

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FDTD METODUNUN TEK PARÇACIK SAÇILIMINA
UYGULANMASI

Elektr. ve Hab. Müh. Tamer ADEMOĞLU

F.B.E. Elektronik ve Haberleşme Anabilim Dalı Haberleşme Programında
hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı: Yard. Doç. Dr. Aktül KAVAS

Kavas
Ercan Topuz / *Doç. Dr. Tamer Sengör*

İSTANBUL, 1998

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	i
KISALTMA LİSTESİ.....	ii
ÖNSÖZ.....	iii
ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	v
1. GİRİŞ.....	1
2. FDTD METODU ile MÜKEMMEL İLETKEN CİSİMDEN MEYDANA GELEN SAÇILMANIN HESAPLANMASI.....	6
2.1. Mükemmel İletken Cisim İçin FDTD Denklemleri.....	6
2.2. FDTD Saçılma Formüllerinin Mükemmel İletken Kübe Uygulanması ve Sonuçları.....	9
2.3. FDTD Saçılma Formüllerinin Mükemmel İletken Küreye Uygulanması ve Sonuçları.....	16
3. FDTD METODU ile DİELEKTRİK CİSİMDEN MEYDANA GELEN SAÇILMANIN HESAPLANMASI.....	21
3.1. Dielektrik Cisim İçin FDTD Denklemleri.....	21
3.2. FDTD Saçılma Formüllerinin Dielektrik Kübe Uygulanması ve Sonuçları.....	24
3.3. FDTD Saçılma Formüllerinin Dielektrik Küreye Uygulanması ve Sonuçları.....	32
4. SONUÇ ve ÖNERİLER.....	40
KAYNAKLAR.....	43
EKLER.....	45
Ek 1 FDTD Kodu Gereklilikleri ve Program Yapısı.....	45
Ek 2 FDTD Metodu ve Formülleri.....	49
Ek 3 FDTD Temelleri.....	61
ÖZGEÇMİŞ.....	82

SİMGE LİSTESİ:

- E : Elektrik alan sembolü.
H : Magnetik alan sembolü.
c : Boşluktaki ışık hızı.
 η : Boşluk empedansı.
 σ : Elektriksel iletkenlik katsayısı (S/m).
 σ^* : Magnetik iletkenlik katsayısı.
 ϵ : Dielektrik sabiti.
 μ : Magnetik geçirgenlik katsayısı.
 ϵ_0 : Boşluğun dielektrik sabiti.
 μ_0 : Boşluğun magnetik geçirgenlik katsayısı.
 β : Gauss darbesinin zaman adımı cinsinden genişliği.
 α : Gauss darbesinin exponansiyel zayıflama katsayısı.
 Δt : FDTD de kullanılan zaman adımı süresi.
v : EM dalgaların herhangi bir ortamdaki max. yayılma hızı.
d : Problem uzayı boyutu (1, 2 veya 3).
 Δv : FDTD hücresi boyutu.
 λ : EM dalganın boyu.
B : Magnetik akı.
D : Elektriksel yoğunluk.
 E^{total} : Toplam E alan bileşeni.
 H^{total} : Toplam H alan bileşeni.
 E^{scat} : Saçılan E alan bileşeni.
 H^{scat} : Saçılan H alan bileşeni.
 E^{inc} : Gelen E alan bileşeni.
 H^{inc} : Gelen H alan bileşeni.

KISALTMA LİSTESİ:

E : Elektrik Alan

H : Magnetik Alan

FDTD : Sonlu Fark Zaman Domeni

TD : Zaman Domeni

FD : Frekans Domeni

EM : Elektromagnetik

CEM : Sayısal Elektromagnetik

ORBC : Dış Radyasyon Sınır Koşulları

RCS : Radar Etkin Kesiti

TDPO : Zaman Domeni Fiziksel Optik (Time Domain Physical Optics)

TDIE : Zaman Domeni İntegral Denklemleri (Time Domain Integral Equations)

ÖNSÖZ

Bu tezin hazırlanmasında katkılarını esirgemeyen ve çalışmalarımı büyük bir özveri ile destekleyen sayın hocam Yard. Doç. Dr. Aktül KAVAS'a , çalışmaları ve fikirleriyle bana destek olan arkadaşım Araştırma Görevlisi Cumhur ERKUT'a, tezin hazırlanma süreci içinde gösterdikleri sabır ve gayretleri için eşim ve biricik kızıma teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca zaman ve teknik imkanlar açısından bana destek olan şirketim DİĞİ-FİTER'e de teşekkür ederim.

Tamer ADEMOĞLU

ÖZET

Bu tezin amacı FDTD metodu ile saçılan alan hesaplamaktır. Bu amaçla son yıllarda giderek daha çok kullanılır hale gelen FDTD (Sonlu fark zaman domeni) kullanılarak saçılma problemleri mükemmel iletken ve dielektrik cisim için incelenmiş ve bilgisayar ortamında hesapları yapılmıştır. Şekil olarak küp ve küre seçilmiştir. Küp köşelerden meydana gelen saçılmanın incelenebilmesi ve küre de yuvarlak yüzeylerden saçılmanın incelenebilmesi için seçilmiştir. Bulunan sonuçlar iki boyutlu ve üç boyutlu grafik olarak verilmiş ve alanların problem uzayı boyunca aldığı değerler yorumlanmıştır. Bulunan sonuçlar literatürde bulunan benzer çalışmalarla karşılaştırılmıştır. Ek olarak PASCAL dilinde hazırlanan program ile tek parçacıktan meydana gelen saçılma hesaplanmış ve grafikleri 2 boyutlu olarak programın kendisine ve 3 boyutlu olarak da Matlab programında çizdirilmiştir. Programda kullanılan formüller Kunz ve Luebbers (1993) ile Taflove ve Umashankar (1989a) çalışmalarından yararlanılarak elde edilmiştir. Tezin sonundaki EKLER bölümünde FDTD metodunun temelleri ve formülleri Kunz ve Luebbers (1993) çalışmasından alınarak verilmiştir.

Yapılan çalışmalarda mükemmel iletken küp ve küre, dielektrik küp ve küre ele alınmıştır. Tezin sonunda diskette verilen program ile küre ve küp için mükemmel iletken ve dielektrik materyal varsayımı ile hesaplamalar yapılmış, elde edilen sonuçlar grafik olarak ilgili bölümlerde verilmiş ve yorumları yapılmıştır. Özellikle çizdirilen 3 boyutlu grafiklerde toplam alan göz önüne alınarak, EM alanların cisimler üzerinde saçılması durumunda gelen alanın durumu gayet net şekilde görülebilmekte ve izlediği yol boyunca aldığı değerler teorideki durumu bize pratik olarak göstermektedir.

Tezin ilk bölümünde FDTD metodunun kullanım alanlarından, diğer metodlara göre olan üstünlüklerinden ve basitçe uygulama mantığından bahsedilmiş, ikinci bölüm de ise mükemmel iletken FDTD denklemleri elde edilmiş ve mükemmel iletken küp ve küreye uygulanmıştır. Üçüncü bölümde ise dielektrik cisim için FDTD denklemleri çıkarılmış ve dielektrik küp ve küreye uygulanmıştır. Sonuç bölümünde ise yapılan uygulama değerlendirilerek hangi yönde ilerlenebileceği konusunda durulmuştur. Tezin sonundaki Ekler bölümünde ise FDTD metodu ile hesaplama yaparken dikkat edilecek kriterler üzerinde durulmuş ve FDTD metodu tüm incelikleri ile anlatılmıştır. Ayrıca yapılan bilgisayar programının akış diyagramı Ek 1’de verilmiştir.

Bu tezin referanslardaki çalışmalara getirdiği yenilik FDTD saçılma formüllerinin mükemmel iletken küp, mükemmel iletken küre ve dielektrik küreye uygulanmasıdır. Ayrıca FDTD konusunda Ek 2 ve 3’te verilen bilgiler bu metod hakkında bilgi sahibi olmak isteyenlere yeterli bir kaynak teşkil edecektir.

ABSTRACT

In this thesis, Finite Difference Time Domain (FDTD) is studied for computing single particle scattering which is the most popular computational modeling technique in these years. Program which is written in Pascal language for single particle scattering from various shapes of perfect conductor or dielectric material is given in a floppy disk with this thesis.

In first section, an application area of FDTD is treated. The second section, perfect conductor FDTD equations are written from Kunz and Luebbers(1993) and Taflove and Umashankar (1989a). In third section, dielectric FDTD equations are written from Kunz and Luebbers(1993). In the last section the results are compared with other FDTD works. As a result of this study, FDTD will find a lot of new application areas in next years. Because it can work with a wide range of frequencies, stimuli, objects, environments, response locations and computers.

1. GİRİŞ

Elektromagnetik etkilerin bulunmasında kullanılan yöntemlerden (deney, analiz, hesaplama yöntemlerinden) hesaplama en yeni ve en hızlı büyüyen yaklaşımdır. Elektromagnetik hesaplamadaki birçok metoddan - Moment metodu, sonlu fark zaman domeni, sonlu eleman, geometrik kırınım teorisi ve optik fizik - sonlu fark zaman domeni (FDTD:Finite Diference Time Domain) tekniği en geniş uygulama alanına sahiptir. Elektromagnetik problemlerin zaman domeninde analizi, geçen 10 sene içinde daha fazla uygulama alanı bulmuştur. TD yaklaşımıyla ilgilenilen problem için anlık dalgalar, uyarım işareti olarak alındığında, diferansiyel veya integral denklemler çözülerek sonuca varılır. Uygulamalarda sık kullanılan metod, Sonlu Fark Zaman Domeni metodudur. Zaman domeninde bu metodun dışında Zaman Domeni Fiziksel Optik (TDPO=Time Domain Physical Optics) ve Zaman Domeni İntegral Denklemleri (TDIE=Time Domain Integral Equations) metodları kullanılmaktadır.

FDTD yönteminde hedef önce uygun bir ızgara koordinat sistemine dağıtılır. Maxwell denklemlerindeki diferansiyel operatörleri sonlu farklarla hesaplanır. Seçilen dalga şekli hedefi aydınlatır ve ızgara düğümlerindeki alanlar Δt zaman aralığı n tamsayı olmak üzere ayrık zaman adımlarında ($n\Delta t$) bulunur. Bu işlem zamanda ilerleme olarak adlandırılır. Herhangi bir düğümde, t anındaki alan, bir önceki adımda bu düğümdeki ve komşu düğümlerdeki alanlardan hesaplanır.

FDTD tekniği, elektromagnetik modelleme, simülasyon ve analiz aracı olarak birçok avantaj sağlar. Uygulama alanlarına örnek olarak aşağıdaki problemler verilebilir.

- Sistemlerin rezonans frekanslarında ortalanmış geniş band cevaplarının incelenmesi.
- Keyfi üç boyutlu (3-B) model geometrilerinin incelenmesi.
- Mükemmel iletken'den gerçek metale kadar herhangi bir iletkenliğe sahip nesnenin, düşük veya sıfır iletkenliğe sahip nesneyle etkileşiminin hesaplanması.
- Birçok ortamın modellemesi için gerekli olan frekansa bağlı yapısal parametrelerin hesaplanması.

Kayıplı Dielektrikler

Magnetik Ortamlar

Anizotropik oluşumlar ve magnetik demirleri içeren alışlagelmiş olmayan ortamlar

- Yakın alanlardan türetilen uzak alanları da hesaplayan aşağıda verilen konuların incelenmesi.

Saçılmış Alanlar

Anten Düzenleri

Radar Etkin Kesiti (RCS)

Yüzey Cevabı

Akımlar, Güç Yoğunluğu

Penetrasyon / İç Kuplaj

Uygulama alanları, geniş bir frekans aralığını kapsayan farklı elektromagnetik etkiler içindir. En çok incelenen elektromagnetik etkiler aşağıdakilerdir.

- Yıldırım
- EMP (elektromagnetik darbe)
- HPM (yüksek güç mikrodalga)
- Radar
- Lazerler

Bu etkilere tepki veren sistemler aynı derecede çeşitlidir. Bunlar küçükten büyüğe, organikten inorganığe, dış atmosferik çevreden toprak altına kadar değişirler. Ele alınabilen farklı tipteki sistemlerin örnekleri aşağıdakilerdir:

- Sprey kutuları
- Barınaklar
- Uçak
- İnsanlar
- Uydular
- Gömülü Antenler

Yukarıdaki etkilerle sistemleri birbirine bağlayan, ilgilenilen dalgaboyları ve sistem boyutları özelliklerinin oransal olarak birbirlerine yakın olmasıdır. Böylece geniş band cevabı incelemeleri en azından birkaç sistem rezonansını kapsar. Kısaca FDTD, kritik rezonans bölgesini dördüncü dereceden fazla frekans büyüklüğü üzerinden kaplayabilir ve düşük ve yüksek frekans genişletmeleriyle bu bölge altıncı derece büyüklüğe kadar geçebilir.

FDTD ile çalışırken sadece en yakın komşu etkileşimleri ile ilgilenildiğinden paralel bilgisayarlarda uygulanmaya elverişlidir. FDTD ile problem çözümündeki önemli değişkenler, sistemi modellemek için gereken hücreler cinsinden problem uzayı büyüklüğü ve gereken zaman adımı sayısıdır. Bunlar bilgisayar çalışma zamanını ve hesaplama maliyetini belirlerler. Modellenen ortam tipleri ve izlenen cevap noktaları sayısı daha az önemlidir. Etki tipi ve cevap tipi, sonradan işlem gerektiren uzak alan durumları dışında, hesaplama kapasitesinde hiçbir etkide bulunmazlar.

Kişisel çalışma istasyonlarında, 100x100x100 hücre büyüklüğündeki 3 boyutlu problem uzayı için 1 milyon hücre'den fazla hücre bulundurulabilir. Tipik dalgaboyu başına 10 FDTD hücresinde, bu uzay 10 dalgaboyunun kübüdür. Hesaplama zamanı saatler cinsinden olacak şekilde günümüzün süper bilgisayar limitlerine kabaca 1 milyar hücrede erişilir.

FDTD'nin avantajları, frekans aralığı, etki, nesne, çevre, cevap noktaları ve bilgisayar ihtiyaçlarının çok geniş aralığa sahip olması olarak özetlenebilir. Bu listeye, genişbandlı sonuçlar istenildiğinde, Moment metodu gibi diğer tekniklere oranla büyük problemler için daha fazla verimliliğe sahip olma avantajı da eklenebilir. Ayrıca, FDTD kodu özünde hacimsel olmasına karşılık, ince plakaları ve ince çubuk antenleri de başarılı bir şekilde ele almaktadır. Hücrelerin yeterliliği kullanılarak bunun kesinliği istenildiği kadar yüksek yapılabilir.

FDTD kodlarının temeli, iki rotasyonel Maxwell denkleminin zaman domeninde türev formudur. Merkezi sonlu fark alma ile doğrusallaştırılmış bir biçimde ifade edilir.

Uygulamada en az altı tip elektromagnetik hesaplama problemi kullanılmaktadır.

- Enerji üretilmesi (klistron, güç, aygıtlar vs.)
- Enerji iletimi (Transmisyon hatları, dalgakılavuzları vs.)

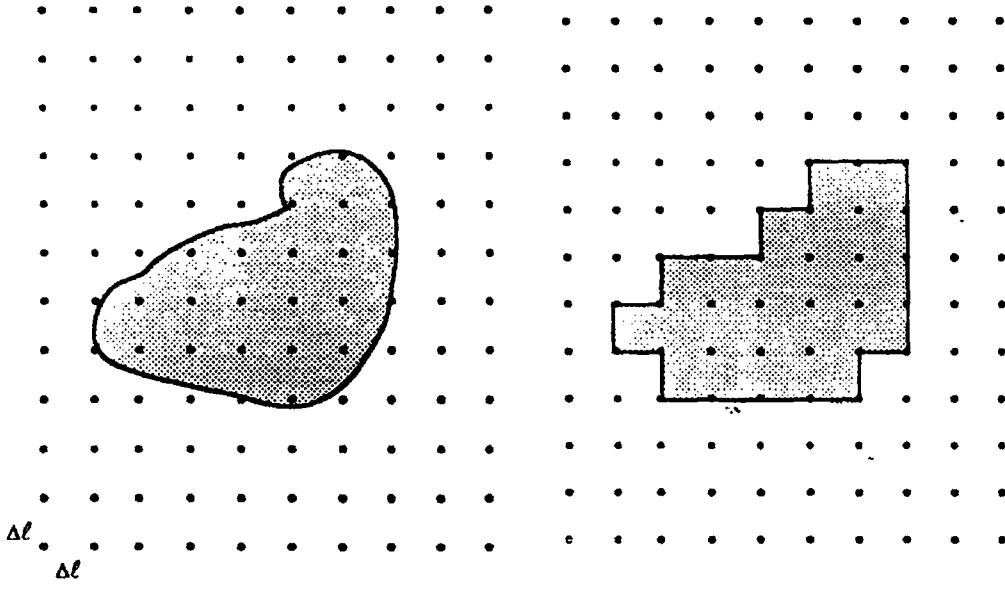
- Enerji alınması / dedeksiyonu / ışınması (antenler)
- Bağlantıların sağlanması (Kuplaj / ekranlama / penetrasyon)
- Enerji saçılması
- Anahtarlama / kaynağın doğrusal olmama durumları

Bu problemlerin hepsi de FDTD ile hesaplanabilmektedir.

FDTD metodunu frekans domeni yaklaşımlarıyla karşılaştırdığımızda birçok üstünlüklerini sayabiliriz. Bunlardan ilki karmaşık yapıya sahip saçıcılara bu metodu kolaylıkla uygulayabiliriz. Çünkü bu metodda karmaşık yapıya sahip saçıcı uygun bir ızgara koordinat sistemine dağıtılmaktadır. Her bir hücre keyfi elektrik ve magnetik özellikleriyle incelenebilmektedir. Yapılan işlemler basit olarak 4 temel işlem gerektirmekte integral almak gibi karmaşık işlemlere gerek duyulmamaktadır. İkinci olarak hesap için gerekli olan hafıza moment metoduyla çözüm için gerekli olan hafızadan daha azdır.

FDTD metodunu uygulamak için karşılaşılan problemlerden biri ızgaraların nasıl sınırlandırılması gerektiğidir. Prensipte hedefi çevreleyen bütün uzay, hedef için yapıldığı gibi uygun ızgara koordinat sistemine dağıtılmalıdır. Hedefin serbest uzayda bulunması durumunda gelen ve saçılan dalganın propagasyon karakteristikleri bilinmektedir, pratikte Şekil 1.1.'de olduğu gibi hedefin yakın alanındaki bölgenin ızgaralanması yeterli olur. FDTD çözümü, gelen alanın ızgaraya injekte edilmesiyle başlar. Frekans aralığının büyük olması gözlem süresini kısaltacağından tercih edilmektedir.

FDTD geçici cevapların hesaplanması için uygun olduğu halde, tek frekans ya da sürekli dalga (CW) cevabı arandığında da sayısal yaklaşım metodu olarak seçilebilir. Bu durum özellikle, karmaşık yapıdaki geometriler ya da gömülmüş anten ya da dielektrik kılıf gibi basit olmayan ortamlar ele alındığında görülür. Metalik kutularda iç kuplajın da, incelenmesi için FDTD'nin seçilen metod olması ilgi çekicidir. Örneğin Moment metodu kullanılarak yapılan bir CW analizi muhtemelen birçok frekans noktasında yapılmasına rağmen metalik kutuların yüksek rezonans davranışlarını saptayamayacaktır. İç kuplajın yüksek rezonans yapısı ilk olarak deneysel sonra da



Şekil 1.1. Keyfi şekilli iki boyutlu bir cisimin FDTD ızgarasına yerleştirilmesi.

matematiksel olarak FDTD ile kanıtlanmıştır. Gerçekte de düşük frekans rezonansları, aşırı rezonans davranışlarından dolayı deneysel olarak zayıf bir şekilde karakterize edilirlerken, 1 milyon zaman adımına kadar olan FDTD döngüsünde açığa vurulurlar.

2. FDTD METODU ile MÜKEMMEL İLETKEN CİSİMDEN MEYDANA GELEN SAÇILMANIN HESAPLANMASI

2.1 Mükemmel İletken Cisim İçin FDTD Denklemleri

Madde tipi mükemmel iletken olduğu zaman geçerli olan FDTD eşitliklerine (Kunz ve Luebbers, 1993) bakılırsa şunlar görülür. Saçıcı cismin dışında saçılmış alanlar, $\sigma^* = \sigma = 0$, $\mu = \mu_0$ ve $\epsilon = \epsilon_0$ olduğundan serbest uzay koşullarını sağlarlar ve böylece küpü içine yerleştireceğimiz serbest uzay denklemleri aşağıdaki eşitliklere indirgenirler:

$$\frac{\partial H^{scat}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} (\nabla_x E^{scat}) \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial E^{scat}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0} (\nabla_x H^{scat}) \quad (2.2)$$

Buradaki “scat” indisi saçılan alanı, “inc” indisi de gelen alanı belirtmek için kullanılmaktadır.

Mükemmel iletken için, saçılmış alanla ilgili aşağıdaki genel denklem ele alınır:

$$\frac{\epsilon}{\sigma} \frac{\partial E^{scat}}{\partial t} = -E^{scat} - E^{inc} - \frac{(\epsilon - \epsilon_0)}{\sigma} \frac{\partial E^{inc}}{\partial t} + \frac{1}{\sigma} (\nabla_x H^{inc}) \quad (2.3)$$

Mükemmel iletken için $\sigma = \infty$ 'dur ve bu değer yerine yazılırsa (2.3) denklemi aşağıdaki (2.4) denkleme indirgenir:

$$E^{scat} = -E^{inc} \quad (2.4)$$

Mükemmel iletkenin içinde $\sigma = \infty$ olduğu durumda genel saçılma denklemi yerine sadeleşmiş hali olan (2.4) denklemi uygulanarak hesaplamalarda kolaylık sağlanmaktadır. Böylece sadece serbest uzay ve mükemmel iletken mevcutsa, (2.1) ve (2.2) serbest uzay denklemleri ile (2.4) mükemmel iletken denkleminin kullanılması, sonucu bulmak için yeterli olacaktır.

(2.1) ve (2.2) serbest uzay denklemlerinin Ek-1 de verilen aşağıdaki skaler bileşenlerini (Taflove ve Umashankar, 1989a) ele alırsak, bu denklemler bize üç boyutlu problem uzayında hesaplamak isteyeceğimiz tüm serbest uzay alan bileşenlerini

vermektedir. Daha sonra bu serbest uzay alan bileşenleri denklemlerini FDTD hesaplamasında kullanılan hale dönüştürmek için diferansiyeller sonlu farklarla değiştirilir.

$$\frac{\partial E_x^{scat}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{\partial H_z^{scat}}{\partial y} - \frac{\partial H_y^{scat}}{\partial z} \right) \quad (2.5 a)$$

$$\frac{\partial E_y^{scat}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{\partial H_x^{scat}}{\partial z} - \frac{\partial H_z^{scat}}{\partial x} \right) \quad (2.5 b)$$

$$\frac{\partial E_z^{scat}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{\partial H_y^{scat}}{\partial x} - \frac{\partial H_x^{scat}}{\partial y} \right) \quad (2.5 c)$$

$$\frac{\partial H_x^{scat}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial E_y^{scat}}{\partial z} - \frac{\partial E_z^{scat}}{\partial y} \right) \quad (2.5 d)$$

$$\frac{\partial H_y^{scat}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial E_z^{scat}}{\partial x} - \frac{\partial E_x^{scat}}{\partial z} \right) \quad (2.5 e)$$

$$\frac{\partial H_z^{scat}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial E_x^{scat}}{\partial y} - \frac{\partial E_y^{scat}}{\partial x} \right) \quad (2.5 f)$$

Sonlu fark almak için aşağıdaki (2.6) ve (2.7) genel ifadeleri (Kunz ve Luebbers, 1993) kullanıldığında (2.8) ile verilen sonlu farklı denklemler elde edilir.

$$\frac{\partial f}{\partial t} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(x, t_2) - f(x, t_1)}{\Delta t} \approx \frac{f(x, t_2) - f(x, t_1)}{\Delta t} \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \equiv \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_2, t) - f(x_1, t)}{\Delta x} \approx \frac{f(x_2, t) - f(x_1, t)}{\Delta x} \quad (2.7)$$

Buradaki yaklaşımda Δt ve Δx çok düşük olmak yerine belirgin büyüklükte dirler.

(2.5) denklemlerindeki diferansiyeller farklar ile yer değiştirdiğinde serbest uzay için aşağıdaki fark denklemleri elde edilir:

$$\frac{E_x^{scat, n} - E_x^{scat, n-1}}{\Delta t} = \frac{1}{\epsilon_0} \left[\frac{\Delta H_z^{scat, n-\frac{1}{2}}}{\Delta y} - \frac{\Delta H_y^{scat, n-\frac{1}{2}}}{\Delta z} \right] \quad (2.8a)$$

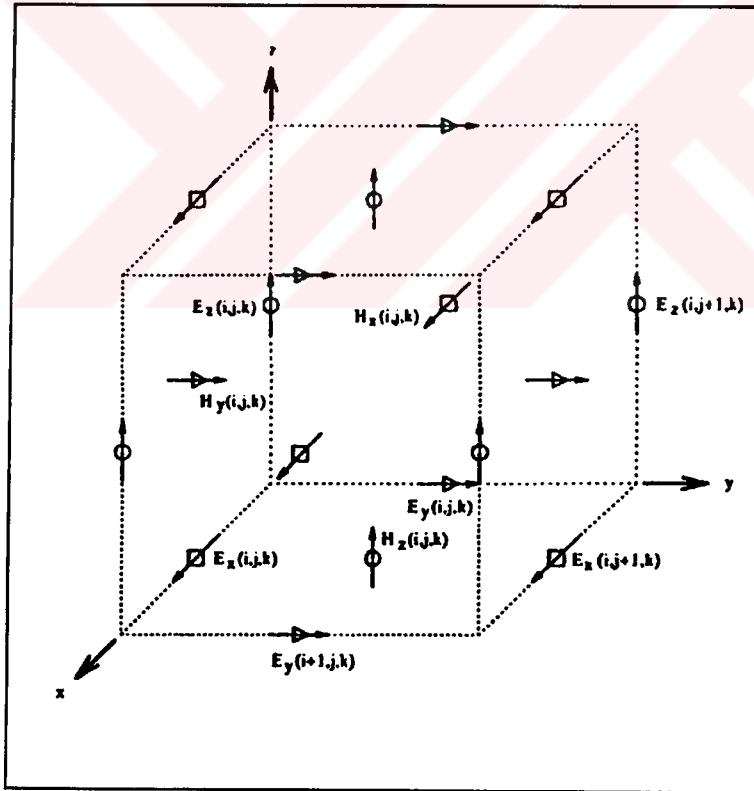
$$\frac{E_y^{scat,n} - E_y^{scat,n-1}}{\Delta t} = \frac{1}{\epsilon_0} \left[\frac{\Delta H_x^{scat,n-\frac{1}{2}}}{\Delta z} - \frac{\Delta H_z^{scat,n-\frac{1}{2}}}{\Delta x} \right] \quad (2.8b)$$

$$\frac{E_z^{scat,n} - E_z^{scat,n-1}}{\Delta t} = \frac{1}{\epsilon_0} \left[\frac{\Delta H_y^{scat,n-\frac{1}{2}}}{\Delta x} - \frac{\Delta H_x^{scat,n-\frac{1}{2}}}{\Delta y} \right] \quad (2.8c)$$

$$\frac{H_x^{scat,n+\frac{1}{2}} - H_x^{scat,n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \frac{1}{\mu_0} \left[\frac{\Delta E_y^{scat,n}}{\Delta z} - \frac{\Delta E_z^{scat,n}}{\Delta y} \right] \quad (2.8d)$$

$$\frac{H_y^{scat,n+\frac{1}{2}} - H_y^{scat,n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \frac{1}{\mu_0} \left[\frac{\Delta E_z^{scat,n}}{\Delta x} - \frac{\Delta E_x^{scat,n}}{\Delta z} \right] \quad (2.8e)$$

$$\frac{H_z^{scat,n+\frac{1}{2}} - H_z^{scat,n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \frac{1}{\mu_0} \left[\frac{\Delta E_x^{scat,n}}{\Delta y} - \frac{\Delta E_y^{scat,n}}{\Delta x} \right] \quad (2.8f)$$



Şekil 2.1 Yee hücresi alan yerleşimleri (Kunz ve Luebbers, 1993).

Bu denklemler mükemmel iletken küp için gerekli olan ayrıık alan formülleridir. Burada, sadece birinci dereceden terimlere sahip açık merkezi diferansiyel kullanılır. Buradaki

“n” indisi kaçınıcı zaman adımı olduğunu gösterir, “n+½” ifadesi Yee hücreci yerleşiminden (Yee, 1966) dolayı Elektrik alan ve Magnetik alan arasındaki uzaysal farklılığı zaman adımı cinsinden ifade etmektedir. Burada elde edilen denklemlerde de görüldüğü gibi Elektrik alan ve Magnetik alan arasındaki bu zaman adımı cinsinden olan farklılık nedeniyle FDTD ile yapılan hesaplamalardaki bu mantık atlama tasarımı (leap-frog manner) adını alır (Kunz ve Luebbers, 1993). Sadece, Courant kararlılık koşulu $\Delta t \leq (\Delta x) / c\sqrt{3}$ ile verilen Δt (Δt =zaman adımı süresi, c =ışığın serbest uzaydaki hızı, Δx = problem uzayını oluşturan hücrelerin bir kenar uzunluğu) için ve kübik hücreler için formüller kararlıdır.

2.2 FDTD Saçılma Formüllerinin Mükemmel İletken Kübe Uygulanması ve Sonuçları

Yukarıdaki bölümde elde edilen mükemmel iletken denklemlerini kübe uygulayabilmek için izlenmesi gereken yolun ilk adımında çalışma frekansı ve buna bağılı olarak elde edilmek istenen doğruluk belirlenmelidir.

Bunun dışında gelen alan olarak ne seçileceğine önceden karar verilmelidir. Gelen alan olarak genelde düzlemsel Gauss dalgası veya düzgünleştirilmiş kosinüs dalgası seçilmektedir (Kunz ve Luebbers, 1993). Gauss dalgası frekans spektrumunda düzgün bir zayıflama sağladığından tercih edilir. Bilinen Gauss dalgası zaman ekseninde sonsuz uzunlukta olmasına rağmen bizim kullanmamız gereken (Şekil 2.2), sınırlandırılmış olmalıdır. Düzgünleştirilmiş kosinüs dalgası frekans spektrumunda daha kesin bir aralığı kapsadığından frekansa bağılı parametreye sahip olan cisimleri incelemek için tercih edilir.

FDTD metodunun temelinden dolayı problem uzayı sınırında alanlar yutulmalıdır. Bu nedenle problem uzayı sınırında yutucu sınır koşulları uygulanmalıdır. Sınır koşullarının genel mantığına göre; problem uzayı içindeki dalgalar problem uzayından dışarıya yayılırken, sınırın hemen içindeki alanlara bakarak sınırda dışarıya doğru yayılan dalga için alanlar belirlenir. Birçok durumda dış sınıra gelen dalga tam olarak düzlem olmadığı ve normal olarak gelmeyeceği için, yutucu sınır dalgayı mükemmel şekilde yutamayacaktır.

Gerek toplam alan gerekse saçılmış alan hesaplamalarında olsun, Mur’un birinci veya ikinci derece yutulma sınırları (Mur, 1981), FDTD problem uzayı için bağılı olarak

yansımaz ve kolayca uygulanabilen bir sonlandırma sağlar. Cisim ile dış sınır arasında daha az sayıda hücre ile daha iyi yutulma sağlayabilen diğer yutulma sınır koşullarının elde edilmesi de mümkündür, ancak bunlar hesaplamalarda daha fazla karmaşıklığa neden olacaktır. Birçok FDTD problemi için Mur yutulma sınırları yeterli ve nispeten kolay uygulanabilir. Birinci derece sınır koşulu, zamanda bir adım geriye ve bir hücre yerleşimine bakar; ikinci derece sınır koşulu zamanda iki adım geriye ve iki hücre yerleşimine bakar. Sınır koşulları problem uzayı sınırında serbest uzay etkisini simüle eder.

Bu çalışmada çalışma frekansı olarak 500 MHz seçilmiştir. İstenen doğruluk için ise hücre boyutu dalgaboyunun onda biri seçildiğinde (Taflove ve Umashankar, 1989a) yeterli doğruluğu sağladığından (Kunz ve Luebbers, 1993), hücre boyutu $1/10\lambda$ seçilmiştir. Bu seçime göre Courant kararlılık koşulundan (Kunz ve Luebbers, 1993) zaman adımı boyutunu belirlersek 500 MHz. için $\Delta t=110$ ps. bulunmaktadır. Mükemmel iletken için iletkenlik katsayısı sonsuz kabul edilmiş, diğer parametreler de serbest uzay parametreleri olarak alınmıştır.

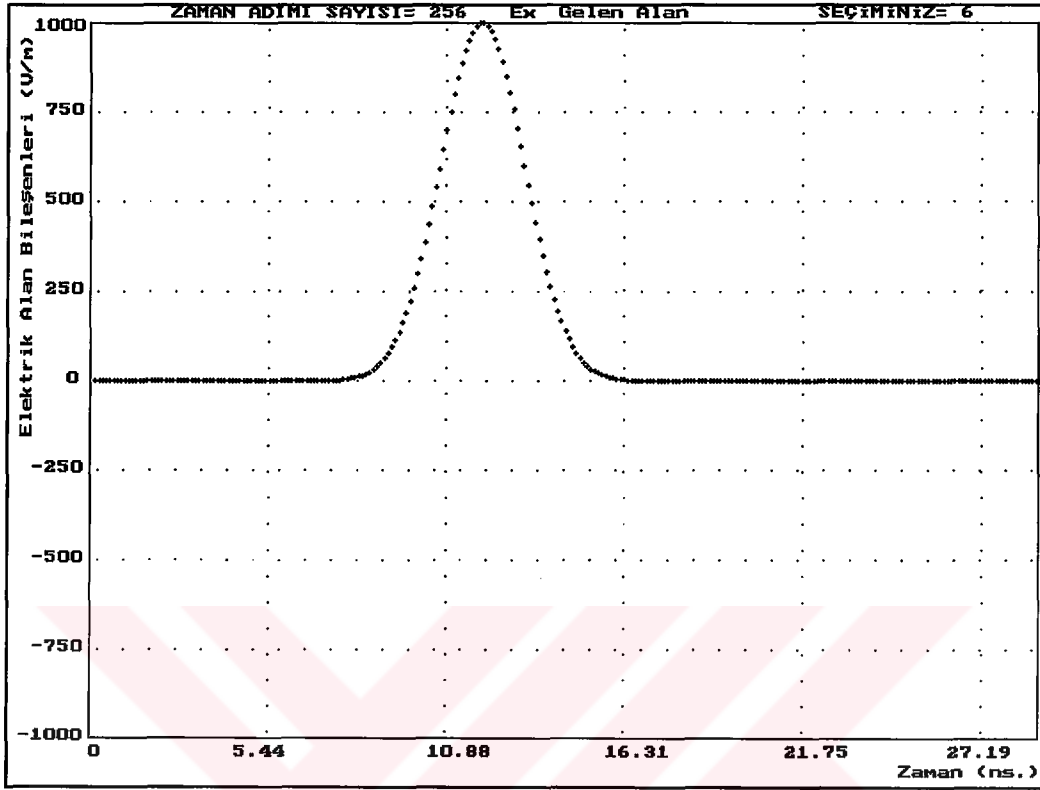
Problem uzayı olarak $34 \times 34 \times 34$ hücre boyutunda bir FDTD uzayı seçilmiştir. 500 MHz. çalışma frekansı için mükemmel iletken küpten saçılmanın incelenmesi durumunda $(1/10)\lambda$ kriterine göre problem uzayını oluşturan hücrelerden birinin kenar uzunluğu 5.88 cm. olarak hesaplanmıştır. Bu durumda problem uzayı $2 \text{m} \times 2 \text{m} \times 2 \text{m}$ hacmine sahip olmaktadır. İncelenen küpün bir kenarı 17 hücre yani 100 cm.dir.

Küp, problem uzayının tam orta noktasına gelecek şekilde yerleştirilmiştir. Gelen alan, Z doğrultusunda ilerlemekte ve 500 MHz. için 1000 V/m genlikli E_x bileşenine sahip 7 ns.lik ($\beta=64$ seçilmiştir) Gauss düzlem dalgası (Şekil 2.2) problem uzayına gönderilmektedir.

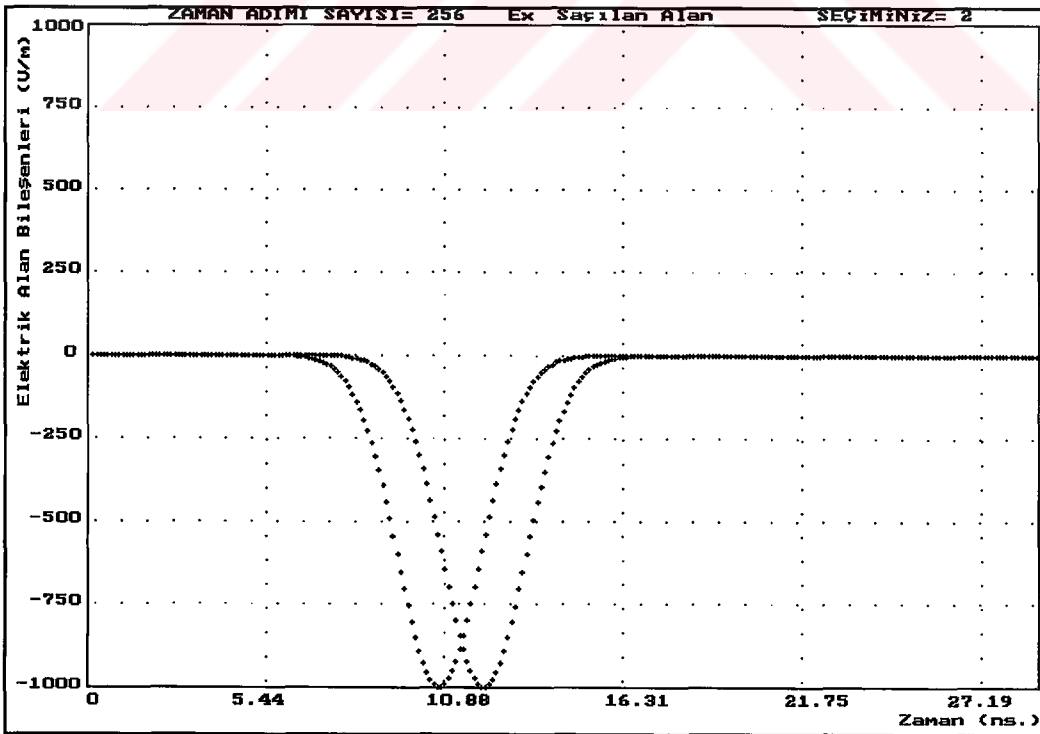
Gauss düzlem dalgasının cisim ile etkileşmesi sonucu oluşan saçılmayı incelemek için dalganın cisimle etkileştiği yüzeye yakın bir hücre ($X=17, Y=18, Z=25$) ve cismin merkezinde bir hücredeki ($X=17, Y=18, Z=18$) saçılan alan bileşeni iki boyutlu grafiklerle Şekil 2.3. de verilmiştir.

Şekil 2.3.de verilen mükemmel iletken küp dolayısıyla oluşan saçılan alanın E_x bileşenleri incelendiğinde dalganın cisimle etkileştiği hücrelerde gelen alanla ters işaretli

ve eşit genlikli bir saçılan alan oluşmakta ve bu saçılan alan tam olarak formül (2.4) ile bulunan değerini almaktadır.



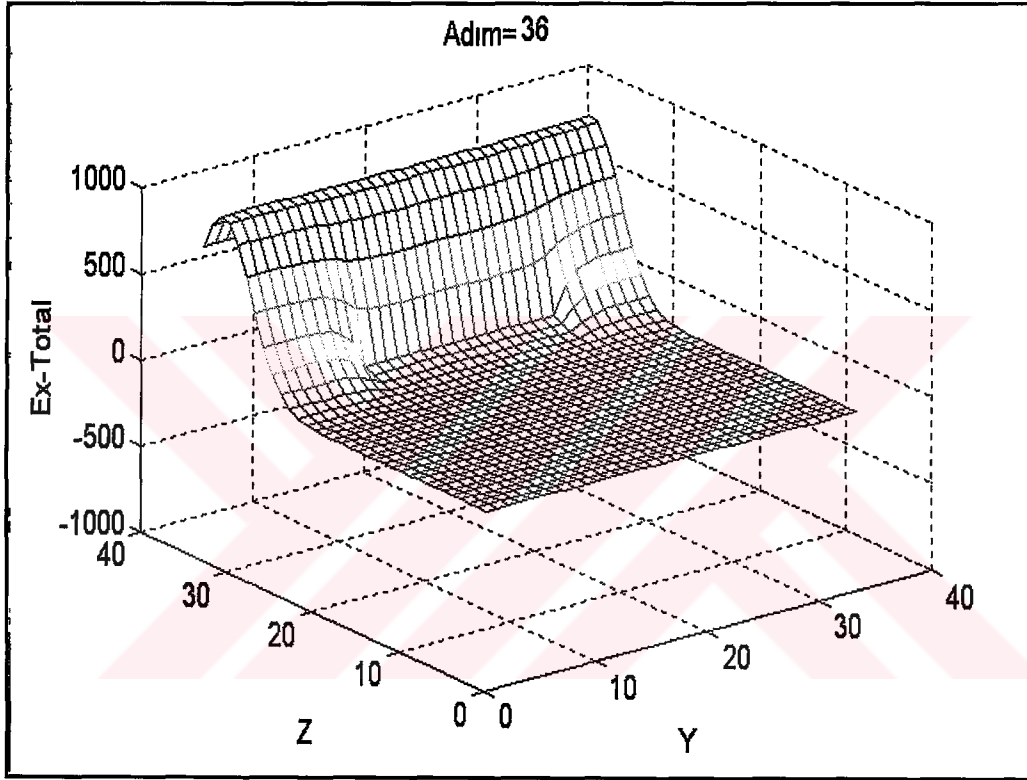
Şekil 2.2 Problem uzayına gönderilen düzlemsel Gauss darbesi.



Şekil 2.3 500 MHz'de Mükemmel iletken küpten meydana gelen saçılan alanın E_x bileşeni. ((17,18,18) ve (17,18,25) noktaları)

Gelen alan önce merkeze yakın olan hücreye daha sonra yüzeye yakın olan hücreye ulaşmaktadır, bu nedenle gelen alan cismin içinde ilerledikçe saçılan alanın değeri eksi yönde artmaktadır.

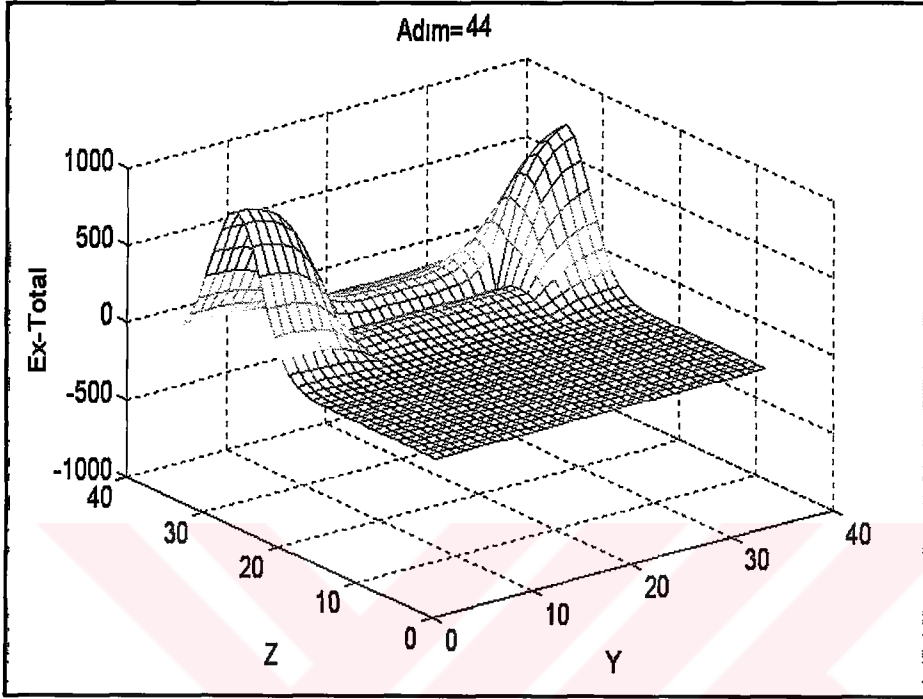
Küp köşeleri nedeni ile kırınıma sebep olduğu için seçilmiştir. Çizilen üç boyutlu grafiklerde, gelen alanın problem uzayına girişi, cisim içinden geçişi ve problem uzayını terk edişi çok net ve anlaşılır şekilde görülmektedir. Çizilen değerler toplam alan değerleridir.



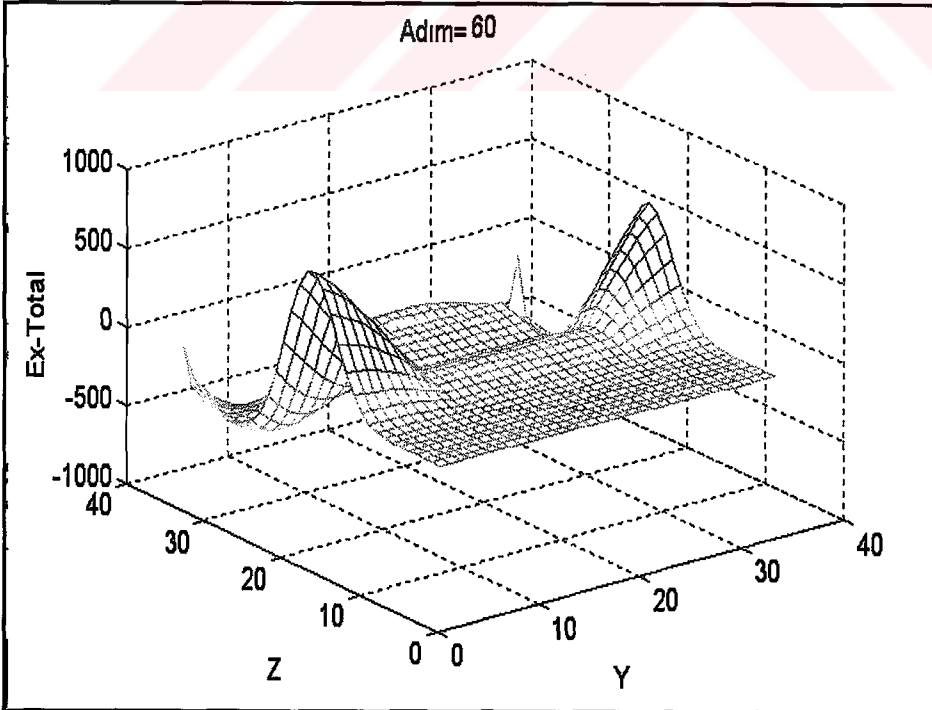
Şekil 2.4 Mükemmel iletken küpten saçılmanın 36. zaman adımıdaki üç boyutlu grafiği.

Şekil 2.4'te gelen alanın problem uzayına ve kübün ilk hücrelerine girdiği, gelen alanın kübe girdiği bölgelerde toplam alanın genlik değerinin sıfır olduğu görülmektedir. Çünkü teorik olarak mükemmel iletken cisim içinde saçılan alan, gelen alanın negatifine eşittir. Serbest uzay içinde ise gelen alan herhangi bir bozulmaya uğramadan ilerlemektedir. Bunun sebebi de serbest uzayın kayıpsız olmasıdır. Grafiklerde görülebilecek küçük hatalar FDTD metodunun yaklaşımsal bir metod olmasından ve ızgara dağılım hatalarından kaynaklanmaktadır. Buradaki sonuçlar da Lebaric'in (1995) elde ettiği sonuçlarla uygunluk göstermektedir.

Toplam alanın ilerleyen zaman adımlarındaki değerlerine baktığımızda 44. zaman adımında (Şekil 2.5) gelen alan tamamıyla kübün içine girmiş durumdadır. Bu anda problem uzayında dalganın geliş tarafında bir negatif genlik görülmektedir, bunun

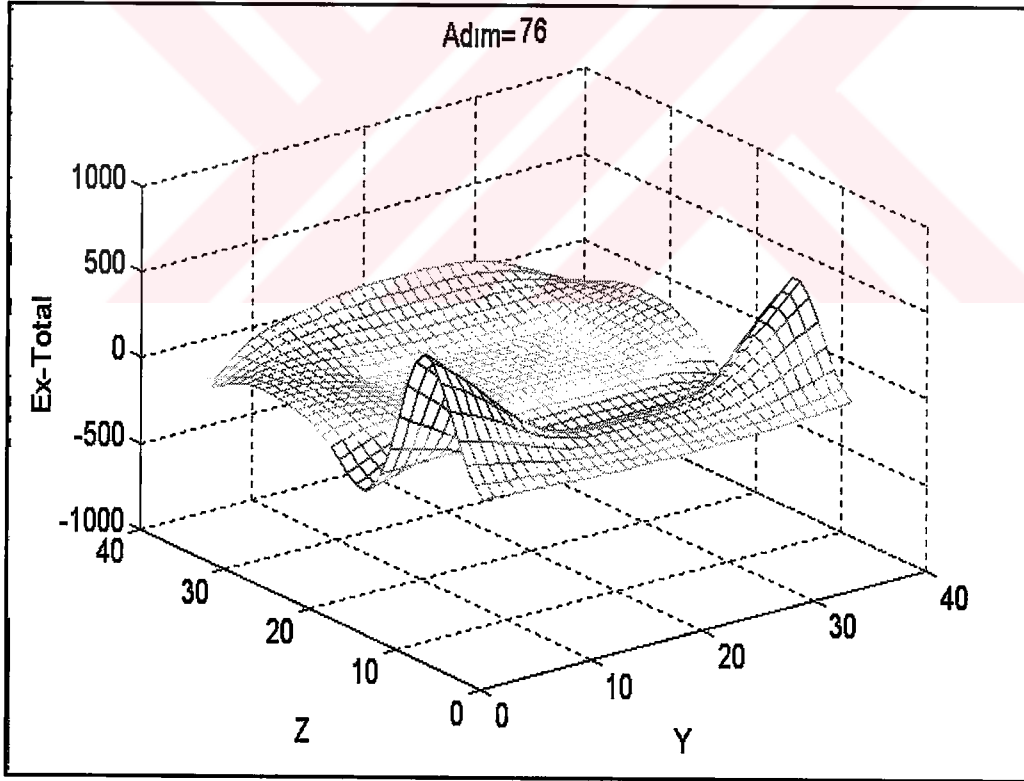


Şekil 2.5 Mükemmel iletken küpten saçılmanın 44. zaman adımındaki üç boyutlu grafiği.

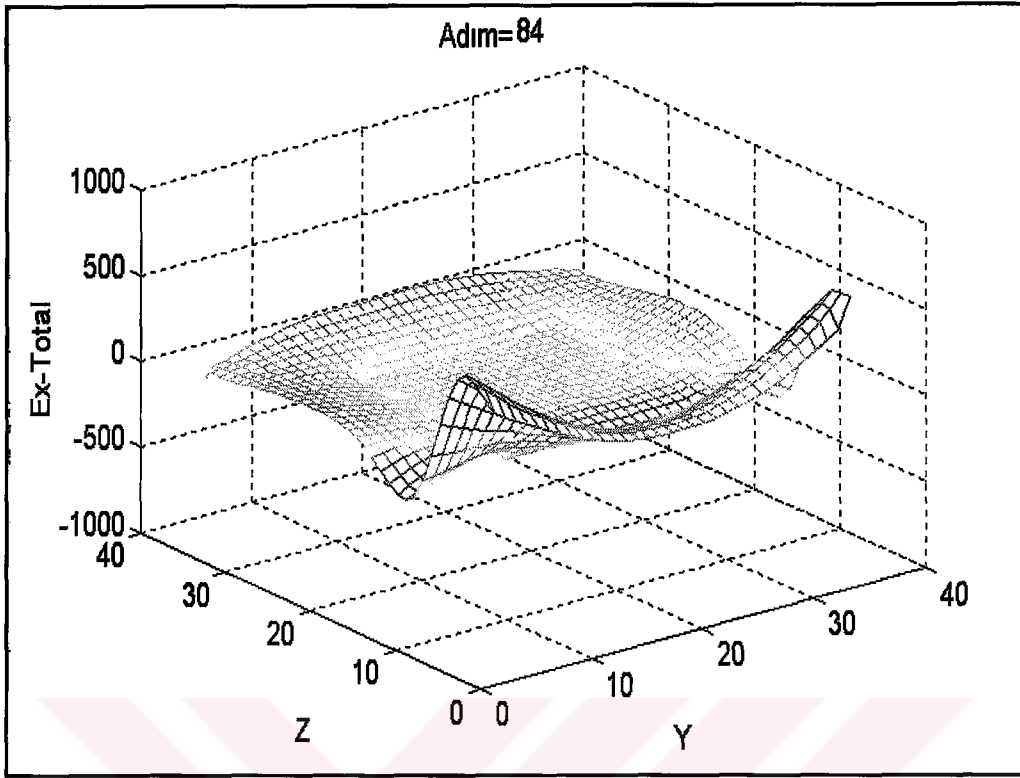


Şekil 2.6 Mükemmel iletken küpten saçılmanın 60. zaman adımındaki üç boyutlu grafiği.

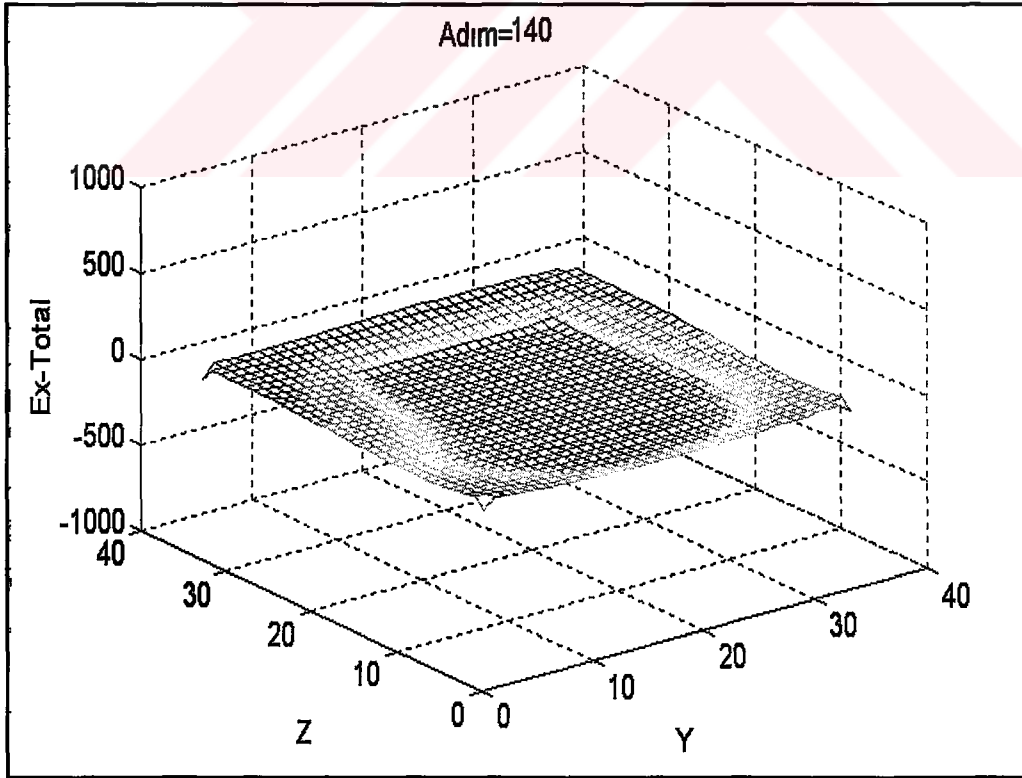
sebebi küp yüzeyine çarpan gelen alanın bir kısmı geri yönde saçılmış ve bu grafikteki değerleri almışlardır. 60. zaman adımına baktığımızda (Şekil 2.6), gelen alan tamamıyla cismin içine girmiş ve geri yönde saçılan alan da problem uzayının geliş yönündeki sınırlarına doğru ulaşmıştır. Mükemmel iletken küp içindeki toplam alan değeri geri saçılan alanlar hariç sıfır değerini almakta olduğu Şekil 2.6'da görülebilmektedir. Gelen alanın 76. zaman adımında (Şekil 2.7) problem uzayının dış sınırına yaklaştığı ve hatta bir kısmının problem uzayını terk ettiği, gelen alanın tamamen cisim terk ettiği ve cismin içindeki alanın sıfır değerine sahip olduğu görülmektedir. 84. zaman adımında (Şekil 2.9) gelen alan cisimden tamamen uzaklaşmış ve problem uzayını da terk etmek üzeredir, bu anda problem uzayındaki gelen alanımız hariç tüm alanlar sıfır değerine ulaşmak üzeredir. Daha sonraki zaman adımlarında gelen alan beklendiği gibi problem uzayını terk ederek, 140. zaman adımında (Şekil 2.9) problem uzayındaki bütün alanlar sıfır değerine ulaşmıştır.



Şekil 2.7 Mükemmel iletken küpten saçılmanın 76. zaman adımındaki üç boyutlu grafiği.



Şekil 2.8 Mükemmel iletken küpten saçılmanın 84. zaman adımındaki üç boyutlu grafiği.



Şekil 2.9 Mükemmel iletken küpten saçılmanın 140. zaman adımındaki üç boyutlu grafiği.

2.3 FDTD Saçılma Formüllerinin Mükemmel İletken Küreye Uygulanması ve Sonuçları

Yukarıdaki bölüm 2.1 de elde edilen mükemmel iletken denklemlerinin küreye uygulanabilmesi için denklemlerde herhangi bir değişikliğe ihtiyaç olmadığından denklemlerin tekrar burada yazılmasına gerek görülmemiştir. Mükemmel iletken küre için (2.4) denklemi ve serbest uzay için de (2.8) denklemleri kullanılmalıdır. Uygulamada gereken tek değişiklik problem uzayının tanımlanmasında olacaktır, daha önce tanımlanan küp yerine küre tanımlandığında bilgisayar programımız kürenin incelenmesi için hazır olacaktır. İzlenmesi gereken yolun ilk adımında, küp için olduğu gibi çalışma frekansı ve buna bağlı olarak elde edilmek istenen doğruluk belirlenmelidir.

Bu çalışmada çalışma frekansı olarak küp için olduğu gibi 500 MHz seçilmiştir. İstenen doğruluk için ise hücre boyutu $1/10\lambda$ seçilmiştir. Bu seçime göre Courant kararlılık koşulundan (Kunz ve Luebbers, 1993) zaman adımı boyutunu belirlersek 500 MHz. için $\Delta t=110$ ps. bulunmaktadır. Mükemmel iletken için iletkenlik katsayısı sonsuz kabul edilmiş, diğer parametreler de serbest uzay parametreleri olarak alınmıştır.

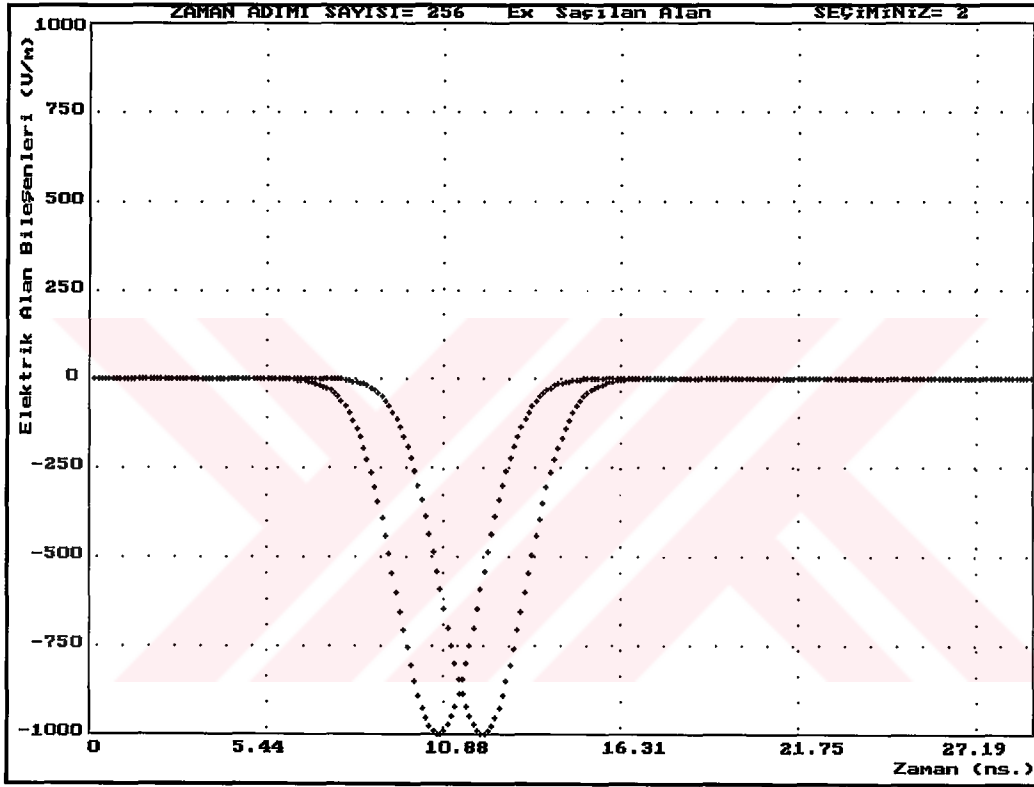
Problem uzayı olarak küp için seçilen $34 \times 34 \times 34$ hücre boyutundaki FDTD uzayı kullanılmıştır. 500 MHz. çalışma frekansı için mükemmel iletken küreden saçılmanın incelenmesi durumunda $(1/10)\lambda$ kriterine göre problem uzayını oluşturan hücrelerden birinin kenar uzunluğu 5.88 cm. olarak hesaplanmıştır. Bu durumda problem uzayı $2 \text{m} \times 2 \text{m} \times 2 \text{m}$ hacmine sahip olmaktadır. İncelenen kürenin çapı 17 hücre yani 100 cm. dir.

Küre, problem uzayının tam orta noktasına gelecek şekilde yerleştirilmiştir. Gelen alan, Z doğrultusunda ilerlemektedir. 500 MHz. için 1000 V/m genlikli E_x bileşenine sahip 7 ns.lik ($\beta=64$ seçilmiştir) Gauss düzlem dalgası (Şekil 2.2) problem uzayına gönderilmektedir. Problem uzayına gönderilen gelen alan küp için kullanılan alanla aynı özellikleri sağlamaktadır.

Gauss düzlem dalgasının cisim ile etkileşmesi sonucu oluşan saçılmayı incelemek için dalganın cisimle etkileştiği yüzeye yakın bir hücre ($X=17, Y=18, Z=25$) ve cismin merkezinde bir hücredeki ($X=17, Y=18, Z=18$) saçılan alan bileşeni iki boyutlu grafiklerle Şekil 2.10'da verilmiştir.

Şekil 2.10'da verilen mükemmel iletken küre dolayısıyla oluşan saçılan alanın E_x bileşenleri incelendiğinde dalganın cisimle etkileştiği hücrelerde gelen alanla ters işaretli ve eşit genlikli bir saçılan alan oluşmakta ve bu saçılan alan tam olarak formül (2.4) ile bulunan değerini almaktadır.

Gelen alan küp probleminde olduğu gibi önce merkeze yakın olan hücreye daha sonra yüzeye yakın olan hücreye ulaşmaktadır, bu nedenle gelen alan cismin içinde ilerledikçe saçılan alanın değeri eksi yönde artmaktadır.

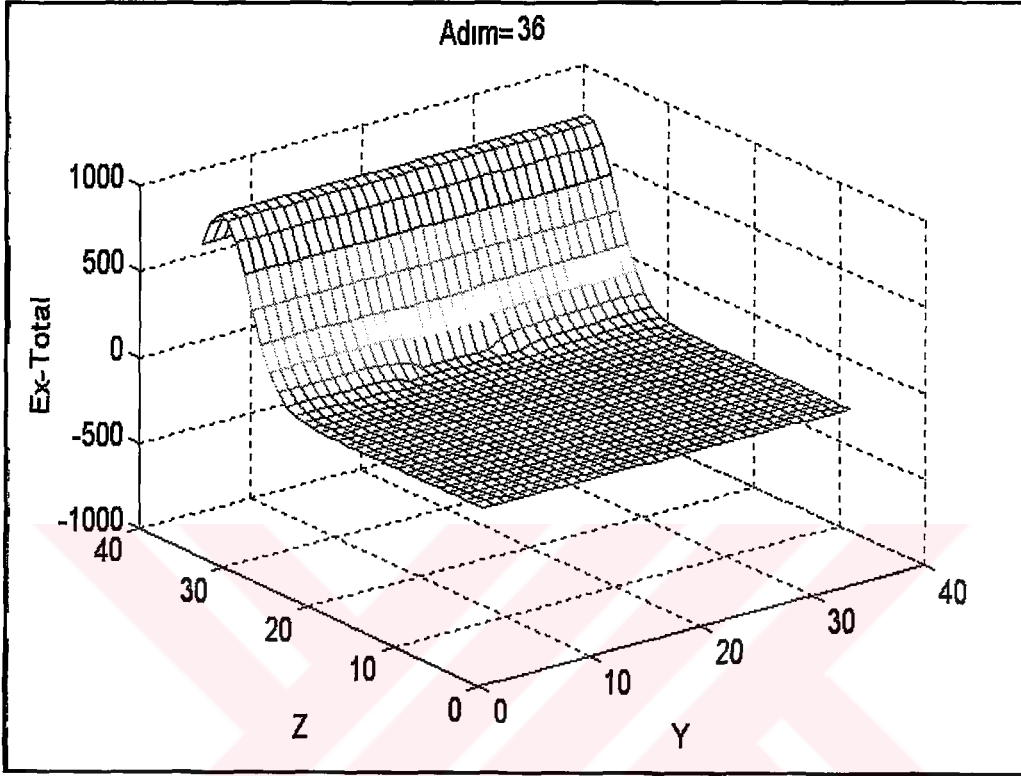


Şekil 2.10 500 MHz.de Mükemmel iletken küreden meydana gelen saçılan alanın E_x bileşeni. ((17,18,18) ve (17,18,25) noktaları)

Küre simetrik ve en basit şekil olduğu ve saçılmada yuvarlaklık etkilerinin gözlemlenebilmesi için seçilmiştir. Çizilen üç boyutlu grafiklerde, gelen alanın problem uzayına girişi, cisim içinden geçişi ve problem uzayını terk edişi çok net ve anlaşılır şekilde görülmektedir. Çizilen değerler toplam alan değerleridir.

Şekil 2.11'de gelen alanın problem uzayına ve kürenin ilk hücrelerine girdiği, gelen alanın küreye girdiği bölgelerde mükemmel iletken küpte olduğu gibi toplam alanın genlik değerinin sıfır olduğu görülmektedir. Çünkü teorik olarak mükemmel iletken cisim içinde saçılan alan, gelen alanın negatifine eşittir. Serbest uzay içinde ise

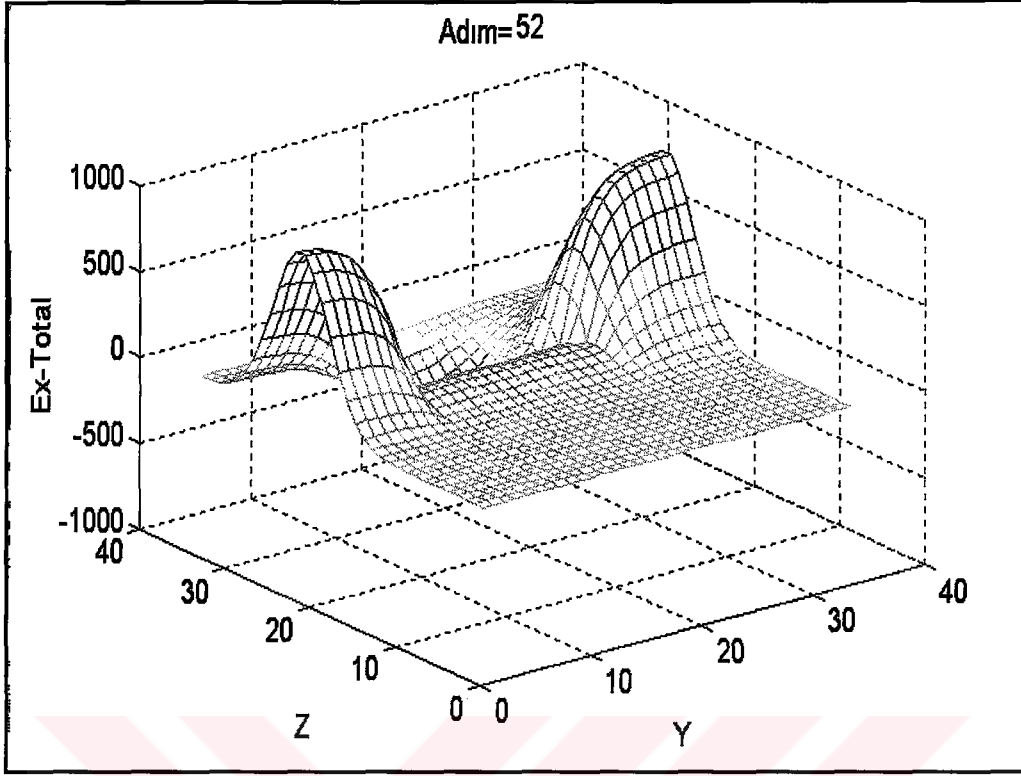
gelen alan herhangi bir bozulmaya uğramadan ilerlemektedir. Bunun sebebi de serbest uzayın kayıpsız olmasıdır. Grafiklerde görülebilecek küçük hatalar FDTD metodunun yaklaşımsal bir metod olmasından ve ızgara dağılım hatalarından kaynaklanmaktadır.



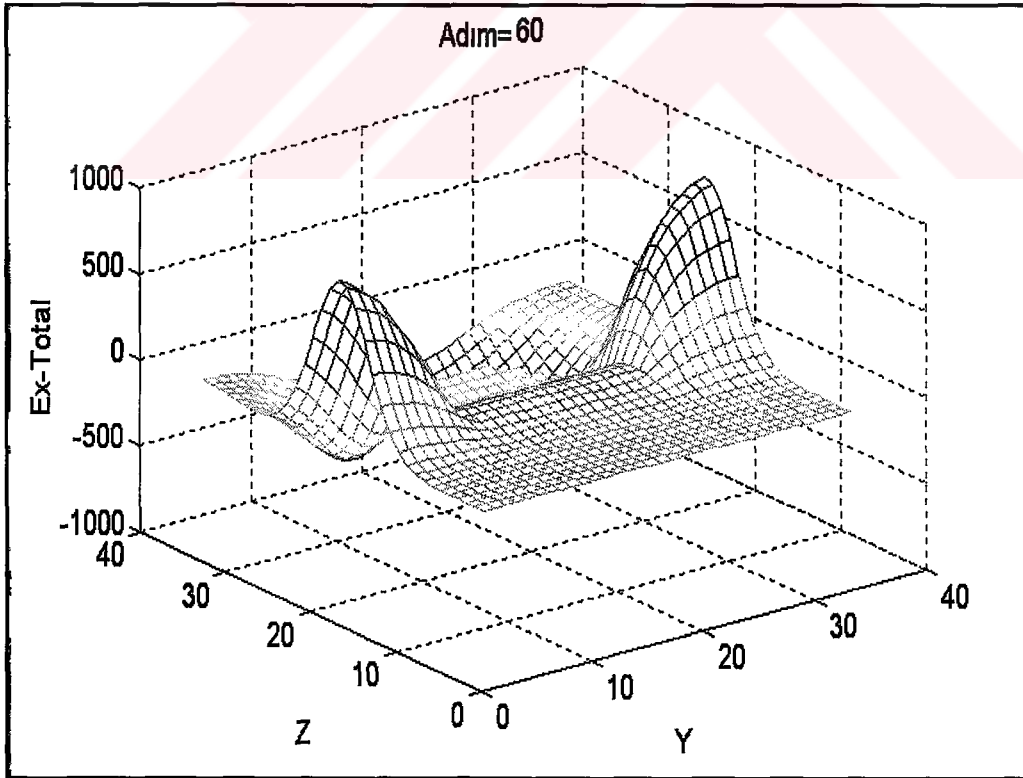
Şekil 2.11 Mükemmel iletken küreden saçılmanın 36. zaman adımındaki üç boyutlu grafiği.

Toplam alanın ilerleyen zaman adımlarındaki değerlerine baktığımızda 52. zaman adımında (Şekil 2.12) gelen alan tamamıyla kürenin içine girmiş durumdadır. Bu anda problem uzayında dalganın geliş tarafında bir negatif genlik görülmektedir, bunun sebebi küre yüzeyine çarpan gelen alanın bir kısmı geri yönde saçılmış ve bu grafikteki değerleri almıştır.

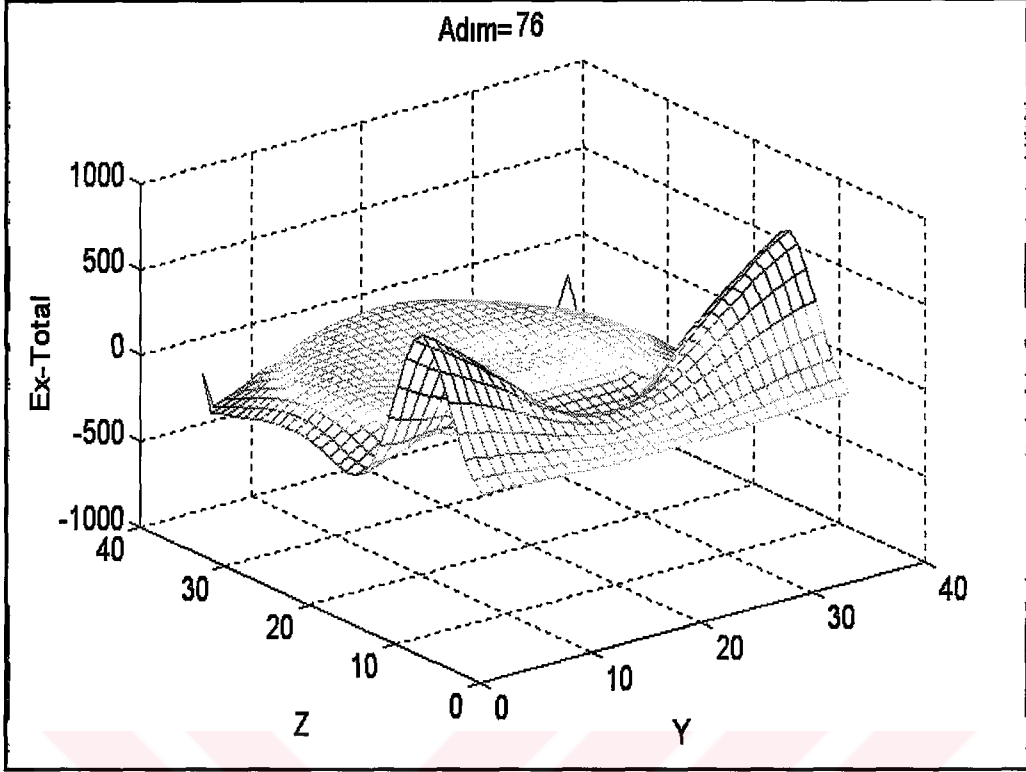
60. zaman adımına baktığımızda (Şekil 2.13), gelen alan tamamıyla cismin içine girmiş ve geri yönde saçılan alan da problem uzayının geliş yönündeki sınırlarına doğru ulaşmıştır. Mükemmel iletken küre içindeki toplam alan değeri geri saçılan alanlar hariç sıfır değerini almakta olduğu Şekil 2.13'de görülebilmektedir. Gelen alanın 76. zaman adımında (Şekil 2.14) problem uzayının dış sınırına yaklaştığı ve hatta bir kısmının problem uzayını terk ettiği, gelen alanın tamamen cisim terk ettiği ve cismin içindeki alanın sıfır değerine sahip olduğu görülmektedir. 100. zaman adımında (Şekil 2.15)



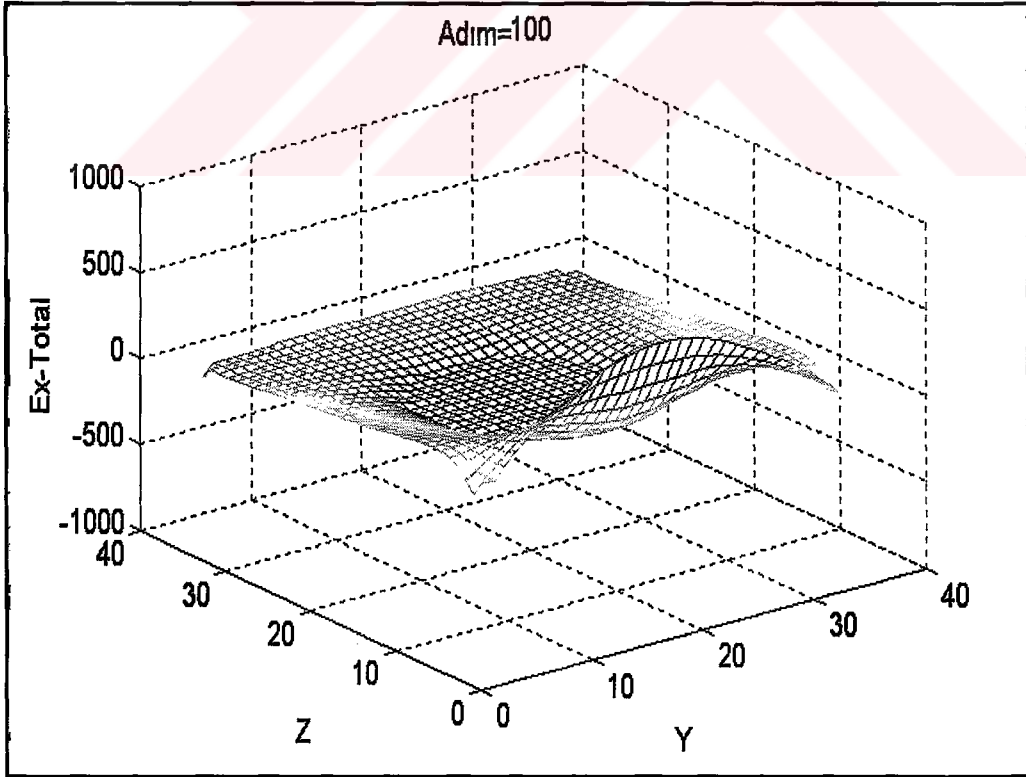
Şekil 2.12 Mükemmel iletken küreden saçılmanın 52. zaman adımıdaki üç boyutlu grafiği.



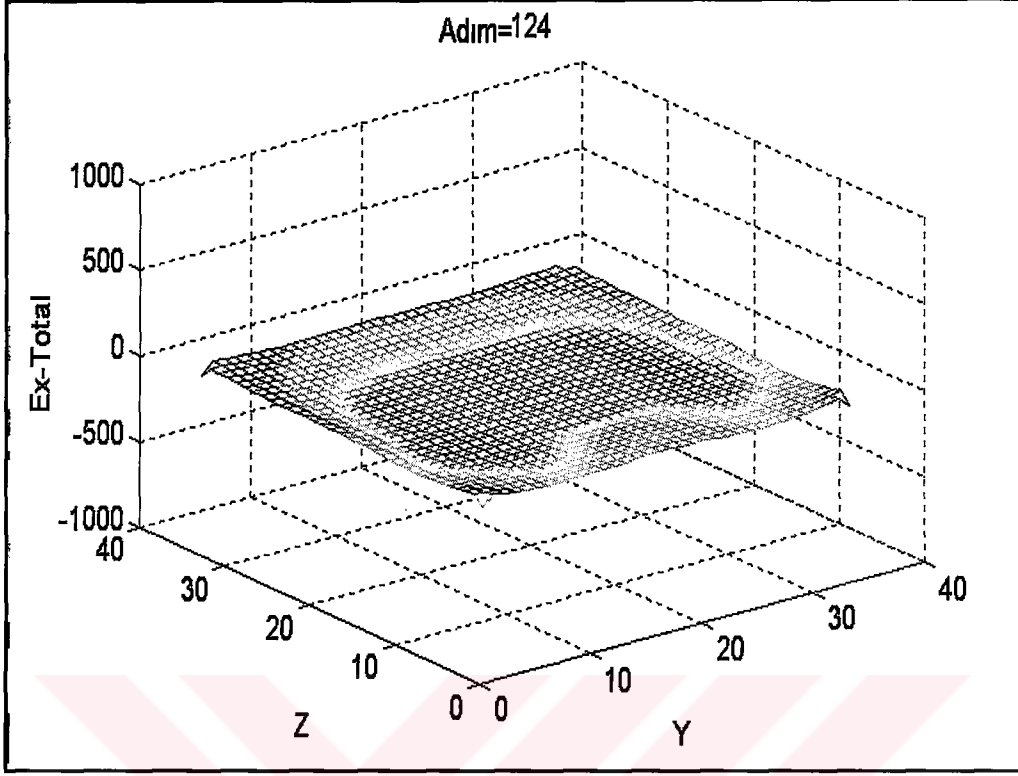
Şekil 2.13 Mükemmel iletken küreden saçılmanın 60. zaman adımıdaki üç boyutlu grafiği.



Şekil 2.14 Mükemmel iletken küreden saçılmanın 76. zaman adımındaki üç boyutlu grafiği.



Şekil 2.15 Mükemmel iletken küreden saçılmanın 100. zaman adımındaki üç boyutlu grafiği.



Şekil 2.16 Mükemmel iletken küreden saçılmanın 124. zaman adımındaki üç boyutlu grafiği.

gelen alan cisimden tamamen uzaklaşmış ve problem uzayını da terk etmek üzeredir, bu anda problem uzayındaki gelen alanımız hariç tüm alanlar sıfır değerine ulaşmak üzeredir. Daha sonraki zaman adımlarında gelen alan beklendiği gibi problem uzayını terk ederek, 124. zaman adımında (Şekil 2.16) problem uzayındaki bütün alanlar sıfır değerine ulaşmıştır.

3. FDTD METODU ile DİELEKTRİK CİSİMDEN MEYDANA GELEN SAÇILMANIN HESAPLANMASI

3.1 Dielektrik Cisim İçin FDTD Denklemleri

Aşağıdaki ayırık alan formülleri (Kunz ve Luebbers, 1993) kullanılarak

$$E = E^{total} \equiv E^{inc} + E^{scat} \quad (3.1)$$

$$H = H^{total} \equiv H^{inc} + H^{scat} \quad (3.2)$$

$$\nabla_x(E^{inc} + E^{scat}) = -\mu \partial(H^{inc} + H^{scat}) / \partial t - \sigma^*(H^{inc} + H^{scat}) \quad (3.3)$$

$$\nabla_x(H^{inc} + H^{scat}) = \varepsilon \partial(E^{inc} + E^{scat}) / \partial t + \sigma(E^{inc} + E^{scat}) \quad (3.4)$$

(3.1) ve (3.2) denklemleri (3.3) ve (3.4) şeklinde yazılabilirler. Daha sonra bu denklemler düzenlenir ve saçılan alan bileşenleri eşitliğin solunda yalnız bırakılırsa aşağıdaki (3.6) ve (3.7) denklemleri elde edilir.

$$\frac{\partial H^{scat}}{\partial t} = -\frac{\sigma^*}{\mu} H^{scat} - \frac{\sigma^*}{\mu} H^{inc} - \frac{(\mu - \mu_0)}{\mu} \frac{\partial H^{inc}}{\partial t} - \frac{1}{\mu} (\nabla_x E^{scat}) \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial E^{scat}}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\varepsilon} E^{scat} - \frac{\sigma}{\varepsilon} E^{inc} - \frac{(\varepsilon - \varepsilon_0)}{\varepsilon} \frac{\partial E^{inc}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon} (\nabla_x H^{scat}) \quad (3.7)$$

Buradaki diferansiyelli denklemleri fark denklemleri haline dönüştürmek için (3.7) denklemini ele alınıp ve i=inc (gelen) ve s=scat (saçılan) için kullanılarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\varepsilon(E^{s,n} - E^{s,n-1}) + \sigma \Delta t E^{s,n} = -\sigma \Delta t E^{i,n} - (\varepsilon - \varepsilon_0) \Delta t E^{i,n} + \left(\nabla_x H^{s,n-\frac{1}{2}} \right) \Delta t \quad (3.8)$$

Buradaki saçılan elektrik alan bileşenini yalnız bırakılmış halde yazarsak, aşağıdaki (3.9) (Kunz ve Luebbers, 1993) denklemi elde edilir:

$$E^{s,n} = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) E^{s,n-1} - \left(\frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) E^{i,n} - \left(\frac{(\varepsilon - \varepsilon_0) \Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) E^{i,n} + \left(\nabla_x H^{s,n-\frac{1}{2}} \right) \left(\frac{\Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) \quad (3.9)$$

Aynı şekilde magnetik alan bileşenini fark denklemi cinsinden yazdığımızda (3.10) denklemini elde ederiz.

$$H^{s,n+\frac{1}{2}} = \left(\frac{\mu}{\mu + \sigma^* \Delta t} \right) H^{s,n-\frac{1}{2}} - \left(\frac{\sigma^* \Delta t}{\mu + \sigma^* \Delta t} \right) H^{i,n+\frac{1}{2}} - \left(\frac{(\mu - \mu_0) \Delta t}{\mu + \sigma^* \Delta t} \right) H^{i,n+\frac{1}{2}} + (\nabla_x E^{s,n-1}) \left(\frac{\Delta t}{\mu + \sigma^* \Delta t} \right) \quad (3.10)$$

Elde edilen denklemleri FDTD bilgisayar programında kullanılan halde yazarsak aşağıdaki denklemleri elde ederiz. Hesaplamalarımızda dielektrik cisim kullanacağımızdan burada sadece elektrik alan bileşenlerinin bilgisayar programında kullanılacak şeklini yazmak yeterli olacaktır. Bu denklemler kayıplı dielektrik cisimden meydana gelen saçılan alanların hesaplanması için yeterli olacaktır

Magnetik ortamlar incelendiğinde elektrik alan denklemlerinin yazıldığı biçimde magnetik alan denklemleri de yazılabilir.

$$\begin{aligned} E_x^s(I, J, K)^n &= E_x^s(I, J, K)^{n-1} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) - \left(\frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) E_x^i(I, J, K)^n \\ &- \left(\frac{(\varepsilon - \varepsilon_0) \Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) E_x^i(I, J, K)^n + \frac{H_z^s(I, J, K)^{n-\frac{1}{2}} - H_z^s(I, J-1, K)^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta y} \left(\frac{\Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) \\ &+ \frac{H_y^s(I, J, K)^{n-\frac{1}{2}} - H_y^s(I, J, K-1)^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta z} \left(\frac{\Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} E_y^s(I, J, K)^n &= E_y^s(I, J, K)^{n-1} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) - \left(\frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) E_y^i(I, J, K)^n \\ &- \left(\frac{(\varepsilon - \varepsilon_0) \Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) E_y^i(I, J, K)^n + \frac{H_x^s(I, J, K)^{n-\frac{1}{2}} - H_x^s(I, J, K-1)^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta z} \left(\frac{\Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) \\ &+ \frac{H_z^s(I, J, K)^{n-\frac{1}{2}} - H_z^s(I-1, J, K)^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta x} \left(\frac{\Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned}
E_z^s(I, J, K)^n &= E_z^s(I, J, K)^{n-1} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) - \left(\frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) E_z^i(I, J, K)^n \\
&- \left(\frac{(\varepsilon - \varepsilon_0) \Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) E_z^i(I, J, K)^n + \frac{H_y^s(I, J, K)^{n-\frac{1}{2}} - H_y^s(I-1, J, K)^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta x} \left(\frac{\Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) \\
&+ \frac{H_x^s(I, J, K)^{n-\frac{1}{2}} - H_x^s(I, J-1, K)^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta y} \left(\frac{\Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right)
\end{aligned} \quad (3.13)$$

Burada elde edilen dielektrik ortam FDTD elektrik alan denklemleri ile birlikte bölüm (2.1) de verilen serbest uzay (2.8) denklemleri kullanılarak dielektrik cisim içeren FDTD problem uzayı incelenebilmekte ve saçılan alan değerleri hesaplanabilmektedir. Burada elde edilen dielektrik cisim FDTD denklemleri, mükemmel iletken FDTD denklemlerindeki (2.4) denkleminin yerini aldığı anda geri kalan tüm noktalar mükemmel iletkendeki gibi alındığında dielektrik cisim için formüllerimiz hazır olmuş olur. Gelen alan, yutulma sınır koşulu, hücre boyutu ve zaman adımı değerleri mükemmel iletken uygulamasındaki ile aynı şekilde alınmalıdır.

3.2 FDTD Saçılma Formüllerinin Dielektrik Kübe Uygulanması ve Sonuçları

Yukarıdaki bölümde elde edilen dielektrik ortam denklemlerini dielektrik kübe uygulayabilmek için izlenmesi gereken yolun ilk adımında mükemmel iletken olduğu gibi çalışma frekansı ve buna bağlı olarak elde edilmek istenen doğruluk belirlenmelidir.

Gelen alan olarak düzlemsel Gauss dalgası frekans spektrumunda düzgün bir yayılma sağladığından tercih edilir. Bilinen Gauss dalgası zaman ekseninde sonsuz uzunlukta olmasına rağmen bizim kullanmamız gereken (Şekil 2.2), sınırlandırılmış olmalıdır.

FDTD metodunun temelinden dolayı problem uzayı sınırında alanlar yutulmalıdır. Bu nedenle problem uzayı sınırında yutucu sınır koşulları uygulanmalıdır. Sınır koşullarının genel mantığına göre; problem uzayı içindeki dalgalar problem uzayından dışarıya yayılırken, sınırın hemen içindeki alanlara bakarak sınırda dışarıya doğru yayılan dalga için alanlar belirlenir. Gelen alan dielektrik cismin içinden geçtikten sonra hızı değiştiğinden ve ızgara dağılım hatalarına maruz kaldığından problem uzayı sınırına düzlem alan özellikleri bozulmuş olarak gelir. Dielektrik cisim

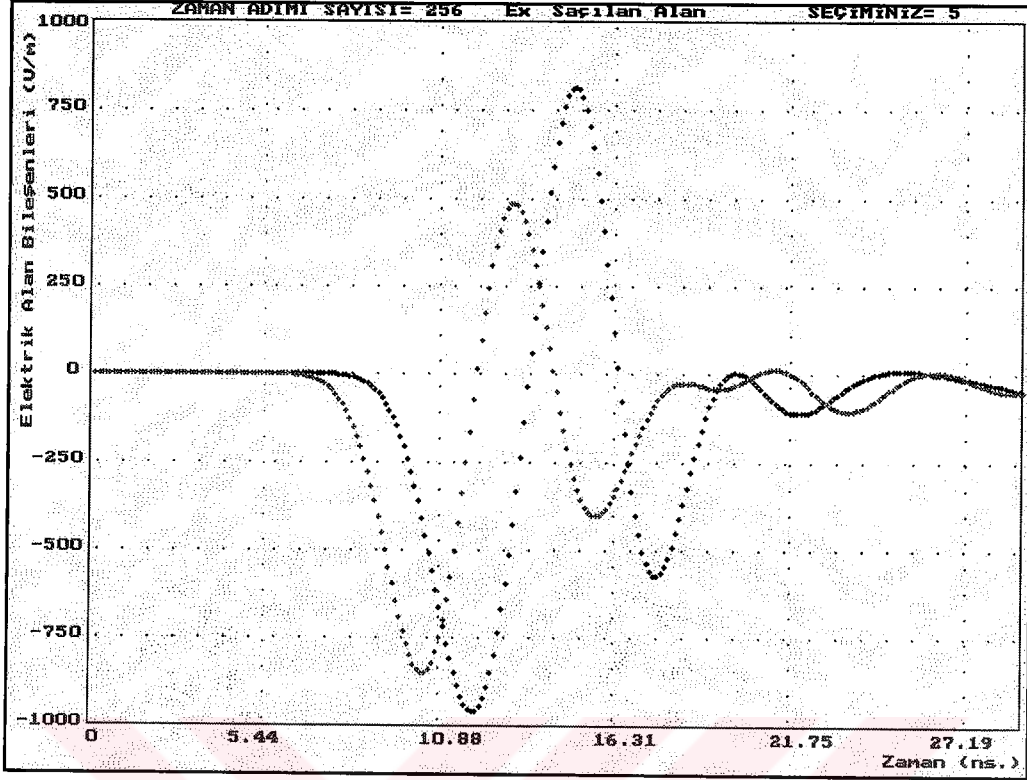
incelenmesi durumunda dış sınıra gelen dalga tam olarak düzlem olmadığı ve normal olarak gelmeyeceği için, yutucu sınır dalgayı mükemmel şekilde yutamayacaktır. Birçok FDTD problemi için Mur yutulma sınırları yeterli ve nispeten kolay uygulanabilir.

Bu çalışmada, uygulamalar arasında karşılaştırmalar yapılabilmesi için mükemmel iletken olduğu gibi çalışma frekansı olarak 500 MHz seçilmiştir. İstenen doğruluk nedeni ile hücre boyutu $1/10\lambda$ seçilmiştir. Bu seçime göre Courant kararlılık koşulundan zaman adımı boyutunu belirlersek 500 MHz. için $\Delta t=110$ ps. bulunmaktadır. Dielektrik için iletkenlik katsayısı $\sigma = 0.005$ S/m kabul edilmiş, dielektrik katsayısı olarak $\epsilon = 4\epsilon_0$ alınmıştır. Problem uzayı olarak daha önce alınan $34 \times 34 \times 34$ hücre boyutundaki FDTD uzayı seçilmiştir. 500 MHz. çalışma frekansı için dielektrik küpten saçılmanın incelenmesi durumunda $(1/10)\lambda$ kriterine göre problem uzayını oluşturan hücrelerden birinin kenar uzunluğu 5.88 cm. olarak hesaplanmıştır. Bu durumda problem uzayı $2m \times 2m \times 2m$ hacmine sahip olmaktadır. İncelenen küpün bir kenarı 17 hücre yani 100 cm.dir.

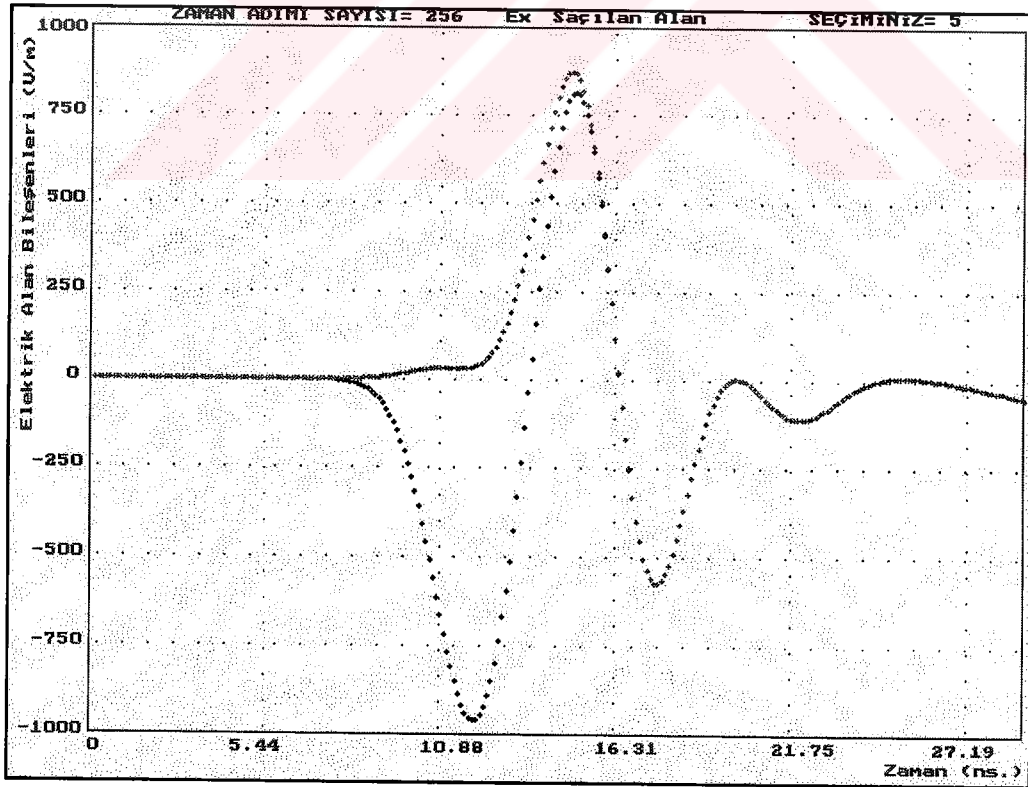
Küp, mükemmel iletken probleminde olduğu gibi problem uzayında ortalanmış şekilde yerleştirilmiştir. Gelen alan, Z doğrultusunda ilerlemekte ve 500 MHz. için 1000 V/m genlikli E_x bileşenine sahip 7 ns.lik ($\beta=64$ seçilmiştir) Gauss düzlem dalgası (Şekil 2.2) problem uzayına gönderilmektedir. Burada görüldüğü gibi ilk şartlarda, iletkenlik katsayısı (σ) ve dielektrik parametresi (ϵ) hariç mükemmel iletken problemindeki ile aynı değerler seçilmiştir.

Gauss düzlem dalgasının cisim ile etkileşmesi sonucu oluşan saçılmayı incelemek için dalganın cisimle etkileştiği yüzeye yakın bir hücre ($X=17, Y=18, Z=25$) ve cismin merkezinde bir hücredeki ($X=17, Y=18, Z=18$) saçılan alan bileşeni iki boyutlu grafiklerle Şekil 3.1'de verilmiştir.

Şekil 3.1'de verilen dielektrik küp dolayısıyla oluşan saçılan alanın E_x bileşenleri incelendiğinde gelen alanın cisimle etkileştiği hücrelerde gelen alanla ters işaretli ve gelen alana göre iletkenlik katsayısından dolayı genlikçe zayıflamış bir saçılan alan oluşmaktadır. Bu saçılan alan, formül (3.11) deki negatif çarpanlı gelen alan değerleri nedeni ile toplamda da negatif değer almaktadır. Gelen alan önce merkeze yakın olan hücreye daha sonra yüzeye yakın olan hücreye ulaşmaktadır ve hücreler arasında zamansal farklılık mevcuttur. Bu nedenle çizilen grafikte iki farklı eğri vardır.



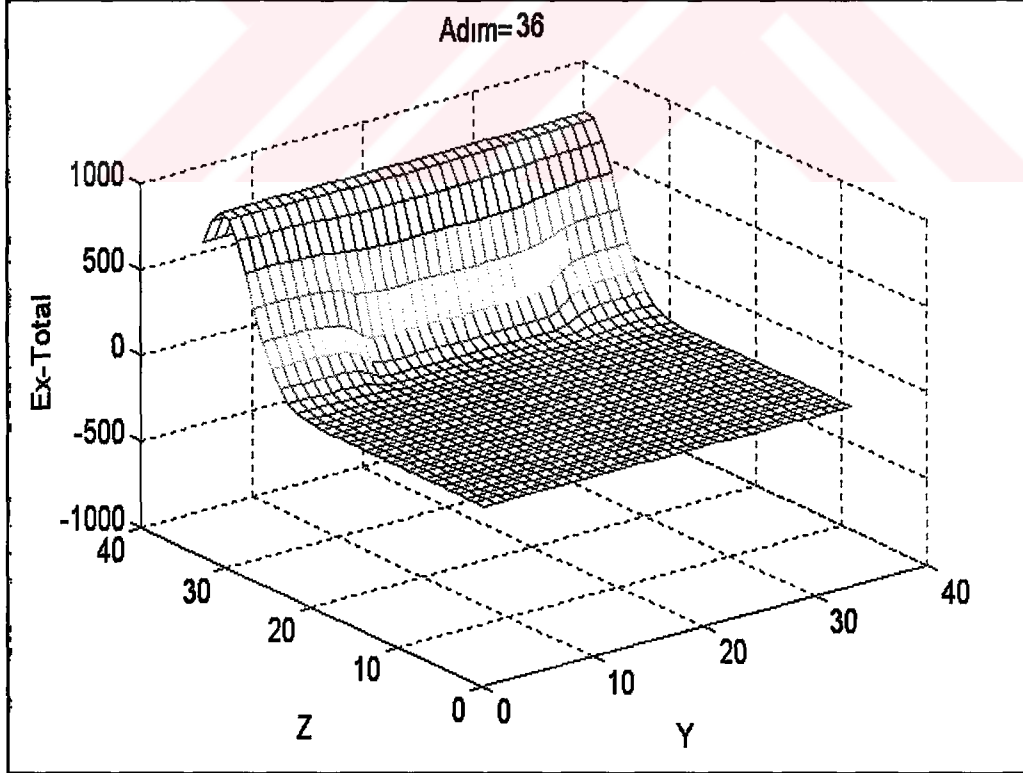
Şekil 3.1 500 MHz.de dielektrik küpten meydana gelen saçılan alanın E_x bileşeni. ((17,18,18) ve (17,18,25) noktaları)



Şekil 3.2. 500 MHz.de dielektrik küpten meydana gelen saçılan alan ve toplam alanın E_x bileşenleri. ((17,18,25) noktası)

Saçılan alanın durumunu daha iyi anlamak için toplam alan ve saçılan alanı (17,18,25) noktasında birlikte çizdirirsek Şekil 3.2'yi elde ederiz. Bu şekil saçılan alan, gelen alanın inceleme noktamıza ulaşması ile gelen alana tepki olarak ortaya çıktığını göstermektedir. Gelen alan inceleme noktamızdan geçip gittikten sonra bile inceleme noktamızda bir takım saçılmış alan benzeri alanlar görmekteyiz, bu alanlar problem uzayı sınırında yutulamayıp geri gelen alanlardan ibarettir. Dielektrik küp incelememizde böyle alanların ortaya çıkması gayet normaldir. Çünkü dielektrik cisim içinde ilerleyen alan, ızagara dağılım hatalarına maruz kalmakta, problem uzayı sınırına normal olarak gelememekte ve gelen alan ile saçılan alan arasında dielektrik cisim içindeki hız nedeniyle zamansal farklılık oluşmaktadır. Belirtilen bu hatalar nedeni ile problem uzayı sınırından sınır koşulları uygulanmasına rağmen tam olarak yutulma sağlanamamaktadır.

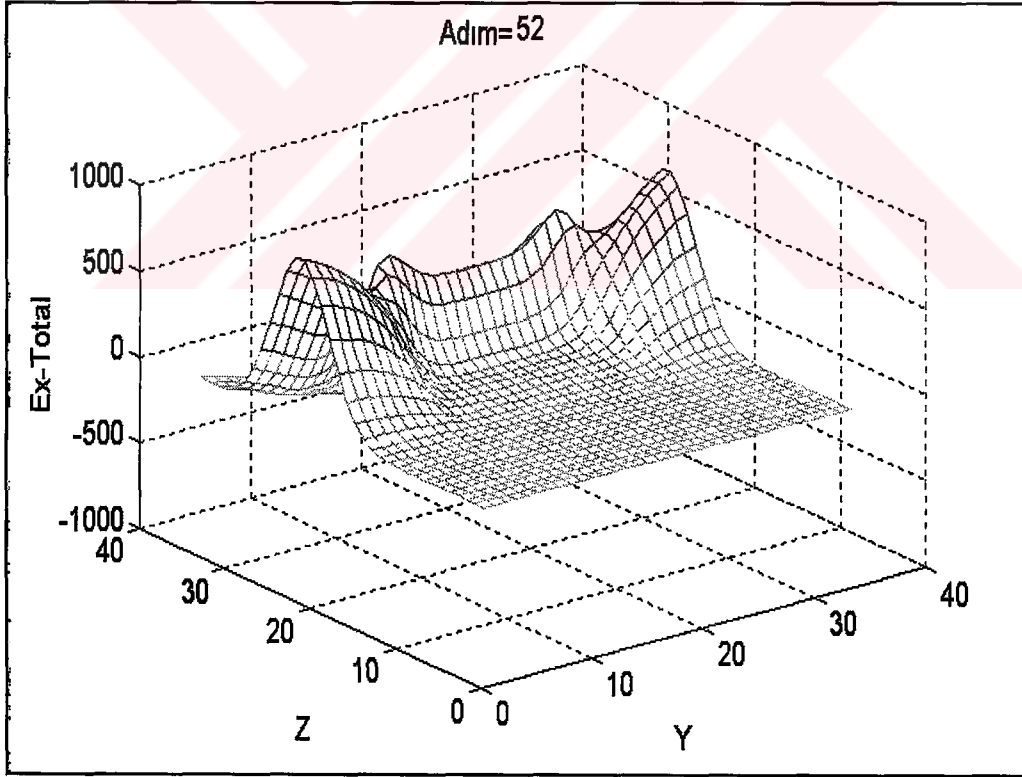
Çizilen üç boyutlu grafiklerde, gelen alanın problem uzayına girişi, cisim içinden geçişi ve problem uzayını terk edişi çok net ve anlaşılır şekilde görülmektedir. Çizilen değerler toplam alan değerleridir.



Şekil 3.3 Dielektrik küpten saçılmanın 36. zaman adımındaki üç boyutlu grafiği.

Şekil 3.3'te gelen alanın problem uzayına ve kübün ilk hücrelerine henüz girdiği, gelen alanın kübe girdiği bölgelerde toplam alanın genlik değerinin gelen alana göre normal değer altında olduğu görülmektedir. Serbest uzay içindeki gelen alan herhangi bir bozulmaya uğramadan ilerlemektedir. Bunun sebebi de serbest uzayın kayıpsız olmasıdır. Grafiklerde görülebilecek küçük hatalar FDTD metodunun yaklaşımsal bir metod olmasından ve ızgara dağılım hatalarından kaynaklanmaktadır.

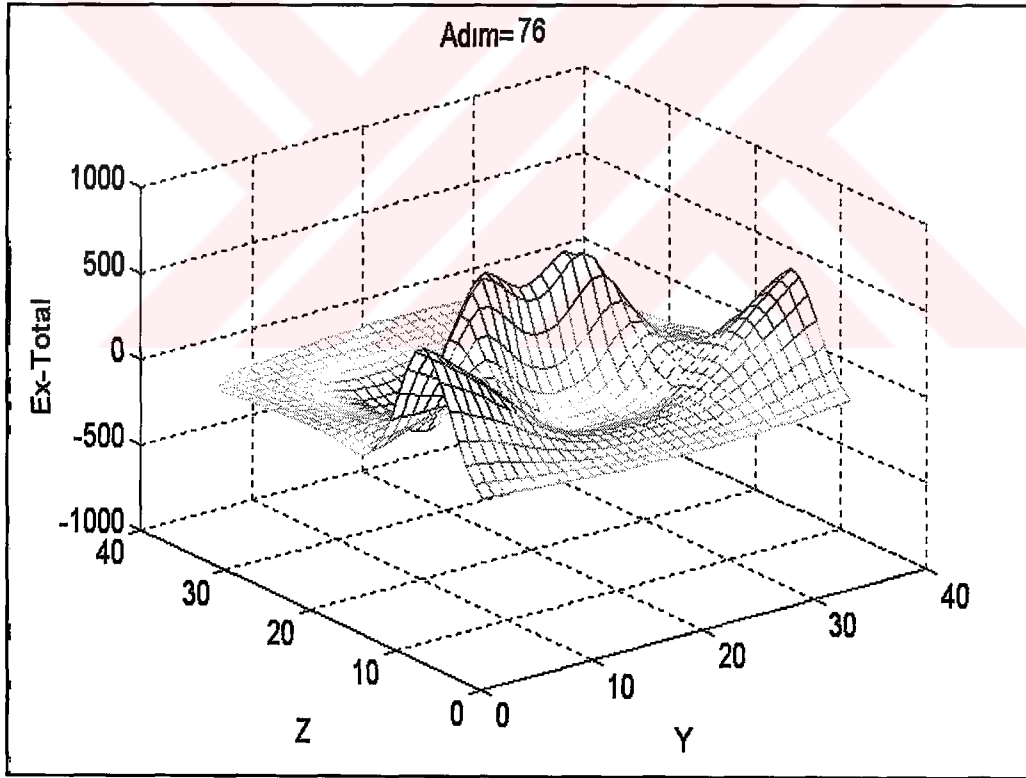
Toplam alanın ilerleyen zaman adımlarındaki değerlerine baktığımızda 52. zaman adımında (Şekil 3.4) gelen alan tamamıyla kübün içine girmiş durumdadır. Bu anda gelen dalga, dielektriğin kayıplı olmasından dolayı cismin içindeki bölgelerde zayıflamış ve toplam alanda bir miktar gecikme olmuştur. Bu gecikme, cismin bağlı dielektrik katsayısının 4 olması nedeni ile toplam alanın serbest uzaydaki hızının yarısı kadar bir hızla ilerlemesi nedeniyle ortaya çıkmaktadır.



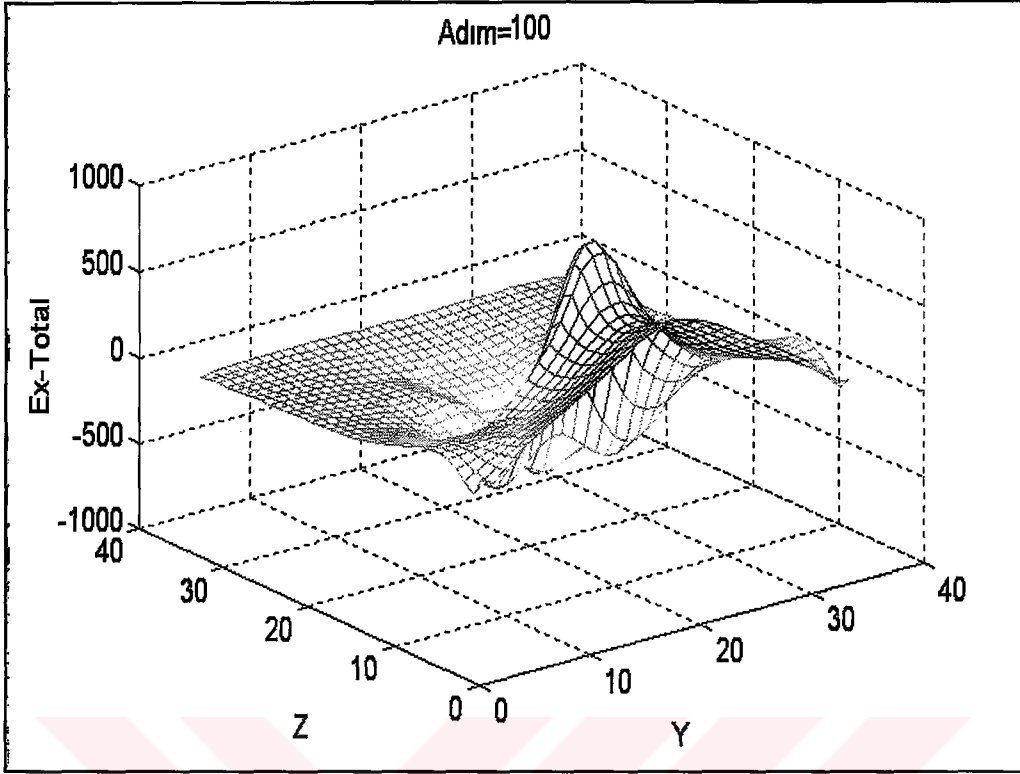
Şekil 3.4 Dielektrik küpten saçılmanın 52. zaman adımındaki üç boyutlu grafiği.

76. zaman adımına baktığımızda (Şekil 3.5), gelen alan tamamıyla cismin dışına çıkmış, problem uzayı sınırlarına doğru yaklaşmış ve cismin içindeki alan ise

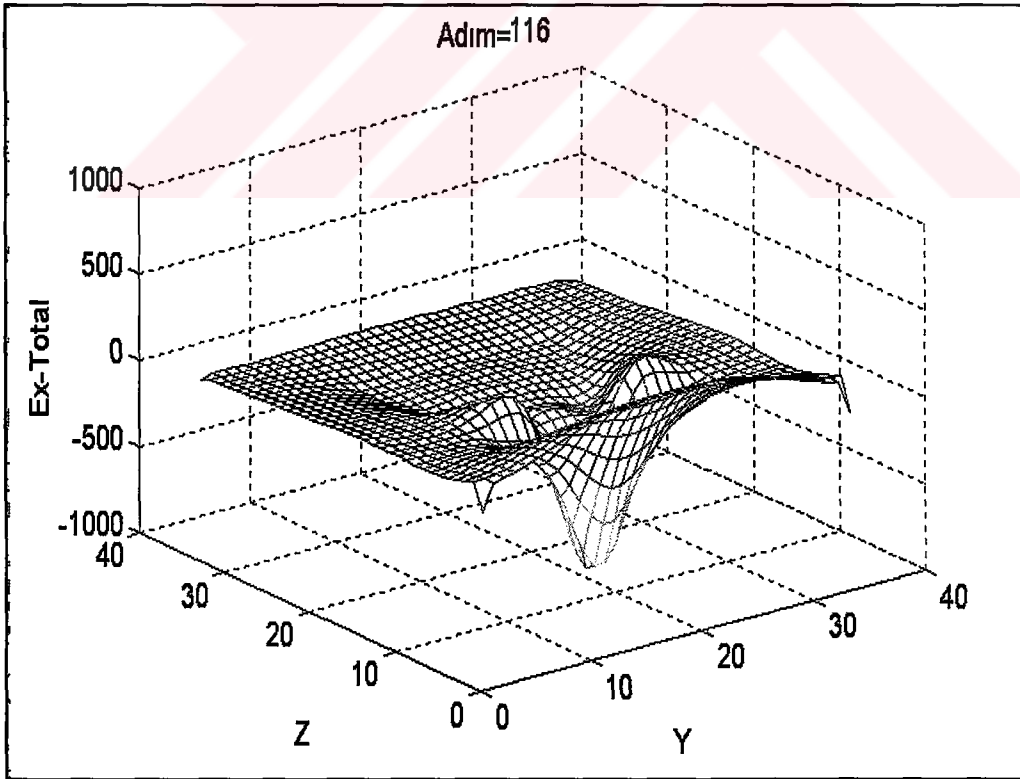
yavaşladığından dolayı henüz cisim terk edememiştir. Gelen alanın 100. zaman adımında (Şekil 3.6) problem uzayını terk ettiği ve saçılan alanın da problem uzayı sınırına gelmek üzere olduğu görülmektedir. Dikkat edilirse sadece cismin içinden geçen alan problem uzayında bulunmaktadır. 116. zaman adımında (Şekil 3.7) saçılan alanın problem uzayı sınırında yutulmadan büyük bir yoğunluğu geri yansımaktadır. Geri yansıyan dalga 188. zaman adımında (Şekil 3.8) problem uzayının diğer sınırına ulaşmış durumdadır. Burada da sınır koşulları uygulanacağından tekrar zayıflamaktadır. 204. zaman adımında (Şekil 3.9) tekrar geri yansıyan dalga gelen alana göre oldukça küçük genliklere inmiştir, ancak tamamıyla sıfır olamamıştır. Bu nedenle problem uzayının diğer sınırına doğru ilerlemekte ve gittikçe zayıflamaktadır. 204. zaman adımında problem uzayında hemen hemen hiçbir alan kalmamıştır.



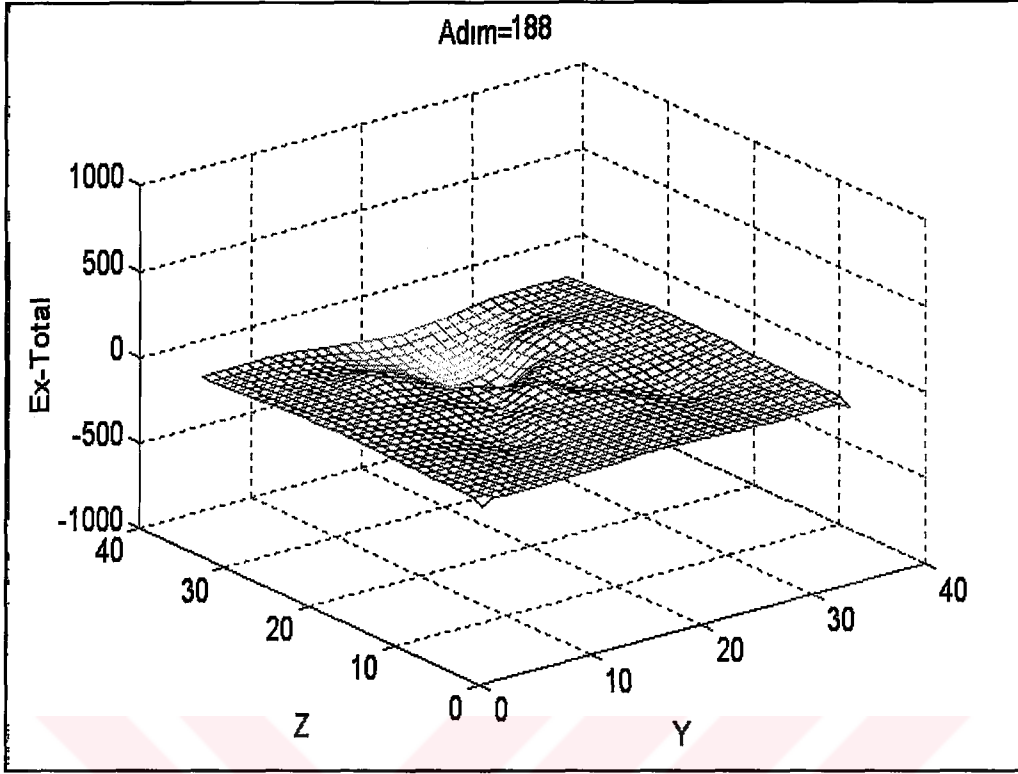
Şekil 3.5 Dielektrik küpten saçılmanın 76. zaman adımındaki üç boyutlu grafiği.



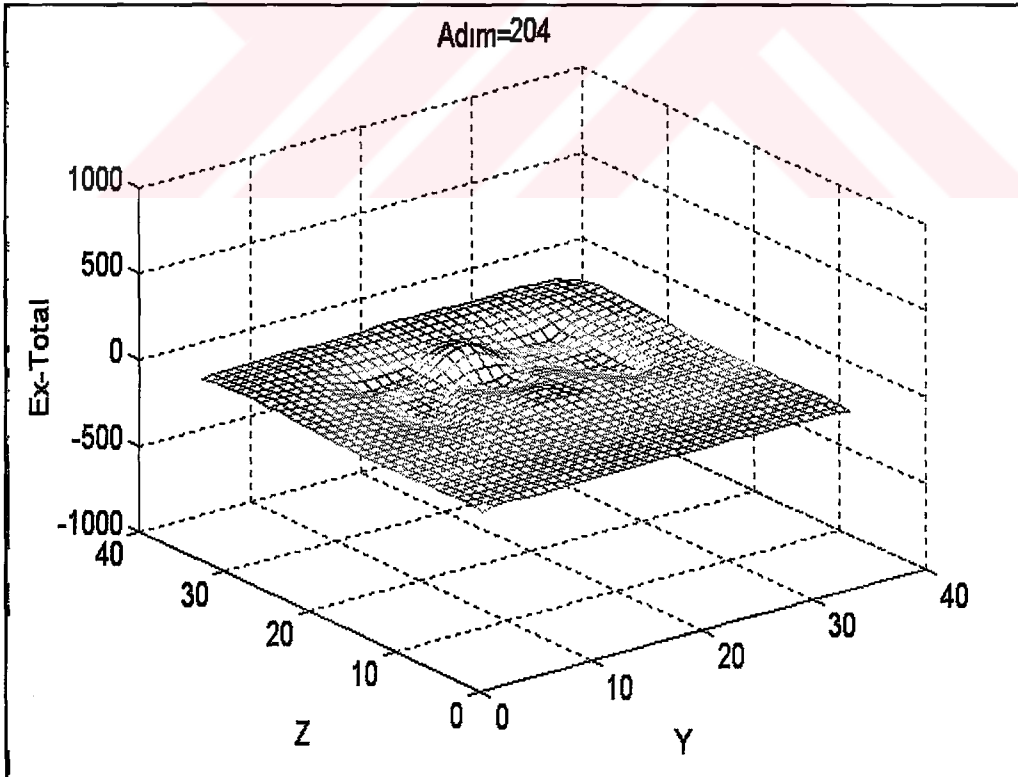
Şekil 3.6 Dielektrik küpten saçılmanın 100.zaman adımındaki üç boyutlu grafiği.



Şekil 3.7 Dielektrik küpten saçılmanın 116.zaman adımındaki üç boyutlu grafiği.



Şekil 3.8 Dielektrik küpten saçılmanın 188.zaman adımıdaki üç boyutlu grafiği.



Şekil 3.9 Dielektrik küpten saçılmanın 204.zaman adımıdaki üç boyutlu grafiği.

3.2 FDTD Saçılma Formüllerinin Dielektrik Küreye Uygulanması ve Sonuçları

Yukarıdaki bölümde elde edilen dielektrik ortam denklemlerini dielektrik küreye uygulayabilmek için izlenmesi gereken yolun ilk adımında mükemmel iletken olduğu gibi çalışma frekansı ve buna bağlı olarak elde edilmek istenen doğruluk belirlenmelidir.

Gelen alan olarak düzlemsel Gauss dalgası frekans spektrumunda düzgün bir zayıflama sağladığından tercih edilir. Bilinen Gauss dalgası zaman ekseninde sonsuz uzunlukta olmasına rağmen bizim kullanmamız gereken (Şekil 2.2), sınırlandırılmış olmalıdır.

FDTD metodunun temelinden dolayı problem uzayı sınırında alanlar yutulmalıdır. Bu nedenle problem uzayı sınırında yutucu sınır koşulları uygulanmalıdır. Sınır koşullarının genel mantığına göre; problem uzayı içindeki dalgalar problem uzayından dışarıya yayılırken, sınırın hemen içindeki alanlara bakarak sınırda dışarıya doğru yayılan dalga için alanlar belirlenir. Gelen alan dielektrik cismin içinden geçtikten sonra hızı değiştiğinden ve ızgara dağılım hatalarına maruz kaldığından problem uzayı sınırına düzlem alan özellikleri bozulmuş olarak gelir. Dielektrik cisim incelenmesi durumunda dış sınıra gelen dalga tam olarak düzlem olmadığı ve normal olarak gelmeyeceği için, yutucu sınır dalgayı mükemmel şekilde yutamayacaktır. Birçok FDTD problemi için Mur yutulma sınırları yeterli ve nispeten kolay uygulanabilir.

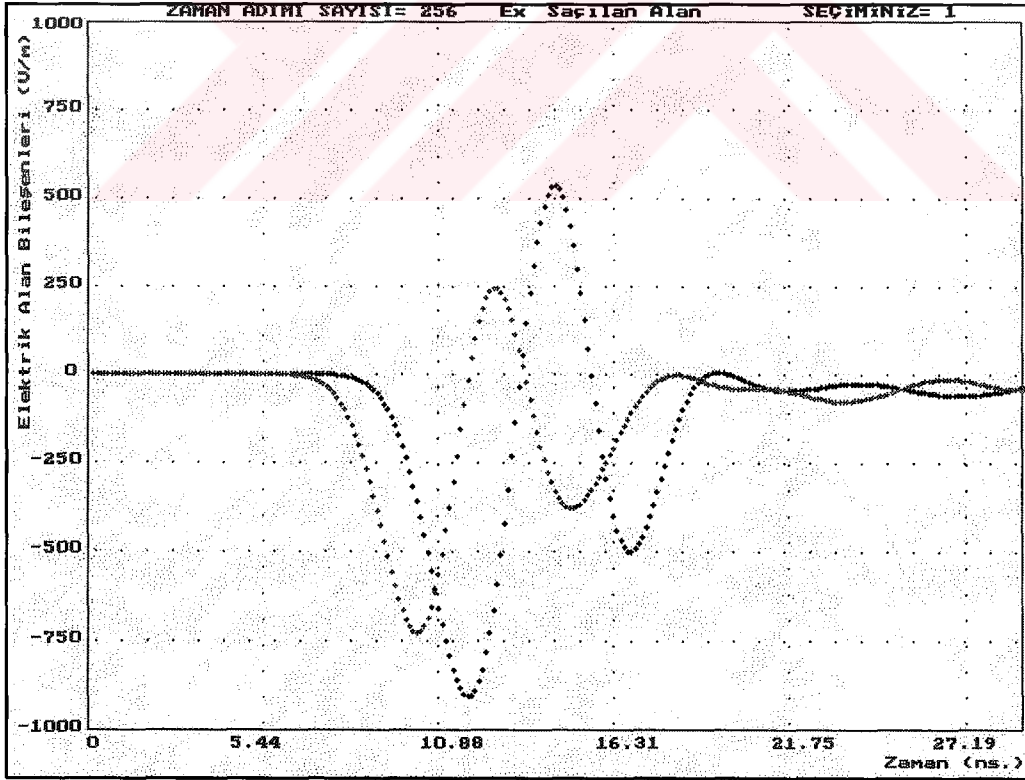
Bu çalışmada, uygulamalar arasında karşılaştırmalar yapılabilmesi için mükemmel iletken olduğu gibi çalışma frekansı olarak 500 MHz seçilmiştir. İstenen doğruluk nedeni ile hücre boyutu $1/10\lambda$ seçilmiştir. Bu seçime göre Courant kararlılık koşulundan zaman adımı boyutunu belirlersek 500 MHz. için $\Delta t=110$ ps. bulunmaktadır. Dielektrik için iletkenlik katsayısı $\sigma = 0.005$ S/m kabul edilmiş, dielektrik katsayısı olarak $\epsilon = 4\epsilon_0$ alınmıştır. Problem uzayı olarak daha önce alınan $34 \times 34 \times 34$ hücre boyutundaki FDTD uzayı seçilmiştir. 500 MHz. çalışma frekansı için dielektrik küreden saçılmanın incelenmesi durumunda $(1/10)\lambda$ kriterine göre problem uzayını oluşturan hücrelerden birinin kenar uzunluğu 5.88 cm. olarak hesaplanmıştır. Bu durumda problem uzayı $2 \text{m} \times 2 \text{m} \times 2 \text{m}$ hacmine sahip olmaktadır. İncelenen kürenin çapı 17 hücre yani 100 cm.dir.

Küre, mükemmel iletken probleminde olduğu gibi problem uzayında ortalanmış şekilde yerleştirilmiştir. Gelen alan, Z doğrultusunda ilerlemekte ve 500 MHz. için

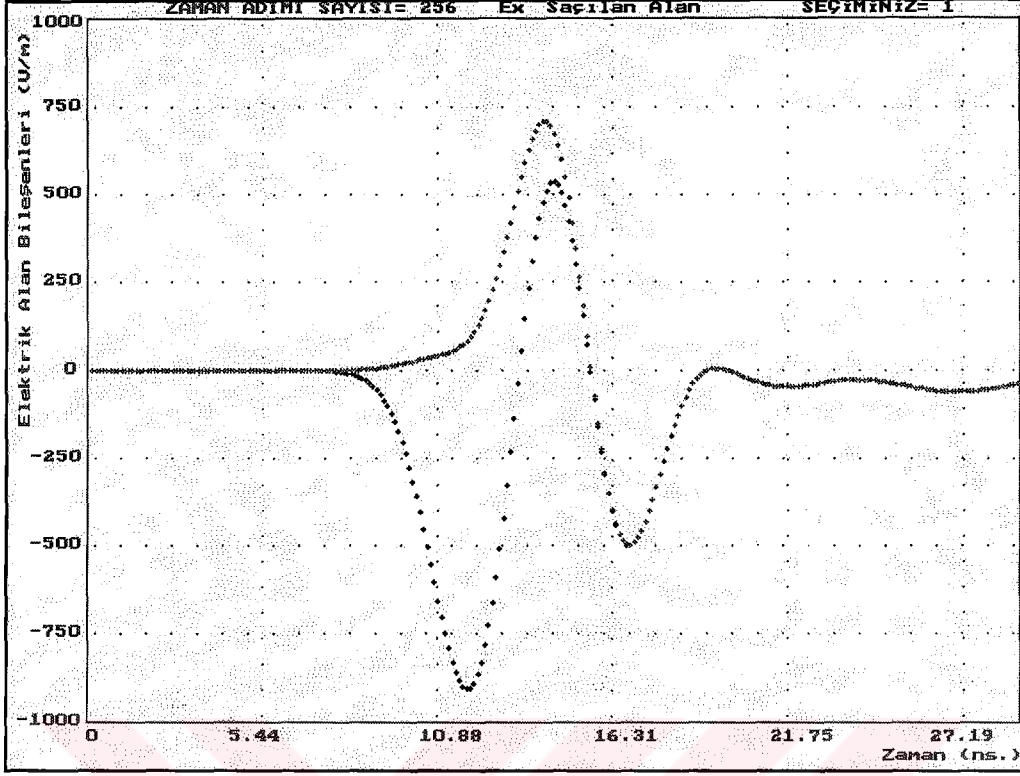
1000 V/m genlikli E_x bileşenine sahip 7 ns.lik ($\beta=64$ seçilmiştir) Gauss düzlem dalgası (Şekil 2.2) problem uzayına gönderilmektedir. Burada görüldüğü gibi ilk şartlarda, iletkenlik katsayısı (σ) ve dielektrik parametresi (ϵ) hariç mükemmel iletken problemindeki ile aynı değerler seçilmiştir.

Gauss düzlem dalgasının cisim ile etkileşmesi sonucu oluşan saçılmayı incelemek için dalganın cisimle etkileştiği yüzeye yakın bir hücre ($X=17, Y=18, Z=25$) ve cismin merkezinde bir hücredeki ($X=17, Y=18, Z=18$) saçılan alan bileşeni iki boyutlu grafiklerle Şekil 3.10'da verilmiştir.

Şekil 3.10'da verilen dielektrik küre dolayısıyla oluşan saçılan alanın E_x bileşenleri incelendiğinde gelen alanın cisimle etkileştiği hücrelerde gelen alanla ters işaretli ve gelen alana göre iletkenlik katsayısından dolayı genlikçe zayıflamış bir saçılan alan oluşmaktadır. Bu saçılan alan, formül (3.11) deki negatif çarpanlı gelen alan değerleri nedeni ile toplamda da negatif değer almaktadır. Gelen alan önce merkeze yakın olan hücreye daha sonra yüzeye yakın olan hücreye ulaşmaktadır ve hücreler arasında zamansal farklılık mevcuttur. Bu nedenle çizilen grafikte iki farklı eğri vardır.



Şekil 3.10 500 MHz.de dielektrik küreden meydana gelen saçılan alanın E_x bileşeni. ((17,18,18) ve (17,18,25) noktaları)

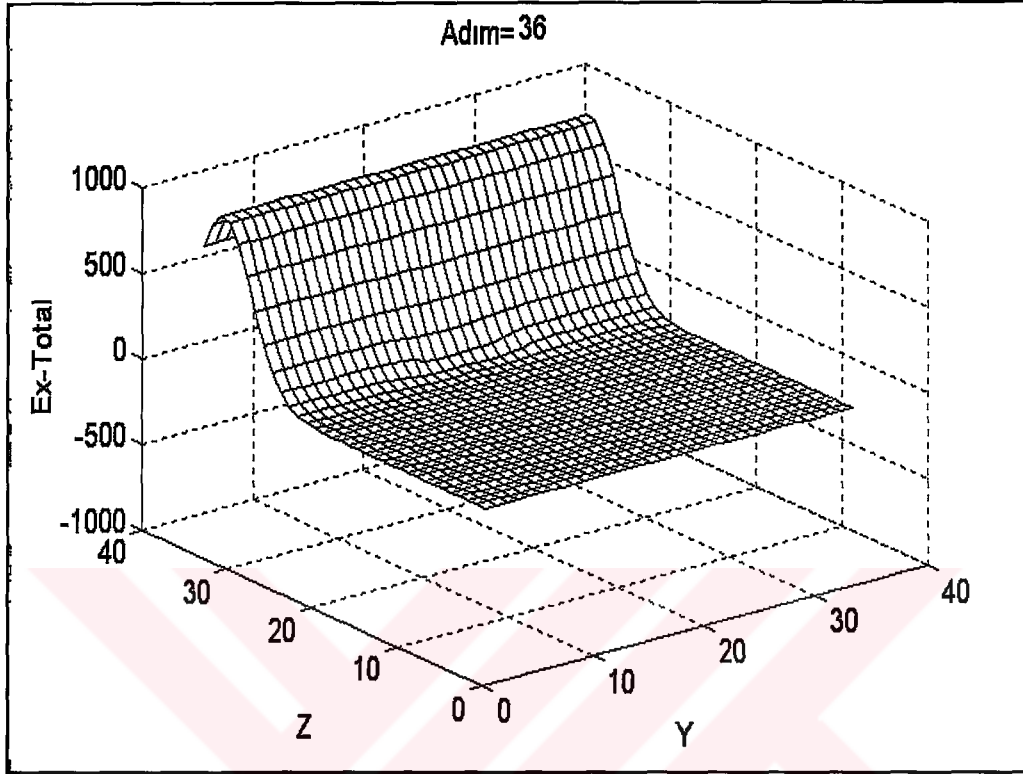


Şekil 3.11 500 MHz.de dielektrik küreden meydana gelen saçılan alan ve toplam alanın E_x bileşenleri. ((17,18,25) noktası)

Saçılan alanın durumunu daha iyi anlamak için toplam alan ve saçılan alanı (17,18,25) noktasında birlikte çizdirirsek Şekil 3.11'i elde ederiz. Bu şekil saçılan alan, gelen alanın inceleme noktamıza ulaşması ile gelen alana tepki olarak ortaya çıktığını göstermektedir. Gelen alan inceleme noktamızdan geçip gittikten sonra bile inceleme noktamızda bir takım saçılmış alan benzeri alanlar görmekteyiz, bu alanlar problem uzayı sınırında yutulamayıp geri gelen alanlardan ibarettir. Dielektrik küre incelememizde böyle alanların ortaya çıkmasının nedeni; dielektrik cisim içinde ilerleyen alan, ızagara dağılım hatalarına maruz kalmakta, problem uzayı sınırına normal olarak gelememekte ve gelen alan ile saçılan alan arasında dielektrik cisim içindeki hız nedeniyle zamansal farklılık oluşmaktadır. Bu nedenlerden dolayı problem uzayı sınırına gelen dalga düzlemsellik özelliğini kaybetmiştir. Belirtilen bu hatalar nedeni ile problem uzayı sınırından sınır koşulları uygulanmasına rağmen tam olarak yutulma sağlanamamaktadır.

Çizilen üç boyutlu grafiklerde, gelen alanın problem uzayına girişi, cisim içinden geçişi ve problem uzayını terk edişi çok net ve anlaşılır şekilde görülmektedir. Çizilen

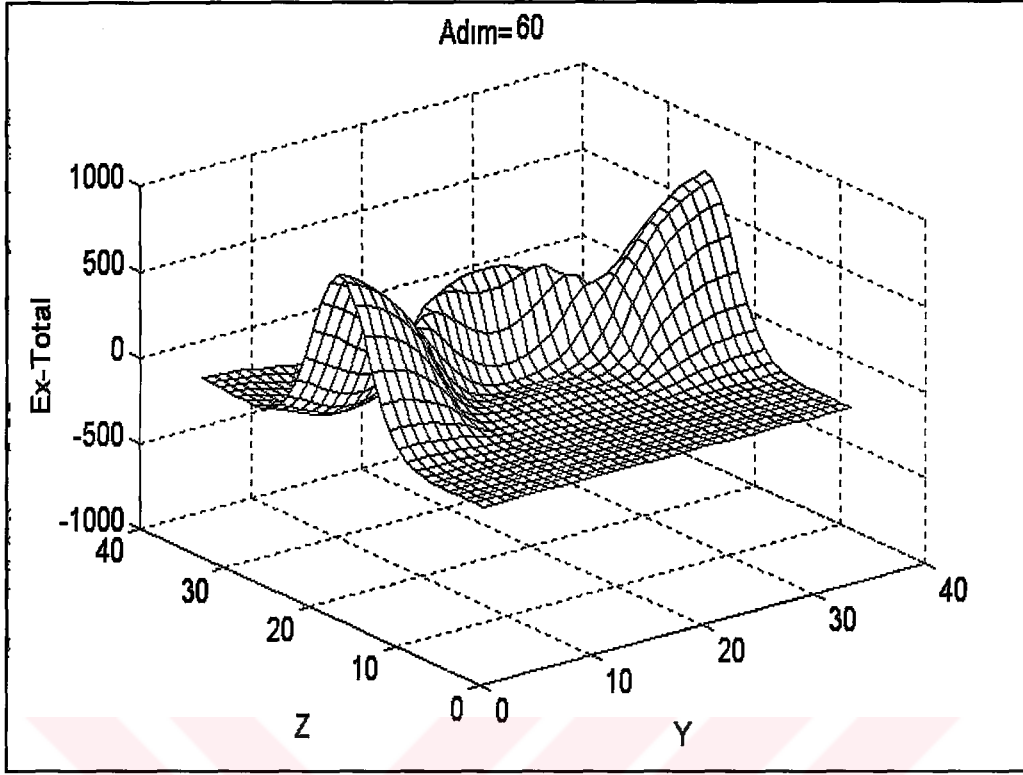
değerler, gelen dalga özellikleri bilindiğinden olayın fiziksel olarak daha iyi anlaşılabilmesi için toplam alan değerleridir.



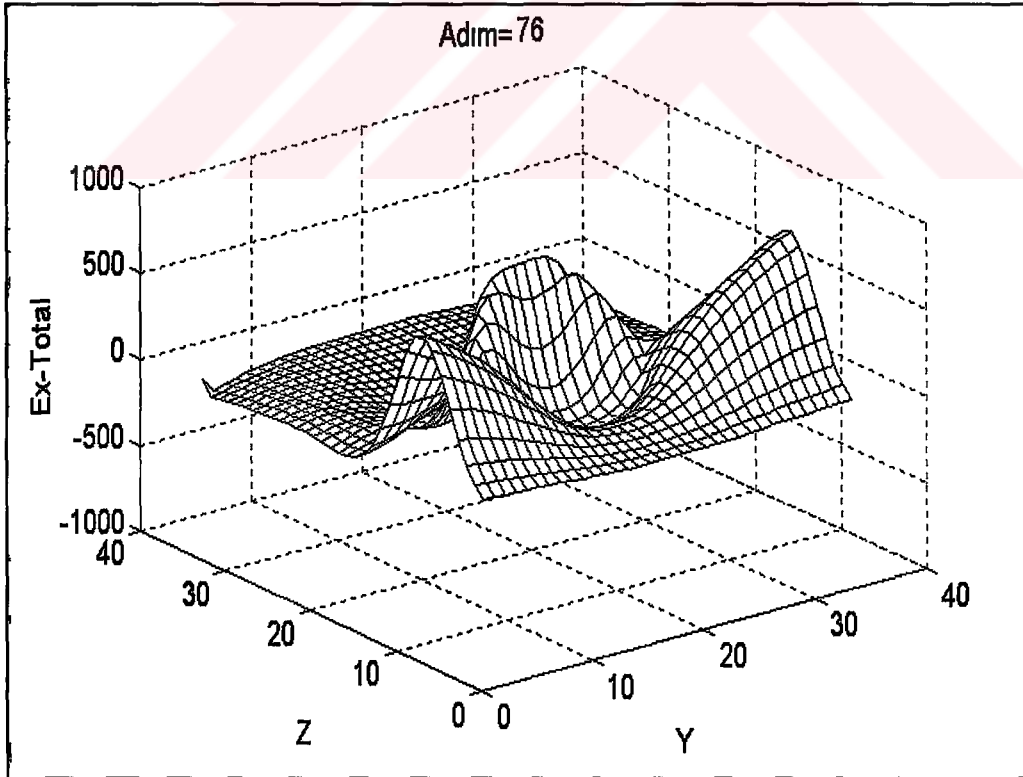
Şekil 3.12 Dielektrik küreden saçılmanın 36. zaman adımıdaki üç boyutlu grafiği.

Şekil 3.12’de gelen alanın problem uzayına ve kürenin ilk hücrelerine henüz girdiği, gelen alanın küreye girdiği bölgelerde toplam alanın genlik değerinin gelen alana göre normal değer altında olduğu görülmektedir. Serbest uzay içindeki gelen alan herhangi bir bozulmaya uğramadan ilerlemektedir. Bunun sebebi de serbest uzayın kayıpsız olmasıdır. Grafiklerde görülebilecek küçük hatalar FDTD metodunun yaklaşımsal bir metod olmasından ve ızgara dağılım hatalarından kaynaklanmaktadır.

Toplam alanın ilerleyen zaman adımlarındaki değerlerine baktığımızda 60. zaman adımı (Şekil 3.13) gelen alan tamamıyla kürenin içine girmiş durumdadır. Bu anda gelen dalga, dielektriğin kayıplı olmasından dolayı cismin içindeki bölgelerde zayıflamış ve toplam alanda bir miktar gecikme olmuştur. Bu gecikme, cismin bağlı dielektrik katsayısının 4 olması nedeni ile toplam alanın serbest uzaydaki hızının yarısı kadar bir hızla ilerlemesinden dolayı ortaya çıkmaktadır.

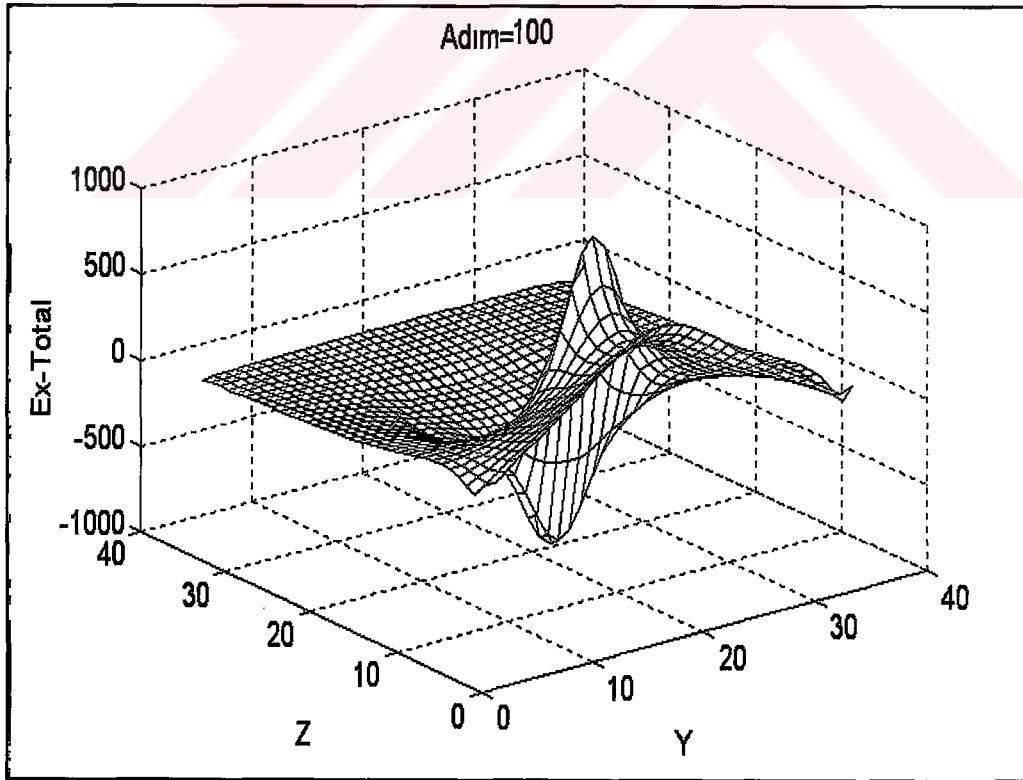


Şekil 3.13 Dielektrik küreden saçılmanın 60. zaman adımındaki üç boyutlu grafiği.

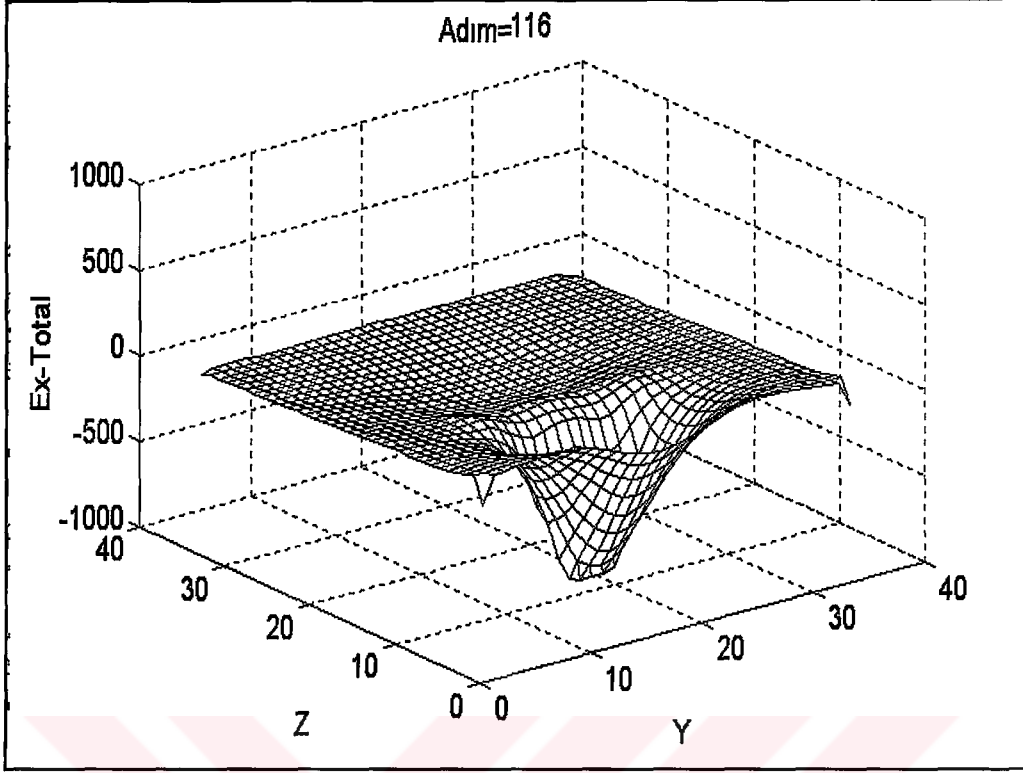


Şekil 3.14 Dielektrik küreden saçılmanın 76. zaman adımındaki üç boyutlu grafiği.

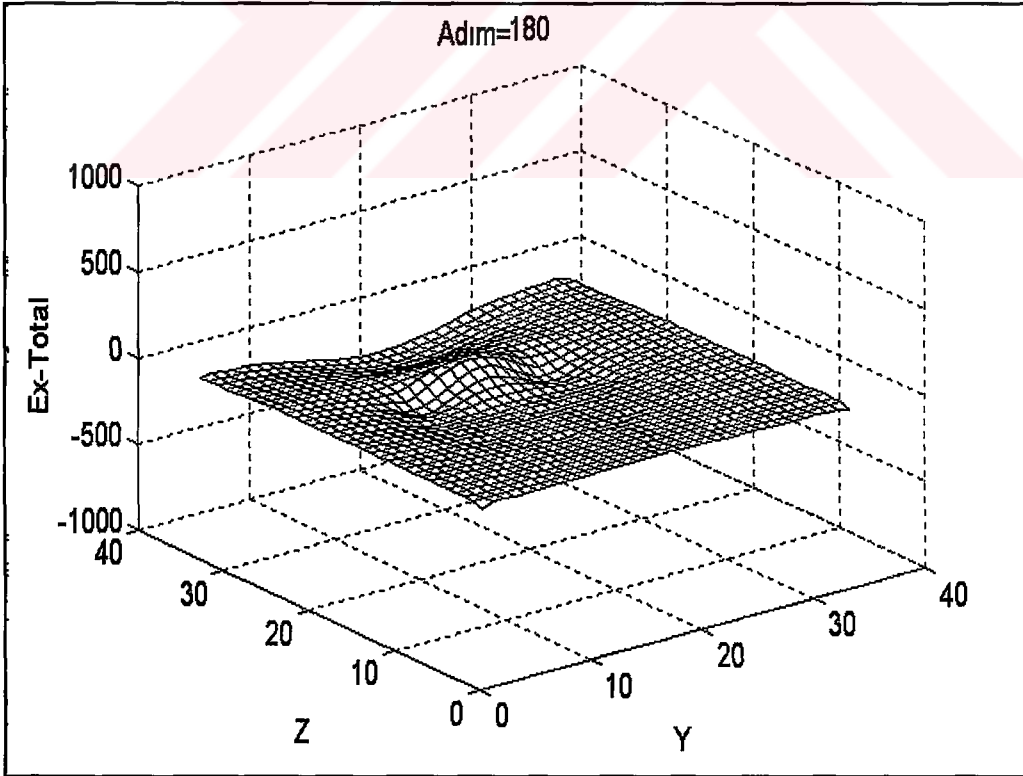
76. zaman adımına baktığımızda (Şekil 3.14), gelen alan tamamıyla cismin dışına çıkmış, problem uzayı sınırlarına doğru yaklaşmış ve cismin içindeki alan ise yavaşladığından dolayı henüz cismi terk edememiştir. Gelen alanın 100. zaman adımında (Şekil 3.15) problem uzayını terk etmek üzere olduğu ve saçılan alanın da problem uzayı sınırına gelmek üzere olduğu görülmektedir. Bu zaman adımında görülen negatif saçılan alan gelen alanın problem uzayından yutulmadan geri yansıyan kısmı tarafından oluşturulmaktadır. 116. zaman adımında (Şekil 3.16) saçılan alanın problem uzayı sınırında yutulmadan büyük bir çoğunluğu geri yansımaktadır. Burada sadece dalganın cismin içinden geçen kısmının geri yansıdığı görülmektedir. Geri yansıyan dalga 180. zaman adımında (Şekil 3.17) problem uzayının diğer sınırına zayıflayarak ulaşmış durumdadır. Burada da sınır koşulları uygulanacağından tekrar zayıflamaktadır. 204. zaman adımında (Şekil 3.18) tekrar geri yansıyan dalga gelen alana göre oldukça küçük genliklere inmiştir, ancak tamamıyla sıfır olamamıştır. Bu nedenle problem uzayının diğer sınırına doğru ilerlemekte ve gittikçe zayıflamaktadır. 204. zaman adımında problem uzayında hemen hemen hiçbir alan kalmamıştır diyebiliriz.



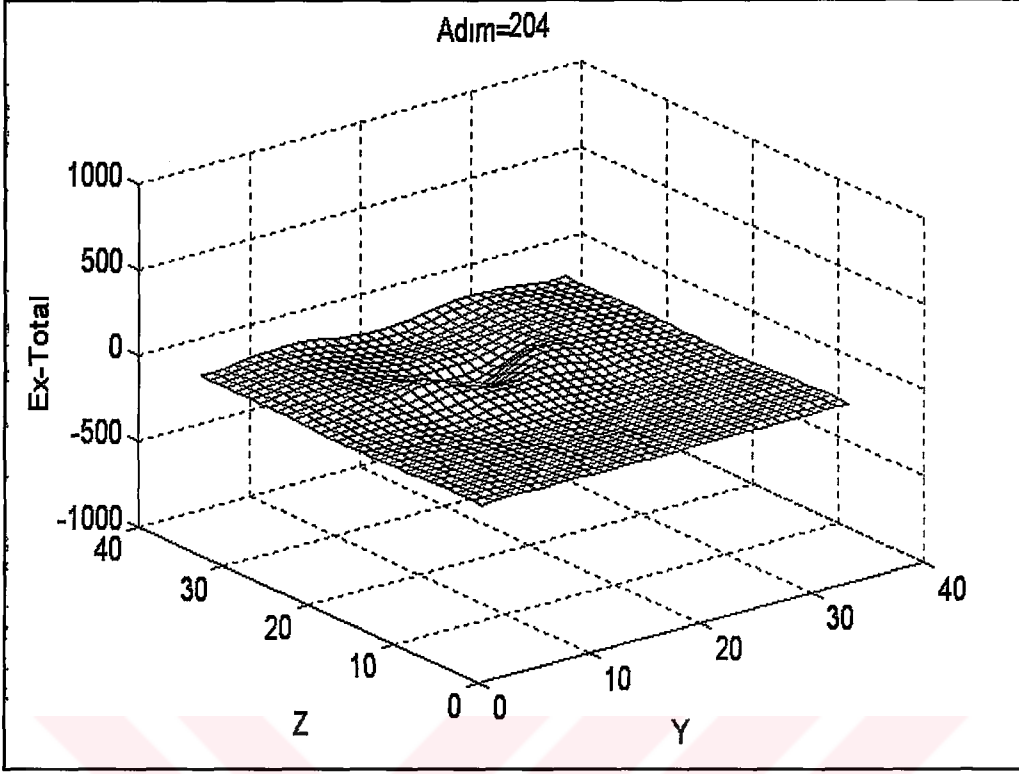
Şekil 3.15 Dielektrik küreden saçılmanın 100. zaman adımındaki üç boyutlu grafiği.



Şekil 3.16 Dielektrik küreden saçılmanın 116. zaman adımıdaki üç boyutlu grafiği.



Şekil 3.17 Dielektrik küreden saçılmanın 180. zaman adımıdaki üç boyutlu grafiği.



Şekil 3.18 Dielektrik küreden saçılmanın 204. zaman adımıdaki üç boyutlu grafiği.

4. SONUÇ ve ÖNERİLER

FDTD metodu ile saçılma probleminin incelenmesi durumunda, problem uzayı $34 \times 34 \times 34$ hücre olacak şekilde alınmıştır. Bu problem uzayının seçilme nedeni bu çalışma için temel referanslardan biri olan Kunz ve Luebbers'in (1993) bu boyuttaki bir problem uzayına dielektrik küre yerleştirerek yaptıkları çalışma ile kıyaslama yaparak burada yazılan programın doğru sonuçlar verdiğinden emin olarak farklı cisim ve şekillere uygulayabilmektir.

Çalışma frekansı olarak 500 MHz. seçilmiştir. Saçılmayı oluşturan cisim olarak mükemmel iletken ve dielektrik malzemeden yapılmış küp ve küre kullanılmıştır. Küre tam olarak simetrik, küp ise köşeleri nedeni ile kırıntıya sebep olduğu için seçilmiştir. Hesaplamalarda kullanılan dielektrik küre Kunz ve Luebbers'in (1993) kullandığı küre ile aynı boyut ve özelliklerde alınarak, daha önce onların yaptığı hesaplamalarla karşılaştırılmıştır. Yapılan karşılaştırmalarda görülen odur ki bu tezde bulunan sonuçlarla Kunz ve Luebbers'in (1993) bulduğu sonuçlar hemen hemen aynı hatta bu tezdeki sonuçlar daha yüksek çözünürlükte olduğundan daha kesin sonuçlar elde edilmiştir diyebiliriz.

Mükemmel iletken küre için hesaplamalar yapıldığında elde edilen sonuçlar teoriye göre bulunması gereken ile aynı olduğundan yapılan uygulamaların doğruluğu ispatlanmış ve çizilen üç boyutlu grafiklerle teorideki değerler fiziksel olarak daha iyi anlaşılması sağlanmıştır. Burada elde edilen sonuçlarla FDTD metodu ile çıkarılan mükemmel iletken formüllerinin doğruluğu kanıtlanmaktadır.

Dielektrik küp için yapılan uygulamanın benzeri literatürde bulunamadığından herhangi bir karşılaştırma yapılamamış, fakat teorideki değerlere uygun sonuçların bulunduğu görülmüştür. Dielektrik küp uygulamasına yakın olabilecek tek uygulama toprak içindeki bir küp için yapılmış olan Demarest vd. (1995) çalışması ile bir değerlendirme yapılmış ve elde edilen sonuçların grafikleri karşılaştırıldığında grafiklerin aldıkları yol benzer, fakat genlik değerleri farklıdır. Buna neden olarak da alınan genlikler, hücre boyutu, hücre sayısı ve örnekleme noktalarının konumlarının farklı olması gösterilebilir.

Mükemmel iletken küp için dielektrik küpteki değerler alınarak aynı örnekleme yapıldığımızda yine kürede olduğu gibi saçılan alan, gelen alanın negatif

değerini almaktadır. Buradan da cisimin içindeki saçılan alan, malzeme tipi mükemmel iletken olduğunda sadece malzeme tipine bağlı cisimin şekline bağlı olmadığı sonucuna varılmaktadır.

FDTD metodunun avantajlarına baktığımızda;

- Keyfi veya karmaşık geometriler ve cisimler incelenebiliyor.
- Çok yönlü ve kolay anlaşılırdır. Aynı program ile değişik şekiller incelenebilir.
- Programın bir defa çalıştırılması ile geniş bir frekans bandı incelenebilir.
- Yapılan hesaplamalar basit olarak 4 temel işlem gerektirmektedir.
- Problem uzayının her yerindeki alan bileşenleri her an hesaplandığından, simülasyonlarda kullanıma uygundur. Bu sayede incelenen problem fiziksel olarak daha iyi anlaşılabilir.
- Paralel bilgisayar uygulamalarına uygundur.

FDTD metodunun dezavantajlarına baktığımızda;

- Kartezyen koordinat sistemi kullanılmasından dolayı modelleme yapılırken cismin gerçek şekli bozulabilmekte ve merdiven adımı hataları oluşabilmektedir.
- Keyfi çok büyük cisimlere uygulanamaz. Dalgaboyu ve hücre boyutu oransal olarak birbirine yakın olmak zorundadır.
- İnce uzun geometriler (tel gibi) uygulanması çok büyük problem uzayı gerektirdiğinden zaman alır.

FDTD metodunun avantaj ve dezavantajlarına baktığımızda görürüzki FDTD metodu sayısal metodlar içinde en geniş ve esnek uygulama alanına sahip olan bir metoddur. TD yaklaşımı olarak, FD ile kıyaslama yaptığımızda ise FDTD metodu basitçe 4 temel işlem gerektiren kolay anlaşılır bir metoddur.

Yapılan uygulamalar ve literatürdeki kaynaklar ile yapılan karşılaştırmalar sonucu; aynı veya benzer sonuçların elde edilmesi ile yapılan çalışmaların ve programın saçılma hesaplarında doğru sonuçlar verdiği ve hazırlanan programın parametrelerindeki değişikliklerle farklı şekillerdeki cisimler ve farklı frekanslar için de doğru sonuçlar vereceği söylenebilir. Program kodunda yapılacak birkaç değişiklik ile program RCS hesaplamaya uygun hale kolayca getirilebilir.

Elde edilen sonuçlara dayanarak FDTD de saçılan alanların hesaplanması için saçılmış alan formülasyonu ile yapılan bu çalışmada yeterli doğruluğun elde edildiği ve yapılan hesaplamalarla FDTD yönteminin tek cisimden meydana gelen saçılma

problemlerine uygulanması ile hesaplamalarda FDTD'in avantajlarından faydalanılabileceğine ve kesin sonuçla uyumlu sonuçlar elde edilebileceği kanıtlanmıştır.

Sonuç olarak günümüzde en çok kullanılan sayısal modelleme tekniklerinden biri olan FDTD'in küp ve küre saçılma problemlerine uygulanması başarılmıştır. Ayrıca farklı şekil ve özelliklerdeki cisimlere uygulanarak meydana gelen saçılma da hesaplanabilir. Bundan sonraki adımlarda RCS için FDTD uygulamalarının yapılması ve yazılan programın bu yönde uyarlanması uygun olacaktır.



KAYNAKLAR

Beggs, John H., Luebbers, R., Ruth, Brian, (1993) "Analysis of Electromagnetic Radiation from Shaped-End Radiators using FDTD" IEEE Transactions on Antennas and Propagation. Vol.41, No:9.

Brussard, G.; Watson, P.A., (1995) "Atmospheric Modeling and Millimeter Wave Propagation", Chapman & Hall.

Cangellaris, A.C., (1991). "Time Domain Finite Methods for Electromagnetic Wave Propagation and scattering", IEEE Transactions on Magnetics. Vol 27, No:5.

Demarest, Keneth.; Plumb, Richard., Z. Huang, (1995) "FDTD modeling of scatters in stratified media", IEEE Trans on Antennas and Propag. Vol 43, Issue 10, 1164-1168.

Kunz, K.S. and Luebbers, R.J., (1993). "The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics", Boca Raton, FL: CRC Press.

Lebaric, Jovan. (1995). "Radar And Laser Cross Section Engineering. " pp:127-200

Luebbers, R.J.; Kunz, K.S., (1991). "A FDTD near zone to far zone transformation", IEEE Trans. Antennas and Propagat. Vol.AP-39, 429-433.

Luebbers, Raymond, (1993) "Lossy Dielectrics in FDTD", IEEE Transactions On Antennas and Propagation, Vol 41, No 11, November

Miller, E.K., (1995), "Time-domain modeling in electromagnetics", Journal of Electromagnetic Waves and Applications Vol 8, No: 9/10, 1125-1172

Mur, G., (1981) "Absorbing boundary conditions for finite difference approximation of time domain electromagnetic field equations.", IEEE Trans. Electromagnetic Compat. , 23, 1073-1077, 1981

Sarkar, T.K., (1989). "EM scattering from dielectric bodies", IEEE Trans. Ant. Propagat. Vol.AP-5, 673-676.

Stratton, J.A., (1941). Electromagnetic Theory, McGraw-Hill, New York, 486-488.

Taflove, A.; Umashankar, K. and Jurgens, T., (1985). "Validation of FD-TD modeling of the radar cross section of 3D structures spanning up to nine wavelengths", IEEE Trans. Antennas Propagations. Vol AP-33, pp 662-666.

Taflove, A.; Umashankar, K.R., (1989a). "Review of FD-TD Numerical Modeling of Electromagnetic Wave Scattering and Radar Cross Section" Proceedings IEEE, Vol 77, No:5.:682-699, May, 1989.

Taflove, A.; Umashankar, K.R., (1989b). "The FD-TD Method for Numerical Modeling of Electromagnetic Scattering" IEEE Transactions on Magnetics, Vol 25, No:4.

Yee, K.S.,(1966)."Numerical solution of initial boundary problems involving Maxwell's equations in isotropic media", IEEE Trans. on Antennas and Prop., 14(3), 302.



EK 1. FDTD KODU GEREKLİLİKLERİ VE PROGRAM YAPISI

Alt yordamların sürücüsü niteliğinde olan bir ana bilgisayar programı vardır. Bu sürücü, zaman içinde bu alt yordamları uygun bir sırada çağırarak ilerler.

Zamanda ilerleme başlamadan önce, hücre büyüklüğü, zaman adımı, gelen alan gibi parametreleri içeren bir problem uzayı **Sabit** isimli prosedür ile tanımlanmaktadır.

Her zaman adımında hesaplanması gerekmeyen sabit çarpanlar da zamanda ilerleme başlamadan önce **Setup** isimli prosedür ile hesaplanıp yüklenirler.

Hangi hücre noktalarının serbest uzay olan başka ortamlar içerdiği biçiminde bilginin kodlanmasından oluşan, saçıcı veya test nesnesinin tanımı, **Build** isimli prosedür ile yapılır.

Monitör noktaları veya test noktaları (tepkilerin incelendiği) tepki tipi: gerilim, akım, alan, güç ile beraber belirlenmelidirler. (**Datsav** isimli prosedür)

Bu belirlemelerden sonra, alanlar zamanda bir adım ileri kaydırılırlar.

Zamanda ilerleme alt yordamlarına ek olarak, problem uzayının en dış kısmında saçılmış alanı emen dış radyasyon sınır koşulunu hesaplayan **RADE??** prosedürleri vardır.

Zamanda ilerleme tamamlandığında, tepki verilerinin çıktılarını almak için **Datsav** prosedürü çalışmaktadır. Bu prosedürle elde edilen sonuçlar “Sonuc.dat” isimli dosyaya kayıt edilmekte ve **CIZ** isimli prosedür yardımıyla grafiğe dökülmektedir.

Programın izlediği sıra aşağıdaki gibi verilebilir.

- Ana program
- Problem uzayı kurulması
- Test nesnesi tanımı
- E, H alan algoritmaları
- Dış radyasyon sınır koşulu
- Veri kaydedicisi
- Grafik çizimi

Bu ihtiyaçlar Kayıplı Dielektrik ve manyetik ortamların, mükemmel iletken ortamlara ek olarak bulunmasından etkilenmez ve değişmezler. Gerekli olan tek değişiklik, E ve H alanı zamanda ilerleme atamalarının daha da genelleştirilmesi gerektiridir.

Her alt yordamın gerekli kabiliyetleri aşağıda verilmiştir.

Ana program

- Problem uzayı kurulması prosedürünü ve test nesnesi prosedürünü çağırır.
- N endeksi üzerine zamanda ilerlemeyi sağlar.
- N'deki döngüsü E, H prosedürlerini ve de dış radyasyon sınır koşulu prosedürlerini çağırır.
- Her zaman adımı için elde edilen sonuçları kayıt etmek ve grafiğini çizmek için gerekli prosedürleri çağırır.
- Bütün zaman adımları bittiğinde, çıktı verisini yazdırmak için uygun prosedürleri çağırır

Problem uzayı oluşturulması (Build)

- Problem uzayı büyüklüğünü ayarlar
Her boyuttaki hücre sayısını ayarlar
Hücre büyüklüğünü ayarlar (Δx , Δy , Δz)
- Δt zaman adımını, Courant kararlılık koşuluna göre Δx , Δy , Δz hücre boyutlarını kullanarak hesaplar.

Test nesnesi tanımı (Dcube)

- Hücrelerdeki hücre veya ayrı alan bileşenleri, içerdiklerini belirtecek şekilde işaretlenirler, böylece E, H algoritmasının verileri nasıl işleyeceği gösterilir (mükemmel iletken, Kayıplı Dielektrik, serbest uzay ve diğer karmaşık ortamlar olarak), genellikle başlangıç ortamını serbest uzay olarak belirlemek daha pratiktir, işaretler sırası nesnenin içeriğinin ve geometrisinin işlem öncesi kontrolü için okunabilir.

E, H alan algoritmaları

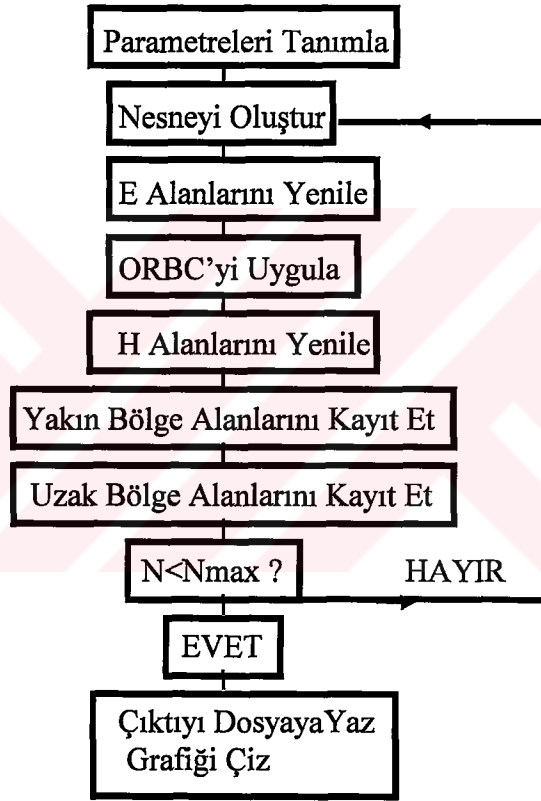
- Bir bileşenin tepkisini önceki zaman değerinden hesaplanır ve yakın komşu alanındaki de (H_s 'nin çevresindeki E_s ve E_s 'nin çevresindeki H_s), bileşen noktasındaki ve aşağıdaki ortam tiplerine göre nitelendirilir:

Serbest uzay

Kayıplı Dielektrik

Kayıplı manyetik

Mükemmel iletken



Şekil E.1. FDTD Akış Şeması

Dış radyasyon sınır koşulu (RAD???)

- Problem uzayının en dış kısmındaki saçılmış alanı en azından kısmen emer.

Veri kaydedicisi (Datsav)

- E ve H alan bileşenleri, akımlar ya da seçilmiş zaman adımlarındaki sıralardaki FDTD hesaplama uzayındaki diğer nicelikler gibi tepki verilerini hafızaya kaydeder. Bu prosedür aynı zamanda Matlab için gerekli olan örnekleme değerlerini dosyalara kayıt eder.

Uzak bölge dönüşümü

- Nesneyi çevreleyen kapalı yüzey üzerindeki teğet elektrik ve manyetik akımları ve uzak bölgedeki saçılmış ve yayılmış alanları hesaplar.



EK 2 FDTD Metodu ve Formülleri

2.1. Zaman Domeni Modellemesinin Üstünlükleri.

Maxwell Rotasyonel Denklemlerine ilk olarak zaman domeninde (TD) rastlanmasına rağmen, son zamanlara kadar çalışmaların çoğu elektromagnetik frekans domeninde (FD) yapılmıştır (Miller,1995). FD'nin TD'ye (Bilgisayar öncesi dönemde) tercih edilmesinin ana nedeni FD yaklaşımının analitik olarak daha izlenebilir olmasıdır. Dahası, geçmiş yıllarda ölçüm yapmak için kullanılan deneysel donanım büyük ölçüde FD ile sınırlı kalmıştır.

Sayısal bilgisayarın gelişmesiyle, TD elektromagnetizminin (EM) daha az tercih edilen konumu değişmeye başlamıştır, bu olay sadece rakamsal olarak değil, deneysel olarak da yapılabilecekleri derinden etkilemiştir. 1960'ların başında sayısal elektromagnetizminin (CEM) uygulamasının başlamasından itibaren TD modellemesinde düzgün bir büyüme olmuştur. FDTD metodunu frekans domeni yaklaşımlarıyla karşılaştırdığımızda, karmaşık yapıya sahip saçıcılara bu metodu kolaylıkla uygulayabileceğimizi görürüz. Her bir hücreyi keyfi elektrik ve magnetik özellikleriyle inceleyebilir ve basit olarak 4 temel işlem ile problemimizi çözebiliriz.

Fiziksel açıklanabilirlik dışında TD modellemesinin yapılmasının iki ana nedeni vardır:

1) Sayısal verimlilik: Bazı sorular ve yaklaşımlar için modelleme zaman domeninde yapıldığı zaman daha az aritmetik işlem gerekir. Örneğin, bir nesnenin darbe alanına olan erken zaman tepe değeri istenilen uygulamalarda TD modeli, geniş bir band içindeki frekans örnekleri ve bunu takiben istenilen sonucu elde etmek için Fourier dönüşümünü gerektiren FD modeline göre aslen daha verimli bir yaklaşım önerir. Geniş band bilgisi istenildiğinde, TD modeli basitçe daha doğal bir seçimdir. Band genişliği sadece uyarılmanın frekans içeriği ve model oluşturulmasındaki zaman ve uzay örneklemeyle kısıtlı olan geçici bir tepki verir. Buna ek olarak TD modelleri, FD modellerine göre büyük ölçülerdeki paralel bilgisayar yapılarına doğal olarak daha iyi uyum sağlayabilirler.

2) Problem gereksinimleri: Doğrusal olmayan ortam ve bileşenler ile ilgili problemler genellikle, zamana göre değişen ortam ve bileşenlerle ilgili problemlerde olduğu gibi, TD'de daha doğrudan ve verimli bir şekilde modellenebilirler. TD modellemesinin bir başka getirisi, istenmeyen yansımaları kaldırmak ve daha büyük nesnelere uyarlamak için ölçümde olduğu gibi modelde de zaman geçirgenliğinin kullanılabilmesidir. Bu son uygulamanın bir örneği, uç yansımalarından önce ilk zamanlarda orta nokta girdisindeki davranışı sonsuz yapıyla aynı olan 3 boyutlu TD tel uygulamaları modelini (J. Beggs ve diğerleri 1993) içeren sonsuz silindirik antenin modellemesidir. Son olarak, vücut rezonansları ya da tekli genişleme metodu (SEM) kutupları, TD modelinden daha dolaysız olarak elde edilir.

2.2. Rotasyonel Formdaki Maxwell Denklemleri.

Diferansiyel zaman domeni Maxwell denklemlerini lineer ortamda analiz edersek (Kunz ve Luebbers, 1993).

$$\nabla_{\mathbf{x}} E = - \frac{\partial B}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla_{\mathbf{x}} H = \frac{\partial D}{\partial t} + J \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot D = \rho \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (2.4)$$

$$D = \varepsilon E \quad (2.5)$$

$$B = \mu H \quad (2.6)$$

Bu formüller, ilk koşul olarak Maxwell denklemlerini sağladığı zaman lineer izotropik ortamın zamana göre alan davranışlarını belirtmek için gerekli tüm bilgiyi içerirler. Kolaylık olması için, alan ve kaynaklar sıfır yapılır (genellikle zaman sıfır gibi alınır). İki diverjans denklemi rotasyonel denklemlerden ve ilk zaman sınır koşullarından elde edilebildiğinden, bu diverjans denklemlerinin kullanılmasına gerek yoktur.

Bu yüzden FDTD formülasyonunun başlangıç noktası rotasyonel denklemlerdir. Rotasyonel denklemleri FDTD'de kullanılan şekline dönüştürürsek:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{1}{\mu}(\nabla \times E) - \frac{\sigma^*}{\mu} H \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\varepsilon} E + \frac{1}{\varepsilon}(\nabla \times H) \quad (2.8)$$

Formülasyon sadece EM alanları işlemekte, D ve B değişkenlerini işlememektedir. Dört parametre de biliniyorsa (ε :elektriksel geçirgenlik, μ :magnetik geçirgenlik, σ :elektriksel iletkenlik, σ^* =magnetik iletkenlik), lineer izotropik madde özelliği belirtilebilir. Burada geliştirilen formülasyonda ışık hızını normalize ederek hesaplamaları basitleştirmeye kalkışmayacağız veya ε , μ katsayılarını normalize ederek 1 olarak almaya kalkmayacağız. Bu işlemler hız veya bazen doğruluk sağlasalar da sezgisel ve fiziksel hesaplamaların temelini yok etmektedir.

Sadece rotasyonel denklemlere ihtiyacımız olduğu, diverjans denklemlerinin onların içinde olduğu gösterilerek ispatlanabilir. Basitçe bunu yapmak için rotasyonel denklemlerin diverjansı alınır.

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\nabla \times E = -\partial B / \partial t) &\rightarrow 0 = -\partial(\nabla \cdot B) / \partial t \rightarrow \nabla \cdot B = \text{sabit} \\ \nabla \cdot (\nabla \times H = \partial D / \partial t + J) &\rightarrow 0 = \partial(\nabla \cdot D) / \partial t + \nabla \cdot J \\ \rightarrow \partial(\nabla \cdot D) / \partial t - \partial \rho / \partial t &(\text{süreklilikten } \nabla \cdot J + \partial \rho / \partial t = 0) \\ \rightarrow \frac{\partial}{\partial t}[(\nabla \cdot D) - \rho] &= 0 \rightarrow \nabla \cdot D - \rho = \text{sabit}. \end{aligned}$$

$\nabla \cdot \nabla \times A = 0$ kullandık.Çünkü, FDTD hesaplamalarında ilk zaman değerleri sıfır olarak tanımlanır. Başlangıç zamanında

$$\nabla \cdot B = 0 \text{ ve } \nabla \cdot D - \rho = 0 \text{ 'dır.}$$

Yukarıdaki denklemlerin her zaman sıfır olması gerektiğinden dolayı rotasyonel denklemler FDTD hesaplamaları için yeterli olacaktır.

Diverjans denklemleri, FDTD biçimselliğinin bir parçası değilken, önceden kestirilen alan cevapları için test gibi kullanılabilirler. Bundan sonra $D=\epsilon E$ ve $B=\mu H$ formu kullanılırken, sonuçtaki D ve B değerleri diverjans denklemlerini sağlamalıdır.

2.3. Ayrık Alanlar Biçimi.

2.7 ve 2.8 rotasyonel denklemleri, toplam alan FDTD tekniğine uydurulmak için ayrıştırılabilirler. Alternatif olarak alanlar aşağıdaki gibi belirtilebilirler:

$$E = E^{total} \equiv E^{inc} + E^{scat} \quad (2.9)$$

$$H = H^{total} \equiv H^{inc} + H^{scat} \quad (2.10)$$

Ayrık alan yaklaşımının mantığı, gelen alan bileşenlerinin problem uzayı üzerinde analitik olarak belirlenebileceği ve bu arada saçılan alanların, problem uzayı dış sınırında yutulması gerektiğidir. Bu son özellik önemlidir. Saçılan alanlar, saçıcı veya etkileşim nesnesinden oluştuğunda, problem uzayı sınırlarında veya yüzeylerinde uygulanan dış radyasyon sınır koşulları tarafından, toplam alana göre daha kolay yutulabilir. Bu, saçılan alanlar istendiği ve toplam alanlardan çok daha küçük genliklere sahip oldukları durumlarda özellikle önemlidir.

Saçılan alan, gelen alana tepki olarak etkileşim nesnesi içinde veya üstünde ortaya çıkar ve böylece etkileşim nesnesi içindeki veya üstündeki uygun sınır koşullarını sağlar. Bu sınır koşulları Maxwell denklemleridir ve bunlar cismin içinde mükemmel bir iletkenin sınırında $E^{scat} = -E^{inc}$ gerektirirler. Mükemmel bir iletken dışında herhangi bir durum için, saçılmış alanlar ortamın yapısal parametrelerine bağlıdır. Ortam içindeyken saçılan alanlar bu ortam için olan Maxwell denklemlerine bağlıdır, ortamın dışında ise, serbest uzay Maxwell denklemlerini sağlarlar. Gelen alan her zaman serbest uzayda ilerler ve saçıcının eksikliğinde var olan alan olarak tanımlanır.

Saçılan ve gelen alanlarının, toplam alanı ve bunlarla birlikte toplam alan davranışının sağladığı bakış açısını elde etmek için birleştirilmeleri her zaman mümkündür. Ayrıca eğer toplam alan FDTD denklemleri istenirse, bunlar saçılmış alan denklemlerinden, gelen alanı sıfırlayarak ve saçılmış alana başlangıç koşullarını uygulayarak, elde edilebilirler.

Gelen ve saçılan alanlar Maxwell denklemlerini bağımsız olarak sağlamalıdır (burada doğrusal ortamlar varsayılır). Gelen alan serbest uzayda ilerleyecek biçimde belirlenir. Serbest uzay eğer gerekirse düzenli bir ortama (örneğin; toprak) genelleştirilebilir fakat kolaylık açısından serbest uzay kabul edilecektir. Gelen alan; problem uzayı içindeki serbest uzayda ilerlerken, toplam alan saçıcının dışındaki serbest uzayda ve saçıcının içinde ilerler.

Saçıcının bulunduğu ortamda, toplam alan aşağıdakileri sağlar:

$$\nabla_x E^{total} = -\mu \partial H^{total} / \partial t - \sigma * H^{total} \quad (2.11)$$

$$\nabla_x H^{total} = +\epsilon \partial E^{total} / \partial t + \sigma E^{total} \quad (2.12)$$

Bu arada ortamın içinden geçerek gelen alan aşağıdaki serbest uzay koşullarını sağlar:

$$\nabla_x E^{inc} = -\mu_0 \partial H^{inc} / \partial t \quad (2.13)$$

$$\nabla_x H^{inc} = \epsilon_0 \partial E^{inc} / \partial t \quad (2.14)$$

Toplam alan davranışı gelen ve saçılan alanlar cinsinden aşağıdaki gibi yazılırsa;

$$\nabla_x (E^{inc} + E^{scat}) = -\mu \partial (H^{inc} + H^{scat}) / \partial t - \sigma * (H^{inc} + H^{scat}) \quad (2.15)$$

$$\nabla_x (H^{inc} + H^{scat}) = \epsilon \partial (E^{inc} + E^{scat}) / \partial t + \sigma (E^{inc} + E^{scat}) \quad (2.16)$$

Yukarıdaki gelen alanları, ortamdaki saçılmış alanları oluşturan denklemleri elde etmek için çıkartabiliriz.

$$\nabla_x E^{scat} = -\mu \partial H^{scat} / \partial t - \sigma^* H^{scat} - [(\mu - \mu_0) \partial H^{inc} / \partial t + \sigma^* H^{inc}] \quad (2.17)$$

$$\nabla_x H^{scat} = \varepsilon \partial E^{scat} / \partial t + \sigma E^{scat} + [(\varepsilon - \varepsilon_0) \partial E^{inc} / \partial t + \sigma E^{inc}] \quad (2.18)$$

Saçıcının dışında, serbest uzayda toplam alan aşağıdakileri sağlar:

$$\nabla_x E^{total} = -\mu_0 \partial H^{total} / \partial t \quad (2.19)$$

$$\nabla_x H^{total} = \varepsilon_0 \partial E^{total} / \partial t \quad (2.20)$$

Bu da aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\nabla_x (E^{inc} + E^{scat}) = -\mu_0 \partial (H^{inc} + H^{scat}) / \partial t \quad (2.21)$$

$$\nabla_x (H^{inc} + H^{scat}) = \varepsilon_0 \partial (E^{inc} + E^{scat}) / \partial t \quad (2.22)$$

Şimdi, gelen alanları çıkararak serbest uzayda saçılmış alanları oluşturan denklemleri elde ederiz.

$$\nabla_x E^{scat} = -\mu_0 \partial H^{scat} / \partial t \quad (2.23)$$

$$\nabla_x H^{scat} = \varepsilon_0 \partial E^{scat} / \partial t \quad (2.24)$$

Bu denklemlerin ortam içindeki saçılmış alanlar için olan denklemlerden de, ortamın serbest uzay olmasına izin vererek elde edilebileceğine dikkat edilmelidir, yani 2.17 ve 2.18 denklemleri 2.23 ve 2.24 denklemleri haline aşağıdakiler sağlanınca gelir:

$$\mu \rightarrow \mu_0$$

$$\varepsilon \rightarrow \varepsilon_0$$

$$\sigma \rightarrow 0$$

$$\sigma^* \rightarrow 0$$

Özet olarak, ayrık alan biçimi için sadece bir dizi denkleme ihtiyaç vardır. Gelen alan için 2.13 ve 2.14 denklemleri aşağıdadır.

$$\nabla_x E^{inc} = -\mu_0 \partial H^{inc} / \partial t$$

$$\nabla_x H^{inc} = \varepsilon_0 \partial E^{inc} / \partial t$$

Bu denklemler bize sadece analitik olarak belirlenmiş olan gelen alanın Maxwell denklemlerine uygun olması gerektiğini hatırlatır. Sadece aşağıdaki saçılmış alan denklemleri 2.17 ve 2.18

$$\begin{aligned}\nabla_x E^{scat} &= -\mu_0 \partial H^{scat} / \partial t - \sigma^* H^{scat} - [(\mu - \mu_0) \partial H^{inc} / \partial t + \sigma^* H^{inc}] \\ \nabla_x H^{scat} &= \varepsilon \partial E^{scat} / \partial t + \sigma E^{scat} + [(\varepsilon - \varepsilon_0) \partial E^{inc} / \partial t + \sigma E^{inc}]\end{aligned}$$

μ , ε , σ^* ve saçıcı içindeki σ ve saçıcı dışındaki $\sigma^* = \sigma = 0$, $\mu = \mu_0$ ve $\varepsilon = \varepsilon_0$ olacak şekilde sayısal olarak belirlenir.

Bu saçılmış alan denklemlerinin şimdi yerleri değiştirilerek, alanın zaman türevi, uygun diferansiyel denklemlerin oluşturulmasında kolaylık sağlaması bakımından geride kalan terimlere bağlı bir fonksiyon olarak ifade edilir.

$$\frac{\partial H^{scat}}{\partial t} = -\frac{\sigma^*}{\mu} H^{scat} - \frac{\sigma^*}{\mu} H^{inc} + \frac{(\mu - \mu_0)}{\mu} \frac{\partial H^{inc}}{\partial t} - \frac{1}{\mu} (\nabla_x E^{scat}) \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial E^{scat}}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\varepsilon} E^{scat} - \frac{\sigma}{\varepsilon} E^{inc} - \frac{(\varepsilon - \varepsilon_0)}{\varepsilon} \frac{\partial E^{inc}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon} (\nabla_x H^{scat}) \quad (2.26)$$

Bu saçılmış alan denklemlerinin diferansiyeli alınabilir fakat ilk önce bu denklemlerin bir mükemmel iletken limitinde diferansiyelini almak ve daha sonra burada tanımlanan denklemlerinkini almak daha anlaşılırdır. Bu, mükemmel iletken durumunda diferansiyel tasarısının gerektirdiklerini görmesini sağlar, çünkü bu olabilecek en basit formüldür. Daha sonra sonlu ε , μ , σ , σ^* 'lı saçıcının daha genel durumuna geri dönecektir.

2.4. Mükemmel İletken FDTD Formülasyonu.

Saçıcının dışında, saçılmış alanlar $\sigma^* = \sigma = 0$, $\mu = \mu_0$ ve $\varepsilon = \varepsilon_0$ olduğu serbest uzay koşullarını sağlarlar, böylece 2.25 ve 2.26 denklemleri aşağıdakilere indirgenirler:

$$\frac{\partial H^{scat}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0}(\nabla_x E^{scat}) \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial E^{scat}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0}(\nabla_x H^{scat}) \quad (2.28)$$

Mükemmel iletken'de, saçılmış alanla ilgili 2.26 denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{\epsilon}{\sigma} \frac{\partial E^{scat}}{\partial t} = -E^{scat} - E^{inc} - \frac{(\epsilon - \epsilon_0)}{\sigma} \frac{\partial E^{inc}}{\partial t} + \frac{1}{\sigma}(\nabla_x H^{inc}) \quad (2.29)$$

Mükemmel iletken için $\sigma = \infty$ 'dur ve bu durum için 2.29 denklemi aşağıdaki gibi indirgenir:

$$E^{scat} = -E^{inc} \quad (2.30)$$

Mükemmel iletkenin içinde $\sigma = \infty$ olacak şekilde 2.26 yerine 2.30 uygulanır. Böylece sadece serbest uzay ve mükemmel iletken mevcutsa, sadece gelen alanın saçılmış alan için 2.27 ve 2.28 serbest uzay denklemlerinin artı 2.30 denklemi ilişkisi, FDTD'ye uygulanması için belirlenmelidirler. Mükemmel iletkenin uç kısımları mevcutsa, problem uzayının diğer kısımlarından tamamen soyutlanmışlardır.

Şimdi serbest uzay saçılmış alan denklemlerinin diferansiyeli alınır. Temelde sonlu fark, türevlerin yerini alır.

$$\frac{\partial f}{\partial t} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(x, t_2) - f(x, t_1)}{\Delta t} \approx \frac{f(x, t_2) - f(x, t_1)}{\Delta t} \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \equiv \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_2, t) - f(x_1, t)}{\Delta x} \approx \frac{f(x_2, t) - f(x_1, t)}{\Delta x} \quad (2.32)$$

Buradaki yaklaşımda Δt ve Δx çok düşük olmak yerine belirgin büyüklükte dirler.

Bu cebirsel yer değiştirmenin dışındaki bazı önemli konular aşağıda verilmişlerdir.

- Diferansiyel hangi şekle büründür.

Burada, sadece birinci dereceden terimlere sahip açık merkezi diferansiyel kullanılır. E ve H alanları uzaysal ve geçici olarak, merkezi diferansiyelden dolayı bırakılmışlardır. Sonuçta elde edilen genellikle atlama tasarımı adımı alır.

- Kararlılık

Sadece, Courant kararlılık koşulu $\Delta t \leq (\Delta x) / c\sqrt{3}$ ile verilen Δt için ve kübik hücreler için formülasyon kararlıdır. Saçılmış alanları kapsayan Rotasyonel formdaki Maxwell denklemleri vektörü skaler kısımlarına ayrıştırılarak, aşağıdaki şekilde verilebilir.

$$\frac{\partial E_x^{scat}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{\partial H_z^{scat}}{\partial y} - \frac{\partial H_y^{scat}}{\partial z} \right) \quad (2.33 a)$$

$$\frac{\partial E_y^{scat}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{\partial H_x^{scat}}{\partial z} - \frac{\partial H_z^{scat}}{\partial x} \right) \quad (2.33 b)$$

$$\frac{\partial E_z^{scat}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{\partial H_y^{scat}}{\partial x} - \frac{\partial H_x^{scat}}{\partial y} \right) \quad (2.33 c)$$

$$\frac{\partial H_x^{scat}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial E_y^{scat}}{\partial z} - \frac{\partial E_z^{scat}}{\partial y} \right) \quad (2.33 d)$$

$$\frac{\partial H_y^{scat}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial E_z^{scat}}{\partial x} - \frac{\partial E_x^{scat}}{\partial z} \right) \quad (2.33 e)$$

$$\frac{\partial H_z^{scat}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial E_x^{scat}}{\partial y} - \frac{\partial E_y^{scat}}{\partial x} \right) \quad (2.33 f)$$

Kolaylık açısından sadece E_x^{scat} ve H_y^{scat} çifti ele alınacaktır diğer bileşenler doğal olarak takip eder. (E_x^{scat} ve H_y^{scat} ın 1-B geçirme çizgisi analizinde, ilerleme z yönünde olacak şekilde, E_x ve H_y alan bileşenleri mevcutsa, tek başına kullanılabileceğine dikkat edilmelidir.)

Türevler farklar ile yer değiştirdiğinde aşağıdaki elde edilir:

$$\frac{E_x^{scat,n} - E_x^{scat,n-1}}{\Delta t} = \frac{1}{\epsilon_0} \left[\frac{\Delta H_z^{scat,n-\frac{1}{2}}}{\Delta y} - \frac{\Delta H_y^{scat,n-\frac{1}{2}}}{\Delta z} \right] \quad (2.34)$$

$$\frac{H_y^{scat,n+\frac{1}{2}} - H_y^{scat,n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \frac{1}{\mu_0} \left[\frac{\Delta E_z^{scat,n}}{\Delta x} - \frac{\Delta E_x^{scat,n}}{\Delta z} \right] \quad (2.35)$$

Bu mükemmel iletken ayırık alan formülasyonunu tamamlar.

2.5. Kayıplı Ortam Formülasyonu.

Aşağıdakiler kullanılarak

$$E = E^{total} \equiv E^{inc} + E^{scat} \quad (2.9)$$

$$H = H^{total} \equiv H^{inc} + H^{scat} \quad (2.10)$$

daha önce kayıplı ortamlarda saçılmış alan ilerlemesi için olan denklemleri türetmiştik.

$$\frac{\partial H^{scat}}{\partial t} = -\frac{\sigma^*}{\mu} H^{scat} - \frac{\sigma^*}{\mu} H^{inc} + \frac{(\mu - \mu_0)}{\mu} \frac{\partial H^{inc}}{\partial t} - \frac{1}{\mu} (\nabla_x E^{scat}) \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial E^{scat}}{\partial t} = \frac{\sigma}{\epsilon} E^{scat} - \frac{\sigma}{\epsilon} E^{inc} + \frac{(\epsilon - \epsilon_0)}{\epsilon} \frac{\partial E^{inc}}{\partial t} + \frac{1}{\epsilon} (\nabla_x H^{scat}) \quad (2.26)$$

Biz doğrusal diferansiyel olarak devam edeceğiz, çünkü bunlar daha kolaydır ve burada uygulandığı gibi yüksek iletkenlik değerleri için daha basit bir formülasyon sağlarlar.

2.26 denklemini ele alımp ve i=inc (gelen) ve s=scat (saçılan) için kullanılarak aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\frac{\varepsilon \partial E^s}{\partial t} + \sigma E^s = -\sigma E^i - (\varepsilon - \varepsilon_0) \frac{\partial E^i}{\partial t} + (\nabla_x H^s) \quad (2.36)$$

Bu da merkezi sonlu diferansiyel kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\varepsilon(E^{s,n} - E^{s,n-1}) + \sigma \Delta t E^{s,n} = -\sigma \Delta t E^{i,n} - (\varepsilon - \varepsilon_0) \Delta t E^{i,n} + \left(\nabla_x H^{s,n-\frac{1}{2}} \right) \Delta t \quad (2.37)$$

ve aşağıdaki gibi tekrar ifade edilir:

$$(\varepsilon + \sigma \Delta t) E^{s,n} = \varepsilon E^{s,n-1} - \sigma \Delta t E^{i,n} - (\varepsilon - \varepsilon_0) \Delta t E^{i,n} + \left(\nabla_x H^{s,n-\frac{1}{2}} \right) \Delta t \quad (2.38)$$

ve son olarak

$$E^{s,n} = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) E^{s,n-1} - \left(\frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) E^{i,n} - \left(\frac{(\varepsilon - \varepsilon_0) \Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) E^{i,n} + \left(\nabla_x H^{s,n-\frac{1}{2}} \right) \left(\frac{\Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) \quad (2.39)$$

$E^{s,n}$ 'in, σ ile ilgili olan ifadelerde kullanımı, akım yoğunluğunun belirlenmesinde elektrik alanın en son değerinin kullanılması, yüksek iletkenlik değerleri için sabitliğin elde edilmesinde önemlidir. σ sonsuza gittikçe 2.39 denklemi doğru bir şekilde $E^{\text{scat}} = -E^{\text{inc}}$ 'i verdiği dikkat edilmelidir.

Şimdi ifadeyi, Kayıplı Dielektrik ortamındaki elektrik alanın yenilenmesi için yazabiliriz.

$$\begin{aligned}
E_x^s(I, J, K)^n &= E_x^s(I, J, K)^{n-1} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) - \left(\frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) E_x^i(I, J, K)^n \\
&- \left(\frac{(\varepsilon - \varepsilon_0) \Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) E_x^i(I, J, K)^n + \frac{H_z^s(I, J, K)^{n-\frac{1}{2}} - H_z^s(I, J-1, K)^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta y} \left(\frac{\Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) \\
&+ \frac{H_y^s(I, J, K)^{n-\frac{1}{2}} - H_y^s(I, J, K-1)^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta z} \left(\frac{\Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right)
\end{aligned} \tag{2.40}$$

$$\begin{aligned}
E_y^s(I, J, K)^n &= E_y^s(I, J, K)^{n-1} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) - \left(\frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) E_y^i(I, J, K)^n \\
&- \left(\frac{(\varepsilon - \varepsilon_0) \Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) E_y^i(I, J, K)^n + \frac{H_x^s(I, J, K)^{n-\frac{1}{2}} - H_x^s(I, J, K-1)^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta z} \left(\frac{\Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) \\
&+ \frac{H_z^s(I, J, K)^{n-\frac{1}{2}} - H_z^s(I-1, J, K)^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta x} \left(\frac{\Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right)
\end{aligned} \tag{2.41}$$

$$\begin{aligned}
E_z^s(I, J, K)^n &= E_z^s(I, J, K)^{n-1} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) - \left(\frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) E_z^i(I, J, K)^n \\
&- \left(\frac{(\varepsilon - \varepsilon_0) \Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) E_z^i(I, J, K)^n + \frac{H_y^s(I, J, K)^{n-\frac{1}{2}} - H_y^s(I-1, J, K)^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta x} \left(\frac{\Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right) \\
&+ \frac{H_x^s(I, J, K)^{n-\frac{1}{2}} - H_x^s(I, J-1, K)^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta y} \left(\frac{\Delta t}{\varepsilon + \sigma \Delta t} \right)
\end{aligned} \tag{2.42}$$

Aynı şekilde, magnetik alan bileşenlerinin yenilenmesi için olan ilgili denklemler elde edilebilir. Eğer kayıplı magnetik ortamı ele alırsak, ilgili magnetik alan denklemleri, aynı yaklaşım kullanılarak türetilebilirler.

EK 3 FDTD Temelleri.

Bu bölümde FDTD hesaplamalarının aşağıda verilen pratik hususları ele alınmıştır (Kunz ve Luebbers, 1993).

- Hücre boyutu
- Zaman adımı büyüklüğü
- Gelen alan özelliği
- Saçıcı cisim yapısı
- Toplam alanların doğrudan hesabı
- Dış ışınım sınır koşulları
- Kaynak ihtiyaçları

Hücre boyutunun seçimi FDTD uygulamalarında kritik bir durum arzeder. İlgilenilen en yüksek frekansta doğru sonuçlar verebilecek kadar küçük ve bununla birlikte kaynak ihtiyaçlarının da sağlanabileceği kadar büyük olmalıdır. Geçirgenlik veya iletkenlik ne kadar büyük olursa, verilen bir frekansta o kadar kısa dalgaboyuna ve o kadar küçük hücre boyutuna ihtiyaç duyulur.

Hücre seçildikten sonra, Courant kararlılık koşuluyla maksimum zaman adımı belirlenir. Küçük zaman adımları uygun olabilir ancak bazı özel durumların haricinde, hesaplama doğruluklarında artış sağlamadıklarından gerekli değildir. Büyük zaman adımları ise kararsızlığa neden olur.

Saçılmış alan FDTD formüllerinin kullanımında gelen alan analitik olarak tanımlanmalıdır. Dalga biçimlerinde sonsuz bir çeşitlilik mümkündür ancak edinilmiş tecrübeler, gelen dalga biçimi seçiminin Gauss darbesi olması gerektiğini göstermiştir. Bunun tek istisnası, frekansa bağımlı materyallerin var olduğu durumdur ki, böyle durumlarda düzgünleştirilmiş kosinüs darbesi frekans spektrumunda daha etkin zayıflama sağladığından tercih edilir.

FDTD hesabı için saçıcı cisim, her bir alan bileşeni için tamsayı dizilerinin kullanımıyla oluşturulabilir. Farklı tamsayı dizileri farklı bir materyale işaretir ve alan bileşenini güncelleştirmek için (materyale bağlı olmak koşuluyla) hangi çarpım

sabitlerinin hangi FDTD alan eşitlikleri ile birlikte kullanılacağını belirler. Bu bölümde daha sonra açıklanacak olan şemada boş alan FDTD eşitliklerinin tamsayı dizisindeki bir sıfır değere karşılık geldiği görülür; bu arada 1 değerine karşı gelen E alan bileşenleri için mükemmel iletken alan eşitlikleri kullanılmaktadır. 1'den büyük sayılar kayıplı dielektrikler veya magnetik materyaller için kullanılabilir. Seçilen hücre boyutunun ve ilgilenilen maksimum frekansın zorlanmasıyla her biçim ve materyal de kapsama alınabilir.

Gerek toplam alan gerekse saçılmış alan hesaplamalarında olsun, Mur'un birinci veya ikinci derece yutulma sınırları (Mur, 1981), FDTD problem uzayı için bağıl olarak yansısız ve kolayca uygulanabilen bir sonlandırma sağlar. Cisim ile dış sınır arasında daha az sayıda hücre ile daha iyi yutulma sağlayabilen diğer yutulma sınır koşullarının elde edilmesi de mümkündür, ancak bunlar hesaplamalarda daha fazla karmaşıklığa neden olacaktır. Birçok FDTD problemi için Mur yutulma sınırları yeterli ve nispeten kolay uygulanabilir.

Hücre boyutu belirlendikten sonra, saçıcı cismin çevrenmesine yetecek kadar geniş bir alan ve buna ilave olarak cisim ve emici sınır arasındaki alanın belirlenmesi problemi çözülecektir. Bununla birlikte, cisim ve alanların etkileşimlerinin tamamen karakterize edilmesine imkan verecek yeterlilikte genişliğe sahip birkaç zaman adımı, en önemlisi herhangi bir rezonans davranışı hakkında tahminde bulunulmaya çalışılır. İhtiyaç duyulan Yee hücrelerinin sayısından ve gerekli olan zaman adımı sayısından yola çıkılarak kaynak ihtiyaçları büyük yaklaşıklıkla tahmin edilebilir. Bu kaynaklar, hesaplama ve sonuçların saklanması için gereken CPU zamanını (kullanılan bilgisayarın hızına bağlı olarak aşağı yukarı belirlenebilir), RAM miktarını ve genişletilmiş depolama kapasitesini (megabyte cinsinden hard disk hafızası) içerir.

3.1. Hücre Boyutunun Belirlenmesi.

FDTD metodunda hücre boyutunun belirlenmesindeki temel güçlük, hücre boyutunun kesin sonuçların istendiği en küçük dalgaboyundan daha küçük olması gerektiğidir. Görünen soru "Ne kadar küçük?" olacaktır ve buna da "Sonuçların ne kadar doğrulukta olmasının istendiği" sorusu eklenmelidir. Sıklıkla işaret edilen zorluk

“10 hücre/dalgaboyu” şeklindedir ki bu da ilgilenilen en yüksek frekansta (en kısa dalgaboyu) her bir hücrenin bir kenarının $(1/10)\lambda$ veya daha kısa olacağı anlamına gelir. Bazı durumlarda (radar saçılma etkin kesitinin çok kesin belirlenmesi gibi) $(1/20)\lambda$ ya da daha küçük hücreler gerekli olabilir. Diğer yandan dalgaboyu başına dört hücreye kadar olan boyutlarda makul sonuçlar da elde edilmiştir. Eğer hücre boyutu bundan çok daha küçük yapılırsa, Nyquist örnekleme limiti $\lambda=2\Delta x$ 'e, makul sonuçların elde edilmesine imkan verecek şekilde, oldukça yaklaşmış olur ve Nyquist limitinin üzerindeki sinyal bileşenleri için isimlendirmeler mümkün olur.

Burada dikkat edilmesi gereken kelime, FDTD'nin hacimsel (volumetrik) bir hesaplama metodu olduğudur; yani eğer hesaplanan alanın bazı parçaları geçirgen maddeyle doldurulursa, maksimum hücre boyutunu belirlemek için madde içindeki dalgaboyu kullanılmalıdır. Elektriksel olarak yoğun maddeler içeren problemler için bu, madde içindeki hücrelerin yalnızca boşluk ve mükemmel iletkenlerin ele alındığı durumlara oranla çok daha küçük olması sonucunu doğurur. Eğer her tarafta aynı hücre boyutu kullanılırsa, bu problemi oluşturan tüm boşlukların içindeki hücrelerin tamamını, bağıl olarak küçük olmaya zorlar ki bu da ihtiyaç duyulan hücre sayısını oldukça arttırabilir.

Hücre boyutunun bir dalgaboyundan neden çok daha küçük olması gerektiğini anlamak için, herhangi bir belirlenmiş zaman adımında FDTD ızgarasının, alan dağılımının ayrık uzaysal bir örneği olduğunu varsaymak gerekir. Nyquist örnekleme teoremine göre, uzaysal bilginin yeterli derecede örneklenebilmesi için, uzaysal dalgaboyu başına en az iki örnek bulunmalıdır. Örneklememiz kesin olmadığından dolayı ve en küçük dalgaboyumuz tam olarak belirlenmediğinden dolayı dalgaboyu başına iki örnekten fazlasına ihtiyaç vardır. Bununla ilgili diğer bir önemli durum, ızgara yayılma hatasıdır. FDTD'nin yapısında var olan yaklaşımlara bağlı olarak, farklı frekanslara ilişkin dalgalar, ızgaradan çok farklı hızlarda geçerek yayılacaklardır. Kesin ve kararlı sonuçlar için, ızgara yayılma hatası kabul edilebilir bir seviyeye düşürülmelidir ki bu zaten hücre boyutunun küçültülmesiyle başarılmış olacaktır.

Bir diğer hücre boyutu hususu da problem geometrisinin önemli karakteristiklerinin eksiksiz olarak modellenmesi gerektiğidir. Normalde hücrelerin

$(1/10)\lambda$ 'dan küçük hale getirilmesiyle bu amaca da ulaşılmış olacaktır. Tel kalınlığının $(1/10)\lambda$ 'dan $(1/20)\lambda$ 'ya ve daha küçük boyutlara getirilmesiyle anten empedansının etkilendiği ince çubuk antenler buna bir örnektir. Bir diğer örnek de dikdörtgen hücreli düzgün bir yüzeyin modellenmesindeki merdiven etkisinin önemli hatalara neden olabileceği, düzgün hedeflerden düşük seviyeli saçılmanın hesaplanmasıdır.

Hücre boyutu belirlendikten sonra maddenin modellenmesi için gerekli olan hücre sayısı ve her boyut için dış sınır ve nesne arasında bırakılacak olan makul büyüklükteki boşluk bulunur ve buradan da hücrelerdeki toplam FDTD boşluğu belirlenir. Üç boyutlu bir problem ele alındığında, birkaç yüz binden milyonlarca hücreye kadar toplam bir hücre sayısı, PC'lerden ve iş istasyonlarından süper bilgisayarlara kadar bütün bilgisayarlarda uygulanabilir.

3.2. Kararlılık İçin Zaman Adımı Boyutu.

Hücre boyutunun belirlenmesinin hemen ardından, Courant koşulundan Δt zaman adımının maksimum büyüklüğü belirlenir. Courant koşulunun temelini anlamak için, bir FDTD ızgarasından geçerek yayılmakta olan bir düzlem dalga düşünülmelidir. Bir zaman adımında bu dalga üzerindeki herhangi bir nokta, birden fazla hücreden geçmemelidir. Çünkü bir zaman adımı süresince FDTD dalgayı yalnızca bir hücreden, onun komşusu olan hücrelere yayabilir. Bu zaman adımı sabitini belirleyebilmek için bir düzlem dalga doğrultusu seçilir ki düzlem dalga, alan nokta konumları arasında çok daha hızlı yayılabilsin. Bu doğrultu, FDTD ızgarasının kafes düzlemlerine dik olacaktır. Boyutu d olan ($d=1, 2$ veya 3) bir ızgara için, bütün hücre boyutlarının Δu olduğu durumda kararlılık için şu sonuca ulaşılır:

$$v\Delta t \leq \frac{\Delta u}{\sqrt{d}} \quad (3.1)$$

Burada v herhangi bir ortamda maksimum yayılma hızı, Δt zaman adımı süresidir. Daha genel olarak üç boyutlu bir ızgara için:

$$v\Delta t \leq 1 / \sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}} \quad (3.2)$$

yazılabilir.

Tecrübeler göstermiştir ki gerçek hesaplamalarda (3.1) ve (3.2) eşitlikleri ile elde edilen Δt değeri, hatasız sonuçlar verecektir ve pekçok durumda daha küçük bir Δt değerinin kullanılmasıyla daha doğru sonuçların elde edilemeyeceği görülecektir. Aslında eşitlik sağlandığında, dalga gerçek dalga propagasyonuna daha çok yaklaşır ve ızgara dağılma hataları en aza indirilmiş olur.

Yine de bu durumun istisnaları da vardır. Zaman adımının (3.2)'ye bağlı olarak azaltılmasının gerekli olduğu bir durum, materyalin iletkenliğinin sıfırdan çok büyük olduğu durumdur. İletken maddeler için ($\sigma > 0$), kararlı hesaplamalar Courant sınırından daha küçük zaman adımları gerektirir. Bu genelde sorun teşkil etmez çünkü çoğu hesaplamada zaman adımı boyutu, ışığın boşluktaki yayılma hızıyla ayarlanır. İletken madde içinde hız boşluktakinden daha düşük olacağından, hem boşluk hem de iletken maddeler içeren bir FDTD hesaplamasında zaman adımı, Courant sınırının her yerde sağlanabileceği şekilde olacaktır. Bununla birlikte yüksek iletkenliğe sahip maddeler içindeki kısa dalgaboyu, çevreleyen boşluk alanlarda olduğundan çok daha küçük FDTD hücreleri gerektirebilir. Zaman adımının Courant limitinin altına indirilmesinin gerekli olduğu bir başka durum da doğrusal olmayan materyallerde ortaya çıkar.

3.3. Gelen Alanın Belirlenmesi.

Saçılan alan formülasyonunun kullanılmasındaki en kritik avantaj gelen alanın analitik olarak açıkça belirtilmiş olmasıdır. Tanımlanmış olan gelen alan bir Gauss işareti düzlem dalgası olacaktır, zira bu frekans içeriğinde düzgün bir zayıflatma sağlar.

İlk olarak, zaman domeninde genel bir gelen düzlem dalga tanımlandığını varsayalım. Merkezi, FDTD kartezyen sisteminin merkeziyle çakışık olan bir küresel koordinat sistemini ele alalım. Normal kullanım şekli izlenerek z ekseninden θ ve x ekseninden ϕ değerleri ölçülür. Olağan saçılma hadisesi izlenerek, gelen alanın gelmekte olduğu doğrultu θ ve ϕ 'den yararlanılarak tanımlanır. Bir \hat{r} birim vektörünü

merkezinden θ , ϕ yönüne doğrultarak, bu yönden gelen bir gelen alan şu şekilde tanımlanabilir:

$$\bar{E} = [E_{\theta}\hat{\theta} + E_{\phi}\hat{\phi}]f(t + (\bar{r} \cdot \hat{r})/c + R/c) \quad (3.3)$$

$$\bar{H} = \left[\frac{E_{\phi}}{\eta}\hat{\theta} - \frac{E_{\theta}}{\eta}\hat{\phi} \right]f(t + (\bar{r} \cdot \hat{r})/c + R/c) \quad (3.4)$$

Burada $\hat{\theta}$ ve $\hat{\phi}$ küresel koordinat sisteminin birim vektörleri, η boşluğun empedansı, c ışık hızı ve \bar{r} merkezden gelen alanın değerlendirilmesini istediğimiz FDTD hesaplama uzayında bir noktaya uzanan vektördür. $f(t)$ fonksiyonu, zamanın herhangi bir fonksiyonu örneğin bir sinüs dalgası ya da bir darbe olabilir. R keyfi bir referans uzaklığıdır. Küçük hesaplamalar için darbe, saçıcı cisimde birden ortaya çıkmaktan ziyade FDTD boşluğunun içine yayılmalıdır ve R 'nin değeri buna bağlı olarak seçilmelidir. Gelen alanların kartezyen bileşenlerinin büyüklüklerini aşağıdaki eşitliklerde görüldüğü gibi kolayca elde edebiliriz:

$$E_x = E_{\theta} \cos\theta \cos\phi - E_{\phi} \sin\phi$$

$$E_y = E_{\theta} \cos\theta \sin\phi - E_{\phi} \cos\phi$$

$$E_z = -E_{\theta} \sin\theta$$

$$H_x = (E_{\theta} \sin\phi + E_{\phi} \cos\theta \cos\phi)/\eta$$

$$H_y = (-E_{\theta} \cos\phi + E_{\phi} \cos\theta \sin\phi)/\eta$$

$$H_z = (-E_{\theta} \sin\phi)/\eta$$

Bundan sonra, bir Gauss darbesi için özel bir alan bileşeninin tanımlanması ele alınmalıdır. Yukarıdaki eşitliklerden genliğin bulunmuş olduğunu varsayarak $f(t)$ fonksiyonu bir Gauss darbesi alınarak düzlem dalganın elektrik alanının x bileşeni şu şekilde elde edilir.

$$E_x^i(I, J, K)^n = E_x \exp(-\alpha((\tau - \beta\Delta t)^2)) \quad (3.5)$$

β Gauss darbesinin zaman adımı cinsinden genişliği ve α Gauss darbesinin eksponansiyel zayıflama katsayısıdır.

Burada zaman gecikmesi

$$\tau = n\Delta t + \bar{r}' \cdot \hat{r} / c + R / c \quad (3.6)$$

şeklindedir ve Δt zaman adımı için I, J, K hücresindeki E_x bileşeni için bağıl zaman gecikmesine katılır. θ , ϕ yönünden gelmekte olan gelen dalgamız için ise şu eşitlik söz konusu olur:

$$\bar{r}' \cdot \hat{r} = ((I - 1) + 0.5)\Delta x \cos \phi \sin \theta + (J - 1)\Delta y \sin \phi \sin \theta + (K - 1)\Delta z \cos \theta \quad (3.7)$$

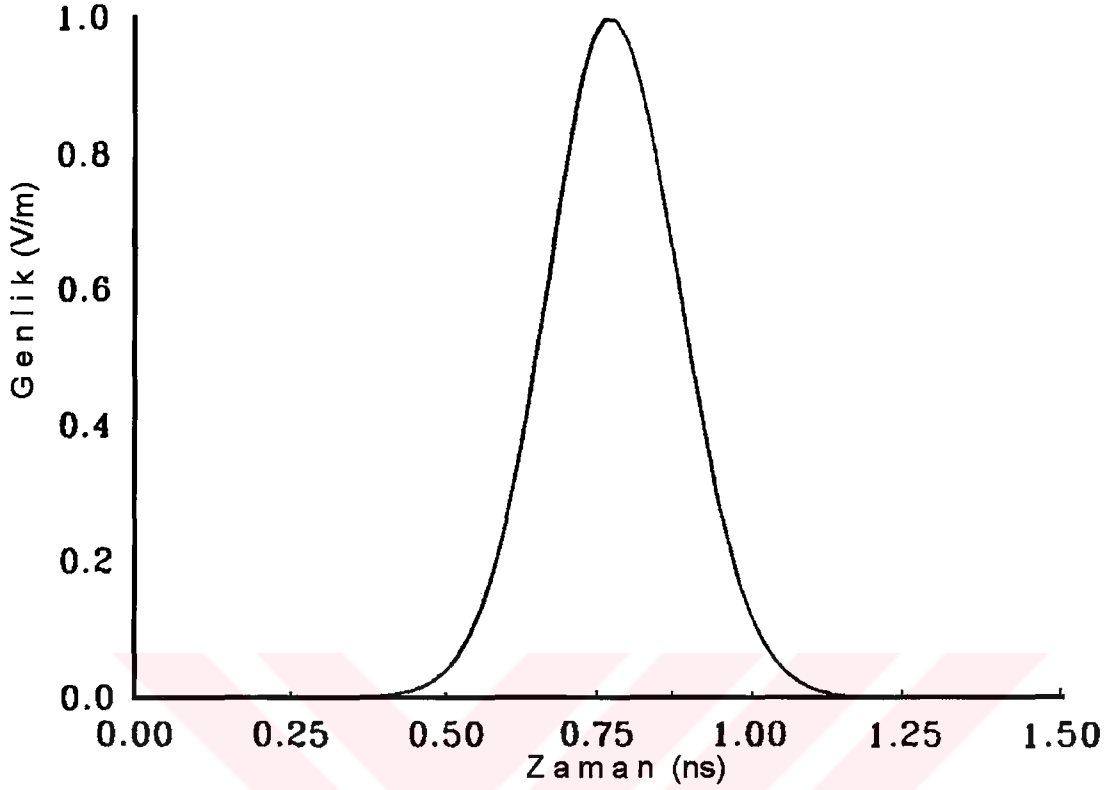
Bu eşitlikte (1/2) hücre ofsetinin, Yee hücresindeki E_x bileşeninin (I, J, K) yerleşimine tekabül edecek şekildeki dengeleyici etkisine dikkat edilmelidir.

Şimdi α ve β 'yi tanımlayarak seçtiğimiz zaman adım boyutunun bir fonksiyonu olacak şekilde uygun bir darbe elde etmek amacıyla τ 'yu zorlamaya tabi tutacağız. İdeal bir Gauss darbesi, zamanda sonsuza dek genişlemesine rağmen, bizim ilgilendiklerimiz hesaplamalarımızda kesilmiş halde olmalıdır. Darbenin zaman sürecini de tanımlamamız gerekmektedir ki uygun bir band genişliği sözkonusu olsun.

Başlamak için, Gauss darbesinin süreci belirlenmelidir. $\beta=32$ seçilir ki β burada, Gauss darbesinin tepe değerden kesim değerine kadar zaman adımı sayısıdır. Darbe, $\tau=0$ 'dan $\tau=2\beta\Delta t$ oluncaya kadar mevcut olacaktır; bu bölgenin dışında sifıra yaklaşırken tepe değer $\tau= \beta\Delta t$ şeklindedir.

Kesimdeki değer ($\tau=0, 2\beta\Delta t$ 'de) α tarafından belirlenir ve (3.5)'ten görüldüğü gibi, kesimdeki Gauss darbesi maksimumun $\exp(-\alpha(\pm\beta\Delta t)^2)$ kadar altında bir değere sahip olacaktır. Şimdi α değerini belirlememiz gerekir ki bu kesim istenmeyen yüksek frekansları spektrumumuza karıştırmamasın ve gerçekte sıfır olan gelen alan değerlerinin hesaplanması için zaman kaybına neden olmasın.

Gerçekte, bir doğru cevap bulunmamaktadır fakat pratik bir çözüm α 'nın β ile değişmesine izin vermektir ki kesimde darbenin genliği daima aynı değere indirilmiş olsun. $\alpha=(4/(\beta\Delta t)^2)$ yapılıdır. Bu nedenle, kesimde darbe $\exp(-16)$ ile orantılı azaltılır.

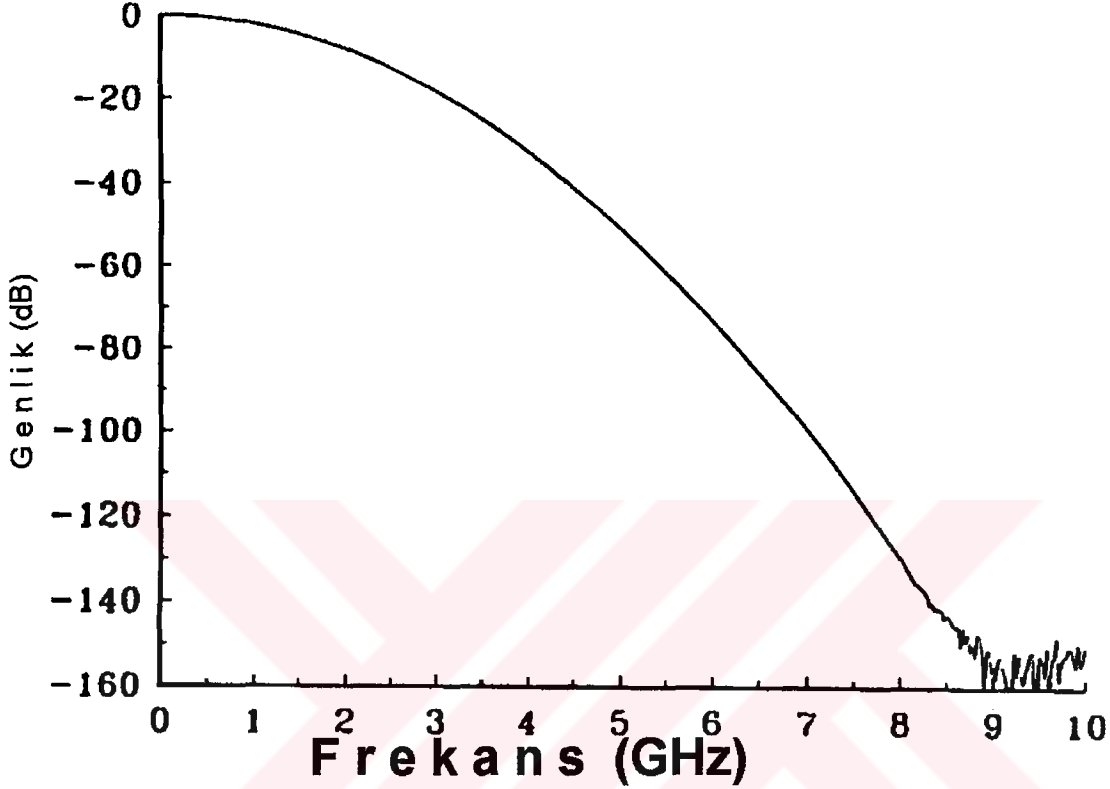


Şekil 3.1. Zaman adımı Courant kararlılık sabitinde ve $\beta=32$ 'deki 1cm küplük FDTD hücrelerinin Gauss darbe şekli.

Bu değerlerle elde edilen sonuçları şekillendirmek için, şu durumu ele alalım: 1cm kenarlı, üç boyutlu bir kübik hücre Courant kararlılık koşulunun uygulanmasıyla, $1.924E-11$ s veya 0.01924 ns'lik bir Δt elde edilir. Bu zaman adımı yukarıda verilen parametrelerle birlikte kullanılırsa Şekil 3.1.'deki Gauss darbe şekli meydana gelir.

Bu darbenin Şekil 3.2.'de görülen hızlı Fourier dönüşümü (FFT), darbe kesiminin istenmeyen yüksek frekanslara geçit vermediğini daha net biçimde gösterir. Dalgaboyu başına on hücre için, 3 GHz'e kadar olan frekanslardaki FDTD hesaplamalarımızdan kesin sonuçlar alacağımız umulur ve Şekil 3.2.'den açıkça görülmektedir ki, Gauss darbemizden bu frekanslarda nisbeten yüksek işaret seviyeleri sağlanmaktadır. Diğer yandan, hücre boyutumuzun dalgaboyu başına dörtten az hücre olduğu dalgaboyları için, gelen dalgada yeterli derecede enerjiye sahipsek eğer, gürültü ve kararsızlık ile de ilgilenmemiz gerekebilir. Bu 7,5GHz'lik bir frekansa tekabül eder

ve Şekil 3.2'den görürüz ki bu frekansta spektrumumuz yaklaşık 120dB aşağı düşen - kararlılığı sağlamak için yeterince küçüktür.



Şekil 3.2. Şekil 3.1.'deki Gauss darbesi'nin Fourier dönüşümü.

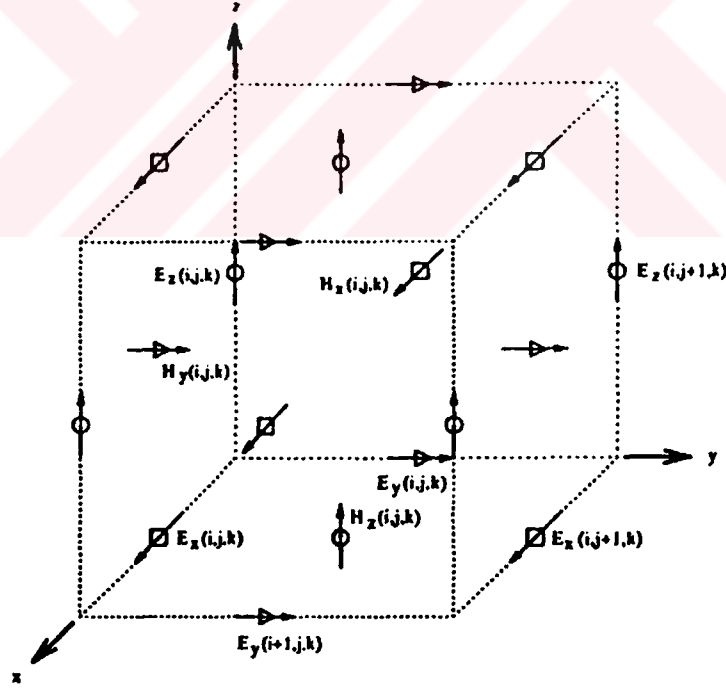
Gauss darbesi parametrelerinin bu tesbiti, problemdeki tüm boşluğun serbest uzay veya mükemmel iletken olduğu varsayımı altında yapılmıştır. Eğer bunların dışındaki bir geçirgen materyal varsa β seçimimizi modifiye etmemiz gerekir.

Bundan sonra Courant koşulunu uygulayarak zaman adımının artık önceki değerinin yarısı oranında daha büyük olduğunu göreceğiz. β 'yı 32 olarak bırakırsak ve zaman adımını yarısı oranında azaltırsak, Gauss darbemiz önceki zaman sürecinin yarısı kadar ve daha önceki spektral band genişliğinin iki katı kadar olacaktır. Bunun yerine β 'yı iki katına çıkararak 64 almalıyız ki darbe genişliği ve frekans bandı Şekil 3.1. ve 3.2.'de gösterildiği gibi kalsın. Eğer bunu yapmazsak, dielektrik materyal içeren volumetrik bölgede gürültü ve hatta kararsızlık gibi risklere girmiş oluruz. Çünkü daha

dar darbe, dielektrik içerisinde yeterli derecede örneklenebilecek kadar küçük dalgalarda belirgin bir enerji içerecektir. Bundan dolayı, yukarıdaki şemada Gauss darbe parametrelerini belirleyebilmek için gereken tek düzenleme, zaman adımı büyüklüğü Courant sınırının altına indirildiğinde β değeri arttırılmalıdır.

3.4. Yee Hücrelerinden Bir Cisim Oluşturma.

FDTD hücrelerinde materyalleri tanımlamak amacıyla tamsayı dizilerinin kullanılmasına ilişkin bir yaklaşım izlenir. Bu yaklaşımla, IDONE-IDTHRE dizileri, mükemmel iletken ve dielektrik materyalleri tanımlamak için kullanılmaktadır. IDONE, E_x ile, IDTWO E_y ile, IDTHRE E_z ile, hangi tip materyalin etkileştiğini belirlemek için kullanılmaktadır. IDFOR-IDSIX dizileri magnetik materyaller içindir ve sırasıyla magnetik alanın x, y ve z bileşenlerine karşı düşerler. Bu eşleştirmeler aşağıda özetlenmiştir.

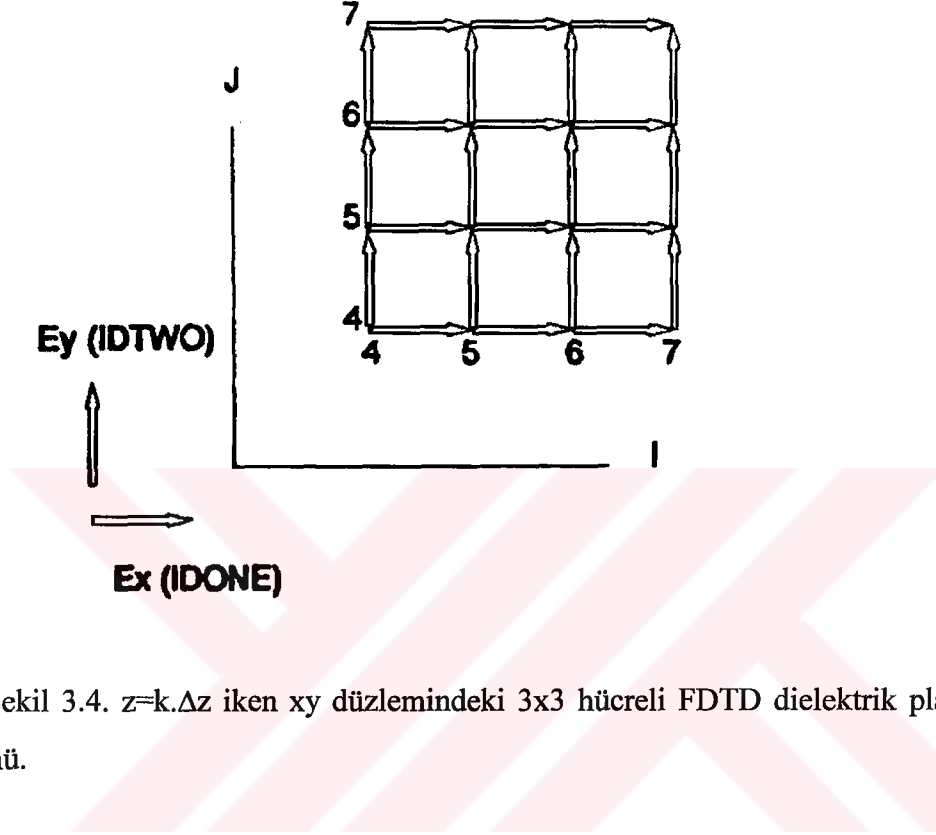


Şekil 3.3: Yee hücresi geometrisi.

I, J, K materyalin hangi Yee hücresinde bulunduğunu tanımlar. Dizinin içeriği bu yerleşimde hangi materyalin olduğunu tanımlar. Örneğin, 0 değerli eleman boşluğu (boş uzayı); 1 değerli eleman mükemmel iletkeni; 2 belirli bir geçirgenliği ve iletkenliği olan kayıplı bir dielektriği; 3 farklı geçirgenliklere sahip bir kayıplı dielektriği vs. tanımlayabilir. FDTD boşluğunda bulunan her materyal tipinin yapısal parametreleri bir kez belirlenir ve zaman adımlamaya başlanmadan, FDTD güncelleme eşitliklerindeki çarpan faktörler hesaplanır. Her bir alan bileşeniyle etkileşen materyal ayrı ayrı tanımlandığından dolayı, FDTD'de diagonal dielektrik veya magnetik geçirgenlik tensor'larına sahip anizotropik materyallerin modellenmesinin oldukça basit oluşuna dikkat edilmelidir.

Ayrı ayrı dizi kullanıldığından, Yee hücrelerinde dielektrik ve magnetik materyallerin kesin yerleri bağımsız olarak kontrol edilebilir. Bir Yee hücresinde alan bileşenlerinin yerleşimleri Şekil 3.3.'te gösterilmektedir. Örneğin, IDONE dizisinin bir elemanını herhangi bir I, J, K noktasına yerleştirmek, gerçekte dielektrik materyali elektrik alanın FDTD boşluğunda I+0.5, J, K'da bulunan x bileşeni ile etkileştiği bir noktaya yerleştirmekten ibarettir. IDFOR dizisinin bir elemanını bir I, J, K noktasına yerleştirmek, gerçekte magnetik materyali magnetik alanın I, J+0.5, K+0.5 noktasında bulunan x bileşeni ile etkileştiği bir noktaya yerleştirmekten ibarettir. IDONE ve IDFOR dizisi yerleşimleri arasındaki uzaysal farklılık, Yee hücresindeki alan dengeleşimlerinin bir sonucudur. Alan yerleşimlerindeki bu doğal dengeleşim cisim oluşturulurken "bulanıklık" veya "basamaklaşma" yaklaşımlarına neden olur. Düzgün yüzeylere basamaklı Yee hücresi yerleşimleriyle yaklaşılmalıdır. Kartezyen koordinat sistemine uyan bir cisim bile (örneğin bir küp), eğer hem dielektrik hem de magnetik özelliklere sahip bir materyalden oluşmuşsa, bütünüyle tanımlanamayabilir zira elektrik ve magnetik alan yerleşimleri uzaysal olarak dengelenmiştir. Bu durum için bir çözüm yolu, bu dengeleşmenin bir faktör olduğu "bulanık" bölgelerde ortalama dielektrik veya magnetik geçirgenlik değerleri kullanmaktır. Fakat bu çözüm, etkiyi ortadan kaldırmaktan ziyade sadece bir oranda azaltabilecektir.

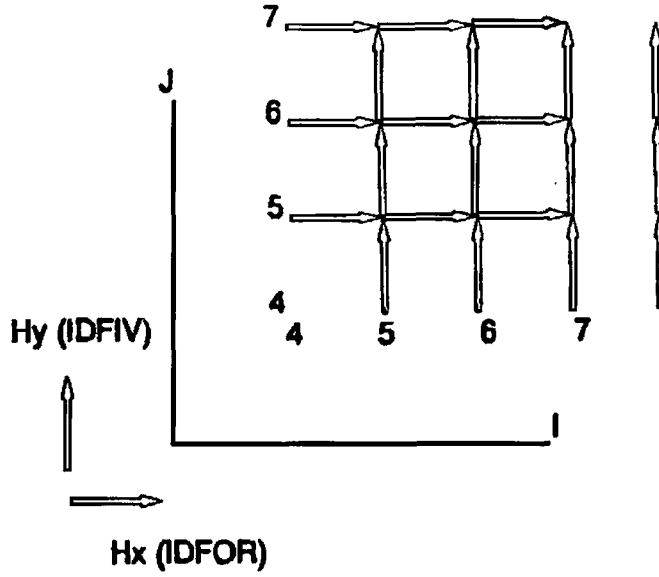
IDONE	Ex	IDFOUR	Hx
IDTWO	Ey	IDFIVE	Hy
IDTHRE	Ez	IDSIX	Hz



Şekil 3.4. $z=k.\Delta z$ iken xy düzlemindeki 3×3 hücreli FDTD dielektrik plakının görünümü.

Bir nesne oluşturulurken, Yee hücrelerinin materyal ile doldurulmasından ziyade materyalin Yee hücresi içindeki uygun alan yerlerine yerleştirildiğini akıldan çıkarmamak gerekir. Bunu canlandırmak amacıyla, üç boyutlu Yee hücre boşluğunda, $z=k.\Delta z$ 'da yerleştirilmiş bir xy düzleminde düzgün bir 3×3 hücre dielektrik levha oluşturduğumuzu düşünelim. Dokuz hücre (3×3) için sadece ID dizilerinin tanımlanması düzgün yüzeyli bir levha oluşturulması için yeterli değildir.

Bunu daha detaylı biçimde canlandırmak için, buna karşı düşen magnetik materyal levhanın "oluşturulduğunu" varsayalım. Bir magnetik materyal oluşturmaya çalışırsak oluşturulan cisim Şekil 3.5.'te de görüldüğü gibi aslında bağlantısız olacaktır.



Şekil 3.5: Dielektrik levhada olduğu gibi, magnetik levhanın aynı mantık ile oluşturma girişimi.

Elektrik ve magnetik alan yerleşimlerinin tanımlanmasında bir ilişki tanımlanabilir ki böylece bir dielektrik cisim oluşturmak için kullanılan kod bir magnetik cisim oluşturabilecek şekilde modifiye edilebilir. Bunu görebilmek için, EX (.), EY (.), EZ (..)’ye karşı düşen hücre yerleşimlerinde sırasıyla IDONE, IDTWO, IDTHRE dizilerini kullanarak, HX(..), HY(..), HZ(..) magnetik alan yerleşimlerini magnetik materyal olarak tanımlamalıyız. Bu örnek, dielektrik ve magnetik cisimlerin oluşturulmasındaki şu karşılıklı durumu açığa çıkarır:

Dielektrik Cisim		Magnetik Cisim
IDONE(I,J,K)	=	IDFOR(I+1,J,K)
IDTWO(I,J,K)	=	IDFIV(I,J+1,K)
IDTHRE(I,J,K)	=	IDSIX(I,J,K+1)

FDTD uzayındaki bir hücre kalınlığında olan bir levha fiziksel olarak ne kadar kalındır? sorusu, yerinde bir soru olacaktır. İlk olarak, $\theta=90^\circ$ ’den gelen bir düzlem dalga için ve θ veya buna eşdeğer olan -z doğrultusunda polarize olmuş elektrik alan ile

bu levhaların birinden oluşan saçılmayı hesapladığımız durumu ele alalım. Yalnızca bir E_x bileşeni bulunduğu ve tüm IDTHRE VE IDSIX dizi yerleşimleri 0'a tanımlandığından, saçılan alan benzer şekilde sıfır olacaktır ve levhaların sıfır kalınlığa sahip oldukları sonucuna varılacaktır.

Bununla birlikte, gelen dalganın $\theta = 0^\circ$ doğrultusundan gelmekte olduğu ve bu nedenle levhaya normal teşkil ettiği durumu da ele alalım. Levha ince olduğundan ve Kayıplı Dielektrikten oluştuğundan, bunun bir levha direnci ya da empedansı olduğu yaklaşımında bulunalım. Bu durum, doğru sonucun FDTD levhasının Δz kalınlığında olduğu varsayıldığında elde edildiğini gösterir.

FDTD hesaplamalarında sıfır elektrik alanlar mükemmel iletkenin yerleştirilmiş olduğu Yee yerleşimlerinde bulunur fakat maksimum magnetik alanlar iletken bölgenin hemen dışındaki H alan yerleşimlerinde bulunur. Bu nedenle FDTD yüzeyine, bu elektrik ve magnetik alan yerleşimlerinin ötesindeki Yee hücresi boyutunun dörtte biri olarak yaklaşılır.

Bir materyalden küp oluşturmak için aşağıda görüldüğü gibi 12 Yee hücresi alan yerleşimi belirlemek gerekir ki burada MTYPE dielektrik materyal tipine sahip I, J, K Yee hücresinde bulunan küp şeklindeki bir boşluk doldurulmuş olur.:

IDONE(I,J,K) = MTYPE
 IDONE(I,J,K+1) = MTYPE
 IDONE(I,J+1,K+1) = MTYPE
 IDONE(I,J+1,K) = MTYPE
 IDTWO(I,J,K) = MTYPE
 IDTWO(I+1,J,K) = MTYPE
 IDTWO(I+1,J,K+1) = MTYPE
 IDTWO(I,J,K+1) = MTYPE
 IDTHRE(I,J,K) = MTYPE
 IDTHRE(I+1,J,K) = MTYPE
 IDTHRE(I+1,J+1,K) = MTYPE
 IDTHRE(I,J+1,K) = MTYPE

Katı bir cisim, örneğin kürenin modellenmesine bu şekilde bir yaklaşım kürenin içinde tek bir Yee hücresi kübü bulunup bulunmadığını belirlemek ve eğer varsa bütün 12 alan yerleşimini yukarıda gösterildiği şekilde kürenin yapısına yerleştirmektir. Bireysel alan yerleşimleri kapalı yüzeye sahip olmayan bir küre oluşturacaktır. Bu geçirgen materyaller için önemli olmayabilir fakat iletken bir küre için yüzeyden dışarıya doğru çıkıntılar oluşturan tellerin bulunması anlamına gelir ve burada bireysel alan bileşenleri bütün bir kübün parçaları olmayacak şekilde yerleştirilmiş olur. Dizilerin yeniden yazılmasıyla FDTD hücrelerinin serbest uzayla doldurulup daha sonra bunun bir bölümünün başka bir materyalle doldurulduğu ve sonra da bu materyalin bir kısmının diğer bir materyalle doldurulduğu düşünülebilir.

3.5. Toplam Alanların Doğrudan Hesaplanması.

Burada, birçok avantaja sahip bir yaklaşım olan FDTD problemlerinde saçılmış alan formülasyonunun kullanılmasının üzerinde durmaktayız. Matematiksel olarak, saçılmış alan ve toplam alan eşitlikleri birbirlerine benzer ve son derece küçük hücrelerle sınırlı durumda, tamamıyla aynı sonuçları verirler. Bununla birlikte sonlu fark taramalarının yapısında bulunan yaklaşımlara bağlı olarak, saçılmış ve toplam alan sonuçları farklılıklar gösterebilir ve toplam alanların doğrudan hesaplamalarında karşılaşılan durumlar daha basit olabilir veya daha kesin sonuçlar verebilir.

Bunlardan biri, gelen ve saçılan alanların büyüklük olarak hemen hemen aynı fakat ters işaretli oldukları durumu ele alır. Hem toplam alan hem de saçılan alan eşitlikleri, bilgisayar hesaplamalarında kullanılan değişkenlerin tayini nedeniyle dinamik bölgeyle sınırlıdır. Bununla birlikte, saçılan alan formülasyonunda, gelen alan bütünüyle FDTD uzayı boyunca yayılırken saçılan alan ızgara dağılımına ve diğer hatalara maruz kalır. Bu küçük hata (ya da daha doğru bir deyişle gelen alandaki hatasızlık), gelen ve saçılan alanların, saçılan alan formülasyonundaki tamamlama nedeniyle bütünüyle sıfırlanmasına engel olabilir. Hata, frekansın sıfıra doğru gitmesiyle kaybolur ve yalnızca Nyquist frekansına yaklaşıldığında farkedilebilir büyüklüğe ulaşır.

Toplam alan formülasyonunda, toplam alan FDTD ağı boyunca yayılır ve bu nedenle ızgara dağılımı hataları hem gelen hem de saçılan alanlar için oluşur. Aynı

hataya maruz kaldıklarından dolayı, birbirlerini daha iyi biçimde sıfırlama eğilimine girmeleri beklenir. Bununla birlikte, saçılan alana katılan bazı bileşenler, FDTD ağı boyunca gelen alanın yayılma doğrultusundan farklı yönlerde yayılacaktır ve bunun sonucunda aynı ızgara dağılım hatalarına maruz kalmayacaktır.

Özet olarak, birçok durum için ve özellikle saçılma problemleri için, saçılan alan formülasyonu kullanarak saçılan alanın doğrudan hesaplanması tercih edilir. Bununla birlikte, bazı durumlarda toplam alanın doğrudan hesaplanması daha kesin ve daha basit olabilir ve bu durumlarda saçılan alan FDTD kodu, yalnızca gelen alan genliğinin sıfır yapılmasıyla bir toplam alan koduna benzetilmeye çalışılır.

3.6. Işıma Sınır Koşulu.

Bir dış ışımaya sınır koşulu (ORBC: Outer Radiation Boundary Condition), FDTD uygulamalarında her zaman gerekli olmayabilir. Eğer FDTD problem uzayı sonlu fark eşitliklerine doğrudan tamamlanabilecek bir koşul tarafından sınırlanmışsa bir ORBC'ye ihtiyaç yoktur. Örneğin, kapalı bir dalga kılavuzu sistemi içinde elektromagnetik olay modelleniyorsa duvarlardaki teğetsel elektrik alan sıfırdır ve bu durum ID dizilerinin doğru şekilde tesbit edilmesiyle yerine getirilir.

Saçılma ve ışımaya problemlerinde ORBC'ye olan gereksinimi anlayabilmek için alan bileşenlerinin sınırlarda bulunduğunu varsayalım. Bunlar Bölüm 2'deki bilinen FDTD eşitliklerinin kullanılmasıyla güncellenemez. Çünkü alan sonlu fark rotasyonelini değerlendirmek için gerekli olan yakın komşu alan bileşenlerinin bir kısmı problem uzayının dışındadırlar ve elde edilemezler. ORBC için sıkça kullanılan temel kriter problem uzayının hemen dışındaki, bazı nedenlerle kayıp olan bileşenlerini belirlemektir. Bu tipik olarak, yerel bir düzlem dalganın uzaydan dışarıya yayıldığı varsayımını ve sınırın hemen içindeki alanlara bakarak sınırda dışarıya doğru yayılan düzlem dalga için alanların belirlenmesini içerir. Birçok durumda dış sınıra gelen dalga tam olarak düzlem olmadığı ve normal olarak gelmeyeceği için, yutucu sınır dalgayı mükemmel şekilde yutamayacaktır.

Sınırdaki alanı belirlemede kullanılan yaklaşımın derecesine bağlı olarak genellikle Mur^2 yutulma sınırı veya daha özel olarak birinci ve ikinci derece Mur yutulma sınırı olarak adlandırılır. Birinci derece koşul, zamanda bir adım geriye ve bir hücre yerleşimine bakar; ikinci derece koşul zamanda iki adım geriye ve iki hücre yerleşimine bakar.

FDTD hesaplanabilir uzayımızın $x = 0$ limitinde olduğumuzu varsayalım. Bu düzlem üzerinde E_y ve E_z alan bileşenlerini yerleştirmeye karar verelim. Bu alan bileşenlerini kullanarak, $x = 0$ 'daki H_x magnetik alan bileşenlerini güncellemek için gerekli olan sonlu fark rotasyonel işlemlerini değerlendirebiliriz ve tabii ki bütün komşu alan bileşenleri $x = \Delta x/2$ ve ötesinde yerleştirilmiş alan bileşenlerini güncellemek için elde edilebilecektir. Bununla birlikte, bilinen FDTD eşitlikleriyle $x=0$ 'da E_y ve E_z alan bileşenlerini güncelleyemeyiz zira $x = -\Delta x/2$ 'deki magnetik alanı elde etmek mümkün değildir. Yine de bunları Mur ifadelerini kullanarak güncelleyebiliriz. $x=0$, $y = j\Delta y$ ve $z=(k+1/2)\Delta z$ 'de bulunan E_z bileşenini ele alalım. Bu alan bileşeninin birinci derece Mur tahmini

$$E_z^{n+1}(0, j, k+1/2) = E_z^n(1, j, k+1/2) + \frac{c\Delta t - \Delta x}{c\Delta t + \Delta x} (E_z^{n+1}(1, j, k+1/2) - E_z^n(0, j, k+1/2)) \quad (3.8)$$

dir.

$x=0$ sınırında E_z için ikinci derece tahmin ise

$$\begin{aligned} E_z^{n+1}(0, j, k+1/2) &= -E_z^{n-1}(1, j, k+1/2) \\ &+ \frac{c\Delta t - \Delta x}{c\Delta t + \Delta x} (E_z^{n+1}(1, j, k+1/2) + E_z^{n-1}(0, j, k+1/2)) \\ &+ \frac{2\Delta x}{c\Delta t + \Delta x} (E_z^n(0, j, k+1/2) + E_z^n(1, j, k+1/2)) + \frac{\Delta x(c\Delta t)^2}{2(\Delta y)^2(c\Delta t + \Delta x)} \cdot \\ &(E_z^n(0, j+1, k+1/2) - 2E_z^n(0, j, k+1/2) + E_z^n(0, j-1, k+1/2) + E_z^n(0, j+1, k+1/2) \\ &- 2E_z^n(1, j, k+1/2) + E_z^n(1, j-1, k+1/2)) + \frac{\Delta x(c\Delta t)^2}{2(\Delta z)^2(c\Delta t + \Delta x)} \cdot (E_z^n(0, j, k+3/2) \\ &- 2E_z^n(0, j, k+1/2) + E_z^n(0, j, k-1/2) + E_z^n(1, j, k+3/2) \\ &- 2E_z^n(1, j, k+1/2) + E_z^n(1, j, k-1/2)) \end{aligned} \quad (3.9)$$

olur .

Birinci derece Mur yaklaşımı ele alındığında, $x=0$ 'da E_z 'in anlık değerinin $x=\Delta x$ 'deki ve aynı y ve z pozisyonlarındaki eski ve anlık değerler tarafından tahmin edildiği görülmüştür. İkinci derece tahmin önceki iki zaman adımında bulunan eski değerleri ve komşu y ve z pozisyonlarındaki değerleri kullanır. FDTD uzayının diğer sınırlayıcı yüzeylerindeki başka alan bileşenlerini belirlemek için gereken eşitlikler, (3.8) ve (3.9)'un modifikasyonu ile halihazırda belirlenmiş durumdadır.

İkinci derece ORBC'nin komşu Yee hücrelerinden alan değerlerini gerektirmesinden dolayı, sonlandırıcı düzlemlerden ikisinin kesişimine komşu durumda olan elektrik alan değerlerini belirlemekte kullanamayız. İkinci derece Mur uygulanmakta olsa bile, problem uzayının kenarlarına komşu olarak yerleştirilmiş olan alan bileşenleri için birinci derece kullanılmalıdır.

Dış sınır cisimden ne kadar uzağa yerleştirilirse dış doğru yayılan dalgaların yutulması o kadar iyi olur. Bu, dalgaların ışınım kaynağından uzağa doğru yayıldıkça düzlem dalgaya daha çok benzemeye başlamalarındandır. Bununla birlikte, cisim ve dış sınır arasında yerleştirilebilecek hücrelerin sayısı, bilgisayar hafızasıyla sınırlıdır. Genel bir kriter, cisim ve dış sınır arasında minimum on hücre bulunmasıdır. Bazı durumlar için özellikle yüksek doğruluk gerekiyorsa ondan fazlasına ihtiyaç duyulacaktır.

Dış sınırı cisme çok yaklaştırmak, Mur (ve diğer) dış emici sınır tanımlamalarında kararsızlıklara neden olabilir. Bu, bir düzlem dalgadan ziyade uzaydaki bir kaynak tarafından uyarılan antenler ve diğer hesaplamalar için problem teşkil edebilir zira dış sınırın toplam alanları emmesi gerekir. Bunun yanında eğer dış sınır çok yakın ise kesin bir sonuç için gereksinim duyulan bazı alanlar da yutulabilir. Örneğin küre saçılımı, kürenin çevresinde yayılan ve enerji yayan bir yüzey dalgası içerir. Bu yüzey dalgasından ışınım, geçici geri saçılma sonuçlarında kolaylıkla görülebilir. Eğer emici dış sınır küreye çok yakınsa, bu dalga bozulacak ve saçılan alan sonuçları yanlış olacaktır.

3.7. Kaynak İhtiyaçları.

FDTD'nin belli bir probleme uygulanmasını ele alırken, dikkat edilecek ilk şey

FDTD metodunun probleme bir çözüm getirebilme yeterliliğine sahip olup olmayışıdır. İlk olarak zaman domeninde çalışmaktayken bu gibi sorular, en başta sonuçları elde etmeyi arzuladığımız en kısa dalgaboyu cinsinden ölçüldüğünde problem geometrisinin ne kadar geniş olduğunun belirlenmesiyle ele alınabilir. Bu dalgaboyu cinsinden cisim boyutunun hücre sayısını belirliyor olmasından kaynaklanır ki bu da ihtiyaç duyulan bilgisayar kapasitesini belirler. Hücre sayısı aynı zamanda geçici alanların dağılımları için ya da sinüsoidal uyarımın kararlı hale gelmesi için gerekli olan zaman adımlarının sayısını gösterir.

İlgilenilen en küçük dalgaboyu baz alınarak kabul edilebilir ki hücre boyutu halihazırda belirlenmiş durumdadır. Buradan ve problem geometrisinden, problem uzayındaki hücrelerin toplam sayısı (burada N ile gösterilmiştir) da belirlenmiş olur. Bununla birlikte, varsayılır ki materyal bilgisi, hem dielektrik hem de magnetik materyaller için, 1 byte'lık tamsayı ID??? Dizilerinde saklanır. Daha sonra, byte cinsinden gerekli bilgisayar kapasitesini tahmin etmek için şu bağıntı kullanılabilir:

$$Kapasite = Nx \left[6 \frac{\text{Bileşenler}}{\text{Hücre}} \times 4 \frac{\text{Byte}}{\text{Bileşen}} + 6 \frac{\text{ID'ler}}{\text{Hücre}} \times 1 \frac{\text{Byte}}{\text{ID}} \right]$$

Burada, geçici değerlerin saklanması döngülerin indekslenmesi, sonraki işlemler ve gösterimler için sonuçların kaydedilmesi ve benzer fonksiyonlar için gereken nisbeten az sayıdaki yardımcı değişkenler ihmal edilmiştir ve uygulanabilir yönergelerin depolanması için gereken hafıza da ihmal edilecektir. Bu genelleme, problem uzayındaki hücre sayısından hemen hemen bağımsızdır ki böylece hücrelerin toplam sayısı arttığında, gereken toplam hafızanın daha küçük bir bölümü haline gelecektir.

Kayan nokta işlemlerinin sayısı cinsinden ihtiyaç duyulan hesaplama maliyetini tahmin etmek için ise

$$\text{İşlemler} = Nx6 \text{ bileşen/hücre } 10 \text{ işlem/ bileşen} \times T$$

bağıntısı kullanılabilir ki burada T zaman adımlarının toplam sayısıdır. Her bir bileşen için gerçek hesaplama sayısı, materyalin tipine ve tek bir zaman adımında gelen

dalganın varlığına bağlıdır. Belli bir yerleşimde hangi tip materyalin yerleştirilmiş olduğunu (serbest uzay, mükemmel iletken, dielektrik) belirlemek için uygulanması gereken mantıksal ifadeler de bulunmaktadır.

T zaman adımı sayısı tipik olarak problem uzayının bir yanındaki hücrelerin sayısının on katı kabilindedir. Daha doğru bir deyişle, kübik hücreler için, zaman adımı Courant kararlılık koşulu $\Delta t = \frac{\Delta x}{\sqrt{3} \cdot C}$ (Δx =hücre kenarı boyutu) tarafından tayin edildiğinde tek bir hücrenin içinden geçmek, zaman adımının $\sqrt{3}$ katı kadar sürer. Bu durumda T için bir tahmin

$$T \cong 10x\sqrt{3}N.C^{1/3} \approx \text{problem uzayın bir yanındaki hücre sayısı}$$

Yukarıdakilerin birleştirilmesiyle kayan nokta işlemlerinin toplam sayısının yaklaşık olarak

$$\text{İşlemler} = 10\sqrt{3} \cdot N^{4/3} \times 6 \frac{\text{Bileşen}}{\text{Hücre}} \times 10 \frac{\text{İşlem}}{\text{Bileşen}}$$

ile verildiği sonucuna ulaşılır. Buradan ihtiyaç duyulan kayan nokta işlemlerinin toplam sayısının, 4/3 kuvvete yükseltilmiş FDTD uzayındaki hücre sayısı ile orantılı olduğu görülür.

Şimdi, kayan nokta işlemlerinin sayısının frekansla nasıl değiştiğini ele alalım. FDTD hücresinin büyüklüğü dalgaboyuna oranla belli sayıda hücre elde etmek amacıyla dalgaboyu ile orantılı olarak ölçülendirilmelidir ki her bir lineer boyuttaki hücre sayısı frekansla orantılı olarak ölçülsün. Bu, (3 boyutlu) problem uzaydan ki hücrelerin sayısının frekansla üçüncü dereceden orantılı olacağı ve ihtiyaç duyulan kayan nokta işlemlerinin sayısının dördüncü kuvvete yükseltilmiş frekansla orantılı olacaktır. Bu dördüncü kuvvet frekans ölçülendirilmesi Moment metodu gibi diğer metodlarla karşılaştırılmaya müsaittir. Belirtiler, problem boyutları dalgaboyu cinsinden büyüdükçe FDTD metodunun, özellikle eğer bir frekans bandında sonuçlara ihtiyaç duyuluyorsa,

bir matris çözümlü gerektiren yaklaşımlardan daha az işleme ihtiyacı duymaya yöneleceğini gösterir.

Bir $(100 \text{ hücre})^3$ lük problem uzayını ele alalım. Bu sayıdaki hücre için gerçek miktar, diğer değişken ve tanımlamaların saklanması nedeniyle biraz daha büyük olmakla birlikte, yaklaşık 300 Mbyte'lık hafızaya ihtiyaç vardır. Bu boyuttaki problemler süper bilgisayarlardan 32 bit PC'lere kadar değişebilen makinalarda çalıştırılabilirler.

Gereken işlem sayısı için yukarıdaki tahminler FDTD hesaplamaları için düşünülmüştür ve emici sınırların eklenmesinin, problem geometrisinin hazırlanmasının zayıf etkilerini ihmal eder zira büyük hesaplamalar için bunlar toplam işlem sayısının oldukça küçük bir parçasını oluşturacaklardır. Birçok durumda, yukarıdaki yönlendirici açıklamalar, tam bir FDTD hesaplaması için gereken kaynakların belirlenmesine bir temel oluşturacaktır.

ÖZGEÇMİŞ:**Tamer ADEMOĞLU**

Doğum Tarihi : 19 Eylül 1972

Doğum Yeri Eski Cuma (Bulgaristan)

Lise 1986-1988 Maltepe Askeri Lisesi

Lise 1988-1990 G.O.paşa Plevne Lisesi

Lisans 1990-1994 Yıldız Teknik Üniversitesi,
Elektrik-Elektronik Fakültesi
Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği**Çalıştığı kurumlar**

1994-1996 Digi Fiter Elektr. San ve Tic. A.Ş:

1996-1997 Simko San ve Tic. A.Ş.

1997-Devam Ediyor Digi Fiter Elektr. San ve Tic. A.Ş: