE Time-Variable Gravity Solutions by GFZ, and Their Validation Using a Hydrological Model", *Journal of Geodesy*, 83: 903-913.
- [43] Barthelmes, F., (2009). Definition of Functionals of the Geopotential and Their Calculation from Spherical Harmonic Models, Scientific Technical Report STR09/02, GFZ Helmholtz-Zentrum Potsdam, Germany.
- [44] Abart, C., (2005). Assessment of Solution Strategies for GRACE Gravity Field Processing, Yüksek Lisans Tezi, Graz University of Technology, Graz.
- [45] Niemeier, W., (1985). "Anlage von Überwachungsnetzen" Geodaetische Netze in Landes-und Ingenieurvermessung II, H. Pelzer (Hrsg.), Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart, 527-558.
- [46] Kuang, S., (1991). Optimization and Design of Deformation Monitoring Schemes, Doktora Tezi, Tech Rep 157, Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick, Fredericton.
- [47] Even-Tzur, G., (2002). "GPS Vector Configuration Design for Monitoring Deformation Networks", *Journal of Geodesy*, 76(8): 455-461.
- [48] Aydın, C., (2012). "Power of Global Test in Deformation Analysis", *Journal of Surveying Engineering*, 138: 51-56.
- [49] Teunissen, P.J.G., (2000). Testing Theory an Introduction, Delft University Press, Delft.
- [50] Aydın, C. ve Demirel, H., (2005). "Computation of Baarda's Lower Bound of the Non-Centrality Parameter", *Journal of Geodesy*, 78: 437-441.
- [51] Baarda, W., (1968). A Testing Procedure for Use in Geodetic Networks, Netherlands Geodetic Commission, Publications on Geodesy, 2/5, Delft.
- [52] Kern, M., (2003). An Analysis of the Combination and Downward Continuation of Satellite, Airborne and Terrestrial Gravity Data, Doktora Tezi, University of Calgary, Department of Geomatics Engineering, Alberta, Canada.
- [53] Tuğluoğlu, A., (1984). Potansiyel Kuramı, Yıldız Üniversitesi Yayınları, Sayı 171, Yıldız Üniversitesi Matbaası, İstanbul.
- [54] Heiskanen W.A. ve Moritz H., (1967). Physical Geodesy, Freeman, San Francisco, London; Çeviren: Gürkan, O., (1984), Fiziksel Jeodezi, KTÜ Matbaası, Trabzon.
- [55] Torge, W., (2001). Geodesy, 3rd Edition, Walter de Gruyter, Berlin.
- [56] Torge, W., (1989). Gravimetry, Walter de Gruyter, Berlin.

- [57] Setiawan, A., (2002). 1997-2000, Doktora Tezi, Darmstadt University of Technology, Darmstadt.
- [58] Vaniček, P. ve Krakiwsky, E., (1986). Geodesy: The Concepts, 2nd Edition, North-Holland, Amsterdam.
- [59] Üstün, A., (2006). Fiziksel Jeodezi, Selçuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Müh. Lisans Ders Notları, Konya.
- [60] GUT (GOCE User Toolbox) Tutorial, Version 6.1, Date: 24 Haziran 2011 ([http://earth.esa.int/pub/ESA\\_DOC/GOCE/GUT\\_Tutorial.pdf](http://earth.esa.int/pub/ESA_DOC/GOCE/GUT_Tutorial.pdf)).
- [61] Aydın, C., (2007). Marmara Bölgesi Gravite Değişimlerinin Belirlenmesi için Model Tasarımı, Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [62] Groten, E., (2000). Parameters of Common Relevance of Astronomy, Geodesy, and Geodynamics, The Geodesist's Handbook, Journal of Geodesy, 74: 134-140.
- [63] Moritz, H., (2000). Geodetic Reference System 1980, The Geodesist's Handbook, Journal of Geodesy, 74: 128-133.
- [64] GFZ, International Centre for Global Earth Models (ICGEM), <http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/>, 13 Ekim 2011.
- [65] GFZ, CHAMP Picture Gallery, [http://op.gfz-potsdam.de/champ/more/index\\_MORE.html](http://op.gfz-potsdam.de/champ/more/index_MORE.html), 13 Ekim 2011.
- [66] Earth Observatory, Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE), <http://earthobservatory.nasa.gov/Features/GRACE/>, 13 Ekim 2011.
- [67] European Space Agency, images multimedia gallery, <http://www.esa.int/esa-mg/mmg.pl?b=b&type=l&mission=GOCE&single=y&start=107>, 13 Ekim 2011.
- [68] Jet Propulsion Laboratory, NASA and DLR Sign Agreement to Continue Grace Mission Through 2015, <http://www.jpl.nasa.gov/news/news.cfm?release=2010-195>, 14 Ekim 2011.
- [69] Jet Propulsion Laboratory, GRACE Tellus, <http://grace.jpl.nasa.gov/>, 27 Eylül 2011.
- [70] Demirel, H., (2009). Dengeleme Hesabı, 3. Baskı, Yıldız Teknik Üniversitesi Basım-Yayın Merkezi, İstanbul.
- [71] Awange, J.L., Fleming, K.M., Kuhn, M., Featherstone, W.E., Heck, B. ve Anjasmara, I., (2011). "On the Suitability of the  $4^{\circ} \times 4^{\circ}$  GRACE Mascon Solutions for Remote Sensing Australian Hydrology", Remote Sensing of Environment, 115: 864-875.
- [72] Chao, B.F., Wu, Y.H., Zhang, Z. ve Ogawa, R., (2011). "Gravity Variation in Siberia: GRACE Observation and Possible Causes", Terrestrial Atmospheric and Oceanic Sciences, 22 (2): 149-155.

- [73] Baur, O. ve Sneeuw, N., (2011). "Assessing Greenland Ice Mass Loss by Means of Point-Mass Modeling: a Viable Methodology", Journal of Geodesy, 85 (9): 607-615.
- [74] Kiamehr, R. ve Eshagh, M., (2008). "EGMlab, a Scientific Software for Determining the Gravity and Gradient Components from Global Geopotential Models", Earth Science Informatics, 1: 93-103.
- [75] Milliyet, Fırat ve Dicle'ye ait Bakanlar Toplantısı, <http://www.milliyet.com.tr/firat-ve-dicle-ye-ait-bakanlartoplantisi/siyaset/sondakikaarsiv/03.09.2009/1135159/default.htm>, 27 Eylül 2011.
- [76] Release Notes for GFZ GRACE Level-2 Products-version RL05, <http://isdc.gfz-potsdam.de/index.php?name=UpDownload&req=getit&lid=574>, 02 Mayıs 2012.

## EN KÜÇÜK KARELER KESTİRİM YÖNTEMİ

Dengeleme modeli,

$$\mathbf{L} + \mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (\text{Düzeltilme Denklemleri}) \quad \text{ve} \quad \mathbf{P} = \sigma_0^2 \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \quad (\text{Ağırlık Matrisi}) \quad (\text{A.1})$$

biçiminde tanımlanır [70]. Burada,  $\mathbf{L}$ ,  $v \times 1$  boyutlu ölçü vektörü;  $\mathbf{v}$ ,  $v \times 1$  boyutlu düzeltme vektörü;  $\mathbf{A}$ ,  $v \times u$  boyutlu katsayılar matrisi ( $\text{rank} \mathbf{A} = u$ );  $\mathbf{x}$ ,  $u \times 1$  boyutlu bilinmeyenler vektörü;  $\mathbf{P}$ ,  $v \times v$  boyutlu ağırlık matrisi;  $\sigma_0^2$ , birim ağırlıklı ölçünün önsel varyansı ve  $\boldsymbol{\Sigma}$ ,  $v \times v$  boyutlu ölçülerin (ko)varyans matrisidir. En küçük kareler ilkesi ( $\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} = \min.$ ) uyarınca oluşturulan normal denklemlerin çözümünden bilinmeyenler,

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{L}), \quad (\text{A.2})$$

düzeltilmeler,

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{L}, \quad (\text{A.3})$$

ve bilinmeyenlerin kovaryans matrisi,

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}} = (\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} / f) (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} = \hat{\sigma}_0^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \quad (f = v - u, \text{ serbestlik derecesi}), \quad (\text{A.4})$$

elde edilir. Bununla birlikte dengeli ölçülerin kovaryans matrisi ( $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{LL}$ ) ve düzeltilmelerin kovaryans matrisi ( $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{vv}$ ),

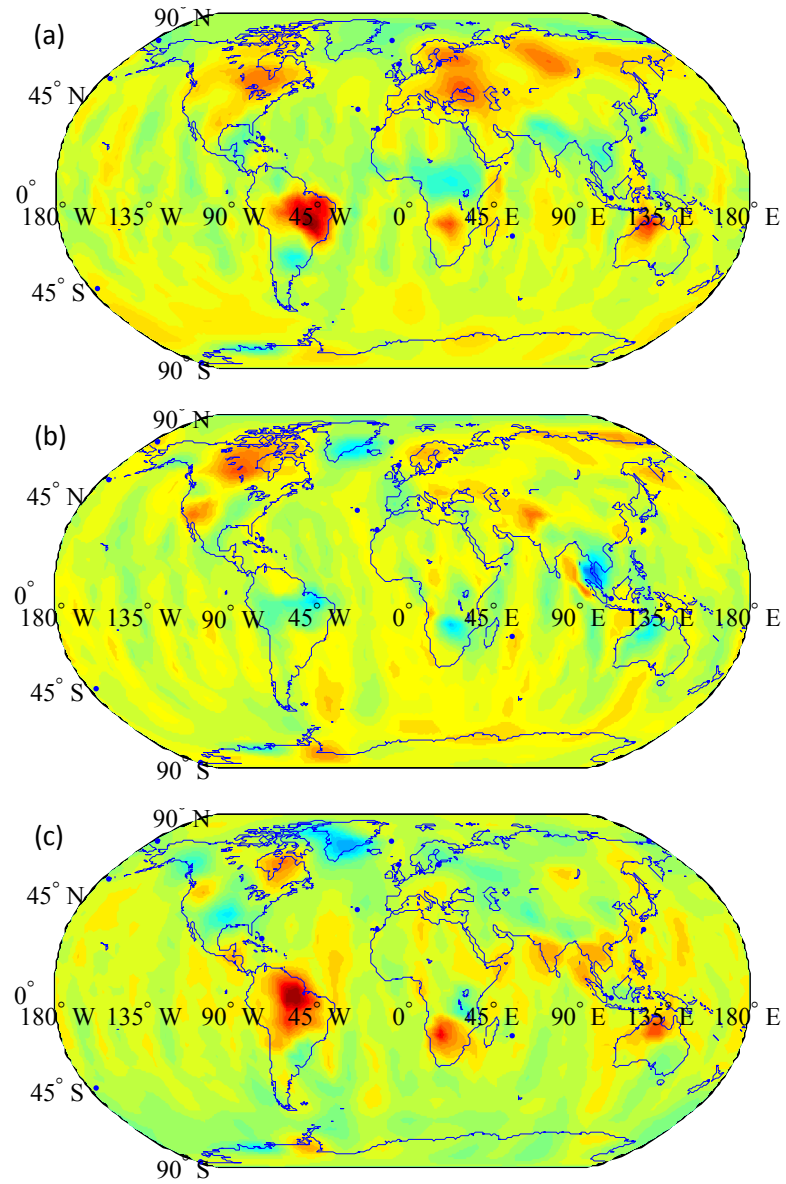
$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{LL} = \hat{\sigma}_0^2 (\mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T), \quad \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{vv} = \hat{\sigma}_0^2 (\mathbf{P}^{-1} - \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T), \quad (\text{A.5})$$

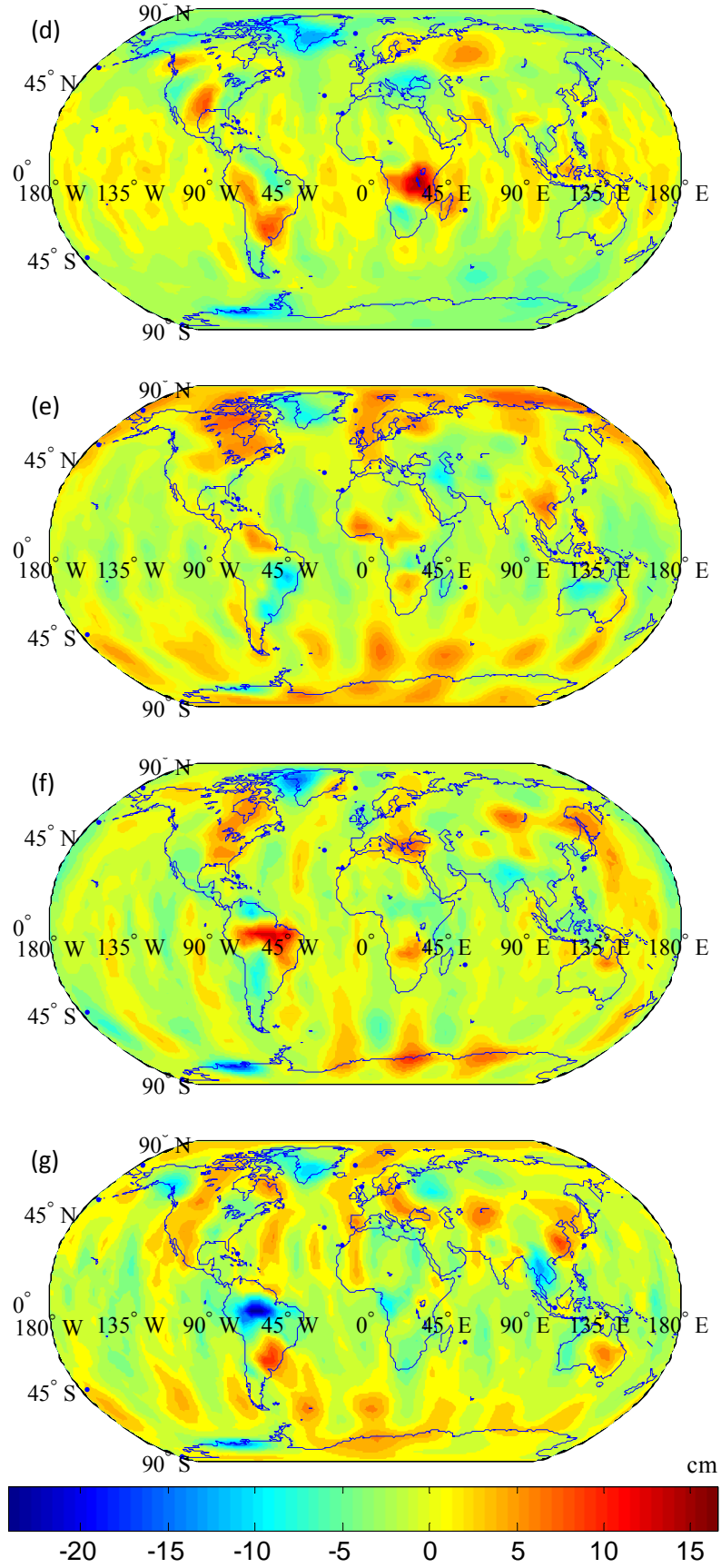
dir.



## EWT DEĞİŞİMLERİ

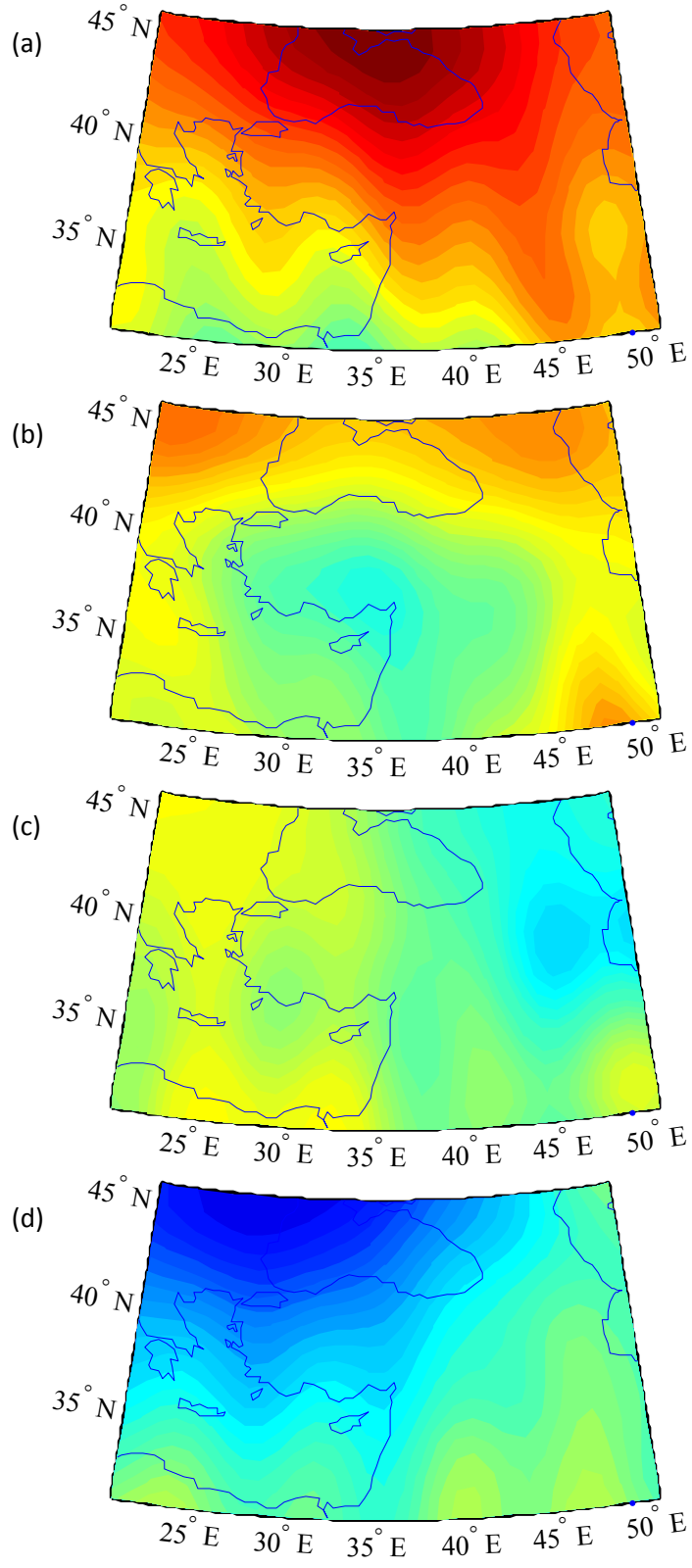
## B.1 Global Ölçekte EWT Değişimleri

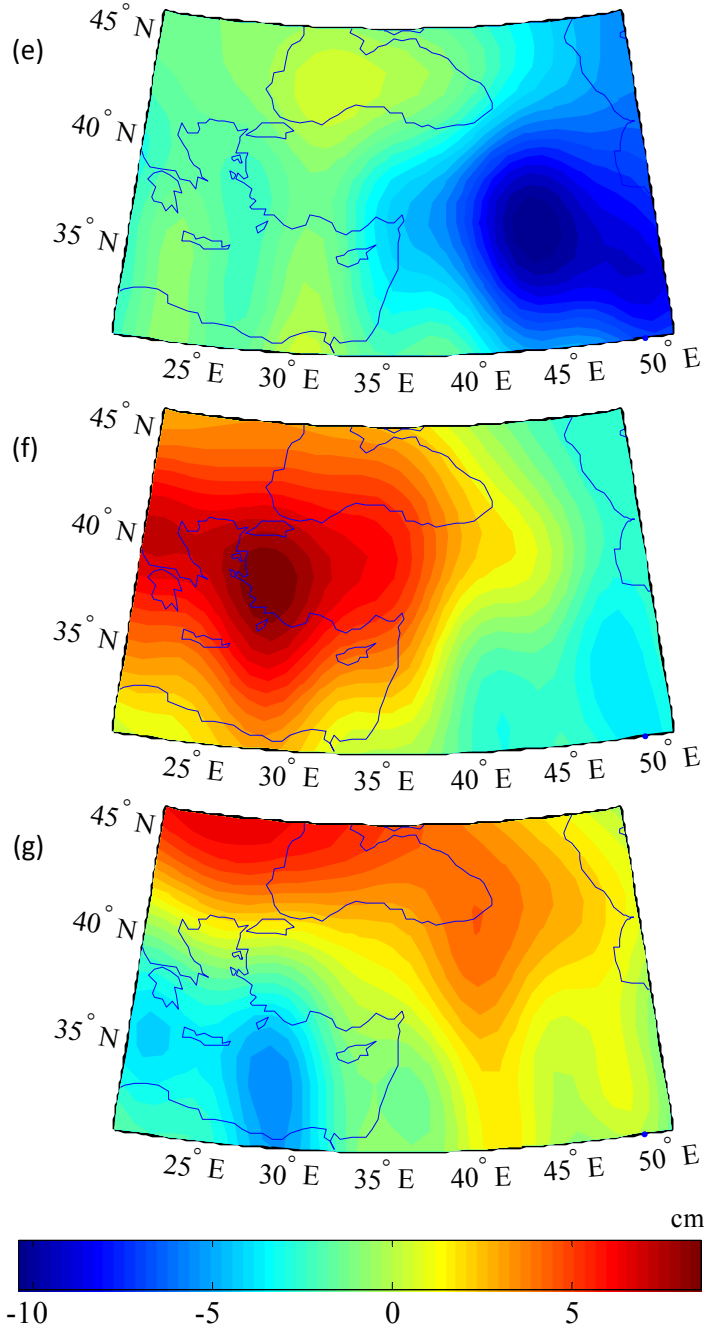




Şekil Ek-B1. 1 (a) 2003-2004; (b) 2004-2005; (c) 2005-2006; (d) 2006-2007; (e) 2007-2008; (f) 2008-2009; (g) 2009-2010 yılları arasındaki EWT değişimleri ( $R=350$  km)

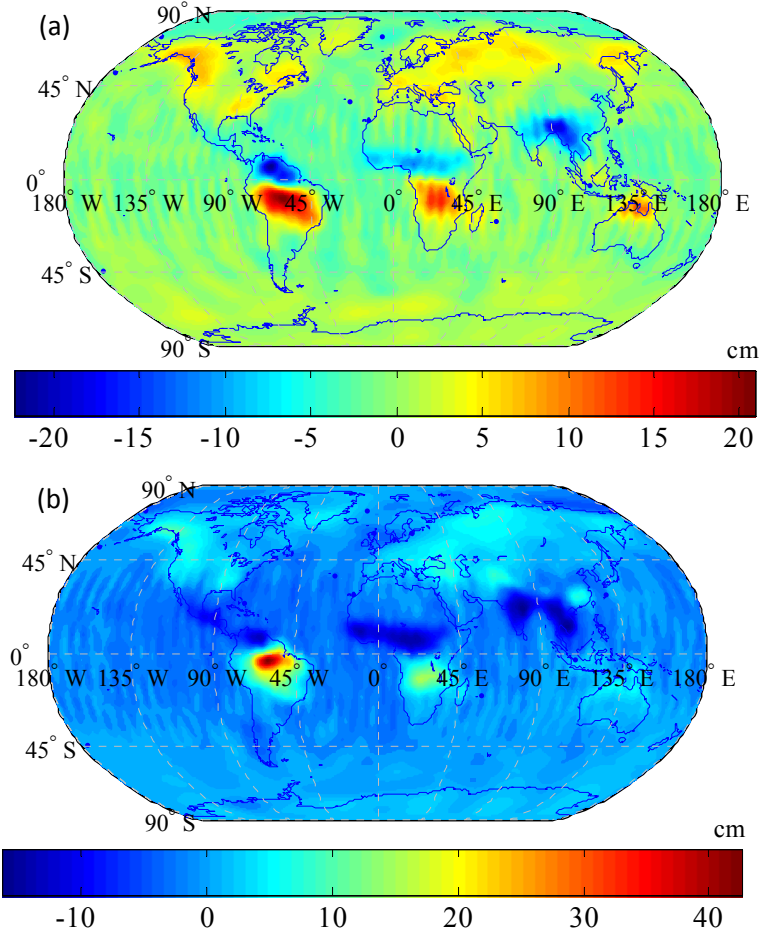
## B.2 Bölgesel Ölçekte EWT Değişimleri





Şekil Ek-B2. 1 (a) 2003-2004; (b) 2004-2005; (c) 2005-2006; (d) 2006-2007; (e) 2007-2008; (f) 2008-2009; (g) 2009-2010 yılları arasındaki EWT değişimleri ( $R=350$  km)

### B.3 EWT Yıllık Genlikler



Şekil Ek-B3. 1 EWT değişimlerine ilişkin yıllık (a) kosinüs ve (b) sinüslü terimlerin genlikleri (cm)

## ÖZGEÇMİŞ

---

### KİŞİSEL BİLGİLER

<b>Adı Soyadı</b>	:E. Simay ATAYER
<b>Doğum Tarihi ve Yeri</b>	:28.06.1986 / İstanbul
<b>Yabancı Dili</b>	:İngilizce
<b>E-posta</b>	:simay.atayer@gmail.com

### ÖĞRENİM DURUMU

<b>Derece</b>	<b>Alan</b>	<b>Okul/Üniversite</b>	<b>Mezuniyet Yılı</b>
Y.Lisans	Harita Müh.	Yıldız Teknik Üniversitesi	2012
Lisans	Jeodezi ve Fotogrametri Müh.	Yıldız Teknik Üniversitesi	2009
Lise	Fen	Gaziosmanpaşa Anadolu Lisesi	2004

### İŞ TECRÜBESİ

<b>Yıl</b>	<b>Firma/Kurum</b>	<b>Görevi</b>
2010 (Aralık)-Devam ediyor	Yıldız Teknik Üniversitesi	Arş.Gör.