

**T.C.  
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**CASSEGRAİN TİPİ PARABOLİK REFLEKTÖR ANTENİN PARAMETRİK  
TASARIMI**

**ABDULLAH MAĞAT**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
ELEKTRONİK VE HABERLEŞME MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI  
HABERLEŞME PROGRAMI**

**DANIŞMAN  
PROF. DR. AHMET SERDAR TÜRK**

**İSTANBUL, 2012**

**T.C.**  
**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**CASSEGRAİN TİPİ PARABOLİK REFLEKTÖR ANTENİN PARAMETRİK TASARIMI**

Abdullah MAĞAT tarafından hazırlanan tez çalışması 04.01.2013 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

**Tez Danışmanı**

Prof. Dr. Ahmet Serdar TÜRK

Yıldız Teknik Üniversitesi

**Jüri Üyeleri**

Prof. Dr. Ahmet Serdar TÜRK

Yıldız Teknik Üniversitesi

\_\_\_\_\_

Prof. Dr. Filiz GÜNEŞ

Yıldız Teknik Üniversitesi

\_\_\_\_\_

Prof. Dr. Sedef KENT

İstanbul Teknik Üniversitesi

\_\_\_\_\_

Elektromanyetizma ve anten uygulamaları gerek karmaşık ve zor görünen matematiksel altyapısı, gerekse Türkiye’de pek uygulama alanı bulamaması sebebiyle, üniversite öğrencilerinin uzak durduğu bir alan olarak görülmektedir. Bende bu zorlu süreçten geçerken farklı düşünmemi sağlayan, teorik ve pratik anlamda zoru başarmama yardımcı olan değerli insanlara teşekkürü bir borç biliyorum.

Anten uygulamalarını ve tez çalışmasında kullandığım yazılımı ustaca bilen ve bu ustalığını hasta olduğu zaman bile yardım etmek için esirgemeyen, bunun yanında her konuşmamda motive olmamı sağlayan değerli büyüğüm Okan Mert Yücedağ’a, maddi ve manevi desteklerini hiç eksik etmeyen okuldaki hocalarımdan sayın Filiz Güneş’e ve sayın Salih Demirel’e, tezimin hazırlanması süresince okuldaki her türlü uğraşıma destek olarak tezime odaklanmamı sağlayan oda arkadaşlarım Mustafa Dağcan Şentürk ve Ahmet Kenan Keskin’e, Lisans ve lisansüstü çalışmalarında elektromanyetik bilgimin temelini teorik ve pratik anlamda oluşmasını sağlayan ve ilerleten dünyanın sayılı hocalarından saydığım kıymetli hocam sayın Ahmet Serdar TÜRK’e ve son olarak çalışmaktan bunaldığımda hep yanımda olup samimi destekleriyle motive olmamı sağlayan aileme ve geceler boyunca yorgunluğuna rağmen tebessümünü ve anlayışını arttırarak hep yanımda olduğunu hissettiren sevgili nişanlıma teşekkürlerimi sunarım.

Aralık, 2012

Abdullah MAĞAT

## İÇİNDEKİLER

---

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ .....	vi
KISALTMA LİSTESİ .....	vii
ŞEKİL LİSTESİ.....	viii
ÇİZELGE LİSTESİ.....	ix
ÖZET.....	x
ABSTRACT .....	xii
BÖLÜM 1	
GİRİŞ.....	1
1.1    Literatür Özeti .....	1
1.2    Tezin Amacı .....	1
1.3    Hipotez.....	2
BÖLÜM 2	
SAYISAL VE ANALİTİK YÖNTEMLER .....	4
2.1    Sayısal Yöntemler.....	4
2.1.1    FDTD, Zamanda Sonlu Farklar Yöntemi .....	4
2.1.2    Mom, Moment Metodu .....	5
2.2    Analitik Yöntemler .....	5
2.2.1    GO, Geometrik Optik Metodu .....	6
2.2.2    PO, Fizik Optik Metodu.....	6
BÖLÜM 3	
ARM.....	8
3.1    Birinci Türden Denklem Operatörünün Regülerizasyonu.....	9
3.2    Birinci Türden ve ikinci Türden Cebirsel Sistemler .....	10
3.3    Green's Özdeşliği ve Sınırlı Bir Domen içerisindeki Helmholtz Eşitliğinin ' İntegral Gösterimi .....	12
3.4    Keyfi Şekilli Mükemmel İletken Engellerden Dalga Difraksiyonuna İlişkin İki Boyutlu Dirichlet Problemi .....	16

3.4.1	İki Boyutlu Uzayda Kapalı Düzgün Kontur ve Parametrizasyonu .....	16
3.4.2	Dirichlet Difraksiyon Problemi.....	17
3.4.3	İntegral Gösterimleri ve Sobolev Teoremi .....	19
3.4.4	Saçılan Alanın integral Gösterimi .....	24
3.4.5	Dirichlet Problemi için Birinci Türden İntegral Denklemi .....	27
3.4.6	Dirichlet Problemi için İntegral Gösteriminin Niteliksel Özellikleri ...	28
3.4.7	Dirichlet Difraksiyon Problemi için İntegral Gösteriminin Parametrize Edilmiş Hali .....	30
3.4.8	GDkR( $\theta, \tau$ ) Fonksiyonunun Lokal Tekillik Açılımı.....	31
3.4.9	Dirichlet Problemi için İntegral Denkleminin İkinci Türden Sonsuz Cebirsel Sisteme İndirgenmesi.....	32
<b>BÖLÜM 4</b>		
BESLEME HORN ANTENİ .....		36
4.1	Horn Antenler .....	36
4.2	Horn Anten Geometrisi.....	38
<b>BÖLÜM 5</b>		
PARABOLİK REFLEKTÖR ANTENLER.....		42
5.1	Klasik Parabolik Reflektör Antenler .....	42
5.2	Cassegrain Tipi Parabolik Reflektör Antenler .....	44
5.3	Cassegrain Anten Yapısının Yüzey Geometrisi.....	45
<b>BÖLÜM 6</b>		
TASARIM VE SONUÇLAR .....		51
6.1	Birincil Yansıtıcı Konum Optimizasyonu .....	52
6.2	Birincil yansıtıcı Boyut Optimizasyonu.....	53
6.3	Birincil Yansıtıcı Eğrisellik Optimizasyonu .....	54
6.4	İkincil Yansıtıcı Konum Optimizasyonu .....	55
6.5	İkincil Yansıtıcı Eğrisellik Optimizasyonu .....	56
6.6	İkincil Yansıtıcı boyut Optimizasyonu .....	57
6.7	Besleme Anteni Boyu Optimizasyonu.....	58
<b>BÖLÜM 7</b>		
SONUÇ VE ÖNERİLER .....		59
KAYNAKLAR.....		61
ÖZGEÇMİŞ.....		63

## SİMGE LİSTESİ

---

E	Elektrik alan bileşeni
$F_1$	Birincil yansıtıcının odak uzaklığı
$F_2$	İkincil yansıtıcının odak uzaklığı
H	Manyetik alan Bileşeni
J	Elektriksel akım yoğunluğu
M	Magnetik akım yoğunluğu
N	Kesme sayısı
$\partial$	Türev operatörü
$\lambda$	Dalga boyu
$\Psi_1$	Birincil yansıtıcının kol açısı( $^\circ$ olarak)
$\Psi_2$	İkincil yansıtıcının kol açısı( $^\circ$ olarak)
$\Phi$	Horn antenin kanat açısı ( $^\circ$ olarak)
C	Horn antenin kanat boyu ( $\lambda$ olarak)
$D_1$	Horn antenle birincil anten arasındaki uzaklık ( $\lambda$ olarak)
$D_2$	Birincil antenle ikincil anten arasındaki uzaklık ( $\lambda$ olarak)

## KISALTMA LİSTESİ

---

ARM	Analitic Regularization Method(Analitik Regularizasyon Yöntemi)
BVP	Boundary Value Problem(Sınır Değer Problemi)
FDTD	Finite Difference Time Domain
GO	Geometrical Optics
MoM	Method of Moments(Moment Yöntemi)
PO	Physical optics(Fizik Optik)
PEC	Perfect Electric Conductor(Mükemmel Elektriksel İletken)

## ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 3. 1	İki Boyutlu $R^2$ Uzayında $\Omega_\epsilon$ ve $D_\epsilon$ Domeninin Görünümü.....	15
Şekil 3. 2	İki Boyutlu $R^2$ Uzayında $S$ Konturu ve $D_0$ Domeninin Görünümü.....	17
Şekil 3. 3	$S$ Kontur Yüzeyi Üzerinde Keyfi Bir Nokta Seçimi .....	18
Şekil 3. 4	İki boyutlu $R^2$ uzayında bulunan ayırık $D_1$ ve $D_2$ domenleri ve bu domenleri ayıran $L$ ortak parçasının görünümü .....	21
Şekil 4. 1	Başlıca Horn Anten Yapıları.....	37
Şekil 4. 2	Dalga Kılavuzunun ARM ve Anlitik Olarak Uzak Alan Paterni Doğrulaması. ....	38
Şekil 4. 3	Horn Anten Geometrisi.....	39
Şekil 4.4	Horn Anten Yakın Alan Genlik Işınması.....	40
Şekil 5. 1	Klasik Parabolik Reflektör Anten Yapısı .....	43
Şekil 5. 2	Silindir Üzerine Endüklenen Akım Yoğunluğuna İlişkin ARM ve MOM ile Yapılan Doğrulama İşlemi .....	44
Şekil 5. 3	Farklı Cassegrain Anten Yapıları.....	45
Şekil 5. 4	Cassegrain Anten Yüzey Geometrisi .....	46
Şekil 5. 5	Horn Anten ve Konkav Yapıdaki Birincil Yansıtıcı.....	49
Şekil 5. 6	Birincil Yansıtıcıdan Işınan Yakın Alanın Genliği.....	49
Şekil 5. 7	Birincil Yansıtıcıdan Işınan Yakın Alanın Faz eğrileri .....	50
Şekil 6. 1	Cassegrain Anteni Işıma Paterni .....	51
Şekil 6. 2	Birincil Yansıtıcı Konum Optimizasyonu.....	52
Şekil 6. 3	Birincil Yansıtıcı Konum Optimizasyonu Sonucu.....	52
Şekil 6. 4	Birincil Yansıtıcı Boyut Optimizasyonu.....	53
Şekil 6. 5	Birincil yansıtıcı Boyut Optimizasyonu Sonucu .....	53
Şekil 6. 6	Birincil Yansıtıcı Eğrisellik Optimizasyonu .....	54
Şekil 6. 7	Birincil Yansıtıcı Eğrisellik Optimizasyonu Sonucu .....	54
Şekil 6. 8	İkincil Yansıtıcı Konum Optimizasyonu .....	55
Şekil 6. 9	İkincil Yansıtıcı Konum Optimizasyonu Sonucu.....	55
Şekil 6. 10	İkincil Yansıtıcı Eğrisellik Optimizasyonu.....	56
Şekil 6. 11	İkincil Yansıtıcı Eğrisellik Optimizasyonu Sonucu.....	56
Şekil 6. 12	İkincil Yansıtıcı Boyut Optimizasyonu .....	57
Şekil 6. 13	İkincil Yansıtıcı Boyut Optimizasyonu Sonucu .....	57
Şekil 6. 14	Besleme Anteni Boyu Optimizasyonu.....	58
Şekil 6. 15	Besleme Anteni Boyu Optimizasyonu Sonucu .....	58



## ÇİZELGE LİSTESİ

---

Çizelge 3. 1	Birinci tür ve ikinci tür cebrik sistemlere ilişkin bir kıyaslama .....	11
Çizelge 4.1	Horn konturunun parametrik tanımlaması ve segment uzunlukları .....	41
Çizelge 5. 1	Birincil yansıtıcı yapısına ilişkin kontur açıklamaları ve segment uzunlukları .....	46
Çizelge 5. 2	İkincil yansıtıcı yapısına ilişkin kontur açıklamaları ve segment uzunlukları .....	47
Çizelge 6. 1	Optimize Cassegrain yapısının parametreleri .....	51
Çizelge 6. 2	Birincil yansıtıcı konum optimizasyonu Parametreleri .....	52
Çizelge 6. 3	Birincil yansıtıcı boyut optimizasyonu parametreleri .....	53
Çizelge 6. 4	Birincil yansıtıcı eğrisellik optimizasyonu parametreleri .....	54
Çizelge 6. 5	İkincil yansıtıcı konum optimizasyonu parametreleri .....	55
Çizelge 6. 6	İkincil yansıtıcı eğrisellik optimizasyonu parametreleri .....	56
Çizelge 6. 7	İkincil yansıtıcı boyut optimizasyonu parametreleri .....	57
Çizelge 6. 8	Besleme anteni boyu optimizasyonu parametreleri.....	58

## CASSEGRAİN TİPİ PARABOLİK REFLEKTÖR ANTENİN PARAMETRİK TASARIMI

Abdullah MAĞAT

Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ahmet Serdar TÜRK

Bu çalışmada uzay araştırmalarında ve uydu haberleşme sistemlerinde sıklıkla kullanılan cassegrain tipi parabolik reflektör anten yapısı üzerine çeşitli çalışmalar yapılmıştır. İlk olarak optimize horn anten yapısı oluşturulmaya çalışılmış ve bu horn antenin yakın alan ışınması birincil yansıtıcı üzerine düşecek şekilde bir EM alan çerçevesi oluşturulmuştur. Bu çerçeve içine konumlandırılan birincil yansıtıcı yapısından da aynı şekilde ikincil yansıtıcının üzerine düşecek şekilde bir yakın alan çerçevesi daha oluşturulmuştur. En sonda ikincil yansıtıcının üzerine gelen EM alanın ikincil yansıtıcıdan yansıyarak oluşturduğu çok dar hüzmeli cassegrain ışınma paterni elde edilmiştir. Çalışmada referans alınan horn anten, birincil yansıtıcı ve ikincil yansıtıcı yapıları konum ve boyut optimizasyonları yapılarak en iyi sonuçlar elde edilmeye çalışılmıştır. Bu bağlamda elektromagnetik problemin çözümünde kullanılacak yöntem olarak ARM seçilmiş ve bu yöntem diğer analitik ve sayısal yöntemlerle karşılaştırılarak sunulmuştur.

Birinci bölümde analitik ve sayısal yöntemler kısaca anlatılmış, uygulanabilir ve kullanışsız yanları ele alınmıştır.

İkinci bölümde ARM'den genel olarak bahsedilmiş ve formülasyonu sunulmuştur.

Üçüncü bölümde besleme anten olarak seçilen horn anten yapısı ve tasarımı anlatılmıştır.

Dördüncü bölümde parabolik reflektör antenin yapısı ve tasarımı anlatılmış ve cassegrain tipi parabolik reflektör antenin tasarımına geçilerek optimize yapılar elde

edilmeye çalışılmıştır.

Beşinci ve son bölümde optimize cassegrain tipi parabolik reflektör anten çalışmaları özetlenmiş ve yorumlar yapılmıştır.

**Anahtar kelimeler:** ARM, yakın alan ışınması, cassegrain parabolik reflektör anteni, EM, Analitik ve Sayısal yöntemler.

**PARAMETRIC DESIGN OF CASSEGRAIN PARABOLIC REFLECTOR ANTENNA**

Abdullah MAĞAT

Department of Electronics and Communications Engineering

MSc. Thesis

Advisor: Prof. Dr. Ahmet Serdar TÜRK

In this study, various studies were performed on the structure of a Cassegrain-type parabolic reflector antenna which is commonly used in space research and satellite communication systems. The first attempted is to define and optimize the structure of the horn antenna and its near-field radiation, to fall on the sub reflector created in the framework of an EM field. This sub reflector positioned into the frame structure of the main reflector in the same way with a near fall on the more established framework. In the end the main reflector on a very narrow beam reflected from the EM field Cassegrain main reflector radiation pattern is obtained. In this study, the reference horn antenna, the location and size of the sub reflector and the main reflector structure optimizations tried to get the best results. In this context, the ARM method is used to solve electromagnetic problems, this method is selected and compared with other analytical and numerical methods and had been presented in the next chapters. In the first chapter of the study analytical and numerical methods are discussed briefly in the second chapter, the formulations of ARMs are explained generally. The third chapter is the design of feed antenna, a horn antenna is chosen as our feed antenna structure in this chapter the phases of our design will be described briefly.

In the fourth chapter, parabolic reflector antenna structure and its design will be described after that the cassegrain parabolic antenna design and optimizations is explained.

The fifth and final chapter is summary and comments of the designed and optimized Cassegrain-type parabolic reflector antenna.

**Keywords:** ARM, nearfield radiation, cassegrain parabolic reflector antenna, EM, numerical and analytical methods.

#### 1.1 Literatür Özeti

Reflektör antenler, Hertz tarafından elektromagnetik dalga yayılımının keşfedildiği 1888 yılından beri yaygın olarak kullanılan temel anten yapılarından birisidir. Ancak, değişik geometriye sahip reflektör antenlerin analiz ve tasarım işlemleri değişik radar yapılarının kullanılmaya başlandığı II. Dünya Savaşı'na kadar oldukça yavaş ilerlemiştir. Radyo astronomi, mikrodalga haberleşme ve uydu takibi gibi değişik uygulamalara duyulan ihtiyaçlar neticesinde, antenin kazancını artırabilmek adına açıklık üzerindeki aydınlatmanın optimizasyonu, reflektör yüzeyinin şekillendirilmesine ilişkin deneysel ve analitik özel teknikler büyük bir hızla gelişmeye başlamıştır. Reflektör antenlerin uzay programlarındaki ihtiyaçlar kapsamında gerekli olan uzak mesafelerden haberleşmenin sağlanabilmesi amacıyla kullanılması ve özellikle ayın yüzeyine yerleştirilmeleri ile ilgili yapılan çalışmalar neticesinde, reflektör anten kelimesi 1960'lı yıllarda günlük hayatımızda sık kullanılan kelimeler arasındaki yerini almıştır.

Cassegrain teleskopu 1672 tarihlerinde Fransız düşünür Laurent Cassegrain tarafından uyarlanmıştır. Cassegrain antenler de isimlerini ve tasarımlarını "Cassegrain Teleskoplardan" almışlardır.

#### 1.2 Tezin Amacı

Bu çalışmada ARM ile optimizasyon tercih edilerek doğrulanabilir ve kısa sürede benzetim sonucunun elde edilmesi amaçlanmıştır. Sonuçlar analitik çözümlerle doğrulanacak ve elde edilen ışımaya paternleri sunulacaktır.

### 1.3 Hipotez

Genellikle dalga boyuna kıyasla fiziksel olarak geniş boyutlara sahip olduklarından dolayı fiziksel optik (PO), geometrik optik (GO), açıklık integrasyonu (AI) ve kırınımın geometrik teorisi (GTD) gibi yüksek frekans elektromagnetik dalga saçılım teknikleri uzak alan anten karakteristiklerini belirlemek amacı ile sıklıkla kullanılmaktadır (Suedan, 1991). Bu yöntemler ışın optiği ve analitik yaklaşımlara dayanmaktadır. Bunun yanında moment yöntemi (MoM), sonlu elemanlar yöntemi (FEM), sonlu farklar yöntemi gibi direkt sayısal teknikler özellikle kanonik olmayan yapılar için kullanılabilir (Umashankar ve Taflove, 1993). Fakat bazı durumlarda oyuk ve açıklık geometrilerinin karmaşıklığı, hesaplama kararsızlıklarından dolayı sayısal yakınsama problemlerini beraberinde getirmektedir. Bu problemlerin merkezi, bir kırınım sınır değer problemini (BVP) birinci türden fonksiyonel eşitliğe indirgeyen direkt sayısal yöntemlerin doğasına ilişkindir. Tipik bir birinci türden cebirsel eşitlik sistemi çoğunlukla tek bir çekirdeğe ve kararsız sayısal işleme neden olabilen çok büyük bir durum sayısına sahiptir. Bu yüzden, cebirsel eşitlik setinin kesinlik sayısının artırılmasıyla beraber hesaplamaya dayalı hatanın minimizasyonu garanti edilememektedir (Wilkinson ve Fletcher, 1984). Analitik regülarizasyon yöntemi (ARM) başlangıç BVP'yi ikinci türden fonksiyonel eşitliğe indirgeyerek sistemin çözümlerinin yakınsamasını garanti etmektedir.

Cassegrain Çanak Antenler; Yüksek kazançlı ve dar açılı antenlerdir. Uydu haberleşme uygulamalarında sıklıkla kullanılırlar. En önemli ve ayırt edici özellikleri; main-reflector ve sub-reflector adında 2 reflektörden oluşmalarıdır. Büyük reflektörlerinin yapısı prime focus antenlere benzer.

Normal Parabolik antenlerin odak noktalarında Feedhorn ve LNB bulunmaktadır. Feedhorn kullanılarak antene çarpıp yansıyan sinyaller maximum seviyede LNB'ye iletilir. Ancak; bu antenlerin odak noktalarında ikinci bir dışbükey yansıtıcı daha kullanılır. Feedhorn ve LNB üniteleri antenin büyük reflektörünün üzerinde yer almaktadır.

Yapıları gereği; küçük çaplı antenlerin tasarımında tercih edilmezler. Odak noktaları merkezlerinde olduğu için, anten destek kolları üzerindeki ekipmanlar, antene doğru

gelen sinyallerin anten yüzeyine düşmesini engeller. Büyük çaplı antenlerde yüzey geniş olduğu için bu oran iletişimi çok fazla olumsuz yönde etkilememektedir.

Büyük yansıtıcı (main-reflector) iç bükey parabol şeklindeyken, odak noktasında bulunan ikinci yansıtıcı (sub-reflektor) dış bükey parabol şeklindedir. Alıcı anten olması durumunda elektromanyetik dalgalar main-reflector'den yansıyarak, sub-reflector'e sonrada Feedhorn'a ulaşır. Bu sayede çok dar bir ışınma paternine ve çok yüksek bir kazançla sahip olurlar.



### SAYISAL VE ANALİTİK YÖNTEMLER

Elektromagnetik alan ve dalga ile mikrodalga tekniği problemlerinde analitik ve sayısal tekniklerle çözüme ulaşmak mümkündür. Bu tekniklerden en sık kullanılanları MOM , FDTD (sayısal teknikler) ve GO , FO (analitik teknikler) olarak sayılabilir. Bu yöntemler problemin gereksinimlerine göre ayrıcalıklı ve uygulanabilir olmaktadır.

#### 2.1 Sayısal Yöntemler

Günümüzde, bilgisayar tekniğinin ilerlemesiyle yoğun olarak kullanılmaya başlanmışlardır. Bu yöntemler, probleme özgü sayısal yöntemler olabileceği gibi, ilgili alanda geniş problem gruplarına uygulanabilen yöntemlerde olabilmektedirler.

##### 2.1.1 FDTD, Zamanda Sonlu Farklar Yöntemi

Literatürde FDTD olarak bilinen Zamanda Sonlu Farklar Yöntemi İngilizce Finite Difference Time Domain kelimelerinin kısaltılmışıdır. İlk kez 1966 yılında K.S.Yee tarafından ortaya atılan FDTD yöntemi günümüzde kişisel bilgisayarların hız ve kapasitelerindeki artışla orantılı olarak hemen her türlü elektromagnetik problemin sayısal çözümünde kullanılabilen bir yöntem haline gelmiştir.

FDTD yöntemi en genel halde, üç elektrik alan ve üç magnetik alan bileşenlerinin uzayın seçilen ayırık noktalarında ayırık zaman aralıklarında hesaplanmasına dayanır. Bu nedenle yüksek hızlı ve kapasiteli bilgisayarlara ihtiyaç duyulur. Yöntem , maxwell denklemlerindeki kısmi türev operatörlerinin merkezi farklara dayalı sonlu farklar karşılıkları ile değiştirilip, doğrudan zaman ve konum domenlerinde

sayısallaştırılmasına dayanır. Bunun sonucunda ileri sonlu farklar ve geriye sonlu farklar ifadesini içeren merkezi fark denklemi elde edilir. Merkezi fark denklemindeki hata türev açılımında daha fazla nokta kullanılarak istenilen mertebeye indirilebilir, fakat bu durumda bilgisayardaki hesaplama süresi ve bellek gereksinimi artmaktadır [1].

### **2.1.2 Mom, Moment Metodu**

Moment Metodu 1968 yılında Harrington tarafından geliştirilmiş ve günümüzde de elektromagnetik problemin çözülmesinde başarıyla kullanılan bir frekans domeni yöntemidir. Moment metodu, frekans domeninde integral denklemlerini temel alan bir yöntemdir. Yöntemin ana formülasyonu, Green fonksiyonlarını kullanarak elde edilen integral denklemdir. Moment metodu, sağ tarafında dörtlü fonksiyon şeklinde bir terim bulunan Green fonksiyonu problemidir. Öncelikle ele alınan yapıya ait bu green fonksiyonunun analitik olarak bulunması gerekir. Sayısal çözüm kısmı bundan sonra ele alınan yapı üzerinde oluşan yüzey akımlarının hesaplanmasına dayanır. Ele alınan yapının küçük parçalara ayrılması ve yüzey akımlarının matris sistemi şeklinde yazılıp çözülmesine dayanır. Matris sisteminin boyutu segment sayısına bağlıdır. Segment sayısı arttıkça matris tersi almadaki zorluklar nedeniyle hesao hacmi ve süresi üstel olarak artmaktadır. Bu nedenle de karmaşık ve çok malzemeli yapılarda etkili olarak uygulanamamaktadır [2].

## **2.2 Analitik Yöntemler**

MoM ve FDTD gibi sayısal yöntemler, bugünkü kişisel bilgisayarların kapasiteleri ile, ilgilenilen hedeflerin karakteristik boyutlarının gelen dalga boyuna göre çok küçük olduğu Rayleigh bölgesi olarak da adlandırılan alçak frekans bölgesinde, yaklaşık olarak aynı mertebede olduğu rezonans bölgesinde ve quasi-optik bölgelerde saçılan alanın hesaplanmasında kullanılması uygun yöntemlerdir. Hedef boyutlarının gelen dalga boyuna göre çok büyük olduğu optik bölge olarak da adlandırılan yüksek frekans bölgesinde ise sayısal yöntemler prensip olarak uygulanabilir olsalar bile, pratik nedenlerden dolayı günümüzün bilgisayar olanakları ile çözüme ulaşmak pek mümkün olmamaktadır.

Yüksek frekans bölgesinde, hedefin her alt bölümünün gelen enerjiyi hedefin diğer bölümlerinden bağımsız olarak saçılmaya uğrattığı kabul edilir. Bu durumda hedefin söz konusu alt bölümü üzerinde endüklenen alan, yalnızca gelen alan ile ilişkilidir ve diğer alt bölümlerden bağımsız olur.

### **2.2.1 GO, Geometrik Optik Metodu**

Geometrik Optikte saçılan alanın hesaplanmasında elektromagnetik enerjinin izlediği yollar ışınlarla modellenir. Bu yollar, direkt, yansımış ve kırınımına uğramış terimler içerebilirler. Yaygın kullanımı ile (uniform olmayan) GO, direkt yollardan başka yansıyan ışın yollarını içerir, kırınım terimlerini içermez. Homojen bir ortamda, enerji ışın yolu boyunca düz bir hatta ilerler. Bu ışın yollarına normal olan yüzeyler eşfaz yüzeyler olarak adlandırılırlar. Düzlem dalga için de küresel dalga için de eşfaz yüzeyler ışın yollarına dik olan düzlemlerden oluşur. Bir ışın tüpünde bu GO alanının genliğinin değişimi enerjinin korunumu kanununa uyar. GO yöntemini, kaynak ve yansıma noktalarının sabit olduğu problemlere uyguladığımızda gözlem noktası tarafımızdan yansıma kurallarına göre belirlenmek zorundadır. Bu nedenle GO yönteminde yansıyan alan hakkında sadece tek bir doğrultuda bilgi toplanabilir. Ancak gerçek hedeflerde yansımalar çok farklı açisal bölgelerde gerçekleşebilir. Speküler doğrultuda olmayan yansımalarında elde edilebilmesi için, öncelikle yansıtıcı yüzeylerdeki akımın ne olduğu belirlenmeli ve bu akımların toplamından da yansıyan alanın tamamı bulunmaya çalışılır. Anlaşılacağı üzere frekanstan bağımsız bir tekniktir [3].

### **2.2.2 PO, Fizik Optik Metodu**

Fizik Optik yönteminde hedeflerden saçılan alanlar, gelen dalganın hedef yüzeyi üzerinde endükleyeceği akımların bulunması ile belirlenebilir. Bu yüzey akımları, mükemmel iletken ve eğrilik yarıçapları dalga boyuna göre yeterince büyük yüzeylerde, yüzey süreksizlikleri (köşeler, kenarlar vs) ihmal edilmek suretiyle FO yöntemiyle belirlenebilir. FO yönteminde saçıcı gövdenin yüzeyinde oluşan alanların her biri ayrı bir GO yüzey alanı olarak kabul edilir. Saçıcının aydınlatılan bölgesinin her bir noktasında, saçılım sanki o noktada sonsuz bir teğet düzlem varmış gibi ele alınır ve aydınlatılmayan yada karanlık bölgede yüzeydeki alan sıfır kabul edilir. FO saçılma

problemlerinde kullanışlı bir yöntemdir ancak süreksizliklerden kaynaklanan terimlerin ihmal edilmesi gerekmektedir [3].

### ARM

Farklı kanonik formda olan ve geometrik olarak kompleks yapıya sahip engellerden elektromagnetik dalga kırınımı ve bu türden elektromagnetik yapıların sayısal olarak modellenmesi, modern elektromagnetik teoride ve bu teorinin uygulamalarında çok büyük bir öneme sahiptir.

Rezonant engellerin yapısına ilişkin karmaşıklık, özellikle açıklıkları aracılığıyla serbest uzaya bağlı dahili boşlukların varlığı, pek çok durumda moment yöntemi, sonlu fark yöntemi gibi direkt sayısal yöntemlerin kararlılığına ilişkin sayısal problemler yaratmaktadır. Buna ek olarak çatallı düzlem dalga kılavuzu ve hatta dielektrik dairesel tüp gibi basit kanonik yapılar, söz konusu direkt sayısal yöntemler aracılığı ile çözülememekte ve bu problemler kimi zaman ek olarak çok ileri derecede analitik ve matematiksel çalışma gerektirmektedir.

Bu sayısal problem, kırınım sınır değer problemini birinci türden fonksiyonel eşitliğe indirgeyen direkt yöntemlerin doğasına ilişkindir. Bu türden eşitlikler, cebirsel sisteme ilişkin boyutların artmasıyla birlikte, cebirsel sistemin hal sayısının oldukça büyük değerlere ulaşması sebebiyle, hata gürültüsünün yuvarlanmasına ve bu nedenle doğru çözümün bozulmasına sebebiyet verebilirler. Diğer yandan, kırınım teorisinde genel olarak sayısal- analitik yöntemler olarak adlandırılan bir başka yöntem de vardır.

Bu yöntemlerden biri olan ARM, başlangıç kırınım değer problemini matematiksel anlamda kırınım değer problemine denk olan ikinci türden fonksiyonel eşitliğe indirgemektedir. Bu durum söz konusu yöntemlerin, sistemin boyutu sonsuza gittiğinde, düzgün olarak sınırlandırılmış hal sayısına sahip sonlu boyutlu indirgenmiş

cebirsel sistemler dizisi oluşturduğu anlamına gelmektedir. Bu gerçek, yalnızca indirgenmiş sistemin çözümlerinin, sınır değer probleminin çözümünü veren sonsuz cebirsel sistemin çözümüne yakınsamasını garanti etmekle kalmaz; aynı zamanda keyfi büyüklükteki indirgenmiş cebirsel sistemin çözüm sürecinin sayısal kararlılığını da garanti eder. [2]

Sayısal yöntemlerin genellikle ek olarak verifikasyona ihtiyaç duymalarına karşın, ARM, deneysel yöntemlerin doğrulanması ve hata analizleri için mükemmel bir araç olarak kabul edilebilir.

Sonuç olarak, kırımın sınır değer problemi prensip olarak istenilen doğrulukta çözülebilir ve elde edilen sonucun doğruluğunu sınırlayan tek unsur kullanılan bilgisayarın kapasitesidir.

### 3.1 Birinci Türden Denklem Operatörünün Regülarizasyonu

$A, B_1$  ve  $B_2$  Banach uzay çiftinde tanımlı bir operatör olsun. Burada;  $A: B_1 \rightarrow B_2$  şeklinde yazılabilir ve tersleri de sınırlı olarak mevcut olan  $(L_0^{-1}$  ve  $R_0^{-1})$  iki operatör daha tanımlanabilir:

$$L_0: B_2 \rightarrow B,$$

$$R_0: B \rightarrow B_1,$$

Burada  $B$ , Banach uzayını temsil etmektedir.  $(L_0, R_0)$  çifti aşağıdaki şartı sağladıkları takdirde iki-yanlı regülarizatör olarak adlandırılır

$$L_0 A R_0 = I + H; H: B \rightarrow B; \quad (3.1)$$

Burada  $H, B$  uzayındaki kompakt operatör olarak tanımlanır.

Birinci türden cebirsel sistem göz önüne alınsın:

$$Ax = b, x \in B_1, b \in B_2 \quad (3.2)$$

$R_0^{-1}$  sınırlı bir operatör olduğundan,  $x \in B_1$  şartını sağlayan herhangi bir eleman  $y = R_0^{-1} x \in B$  için  $x = R_0 y$  şeklinde yazılabilir. Bu gösterim kullanılır ve eşitliğin her iki tarafına uygun olarak hareket edilirse, aşağıdaki ikinci türden eşitliği elde ederiz:

$$(I + H)y = L_0 b, y \in B, L_0 b \in B \quad (3.3)$$

Kırınım teorisinde kullanılan analitik regülarizasyon yöntemi, kırınım problemine ilişkin fiziksel anlamını kesin olarak yansıtan, sınır değeri probleminin iki yanlı regülerleştiricisinin ( $L_0, R_0$  op. çifti) analitik olarak yapılandırılması tekniğidir.

### 3.2 Birinci Türden ve İkinci Türden Cebirsel Sistemler

$A$ , Banach uzayında tanımlanmış bir operatör olmak üzere, birinci türden cebirsel sistem aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$Ax = b \quad (3.4)$$

Böylesi bir denklemin yalnızca sayısal olarak çözülebilir.

Günümüz bilgisayarları sonsuz büyüklükteki matris ve vektör sütunlarıyla işlem yapamadığından dolayı, söz konusu sistemin kesme yöntemi kullanılarak sonlu hale getirilmesi gerekmektedir.

Birinci türden cebirsel sistemlere alternatif olarak kullanılacak diğer bir cebirsel sistem olan ikinci türden cebirsel sistemin matematiksel ifadesi ise aşağıdaki gibidir:

$$(I + H)x = b \quad (3.5)$$

Burada  $I$  birim matrisi;  $H$  ise kompakt operatörü temsil etmektedir.

Söz konusu cebirsel sistemler arasındaki farkı daha iyi anlayabilmek adına Çizelge 3.1 oluşturulmuş ve bu Çizelgede belirli koşullar altında sistemlerin birbirlerine karşı avantaj ve dezavantajları gösterilmiştir.

Çizelge 3.1 Birinci tür ve ikinci tür cebrik sistemlere ilişkin bir kıyaslama [4].

<p><b>SORULAR</b></p> <p>N: Sistemin Boyutu</p> <p><math>V_N</math>: Hal sayısı</p>	<p><b>Birinci Tür</b></p> <p><b>Ax=b</b></p>	<p><b>İkinci Tür</b></p> <p><b>(I+H)x=b</b></p>
<p><math>\lim_{N \rightarrow \infty} x^N = x</math> ?</p>	<p>Genellikle HAYIR</p>	<p>EYET</p>
<p><math>V_N \leq sbt</math> ?</p> <p><math>N \rightarrow \infty</math></p>	<p><math>\ A\  \ A^{-1}\  \Rightarrow \infty</math></p>	<p><math>\ (I+H)\  \ (I+H)^{-1}\  \leq sbt</math></p>

İlk soruda, birinci türden cebrik sistemler için sistemin boyutunun ( $x^N$ ) sonsuza gitmesi durumunda, indirgenmiş N-boyutlu kırınım sınır değer probleminin çözümünün (r), orijinal çözüme (x) yakınsayıp yakınsamadığı ile ilgilenilmektedir. Bu türden bir sistemde yakınsamanın genellikle gerçekleşmediği bilinmektedir. Yakınsamanın gerçekleştiği varsayılarak, sistemin boyutunun sonsuza gitmesi durumunda hal sayısının durumunu inceleyen ikinci soruya geçilmektedir. Bu durumda birinci türden sistemin hal sayısı tanımı gereği;

$$V_N = \|A\| \|A^{-1}\| \quad (3.6)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $\| \cdot \|$  olarak gösterilen norm operatörü N-boyutlu uzaydaki vektörlerin öklid metriği tarafından oluşturulur.

Birinci türden cebrik sistemde sistemin boyutunun sonsuza gitmesi durumunda, sistemin hal sayısı da sonsuza yakınsamaktadır. Bu durum  $\|A\| \rightarrow \infty$  veya  $\|A^{-1}\| \rightarrow \infty$  şeklinde ifade edilmektedir. Dolayısıyla birinci türden cebirsel sistemler için, sistemin hal sayısının sonsuza gitmesinden dolayı matrisin tersinin alınması imkansız hale gelmekte ve çözüme ulaşılamamaktadır.



Aynı sorular ikinci türden cebirsel sistem için de sorulmalıdır. Sınır değer probleminin  $l_2$  uzayında  $(I+H)x=b$  formundaki cebirsel sisteme indirildiği varsayalım. Sistemin boyutunun sonsuza gitmesi durumunda, N-boyutlu kırım sınır değer probleminin çözümü, orijinal kırım sınır değer probleminin çözümüne yakınsamaktadır. Bununla beraber sistemin aşağıdaki şekilde tanımlanan hal sayısı ise;

$$V_N = \|1 + H\| \|(1 + H)^{-1}\| \quad (3.7)$$

belirli bir değere yakınsamak sureti ile sistemi kararlı halde tutmaktadır. Bunun anlamı birinci tür cebirsel sistemden farklı olarak, ikinci türden cebirsel sistemde her zaman matrisin tersi alınabilir ve bu sayede sistemin çözümü elde edilebilir.

### 3.3 Green's Özdeşliği ve Sınırlı Bir Dömen içerisindeki Helmholtz Eşitliğinin İntegral Gösterimi

$u = u(p)$ ,  $v = v(p)$ ,  $f = f(p)$  olmak üzere üç adet skaler fonksiyon,  $A(p)$  ve  $B(p)$  şeklinde de iki adet vektörel fonksiyon tanımlaması yapılsın.

Eğer  $u, v, B$  fonksiyonlarının birinci türevleri tanımlıysa, aşağıdaki farksal özdeşlik geçerlidir:

$$\nabla \cdot [v\nabla u - u\nabla v + uvB] = v[\Delta u + B \cdot \nabla u + cu] - u[\Delta v - \nabla \cdot (vB) + cv] \quad (3.8)$$

Burada  $c$  keyfi ve sabit bir değerdir.

Bu özdeşliğin doğruluğunu ispat edebilmek için, bilinen bir matematiksel özdeşlik kullanılabilir:

$$\nabla \cdot (fA) = f\nabla \cdot A + A \cdot \nabla f \quad (3.9)$$

Burada  $f = f(p)$  keyfi bir skaler fonksiyon;  $A = A(p)$  ise keyfi bir vektörel fonksiyondur. (3.8) numaralı eşitliğin sol tarafında görülen ilk terim şu şekilde yazılabilir:

$$\nabla \cdot (v\nabla u) = v\nabla \cdot (\nabla u) + (\nabla u) \cdot (\nabla v) = v\Delta u + (\nabla u) \cdot (\nabla v) \quad (3.10)$$

Benzer şekilde;

$$\nabla \cdot (u\nabla v) = v\nabla u + (\nabla u) \cdot (\nabla v) \quad (3.11)$$

(3.9) numaralı eşitliğin söz konusu denklemlere uygulanması sonucunda aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\nabla \cdot (uvB) = \nabla \cdot [u(vB)] = u\nabla \cdot (vB) + v(B\nabla u) \quad (3.12)$$

(3.10) ve (3.12) arasındaki eşitlikler kullanılarak (3.8) denklem kolayca elde edilebilir. L ve M olmak üzere iki adet farksal operatör tanımlansın. Burada;

$$Lu = \Delta u + (B \cdot \nabla u) + cu \quad (3.13)$$

$$Mv = \Delta v - \nabla \cdot (vB) + cv \quad (3.14)$$

Burada  $B = B(p)$  fonksiyonu birinci dereceden parçalı türevleri tanımlı keyfi bir vektör fonksiyonu; c ise sabittir.

(3.8) numaralı eşitlik aşağıdaki formatta yeniden yazılabilir:

$$vLu - uMv = \nabla \cdot (v\nabla u - u\nabla v + uvB) \quad (3.15)$$

$S = \partial V$  şeklinde tanımlı sınır yüzeyi ile  $D$  domeninde bulunan keyfi düzgün vektör fonksiyonu

$A = A(p)$  için, diverjans Ostrogradsky-Gauss teoremi geçerlidir. Dolayısı ile;

$$\int_V \nabla \cdot Adv = \int_S (A \cdot n) ds \quad (3.16)$$

(3.15) numaralı eşitlikte bulunan diverjans ifadesi bu teoremin kullanılmasına olanak sağlamaktadır:

$$\int_D (vLu - uMv) d\tau = \int_D \nabla \cdot (v\nabla u - u\nabla v + uvB) d\tau = \int_S (v\nabla u - u\nabla v + uv(B \cdot n)) ds \int_S \left\{ v \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial v}{\partial n} + uv(B \cdot n) \right\} ds \quad (3.17)$$

Burada  $d\tau$ ,  $D$  domenindeki birim hacim elemanı temsil etmektedir.  $S$  bu hacmi çevreleyen yüzeyi,  $n$  ise yüzeyin birim vektörünü ifade etmektedir.

(3.17) numaralı eşitlik genelleştirilmiş ikinci Green's teoremi olarak adlandırılmaktadır.

L ve M operatörlerini Helmholtz denkleminin uygun olarak yani  $B = 0$  ve  $c = k^2$  olarak ele alalım. Bu durumda L ve M operatörleri denk olur ve (3.17) denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\int_D (vLu - uLv) \partial\tau = \int_S \left\{ v \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial v}{\partial n} \right\} ds \quad (3.18)$$

İki boyutlu  $R^2$  uzayında tanımlı  $D$  domeni içerisinde homojen olmayan Helmholtz denkleminin çözümü  $\varphi = \varphi(p)$  fonksiyonu olsun. Bu durumda  $L$  operatörü kullanılarak;

$$L\varphi = \Delta\varphi + k^2\varphi = f \quad (3.19)$$

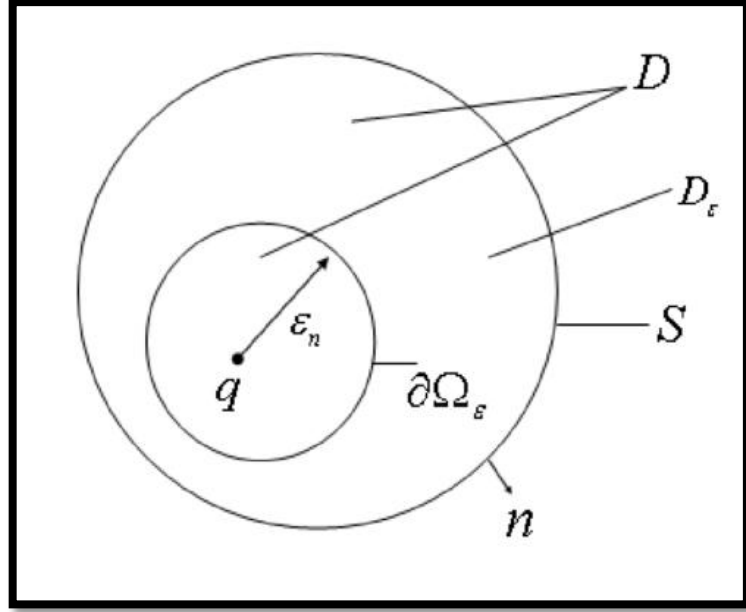
eşitliği yazılabilir. Burada  $f = f(p)$   $D$  domeninde olan ve bilinen bir sürekli fonksiyondur. Bu noktada  $q, p \in D$  şartını sağlayan iki adet değişkene bağlı  $G(q, p)$  fonksiyonu tanımlansın. Bu fonksiyon aşağıdaki şartları sağlamalıdır:

- $L_p G(q, p) = L_q G(q, p) = 0 \quad q, p \in \bar{D}, q \neq p \quad (3.20)$

- $G(q, p) = -\frac{1}{2\pi} \ln|q - p| + H(q, p), \quad q, p \in \bar{D} \quad (3.21)$

Burada kullanılan  $L_p$  ve  $L$  notasyonları,  $L$  operatörünün sırasıyla yalnızca  $q = (x_q, y_q)$  ve  $p = (x_p, y_p)$  noktalarının koordinatlarına etki ettiğini göstermektedir.

$G(q, p)$  fonksiyonu, iki boyutlu uzayda Helmholtz denkleminin esas çözümünü göstermektedir. Bu aşamada  $q$  noktasının sabit olduğu ve  $D$  domeni içerisinde yer aldığı varsayalım. Bununla beraber, yarıçapı  $s$  ve merkezi  $q$  olan  $\Omega_\epsilon$  diski tanımlanırsa aradaki  $D_\epsilon$  domeni,  $D_\epsilon = D \setminus \overline{\Omega_\epsilon}$  olarak;  $\Omega_\epsilon$  diskinin yüzey sınırı ise  $\Omega_\epsilon$  olarak ifade edilmektedir. Bu durum şekil 3.1'de gösterilmiştir.



Şekil 3.1 İki Boyutlu  $R^2$  Uzayında  $\Omega_\epsilon$  ve  $D_\epsilon$  Domeninin Görünümü [4]

$D_\epsilon$  domenindeki  $G(q, p)$  fonksiyonu düzgün bir fonksiyondur. Dolayısıyla  $v(p) = G(q, p)$  ve  $u(p) = \varphi(p)$  fonksiyonları ile beraber  $D_\epsilon$  domeninde (3.18) numaralı eşitlikte görülen ikinci Green's teoremi uygulanabilir:

$$\int_{D_\epsilon} \{G(q, p)Lp\varphi(p) - \varphi(p)LpG(q, p)\} d\tau_p = \int_{SU\partial\Omega_\epsilon} \left\{ G(q, p) \frac{\partial\varphi(p)}{\partial n_p} - \varphi(p) \frac{\partial G(q, p)}{\partial n_p} \right\} ds_p \quad (3.22)$$

$G(q, p)$  fonksiyonu (3.20) numaralı eşitlikte verilen şartı sağlaması gerektiğinden dolayı,  $L_p G(q, p) = 0, p \in D_\epsilon$  ifadesi (3.22) numaralı eşitlikte yerine konulursa;

$$\int_{D_\epsilon} G(q, p)Lp\varphi(p) d\tau_p = \int_{SU\partial\Omega_\epsilon} \left\{ G(q, p) \frac{\partial\varphi(p)}{\partial n_p} - \varphi(p) \frac{\partial G(q, p)}{\partial n_p} \right\} ds_p \quad (3.23)$$

ifadesi elde edilir.

Burada  $G(q, p)$  fonksiyonu ile ilgili olarak aşağıdaki ifadeler elde edilebilir:

- $G(q, p) = -\frac{1}{2\pi} \ln|q - p| + H(q, p);$  2 boyutlu çözüm (3.24)

- $G(q, p) = -\frac{1}{4\pi|q-p|} + H(q, p);$  3 boyutlu çözüm (3.25)

- $\lim_{\epsilon \rightarrow \infty} \epsilon^2 G(q, p) = 0$  (3.26)

- $\lim_{\epsilon \rightarrow \infty} \epsilon^2 \frac{G(q, p)}{\partial \epsilon} = \frac{1}{4\pi}$  (3.27)

(3.26) ve (3.27) eşitlikleri kullanılarak;

$$\int_{\partial\Omega\epsilon} \left\{ G(q,p) \frac{\partial\varphi(p)}{\partial n_p} - \varphi(p) \frac{\partial G(q,p)}{\partial n_p} \right\} ds_p = 0 + a(q)\varphi(q) \quad (3.28)$$

ifadesi elde edilebilir. Bu ifadede;

$$a(q) = \begin{cases} 0; & q \in R^2 \setminus D \\ \frac{1}{2}; & q \in \partial D \\ 1; & q \in D \end{cases} \quad (3.29)$$

olarak elde edilmektedir. (3.28) ve (3.29) eşitlikleri kullanılarak  $q$  e  $D$  için aşağıdaki nihai ifade elde edilebilir:

$$\int_{D\epsilon} G(q,p)f(p)d\tau = \int_{S\epsilon} \left\{ G(q,p) \frac{\partial\varphi(p)}{\partial n_p} - \varphi(p) \frac{\partial G(q,p)}{\partial n_p} \right\} ds_p = a(q)\varphi(q) \quad (3.30)$$

Bu integral gösterimi takip eden bölümlerde sıkça kullanılacak ve 2 boyutlu şekillerden kırınım konusuna baz olacaktır. Diverjans teoremi vasıtasıyla elde edilen bu gösterim, ileride kullanılacağı üzere, iki boyutlu olarak da yazılabilir. Bu durumda hacim integrasyonu yerine yüzey, hacmi çevreleyen yüzey integrasyonu yerine de yüzeyi çevreleyen kontur dikkate alınır ve işlemler buna göre yapılır. Green's fonksiyonunun da iki boyutlu çözümü kullanılır.

### 3.4 Keyfi Şekli Mükemmel İletken Engellerden Dalga Difraksiyonuna İlişkin İki Boyutlu Dirichlet Problemi

#### 3.4.1 İki Boyutlu Uzayda Kapalı Düzgün Kontur ve Parametrizasyonu

İki boyutlu  $R^2$  uzayında  $D$  domenini çevreleyen  $S$  kapalı konturunu ele alalım. Bu konturun kendisiyle kesişmeyen şekilde ve basitlik adına sonsuz düzgün yapıda olduğu varsayalım.  $S$  konturuna ait  $(-\pi, \pi)$  aralığının bir parametrizasyon fonksiyonu kullanılarak  $\eta = [-\pi, \pi] \rightarrow S$  şeklinde bire bir eşleme yöntemi ile parametrize edildiği varsayalım. Burada sonsuz düzgün yapıdaki vektör fonksiyonu aşağıdaki şekildedir:

$$\eta(\vartheta) \equiv (x(\vartheta), y(\vartheta)), \vartheta \in [-\pi, \pi] \quad (3.31)$$

(3.31) numaralı ifadede görülen  $\eta(\theta)$  parametrizasyon fonksiyonu aşağıdaki eşitliği sağlamalıdır:

$$\eta(\vartheta) \in C^\infty; \eta^{(K)}(-\pi+0) = \eta^{(K)}(\pi-0), K=0,1,2,3,\dots \quad (3.32)$$

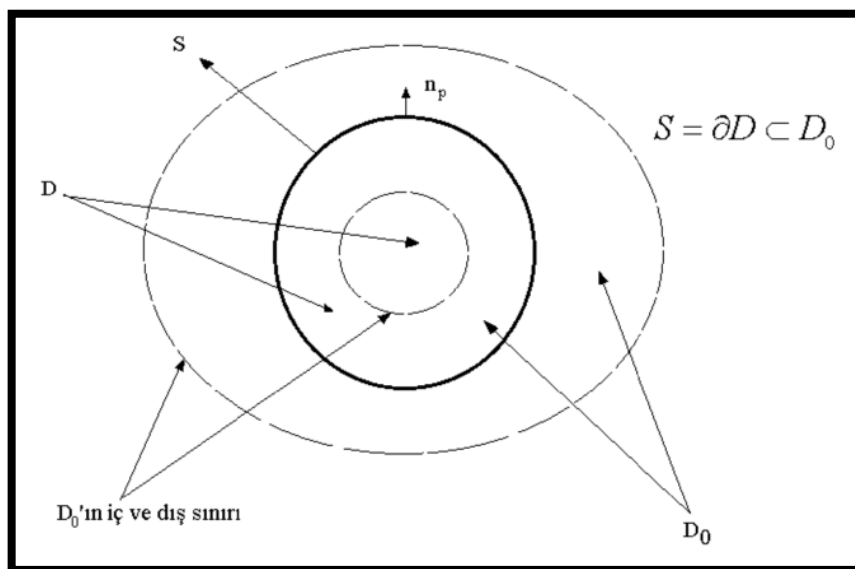
Burada  $\eta^{(K)}(\theta)$  terimi,  $\eta(\theta)$  fonksiyonunun  $K$ 'inci mertebeden türevini temsil etmektedir. Bununla birlikte  $\eta(\theta)$  fonksiyonu bire bir eşleme yaptığından dolayı, yay uzunluğunu ifade eden  $l(\theta)$  fonksiyonu aşağıdaki eşitsizliği sağlamak zorundadır ;

$$\{[x(\vartheta)]^2 + [y(\vartheta)]^2\}^{1/2} > 0, \vartheta \in [-\pi, \pi] \quad (3.33)$$

$\vartheta$  argümanı  $[-\pi, \pi]$  aralığında değiştiğinde,  $\eta(\theta) \in S$  noktasının sırası ile  $x$  ve  $y$  koordinatlarını temsil eden  $x(\vartheta)$  ve  $y(\vartheta)$  noktaları da  $(x(\vartheta), y(\vartheta)) \in S$  olacak şekilde tüm  $S$  konturunu taramaktadır.

### 3.4.2 Dirichlet Difraksiyon Problemi

$S$  konturu, sonsuz ince, mükemmel iletken yapıya sahip ve boylamsal doğrultuda homojen olan silindirin enine kesiti olarak düşünülebilir. E-polarizeli elektromagnetik dalganın söz konusu silindire gelmesi durumunda oluşan saçılan alanın hesabında Dirichlet sınır değer problemi geçerlidir. Bu problem iki boyutludur ve şekil 3.2 kullanılarak temsil edilebilir.



Şekil 3.2 İki Boyutlu  $R^2$  Uzayında  $S$  Konturu ve  $D_0$  Domeninin Görünümü [4]

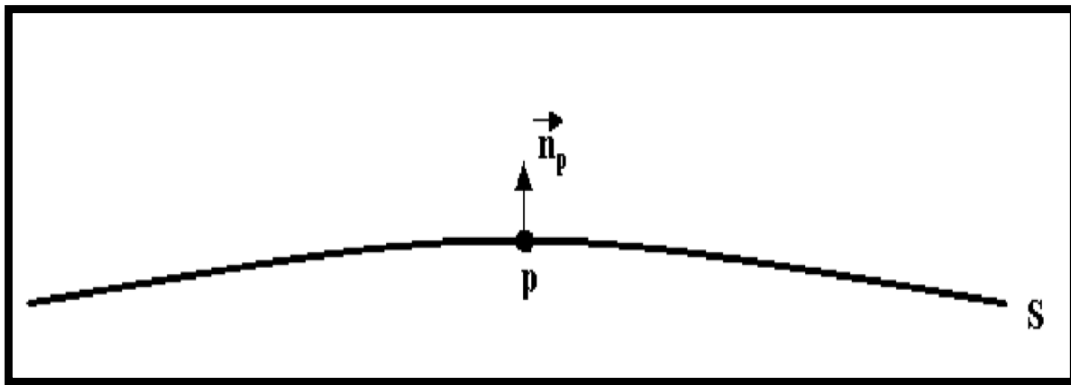
$S$  konturunu içeren  $D_0$  domeni içerisinde gelen alanı temsil eden bir  $U^\circ(p)$  fonksiyonu tanımlansın ve tanımlanan bu fonksiyon söz konusu domen içerisinde aşağıda görülen homojen Helmholtz denklemini sağlasın:

$$(\Delta + k^2)U^0(p) = 0, p \in D_0 \quad (3.34)$$

Bu durumda,  $R^2 \setminus S$  uzayında tüm ikinci dereceden kısmi türevleri tanımlı ve birinci dereceden türevleri  $S$  konturunun içerisinde ve dışarısında sürekli olan saçılan alan fonksiyonunun ( $U^s(p)$ ) bulunması gerekmektedir.

$$U^s(p) \in C^2(R^2 \setminus S) \cap C^1(\bar{D}) \cap C^1(R^2 \setminus D) \quad (3.35)$$

(3.35) numaralı ifade saçılan alan fonksiyonunun,  $S$  konturu üzerindeki herhangi bir  $p$  noktasının sonsuz küçük  $h$  değeri kadar içerisinde ve dışarısında kendisinin ve normale göre türevinin limit değerlerinin mevcut olduğunu göstermektedir. Bu durum şekil (3.3)'te görülmekte ve duruma ilişkin matematiksel eşitlikler (3.36) - (3.39) arasındaki denklemlerle gösterilmektedir.



Şekil 3.3 S Kontur Yüzeyi Üzerinde Keyfi Bir Nokta Seçimi [4]

$$U^{S(+)}(p) = \lim_{h \rightarrow +0} u(p + hn_p), \quad p \in S \quad (3.36)$$

$$U^{S(-)}(p) = \lim_{h \rightarrow +0} u(p - hn_p), \quad p \in S \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial U^{S(+)}(p)}{\partial n} = \lim_{h \rightarrow +0} \frac{\partial u(p + hn_p)}{\partial n_p}, \quad p \in S \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial U^{S(-)}(p)}{\partial n} = \lim_{h \rightarrow +0} \frac{\partial u(p - hn_p)}{\partial n_p}, \quad p \in S \quad (3.39)$$

$U^S(p)$  saçılan alan fonksiyonunun homojen Helmholtz eşitliğini sağladığı varsayılmaktadır:

$$(\Delta + k^2)U^S(p) = 0, \quad p \in R^2 \setminus S \quad (3.40)$$

Bununla beraber Sommerfeld ışınım koşulu ve  $S$  konturunun her iki yanında Dirichlet sınır koşulunu da sağlamalıdır:

$$\lim_{|p| \rightarrow \infty} |p|^{1/2} \left( \frac{\partial U^S(p)}{\partial |p|} - ikU^S(p) \right) = 0 \quad (3.41)$$

$$U^{S(+)}(p) + U^0(p) = 0; \quad U^{S(-)}(p) + U^0(p) = 0, \quad p \in S \quad (3.42)$$

(3.36) ve (3.42) arasındaki formüllerle tanımlanan problem Dirichlet Difraksiyon problemi olarak adlandırılır.

(3.34) numaralı eşitlikten görüleceği üzere,  $D_0$  domeninde herhangi bir kaynak bulunmamasıyla birlikte söz konusu kaynaklar üç boyutlu uzayda  $D_0$  domeni hariç olmak kaydıyla  $D$  domeninin içerisinde ve dışarısında bulunabilir. Dolayısıyla Dirichlet probleminin tanımı kapsamında kaynakların  $D$  domeni içerisinde olduğunda iç problem; dışarısında olduğu durumda ise dış problem olarak düşünülebilir. Difraksiyon teorisinde genellikle dış problem ele alınmakla birlikte, bazen dalga kılavuzu teorisinde olduğu gibi iç problem de inceleme konusu olabilir.  $D$  domeni içerisindeki alan ile ilgilenilmediği dış difraksiyon probleminde aşağıdaki ifade her zaman geçerlidir:

$$U^S(p) = -U^0(p), \quad p \in D \quad (3.43)$$

Bunun anlamı  $D$  domenindeki toplam alanın sıfır olmasıdır ki, bu durum yapılan fiziksel öngörüye tamamen uygundur.

### 3.4.3 İntegral Gösterimleri ve Sobolev Teoremi

$D$  domeni,  $S = \partial D$  sınır konturuna (üç boyutlu ise sınır yüzeyine) sahip kapalı bir domen olsun ve  $\nu_p$ ,  $D$  domenine ilişkin  $S$  konturu üzerindeki  $p \in S$  noktasının dış yönlü normalisi olsun. Homojen Helmholtz denkleminin çözümü olan  $\varphi(p)$  fonksiyonu denklem içerisinde aşağıdaki gibi yazılabilir:



$$(\Delta + k^2)\varphi(p) = 0 \quad (3.44)$$

(3.44) numaralı eşitlik kullanılarak (3.30) numaralı eşitlik yeniden düzenlenirse, çözüm fonksiyonunun ( $\varphi(p)$ ) integral gösterimi aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$a(q)\varphi(q) = \int_S \left\{ \varphi(p) \frac{\partial G(q,p)}{\partial v_p} - G(q,p) \frac{\partial \varphi(p)}{\partial v_p} \right\} ds \quad (3.45)$$

Burada (3.44) numaralı eşitlik ile belirtilen homojenlik durumu yalnızca kapalı  $D$  domeni

içerisinde değil aynı zamanda  $D$ 'nin tümleyeni olan kapalı domende de geçerlidir. Bu noktada

$V = R^2 \setminus \bar{D}$  şeklinde tanımlanan, kapalı  $D$  domeninin tümleyeni olan ve kapalı olmayan bir  $V$  domeni tanımlansın. Burada  $S = \partial D = \partial V$ , sırasıyla  $D$  ve  $V$  dümenlerinin sınır konturları ve  $n_p$  ise  $V$  domeninin dış yönlü normalidir.

Eğer  $\varphi(p)$  fonksiyonu homojen Helmholtz denkleminin bir çözümü ise ve bu fonksiyon ışına koşulunu da sağlıyorsa, (3.29) ve (3.30) denklemleri kullanılarak söz konusu fonksiyonun integral gösterimi aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$a(q)\varphi(q) = \int_S \left\{ \varphi(p) \frac{\partial G(q,p)}{\partial n_p} - G(q,p) \frac{\partial \varphi(p)}{\partial n_p} \right\} ds \quad (3.46)$$

Burada  $a(q)$  fonksiyonu;

$$a(q) = \begin{cases} 0; & q \in D \\ \frac{1}{2}; & q \in S \in \partial D \\ 1; & q \notin D \end{cases} \quad (3.47)$$

şeklinde ifade edilir. Eğer;

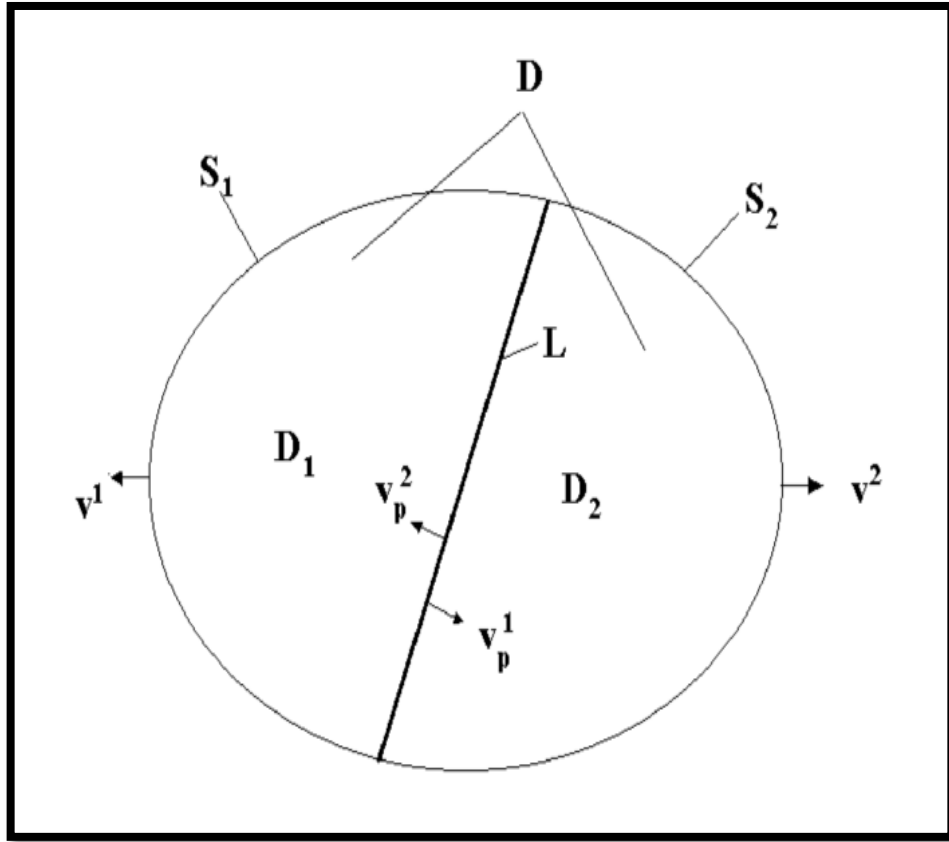
$$v_p = -n_p \quad (3.48)$$

alınmak sureti ile normalin doğrultusu zıt yönlü olacak şekilde değiştirilirse (3.46) numaralı eşitlik aşağıdaki hali alır:

$$a(q)\varphi(q) = - \int_S \left\{ \varphi(p) \frac{\partial G(q,p)}{\partial v_p} - G(q,p) \frac{\partial \varphi(p)}{\partial v_p} \right\} ds \quad (3.49)$$

Burada  $v_p$ ,  $D$  domenine ilişkin dış yönlü normaldir ve (3.49) numaralı eşitlik eğer  $\varphi(q)$  fonksiyonu homojen Helmholtz denklemini yalnızca sınırlandırılmamış  $V = R^2 \setminus \bar{D}$  domeninde değil aynı zamanda kapalı  $V = R^2 \setminus D$  domeninde de sağlıyorsa geçerlidir.

Bu noktada Sobolev Teoremi olarak da bilinen, integral gösterimleri sonucu elde edilen çok önemli bir konu ele alınacaktır.  $D_1$  ve  $D_2$  şeklinde,  $R^2$  uzayında tanımlı ve sınır konturları ortak bir  $L$  parçasına sahip olan iki ayrık domen tanımlansın. Söz konusu iki domen şekil 3.4'te görülmektedir.



Şekil 3.4 İki boyutlu  $R^2$  uzayında bulunan ayrık  $D_1$  ve  $D_2$  domenleri ve bu domenleri ayıran  $L$  ortak parçasının görünümü [4]

Sınır konturlarının ortak kısmı olan  $L$  parçası;

$$L = S_1 \cap S_2 \quad (3.50)$$

şeklinde tanımlanabilir.

$\varphi_1(p)$  ve  $\varphi_2(p)$  fonksiyonları,  $\overline{D_1}$  ve  $\overline{D_2}$  dümenlerindeki homojen Helmholtz denklemlerinin çözümleri olsunlar. Bu durumda;

$$(\Delta + k^2)\varphi_1(p) = 0, p \in \overline{D_1} \quad (3.51)$$

$$(\Delta + k^2)\varphi_2(p) = 0, p \in \overline{D_2} \quad (3.52)$$

denklemleri geçerlidir. Bununla birlikte ortak  $L$  parçası üzerinde;

$$\varphi_1(p) = \varphi_2(p), p \in L \quad (3.53)$$

$$\frac{\partial \varphi_1(p)}{\partial v_p^1} = -\frac{\partial \varphi_2(p)}{\partial v_p^2}, p \in L \quad (3.54)$$

eşitlikleri de geçerlidir. Burada  $v_p^1$  ve  $v_p^2$ , sırası ile  $S_1$  ve  $S_2$  konturlarının  $D_1$  ve  $D_2$

domenlerine göre dış yönlü olan birim normalleridir. Dolayısı ile söz konusu normaler arasında;

$$v_p^2 = -v_p^1, p \in L \quad (3.55)$$

şeklinde bir ilişki mevcuttur.

(3.54) numaralı eşitlik açıkça  $\varphi_1(p)$  ve  $\varphi_2(p)$  fonksiyonlarının sabit bir doğrultuya göre  $L$  konturu üzerinde aynı normal türevlere sahip olduğunu göstermektedir.

$$\frac{\partial \varphi_1(p)}{\partial v_p^1} = -\frac{\partial \varphi_2(p)}{\partial v_p^2}, p \in L, j = 1,2 \quad (3.56)$$

Bu aşamada  $D_0$  domeninde yeni bir fonksiyon tanımlansın:

$$D_0 = (\overline{D_1} \cap \overline{D_2}) \quad (3.57)$$

$$\varphi_0(p) = \begin{cases} \varphi_1(p), p \in (\overline{D_1} \setminus L) \\ \varphi_2(p), p \in (\overline{D_2} \setminus L) \end{cases} \quad (3.58)$$

(3.45) numaralı eşitlikte görülen integral gösterimi  $D_1$  ve  $D_2$  domenlerine uygulanır ve

(3.58) numaralı eşitlik kullanılırsa aşağıdaki integral denklem çifti elde edilir:

$$\varphi(q) = \int_{S_1} \left\{ \varphi_0(p) \frac{\partial G(q,p)}{\partial v_p^1} - G(q,p) \frac{\partial \varphi_0(p)}{\partial v_p^1} \right\} ds, p \in D_1 \quad (3.59)$$

$$0 = \int_{S_2} \left\{ \varphi_0(p) \frac{\partial G(q,p)}{\partial v_p^2} - G(q,p) \frac{\partial \varphi_0(p)}{\partial \partial v_p^2} \right\} ds, \quad q \in D_1 \quad (3.60)$$

(3.53) ve (3.54) numaralı ifadelerle belirtilen koşullar altında  $v_p^1$  ve  $v_p^2$  tanımından yola çıkılarak aşağıdaki eşitlik elde edilebilir:

$$\int_L \left\{ \varphi_1(p) \frac{\partial G(q,p)}{\partial v_p^1} - G(q,p) \frac{\partial \varphi_1(p)}{\partial \partial v_p^1} \right\} ds = \int_L \left\{ \varphi_2(p) \frac{\partial G(q,p)}{\partial v_p^2} - G(q,p) \frac{\partial \varphi_2(p)}{\partial \partial v_p^2} \right\} ds \quad (3.61)$$

Bu yüzden (3.59) ve (3.60) numaralı denklemlerin toplanması sonucu aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\varphi(q) = \int_S \left\{ \varphi_0(p) \frac{\partial G(q,p)}{\partial v_p} - G(q,p) \frac{\partial \varphi_0(p)}{\partial v_p} \right\} ds \quad (3.62)$$

Burada;

$$S = (S_1 \setminus L) \cup (S_2 \setminus L) = \partial D \quad (3.63)$$

$$D = D_1 \cup D_2 \cup L \quad (3.64)$$

$v_p$ :  $S$  konturunun  $D$  domenine göre dış yönlü birim normalidir.

Dikkat edileceği üzere (3.61) numaralı eşitliğin sağ ve sol taraflarının toplanması neticesinde (3.62) numaralı eşitlikte  $L$  üzerinden integral ifadesi sifıra eşit olduğundan yer almamaktadır.

(3.62) numaralı eşitlik yalnızca  $D_1$  domeni için elde edilmiş olmasına karşın,  $D_2$  domeni için

de geçerli olmasından dolayı söz konusu formül  $D_0$  domenindeki tüm keyfi noktalar için geçerlidir.  $\varphi_1(p)$  ve  $\varphi_2(p)$  fonksiyonlarının sırasıyla  $\overline{D_1}$  ve  $\overline{D_2}$  dümenlerindeki Helmholtz denkleminin çözümleri olmasından ve  $q \in D$  için (3.62) numaralı denklemde görülen  $G(q, p)$  fonksiyonunun düzgün yapısından dolayı  $\varphi(p)$  fonksiyonu  $D_0$ 'dan  $D$ 'ye genişletilebilir.  $G(q, p)$  fonksiyonunun özelliklerinden ve (3.62) numaralı eşitlikten yararlanılarak  $\varphi(q)$  fonksiyonu şu şekilde yazılabilir:

$$\varphi(q) = \begin{cases} \varphi_1(p), & p \in (D_1 \cup L) \\ \varphi_2(p), & p \in (D_2 \cup L) \end{cases}, \quad q \in D \quad (3.65)$$

Bu fonksiyon  $L$  konturundaki noktalar da dahil olmak üzere,  $D$  domenindeki herhangi bir nokta için homojen Helmholtz denklemini sağlar. Buradan aşağıdaki sonuç elde edilir:

Ortak  $L$  parçasını içeren  $S_1$  ve  $S_2$  konturları ile çevrili  $\overline{D_1}$  ve  $\overline{D_2}$  dümenlerinde tanımlı olan  $\varphi_1(q)$  ve  $\varphi_2(q)$  fonksiyonları tanımlansın. Eğer  $\varphi_1(q)$  ve  $\varphi_2(q)$  fonksiyonları, söz konusu domenler için homojen Helmholtz denklemi ile (3.53) ve (3.54) denklemlerini sağlıyorsa; (3.65) numaralı eşitlikte görülen  $\varphi_2(q)$  fonksiyonu da  $D = \overline{D_1} \vee \overline{D_2}$  domeninde homojen Helmholtz denklemini sağlayacaktır.

Bu ifade Sobolev teoremi olarak bilinmektedir. Diğer bir deyişle, eğer  $\overline{D}$  domeninin  $\overline{D_1} \vee \overline{D_2}$  şeklinde tanımlı alt dümenlerindeki homojen Helmholtz denkleminin çözümleri olan  $\varphi_1(q)$  ve  $\varphi_2(q)$  fonksiyonları (3.53) ve (3.54) numaralı koşulları sağlıyorsa, söz konusu iki

fonksiyon  $\overline{D}$  domenindeki homojen Helmholtz denkleminin çözümü olan  $\varphi(q)$  şeklindeki tek bir fonksiyonun iki parçası olarak düşünülebilir.

#### 3.4.4 Saçılan Alanın integral Gösterimi

(3.16) ve (3.42) arasındaki denklemlerle belirtilen,  $S = \partial D$  konturu ile çevrili  $D$  domenindeki Dirichlet difraksiyon problemini ele alalım. Bu kapsamda aşağıdaki şekilde iki adet kontur tanımı yapılsın:

$$S_h^{(+)} = \{p + hn_p : p \in S\} \quad (3.66)$$

$$S_h^{(-)} = \{p - hn_p : p \in S\} \quad (3.67)$$

Burada,  $h$  sonsuz küçük pozitif bir parametre,  $p$  noktası  $S$  konturu üzerinde dolaşan noktalar dizisi,  $n_p$  ise  $S$  konturuna göre dış yönlü birim normalidir. Bu durumda  $S_h^{(+)}, S_h^{(-)}$  konturu gibi kendi üzerinde kesişmeyen sonsuz düzgün konturlardır.

Daha önceden  $U^s(p)$  fonksiyonunun  $D$  ve  $R^2 \setminus D$  dümenlerinde homojen Helmholtz denklemini ile ışınma koşulunu sağladığı varsayılmıştı. Bunun anlamı ve  $S_h^{(+)}$  ve  $S_h^{(-)}$  konturları

ile çevrili  $\overline{D}_h$  domenindeki  $q \in R^2 \setminus D_h$  keyfi noktaları için (3.45), (3.46) ve (3.49) integral eşitlikleri kullanılabilir. Dolayısıyla,

$$\int_{S_h^{(-)}} \left\{ U^s(p) \frac{\partial G(q,p)}{\partial n_p} - G(q,p) \frac{\partial U^s(p)}{\partial n_p} \right\} ds = \begin{cases} U^s(q), q \in D_h^{(-)} \\ 0, q \in D_h^{(+)} \end{cases} \quad (3.68)$$

$$- \int_{S_h^{(+)}} \left\{ U^s(p) \frac{\partial G(q,p)}{\partial n_p} - G(q,p) \frac{\partial U^s(p)}{\partial n_p} \right\} ds = \begin{cases} U^s(q), q \in D_h^{(+)} \\ 0, q \in D_h^{(-)} \end{cases} \quad (3.69)$$

ifadeleri yazılabilir. Burada  $S_h^{(+)}$  ve  $S_h^{(-)}$  konturlarıyla sınırlandırılmış  $D_h^{(-)}$  domeni  $R^2$  uzayının bir parçasıdır. (3.68) ve (3.69) numaralı eşitliklerde  $n_p$  birim vektörünün aynı doğrultusu kullanılmıştır. Bununla birlikte  $G(q,p)$  fonksiyonu serbest uzaydaki Helmholtz denkleminin Green's fonksiyonudur.

$q \in R^2 \setminus D_h$  şartını sağlayacak şekilde keyfi ve sabit bir nokta alınsın. (3.34) formülüne göre  $U^s(p)$  ve  $\frac{\partial U^s(p)}{\partial n_p}$  fonksiyonları  $\overline{D}$  ve  $R^2 \setminus D$  domenlerinde sürekli fonksiyonlar olarak düşünülebilir. Bununla birlikte (3.36) - (3.39) aralığındaki limit ifadeleri süreklidir.  $G(q,p)$  fonksiyonu  $q$  noktasının ve sonsuz küçük  $h > 0$  için  $p \in S_h^{(+)}$  veya  $S_h^{(-)}$  seçiminden kaynaklanan sebeplerden dolayı sonsuz düzgün bir fonksiyondur.  $h \rightarrow +0$  ifadesi geçerli iken (3.68) ve (3.69) numaralı eşitliklerin sol taraflı limitlerinin var olmasının sebebi budur ve bu limitler  $S$  konturu üzerindeki  $U^{s(\pm)}(p)$  ve  $\frac{U^{s(\pm)}(p)}{\partial n}$  limit fonksiyonlarına karşılık gelen aynı integrallere eşittirler. Bu yüzden aşağıdaki formüller geçerlidir:

$$\int_S \left\{ U^{s(-)}(p) \frac{\partial G(q,p)}{\partial n_p} - G(q,p) \frac{\partial U^s(p)}{\partial n_p} \right\} ds = \begin{cases} U^s(q), q \in D \\ 0, q \in R^2 \setminus \overline{D} \end{cases} \quad (3.70)$$

$$- \int_S \left\{ U^{s(+)}(p) \frac{\partial G(q,p)}{\partial n_p} - G(q,p) \frac{\partial U^s(p)}{\partial n_p} \right\} ds = \begin{cases} 0, q \in D \\ U^s(q), q \in R^2 \setminus \overline{D} \end{cases} \quad (3.71)$$

(3.70) ve (3.71) formüllerinin sol ve sağ taraflarının birbirine eklenmesi neticesinde aşağıdaki sonuç elde edilir.

$$U^s(q) = \int_S \left\{ -\partial U^s(p) \frac{\partial G(q,p)}{\partial n_p} - G(q,p) \frac{\partial U^s}{\partial n}(p) \right\} ds, q \in R^2 \setminus S \quad (3.72)$$

Burada;

$$\delta U^s(p) = U^{s(+)}(p) - U^{s(-)}(p) \quad (3.73)$$

$$\frac{\delta \partial U^s}{\partial n}(p) = \frac{\delta \partial U^{s(+)}}{\partial n}(p) - \frac{\delta \partial U^{s(-)}}{\partial n}(p) \quad (3.74)$$

ifadeleri geçerlidir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta (3.72) numaralı eşitlik Dirichlet sınır koşulu gibi herhangi bir sınır koşulu kullanılmadan elde edilmiştir. Bu yüzden (3.72) numaralı eşitlik (3.34) - (3.42) aralığındaki koşulları sağlayan  $U^s(q)$  keyfi fonksiyonunun integral gösterimi olarak düşünülebilir. Dolayısı ile  $U^s(p)$  fonksiyonu (3.34) - (3.42) aralığındaki koşulları sağlamasının yanında,

$$\delta U^s(p) = \frac{\delta \partial U^s}{\partial n}(p) = 0, p \in S \quad (3.75)$$

eşitliğini de sağlarsa nasıl bir sonuç elde edileceği merak edilebilir.

(3.72) ve (3.75) numaralı denklemlerden aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$U^s(q) = 0 \quad (3.76)$$

Elde edilen sonuç oldukça tuhaf gibi görünse de aslında oldukça normaldir. Daha önceden incelendiği üzere Sobolev teoremi,  $U^s(p)$  fonksiyonunun tüm  $R^2$  uzayındaki homojen Helmholtz denkleminin bir çözümü olduğu sonucunu vermişti. Dahası, bu çözüm ışınım koşulunu da sağlamaktadır. Ancak doğal olarak bu türden bir fonksiyonun mevcudiyeti mümkün değildir çünkü olaya fiziksel açıdan bakılacak olunursa, herhangi bir engel yokken saçılan alanın sıfırdan farklı olması mümkün değildir.

Bu aşamada, Dirichlet sınır koşulu (3.72) numaralı eşitliğe uygulansın. Aşağıdaki ifade Dirichlet koşulundan açıkça elde edilebilir:

$$\delta U^s(p) = U^{s(+)}(p) - U^{s(-)}(p), p \in S \quad (3.77)$$

Bu yüzden Dirichlet sınır koşulu problemi durumunda saçılan alan aşağıdaki integral gösterimine sahiptir:

$$U^S(q) = \int_S G(q, p) \delta \frac{\partial U^S(p)}{\partial n} ds, q \in \mathbb{R}^2 \setminus S \quad (3.78)$$

(3.77) numaralı eşitliğin sol tarafının,  $S$  konturu civarında sürekli bir fonksiyon olduğu kolaylıkla kanıtlanabilir. Eşitliğin sağ tarafı da aynı şekilde süreklilik özelliğine sahiptir.

Buradan hareketle, (3.42) numaralı eşitlikte gösterilen Dirichlet sınır koşuluna bağlı kalacak şekilde  $U^S(q), q \in S$  fonksiyonu tanımlanırsa, integral gösterimi aşağıdaki şekilde genişletilebilir:

$$U^S(q) = \int_S G(q, p) \delta \frac{\partial U^S(p)}{\partial n} ds, q \in \mathbb{R}^2 \quad (3.79)$$

Burada  $\delta \frac{\partial U^S(p)}{\partial n}$  fonksiyonunun sıfıra eşit olması mümkün değildir. Eğer bu fonksiyon sıfıra eşit olursa saçılan alan ifadesi de sıfıra eşit olur.

### 3.4.5 Dirichlet Problemi için Birinci Türden İntegral Denklemi

(3.79) numaralı eşitliğin (3.42) numaralı sınır koşulunda yerine konulması sonucu aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\int_S G(q, p) \delta \frac{\partial U^S(p)}{\partial n} ds = -U^0(q), q \in S \quad (3.80)$$

Bu noktada  $Z_D(p)$  olarak aşağıdaki şekilde yeni bir fonksiyon tanımlansın:

$$Z_D(p) = \delta \frac{\partial U^S(p)}{\partial n} \equiv \delta \frac{\partial U^{S(+)}(p)}{\partial n} - \delta \frac{\partial U^{S(-)}(p)}{\partial n} \quad (3.81)$$

Bu fonksiyon, aşağıdaki birinci türden integral denklemini sağlayan bilinmeyen bir fonksiyon olarak düşünülecektir.

$$\int_S G(q, p) Z_D(p) ds = -U^0(q), q \in S \quad (3.82)$$

Bu aşamada, (3.82) numaralı eşitliğin çözüldüğü ve bu eşitliğin çözümü olarak  $Z_D(p)$  fonksiyonunun bulunduğu varsayalım. Bunun ardından, (3.79) numaralı denkleme uygun olarak, söz konusu fonksiyon aşağıdaki formatta ele alınabilir:

$$U(q) = \int_S G(q, p) Z_D(p) ds, q \in \mathbb{R}^2 \quad (3.83)$$



Bu fonksiyon aynı zamanda başlangıç Dirichlet sınır değer probleminin çözümü olacaktır. Ancak bu durum ispat edilmelidir. Öncelikle (3.35) ve (3.74) numaralı eşitliklerden;

$$\frac{\partial U^{s(+)}(p)}{\partial n}, \frac{\partial U^{s(-)}(p)}{\partial n} \in C(S) \quad (3.84)$$

gözlemlenebilir. Buradan;

$$\delta \frac{\partial U^s}{\partial n}(p) \equiv \delta \frac{\partial U^{s(+)}(p)}{\partial n} - \delta \frac{\partial U^{s(-)}(p)}{\partial n} \in C(S) \quad (3.85)$$

ifadesi elde edilir.

Burada  $C(S)$ ,  $S$  konturu üzerindeki tüm sürekli fonksiyonların bir sınıfıdır.

Bu yüzden (3.82) ve (3.83) integrallerindeki  $Z(p)$  fonksiyonunun kesinlikle keyfi bir fonksiyon olmadığı,  $Z(p) \in C(S)$  şeklinde, sürekli bir fonksiyon türüne ait olduğu varsayılacaktır.

### 3.4.6 Dirichlet Problemi için Integral Gösteriminin Niteliksel Özellikleri

Bu aşamada (3.83) numaralı denkleme dönülmeli ve  $U(q)$  ifadesinin (3.35) - (3.42) aralığındaki denklemlerle belirtilen Dirichlet difraksiyon probleminin çözümü olduğu kanıtlanmalıdır.

Burada  $U(q)$  tek bir tabakanın genelleştirilmiş potansiyeli olarak düşünülebilir. Bu yüzden (3.83) numaralı eşitlik kullanılarak aşağıdaki ifade elde edilebilir:

$$U^{(+)}(q) = U^{(-)}(q) = \int_S G(q,p) Z_D(p) ds \quad (3.86)$$

Daha önceden  $Z_D$  fonksiyonunun (3.82) numaralı integral denkleminin çözümü olduğu varsayımı yapılmıştı. Buradan hareketle aşağıdaki denklem çifti elde edilebilir:

$$U^{(+)}(q) = U^{(-)}(q) = -U^{(0)}(q) \quad (3.87)$$

$$U^{(+)}(q) + U^{(0)}(p) = 0; U^{(-)}(q) + U^{(0)}(p) = 0 \quad (3.88)$$

Bunun anlamı,  $U(q)$  fonksiyonu (3.11) numaralı eşitlikle gösterilen Dirichlet sınır koşulunu

sağlamaktadır. Dahası,  $R^2$  serbest uzaydaki Helmholtz denkleminin Green's fonksiyonu olan  $G(q, p)$  fonksiyonunun özelliklerinden dolayı,  $U(q)$  fonksiyonu  $R^2 \setminus S$  uzayındaki homojen

Helmholtz denkleminin bir çözümüdür ve bu fonksiyon aynı zamanda Sommerfeld ışına koşulunu da sağlamaktadır.

$U(q)$  fonksiyonunun (3.83) numaralı denklem aracılığıyla, (3.35) - (3.42) aralığındaki denklemlerle gösterilen Dirichlet difraksiyon probleminin çözümü olduğunun kanıtlanmasının sebebi budur.

Bu aşamada homojen Dirichlet difraksiyon sınır değer probleminin ( $U^\circ(p)=0$  iken) yalnızca tek bir çözüme sahip olduğu varsayalım ve bu durumda (3.82) numaralı integral gösteriminin de yalnızca tek bir çözüme sahip olabileceği kanıtlanınsın.

Bu amaçla (3.82) numaralı eşitliğin  $Z_D^{(1)}(p)$  ve  $Z_D^{(2)}(p)$  olmak üzere iki adet çözüme sahip olduğu varsayalım. Buradan hareketle,

$$Z_0(p) = Z_D^{(1)}(p) - Z_D^{(2)}(p) \quad (3.89)$$

fonksiyonu aşağıdaki homojen integral denkleminin çözümü olarak tanımlansın:

$$\int_S G(q, p) Z_0(p) ds, q \in S \quad (3.90)$$

Burada  $U_0(q)$  fonksiyonu aşağıdaki formattadır:

$$U_0(q) = \int_S G(q, p) Z_0(p) ds, q \in S \quad (3.91)$$

Bu fonksiyon homojen Dirichlet difraksiyon sınır değer probleminin bir çözümüdür:

$$U_0^{(+)}(q) = U_0^{(-)}(q) = 0, q \in S \quad (3.92)$$

Ancak daha önceden varsayıldığı üzere, söz konusu problem yalnızca bir çözüme sahip olabilir:

$$U_0(q) = 0, q \in R^2 \quad (3.93)$$

Bu eşitlikten yola çıkılarak aşağıdaki denklem elde edilebilir:

$$Z_{(q)} = \frac{\partial U_0^{(+)}(q)}{\partial n} - \frac{\partial U_0^{(-)}(q)}{\partial n} = 0, q \in S \quad (3.94)$$

Ardından, sonuç olarak;

$$Z_D^{(1)}(q) = Z_D^{(2)}(q), q \in S \quad (3.95)$$

ifadesi elde edilir. Bunun anlamı (3.82) numaralı integral denkleminin iki çözüme sahip olamayacağıdır.

### 3.4.7 Dirichlet Difraksiyon Problemi için Integral Gösteriminin Parametrize Edilmiş Hali

Daha önceden elde edilen ve (3.82) numaralı denklemlerle gösterilen integral denklemleri aşağıdaki şekilde tekrar yazılsın:

$$\int_S G(q, p) Z_0(p) ds, q \in S \quad (3.96)$$

Burada  $Z_D(p)$  bilinmeyen sürekli bir fonksiyon;  $G(q-p)$  ise iki boyutlu serbest uzaydaki

Green's fonksiyonudur. Buradan;

$$G(q-p) = -\frac{i}{4} H_0^{(1)}(k|q-p|) \quad (3.97)$$

ifadesi yazılabilir. Daha önceden belirtildiği üzere,  $S$  konturunun parametrizasyonu aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$\eta: [-\pi, \pi) \rightarrow S \quad (3.98)$$

Burada;

$$\eta: \eta(\theta) \equiv (x(\theta), y(\theta)), \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.99)$$

şeklindedir.

Bu bölümdeki amaç (3.96) numaralı denklemler parametrisasyon fonksiyonu olan  $\eta(\theta)$  fonksiyonu cinsinden yeniden yazmaktır. Bu amaçla,  $q$  ve  $p$  noktalarının,  $\theta$  ve  $\tau$  parametrelerine değerlerine karşılık düştüğü varsayılınsın. Bu durumda;

$$q = \eta(\theta); p = \eta(\tau) \quad (3.100)$$

ifadeleri yazılabilir. Bununla birlikte  $R(\theta$  ve  $\tau)$  fonksiyonu tanımlansın;

$$R(\theta, \tau) = |\eta(\theta) - \eta(\tau)| = \{[x(\theta) - x(\tau)]^2 + [y(\theta) - y(\tau)]^2\}^{\frac{1}{2}} \quad (3.101)$$

Bu şartlar altında, aşağıdaki formüllerle tanımlanan, bilinmeyen fonksiyon  $z_D(\theta)$  ve verilen fonksiyon  $g(\theta)$  detaylı olarak incelenmelidir:

$$z(\theta) = I(\theta)Z(\eta(\theta)), \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.102)$$

$$g(\theta) = -u(\eta(\theta)), \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.103)$$

Burada  $I(\theta)$  fonksiyonu aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

$$I(\theta) = \{[x(\theta)]^2 + [y(\theta)]^{-2}\}^{\frac{1}{2}} > 0, \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.104)$$

$S$  konturunun uzunluk diferansiyelinin aşağıdaki ifadeye eşit olduğu kolaylıkla gösterilebilir:

$$ds = I(\theta)d\theta \quad (3.105)$$

(3.101) - (3.105) aralığındaki formüllerin kullanılması sonucu, (3.96) numaralı denklem aşağıdaki türden integral gösterimi şeklinde elde edilebilir:

$$\int_{-\pi}^{\pi} G_D[kR(\theta, \tau)]z_d(\tau)d\tau = g(\theta), \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.106)$$

$$G_D(z) = -\frac{i}{4}H_0^1(z) \quad (3.107)$$

Burada  $z_D(\tau)$  bilinmeyen fonksiyonu temsil etmektedir.

(3.106) numaralı denklemin çözümüne başlanmadan önce integral denkleminin çekirdek fonksiyonu olan  $G[kR(\theta, \tau)]$  fonksiyonunun tekillik yapısının incelenmesi gerekmektedir.

### 3.4.8 $G_D[kR(\theta, \tau)]$ Fonksiyonunun Lokal Tekillik Açılımı

**Tanım:**  $f(\theta), \theta \in [-\pi, \pi]$  fonksiyonu, eğer  $(-\infty, \infty)$  aralığındaki  $2\pi$  periyodik sürekliliğinin sonunda  $C^m(-\infty, \infty)$  sınıfına ait ise,  $m > 0$  pozitif tamsayıları için  $C^m(\hat{O})$  sınıfına aittir denilebilir. Bu tanımdan hareketle;

$$f(\theta) \in C^m \leftrightarrow \begin{cases} f(\theta) \in C^m[-\pi, \pi] - \text{and} \\ f^k(-\pi + 0) = f^k(\pi - 0), k = 0, 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (3.108)$$

**Teorem:**  $N > \lambda$  şeklindeki herhangi bir tamsayı için aşağıdaki teklik açılımı geçerlidir:

$$G_D[kR(\theta, \tau)] = \frac{1}{2\pi} \ln|\delta| \{1 + \sum_{n=2}^N A_n(\theta) \delta^n\} + F_N(\theta, \tau) \quad (3.109)$$

Burada;

$$\delta = \tau - \theta \quad (3.110)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

$F_N(\theta, \tau)$  fonksiyonu,  $\tau - \theta < 2\pi$  domeninde  $N$ 'inci dereceden küçük tüm türevleri sürekli olan bir fonksiyondur.  $A_n(\theta)$  ise reel  $k$  değerleri için reel değerlere sahip bir fonksiyondur.

$$A_N(\theta) \in C^\infty(\mathcal{O}) \quad (3.111)$$

Bununla birlikte,  $\tau - \theta \rightarrow 2\pi$  iken (3.108) numaralı denklem,  $\delta$  teriminin  $\delta \equiv \delta - 2\pi$  ile

değiştirilmesinin ardından hala geçerliliğini korumaktadır.  $A_N(\theta)$  ve  $F_N(\theta, \tau)$  fonksiyonları,  $\delta$  teriminin  $\delta \equiv \delta + 2\pi$  ile değiştirilmesinin ardından,  $-\pi < \theta < \tau$  domeninde sahip olduğu özellikleri korumaktadır.

### 3.4.9 Dirichlet Problemi için İntegral Denkleminin İkinci Türden Sonsuz Cebirsel Sisteme İndirgenmesi

(3.106) numaralı denklem aşağıdaki şekilde tekrar yazılmak sureti ile ele alınsın:

$$\int_{-\pi}^{\pi} G_D[kR(\theta, \tau)] z_d(\tau) d\tau = g(\theta), \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.112)$$

$G_D[kR(\theta, \tau)]$  ifadesindeki teklik daha önceden aşağıdaki şekilde elde edilmişti:

$$G_D[kR(\theta, \tau)] = \frac{1}{2\pi} \ln|\delta| \{1 + \sum_{n=2}^N A_n(\theta) \delta^n\} + F_N(\theta, \tau) \quad (3.113)$$

Bu ifade analiz edilirse, söz konusu yapıda iki adet tekliğin mevcut olduğu sonucuna varılmaktadır. Bu teklikler şu şekilde gösterilebilir:

$$1: \ln|\delta|$$

$$2: \ln|\delta| \delta^2 A_2(\theta) = (\tau - \theta)^2 \ln|\tau - \theta|$$

Bu aşamada yapılması gereken ilk işlem tekilliğin ortadan kaldırılmasıdır. Bu amaçla Green's fonksiyonunun (burada Henkel fonksiyonu) tekil kısmı, fonksiyonun tekilliğe sahip olmayan düzgün kısmından ayrılmalıdır. Bu işlemin ardından aşağıdaki ifade elde edilir:

$$G_D[kR(\theta, \tau)] = \frac{1}{2\pi} \left\{ \ln \left| 2 \sin \frac{\theta - \tau}{2} \right| + K_D(\theta, \tau) \right\}, \tau, \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.114)$$

Burada  $K_D(\theta, \tau)$  fonksiyonu aşağıdaki iki koşulu da sağlamaktadır:

$$K_D(\theta, \tau) \in C^1(Q^2) \quad (3.115)$$

$$\frac{\partial^2 K_D(\theta, \tau)}{\partial^2 \theta}, \frac{\partial^2 K_D(\theta, \tau)}{\partial \theta \partial \tau}, \frac{\partial^2 K_D(\theta, \tau)}{\partial^2 \tau} \in L^2([-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]) \quad (3.116)$$

(3.114) numaralı denklem integral eşitliğinde yerine konulursa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\frac{1}{2\pi} \left\{ \ln \left| 2 \sin \frac{\theta - \tau}{2} \right| + K_D(\theta, \tau) \right\} Z_D(\tau) \partial \tau = g(\theta), \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.117)$$

Bu aşamada yapılacak işlem integral denkleminin her iki yanının Fourier dönüşümünün alınması suretiyle denklemin sayısal hale getirilmesidir. Bu amaçla (3.129) numaralı denklemde görülen fonksiyonların Fourier serisine açılmış halleri aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$Z_D(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} z_n e^{jn\tau}, \tau \in [-\pi, \pi] \quad (3.118)$$

$$g(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n e^{jn\theta}, \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.119)$$

$$K_D(\theta, \tau) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} k_{sn} e^{j(s\theta + n\tau)}, \tau, \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.120)$$

Burada;

$$k_{sn} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} K_D(\theta, \tau) e^{j(s\theta + n\tau)} \partial \theta \partial \tau \quad (3.121)$$

ile ifade edilebilir.

Burada önemli olan nokta, (3.118) - (3.120) aralığındaki fonksiyonlar sayısal Fourier serisi açılımını zorlaştıracak tekillik noktasına sahip olmadıklarından dolayı, bu fonksiyonlar düzgün fonksiyon olarak kabul edilmekte ve Fourier seri açılımları sayısal olarak yapılmaktadır. Ancak diğer fonksiyonlardan farklı olarak logaritmik tekillik noktasına sahip olan logaritmik kısmın Fourier seri açılımı sayısal olarak değil analitik olarak yapılmaktadır. Yöntemin sayısal-analitik yöntem olarak adlandırılmasının temel nedeni budur.

Tekillik noktasına sahip logaritmik kısmın analitik Fourier seri açılımı aşağıdaki şekilde yapılmaktadır:

$$\ln \left| 2 \sin \frac{\theta - \tau}{2} \right| = -\frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |n|^{-1} z_n e^{jn\tau}; \tau, \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.122)$$

Fonksiyonların ortogonalite özellikleri de aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

$$\int_{-\pi}^{\pi} e^{j(m-n)\tau} d\tau = \delta_{n,s} \text{ (kronecker delta)} = \begin{cases} 1; & m = n \\ 0; & m \neq n \end{cases} \quad (3.123)$$

İfadeler derlendiğinde;

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} z_n e^{jn\theta} - 2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (k_{n,-m} z_m) e^{jn\theta} = -2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n e^{jn\theta} \quad (3.124)$$

ifadesi elde edilir. (3.124) eşitliğinin sağ ve sol taraflarının denkleştirilmesi ile;

$$-2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} k_{0,-m} z_m = -2g_0 \quad (3.125)$$

$$|s|^{-1} z_s - 2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} k_{s,-m} z_m = -2g_s; s = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.126)$$

Bu denklem sistemi birinci türdür. Daha önce de belirtildiği gibi birinci tür cebrik sistemlerde kararsızlık problemi olduğundan dolayı bu denklem sisteminin ikinci türden cebrik sisteme dönüştürülmesi yani regülerize edilmesi gerekmektedir. Bu amaçla aşağıda görülen değişken dönüşümleri yapılmalıdır:

$$\hat{z}_s = \tau_n^{-1} z_n \quad (3.127)$$

$$\hat{k}_{s,m} = -2\tau_s \tau_m \hat{k}_{s,-m}; \hat{g}_s = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.128)$$

$$\hat{z}_s + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \hat{k}_{s,m} \hat{z}_m = \hat{g}_s; s = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.129)$$

Analitik Regülerizasyon yönteminde sistemin hal sayısı  $V_N$ , kesme sayısı olan  $N$  sonsuza giderken, sonlu bir değere yakınsamaktadır. Bu durum şöyle açıklanabilir:

$$\sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (|s| + 1)(|m| + 1)|k_{sm}|^2 < \infty \quad (3.130)$$

(3.129) denkleminin ikinci türden cebrik sisteme dönüştürülmesi sonucu aşağıdaki ifade elde edilmektedir:

$$(\hat{I} + \hat{K})\hat{z} = \hat{g} \quad (3.131)$$

Burada;

$\hat{K}$ ; kompakt operatör,  $\hat{z}$ ; bilinmeyen vektör sütunu,  $\hat{g}$ ; gelen dalga olarak tanımlanır.

Böylece Dirichlet sınır değer problemi sonsuz boyutlu ikinci dereceden lineer denklem sistemine indirgenmiştir. Böylece sınır değer probleminin sayısal olarak çözümü mümkün kılınmıştır. Teorik olarak boyut sonsuz olarak yazılabilse de pratikte hesaplamalarda kullanılacak bilgisayar sistemlerinin sınırlı hafıza elemanlarına sahip olmalarından dolayı optimum bir  $N$  değeri belirlenir. Dolayısıyla yapılan hata yüzdesi doğrudan seçilen  $N$  değerine bağlıdır. Bu doğrultuda (3.129) eşitliği düzenlenecek olursa;

$$\hat{z}_s + \sum_{m=-N}^{\infty} \hat{k}_{s,m} \hat{z}_m = \hat{g}_s ; s = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.132)$$

Olarak elde edilir.

ARM'de  $N$  değerini etkileyen başlıca faktörler kontür yapısı ve gelen dalga karakteristiğidir.  $N$  değeri uygun olarak büyük seçilirse sistem kararlı bir davranış gösterecektir[5].



### BESLEME HORN ANTENİ

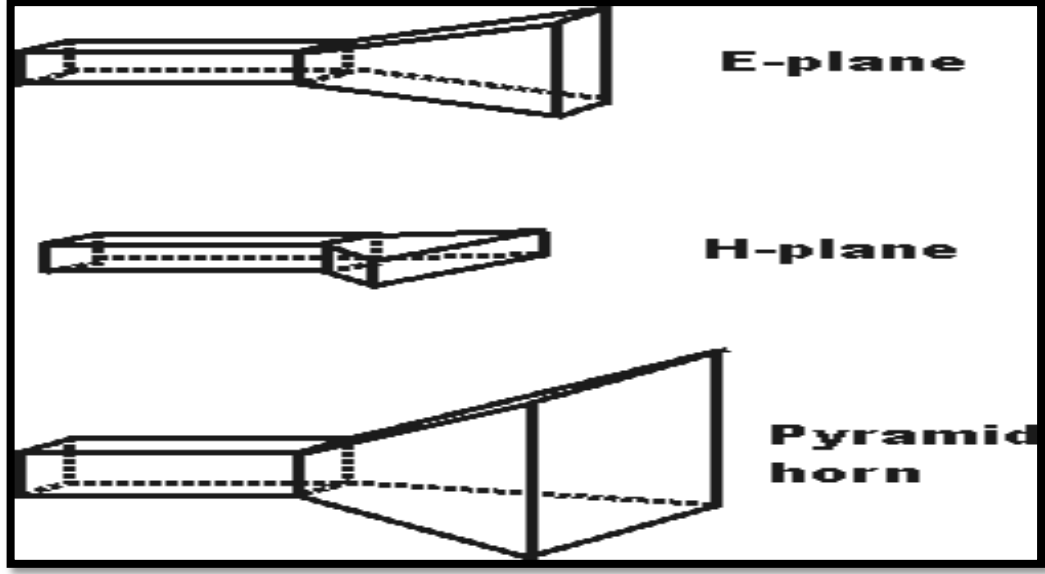
Parabolik reflektör antenlerde sıkça kullanılan besleme anteni tekli veya dizi halindeki horn antenlerdir. Tercih edilmelerinde geniş bantlı olmaları , yönlendiricilikleri ve yüksek kazançlı olmaları gibi anten parametreleri etkili olmaktadır. Bu çalışmada cassegrain tipi parabolic reflector anten yapısı için de horn anten kullanılması düşünülmektedir.

#### 4.1 Horn Antenler

RF haberleşme sistemlerinde, yüksek güçlü mikrodalga aygıtlarında, elektromanyetik uyumluluk testlerinde, mikrodalga ve milimetrik dalga radarlarında ve parabolik yansıtıcı antenlerin beslemesinde yaygın olarak kullanılan en popüler antenlerden biridir. Son yıllarda horn antenlerin ışınım karakteristikleri en temel konfigürasyonlardan başlanarak incelenmiş ve çok çeşitli pratik horn antenler geliştirilmiştir.

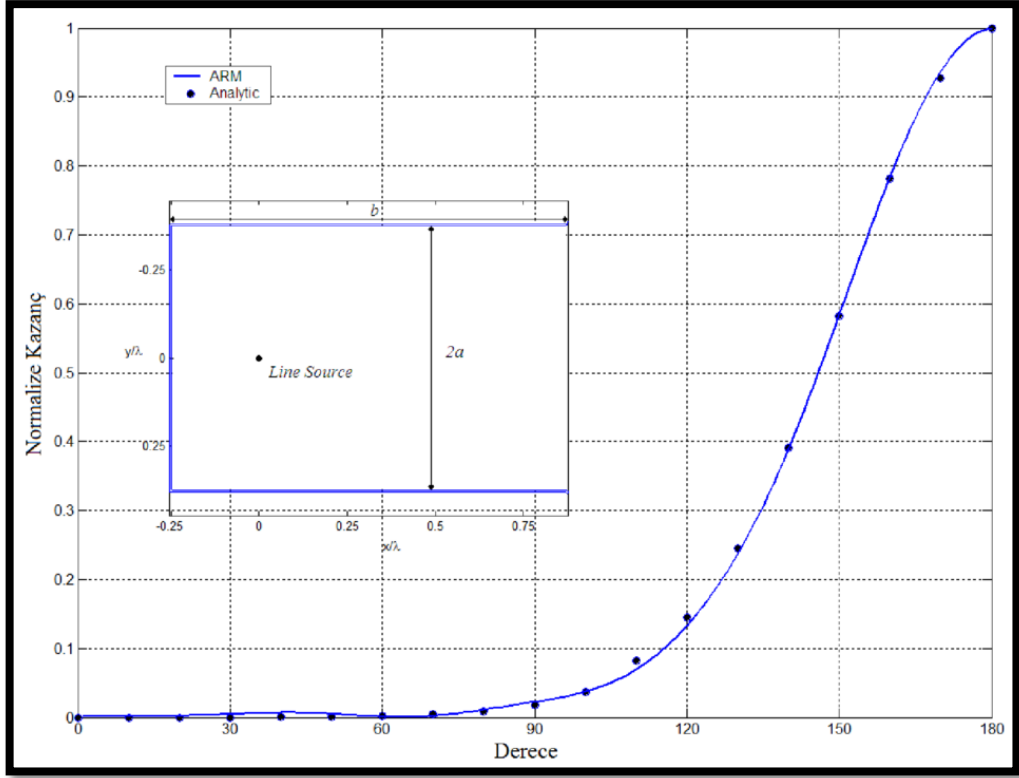
Bununla beraber, faz dizileri için oldukça yaygın bir eleman olup, diğer tür yüksek kazançlı antenlerin kazanç ölçümlerinde ve kalibrasyonunda genel standart olarak kabul edilir. Yaygın kullanılmalarının başlıca sebepleri ise; yapımının kolay olması, besleme kolaylığı, çok çeşitli olması, yüksek kazançlı olması, ve yüksek performans sağlaması olarak sıralanabilir.[6]

Bir elektromanyetik horn anten aşağıda da gösterildiği gibi çeşitli formlarda olabilir.



Şekil 4.1 Başlıca Horn Anten Yapıları [7]

Cassegrain tipi parabolik reflektör antende kullanılacak olan horn antenin tasarım ve analizinden önce ARM doğrulama işlemi yapılmıştır. Doğrulama işleminde dalga kılavuzu ışması için Weinstein'ın analitik çözümü kullanılmıştır.



Şekil 4.2 Dalga Kılavuzunun ARM ve Analitik Olarak Uzak Alan Paterni Doğrulaması [

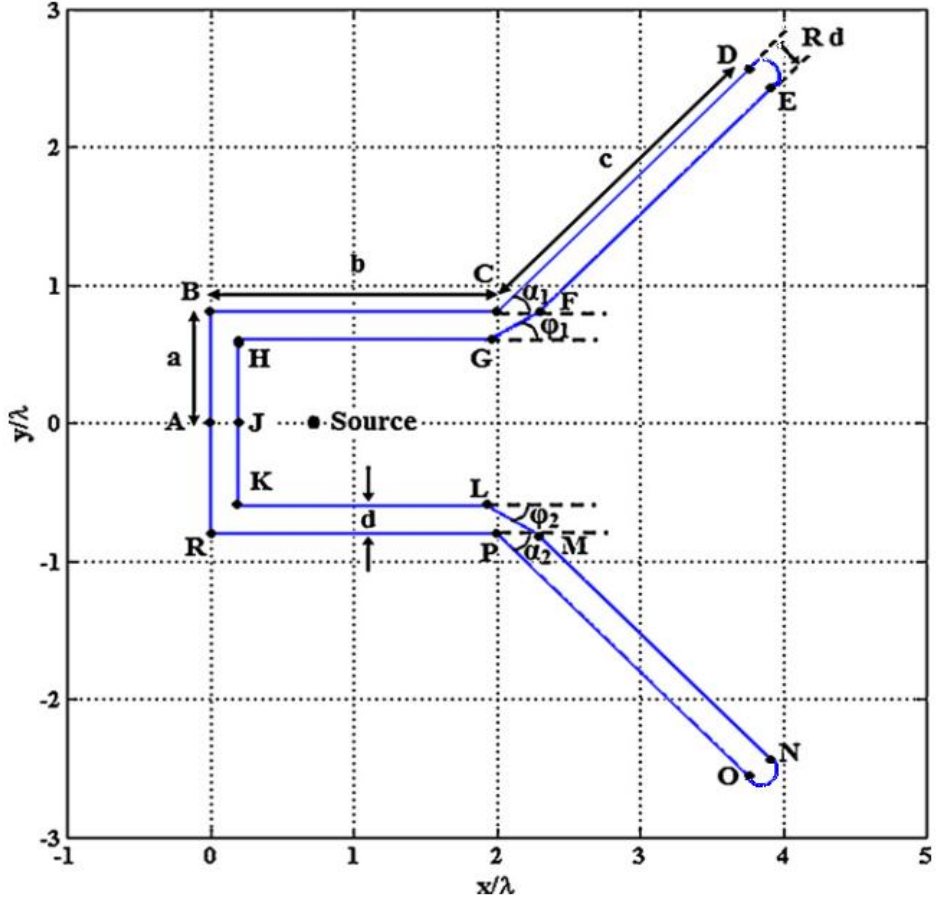
[8]

Doğrulama grafiğinden de anlaşılacağı üzere elde edilen sonuç, analitik sonuca oldukça yakınsamaktadır.

Bu işlemin ardından bu çalışmada kullanılan horn antenin tasarımına geçilmiştir.

## 4.2 Horn Anten Geometrisi

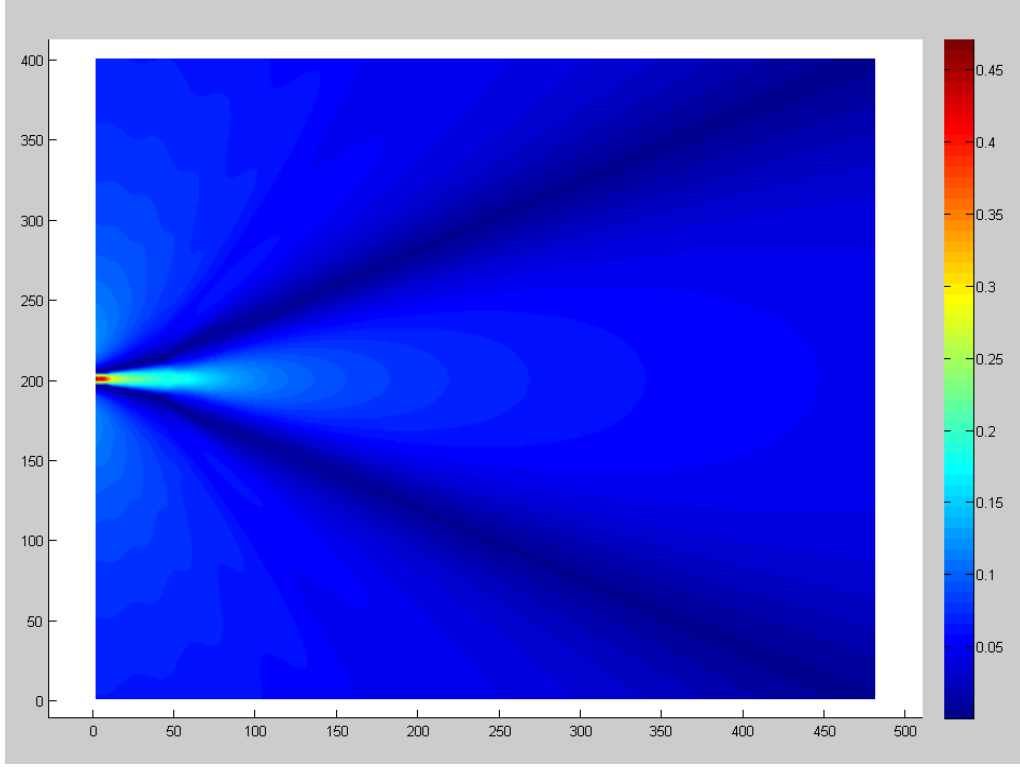
ARM visual studyo'da geometrik tasarım bir noktadan başlanarak el kaldırılmadan çizilen bir şekil gibi tasarlanır. Bu onu iki boyutlu kılmaktadır. Belirlenen noktalar arasına küçük silindir yapıları koyarak bütüncül şekil oluşturulmaya çalışılır.



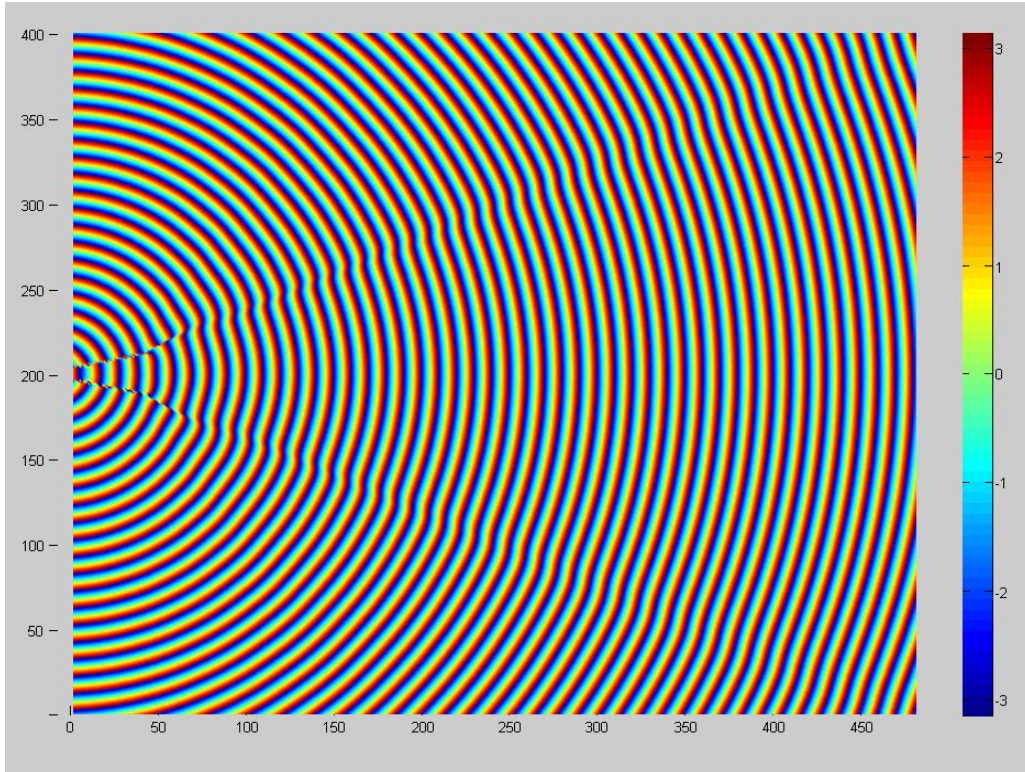
Şekil 4.3 Horn Anten Geometrisi

Şekil 4.3'te görüldüğü üzere bir noktadan başlanarak aynı noktaya ulaşılmasıyla geometrik tasarım tamamlanmış olur. Adım adım formülasyon Çizelge 4.1'de sunulmuştur[9].

Cassegrain parabolik reflektör yapısının temel besleme anteni olarak alınan horn antenin parametreleri  $a=0.481$ ,  $b=2.6$ ,  $c=4$ ,  $d=0$ ,  $R=1$ ,  $\alpha_1=11.18$ ,  $\alpha_2=11.18$ ,  $\phi_1=45$ ,  $\phi_2=45$  olacak şekilde ayarlanmıştır. Optimizasyon çalışmaları sırasında horn anten parametreleri de değiştirilecektir.



Şekil 4.4 Horn Anten Yakın Alan Genlik Işımması



Şekil 4.5 Horn Anten Yakın Alan Işımması Faz Eğrileri

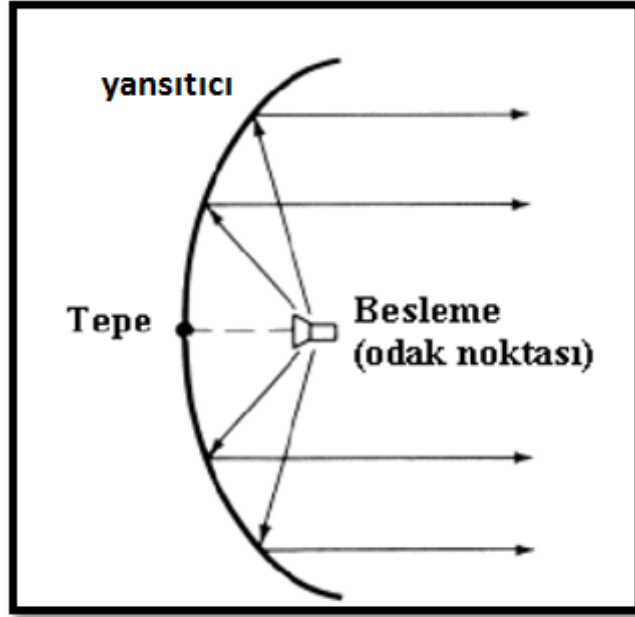
Çizelge 4.1 Horn konturunun parametrik tanımlaması ve segment uzunlukları

No	Aralık	Açıklama	Segment uzunluğu
1	AB	$-\pi \leq \vartheta < -\pi + 2L_{AB} \pi/L$	$L_{AB} = a$
2	BC	$-\pi + 2L_{AB} \pi/L \leq \vartheta < -\pi + 2L_{BC} \pi/L$	$L_{BC} = L_{AB} + b$
3	CD	$-\pi + 2L_{BC} \pi/L \leq \vartheta < -\pi + 2L_{CD} \pi/L$	$L_{CD} = L_{BC} + c$
4	DE	$-\pi + 2L_{CD} \pi/L \leq \vartheta < -\pi + 2L_{DE} \pi/L$	$L_{DE} = L_{CD} + \pi R d / 2$
5	EF	$-\pi + 2L_{DE} \pi/L \leq \vartheta < -\pi + 2L_{EF} \pi/L$	$L_{EF} = L_{DE} + c - d / \tan \alpha_1$
6	FG	$-\pi + 2L_{EF} \pi/L \leq \vartheta < -\pi + 2L_{FG} \pi/L$	$L_{FG} = L_{EF} + d / \sin \phi_1$
7	GH	$-\pi + 2L_{FG} \pi/L \leq \vartheta < -\pi + 2L_{GH} \pi/L$	$L_{GH} = L_{FG} + b - db_1 - d$
8	HJ	$-\pi + 2L_{GH} \pi/L \leq \vartheta < -\pi + 2L_{HJ} \pi/L$	$L_{HJ} = L_{GH} + a - d$
9	JK	$-\pi + 2L_{HJ} \pi/L \leq \vartheta < -\pi + 2L_{JK} \pi/L$	$L_{JK} = L_{HJ} + a - d$
10	KL	$-\pi + 2L_{JK} \pi/L \leq \vartheta < -\pi + 2L_{KL} \pi/L$	$L_{KL} = L_{JK} + b - db_2 - d$
11	LM	$-\pi + 2L_{KL} \pi/L \leq \vartheta < -\pi + 2L_{LM} \pi/L$	$L_{LM} = L_{KL} + d / \sin \phi_2$
12	MN	$-\pi + 2L_{LM} \pi/L \leq \vartheta < -\pi + 2L_{MN} \pi/L$	$L_{MN} = L_{LM} + c - d / \tan \alpha_2$
13	NO	$-\pi + 2L_{MN} \pi/L \leq \vartheta < -\pi + 2L_{NO} \pi/L$	$L_{NO} = L_{MN} + \pi R d / 2$
14	OP	$-\pi + 2L_{NO} \pi/L \leq \vartheta < -\pi + 2L_{OP} \pi/L$	$L_{OP} = L_{NO} + c$
15	PR	$-\pi + 2L_{OP} \pi/L \leq \vartheta < -\pi + 2L_{PR} \pi/L$	$L_{PR} = L_{OP} + b$
16	RA	$-\pi + 2L_{PR} \pi/L \leq \vartheta < -\pi$	$L = L_{PR} + a$
		$* db_{1,2} = d \tan \phi_{1,2} - d \tan \alpha_{1,2}$	

### PARABOLİK REFLEKTÖR ANTENLER

#### 5.1 Klasik Parabolik Reflektör Antenler

Reflektör antenler, Hertz tarafından elektromagnetik dalga yayılımının keşfedildiği 1888 yılından beri yaygın olarak kullanılan temel anten yapılarından birisidir. Ancak, değişik geometriye sahip reflektör antenlerin analiz ve tasarım işlemleri değişik radar yapılarının kullanılmaya başlandığı II. Dünya Savaşı'na kadar oldukça yavaş ilerlemiştir. Radyo astronomi, mikrodalga haberleşme ve uydu takibi gibi değişik uygulamalara duyulan ihtiyaçlar neticesinde, antenin kazancını artırabilmek adına açıklık üzerindeki aydınlatmanın optimizasyonu, reflektör yüzeyinin şekillendirilmesine ilişkin deneysel ve analitik özel teknikler büyük bir hızla gelişmeye başlamıştır. Reflektör antenlerin uzay programlarındaki ihtiyaçlar kapsamında gerekli olan uzak mesafelerden haberleşmenin sağlanabilmesi amacıyla kullanılması ve özellikle ayın yüzeyine yerleştirilmeleri ile ilgili yapılan çalışmalar neticesinde, reflektör anten kelimesi 1960'lı yıllarda günlük hayatımızda sık kullanılan kelimeler arasındaki yerini almıştır [10].

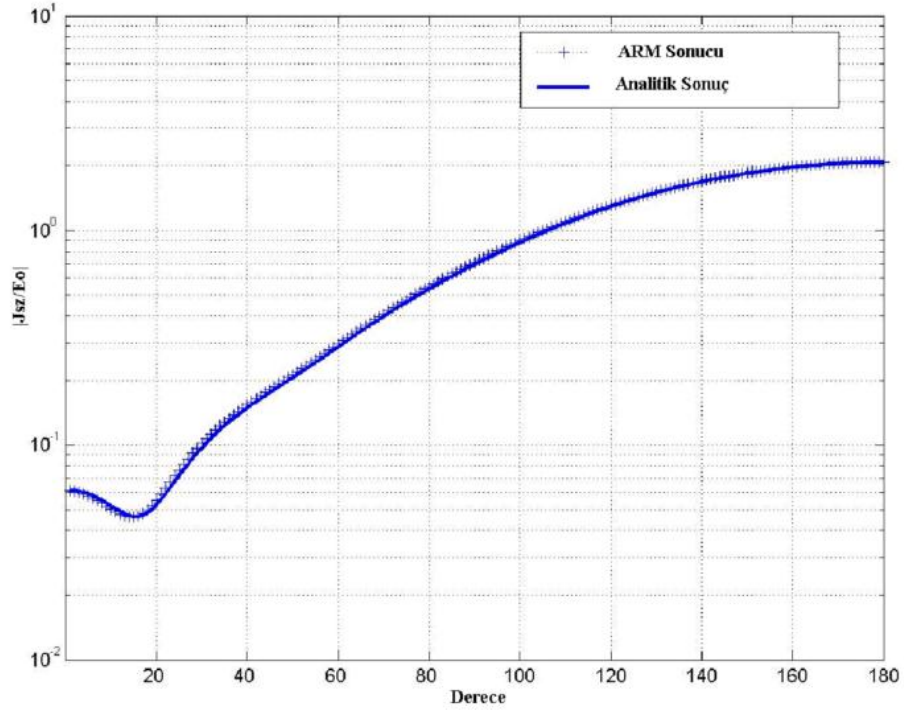


Şekil 5.1 Klasik Parabolik Reflektör Anten Yapısı

Anten paterni, anten verimliliği, polarizasyon ve ayırıcılık gibi bir reflektörün genel ışınım karakteristikleri yüzey konfigürasyonu üzerinde yapılacak değişikliklerle geliştirilebilir. Geometrik optik yaklaşımından bilindiği üzere, parabol şekline sahip bir yüzeye paralel olarak gelen ışın demetleri, odak noktası olarak bilinen bir noktaya yönleneceklerdir. Benzer şekilde eğer odak noktasına bir nokta kaynak yerleştirilirse, parabolik reflektöre gelen sinyaller söz konusu yüzeyden paralel demetler halinde yansıtılacaktır. Bu durum aslında resiprosite olarak bilinen durumun bir türüdür.

Parabolik yüzey üzerindeki simetrik nokta tepe noktası olarak bilinir. Paralel formda ortaya çıkan ışın demetleri genellikle yönlendirilmiş olarak adlandırılırlar. Pratikte yönlendirme yayılan sinyaller tam olarak paralel olmasa bile, bir antenin yüksek yönlendiricilik karakteristiklerini belirtmek amacıyla kullanılır[10].





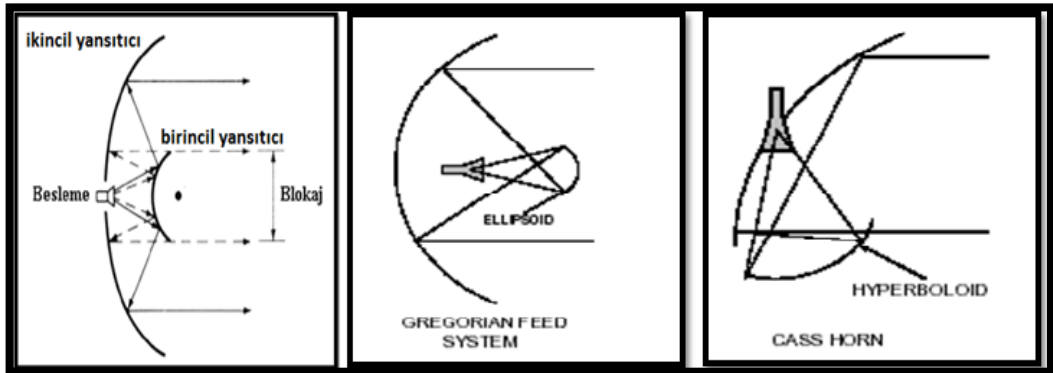
Şekil 5.2 Silindir Üzerine Endüklenen Akım Yoğunluğuna İlişkin ARM ve MOM ile Yapılan Doğrulama İşlemi [5]

## 5.2 Cassegrain Tipi Parabolik Reflektör Antenler

Ünlü bir gökbilimci olan Cassegrain, geometrik optik aracılığıyla, paralel olarak gelen ışınların iki adet reflektör kullanılmak sureti ile tek bir noktada odaklanabileceğini göstermiştir. Bunu gerçekleştirebilmek için ana reflektörün parabol, ikincil reflektörün ise hiperbol olması gerekmektedir. Bununla birlikte besleme parabolün ekseninde tepede veya tepeye yakın bir yerde olmalıdır. Cassegrain bu tasarımı optik teleskopların yapımı için kullanmıştır.

Ardından, aynı tasarım radyo frekans sistemlerinde kullanılmak üzere kopyalanmıştır. Bu düzenlemeyle, beslemeden yayılan ışınlar ilk olarak ikincil reflektörü aydınlatmakta ve sanki parabolün (birincil reflektör) odak noktasına konuşlandırılmış gibi birincil reflektöre doğru yansıtılmaktadır. Ardından söz konusu ışınlar birincil reflektör tarafından yansıtılmakta ve sonuç olarak paralel ışın demetleri halini almaktadır. İkincil reflektör ve birincil reflektörün kenarlarında meydana gelen difraksiyonların, genel sistemin paterni hesaplanırken mutlaka göz önüne alınması gerekmektedir. Cassegrain

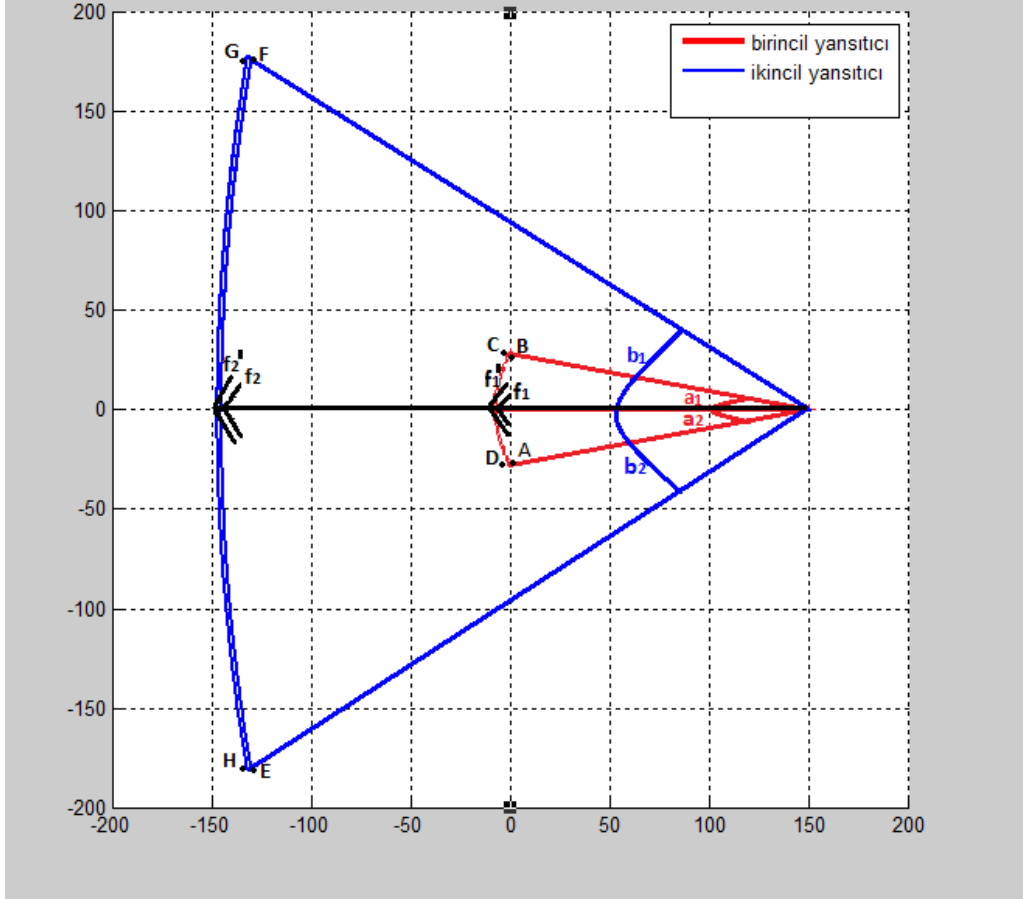
besleme yapısı kullanılarak verici ve/veya alıcı cihazlar birincil reflektörün arkasına konuşlandırılabilir[11].



Şekil 5.3 Farklı Cassegrain Anten Yapıları [7]

### 5.3 Cassegrain Anten Yapısının Yüzey Geometrisi

Cassegrain anteni kolları aynı yöne bakan iki parabolün kendi eksenini etrafında döndürülmesiyle oluşur. Büyük parabolik yansıtıcının gelen döne paraboloid şeklindeki dalgayı düzlem dalgaya dönüştürebilmesi için besleme anteninden çıkarak birincil yansıtıcıya ve oradan da saçılarak ikincil yansıtıcıya gelen dalga'nın faz eğrilerinin ikincil yansıtıcıya teğet geçmesi istenir. [11]



Şekil 5.4 Cassegrain Anten Yüzey Geometrisi

Çizelge 5.1 Birincil Yansıtıcı yapısına ilişkin kontur açıklamaları ve segment uzunlukları

[4]

No	Aralık	Açıklama	Segment uzunluğu
1	AB	$-\pi \leq \vartheta < -\pi + 2L_{AB} \pi/L$	$L_{AB} = f_1 \tan((b_1 - b_2)/2)$
2	BC	$-\pi + 2L_{AB} \pi/L \leq \vartheta < -\pi + 2L_{BC} \pi/L$	$L_{BC} = L_{AB} + \pi c_2$
3	CD	$-\pi + 2L_{BC} \pi/L \leq \vartheta < -\pi + 2L_{CD} \pi/L$	$L_{CD} = L_{BC} + f_1' / ((\tan b_1 - b_2)/2)$
4	DA	$-\pi + 2L_{CD} \pi/L \leq \vartheta < \pi$	$L = L_{LM} + c_1$
<p>*** <math>c_1 = (f_1 - f_1') / (1 + \cos(b_2))</math>, <math>c_2 = (f_1 - f_1') / (1 + \cos(b_1))</math></p>			

Birincil Yansıtıcının kesiti Parabol eğrisi biçimindedir. Dış odak uzaklığı  $f_1'$ , odak uzaklığı  $f_1$  dir. Bu yansıtıcının kesiti A-D noktaları arasında tanımlı L uzunluğunda kapalı bir kontur olarak aşağıdaki biçimde modellenmiştir.

$$L=L_{AB}+L_{BC}+L_{CD}+L_{DA} \quad (4.1)$$

$$x = -\frac{-2f_1 \cos(\varphi_1)}{1+\cos(\varphi_1)} - X_S, \quad y = -\frac{-2f_1 \sin(\varphi_1)}{1+\sin(\varphi_1)}, \quad l \in [A, B] \quad (4.2)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= c_2 \cos \left[ \frac{(-l+L_{AB})}{c_2} + \pi - a_1 \right] - \frac{(f_1 + f_1') \cos(a_1)}{1+\cos(a_1)} - (R-1)c_2 \cos(a_1) \\ y &= c_2 \sin \left[ \frac{(-l+L_{AB})}{c_2} + \pi - a_1 \right] - \frac{(f_1 + f_1') \sin(a_1)}{1+\sin(a_1)} - (R-1)c_2 \sin(a_1) \end{aligned} \right\} l \in [B, C] \quad (4.3)$$

$$x = -\frac{-2f_2 \cos(\varphi_2)}{1+\cos(\varphi_2)} - X_S, \quad y = -\frac{-2f_2 \sin(\varphi_2)}{1+\sin(\varphi_2)}, \quad l \in [C, D] \quad (4.4)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= c_1 \cos \left[ \frac{(-l+L_{CD})}{c_1} + \pi - a_2 \right] - \frac{(f_1 + f_1') \cos(a_2)}{1+\cos(a_2)} - (R-1)c_1 \cos(a_2) \\ y &= c_1 \sin \left[ \frac{(-l+L_{CD})}{c_1} + \pi - a_2 \right] - \frac{(f_1 + f_1') \sin(a_2)}{1+\sin(a_2)} - (R-1)c_1 \sin(a_2) \end{aligned} \right\} l \in [D, A] \quad (4.5)$$

Çizelge 5.2 İkincil Yansıtıcı yapısına ilişkin Kontur Açıklamaları ve Segment Uzunlukları

No	Aralık	Açıklama	Segment uzunluğu
1	EF	$-\pi \leq \vartheta < -\pi + 2L_{EF} \pi/L$	$L_{EF} = f_2 \tan((a_1 - a_2)/2)$
2	FG	$-\pi + 2L_{EF} \pi/L \leq \vartheta < -\pi + 2L_{FG} \pi/L$	$L_{FG} = L_{EF} + \pi c_2'$
3	GH	$-\pi + 2L_{FG} \pi/L \leq \vartheta < -\pi + 2L_{GH} \pi/L$	$L_{GH} = L_{FG} + f_2' \tan((a_1 - a_2)/2)$
4	HE	$-\pi + 2L_{GH} \pi/L \leq \vartheta < \pi$	$L = L_{LN} + c_1'$
*** $c_1' = (f_2 - f_2')/(1 + \cos(a_2))$ , $c_2' = (f_2 - f_2')/(1 + \cos(a_1))$ ,			

$$L=L_{EF}+L_{FG}+L_{GH}+L_{HE} \quad (4.6)$$

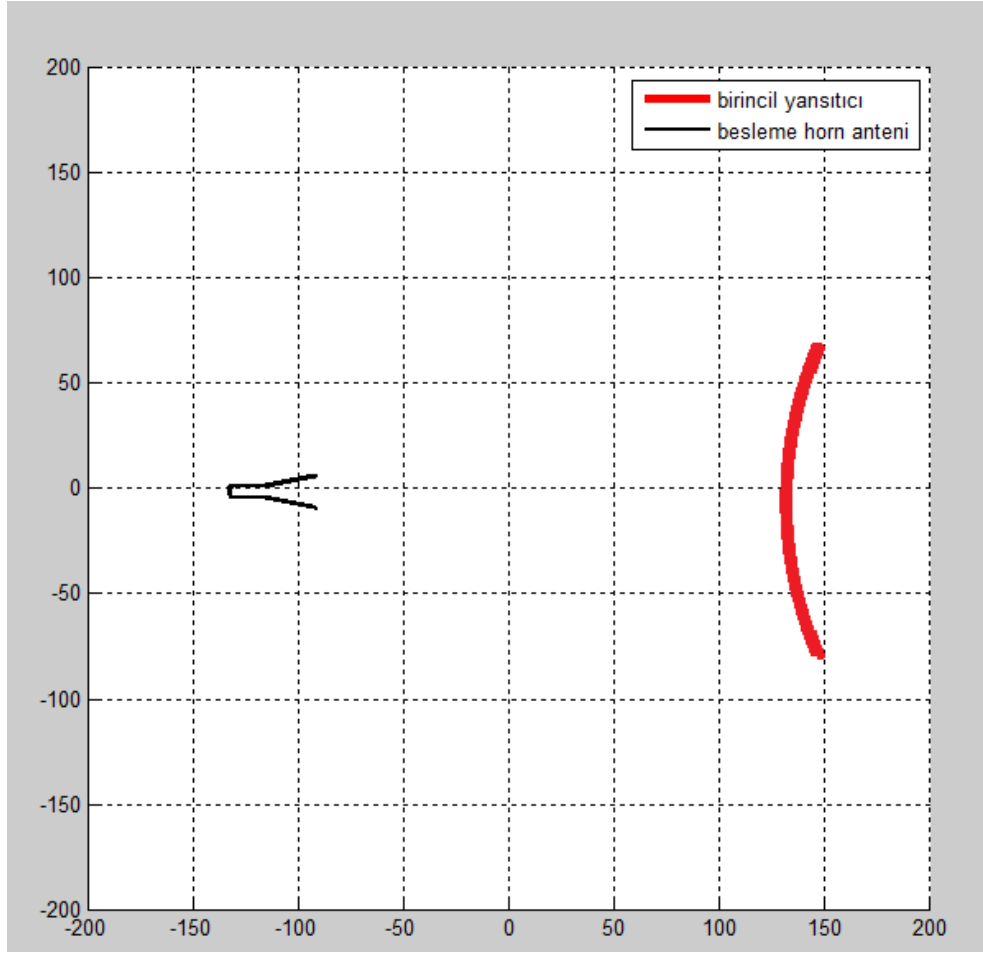
$$x = -\frac{-2f_2 \cos(\varphi_1')}{1+\cos(\varphi_1')} - X_S, \quad y = -\frac{-2f_2 \sin(\varphi_1')}{1+\sin(\varphi_1')}, \quad l \in [E, F) \quad (4.7)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= c_2 \cos \left[ \frac{(-l+L_{EF})}{c_2} + \pi - b_1 \right] - \frac{(f_2 + f_2') \cos(b_1)}{1+\cos(b_1)} - (R-1)c_2 \cos(b_1) \\ y &= c_2 \sin \left[ \frac{(-l+L_{EF})}{c_2} + \pi - b_1 \right] - \frac{(f_2 + f_2') \cos(b_1)}{1+\cos(b_1)} - (R-1)c_2 \sin(b_1) \end{aligned} \right\} l \in [F, G) \quad (4.8)$$

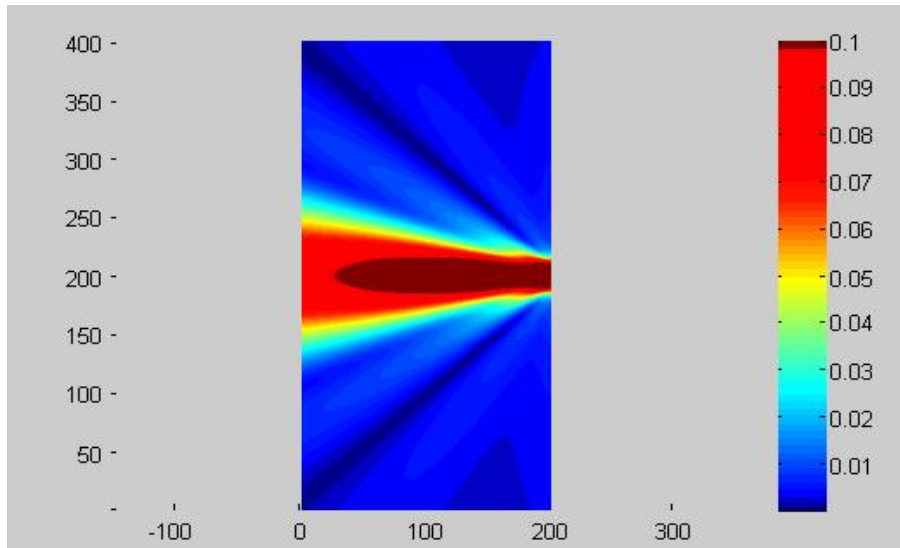
$$x = -\frac{-2f_2 \cos(\varphi_2')}{1+\cos(\varphi_2')} - X_S, \quad y = -\frac{-2f_2 \sin(\varphi_2')}{1+\sin(\varphi_2')}, \quad l \in [G, H) \quad (4.9)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= c_1 \cos \left[ \frac{(-l+L_{CD})}{c_1} + \pi - b_2 \right] - \frac{(f_2 + f_2') \cos(b_2)}{1+\cos(b_2)} - (R-1)c_1 \cos(b_2) \\ y &= c_1 \sin \left[ \frac{(-l+L_{CD})}{c_1} + \pi - b_2 \right] - \frac{(f_2 + f_2') \cos(b_2)}{1+\cos(b_2)} - (R-1)c_1 \sin(b_2) \end{aligned} \right\} l \in [H, E) \quad (4.10)$$

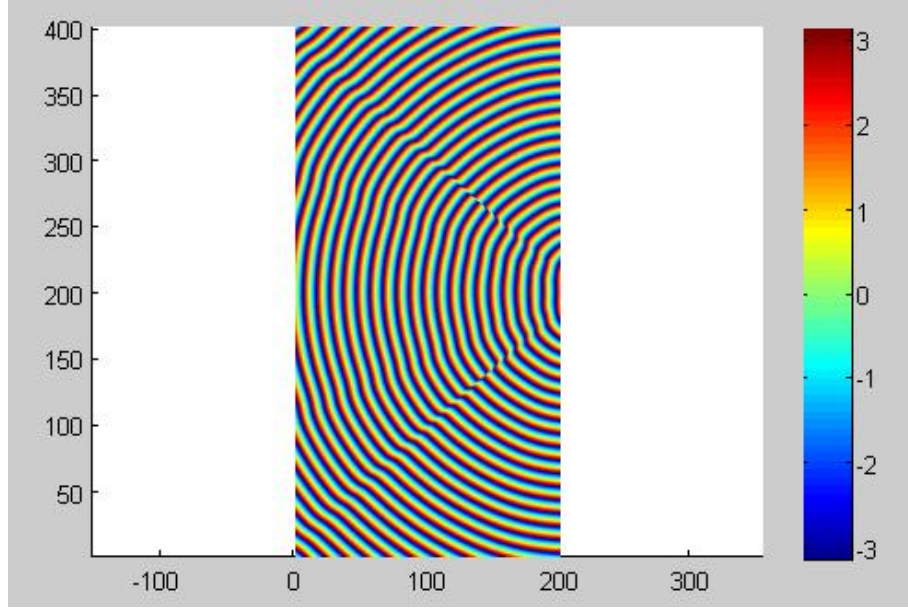
Tasarım işleminden önce birincil yansıtıcıdan ikincil yansıtıcıya doğru ışınan yakın alan şekil 5.5' te gösterilmiştir. [12].



Şekil 5.5 Horn Anten ve Konkav Yapıdaki Birincil Yansıtıcı



Şekil 5.6 Birincil Yansıtıcıdan Işınan Yakın Alanın Genliği



Şekil 5.7 Birincil Yansıtıcıdan Işınan Yakın Alanın Faz eğrileri

Tasarımda kullanılacak olan parametrelerin adları şunlardır:

$F_1$ : Birincil yansıtıcının odak uzaklığı ( $\lambda$  olarak)

$F_2$ : İkincil yansıtıcının odak uzaklığı ( $\lambda$  olarak)

$\Psi_1$ : Birincil yansıtıcının kol açısı( $^\circ$  olarak)

$\Psi_2$ : İkincil yansıtıcının kol açısı( $^\circ$  olarak)

C: Horn antenin kanat boyu ( $\lambda$  olarak)

$\Phi$ : Horn antenin kanat açısı ( $^\circ$  olarak)

$D_1$ : Horn antenle birincil anten arasındaki uzaklık ( $\lambda$  olarak)

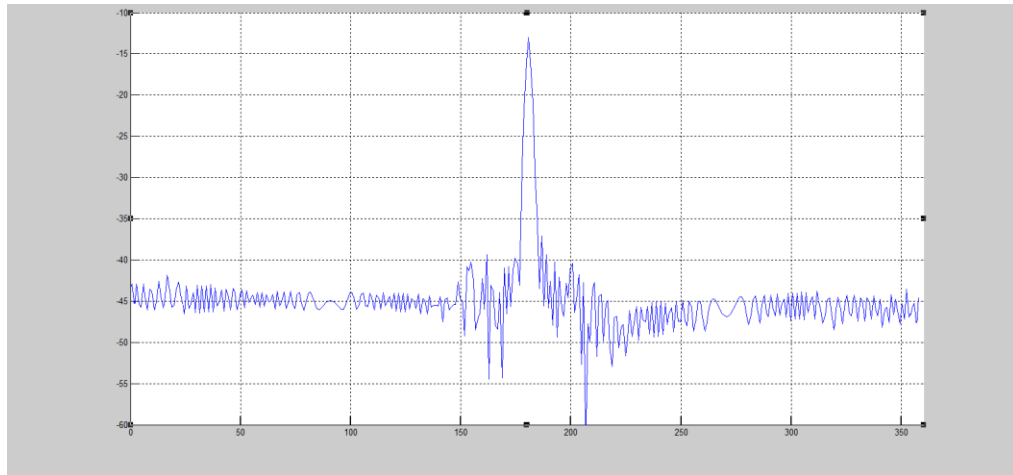
$D_2$ : Birincil antenle ikincil anten arasındaki uzaklık ( $\lambda$  olarak)

## TASARIM VE SONUÇLAR

Cassegrain tipi parabolik reflektör için birden fazla optimize yapılar saymak mümkündür. Yapılan yüzlerce optimizasyon çalışmasının neticesinde bulunan en iyi sonuç referans olarak kabul edilmiş ve bundan sonra sunulacak olan yapılar karşılaştırmalı olarak gösterilmiştir.

Çizelge 6.1 Optimize Cassegrain yapısının parametreleri

$F_1=8.25$	$\Psi_1=10$	$D_1=18$	$C=4$
$F_2=33$	$\Psi_2=30$	$D_2= 20$	$\Phi=11.18$



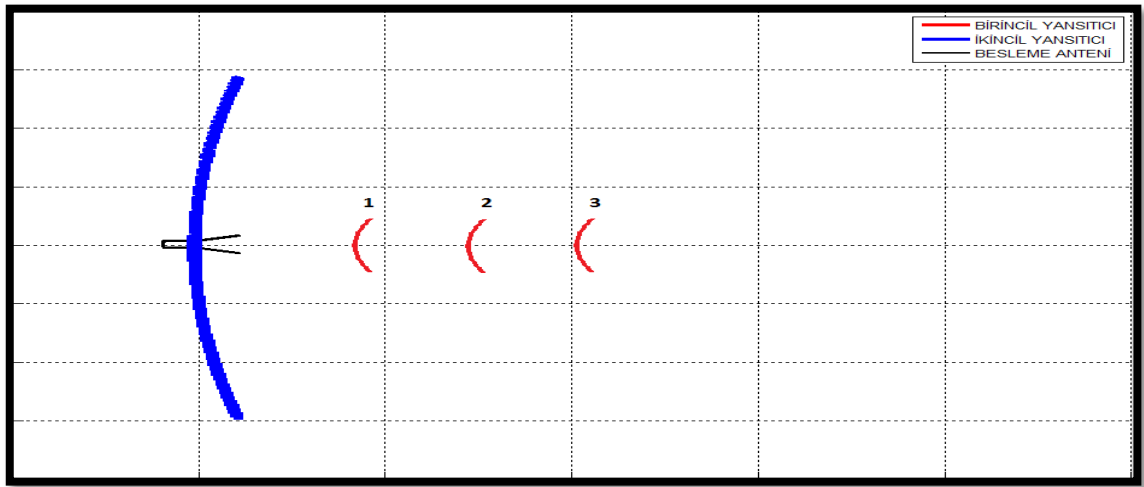
Şekil 6.1 Cassegrain Anteni Işıma Paterni



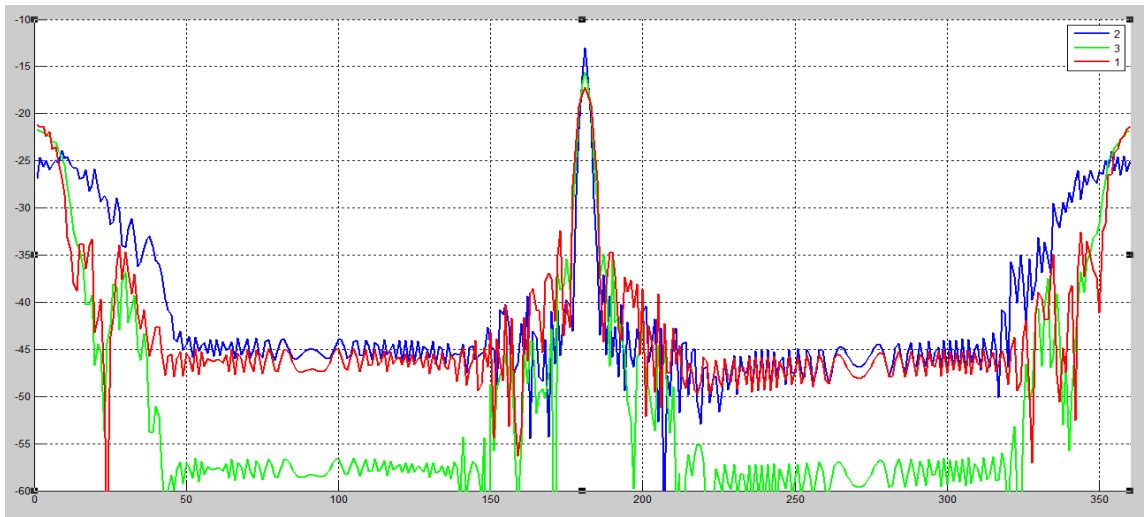
## 6.1 Birincil Yansıtıcı Konum Optimizasyonu

Çizelge 6.2 Birincil yansıtıcı konum optimizasyonu Parametreleri

$F_1=8.25$	$\Psi_1=10$	$D_1=\text{çalışma}$	$C=4$
$F_2=33$	$\Psi_2=30$	$D_2=\text{çalışma}+2$	$\Phi=11.18$
Değişkenler:	$D_{1,1}=10$	$D_{1,2}=20$	$D_{1,3}=30$



Şekil 6.2 Birincil Yansıtıcı Konum Optimizasyonu

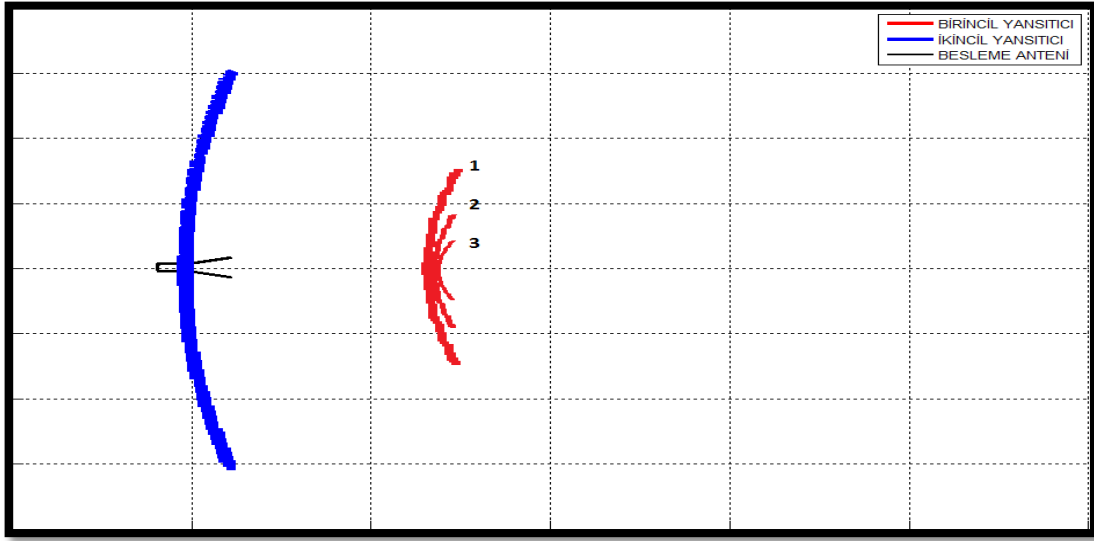


Şekil 6.3 Birincil Yansıtıcı Konum Optimizasyonu Sonucu

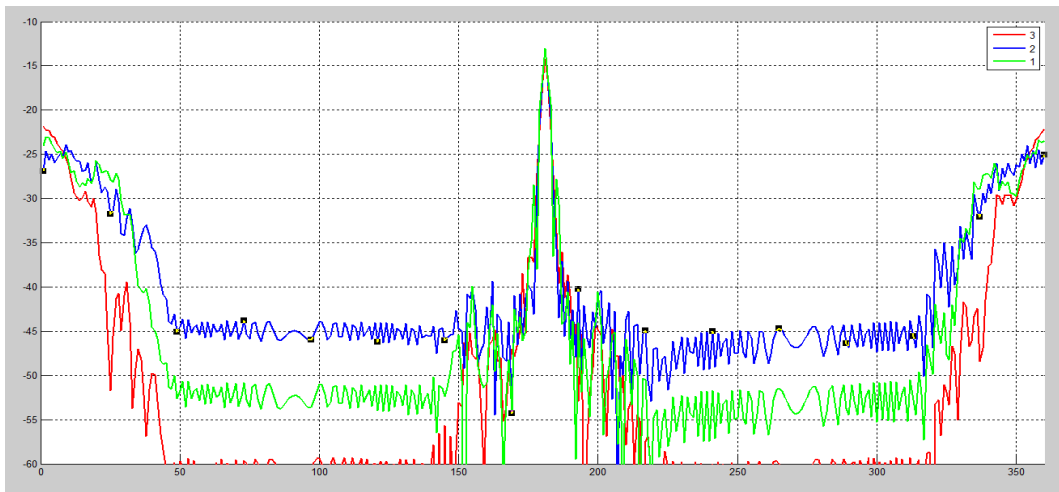
## 6.2 Birincil yansıtıcı Boyut Optimizasyonu

Çizelge 6.3 Birincil yansıtıcı boyut optimizasyonu parametreleri

$F_1=8.25$	$\Psi_1=\text{çalışma}$	$D_1=18$	$C=4$
$F_2=33$	$\Psi_2=30$	$D_2=20$	$\Phi=11.18$
Değişkenler:	$\Psi_{1,1}=5$	$\Psi_{1,2}=10$	$\Psi_{1,3}=30$



Şekil 6.4 Birincil Yansıtıcı Boyut Optimizasyonu

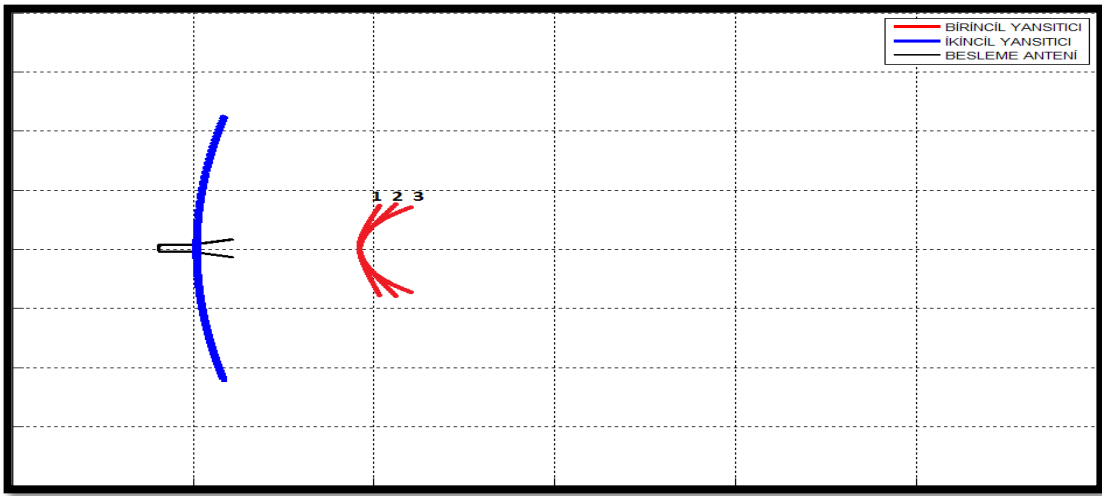


Şekil 6.5 Birincil yansıtıcı Boyut Optimizasyonu Sonucu

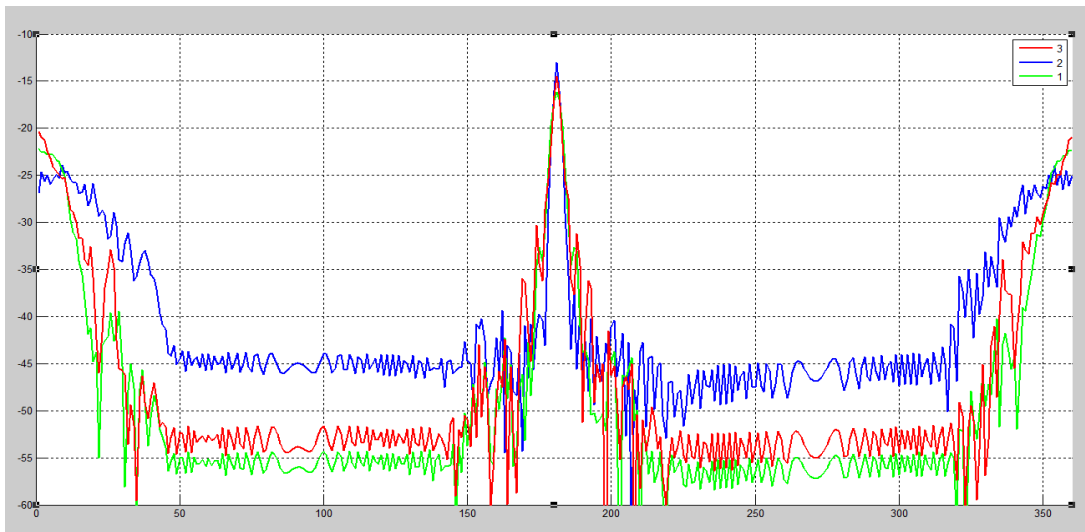
### 6.3 Birincil Yansıtıcı Eğrisellik Optimizasyonu

Çizelge 6.4 Birincil yansıtıcı eğrisellik optimizasyonu parametreleri

$F_1$ =çalışma	$\Psi_1=10$	$D_1=18$	$C=4$
$F_2=33$	$\Psi_2=30$	$D_2=20$	$\Phi=11.18$
Değişkenler:	$F_{1.1}=16.5$	$F_{1.2}=8.25$	$F_{1.3}=4.125$



Şekil 6.6 Birincil Yansıtıcı Eğrisellik Optimizasyonu

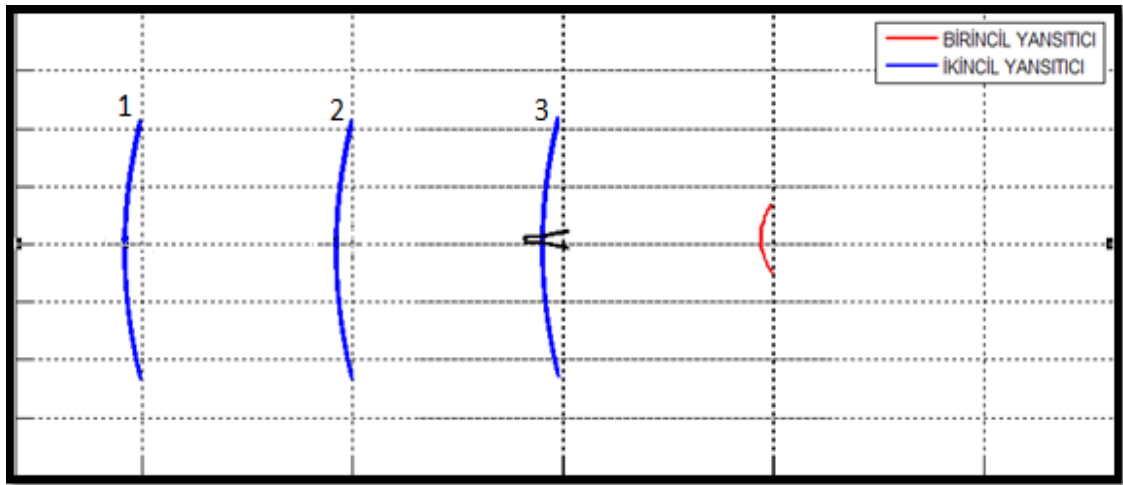


Şekil 6.7 Birincil Yansıtıcı Eğrisellik Optimizasyonu Sonucu

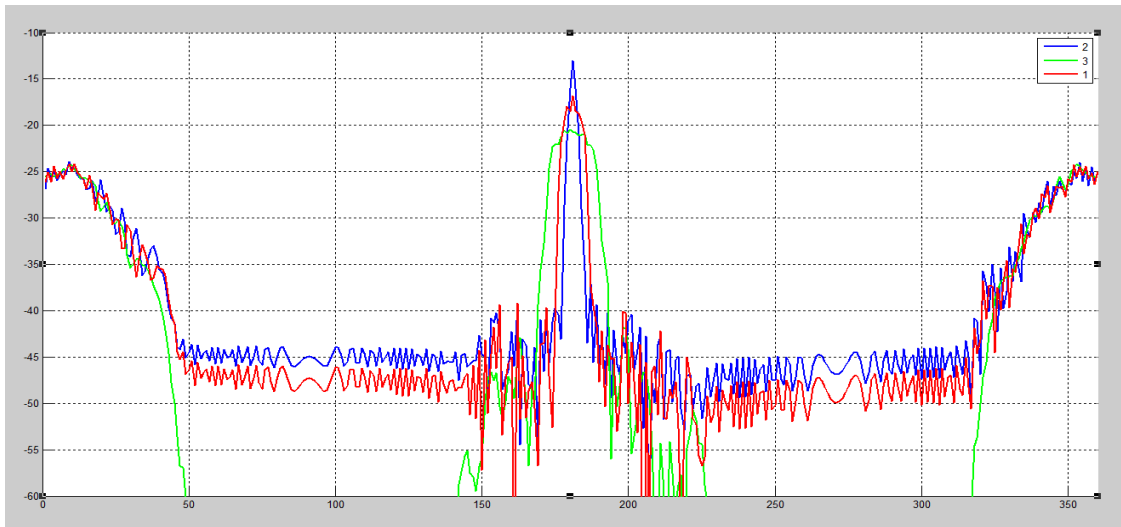
## 6.4 İkincil Yansıtıcı Konum Optimizasyonu

Çizelge 6.5 İkincil yansıtıcı konum optimizasyonu parametreleri

$F_1=8.25$	$\Psi_1=10$	$D_1=\text{çalışma}$	$C=4$
$F_2=33$	$\Psi_2=30$	$D_2=\text{çalışma}$	$\Phi=11.18$
Değişkenler:	$D_{2,1}=30$	$D_{2,2}=20$	$D_{2,3}=10$



Şekil 6.8 İkincil Yansıtıcı Konum Optimizasyonu

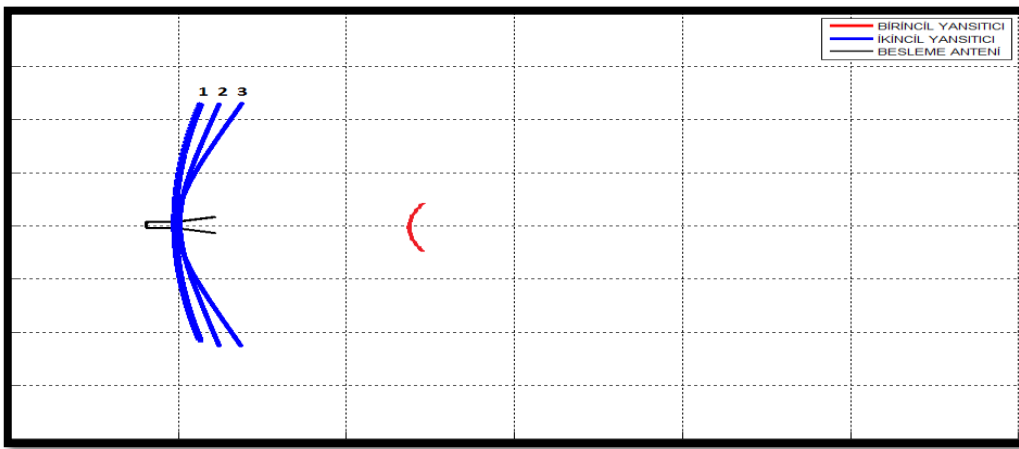


Şekil 6.9 İkincil Yansıtıcı Konum Optimizasyonu Sonucu

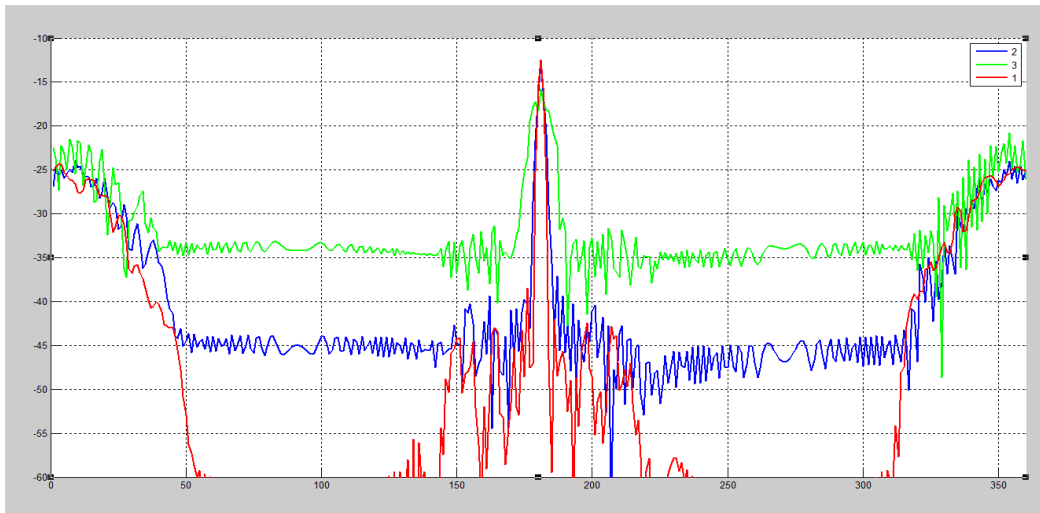
## 6.5 İkincil Yansıtıcı Eğrisellik Optimizasyonu

Çizelge 6.6 İkincil yansıtıcı eğrisellik optimizasyonu parametreleri

$F_1=8.25$	$\Psi_1=10$	$D_1=18$	$C=4$
$F_2=\text{çalışma}$	$\Psi_2=30$	$D_2=20$	$\Phi=11.18$
Değişkenler:	$F_{2.1}=39.3$	$F_{2.2}=33$	$F_{2.3}=23.1$



Şekil 6.10 İkincil Yansıtıcı Eğrisellik Optimizasyonu

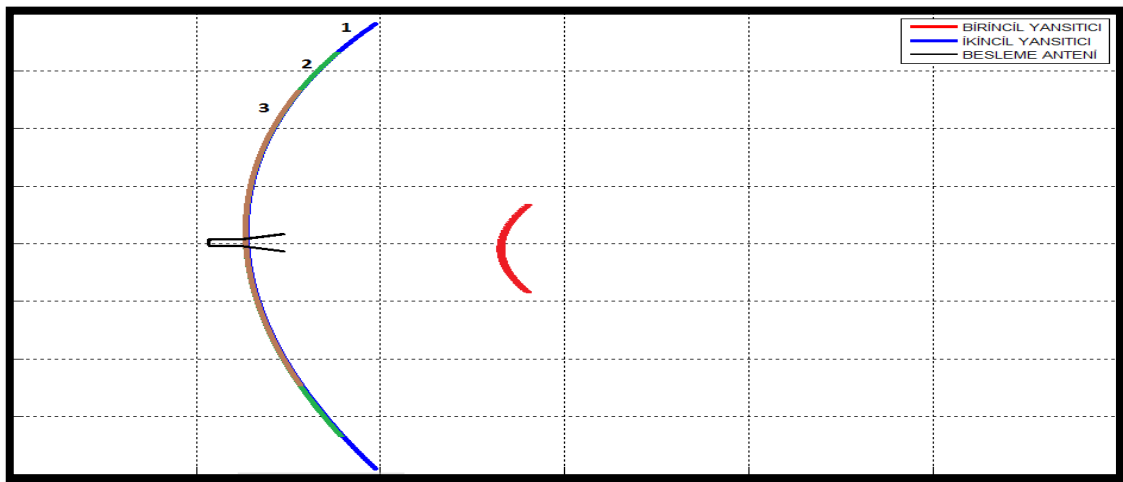


Şekil 6.11 İkincil Yansıtıcı Eğrisellik Optimizasyonu Sonucu

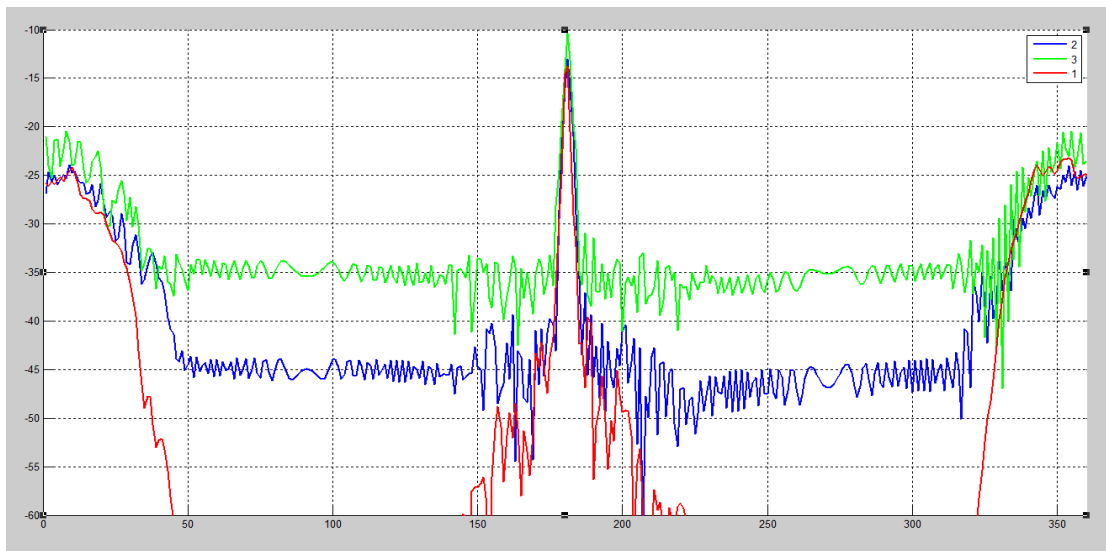
## 6.6 İkincil Yansıtıcı boyut Optimizasyonu

Çizelge 6.7 İkincil yansıtıcı boyut optimizasyonu parametreleri

$F_1=8.25$	$\Psi_1=10$	$D_1=18$	$C=4$
$F_2=33$	$\Psi_2=\text{çalışma}$	$D_2=20$	$\Phi=11.18$
Değişkenler:	$\Psi_{2,1}=30$	$\Psi_{2,2}=45$	$\Psi_{2,3}=60$



Şekil 6.12 İkincil Yansıtıcı Boyut Optimizasyonu

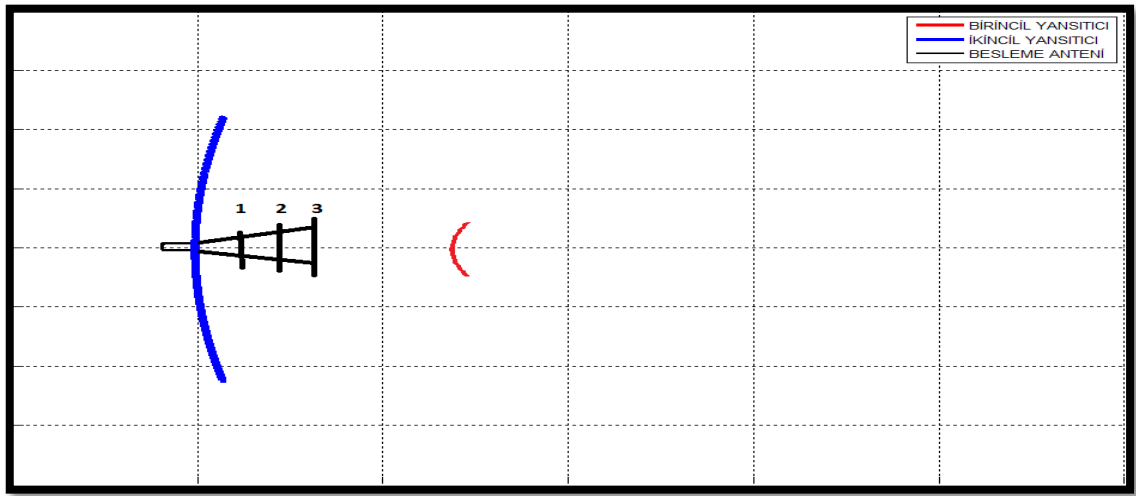


Şekil 6.13 İkincil Yansıtıcı Boyut Optimizasyonu Sonucu

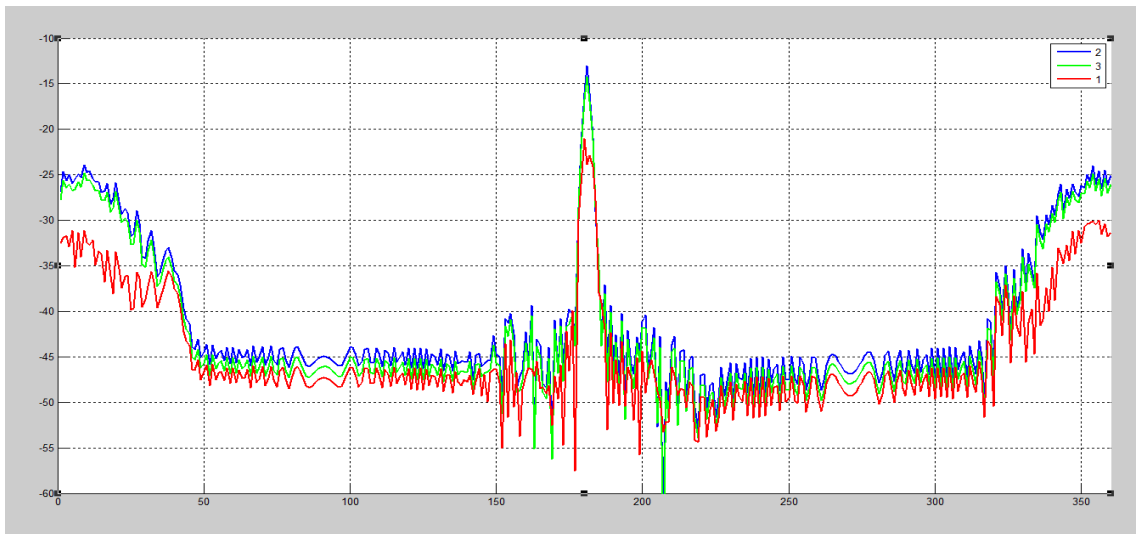
## 6.7 Besleme Anteni Boyu Optimizasyonu

Çizelge 6.8 Besleme anteni boyu optimizasyonu parametreleri

$F_1=8.25$	$\Psi_1=10$	$D_1=18$	C=çalışma
$F_2=33$	$\Psi_2=30$	$D_2=20$	$\Phi=11.18$
Değişkenler:	C=2	C=4	C=6



Şekil 6.14 Besleme Anteni Boyu Optimizasyonu



Şekil 6.15 Besleme Anteni Boyu Optimizasyonu Sonucu

### SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada Analitik Regülerizasyon metodu ile Cassegrain Tipi Parabolik Reflektör Antenin tasarımı yapılmıştır. Bu bağlamda İlk önce Analitik Regülerizasyon Metodu diğer analitik ve sayısal yöntemlerle karşılaştırılmış ve avantajları kullanılarak kısa sürede sonuca ulaşılmıştır.

Nümerik yöntemlerle günler süren simülasyonların ARM ile 10 dakikayı geçmediği görülmüştür. Bu sayede daha kısa sürede doğru sonuçlara ulaşılması çok büyük bir kolaylıktır. Cassegrain Tipi Parabolik Reflektör gibi analizi ve optimizasyonu zor olan bir anten için bile ARM'nin saatler içinde onlarca farklı yapıyı sonuçlandırabildiği görülmüştür.

Bu tezde besleme anteninden yakın alan ışınması elde edilerek alan çizgilerinin birincil yansıtıcı üzerinde oluşturduğu akım dağılımları elde edilmiştir. Birincil yansıtıcı üzerinde endüklenen akımlardan tekrar yakın alan ışınması elde edilerek ana yansıtıcıdan uzak alan paterni oluşturulmuştur.

Cassegrain antenler üzerlerine gelen dönel paraboloid şeklindeki dalgayı düzlem dalgaya çevirerek pencil-beam denilen kalem hüzmeye demeti oluştururlar. Bu sayede yönlendiricilikleri fazla olduğundan gücü dağıtmamış ve yüksek kazanç elde etmiş olurlar. Bu çalışmada da ana yansıtıcının üzerine uygun faz ve genlikte gönderilen dalga sayesinde çok dar hüzmeli ( $1,5^{\circ}$ - $2^{\circ}$ ) ve yüksek kazançlı uzak alan paterni oluşturulmuştur.

Yapılan optimizasyon çalışmaları neticesinde birincil ve ikincil yansıtıcının çapları, hiperbeoloid yapıları ve konumları düzenlenebilir olduğundan uygun yönlendirmelerle



farklı ihtiyaçları karşılayabilecek anten tasarımlarının da yapılabileceği anlaşılmıştır. Casegrain yapısında birincil yansıtıcının özellikle yüksek frekanslarda engel teşkil etmesinden dolayı off-set yapının tasarlanabileceği ve bu sayede küçük dalga boylarında bile aynı verimin elde edilebileceği anlaşılmıştır.

Çalışmanın birinci kısmında besleme antenin konumu ve ikincil yansıtıcının konumu sabit tutularak birincil yansıtıcının konumu belirlenmiştir. Birincil yansıtıcının konumunun besleme anteninin hüzmesini maximum verimle kullanabileceği yer olarak seçilmesi gerektiği sonucuna varılmıştır.

İkinci kısımda konumu belirlenen birincil yansıtıcının büyüklüğünün etkileri incelenmiş ve optimal büyüklükten daha küçük yada daha büyük olması durumunda ana yansıtıcıya yansıyacak olan alanın verimsizliğine sebep olduğu anlaşılmıştır.

nc kısımda ana yansıtıcının üzerinde endüklenen akımın uzak alan ışıma paterni elde edilmiş ve bunun üzerine düşen faz eğrileriyle paralel bir verime sahip olduğu anlaşılmıştır. Ana yansıtıcının yapısının faz cevabı teğetsel değilse saçaklanmaya sebep olmakta yada verimsiz ışıma yapmaktadır.

Dördüncü ve son kısımda besleme anteninin boynuz uzunluğu optimize edilerek daralan yada genişleyen yakın alan paterninin birincil yansıtıcı üzerindeki etkileri incelenmiştir.

## KAYNAKLAR

---

- [1] Başığmez, E., (2000), FDTD ve Mom Teknikleriyle Bazı Anten Dizilerinin Tasarımı, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, FenBilimleri Enstitüsü, İstanbul
- [2] Wilkinson, J. H., (1965), The Algebraic Eigenvalue Problem, Third edition, Clarendon Press, Oxford.
- [3] Fletcher, C. A. J., (1984), Computational Galerkin Method, Second edition, California University press, Berlin.
- [4] Türk, A. S., (1998), "Sonlu Kalınlıklı Sonsuz Uzun Mükemmel İletken Silindirik Cisimlerden Skaler Dalga Saçılması", Yüksek Lisans Tezi, Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Gebze.
- [5] Tuchkin, Y. A., Karacuha, E., ve Türk A. S., (1998), "Analytical Regularization Method for E- Polarized Electromagnetic Wave Diffraction by Arbitrary Shaped Cylindrical Obstacles", Proc. 7th Int. Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET) 1998, Kharkov.
- [6] Hagen, J. B., (1996), "Backscatter Gain of Aperture Antennas", Radio Science, 31:693-699.
- [7] Balanis, C. A., (2005), Antenna Theory Analysis and Design, Wiley-Interscience Press, Third Edition, New York.
- [8] Yurduseven, O., (2010), H-Düzlem Horn Anten Işımasının Parametrik Analizi, Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul
- [9] Türk, A. S., Yucedag, O. M. ve Yurduseven, O., (2010), "Parametric Analysis of H-Plane Horn Antenna Radiation", Proc. 7th International Kharkov Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Sub-millimeter Waves (MSMW10) 2010, Kharkov.
- [10] Yurduseven, O., (2010), Mikrodalga Radarlar için Simetrik ve Kosekant-Kare Işıma Paternli Parabolik Reflektör Tasarımı, Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

- [11] Nosich,A.I., Altıntaş,A. ve Gandel,V.G., (2012), Radiation of Waves By 2-D Reflector Antennas Fed By Complex-Source-Point Feeds, [http://www.phd.dii.unisti.it/corsi/matdid/46\\_3-reflectors.pdf.com](http://www.phd.dii.unisti.it/corsi/matdid/46_3-reflectors.pdf.com), 22 Aralık 2012.
- [12] Peter,W.H., (1961), "Microwave Antennas Derived From the Cassegrain Telescope", IEEE Antennas and Propagation series, 9:140-145.

## ÖZGEÇMİŞ

### KİŞİSEL BİLGİLER

**Adı Soyadı** :Abdullah MAĞAT  
**Doğum Tarihi ve Yeri** :26/06/1986  
**Yabancı Dili** :İngilizce  
**E-posta** :amagat@yildiz.edu.tr

### ÖĞRENİM DURUMU

Derece	Alan	Okul/Üniversite	Mezuniyet Yılı
Y. Lisans	Haberleşme Müh.	Yıldız Teknik Üniv.	...
Lisans	E.H.M	Yıldız Teknik Üniv.	2010
Lise	Sayısal	Midyat Aziz Önen Lisesi	2003

## **İŞ TECRÜBESİ**

<b>Yıl</b>	<b>Firma/Kurum</b>	<b>Görevi</b>
2011	YTÜ	Araştırma Görevlisi