

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ * FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Yeraltısuyu Kirlenmesinin İncelenmesi

Hasan Özbek

Yüksek Lisans Tezi

150
71

200012

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

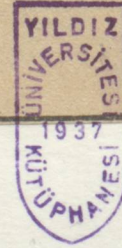
YERALTISUYU KİRLENMESİNİN İNCELENMESİ
VE
KİRLENME PROBLEMİNİN NÜMERİK ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İNŞ. MÜH. HASAN ÖZBEK

İSTANBUL-1985

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
GENEL KİTAPLIĞI

Kot : R 150
Alındığı Yer : ..Fan. Bil. Ens. 71
Tarih : 8.12.1986
Fatura :
Fiatı : 1000 TL.
Ayniyat No : 1/32
Kayıt No : 44623
UDC :
Ek :



YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
Fen Bilimleri Enstitüsü

YERALTISUYU KİRLENMESİNİN İNCELENMESİ
ve
KİRLENME PROBLEMİNİN NÜMERİK ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İnş. Müh. Hasan ÖZBEK

İstanbul - 1985

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ

İZET

I. BÖLÜM

Sayfa

1. YERALTI SUYUNUN TEŞEKKÜLÜ VE KİRLENMESİ HAKKINDA BİLGİLER

- | | |
|---|---|
| 1.1 Yeraltı suyunun meydana gelişi | 1 |
| 1.2 Yeraltı sularının araştırılması | 4 |
| 1.3 Yeraltı suyu kirliliğinin önemi ve tanımı | 5 |

2. BÖLÜM

2. YERALTI SULARI KİRLENME PROBLEMLERİNİN SAYISAL ANALİZİ

17

2.1 İteratif İşlemler, prensipleri ve terimleri

18

Bu tez çalışmasının her safhasında, gece gündüz yardımlarını esirgemeyen, fedakar, değerli hocam Doç.Dr.Mehmet YÜCEL'e ve Öğr.Gör.Abdullah YILDIZ'a, tezi büyük bir sabırla inceleyip yanlışıkları tespit ederek, tezin daha doğru ve anlaşılır hale gelmesini sağlayan kıymetli hocalarım Doç.Mustafa ERSİN ve **Y.Doç.** Dr.Necdet ARAL'a teşekkür ve saygılarımı sunarım.

2.2 İteratif İşlemler

26

2.2.1 Gauss-Jordan

27

2.2.2 Gauss-Jordan iteratif yöntemi

41

2.2.3 Gauss-Jordan iteratif yöntemi

51

2.2.4 Gauss-Jordan iteratif yöntemi

52

2.2.5 Gauss-Jordan iteratif yöntemi

53

2.2.6 Gauss-Jordan iteratif yöntemi

54

2.2.7 Gauss-Jordan iteratif yöntemi

55

2.2.8 Gauss-Jordan iteratif yöntemi

56

2.2.9 Gauss-Jordan iteratif yöntemi

57

2.2.10 Gauss-Jordan iteratif yöntemi

58

2.2.11 Gauss-Jordan iteratif yöntemi

59

2.2.12 Gauss-Jordan iteratif yöntemi

60

2.2.13 Gauss-Jordan iteratif yöntemi

61

2.2.14 Gauss-Jordan iteratif yöntemi

62

2.2.15 Gauss-Jordan iteratif yöntemi

63

2.2.16 Gauss-Jordan iteratif yöntemi

64

2.2.17 Gauss-Jordan iteratif yöntemi

65

2.2.18 Gauss-Jordan iteratif yöntemi

66

İ Ç İ N D E K İ L E R

ÖNSÖZ

ÖZET

I. BÖLÜM

Sayfa

1. YERALTI SUYUNUN TEŞEKKÜLÜ VE KİRLENMESİ HAKKINDA BİLGİLER

- | | |
|---|---|
| 1.1 Yeraltı suyunun meydana gelişi | I |
| 1.2 Yeraltı sularının araştırılması | 4 |
| 1.3 Yeraltı suyu kirliliğinin önemi ve tanımı | 5 |

2. BÖLÜM

- | | |
|---|----|
| 2. YERALTI SULARI KİRLENME PROBLEMLERİNİN SAYISAL ANALİZİ | I7 |
| 2.1 Tekrarlı işlemler, prensipler ve teoremler | I8 |
| 2.1.1 Prensip | I8 |
| 2.1.2 Yakınsaklık ve ıraksaklık | 20 |
| 2.1.3 Bir tekrarlı metodun yapısı | 22 |
| 2.1.4 Bir lineer denklem sistemine ait örnek problem | 23 |
| 2.2 Lineer sistemler için tekrarlı işlem metodları | 26 |
| 2.2.1 Jakobi metodu üzerine basit bir örnek | 26 |
| 2.2.2 Gauss-Seidal " " | 27 |
| 2.2.2 Blok iteratif metodları | 4I |
| 2.3 Sonlu fark yaklaşımlarının bazı güçlükleri | 3I |
| 2.4 Sonlu eleman yaklaşımı | 32 |
| 2.5 Hidrolik denklemin akım dengesi teorisi | 33 |
| 2.5.1 Elementer blokların dengesi | 34 |
| 2.5.2 Sınır şartları | 38 |
| 2.5.3 Basit bir misal | 38 |
| 2.5.4 İletkenlik matrisinin bazı özellikleri | 42 |
| E.1 ÖRNEK PROBLEMLER | |
| 1. Problem | 44 |
| 2. Problem | 47 |
| E.2 Deney | 59 |
| SONUÇ | 65 |
| REFERANSLAR | 66 |

II

Ö N S Ö Z

Bir insanın normal ihtiyaçları için günde ortalama 40-50 litre suya ihtiyacı vardır. Çiftçilik yapılan bölgelerde, ziraat içinde içme suyu kullanılıyorsa, kişi başına kullanılan ortalama su miktarı artar. Çiftçilik yapan bir kişinin günde en az 100 litre suya ihtiyacı vardır. Endüstri sahalarında oturan kişiler günde 400-500 litre suya ihtiyaç duyulur. Suya olan ihtiyaçtaki bu şiddetli artışı karşılamak, şu andaki su kaynaklarını devamlı geliştirmek ve yeni kaynaklar bulmak zorunluluğunu getirir. Bunun için kullanılabilen bütün kaynaklar, özellikle yeraltındakiler harekete geçirilmelidir.

Yeraltı suları, yeryüzü sularının bulunmadığı veya yetersiz olduğu, yerlerde çeşitli su ihtiyaçlarını karşılamada oldukça önemli bir yer tutar. İnsanlık için önemi büyük olan bu suyun kirlenmesine, büyük çapta yine insanlar sebep olmaktadır.

Yeraltından çıkarılan sular, içme, sulama ve sanayi suyu olarak kullanılmaktadır. Suyun haiz olması gereken özellikler kullanılma maksadına bağlıdır. Bunun da belli standartları vardır. Bazen içmek için kullanılmaya uygun olmayan su, sulama veya sanayi suyu olarak kullanılabilir.

Tüm ülkelerde fabrikalar, atık sularını kolayca boşaltmak için genellikle bir deniz; dere veya göl kenarına kurulmuştur. Bu fabrikaların günlük ihtiyaçları olan yüzlerce m³ suyu elde etmek için sondaj kuyusu açma yoluna gidilir. Mesela Kağıthane deresi, Haliç ve İzmit Körfezi etrafında kurulmuş fabrikaların durumları böyledir.

Bugün ülkemizde D.S.İ, Y.S.E, Topraksu özel kuruluşlar her yıl çok sayıda sondaj kuyusu açmaktadırlar.

Bu kuruluşlar önce suyun mevcudiyet ve miktarını gözönüne alarak yaptıkları bir etüt sonucu sondaj kuyusu açmaktadırlar. Fakat kuyudan çıkan su fiziksel, kimyasal ve bakteriyolojik yönden her zaman arzu edilen özellikleri taşımamaktadır. YSE'de Sondaj kuyusunun fiyatı su çıkmazsa 40-75 bin ₺/m, su çıkarsa, su zammından, pompa maliyetinden dolayı 75-125 bin ₺/m dir. Bir sondaj kuyusu milyonlarca liraya mal olmaktadır. Mesela Ankara-Gazi Orduevi'nin su ihtiyacını karşılamak için 1983'de bir sondaj kuyusu açılmıştır. Kuyu verimi 10 lit/sn, mal oluşu yaklaşık 4 milyon liradır. Kuyudan çıkan suyun laboratuvar analiz sonuçları, bu suyun içme için, hatta sulama suyu için dahi kullanılamayacağını göstermiştir. Şu anda tüm emek ve yaklaşık 4 milyon lira boşa çıkmış gibi görülmektedir.

Böyle durumlara düşmemek için sondaj kuyuları açılmadan önce çevredeki muhtemel kirletici kaynaklar ve zemin incelenerek yeraltı suyunda doğabilecek etkiler matematik modellerle tahmin edilebilir. Böylece zaman, emek ve para yönünden tasarruf sağlanabilir.

Bu tez de bu cins problemlerin matematik modellerinin nasıl kurulabilecekleri anlatılmıştır.

Ö Z E T

Bu tez çalışmasında yeraltı suyunun kirlenmesi incelenmiş ve yeraltı suyu kirlenme problemlerinin sayısal analizi anlatılmıştır.

I. Bölümde ; Yeraltı suyunun oluşu ve kirlenmesi hakkında kısa ve öz bilgiler verilmiş, ayrıca yeraltından temin edilecek suyun kalitesi ve özelliklerinin standartları verilmiştir.

2. Bölümde; Yeraltı suyu kirlenme problemlerinin sayısal analizi izah edilmiş, çeşitli metodlarla bu gibi problemlere, nasıl çözüm getirileceği incelenmiştir. Konuyla ilgili problemlerin çözümünde matematik modellerden nasıl yararlanılacağı izah edilmiştir.

Ek bölümde ise; kompüterle ve elle örnek problemler çözülmüştür. Problemlere önemli veriler sağlayan, dere ve kuyudan alınan su numunelerinin laboratuvar analiz sonuçlarını veren deneyler yapılarak araştırmacıların bu konuda da bilgi edinmeleri sağlanmıştır.

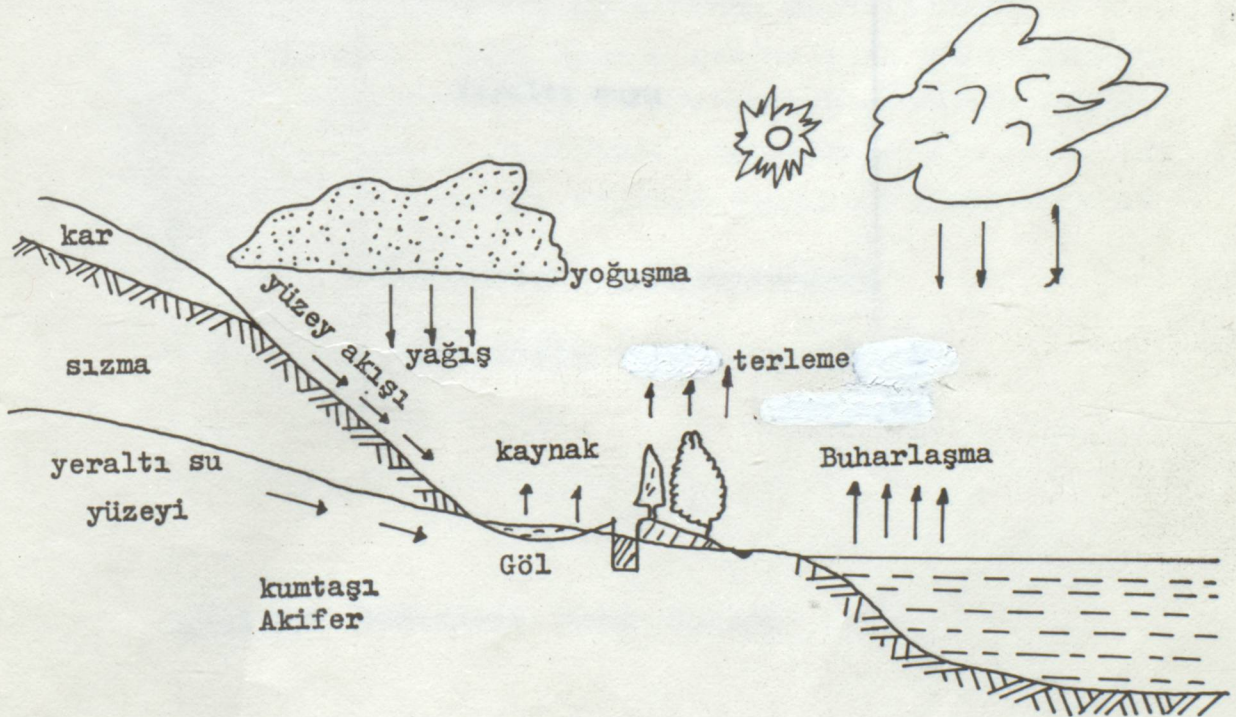
I. BÖLÜM

1. YERALTI SUYUNUN OLUŞU VE KİRLİLİĞİ HAKKINDA GENEL BİLGİLER

1.1 YERALTI SUYUNUN MEYDANA GELİŞİ

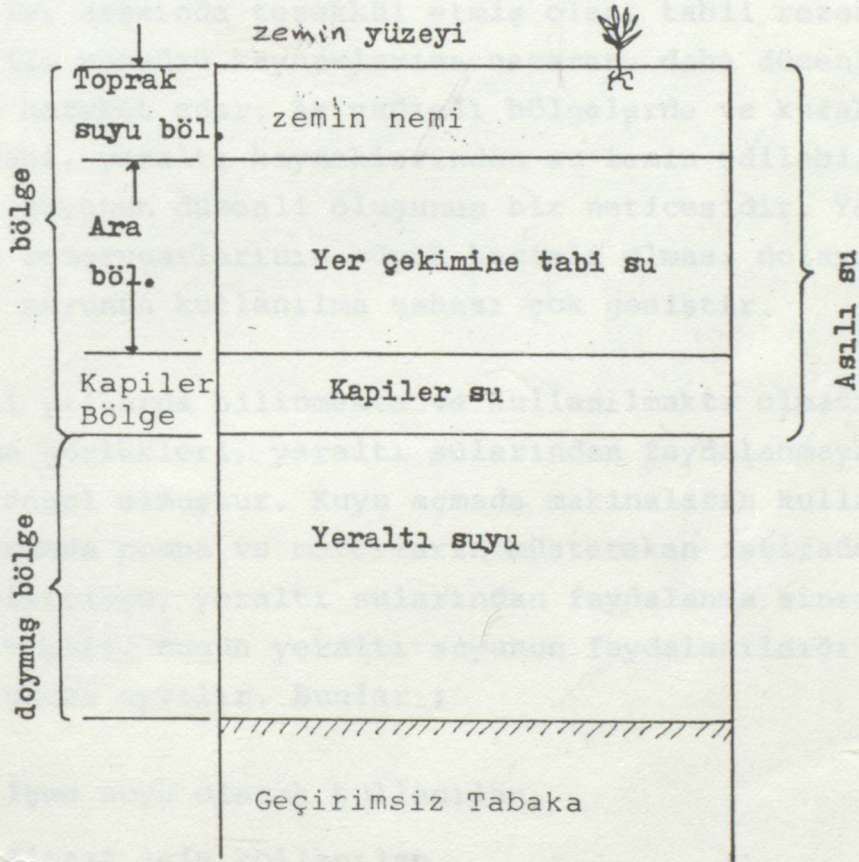
Yeraltı suları, atmosferde ve yeryüzünde bulunan sular gibi, suyun genel hidrolojik devir halkasının bir kısmını teşkil ederler. Yeraltındaki çeşitli tabakaların, bu suyun hareketinde ve yayılmasında önemi oldukça büyüktür. Bu duruma göre, yeraltı suyunun esas orijinini, tabiatta çeşitli şekillerde devir yapan sular teşkil eder. Şekil 1.1

Yeraltı suyu yer kabuğunun yapısını teşkil eden ve geçirgen özellikteki tabakalar içerisinde bulunur. Yeraltı suyu taşıyan bu tabakalara AKİFER (su taşıyan tabaka) denir.



Şekil 1. Suyun Hidrolojik Devri

Yeraltındaki suyun enine kesitini incelersek suya doymuş olan bölgede, zeminin bütün boşlukları su ile dolu ve belirli bir hidrostatik basınç altında olduğunu görürüz. (Şekil 1.2) Bunun üzerindeki ikinci bölgede ise zeminin boşlukları kısmen su ve kısmende hava ile dolu bir haldedir.



Şekil I.2 Zemindeki Suyun Durumu

Yeraltı suyu yağmur ve kar sularından, yerüstü sularından süzülerek yeraltındaki boşluk ve çatlaklarda toplanır. Yeraltı suyunun meydana gelmesi tabii ve suni su kaynaklarından süzülme ile olur.

Yağış şeklinde yeryüzüne düşen toplam su miktarının büyük bir kısmı da yeraltına geçmektedir. Bu büyük su hacmi, yer tabakaları arasında teşekkül etmiş olan, tabii rezervuarların tesiri ile yeryüzü kaynaklarına nazaran, daha düzenli bir rejimle hareket eder. Az yağışlı bölgelerde ve kurak mevsimlerde dahi, yeraltı kaynaklarından su temin edilebilmesi, yeraltı suyunun düzenli oluşunun bir neticesidir. Yeraltındaki su rezervuarlarının büyük hacimli olması dolayısıyla, yeraltı suyunun kullanılma sahası çok geniştir.

Eski yıllarda bilinmekte ve kullanılmakta olmasına rağmen, çıkartma güçlükleri, yeraltı sularından faydalanmaya, büyük ölçüde engel olmuştur. Kuyu açmada makinaların kullanılması, su çıkarmada pompa ve motorların müştereken istifade imkanları geliştikçe, yeraltı sularından faydalanma sınırları da genişlemiştir. Bugün yeraltı suyunun faydalanıldığı sahalara üç ana gruba ayrılır. Bunlar ;

- 1- İçme suyu olarak kullanılan,
- 2- Ziraat için kullanılan,
- 3- Endüstri için kullanılan

yeraltı sularıdır.

1.2 YERALTI SULARININ ARAŞTIRILMASI

Araştırma yapılacak bölgeye ait jeolojik haritalar mevcut ise ön araştırmalar için jeolojik ve hidrolojik yönden önemli bilgiler edinmemizi sağlar. Havza gezilerek gözle yapılan ön araştırmalar, kaynak oluşmuş yerler, suyu seven bitkilerin bulunması, vadilerin oluşum biçimleri, yeraltı suyunun o bölgede bulunabileceğini gösterir.

I- Jeolojik Araştırma :

Zeminin yapısı incelenir. Mesala, püskürük kayalar içinde önemli bir yeraltı suyuna rastlanmaz. Buna karşılık alüvyonlu arazide bol miktarda yeraltı suyu bulunması ihtimali vardır. Zira, püskürük kayaların boşlukları ve çatlakları azdır, derinlikleri ise fazladır. İri çakıl ve kum taneleri arasındaki boşluklar pek çoktur. Killi tabakalar ise hemen hemen suyu hiç geçirmediği gibi içinde de çok az su tutarlar.

2- Elektrik İletkenliği Metodu :

Genellikle zeminin elektrik geçirgenliği çok azdır, fakat içinde su varsa geçirgenlik birden artar. Bu özellikten yararlanılarak bu metod ile zeminin içinde su bulunup bulunmadığı anlaşılır.

3- Sismik Yansıma Metodu :

Bu metod da zemin içinde dinamit patlatılır. Ses dalgaları zeminin çeşitli tabakalarından yansıyarak zemin üstünde bulunan bir ses alıcısına ulaşır. Zemin içinde su bulunduğu takdirde bu yansıma biçimi ayrı bir özellikte olacağından, suyun bulunabileceğine karar verilir.

4- Araştırma Sondajı :

Jeolojik haritalar, yerinde yapılan etütlerden sonra yeraltı suyunun varlığına karar verilmiş ise artık araştırma sondajları yapılabilir. Bu sondajlar ile yeraltı suyunun derinliği, zeminin yapısı vb. diğer hususlar saptanır.

1.3 YERALTI SUYU KİRLİLİĞİNİN ÖNEMİ VE TANIMI

Kirlenmiş yeraltı suları, bu sudan faydalananları başta sağlık yönünden olmak üzere çeşitli zararlara uğratar. Bu kirli yeraltı suyunu tasfiye edip vermek çeşitli masraflara yol açar. Endüstrinin yaygınlaşması da yeraltı suyunun her sene daha çok kirlenmesine sebep olmaktadır.

Yeraltı suyu; içmede, sulamada, endüstride kullanılacağı için renksiz, kokusuz, berrak, hoş lezzetli ve belirli sıcaklıkta bulunmalı, içinde sağlığa zararlı hiçbir şey bulunmamalıdır. Korozyon ve kireçlenme yapmamalı, mikrop taşıyamamalıdır. Yeraltı suları kullanma gayelerine göre temiz veya kirli sayılabilirler. Mesela; endüstri için korrozif ve kireçlenme özellikleri önemli, diğerleri önemsiz olabilir. , eğer yeraltı suyu ağır metaller ihtiva ediyorsa sulamada, mikrop taşıyorsa içmede, asitli ise endüstride kullanılmaz .

Yeraltı suyu kirliliği genellikle dört temel sebepten kaynaklanır. Bunlar; endüstri atık sulardan, evsel atık sulardan, zirai faaliyetlerde kullanılan ilaçlardan ve çeşitli çevre kirliliklerinden meydana gelir.

1. Endüstriyel kirlenmede akifere şunlar ulaşır.

a) Kimyasal bileşikler, metaller gibi eser elementler taşıyan kullanılmış sular, yüksek sıcaklıkta kullanılmış endüstriyel sular ve atom sanayi cihazlarında meydana gelen radyoaktif kirlilikler.

b) Çevre kirlilikleri ile karışan yağmur süzüntüleri,

c) Petrol borularının kaza sonucu ani patlamalarından meydana gelir.

2. Toplumsal atık sular akifere şu yolla ulaşır.

a) Toprağa gömülmüş hastahane atık maddelerinin, yağmur suları ile karışmasından meydana gelen süzüntüler,

b) Evsel atık suların biriktiği tankların ani patlamasından.

3. Ziraatte kullanılan gübreler, mineraller, haşerat öldürücüleri taşıyan yağmur süzüntüleri ve tarım sulamalarından meydana gelen sular.

4. Deniz suyunun, sahil akiferine geçmesinden meydana gelen kirlenme.

5. Yeraltı jeolojik yapının muhtevassından ileri gelen tabii kirlilik.

Açıklama : Bakteriyolojik kirlenme esas olarak evsel atık sulardan kaynaklanır. Bunu paragraf III da inceleyeceğiz. Yeraltı suyu kirliliklerinde genellikle üzerinde durulan kirlilik cinsleri aşağıda belirtilmiştir.

Maddeler Tablosu

Toplam erimiş katı maddeler ;

Kimyasal maddeler

Biyolojik maddeler

Karbon

Nitrojen

Deterjan

Fenol

Serbest CO₂

Bikarbonat

Demir

Toplam demir Fe²⁺ ve Fe³⁺

Sodyum, potasyum, oksijen, nitrat, nitrit, amonyak, kalsiyum, magnezyum, klor, flor, fosfat, çinko, kurşun, bakır, arsenik, sıcaklık, PH gibi.

Suda bu maddelerin bulunması, onun mutlaka kirli olduğunu göstermez. Gerçekte kirlilik kriteri suyun kullanıldığı yere bağlı olarak değişir. Mesala; içme gayeleri ziraat, endüstri yüzme havuzları için farklı su kullanılabilir.

İçme suyunun temiz olması, diğer amaçlarla kullanılan suyun temizliğinden daha önemlidir. İçme suyunun kalitesi Türk Standartları Enstitüsü tarafından tespit edilmiştir. Tespit edilen bu değerler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

TÜRK İÇME SUYU STANDARTLARI

TE266

Madde İsmi	Müsade Edilebilen Değer	Max.Değer
1- Zehirli Maddeler		
1.1- Kurşun	-	0,05 mg/l
1.2- Selenyum (Se)	-	0,01 mg/l
1.3- Arsenik (As)	-	0,05 mg/l
1.4- Krom (Cr)	-	"
1.5- Siyanür (CN)	-	0,02 mg/l
2. Sağlığa Etki Eden Maddeler		
2.1- Flörür (F)	1	1,5
2.2- Nitrat(NO ₃)	-	45
3- İçilebilme Öz. Etki Eden Madd.		
3.1- Renk	5 birim	50
3.2- Bulanıklılık	5	25
3.3- Koku ve tat	Kokusuz normal	Kokusuz norm.
3.4- Buharlaşıma bakiyesi	500 mg/l	1500 mg/l
3.5- Demir (Fe)	0.3 "	1,0 "
3.6- Mangan (Mn)	0.1 "	0,5 "
3.7- Bakır (Cu)	1 "	1,5 "
3.8- Çinko (Zn)	5 "	1,5 "
3.9- Kalsiyum (Ca)	75 "	200 "
3.10-Mağnezyum (Mg)	50 "	150 "
3.11- Sülfat (SO ₄)	200 mg/l	400 mg/l
3.12- Klorür (Cl)	200 "	600 "
3.13- PH	7-8,5 "	6,5-9,2 "
3.14- Bakiye klor	0,1 "	0,5 "
3.15- Fenolit madde	-	0,002 "
3.16- Alkil Benzil Sulforit	0,5 "	1,0 "
4. Kirlenmeyi Belirleyen Madd.		
4.1- Toplam organik maddeler	3,5 mg/l	-
4.2- Nitrit (NO ₂)	-	-

Hastalık veya zehirlenme gibi halk sağlığı bakımından önemli bir tehlikeye sebep olan ve suyun kullanılmayacak derecede kimyasal veya bakteriyel kirlenmeyle kalitesinin bozulmasına kirli yeraltı suyu denir. yeraltı suları da kirlenmeye maruz kalabilir. Suyun kimyasal ve biyolojik özellikleri toplam kirliliği oluşturur. Bu kirlenme, suyun her yerde kullanılabilmesini kısıtlar veya önler.

Toprağın iyi filtrasyonu ve temizleyici özelliğinden dolayı yeraltı suları iyi bir içme suyu kaynağıdır. Bir çok çorak ve yarı çorak sahaların, yeraltı suyu ana kaynağı olur. Bir akifer genellikle yüksek kaliteli suyun doğal kaynağını oluşturur. Yeraltı suyu yerüstü sularından daha iyi muhafaza olur.

Bilindiđi gibi yere düşen yağmur ve karların bir kısmı yeraltı sularını meydana getirir. Bu suların yeraltına geçtiği ilk anlarda sertlikleri düşük ve karbondioksit miktarları fazladır. Bu iki özellikten dolayı bu sular, zemindeki sertlik verici maddeleri eritip bünyesine alırlar. Bu sebeple yeraltı suları sert olurlar.

Filtre ile bu tuzları bünyelerinden almak mümkün değildir. Yeraltı suyu, denize yakınsa veya kaya tuzunun yanından geçiyorsa suya klor bileşikleri karışır. Bunları ayırmak çok zordur. Derinlere sızan yeraltı sularının özellikleri daha elverişlidir. Yeraltı suları organik madde artıkları ile temas edince içindeki karbondioksit miktarı artar. Karbondioksit, zemindeki demirli ve manganezli silikatları kolayca ayrıştırarak demir ve manganezin su bünyesine girmesine sebep olur. Bu bakımdan yeraltı suları demir ve manganez bakımından kirli olur. Karbondioksitin zemindeki kükürtlü manganez ile reaksiyonu sırasında mevcut nitratlar indirgenirken meydana gelen amonyak, suyun bünyesine girer. Azotlu organik maddelerin son ayrışma ürünü olan azot ise, yeraltı sularında bulunmaz. Derin sularda fosillerin ayrışmasından dolayı hidrojen sülfür bulunur. Hidrojen sülfür ise suda koku yapar, havalandırma ile giderilir. Sağlık yönünden bir mahsuru yoktur.

Endüstri artık sularındaki bakır, arsenik, kurşun, civa, kadmiyum vb. gibi zehirli ağır metaller ihtiva ettiğinden yeraltı suyuna karışarak kirlenmesine sebep olurlar.

Sahile yakın kuyular med-cezir sebebi ile tuzlu su ile kirlenirler. Aşırı pompajda suyun kirlenmesine sebep olur. Ayrıca yeraltı sularına, ev atık suları, endüstri atıkları, mezarlıklardaki organik maddelerin ayrışması, kanalizasyon borularından sızan sular, yollardaki tuz ve katran sızabilir. Araziye atılan gübreler, haşerat ilaçları, tuz yığıntılarından sızan sular da, yeraltı suyunda kirlilik meydana getirir.

Haşerat öldüren maddelerin zeminde kalışı, kimyasal aktivitelerine ve suda çözülebilme özelliklerine bağlıdır. Arsenik, bakır, kurşun, civalı ilaçlar, zeminde uzun süre kalıp kirleticilik tesirini sürdürürler. Bitkilere tatbik edilen haşerat ilaçları güneş ışığında kendiliğinden ayrışabilen tipten olması, zemin kirlenmesini azaltır. Araziye atılan gübreler amonyum nitrat, amonyum fosfat, amonyak, potasyum tuzları ve süper fosfattan teşekkül ederler, içerisinde bakır, manganez, molibden, karbonmonoksit bulunur. Süper fosfat gübrelerinde az da olsa bakır, arsenik, bor, flor, uranyum ve bunların ayrışmasından radyoaktif maddeler meydana gelir. Bu maddeler zamanla yeraltı suyunu kirletirler.

Zemine verilen fosfat gübreleri birkaç saat içinde, suda çözülmeyen fosfatlar haline dönüşür. Bu nedenle kirlenme azalır. Nitratlar suda istenmeyen organizmaların gelişmesi için besin teşkil ederler. Tuzu fazla olan sulama suyundaki tuz zamanla zemini tıkar, kirlenmeyi önler fakat, zemine su sızmasını da önler. Radyoaktif maddeler de yeraltı suyunu kirletmektedirler.

Yeraltı suları eğer geçirimsiz bir tabakanın altında ve derinde bulunuyorsa, genellikle bakteriyolojik özellikleri iyidir. Sığ kuyular yüzeyden kirlenir, bakteriyolojik kimyasal, fiziksel özellikleri kolayca bozulabilir. Derin yeraltı suları jeolojik, teknolojik ve termo nükleer tesirlere maruz kalmadıkça sağlık yönünden emniyetli sayılır. Petrol aramalarında, endüstri artıklarının havalandırma ve soğutma sularının yeraltına verilmesi bu suların kirlenmesine sebep olur.

Genel olarak yeraltı suları; tabii sebeplerden, evsel atıklardan, tarım ve hayvancılıktan, petrol iletimindeki patlamalardan, radyoaktivitelerden, endüstri atık sularından meydana gelir.

Yeraltı sularındaki kirlilik, aşağıda açıklanan kaynaklardan meydana gelmektedir.

a) Yüzeysel kaynaklar : Yeryüzü kirlenmeye her bakımdan müsait olduğundan, yüzeysel kaynaklar, yeraltı suyu kirlenmesinin önemli bir kısmını teşkil ederler. Bu yüzeysel kaynaklar şunlardır.

1- Kirli Yüzeysel Suları : Deniz, göl, nehir, stabilizasyon havuzları, tasfiye tesisleri gibi daha evvel kirlenmiş, zaten bünyesi kirli kaynaklar.

2- Deniz, tuzlu göl ve tuzlu su girişi: Yeraltı suları tuzlu suyun bulunduğu sahillerde, tuzlu su girişimine maruz kalırlar. Yoğunluk farkları sebebiyle devamlı bir difüzyon

bölgesi olan ara kesit teşekkül eder. Orta büyüklükte sürekli bir permeabiliteye sahip ve etrafı kısmen veya tamamen tuzlu su ile çevrili bir kara parçasında tatlı-tuzlu su ile çevrili bir kara parçasında tatlı-tuzlu su karışımı cereyan eder. Hidrostatik denge şartlarında böyle bir yerde tatlı su bir tabaka teşkil ederek, tuzlu su üzerinde yüzer. Tuzlu-tatlı su arakesitinin yeri, deniz seviyesinin üzerindeki, tatlı su yüksekliği ile tuzlu su yoğunluğunun bir fonksiyonudur. Arşimet prensibine göre, yüzen bir cisim kendi ağırlığı kadar bir sıvının yerini değiştirebilir. Tuzlu- tatlı su arasındaki yoğunluk farkı oldukça azdır. Bu sebepten belli hacimde, bir tatlı suyun deniz seviyesinin üzerinde tutulması için altta gerekli kaldırmayı temin edecek, çok büyük hacimde bir tatlı su kütesinin bulunması gerekir. Tatlı su seviyesi, kafi miktarda inince, deniz sahilinde tuzlu su karaya doğru ilerler. Akiferdeki tuz hareket hızı su hızından farklı olur.

3- Akarsuların Kirletici Etkisi : Akarsulardaki su seviyesi civardaki yeraltı su seviyesinden yüksek olduğu zaman geçirimli zeminden sızan sular yeraltı suyunu besler ve kirletebilir. Yeraltı su seviyesi, nehirin yatağından daha yüksekte ise nehirin kirletici bir etkisi olmaz. Zira yeraltı suyu nehre doğru akar. Akarsuyun seviyesi, geçen su miktarına göre alçalır. Buna bağlı olarak bazen nehir yeraltı suyunu besler, bazende bunun tersi olur.

Yeraltı suyu tasfiye eğrilerinin şeklini ve nehir kıyıları ile yaptıkları açılımları tespit etmek suretiyle akarsu ve yeraltı suyu arasındaki karşılıklı etkiler belirlenebilir.

Yeraltı sularının kirlenmesine sebep olan maddeler fiziksel, kimyasal, bakteriyolojik ve radyoaktif olarak etki göstermekte ve bunun neticesi olarak ta, kirlilik çeşitleri aynı başlıkları taşıyan gruplara ayrılmaktadır. Fiziksel kirlilik genellikle duyuusal yönden ve diğer kirlenmelerin ilk belirtisi olması bakımından önemlidir. Kimyasal kirlilik; ayrışabilen veya stabil organik maddelerle, inorganik maddelerden meydana gelir. Organik maddeler suyun fiziksel özelliklerini bozarlar ve suya patojen mikropların girdiğini gösterirler. Ayrıca mikroorganizmaların gelişmesi için de besin maddesi olurlar. İnorganik maddeler zehirleyici, korrozif veya kireçlendirici etkileri yanında sertlik ve tuzluluk gibi zararlı tesirler gösterirler. Tıbbi ilaçların bazıları, petrol ürünleri, sentetik deterjanlar, haşerat ilaçları sonuçları uzun sürede ortaya çıkan mikro-kimyasal kirlilik doğururlar. Bakteriyolojik kirlilik suyla temas eden çeşitli canlıların etkisiyle meydana gelir.

Radyoaktif kirlilik ise alfa, beta, gama ışınları neşreden radyoaktif maddelerin suya karışmasıyla hasıl olur.

I- FİZİKSEL KİRLİLİK

Yeraltı sularının fiziksel kirliliği, bulanıklık, renk koku, tat, sıcaklık gibi özelliklerinin, suyun kullanılma gayesine uygun düşmeyecek şekilde bozuk olmasıdır. Bu özellikleri ve kirliliğe sebep olan maddeleri sırasıyla gözden geçirelim.

a) Bulanıklık : Yeraltı suyunun içindeki asıntı ve kolloid haldeki ince kum, kil, demir, manganez, mikroorganizmalar, yabancı maddeler bulanıklığa sebep olur. İçinden geçtiği zeminin jeokimyasal özelliklerine göre suya bu maddeler karışır.

b) Renk : Yeraltı sularına karışan organik maddeler suya sarı veya kahverengi, demir kırmızımsı, manganez koyu kahverengi, kireç ise mavimsi bir renk verir. Renk veren maddeler, yüzeyden sızan kirli sulardan veya yeraltı suyunun geçtiği zeminden erimek suretiyle su içine geçerler. Turba ve linyitlerden geçen yeraltı sularıda koyu renk alır.

c) Koku : Organik maddeler, demir, manganez, ve korozyona sebep olan metallere, fenol bileşikleri, klor ve klor bileşikleri suya koku verirler. Özellikle kükürtlü hidrojen gazından çürük yumurta kokusu hasil olur.

d) Tat : Asitler, alkaliler, sodyum klorür, petrol ve ürünleri karbonik asit ve diğer tuzlar, demir ve manganez mürekkep tadı gibi tat verirler. Ayrıca suyun tadı içine bu çeşit yabancı maddelerin karıştığını gösterir. Bu maddelerde zemin üstü veya içi kirletici kaynaklardan suya karışırlar.

e) Sıcaklık : Yüzeysel etkenlerin tesirinde olmayan yeraltı sularının sıcaklıkları oldukça sabittir. Sıcaklık dalgalanmalarının büyük olması yüzeysel suların hızla ve kısa yoldan yeraltına süzülmesi nedeniyle kirlenme olabileceğini gösterir. Soğutma suyu olarak kullanılmış sularda yeraltına verilince mevcut sıcaklık daha fazla olur.

II- KİMYASAL KİRLİLİK :

Suda çözülmüş maddelerin ve gazların doğurduğu bir kirliliktir. Zehirlilik, korozyon, kireçlenme ve kullanılmış suların karıştığını gösterme bakımından önemlidir. Klorür sülfat, karbonat, bikarbonat, nitrat, nitrit gibi suda çözünen bütün tuzlar, demir, manganez, kalsiyum, sodyum, potasyum, amonyak, kükürtlü hidrojen gibi organik veya inorganik asıllı maddelerin sudaki eriyikleri ve deterjanlar bu kirliliğe sebep olmaktadır. Kimyasal kirlilik PH, buharlaşma kalıntısı, kimyasal oksijen ihtiyacı, sertlik, özgül iletkenlik, erimiş madde miktarı vb. ile ölçülür.

III- BAKTERİYOLOJİK KİRLİLİK :

Canlı artıkları vasıtasıyla, patojen mikroplar ve virüsler, özellikle sığ yeraltı sularına geçerek suyu sağlığa zararlı hale getirirler. Şiddetli yağışlardan sonrada bakteri miktarı artar. Zeminin filtrasyon özelliği burada mühim rol oynar. Mikropları temizler. Virüsler daha zor tutulur. Kaba çakıllı boşluklu ve çatlaklı formasyonların filtrasyon etkisi azdır. Zararlı mikropları analizle bulmak zor olduğundan bir suyun bakteriyolojik bakımdan kirli olup olmadığı içinde, koliform grup bakterilerin bulunup bulunmadığına bakılarak saptanır.

Her ay 10 ml.lik numunelerin analizinde koliform grubuna ait mikroorganizmaların mevcudiyeti % 10 geçmemelidir.

2. BÖLÜM

2. YERALTI SULARI KİRLİLİK PROBLEMLERİNİN SAYISAL ANALİZİ

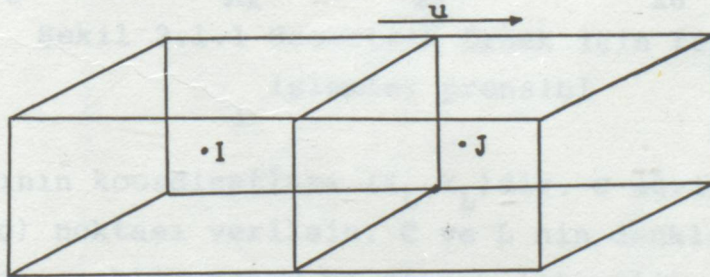
Yeraltı suları kirlilik probleminin nasıl çözülmesi gerektiğini temel kavram, metod ve teoremlerle ele alarak inceleyelim.

Bu problemlerde önemli olan, yeraltı suyunun fiziksel durumu ile, kirlilik probleminin arasında yakın bir ilişki kurmaya çalışmaktır. Problemin sayısal analizinin hesaplanmasında, temel olarak, fiziksel kanun ve özellikleride koruyarak, alanı discretization* etmektir.

Ele aldığımız bir yeraltı suyuna ait akımı, merkezi küçük bloklara ayırarak hesap yapalım. İki blok arasındaki akış değişimini aşağıdaki gibi yazabiliriz. Şekil 2.1

$$(UC) (I) - (UC) (J) / IJ \quad (2.1)$$

IJ , I ve J merkezleri arasındaki mesafedir. UC akifer hızından dolayı, suyun akışından oluşur.



Şekil 2.1 Blokta Akış

* Discretization: Sürekli bir ifadeyi, tüm özelliklerini gösteren, küçük bloklara ayırarak işlem yapmaktır.

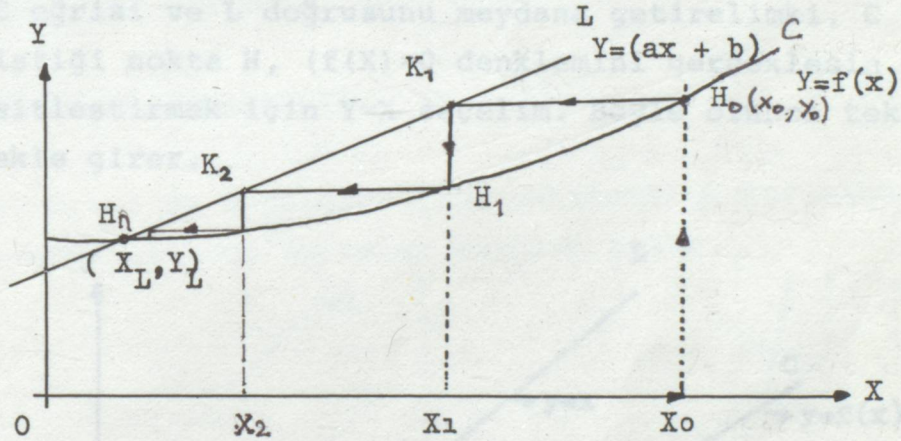
(2.1) Denklemi (merkezi küçük bloklara ayırarak, discretization ettiğimiz akımdan) birim zamanda, birim alanda meydana gelen kirletici kütle transferini ifade etmektedir.

2.1 TEKRARLI İŞLEMLER, PRENSİPLER VE TEOREMLER

Önce tekrarlı işlemlerin genel prensipleri basit geometrik örneklere dayanarak açıklanmış, daha sonra lineer sistemler için tekrarlı işlemleri geliştirerek, yeraltı suları kirliliğinin matematik modelinde kullanılan, temel teoremler anlatılmıştır.

2.1.1. PRENSİP

XOY düzleminde, H_n noktasında birbirini kesen bir L doğrusu ve bir C eğrisini gözönüne alalım. Şekil 2.1.1



Şekil 2.1.1 Geometrik örnek için tekrarlı işlemler prensibi

H_n noktasının koordinatları (X_L, Y_L) dir. C eğrisi üzerinde bir $H_o (X_o, Y_o)$ noktası verilsin. C ve L nin denklemlerini bildiğimizi varsayarak H_o dan H_n ya gitmek isteyelim. H_o dan H_n ya yatay ve dikey atlamalı bir seri basit işlemlerle gidelim. Bu işlem basit bir tekrarlı usulü göstermektedir.

Bu atlamalar aşağıdaki sebeplerle seçilir. $H_0(X_0, Y_0)$ biliniyor. L doğrusu üzerindeki K_1 noktasının apsisine eşit H_1 noktasının apsisi (X_1) i seçelim. C ve L nin denklemleri sırasıyla şöyle olur.

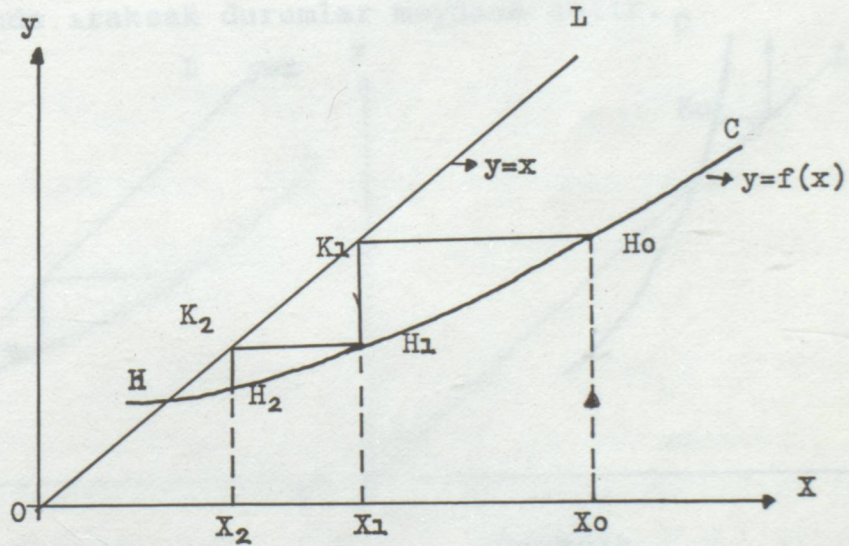
$$y=f(x) \text{ ve } y=(ax+b)$$

K_1 in apsisi X_1 ve H_1 in ordinatı y_1 ri şöyle yazalım.

$$X_1 = \frac{Y_0 - b}{a} \quad \text{ve} \quad Y_1 = f(X_1)$$

Bu metod, daha sonra tekrarlanarak devam eder.

Şimdi $f(X)=0$ denklemini bir tekrarlı usulle çözelim. Öyle bir C eğrisi ve L doğrusunu meydana getirelimki, C ve L nin kesiştiği nokta H, ($f(X)=0$ denklemini gerçeklesin. Bu işlemi basitleştirmek için $Y=X$ seçelim. Böyle olunca tekrarlı usul şu şekle girer.



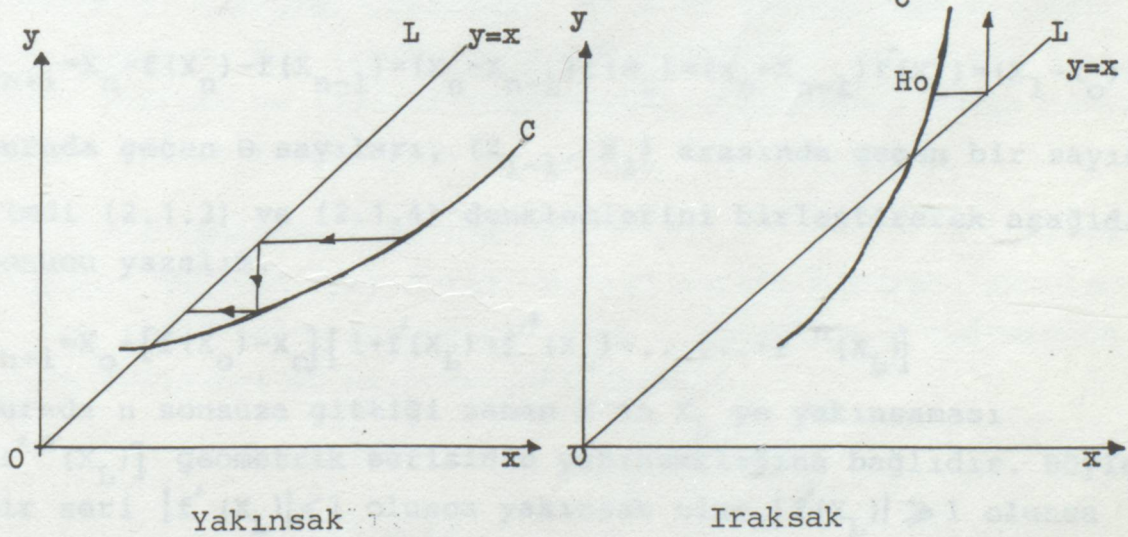
Şekil 2.1.2 Düzenlenmiş tekrarlı usul

$$\begin{aligned} Y_0 &= f(X_0) \\ X_1 &= Y_0 \\ Y_1 &= f(X_1) \\ X_2 &= Y_1 \quad \text{bu şekilde yazılır.} \\ X_1 &= f(X_0) \\ X_2 &= f(X_1) \\ &\vdots \\ X_n &= f(X_{n-1}) \end{aligned} \quad (2.1.1)$$

Bu işlemlerde $n \rightarrow \infty$ a gittiği zaman X_n, X_L ye yakınsar. Ayrıca, eğer f sürekli bir fonksiyon ise ; $X_L = f(X_L)$ olur. Bu $X = f(X)$ denkleminin çözümünün X_L olduğunu gösterir. C ve L nin ara kesitinin tayini ile $X = f(X)$ denkleminin çözümünün X_L olduğunu gösterir.

2.1.2 YAKINSAKLIK ve İRAKSAKLIK

Şekil 2.1.3 de görüldüğü gibi yakınsaklık her zaman olmayıp bazende iraksak durumlar meydana gelir.



Şekil 2.1.3 Bir tekrarlı usulün yakınsak ve iraksaklığı

(2.1.1) Denklemi aşağıdaki gibi yazalım.

$$\begin{aligned} X_1 &= f(X_0) \\ X_2 - X_1 &= f(X_1) - f(X_0) \\ X_3 - X_2 &= f(X_2) - f(X_1) \end{aligned}$$

$$X_{n+1} - X_n = f(X_n) - f(X_{n-1}) \quad (2.1.2)$$

Zaten X_{n+1} aşağıdaki denklemi gerçekler.

$$X_{n+1} = (X_{n+1} - X_n) + (X_n - X_{n-1}) + \dots + (X_2 - X_1) + (X_1 - X_0) + X_0 \quad (2.1.3)$$

Eğer f yeterli şekilde düzenli ise, $H(X_L)$ kesişme noktasını şöyle yazabiliriz.

$$\begin{aligned} X_2 - X_1 &= f(X_1) - f(X_0) = (X_1 - X_0) f'(\theta) \approx (X_1 - X_0) f'(X_L) \\ X_3 - X_2 &= f(X_2) - f(X_1) = (X_2 - X_1) f'(\theta) \approx (X_2 - X_1) f'(X_L) = (X_1 - X_0) f'^2(X_L) \quad (2.1.4) \\ &\vdots \\ X_{n+1} - X_n &= f(X_n) - f(X_{n-1}) = (X_n - X_{n-1}) f'(\theta_n) \approx (X_n - X_{n-1}) f'(X_L) = (X_1 - X_0) f'^n(X_L) \end{aligned}$$

Burada geçen θ sayıları, (X_{i-1}, X_i) arasında geçen bir sayıdır.

Şimdi (2.1.3) ve (2.1.4) denklemlerini birleştirerek aşağıdaki sonucu yazalım.

$$X_{n+1} = X_0 + [f(X_0) - X_0] [1 + f'(X_L) + f'^2(X_L) + \dots + f'^n(X_L)]$$

Burada n sonsuza gittiği zaman X in X_L ye yakınsaması $[f'^n(X_L)]$ geometrik serisinin yakınsaklığına bağlıdır. Böyle bir seri $|f'(X_L)| < 1$ olunca yakınsak olur. $|f'(X_L)| \geq 1$ olunca ıraksak olur. Sonuç olarak tekrarlı bir usulün yakınsaklığı, geometrik bir serinin yakınsaklığına eşittir. Önceki örnekte olduğu gibi yakınsaklık, bazı değerleri $f'(X_L)$ olarak yazılınca,

yakınsaklık sağlanır ve mutlak değer birden küçük olur. Bu değerlere iterasyon matrisleri olarak isim verilen bazı matrislerin özdeğerleridir. Yakınsaklık artırılabilir. Bu bölümde çeşitli iteratif metodların yakınsaklık hızı ile ilgili olarak, önemli bir metodun farklı gelişimi araştırılacaktır.

Mesala: önceki iteratif metod şöyle geliştirilebilir.

Eğer yaklaşım iyi ise,

$f(X_{n+1}) - f(X_n) = (X_{n+1} - X_n) f'(X_n)$ olur. Bunu şu şekilde yazabiliriz.

$$X_L = X_n + (X_{n+1} - X_n) + (X_{n+2} - X_{n+1}) + \dots + (X_{n+m+1} - X_{n+m}) + \dots$$

$$X_L^* = X_n + (X_{n+1} - X_n) [1 + f'(X_n) + f'^2(X_n) + \dots + f'^m(X_n) + \dots]$$

$$X_L^* = X_n + (X_{n+1} - X_n) [1 / (1 - f'(X_n))]$$

2.1.3 BİR TEKRARLI METODUN YAPISI

Bir $f(x) = 0$

(2.1.5)

denklemini çözelim. Denklemin $a < X < b$ de çözümün tek olduğunu kabul edelim. Bir iteratif metodu kullanmada bir c eğrisi, bir L doğrusu ve (2.1.5) denkleminin çözümü olan kesim noktalarını vermek zorundayız.

2.1.5 denklemini $f(X) + X = X$

(2.1.6) ya

eşittir. Buradan $f(X) + X = g(X)$ olarak yerine konursa, problem $g(X) = X$ in çözümüne eşit olur. Yani c eğrisi ve L doğrusunun kesim noktasını şu denklemlerle yazalım.

$y = g(X)$ ve $y = X$ yazalım. Eğer

$$-1 < g'(X) < 1$$

$$-2 < f(X) < 0$$

($a < X < b$) olursa metod yakınsak olur.

* X_L nin X_{n+1} den daha iyi yaklaşımıdır ve metod X_{n+1} yerine X_L^* ile tekrarlanır.

Bir lineer denklem sistemine uygulanan bir iteratif metod aşağıdaki paragraf gibi oluşturulur.

2.1.4 BİR LINEER DENKLEM SİSTEMİNİNE AİT ÖRNEK PROBLEM

$AX=B$ yi çözelim.

Buradaki X bilinmeyenlerin sütün matrisidir.

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ X_n \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$A = (a_{ij}) \\ i=1, \dots, n \\ j=1, \dots, n$$

A^{-1} in varlığını kabul edelim. Yani sistem $X=A^{-1}B$ ile verilen sadece bir çözüme sahiptir. Şimdi bu çözümü iteratif metotla bulalım.

(2.1.6) yı kullanarak şunları elde edebiliriz.

$$AX+X=B+X$$

$$X=B+X-Ax=X(I-A)+B$$

I birim kare matris 1 e eşit olduğundan

$X=(I-A)X+B$ şeklinde yazarız. I birim kare matrisi

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Çözüm eğrilerin kesim noktasıdır.

$$Y = (I-A)X + B \quad (C)$$

$Y = X$ (L) buradan aşağıdaki iteratif metodu elde ederiz.

$$X_n = (I-A)X_{n-1} + B \quad (2.1.7)$$

Eğer bu metod (2.1.7) e yakınsarsa denklemin sürekli durumu için L ve C nin kesim noktası yakınsak olacaktır.

Bu durumu basit bir örnekle gösterelim.

$$\begin{aligned} -X - 1,5y &= 2 \\ -1,5X - y &= 0 \quad \text{olsun. } Ax = B \text{ şeklindedir.} \end{aligned}$$

Burada

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1,5 \\ -1,5 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad \text{olur.}$$

$AX + X = B + X$ şeklinden

$$\begin{bmatrix} -1 & -1,5 \\ -1,5 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad \text{olur. Buradan}$$

A değerini sağ tarafa geçirip, determinatların özelliklerinden faydalanarak I birim determinantla toplarsak

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1,5 \\ 1,5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{ile } I-A = \begin{bmatrix} 2 & 1,5 \\ 1,5 & 2 \end{bmatrix}$$

denklem daha sonra şöyle olur.

$$\begin{bmatrix} X_n \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1,5 \\ 1,5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{n-1} \\ Y_{n-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{olur. Buradan}$$

$$X_n = 2X_{n-1} + 1,5Y_{n-1} + 2$$

$$Y_n = 1,5X_{n-1} + 2Y_{n-1} + 0$$

Rasgele X_0 ve Y_0 değerlerini seçerek iterasyon işlemine başla, yalım.

$X_0=0,6$ ve $Y_0=-1,4$ başlangıç vektörlerini seçerek denklemde yerine koyalım. (Seçilen değerlerle sonucun yakınsak olması gerekir.)

$$X_1 = 2(0,6) + 1,5(-1,4) + 2 = 1,1$$

$$Y_1 = 1,5(0,6) + 2(-1,4) = -1,9$$

$$X_2 = 2 \cdot 1,1 + 1,5(-1,9) + 2 = 1,35$$

·
·
·

Böylece devam ederek sonuçları tablolastırırsak

Tekrar sayısı	1	2	3	4	5	6
X	1,10	1,35	1,475	1,538	1,569	1,585
Y	-1,9	-2,15	-2,275	-2,338	-2,37	-2,385

Bu tekrarlı işlemde $X=1,6$ ve $y=-2,4$ e doğru bir yakınsaklık görürüz. Bu işlemde de görüldüğü gibi metodun hassasiyetini artırmak için iterasyon sayısı daha büyük alınır.

Sağlama :

$$-X - 1,5Y = 2 \quad \text{denklemini} \quad X = 1,585 \quad Y = -2,385 \quad \text{için}$$

$$1,99 \neq 2 \quad \text{Birkaç işlem sonra sonuç tam } 2=2 \quad \text{çıkar.}$$

2.2 LİNEER SİSTEMLER İÇİN TEKRARLI İŞLEM METODLARI

Basit bir örnek üzerinde Jakobi ve Gauss-Seidel metodlarını görelim.

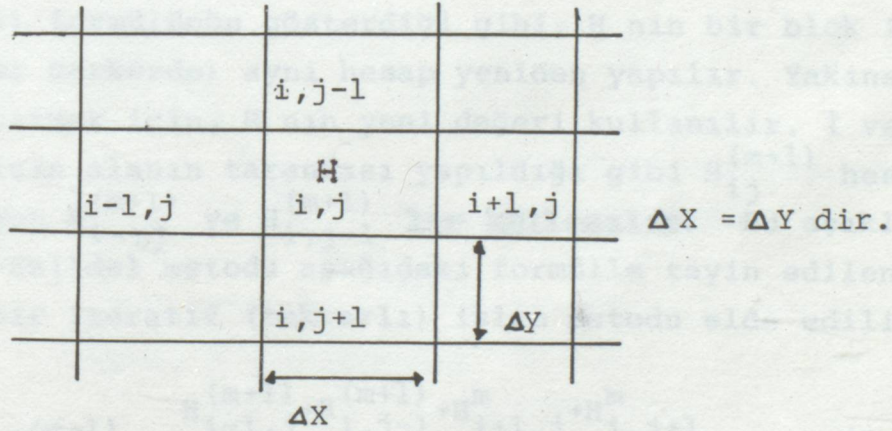
2.2.1 JAKOBİ METODU ÜZERİNE BASİT BİR ÖRNEK

İki boyutlu, iletkenliği homojen ($T=1$) ve kararlı akımı olan bir akiferi gözönüne alalım. Bu akımı

$$\frac{\partial^2 H}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial Y^2} = 0 \quad \text{Laplace} \quad (2.2.1)$$

denklemini ile ifade edelim.

Şekil 2.2.1 de, bloklara ayırdığımız bölgede her bir H_{ij} merkezine ait beş nokta düzeni elde ederiz.



Şekil 2.2.1 Discretization edilmiş iki boyutlu kafesle sonlu farklar.

$$-4H_{i,j} + H_{i-1,j} + H_{i,j-1} + H_{i+1,j} + H_{i,j+1} = 0 \quad (2.2.2)$$

$H_{i,j}$ için (2.2.2) nin çözümünden şunu elde ederiz.

$$H_{ij} = \frac{H_{i-1,j} + H_{i,j-1} + H_{i+1,j} + H_{i,j+1}}{4} \quad (2.2.3)$$

(2.2.3) denklemini Jakobi metodu olarak isimlendirilen doğal bir iteratif (tekrarlı) usulü oluşturur.

$$H_{ij}^{(m+1)} = \frac{H_{i-1,j}^m + H_{i,j-1}^m + H_{i+1,j}^m + H_{i,j+1}^m}{4} \quad (2.2.4)$$

Jakobi metodu her zaman H nin verilen keyfi değeri ile başlar.

2.2.2 GAUSS, SEIDEL METODU ÜZERİNE BASİT BİR ÖRNEK

(2.2.4) formülünün gösterdiği gibi, H nin bir blok ilerlemesinde (her merkezde) aynı hesap yeniden yapılır. Yakınsaklık hızını artırmak için, H nin yeni değeri kullanılır. i ve j yi artırmak için alanın taranması yapıldığı gibi $H_{ij}^{(m+1)}$ hesaplanacağı zaman $H_{i-1,j}^{(m+1)}$ ve $H_{i,j-1}^{(m+1)}$ **ler kullanılır.** Bu açıklama ile Gauss-Seidel metodu aşağıdaki formülle tayin edilen geliştirilmiş bir iteratif (tekrarlı) işlem metodu elde edilir.

$$H_{i,j}^{(m+1)} = \frac{H_{i-1,j}^{(m+1)} + H_{i,j-1}^{(m+1)} + H_{i+1,j}^m + H_{i,j+1}^m}{4} \quad (2.2.5)$$

Burada işleme H ya verilen keyfi bir değerle başlanır.

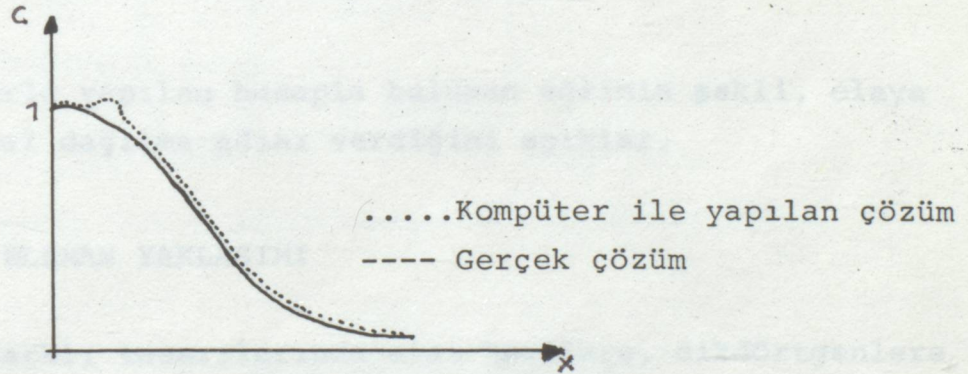
2.3 SONLU FARK YAKLAŞIMLARININ BAZI GÜÇLÜKLERİ

Sonlu elemanların uygulamaları, hızlı kolay ve oldukça kullanılan bir methodur. Fakat problemlerin çözümünde sonuçlar hassas bir netice vermemektedir. Bunlar aşırılık ve sayısal dağılmalardır. (Ek bölümdeki 2. problemde de sonuç bir blok üste çıkmıştır.)

(1) Aşırılık : Dağılma denklemlerinde kullanılan tek boyutlu bir akışta, kirlilik konsantrasyonunun bloka giriş-çıkış fonksiyonunu göz önüne alalım.

$$K \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - u \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial c}{\partial t} \quad (2.3.I)$$

t zamanında hesaplanan çözüm ve analitik çözümün mukayesesi Şekil 2.3.1 de gösteriliyor.



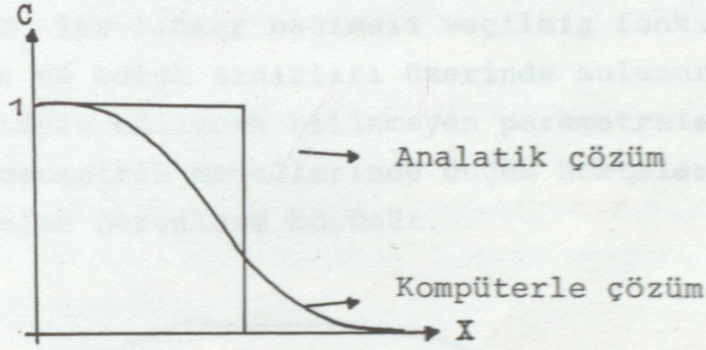
Şekil 2.3.1 Aşırılık

Şekil 2.3.1 de C ekseninin yanında, kompüterle hesaplanan kirlilik konsantrasyonunun 1 i geçtiği görülüyor. Bu farka aşırılık denir. Şöyle açıklanır. Zaman aralıkları ve uzaysal boyutlar iyi ayarlanamamaktadır. Bu durumda akifere katılan, kirletici kütleleri nümerik olarak absorbe edemez. Zaman aralıkları dikkatle seçilmeli ve probleme uygulanmalıdır.

2. Sayısal Dağılma : Tek boyutlu bir akışta, kirlilik konsantrasyonunu giriş çıkış fonksiyonunu göz önüne aldığımızda dağılma denklemi

$$K \frac{d^2c}{dx^2} - u \frac{dc}{dx} = \frac{dc}{dt} \quad \text{olur.}$$

$K=0$ alındığı zaman t zamanında hesaplanan ve analitik çözümler şekil 2.3.2 de veriliyor .



Şekil 2.3.2-Sayısal dağılma

Kompüterle yapılan hesapla bulunan eğrinin şekli, olaya niçin sayısal dağılma adını verdiğini açıklar.

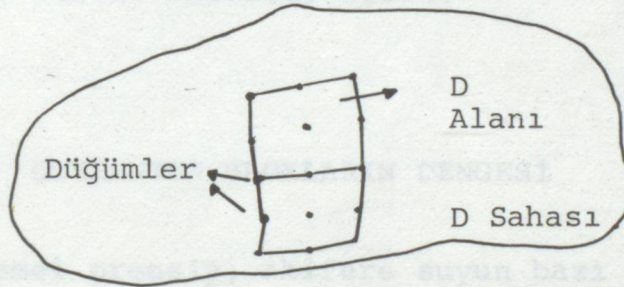
2.4 SONLU ELEMAN YAKLAŞIMI

Sonlu farklı tasarılarında alan karelere, dikdörtgenlere veya paralel kenarlara ayrılır. Burada sonlu fark tasarısı hakim bir analizi ortaya koyar. Sınırlar karışık eğrilerden oluştuğu zaman veya akışlar doğru bir hatta gitmediği zaman böyle bir temsil uygun değildir. Tabii ki problemlerde sonlu fark yaklaşımı daima mümkündür. Fakat alalade deney hatalıdır. Alanın daha iyi bir temsili gerekli olur ve sonlu eleman yaklaşımı bunu sağlar.

Sonlu eleman yaklaşımlarının temeli bölgeyi alt bölge-
lere veya genellikle aynı şekle haiz sonlu elemanlara ayır-
maktır. Bilinmeyen C fonksiyonu lineer şekilli, C nin dene-
meyle çözümü suretiyle elde edilir.

$$\hat{C} = \sum_{i=1}^n a_i u_i$$

Burada U_i ler lineer bağımsız seçilmiş fonksiyonlardır.
Bunlar bölge ve bölge sınırları üzerinde bulunur. a_i ler
müteakiben tayin edilecek bilinmeyen parametrelerdir. Bölgenin
genellikle geometrik mahallerinde düğüm noktaları seçilir.
Çözüm için alan parçalara bölünür.



Şekil 2.4.1 Sonlu elemanlara ayrılmış bölge

2.5

AKIM DENGESİ TEORİSİ

Yeraltı suyu kirlenmesinin esas parametrelerinden bir tanesinde yeraltı suyunun hızıdır. Bu hız faktörü çeşitli arazilerde farklıdır. Bu faktör pompalama ve beslenmenin değişken olduğu , yeni kuruluşlarda ve endüstrilerin incelendiği projeler, genel olarak kirlenmiş akiferin rejiminin zamanla değiştiği zamanlarda kullanılmaz. Böylece yeraltı suyu hareketinin matematiksel modellerinin ortaya konması gerekir.

Genel hidrolojik denklemler :

$$\text{div} (T \text{ grad } H) = S \frac{\partial H}{\partial t} + Q \quad (2.5.1)$$

Burada

T=K	akiferin iletkenliği
S	depolama katsayısı
H	hidrolik yük
Q	arazi özellikleri (Arazinin buharlaşması, kuyular)

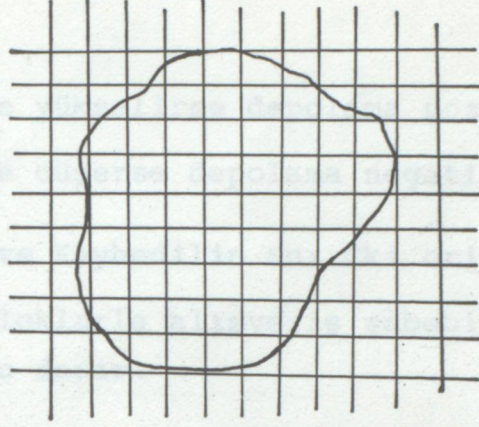
Bu denklem matematik olarak çözülebilir. Fakat biz olayın fiziksel yönünde ele alarak alanı discretization edip çözüme gidiyoruz. Basitlik gayesiyle 2 boyutlu, yatay basınçlı bir akifer düşüneceğiz. Üçüncü boyut olarak iletkenlik terimi katılmış olsun.

2.5.1 ELEMENTER BLOKLARIN DENGESİ

Temel prensip, akifere suyun bazı yüzeylerden içeri girdiği, bazı yüzlerden dışarı çıktığı ve bunun yanında bir miktar suyun gözeneklerde toplandığı düşüncesiyle bir zemin blokunu düğüm noktalarını ayırmaktır. Burada kütle korunumu prensibi uygulanır. Bir bloka su geliyorsa, bloka giren su pozitif çıkan su negatiftir.

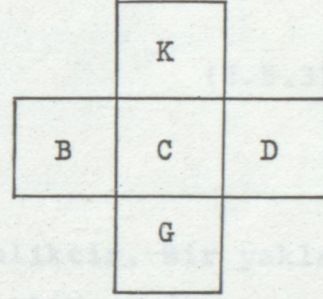
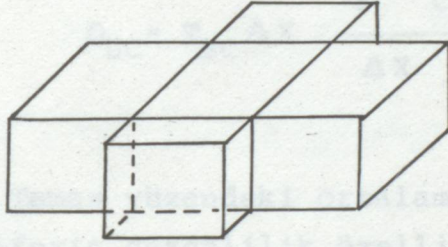
$$\text{Depolanan su} = \text{Alınan su} - \text{Kaybedilen su}$$

Şimdi bu dengenin çeşitli bileşenlerini analiz edelim. Zeminin elementer parçaları ΔX uzunluklu küplerdir. Akifer Şekil 2.5.1 de görüldüğü gibi kesikli hale getirilir.



Şekil 2.5.1

Bir elementer blokun merkezi C olsun. K, G, D, B C nin sırasıyla kuzey, güney, doğu ve batısındaki blokların merkezleri olsun. Şekil 2.5.2



Şekil 2.5.2

Hidrolik yük ve hidrolik parametrelerin dağılımları, blokta gözönüne alınan miktarın ortalama değerlerine blok merkezine yazarak ve C bloku için t_1 ve t_2 gibi iki zaman arasındaki değeri hesaplayarak tanımlar. Burada suyun yoğunluğunun sabit olduğu farzedilir. Böylece yalnız hacim korunumu eşitliği göz önüne alınır.

Depolanmış su: t_1 ve t_2 arasındaki piezometrik seviye H_C den H_C^* ye doğru değişir. Depolama katsayısının tarifi ile depolanmış su hacmi cebirsel olarak;

t_1 ve t_2 arasında depolanan su $= S_C (H_C^* - H_C) \Delta X^2$ (2.5.2) den bulunur.

- Seviye yükselirse depolama pozitifdir.
- Seviye düşerse depolama negatiftir.

Alınan ve Kaybedilin Su: İki orijine sahiptir.

1- Komşu bloklarla alışveriş sebebiyle bloktan geçen suya transit suyu denir.

2- Sondaj deliklerinden enjekte edilen veya çekilen su, buharlaşma, sızma v.b. bunada transfer suyu denir.

(I) Transit suyu B blokundan, C blokuna doğru su akımı

$$Q_{UC} = T_{BC} \Delta X \frac{H_B - H_C}{\Delta X} \text{ dir.} \quad (2.5.3)$$

T_{BC} : Temas yüzündeki ortalama iletkenliktir. Bir yaklaşımla bu akiferin düzenlilik özelliğine sahiptir.

$$T_{BC} = \frac{1}{2} (T_B + T_C) \quad (2.5.4)$$

Bu yaklaşımla

$$Q_{BC} = \frac{1}{2} (T_B + T_C) (H_B - H_C) \text{ olur.} \quad (2.5.5)$$

Diğer bloklardan gelen akımlarıda hesaba katarsak toplam su akımı

$$Q_{Top.} = \frac{1}{2} \left[(T_K + T_C) (H_K - H_C) + (T_G + T_C) (H_G - H_C) + (T_D + T_C) (H_D - H_C) + (T_B + T_C) (H_B - H_C) \right] \quad (2,5,6)$$

(II) Transfer Suyu (Q_C)

Q_C = (Enjeksiyon kuyuları debilerinin toplamı) -
(su çekilen kuyuların debileri toplamı)

Q_C Sızma-buharlaştırma

t_1 den t_2 ye kadar transit ve transfer suları sırasıyla $Q_{top}(t_2-t_1)$ ve $Q_C(t_2-t_1)$ akımın dengesi $S_C(H_C^* - H_C)\Delta X^2 = Q_{top}(t_2-t_1) + Q_C(t_2-t_1)$ olur.

Burada $\Delta t = t_2 - t_1$ koyarak hidrolojik denklemin discretization şeklini elde ederiz.

$$\frac{S_C (H_C^* - H_C)}{\Delta t} = \frac{1}{X^2} \left[\frac{1}{2} (T_K + T_C) (H_K - H_C) + \frac{1}{2} (T_G + T_C) (H_G - H_C) + \frac{1}{2} (T_D + T_C) (H_D - H_C) + \frac{1}{2} (T_B + T_C) (H_B - H_C) \right] + \frac{Q_C}{\Delta X^2} \quad (2.5.7)$$

Açıklama : (I) $(H_C^* - H_C)/\Delta t$, t_1 ve t_2 arasındaki piezometrik seviyenin ortalamasıdır.

Açıklama (II) : $Q_C/\Delta X^2$ birim yüzey alanından geçen debi ile homojendir. Bunun anlamı şöyledir. Biz yüzey alışverişlerini (sızma-buharlaştırma) zemini delme yoluyla olan alışverişlerin (kuyular) temsilini homojenleştiririz.

(2.5.7) eşitliği (2.5.1) in bir yakınsaklık şeklidir ki bu sadece su kütlelerinin korunması gerçeğine dayanır. Bu

(2.5.1) in fiziksel manasını ortaya koyar. (2.5.1)in ΔX ve Δt sıfıra doğru azalırken çeşitli terimlerin limitleri olarak (2.5.7) elde edilmiştir.

2.5.2 SINIR ŞARTLARI

Bir akiferin sınırları vardır ve dışı ile oluşan su alış verişi iki tip, sınır şartlarının kontrolü altındadır.

(I) denkleminin dışında kalan sınır şartları şöyledir.

- Sabit potansiyeller; bunlar havuzlar, göller, akarsular, akiferin yeryüzü ile kesiştiği durumlardan ileri gelir.

- Akımın sıfır olduğu yerler. (Geçirimsiz sınırlar)

- Zamanla değişen potansiyeller. Sahil akiferlerindeki deniz suyu seviyeleri gibi.

(2) Denklemin içinde kalan sınır şartları bir kuyu düşünelim. Eğer kuyunun boyutu göz boyutuna nazaran küçükse, debisi kendi blokuna ait transfer olarak düşünülebilir. Böylece denklemde bir Q_C , terim olarak dahil edilir. Aynı şekilde buharlaşma ve sızma değişken akım şartları olarak veya transfer debisi olarak düşünüp denkleme katılabilir. Probleme göre ya sınır şartları veya arazi özellikleri denklemde bir Q_C terimi olarak işe katılabilir.

2.5.3 KONU İLE İLGİLİ BASİT BİR MİSAL

Discretization hale getirilmiş (bloklara ayrılmış) Şekil 2.5.3'te gösterilen bir akifer göz önüne alalım. İletkenlik

sınır şartları ve özelliklerine ait değerler Şekil 2.5.3(a)de belirtilmiştir. Rejim kararlı ve zamandan bağımsızdır. 4,5,6 gözlerine gelen su potansiyelleri soruluyor.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Göz numarası

6	4	2
10	6	2
6	8	6

iletkenlik $m^2/sn. \times 10^{-3}$

Şekil 2.5.3 (a)

Sabit potansiyel

7	8	9
?	?	?
11	13	13

Geçirim-siz sıfır akım

Sabit potansiyel

Sınır şartları

	+7	

Debi $10^{-3} m^3/sn$

Enjeksiyon kuyusu

Şekil 2.3.5 (b)

Çözüm : 4,5,6 gözüne ait potansiyel denklemlerini yazalım.
(2.5.7) denkleminde ;

$$C_{gözü} = \frac{1}{2} \left[(T_K + T_C) (H_K - H_C) + (T_G + T_C) (H_G - H_C) + (T_D + T_C) (H_D - H_C) + (T_B + T_C) (H_B - H_C) \right]$$

$$4_{gözü} = \frac{1}{2} \left[(6 + 10) (7 - H_4) + (6 + 10) (11 - H_4) + (6 + 10) (H_5 - H_4) + (0) \right] = 0$$

$$= 8(7 - H_4) + 8(11 - H_4) + 8(H_5 - H_4) = 0$$

$$5_{gözü} = 5(8 - H_5) + 7(13 - H_5) + 4(H_6 - H_5) + 8(H_4 - H_5) = -7$$

$$6_{gözü} = 2(9 - H_6) + 4(13 - H_6) + 0 + 4(H_5 - H_6) = 0$$

Buradan her denklem için H_4 , H_5 , H_6 katsayılarını toplayalım.

Göz	Katsayı		
	H_4	H_5	H_6
4	-24	8	0
5	8	-24	4
6	0	4	-10

$$\begin{bmatrix} H_4 \\ H_5 \\ H_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -144 \\ -138 \\ -70 \end{bmatrix}$$

bulunur.

Burada matris şeklinde şöyle yazalım.

$$\begin{bmatrix} -24 & 8 & 0 \\ 8 & -24 & 4 \\ 0 & 4 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_4 \\ H_5 \\ H_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -144 \\ -138 \\ -70 \end{bmatrix}$$

$$H_4 = \frac{\begin{bmatrix} -144 & 8 & 0 \\ -138 & -24 & 4 \\ -70 & 4 & -10 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} -24 & 8 & 0 \\ 8 & -24 & 4 \\ 0 & 4 & -10 \end{bmatrix}} = \frac{-144(240-16)-8(1380+280)}{-24(240-16)-8(-80)} = \frac{-45536}{-4736} = 9,6$$

olur.

Aynı şekilde

$$H_5 = 10,8$$

$$H_6 = 11,3 \text{ bulunur. Buradan}$$

7	8	9
9,6	10,8	11,3
11	13	13

potansiyel
değerleri.

yazılır.

H_4, H_5, H_6 katsayılar matrisine hidrolik matrisi veya T iletkenlik matrisi denir.

2.5.4 İLETKENLİK MATRİSİNİN BAZI ÖZELLİKLERİ

Prg. 2.5.3 de verilen misalde iletkenlik matrisinin diagonalce hakim ve simetrik olduğunu gördük. İletkenlik matrisinin genel özellikleri şunlardır.

1- Simetri özelliği: i ve J iki komşu blokların numarası olduğuna göre, i den J ye doğru su akımı mutlak değerce J den I ye doğru olan akıma eşittir. H_i katsayısı, H_j katsayısına eşittir.

2- Diagonalce hakim olan C blokunda, kararlı bir rejimde akım dengesi denklemini şöyle yazalım.

$$Q_C = T_{KC} (H_K - H_C) + T_{GC} (H_G - H_C) + T_{BC} (H_B - H_C) + T_{DC} (H_D - H_C)$$

Bunuda düzenleyerek

$$Q_C = T_{KC} H_K + T_{GC} H_G + T_{BC} H_B + T_{BC} (H_B - H_C) + T_{DC} (H_D - H_C) \quad (2.5.8)$$

Burada görüldüğü gibi H katsayısı esas diagonal üzerinde olup, pozitif olan diğer katsayıların toplamına eşit veya daha büyüktür. Mesela K gibi bir blok sınırda verilen sabit bir potansiyelde iken tam eşitsizlik vuku bulabilir. H_K bilinmekte olduğundan akım dengesi eşitliği sol tarafta sadece bilinmeyen miktarları şöyle yazılır.

$$T_{GC} H_G + T_{BC} H_B + T_{DC} H_D - (T_{KC} + T_{GC} + T_{BC} + T_{DC}) H_C = Q_C - T_{KC} H_K \quad (2.5.9)$$

Burada eşitsizlik aşıkardır.

Açıklama : Prg. 2.5.3 de verilen misali, bütün bloklar için denklemler sistemini şöyle yazabiliriz.

Göz No	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Denklem									
1	H_1								7
2		H_2							8
3			H_3						9
4				$-24H_4 + 8H_5$		$+8H_7$			0
5		$5H_2$		$8H_4 - 24H_5 + 4H_6$			$+7H_8$		-7
6			$2H_3$		$+4H_5 - 10H_6$			$+4H_9$	0
7							H_7		11
8								H_8	12
9									H_9 13

Bu durumda bize lazım olmayan 1,2,3,7,8,9 gözleri içinde denklemlere sahip oluruz. Bu pratik bir şekil değildir. Matris sistemini yazalım.

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 8 & 0 & 0 & -24 & 8 & 0 & 8 & 0 & 0 \\
 0 & 5 & 8 & 8 & -24 & 4 & 0 & 7 & 0 \\
 0 & 0 & 2 & 0 & 4 & -10 & 0 & 0 & 4 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 H_1 \\
 H_2 \\
 H_3 \\
 H_4 \\
 H_5 \\
 H_6 \\
 H_7 \\
 H_8 \\
 H_9
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 7 \\
 8 \\
 9 \\
 0 \\
 -7 \\
 0 \\
 11 \\
 12 \\
 13
 \end{bmatrix}
 \begin{array}{l}
 \text{Basınç} \\
 \text{"} \\
 \text{"} \\
 \text{Akım} \\
 \text{Akım} \\
 \text{Akım} \\
 \text{Basınç} \\
 \text{Basınç} \\
 \text{Basınç}
 \end{array}$$

Bu matris yine diagonalce hakimdir, fakat aynı anda basınç denklemleri ve akım denklemleri ihtiva ettiğinden simetrisini kaybetmiştir. Bu hiç yapılmaması gereken bir şeydir.

2.5.5 BLOK İTERATİF (TEKRARLI) METODLARI

Blok iteratif metodlarda prensip, $AX=B$ şeklindeki bir matrisi, üç köşegenli sistemle çözerek halletmektir. Her bir iterasyon adımında, Gauss eliminasyon metodu¹ kullanılarak yakınsak hızı artırılır. Bu methoda bir misal verelim.

Örnek ;

İletkenliği homojen ($T=1$) olan bir akifer Şekil 2.2.5 deki gibi bloklara ayrılmış. 1-6 blokları sabit bir potansiyel de, akiferin doğu ve batı sınırları geçirimsizdir. Rejim kararlı ve her bir bloktaki pompalama ve sızma Q_7 ili Q_{15} münferit terimler ile gösterilmiştir.

1	2	3
7	8	9
10	11	12
13	14	15
4	5	6

Şekil 2.5.5

Çözüm ;

Paragraf 2.5.1 deki tanım ve metodları kullanarak aşağıdaki işlemi yapalım.

$$Q_c = \frac{1}{2} [(T_k + T_c) (H_k - H_c) + (T_g + T_c) (H_g - H_c) + (T_d + T_c) (H_d - H_c) + (T_b + T_c) (H_b - H_c)] \quad (2.2.6)$$

Bu formülden faydalanarak aşağıdaki göz numaraları şöyle hesaplanır.

$$Q_7 = \frac{1}{2} (1+1) (H_1 - H_7) + (H_8 - H_7) + (H_{10} - H_7)$$

$$-3H_7 + H_8 + H_{10} = Q_7 - H_1$$

Bunun gibi diğer gözlerde hesaplanarak aşağıdaki matris tablosu yapılır.

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc} -3 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 & -3 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -3 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -3 \end{array} \right] \begin{bmatrix} H_7 \\ H_8 \\ H_9 \\ H_{10} \\ H_{11} \\ H_{12} \\ H_{13} \\ H_{14} \\ H_{15} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_7 - H_1 \\ Q_8 - H_2 \\ Q_9 - H_3 \\ Q_{10} \\ Q_{11} \\ Q_{12} \\ Q_{13} - H_4 \\ Q_{14} - H_5 \\ Q_{15} - H_6 \end{bmatrix} \quad (2.5.10)$$

Burada 3 blok vardır.

$$X = (H_7 H_8 H_9), \quad Y = (H_{10} H_{11} H_{12}) \quad \text{ve} \quad Z = (H_{13} H_{14} H_{15})$$

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad O = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.2.7)$$

yazarak ve

$$Q_x = \begin{bmatrix} Q_7 - H_1 \\ Q_8 - H_2 \\ Q_9 - H_3 \end{bmatrix} \quad Q_y = \begin{bmatrix} Q_{10} \\ Q_{11} \\ Q_{12} \end{bmatrix} \quad Q_z = \begin{bmatrix} Q_{13} - H_4 \\ Q_{14} - H_5 \\ Q_{15} - H_6 \end{bmatrix} \quad \text{ve}$$

(2.2.7) yi bundan sonra şöyle yazalım.

$$\begin{bmatrix} A & I & O \\ I & A & I \\ O & I & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \\ Q_z \end{bmatrix} \quad (2.5.1)$$

Böylece bu çözüm metodu, katsayılar matrisi olarak şimdi bir nokta çözüm metoduna eşdeğer hale gelmiştir. Jakobi metoduna göre (2.2.8) denkleminin çözümü şöyle elde edilir.

$$AX_{m+1} = Q_x - IX_m$$

$$AY_{m+1} = Q_y - IX_m - IZ_m$$

$$AZ_{m+1} = Q_z - IY_m$$

Bu denklem elle çözülemez ancak kompüterle çözüme imkanı olabilir.

EK BÖLÜM

E.1 ÖRNEK PROBLEMLER

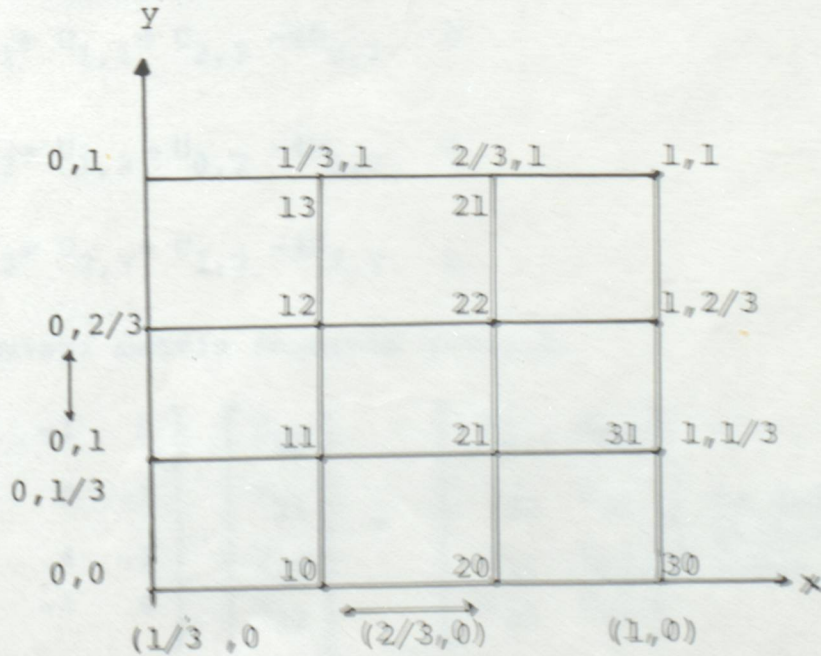
Konunun daha iyi anlaşılması için aşağıdaki örnek problemleri verelim.

1. Problem. R bölgesinde, $\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d^2u}{dy^2} = 0$ denklemini,

$u = \log [(1+x)^2 + y^2]$ sınır şartıyla, sonlu farklar metodu ile çözelim. (Bizden istenen şekilde gösterilen noktalardaki u değerleri nelerdir.) Şekil E.1

Çözüm : Göze aldığımız bölgeyi, şekildeki gibi kafeslere ayırarak (discretization ederek) çözelim.

Ek bilgi: Bölgenin ve denklemin durumuna göre bu parçalar 300-400 noktadan, daha az veya daha fazla meydana gelebilir. Bu durumda uzun kompüter işlemleri gereklidir. Bu örnek elle ve az nokta üzerinde yapılacaktır.



Şekil E.1

$$R = (X, Y) \quad 0 \leq X < 1 \quad 0 \leq Y \leq 1 \quad \nabla^2 U = 0$$

$$U = \log [(X+1)^2 + Y^2] \quad \text{sınırdaki}$$

$$H = \Delta X = K = \Delta Y = 1/3$$

Daha önce gördüğümüz 2.2 paragrafından ve (2.2.2) eşitliğinden faydalanarak aşağıdaki ifadeleri yazalım.

$$U_{i-1,j} + U_{i+1,j} + U_{i,j-1} + U_{i,j+1} - 4U_{i,j} = 0 \quad (E.1)$$

Bölgenin koordinatları.

$$i = 1, \quad j = 1$$

$$i = 2, \quad j = 1$$

$$i = 1, \quad j = 2$$

$$i = 2, \quad j = 2$$

Bu değerleri (2.7.1) denkleminde yerine yazalım.

$$U_{0,1} + U_{1,0} + U_{2,1} + U_{1,2} - 4U_{1,1} = 0$$

$$U_{2,0} + U_{3,1} + U_{1,1} + U_{2,2} - 4U_{2,1} = 0$$

$$U_{1,1} + U_{2,2} + U_{1,3} + U_{0,2} - 4U_{1,2} = 0$$

$$U_{2,1} + U_{3,2} + U_{2,3} + U_{1,2} - 4U_{2,2} = 0$$

Bu denklemleri matris formunda yazalım.

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} \\ U_{21} \\ U_{12} \\ U_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{01} & U_{10} \\ U_{20} & U_{31} \\ U_{13} & U_{02} \\ U_{32} & U_{23} \end{bmatrix} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Bu değerleri sınır} \\ \text{şartından hesap} \\ \text{larız.} \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 U &= \log[(X+1)^2 + Y^2] \\
 U_{01} &= \log[(0+1)^2 + 1^2] = \log 2 = 0,30 \\
 U_{10} &= \log[(1+1)^2 + 0] = \log 4 = 0,60 \\
 U_{20} &= \log[(2+1)^2 + 0] = \log 9 = 0,95
 \end{aligned}$$

Aynı fonksiyondan

$$\begin{aligned}
 U_{13} &= 1,11 & U_{32} &= 1,30 & U_{31} &= 1,23 \\
 U_{02} &= 0,70 & U_{23} &= 1,25 & & \text{olarak bulunur.}
 \end{aligned}$$

Buradan

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} \\ U_{21} \\ U_{12} \\ U_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,90 \\ 2,13 \\ 1,81 \\ 2,55 \end{bmatrix}$$

yazılır.

Bu matrisin çözümünden

$$U_{11} = 0,63$$

$$U_{21} = 1,06$$

$$U_{12} = 0,80$$

$$U_{22} = 1,17 \text{ bulunur.}$$

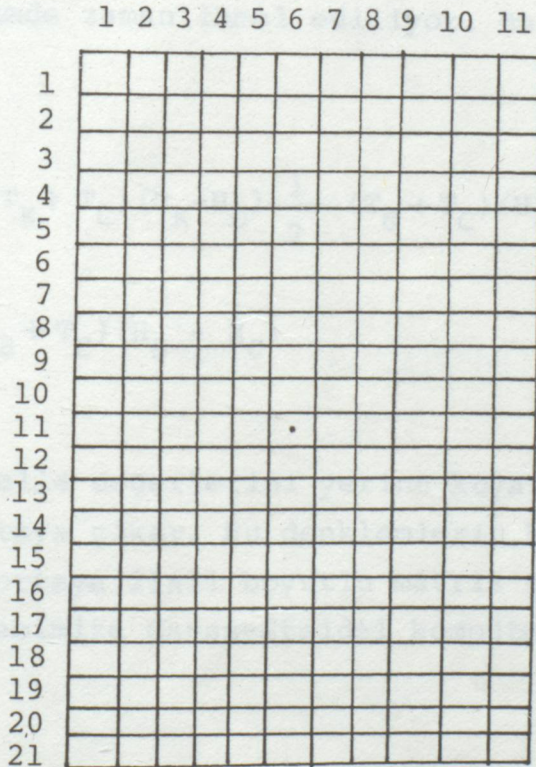
$U = \log[(X+1)^2 + Y^2]$ denkleminde sınırda bulunan diğer geride kalan aşağıdaki noktaları hesaplarız.

$$\begin{aligned}
 U_{0,0} &= 0 & U_{2,1} &= 1,0 \\
 U_{1,0} &= 0,3 & U_{12} &= 0,8 \\
 U_{3,0} &= 1,2 & U_{22} &= 1,16
 \end{aligned}$$

bulunur.

2. Problem : Şekil E.2 de discretization haline getirilmiş bir bölgenin, temsil ettiği yatay bir akifer, sınırların su potansiyeli 100 mt., iletkenlik sabiti $10^{-3} \text{ m}^2/\text{sn}$ ye eşit ve $0,05 \text{ m}^3/\text{sn}$ debisiyle su çekilen merkezi bir pompa mevcut olduğuna göre bölgedeki tüm blokların potansiyel değerleri ne kadardır ?

Rejim kararlıdır ve model 2.5.7 eşitliği ile tarif edilmiştir. $H_C^* = H_C$ dir.



• Kuyu (6,11)

Şekil E.2 Ardışık yaklaşımlar.

iki boyutlu, kararlı akım için hız potansiyel denklemini Laplace denklemi ile ifade edelim.

$$\frac{d^2H}{dx^2} + \frac{d^2H}{dy^2} = 0$$

Model olarak alınan 2.5.7 eşitliği

$$S_c \frac{(H_c^* - H_c)}{\Delta t} = \frac{1}{2\Delta X^2} \left[(T_K + T_C)(H_K - H_C) + (T_G + T_C)(H_G - H_C) + (T_D + T_C)(H_D - H_C) + (T_B + T_C)(H_B - H_C) \right] + \frac{Q_C}{X^2} \quad \text{dir.}$$

Problemde zaman ihmal ediliyor. Bu durumda model şu şekle girer.

$$Q_C = \frac{1}{2} (T_K + T_C)(H_K - H_C) + \frac{1}{2} (T_G + T_C)(H_G - H_C) + \frac{1}{2} (T_D + T_C)(H_D - H_C) + \frac{1}{2} (T_B + T_C)(H_B - H_C)$$

Bu modelle değerlerini yerine koyarsak, $21 \times 11 = 231$ adet denklem ortaya çıkar. Bu denklemlerin katsayıları matris şeklinde yazılırsa ortaya 21×11 boyutlu matris çıkar. Bu matrisi, çözmek için problemimize Gauss-Steidel kompüter modelini uygulayarak çözelim.

```

.....
DIMENSION T(21,11), TA(21,11), H1(21,11)
ACCEPT('IMIN=', IMIN, 'IMAX=', IMAX, 'JMIN=', JMIN, 'JMAX=', JMAX)
WRITE(12,100) IMIN, IMAX, JMIN, JMAX
FORMAT(10X, 'IMIN=', 13, 10X, 'IMAX=', 13/10X, 'JMIN=', 13
* , 10X, 'JMAX=', 13)
DO 1 I=IMIN, IMAX
DO 1 J=JMIN, JMAX
T(I, J)=.001
TETA(I, J)=0.
CONTINUE
TETA(11,6)=.05
DO 2 I=IMIN, IMAX
DO 2 J=JMIN, JMAX
H1(I, J)=0.
DO 3 I=IMIN, IMAX
H1(I, JMIN)=100.
H1(I, JMAX)=100.
CONTINUE
DO 4 J=JMIN, JMAX
H1(IMIN, J)=100.
H1(IMAX, J)=100.
DO 5 L=1, 150.
U=0.
IMI=IMIN+1
IMA=IMAX-1
JMI=JMIN+1
JMA=JMAX-1
DO 6 I=IMI, IMA
DO 6 J=JMI, JMA
TN=.5*(T(I, J)+T(I-1, J))
TS=.5*(T(I, J)+T(I+1, J))
TE=.5*(T(I, J)+T(I, J+1))
TW=.5*(T(I, J)+T(I, J-1))
TTOT=TN+TS+TE+TW
Z=TN*H1(I-1, J)+TS*H1(I+1, J)+TE*H1(I, J+1)+TW*H1(I, J-1)
Z=Z/TTOT
U=U+(Z-H1(I, J))*(Z-H1(I, J))
H1(I, J)=Z
CONTINUE
IF(U-.01) 8, 8, 7
CONTINUE
WRITE(12,200) L, U
FORMAT(/10X, 'L=', 13, 10X, 'U=', E12.5)
CONTINUE
WRITE(12,300)
FORMAT(10X, 'POTENTIAL MAP')
DO 10 I=IMIN, IMAX
DO 10 J=JMIN, JMAX
WRITE(12,400) I, J, H1(I, J)
FORMAT(10X, 'H1(', I2, ', ', J2, ')=' , E15.5)
CONTINUE

```

L= 7	U= 0.17740E	4
L= 8	U= 0.23219E	4
L= 9	U= 0.19689E	4
L= 10	U= 0.16901E	4
L= 11	U= 0.14854E	4
L= 12	U= 0.12743E	4
L= 13	U= 0.11141E	4
L= 14	U= 0.97474E	3
L= 15	U= 0.85817E	3
L= 16	U= 0.75821E	3
L= 17	U= 0.66840E	3
L= 18	U= 0.58872E	3
L= 19	U= 0.51788E	3
L= 20	U= 0.45729E	3
L= 21	U= 0.40764E	3
L= 22	U= 0.36892E	3
L= 23	U= 0.33549E	3
L= 24	U= 0.30770E	3
L= 25	U= 0.28508E	3
L= 26	U= 0.26802E	3
L= 27	U= 0.25704E	3
L= 28	U= 0.25275E	3
L= 29	U= 0.25575E	3

IMIN= 1 IMAX= 21
 JMIN= 1 JMAX= 11

L= 1	U= 0.73494E	5
L= 2	U= 0.20913E	5
L= 3	U= 0.10272E	5
L= 4	U= 0.63947E	4

5I

L= 5	U= 0.45286E	4
L= 6	U= 0.34697E	4
L= 7	U= 0.27940E	4
L= 8	U= 0.23219E	4
L= 9	U= 0.19684E	4
L= 10	U= 0.16901E	4
L= 11	U= 0.14634E	4
L= 12	U= 0.12743E	4
L= 13	U= 0.11141E	4
L= 14	U= 0.97674E	3
L= 15	U= 0.85817E	3
L= 16	U= 0.75521E	3
L= 17	U= 0.66540E	3
L= 18	U= 0.58682E	3
L= 19	U= 0.51788E	3
L= 20	U= 0.45729E	3
L= 21	U= 0.40396E	3
L= 22	U= 0.35696E	3
L= 23	U= 0.31549E	3
L= 24	U= 0.27890E	3
L= 25	U= 0.24658E	3
L= 26	U= 0.21802E	3
L= 27	U= 0.19278E	3
L= 28	U= 0.17047E	3
L= 29	U= 0.15075E	3
L= 30	U= 0.13331E	3
L= 31	U= 0.11789E	3
L= 32	U= 0.10425E	3
L= 33	U= 0.92188E	2
L= 34	U= 0.81519E	2
L= 35	U= 0.72085E	2
L= 36	U= 0.63741E	2

L= 38	U= 0.49835E	2
L= 39	U= 0.44062E	2
L= 40	U= 0.38958E	2
L= 41	U= 0.34444E	2
L= 42	U= 0.30452E	2
L= 43	U= 0.26922E	2
L= 44	U= 0.23801E	2
L= 45	U= 0.21040E	2
L= 46	U= 0.18600E	2
L= 47	U= 0.16442E	2
L= 48	U= 0.14534E	2
L= 49	U= 0.12847E	2
L= 50	U= 0.11356E	2
L= 51	U= 0.10037E	2
L= 52	U= 0.88713E	1
L= 53	U= 0.78407E	1
L= 54	U= 0.69297E	1
L= 55	U= 0.61245E	1
L= 56	U= 0.54125E	1
L= 57	U= 0.47833E	1
L= 58	U= 0.42272E	1
L= 59	U= 0.37356E	1
L= 60	U= 0.33011E	1
L= 61	U= 0.29171E	1
L= 62	U= 0.25777E	1
L= 63	U= 0.22777E	1
L= 64	U= 0.20126E	1
L= 65	U= 0.17783E	1
L= 66	U= 0.15713E	1
L= 67	U= 0.13883E	1
L= 68	U= 0.12266E	1
L= 69	U= 0.10837E	1
L= 70	U= 0.95743E	0

L= 71	U= 0.84588E 0
L= 72	U= 0.74734E 0
L= 73	U= 0.66023E 0
L= 74	U= 0.58328E 0
L= 75	U= 0.51525E 0
L= 76	U= 0.45520E 0
L= 77	U= 0.40214E 0
L= 78	U= 0.35523E 0
L= 79	U= 0.31379E 0
L= 80	U= 0.27721E 0
L= 81	U= 0.24488E 0
L= 82	U= 0.21630E 0
L= 83	U= 0.19107E 0
L= 84	U= 0.16877E 0
L= 85	U= 0.14906E 0
L= 86	U= 0.13166E 0
L= 87	U= 0.11630E 0
L= 88	U= 0.10273E 0
L= 89	U= 0.90731E -1
L= 90	U= 0.80137E -1
L= 91	U= 0.70783E -1
L= 92	U= 0.62525E -1
L= 93	U= 0.55212E -1
L= 94	U= 0.48773E -1
L= 95	U= 0.43075E -1
L= 96	U= 0.38044E -1
L= 97	U= 0.33603E -1
L= 98	U= 0.29676E -1
L= 99	U= 0.26210E -1
L=100	U= 0.23147E -1
L=101	U= 0.20446E -1
L=102	U= 0.18052E -1
L=103	U= 0.15948E -1

L=104

U= 0.14080E -1

L=105

U= 0.12438E -1

L=106

U= 0.10984E -1

POTENTIAL MAP

H1(1, 1)=	0.10000E	3
H1(1, 2)=	0.10000E	3
H1(1, 3)=	0.10000E	3
H1(1, 4)=	0.10000E	3
H1(1, 5)=	0.10000E	3
H1(1, 6)=	0.10000E	3
H1(1, 7)=	0.10000E	3
H1(1, 8)=	0.10000E	3
H1(1, 9)=	0.10000E	3
H1(1,10)=	0.10000E	3
H1(1,11)=	0.10000E	3
H1(2, 1)=	0.10000E	3
H1(2, 2)=	0.99985E	2
H1(2, 3)=	0.99971E	2
H1(2, 4)=	0.99962E	2
H1(2, 5)=	0.99957E	2
H1(2, 6)=	0.99956E	2
H1(2, 7)=	0.99959E	2
H1(2, 8)=	0.99966E	2
H1(2, 9)=	0.99976E	2
H1(2,10)=	0.99988E	2
H1(2,11)=	0.10000E	3
H1(3, 1)=	0.10000E	3
H1(3, 2)=	0.99970E	2
H1(3, 3)=	0.99945E	2
H1(3, 4)=	0.99927E	2
H1(3, 5)=	0.99917E	2
H1(3, 6)=	0.99915E	2
H1(3, 7)=	0.99922E	2
H1(3, 8)=	0.99936E	2
H1(3, 9)=	0.99955E	2
H1(3,10)=	0.99977E	2
H1(3,11)=	0.10000E	3
H1(4, 1)=	0.10000E	3
H1(4, 2)=	0.99958E	2
H1(4, 3)=	0.99922E	2
H1(4, 4)=	0.99896E	2
H1(4, 5)=	0.99882E	2
H1(4, 6)=	0.99880E	2
H1(4, 7)=	0.99889E	2
H1(4, 8)=	0.99908E	2
H1(4, 9)=	0.99935E	2
H1(4,10)=	0.99967E	2
H1(4,11)=	0.10000E	3
H1(5, 1)=	0.10000E	3
H1(5, 2)=	0.99947E	2
H1(5, 3)=	0.99902E	2
H1(5, 4)=	0.99870E	2
H1(5, 5)=	0.99852E	2
H1(5, 6)=	0.99849E	2
H1(5, 7)=	0.99860E	2
H1(5, 8)=	0.99885E	2
H1(5, 9)=	0.99919E	2
H1(5,10)=	0.99959E	2
H1(5,11)=	0.10000E	3
H1(6, 1)=	0.10000E	3
H1(6, 2)=	0.99938E	2
H1(6, 3)=	0.99886E	2
H1(6, 4)=	0.99848E	2

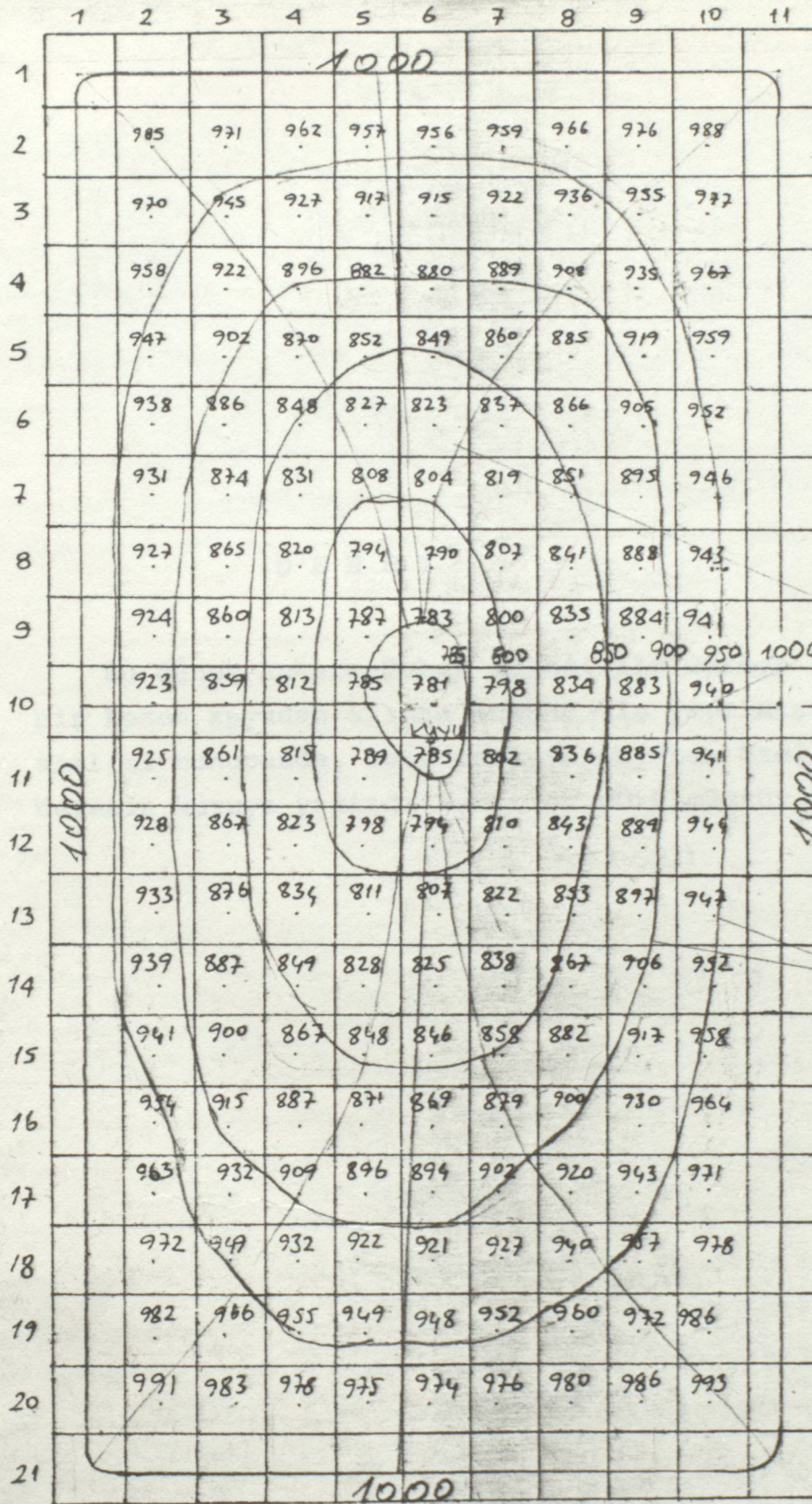
H1(6, 5)=	0.99827E	2	
H1(6, 6)=	0.99823E	2	
H1(6, 7)=	0.99837E	2	
H1(6, 8)=	0.99866E	2	
H1(6, 9)=	0.99905E	2	
H1(6,10)=	0.99952E	2	
H1(6,11)=	0.10000E	3	
H1(7, 1)=	0.10000E	3	
H1(7, 2)=	0.99931E	2	
H1(7, 3)=	0.99874E	2	
H1(7, 4)=	0.99831E	2	
H1(7, 5)=	0.99808E	2	
H1(7, 6)=	0.99804E	2	
H1(7, 7)=	0.99819E	2	
H1(7, 8)=	0.99851E	2	
H1(7, 9)=	0.99895E	2	
H1(7,10)=	0.99946E	2	
H1(7,11)=	0.10000E	3	
H1(8, 1)=	0.10000E	3	
H1(8, 2)=	0.99927E	2	
H1(8, 3)=	0.99865E	2	
H1(8, 4)=	0.99820E	2	
H1(8, 5)=	0.99794E	2	
H1(8, 6)=	0.99790E	2	
H1(8, 7)=	0.99807E	2	
H1(8, 8)=	0.99841E	2	
H1(8, 9)=	0.99888E	2	
H1(8,10)=	0.99943E	2	
H1(8,11)=	0.10000E	3	
H1(9, 1)=	0.10000E	3	
H1(9, 2)=	0.99924E	2	
H1(9, 3)=	0.99860E	2	
H1(9, 4)=	0.99813E	2	
H1(9, 5)=	0.99787E	2	
H1(9, 6)=	0.99783E	2	
H1(9, 7)=	0.99800E	2	
H1(9, 8)=	0.99835E	2	
H1(9, 9)=	0.99884E	2	
H1(9,10)=	0.99941E	2	
H1(9,11)=	0.10000E	3	
H1(10, 1)=	0.10000E	3	
H1(10, 2)=	0.99923E	2	
H1(10, 3)=	0.99859E	2	
H1(10, 4)=	0.99812E	2	
H1(10, 5)=	0.99785E	2	
H1(10, 6)=	0.99781E	2	min. Potansiyel.
H1(10, 7)=	0.99798E	2	Sebepl Aşırıllık
H1(10, 8)=	0.99834E	2	
H1(10, 9)=	0.99883E	2	
H1(10,10)=	0.99940E	2	
H1(10,11)=	0.10000E	3	
H1(11, 1)=	0.10000E	3	
H1(11, 2)=	0.99925E	2	
H1(11, 3)=	0.99861E	2	
H1(11, 4)=	0.99815E	2	
H1(11, 5)=	0.99789E	2	
H1(11, 6)=	0.99785E	2	KUYU
H1(11, 7)=	0.99802E	2	
H1(11, 8)=	0.99836E	2	
H1(11, 9)=	0.99885E	2	
H1(11,10)=	0.99941E	2	
H1(11,11)=	0.10000E	3	
H1(12, 1)=	0.10000E	3	
H1(12, 2)=	0.99928E	2	
H1(12, 3)=	0.99867E	2	
H1(12, 4)=	0.99827E	2	

H1(12, 5)=	0.99798E	2
H1(12, 6)=	0.99794E	2
H1(12, 7)=	0.99810E	2
H1(12, 8)=	0.99843E	2
H1(12, 9)=	0.99889E	2
H1(12, 10)=	0.99944E	2
H1(12, 11)=	0.10000E	3
H1(13, 1)=	0.10000E	3
H1(13, 2)=	0.99933E	2
H1(13, 3)=	0.99876E	2
H1(13, 4)=	0.99834E	2
H1(13, 5)=	0.99811E	2
H1(13, 6)=	0.99807E	2
H1(13, 7)=	0.99822E	2
H1(13, 8)=	0.99853E	2
H1(13, 9)=	0.99897E	2
H1(13, 10)=	0.99947E	2
H1(13, 11)=	0.10000E	3
H1(14, 1)=	0.10000E	3
H1(14, 2)=	0.99939E	2
H1(14, 3)=	0.99887E	2
H1(14, 4)=	0.99849E	2
H1(14, 5)=	0.99828E	2
H1(14, 6)=	0.99825E	2
H1(14, 7)=	0.99838E	2
H1(14, 8)=	0.99867E	2
H1(14, 9)=	0.99906E	2
H1(14, 10)=	0.99952E	2
H1(14, 11)=	0.10000E	3
H1(15, 1)=	0.10000E	3
H1(15, 2)=	0.99946E	2
H1(15, 3)=	0.99900E	2
H1(15, 4)=	0.99867E	2
H1(15, 5)=	0.99848E	2
H1(15, 6)=	0.99846E	2
H1(15, 7)=	0.99858E	2
H1(15, 8)=	0.99882E	2
H1(15, 9)=	0.99917E	2
H1(15, 10)=	0.99958E	2
H1(15, 11)=	0.10000E	3
H1(16, 1)=	0.10000E	3
H1(16, 2)=	0.99954E	2
H1(16, 3)=	0.99915E	2
H1(16, 4)=	0.99887E	2
H1(16, 5)=	0.99871E	2
H1(16, 6)=	0.99869E	2
H1(16, 7)=	0.99879E	2
H1(16, 8)=	0.99900E	2
H1(16, 9)=	0.99930E	2
H1(16, 10)=	0.99964E	2
H1(16, 11)=	0.10000E	3
H1(17, 1)=	0.10000E	3
H1(17, 2)=	0.99963E	2
H1(17, 3)=	0.99932E	2
H1(17, 4)=	0.99909E	2
H1(17, 5)=	0.99896E	2
H1(17, 6)=	0.99894E	2
H1(17, 7)=	0.99902E	2
H1(17, 8)=	0.99920E	2
H1(17, 9)=	0.99943E	2
H1(17, 10)=	0.99971E	2
H1(17, 11)=	0.10000E	3
H1(18, 1)=	0.10000E	3
H1(18, 2)=	0.99972E	2
H1(18, 3)=	0.99949E	2

H1(18, 5)=	0.99922E	2
H1(18, 6)=	0.99921E	2
H1(18, 7)=	0.99927E	2
H1(18, 8)=	0.99940E	2
H1(18, 9)=	0.99957E	2
H1(18, 10)=	0.99978E	2
H1(18, 11)=	0.10000E	3
H1(19, 1)=	0.10000E	3
H1(19, 2)=	0.99982E	2
H1(19, 3)=	0.99966E	2
H1(19, 4)=	0.99955E	2
H1(19, 5)=	0.99949E	2
H1(19, 6)=	0.99948E	2
H1(19, 7)=	0.99952E	2
H1(19, 8)=	0.99960E	2
H1(19, 9)=	0.99972E	2
H1(19, 10)=	0.99986E	2
H1(19, 11)=	0.10000E	3
H1(20, 1)=	0.10000E	3
H1(20, 2)=	0.99991E	2
H1(20, 3)=	0.99983E	2
H1(20, 4)=	0.99978E	2
H1(20, 5)=	0.99975E	2
H1(20, 6)=	0.99974E	2
H1(20, 7)=	0.99976E	2
H1(20, 8)=	0.99980E	2
H1(20, 9)=	0.99986E	2
H1(20, 10)=	0.99993E	2
H1(20, 11)=	0.10000E	3
H1(21, 1)=	0.10000E	3
H1(21, 2)=	0.10000E	3
H1(21, 3)=	0.10000E	3
H1(21, 4)=	0.10000E	3
H1(21, 5)=	0.10000E	3
H1(21, 6)=	0.10000E	3
H1(21, 7)=	0.10000E	3
H1(21, 8)=	0.10000E	3
H1(21, 9)=	0.10000E	3
H1(21, 10)=	0.10000E	3
H1(21, 11)=	0.10000E	3

POTANSİYEL HARİTASI

41

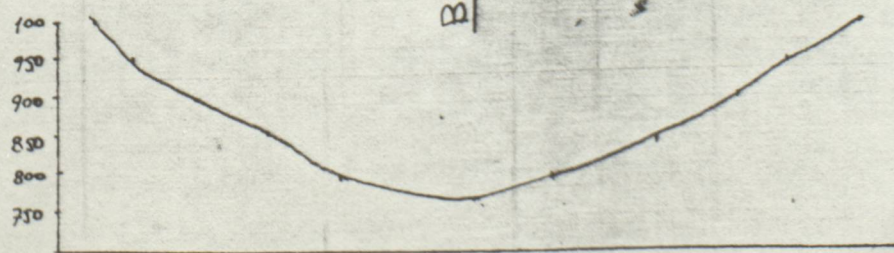


1000
950
900
850
800
750

Akış eğrileri

Eş potansiyel eğrileri

B-B KESİTİ



A-A KESİTİ

1000
950
900
850
800
750

S. BÖLGE NO: 4030

ANKARA

MÜHÜRÜ VE KAYIT NO: 10000

(İÇİŞLERİ BAKANLIĞI)

DENENİN ALINDIĞI İL : ANKARA
 İLÇESİ : KEĞİÖREN
 ÜNİTESİ : KALABA
 N. NERELERİN ALINDIĞI : ÇUBUK DERESİ
 (Kas, Dondurucu, Islak, Akşam)
 DENENİN ALINDIĞI TARİH : 14.7.1985
 DENENİN LABORATUVAR TARİHİ : 15.7.1985
 DENENİN ALAN : HANCI ÖZBEK

NO:	200	10000/10000
YERİ:	ÇUBUK	10000/10000
YERİ:	ÇUBUK	10000/10000

DENEY

Bu deney Ankara-Çubuk deresi ile dereye 7 m. uzaklıktaki bir keson kuyudan alınan numune ile yapılmıştır. Numunelerin analizi sonucunda, dere ve kuyu suyunun özellikleri ile derenin kuyuya yaptığı tesirler görülmüştür.

1. SİZİTİ	31,8	10000/10000
2. SİZİTİ	0,0	10000/10000
3. SİZİTİ	0,0	10000/10000
4. SİZİTİ	359,2	10000/10000
5. SİZİTİ	32,0	10000/10000
6. SİZİTİ	VAR	10000/10000

1. SİZİTİ	74,4	10000/10000
2. SİZİTİ	36,3	10000/10000
3. SİZİTİ	126,1	10000/10000
4. SİZİTİ	133,2	10000/10000
5. SİZİTİ	70K	10000/10000
6. SİZİTİ		10000/10000
7. SİZİTİ		10000/10000
8. SİZİTİ		10000/10000

NO:	16.1.1985	10000/10000
YERİ:		10000/10000
YERİ:		10000/10000

YSF 5.BÖLGE MÜDÜRLÜĞÜ

A N K A R A

FİZİKSEL VE KİMYASAL ANALİZ RAPORU

(İÇMİSULARI İÇİN)

NUMUNENİN ALINDIĞI İL : ANKARA
 İLÇESİ : KEÇİÖREN
 ÜNİTESİ : KALABA
 SUYUN NEREDEN ALINDIĞI : ÇUBUK DERESİ
 (Menbaa, Sondaj- Töl, Akarsu) :
 NUMUNENİN ALINDIĞI TARİH : 14.7.1985
 NUMUNENİN LAB.GELD.TARİH : 15.7.1985
 NUMUNENİ ALAN : HASAN ÖZBEK

GÖRÜNÜŞ	BULANIK TORTULU	Birim SiO ₂
BULANIKLIK	VAR	Birim Pt.
RENK	200	
KOKU VE TAD	SEPTİK	Mikrombo/Cm.250-
KONDUKTİVİTE	1165,6	
PH	6,9	Mg/L
TOPLAM TUZ	874,2	°FS
TOPLAM SEPTLİK	33,5	°FS
ÇEÇİCİ SEPTLİK	33,5	°FS
KALICI SEPTLİK	0,0	Mg/L
FENOL METALİN ALKALİTESİ CaCo ₃ Cinsi nd.	0,0	Mg/L
METİL ORANJ ALKALİTESİ CaCo ₃ Cinsi nd.	359,2	Mg/L
GRANİK MADDE OKSİJEN CİNSİNDEN	38,0	Mg/L
ANONYAK	VAR	

KATYONLAR	Mg/l	Met/L	ANYONLAR	Mg/L	Met/L
KALSİYUM	74,4		KARBONAT	0,0	
MAĞNEZYUM	36,2		BİKARBONAT	438,3	
AMONYUM			KLORÜR	126,1	
SODYUM			SÜLFAT	133,0	
POTASYUM			NİTRİT	YOK	
DEMİR			NİTRAT		
MANGAN			FOSFAT		

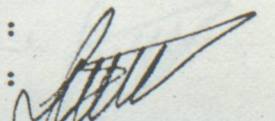
SONUÇ :

RAPOR TARİHİ : 16.1.1985

ANALİZ YAPAN :

MESLEĞİ :

İMZA :



YSF 5.BÖLGE MÜDÜRLÜĞÜ

A N K A R A

FİZİKSEL VE KİMYASAL ANALİZ RAPORU

(İÇME SULARI İÇİN)

NUMUNENİN ALINDIĞI İL : ANKARA
 İLÇESİ : KEÇİÖREN
 ÜNİTESİ : KALABA
 SUYUN NEREDEN ALINDIĞI : KESON KUYU
 (Menbaa, Sondaj- Töl, Akarsu) :
 NUMUNENİN ALINDIĞI TARİH : 14.1.1985
 NUMUNENİN LAB.GELD.TARİH : 15.1.1985
 NUMUNENİN ALAN : HASAN ÖZBEK

GÖRÜNÜŞ	BULANIK	Birim SIC2
BULANIKLIK	VAR	EPİM Pt.
RENK	50	
KOKU VE TAD	KOKUSUZ - NORMAL	Mikrombo/Cm.250-
KONDUKTİVİTE	1337,4	
PH	6,8	Mg/L
TOPLAM TUZ	1003,1	°FS
TOPLAM SERTLİK	61,1	°FS
GEÇİCİ SERTLİK	42,5	°FS
KALICI SERTLİK	18,6	Mg/L
FENOL METALFİN ALKALİTESİ CaCo3 Cinsi nd.	0,0	Mg/L
METİL ORANJ ALKALİTESİ CaCo3 Cinsi nd.	425,2	Mg/L
ORGANİK MADDE OKSİJEN CİNSİNDEN	8,0	Mg/L
AMONYAK	YOK	

KATYONLAR	Mg/l	Met/L	ANYONLAR	Mg/L	Met/L
KALSİYUM	134,0		KARBONAT	0,0	
MAGNEZYUM	67,1		BİKARBONAT	518,7	
AMONYUM			KLORÜR	113,7	
SODYUM			SÜLFAT	236,0	
POTASYUM			NİTRİT	YOK	
DEMİR			NİTRAT		
MANGAN			FOSFAT		

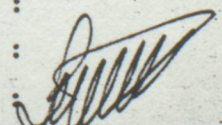
SONUÇ :

RAPOR TARİHİ : 16.1.1985

ANALİZ YAPAN :

MESLEĞİ :

İMZA :



DENEYİN YAPILIŞI VE HESAPLARI

- 1- Toplam Sertlik Tayini : 50 ml numune alıp üzerine 1 ml tampon (NH_3 NH_4CL) koyduk. Üzerine bir spatül ucu Eriochrom Schwarz indikatörü koyup renk pembeden maviye dönünceye kadar N/100 EDTA (Etilen diamin Tetra Asetilen asit) ile titre ettik. (Kırmızı, mavi olana kadar)

Hesabı :

Toplam sertlik (EDTA Faktörü Sarfiyat (cc) H_2SO_4

F°S ($1\text{F}^\circ\text{S} = 10 \text{ mg CaCO}_3/\text{lt}$)

Buradan kuyu için T.S.lik 61,1 F.S

Dere için T.S. lik 33,5 F°S okuduk.

- 2- Geçici Sertlik Tayini: Bunu metil oranj alkonili tezinden bulduk.

G.S Metil oranj alkanilitesi x 1/10 F°S (mg CaCO_3 /1 lit)

- 3- Kalıcı Sertlik : Toplam sertlikten geçici sertliği çıkararak bulduk.

- 4- Metil Oranj Alkanilitesi : 50 ml numune alıp üzerine iki-üç damla metil oranj ilave ettik. Renk sarıdan portakal rengine dönünceye kadar N/50 lik H_2SO_4 ile titre ettik. Sonuçta kuyu için 18,7 ml dere için 15,8 ml H_2SO_4 sarfettik. Hesap sonucu (sarfiyatx20xFaktör H_2SO_4) den:

Kuyu için 425,2 mg/l, dere için 359,2 mg/l bulduk.

- 5- Fenol Ftalein Alkanilitesinin hesabı :

Bu PH 8,3 olan sulara uygulanır.

50 ml numune üzerine bir iki damla Fenol Ftalin indikatörü koyduk, pembe renk kayboluncaya kadar N/50 lik H_2SO_4 ile titre ettik,

Hesap sonucu (sarfiyatx2x20xFaktör H_2SO_4)

(kuyu için 0,0 dere için 0,0 olur. Çünkü PH(8,3)

- 6- Kalsiyum tayini: 50 ml numune aldık, üzerine 1 ml Tampon (2N NaOH) ile 1 Spatül ucu müreksit koyduk. Renk pembeden mor renge dönünceye kadar N/100 EDTA (Etilen diamin tetraasetilen asit) ile titre ettik.

Hesabı :

(EDTA Faktör \times Sarfiyat ml EDTA \times 4 mg/l) den
kuyu için 134,0 mg/l, dere için 74,4 mg/l bulduk.

- 7- Magnezyum Tayini : Toplam sertlik için harcanan EDTA dan Ca için harcanan EDTA yı çıkarıp 2,43 ile çarptık, sonuçta: Kuyu için 67,1 dere için 36,2 çıktı.

- 8- Organik madde tayini : (O₂ cinsinden)

50 ml numune üzerine 5 ml seyreltik H₂SO₄ ve 5 ml KMnO₄ (1/80 lik) ekledik. Yarım saat sonra su banyosunda ısıttık. Rengini açmak için 5 ml (NH₄)₂ C₂ O₄ (Amonyum oksalat) ilave ettik. Sonra KMnO₄ ile pembe renk yeniden elde edilinceye kadar titre ettik.

Kuyu için 5, dere için 20 ml KMnO₄ kullandık, sonuçta;
Faktör KMnO₄ \times sarfiyatı KMnO₄ \times 4 den
Kuyu için 8, dere için 38 mg/l O₂ cinsinden organik madde bulduk.

- 9- Amonyak Tayini : Bu kirlenmeyi belirler.

50 ml numune aldık, üzerine 2 ml nesler reaktifi koyduk, sonra 10 dakika bekledik. Koyu sarı bir renk oluştu, bu bize amonyağın varlığını belirtti.

Derede var kuyuda yok.

- 10- Nitrik Tayini: 50 ml numuneye 1 ml fosforik asit 1 ml nitrik reaktifi ekledik. 10 dakika bekledik, mavi renk oluşmadı. Onun için kuyuda ve dereye nitrik yok.

11- Klorür Tayini: 50 ml numune üzerine 2 damla K_3CrO_4 ekledik. Renk portakal rengine dönüncüye kadar 0,01 N Ag NO_3 ile titre ettik.

Hesap sonucu

(Faktör $AgNO_3$ x sarfiyat $AgNO_3$) den :

Kuyu için 113,7 , dere için 126,1 bulduk.

12- Sülfat Tayini : 50 ml numune üzerine 2,5 ml sülfat reaktif 0,1 Mg $MaCl_2$ ekleyip magnetik karşıtııcıda 1 dakika karıştırdık. Spektrofotometreyi 420 dalga boyuna ayarladık. Numunelerin absorbunu okuduk. Grafikten bu absorbosa gelen değişimi bulduk.

Kuyu için 236, dere için 133 mg/l

13- Karbonat Tayini: Fenol Ftalein Alkanitesi sıfırda karbonat yoktur.

Karbonat Fenol Ftalein Alkanitesi x 0,60

Bikarbonat Fenol Ftalein Alkanitesi x 1,22 den

Kuyu için 518,7, dere için 438,3 mg.

SONUÇ

Bu tezde yeraltı suyunun kirliliği incelenmiş, kirliliğin hesaplanmasında, matematik bir model çıkarılmış, sonuç formüle edilmiştir.

Tez amacından daha ileriye gidilerek, örnek bir problem, tez de anlatılmış olan matematik modele uygun bir kompüter programıyla çözülmüş, böylece matematik modelin doğruluğu ispatlanmıştır.

Aynı tarzda elde edilebilecek verilerle değişik cins kirlilik problemleri tezde geçen matematik model ve kompüter programı ile çözülebilir.

REFERANSLAR

- 1) Prof. David K.T. ; Yeraltı suyu Hidrolojisi
Çevr.Dr.Ali ÖZKAN D.S.İ Gen.Md. Gen. Kütüphanesi
- 2) Doç.Mehmet YÜCEL ; Yeraltı sularının kirlenmesinin
incelenmesi (Tez) Y.Ünv.
Kütüphanesi 1972
- 3) D.S.İ. Yayını ; Yeraltı suyu ile ilgili teknik
rapor No. 4/18 1963
- 4) Suha Selâloğlu ; Yeraltı suyundan faydalanma
D.S.İ. Genl Müd. 1959
- 5) D.S.İ. Yayını ; Yeraltı suyu faaliyetleri
D.S.İ. G.Müd. 1969
- 6) D.S.İ. Yayını ; Yeraltı suyu dairesel çalışma-
ları. (Ground Water Division
of the state hydroulicworks)
dan tercüme.
- 7) Cahit Çecen ; İçme suyu müh.
İST.Sular İdaresi Sayı 5 C.1.
İnkilap âka yayınevi 1973
- 8) Nejat Erdemli ; Su getirme-kanalizasyon
Birsen yayınları 1975

- 9) Mehmet Karpuzcu ; Su temini ve çevre sağlığı
İTÜ yayını 1982
- 10) Mehmet Gölhan-Sıtkı ; Suların arıtılması Cilt
Aksoğan Pimaş yayını 1970
- 11) Dr.Fuat Şentürk ; Su analiz metodları
D.S.İ. Arş.Dai.Bşk.
Sayı no. 598 yıl: 1976
- 11a) Jean J.FRIED ; Developmentsin Water Science
Ground Water pollution.
(İ.T.Ü. Çevre böl. kütüphanesi)
- 12) Prof. Hayrettin DÖNMEZER; Teorik ve Pratik hidrolik
Uluğ kitapevi - 1973
- 13) Doç.Mehmet YÜCEL
Öğ.Gör.Sıtkı AKSOĞAN ; Su getirme kanalizasyon ve
suların arıtılması
PİMAŞ A.Ş. yayını 1982
- 14) Dr.Fuat ŞENTÜRK ; Su analiz metodları
D.S.İ. Araş.Dai.Bşk.
Sy.no 598 Yıl 1976
- 15) Prof.İbrahim SEZGİNMAN ; Lineer Cebir
Birsen yayınları - 1976

