

34685

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

34685

NERVÜRLÜ PLAKLARIN
SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE
EĞİLME VE DİNAMİK PROBLEMLERİNİN
ÇÖZÜMÜ

İNŞ. MÜH. Serap ÇABUK

F.B.E. İnşaat Muhendisliği Anabilim Dalında
hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Türkan KÖKSAL

İSTANBUL , 1994

İÇİNDEKİLER

| | | |
|-------|--|----|
| 1. | ELASTİK PLAK TEORİSİ | 1 |
| 1.1 | Tanım | 1 |
| 1.2 | Yapılan Kabuller | 1 |
| 1.3 | Plak Teorisi ve Deplasman Deformasyon Bağlılıları | 2 |
| 1.4 | Gerilme Deformasyon Bağlılıları | 3 |
| 1.5 | Moment Bağlılıları | 4 |
| 1.6 | Nervürlü Plaklar İçin Elastisite Sabitleri | 5 |
| 2. | SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ | 8 |
| 2.1 | Yakınsama Kriteri | 8 |
| 2.2 | Deplasman Fonksiyonu Seçimi | 8 |
| 2.3 | Plaklar İçin Deplasman Fonksiyonu Seçimi | 9 |
| 2.4 | Şekil Fonksiyonlarının Bulunması | 11 |
| 2.5 | Deformasyonların Deplasmanlar Cinsinden İfadesi | 13 |
| 2.6 | Eleman Rijitlik Matrisi | 14 |
| 2.7 | Yük Vektörü | 16 |
| 2.8 | Sisteme Geçiş | 16 |
| 2.9 | Nervürlü Plaklar İçin Hesaplanan Eleman Rijitlik Matrisi | 17 |
| 3. | DİNAMİK | 22 |
| 3.1 | Dinamik Kuvvetler | 22 |
| 3.2 | Titreşim Sistemlerinin Sınıflandırılması | 24 |
| 3.3 | Tek Serbestlik Dereceli Sistemler | 24 |
| 3.3.1 | Sönümsüz Serbest Titreşim | 25 |
| 3.3.2 | Sistemlerin Depreme Mukabelesi | 27 |
| 3.3.3 | Duhamel İntegrali | 29 |
| 3.4 | Deprem Spektrumları | 30 |
| 3.5 | Çok Serbestlik Dereceli Sistemler | 31 |
| 3.5.1 | ÇSD' li Sistemlerde Sönümsüz Serbest Titreşim | 32 |
| 3.5.2 | ÇSD' li Sistemlerin Depreme Mukabelesi | 33 |

| | | |
|-------|---|----|
| 3.6 | Plak Titreşim Denkleminin Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Hesabı | 35 |
| 3.7 | İndirgenmiş Rijitlik Matrisi | 35 |
| 3.8 | Kütle Matrisi | 36 |
| 3.8.1 | Yaylı Kütle Matrisi | 37 |
| 3.8.2 | Yaylı Kütle Matrisi Halinde Özel Değerler | 38 |
| 3.8.3 | Plaklar İçin Yaylı Kütle Matrisi | 40 |



TEŞEKKÜR

Tez konumun seçiminde, araştırma safhasında ve tezin her aşamasında bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım, bana her zaman destek olan danışman hocam Sayın Doç.Dr.Türkan KÖKSAL 'a ve Arş.Gör. Ali KOÇAK 'a , tezin yapı dinamiği kısmında değerli yardımlarından dolayı Arş.Gör. Kemal BEYEN ve Arş.Gör. Uğur KADAKAL 'a ; bilgisayar programı konusundaki yardımlarından dolayı Arş.Gör.Cenan YEŐİLTAŐ 'a teşekkür ediyorum.

Ayrıca her zaman maddi ve manevi desteklerini benden esirgemeyen aileme ve arkadaşım ve meslekdaşım A. Ayhan AKPINAR 'a teşekkür ederim.

ÖZET

Bu tez çalışmasının öncelikli amacı sonlu elemanlar yöntemini kullanarak nervürlü plakların dengesini ve titreşimini incelemektir .

Bu amaçla , önce elastisitedeki varsayımlara göre , plaklara ait denklemler çıkarılmıştır . Düz plaklar için bulunan bu denklemler , nervürlü plaklar incelendiğinde nasıl bir şekil alıyor ? Bununla ilgili bir varsayım yapılarak yeni bir plak rijitliği elde edilmiştir . Bulunan bu yeni plak rijitliğine göre sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak nervürlü plaklar için genel eleman rijitlik matrisi elde edilmiştir . Plağın denge durumunu kısaca inceledikten sonra , yapı sistemlerinin titreşimleri konu edilip hareket denklemlerinin çıkarılışı ve çözümü ele alınmıştır .

Sonuç olarak , nervürlü bir plağın Fortran 77 programlama dilinde yazılmış bir programla statik ve dinamik çözümleri yapılmıştır.Elde edilen sonuçlar SAP 90 hazır programı sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

ABSTRACT

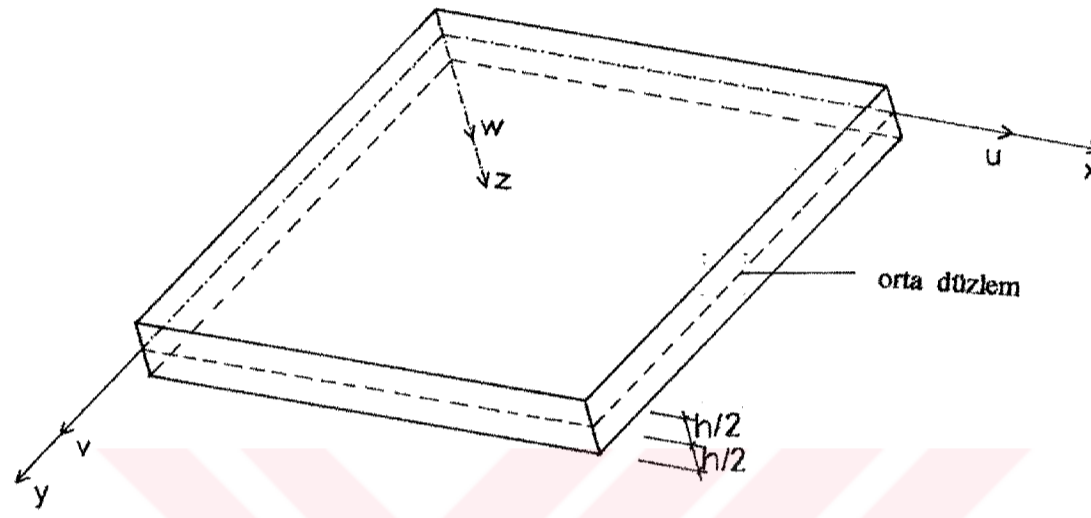
The first aim of this thesis study is to examine the static and the vibration of ribbed plates by using the finite element method .

For that purpose , the equations related to the plates have been obtained according to the assumptions in the elasticity . What type of a form these equations which are used for flat plates take when the ribbed plates are examined ? A new plate stiffness has been obtained by making an assumption regarding this . According to the found new plate stiffness , the general element stiffness matrix for the ribbed plate has been obtained by using the finite element method . After briefly examining the balance state of the plate , the vibrations of building systems are discussed , and the obtaining and solution of the movement equations have been considered .

Consequently , the static and dynamic solutions of a ribbed plate is made using a program written by Fortran 77 programming language . The obtained results have been compared with the results of the SAP 90 ready program .

1. ELASTİK PLAK TEORİSİ

Bu bölümde ince plaklar kısaca tanıtılacak ve elastik teoriye göre diferansiyel denklemlerinin çıkarılışından bahsedilecektir.



Şekil 1.1

X Y düzlemi referans düzlem kabul edilirse , plak deplasmanları şunlardır :

$$\begin{aligned} u(x,y,z) &= z \theta_x(x,y) \\ v(x,y,z) &= z \theta_y(x,y) \\ w(x,y,z) &= w(x,y) \end{aligned}$$

1.1 TANIM

Plaklar ; kalınlığı diğer iki boyutuna nazaran çok küçük ve orta yüzeyi düzlem olan , orta düzleme dik olarak yüklenmiş yüzeysel taşıyıcı sistemlerdir. Plak kalınlığının orta noktalarının geometrik yerine orta yüzey denir.

1.2 YAPILAN KABULLER

Malzeme homojen , izotrop ve Hook Kanununa uygun lineer elastik bir malzemedir.

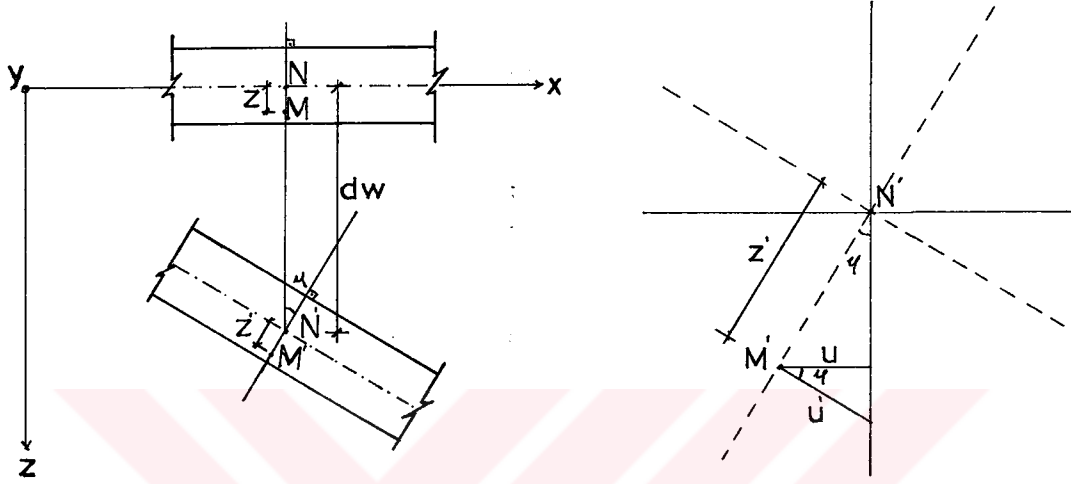
Plak orta düzlemine dik doğrultudaki σ_z normal gerilmeleri yok kabul edilecek kadar küçüktür. Bu kabule göre $\sigma_z \sim 0$ ve buna bağlı olarak da $\epsilon_z \sim 0$ alınabilir. Yani deformasyondan sonra plak kalınlığının sabit kaldığı kabul edilir. $w = w(x,y)$

Deformasyondan önce orta düzlemin herhangi bir noktasının normali , deformasyondan

sonra oluşan yüzeyin o noktadaki normali olarak kalır. Oluşan bu yüzeye elastik yüzey denir.

Plâğın orta düzleminde deformasyon olmadığı kabul edilir. Buradaki birim boy ve açı değişimleri $\cong 0$ 'dır.

1.3 PLAK TEORİSİ VE DEPLASMAN DEFORMASYON BAĞINTILARI



Şekil 1.2

Şeklin geometrisinden,

$$\tan\theta = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (1.1)$$

$$\tan\theta = \frac{u'}{z} \quad (1.2)$$

$$u' = z' \cdot \tan\theta \quad (1.3)$$

$$u = u' \cos\theta \quad (1.4)$$

Plâğın z doğrultusunda deformasyon yapmadığı kabul edilmiştir. Bu durumda

$$z = z' \quad (1.5)$$

olur. θ açısı çok küçük olduğundan $\cos\theta \approx 1$ alınabilir. Bu durumda da

$$u = u' \quad (1.6)$$

olur. 1.1 , 1.5 , 1.6 ifadeleri 1.3 denkleminde yerine koyulursa,

$$u = -z \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \quad (1.7)$$

elde edilir.

Benzer şekilde ,

$$v = -z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (1.8)$$

bulunabilir. Elastisite teorisine göre deformasyonlar

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1.9)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (1.10)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (1.11)$$

Buradan

$$\varepsilon_x = - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot z \quad (1.12)$$

$$\varepsilon_y = - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \cdot z \quad (1.13)$$

$$\gamma_{xy} = - 2z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (1.14)$$

bulunur.

1.4 GERİLME DEFORMASYON BAĞINTILARI

$\varepsilon_z \approx 0$ ve $\varepsilon_z \approx 0$ olduğu kabul edilmiştir. Elastisite teorisine göre deformasyonlarla gerilmeler arasındaki bağıntılar

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_y) \quad (1.15)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu\sigma_x) \quad (1.16)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy} \quad (1.17)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (1.18)$$

Burada

E Elastisite modülü

G Kayma modülü

μ Poisson oranıdır.

1.15 , 1.16 , 1.17 gerilmeler yalnız bırakılıp matris formunda ifade edilirse

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\mu)}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

elde edilir. Kapalı şekilde yazılırsa

$$\{\sigma\} = [D] \cdot \{\varepsilon\} \quad (1.19)$$

Plakta gerilmeler , kesit yüksekliğince lineer olarak değişir . Buna göre gerilmeler

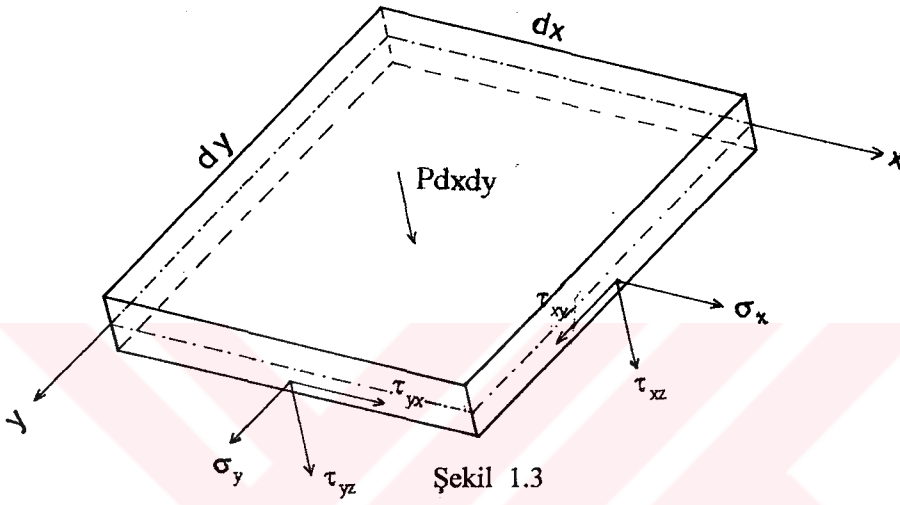
$$\sigma_x = a.z \quad (1.20)$$

$$\sigma_y = b.z \quad (1.21)$$

$$\tau_{xy} = c.z \quad (1.22)$$

yazılabilir.

1.5 MOMENT BAĞINTILARI



Sonsuz küçük bir plak elemanda gerilmelerden meydana gelen momentler ;

$$M_x \cdot dy = \int \sigma_x \cdot dF \cdot z \quad (2.23)$$

Bu ifadeye Denklem 1.20 deki σ değeri yerine koyulup plak kalınlığı boyunca integre edilirse ;

$$M_x = a \cdot h^3 / 12 \quad (2.24)$$

elde edilir . Burada $h^3 / 12$, birim genişlik için plak atalet momentidir . M_x kısaca ;

$$M_x = a \cdot I \quad (2.25)$$

şeklinde ifade edilebilir . Aynı yol izlenerek M_y, M_{xy} için ;

$$M_y = b \cdot I \quad (2.26)$$

$$M_{xy} = c \cdot I \quad (2.27)$$

bulunur .Moment ifadeleri açık biçimde yazılırsa , deplasmanlar cinsinden ;

$$M_x = - \frac{E \cdot I}{1 - \mu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.28)$$

$$M_y = - \frac{E \cdot I}{1 - \mu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (2.29)$$

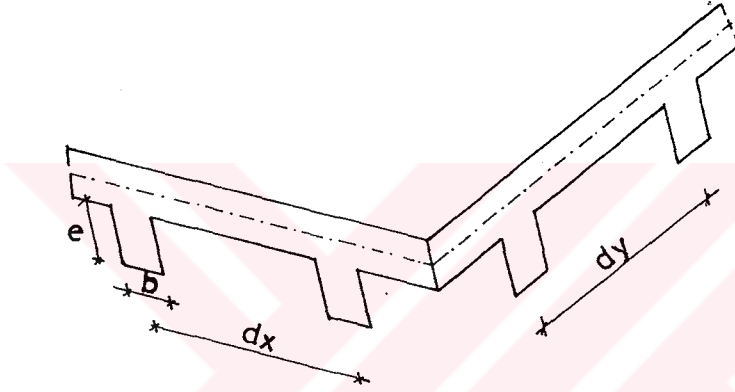
$$M_{xy} = - \frac{E.I}{1+\mu} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.30)$$

bulunur .

1.6 NERVÜRLÜ PLAKLAR İÇİN ELASTİSİTE SABİTLERİ

Sık nervürlü plaklarda ; nervürler plağın kalınlığına katılarak elastisite sabitleri vasıtasıyla ortalama kalınlık alınmış gibi hesap yapılır (Don,Q., e1.a1.,1975)

Yalnız nervürler düşünülürse :



Şekil 1.4

Nervürlerin x ve y doğrultularındaki aralıkları sırasıyla dx ve dy , enkesit atalet momentleri I_x ve I_y olsun .

$$D_x = (EI)_x = E \cdot \frac{I_x}{dx} \quad (2.31)$$

$$D_y = (EI)_y = E \cdot \frac{I_y}{dy} \quad (2.32)$$

Nervürler birer çubuk olarak kabul edilirse ;

$$\mu_x = \mu_y = 0 \quad (2.33)$$

olur . D_x , denklem 2.28 deki moment ifadesiinde yerine koyulursa ;

$$M_x = - D_x \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.34)$$

elde edilir .Kısaltmak amacıyla ;

$$K_x = - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2.35)$$

olsun . 2.33 kabulü ve 2.35 denklemini kullanarak denklem 2.34 ;

$$M_x = D_x K_x \quad (2.36)$$

şeklini alır . Benzer şekilde ;

$$M_y = D_y K_y \quad (2.37)$$

bulunabilir .Nervürlerin ortalama burulma rijitliğine C denilirse ,

$$C = \frac{1}{2} G \cdot \left(\frac{J_x}{dx} + \frac{J_y}{dy} \right) \quad (2.38)$$

Burada ;

J_x, J_y : nervürlerin burulma atalet momentleridir.

$$M_{xy} = C K_{xy} \quad (2.39)$$

$2b \geq e$ olduğu durumlarda ;

$$J = \frac{1}{3} b^3 e \quad (2.40)$$

alınabilir . Diğer durumlarda burulma rijitliği tablolardan yararlanılarak bulunabilir .

Plak ve nervürler için yazılan moment denklemleri süperpoze edilirse ;

$$M_x = (D+D_x) K_x + \mu.D K_y \quad (2.41)$$

$$M_y = (D+D_y) K_y + \mu.D K_x \quad (2.42)$$

$$M_{xy} = D(1-\mu) K_{xy} + C.K_{xy} \quad (2.43)$$

denklemleri elde edilir . Bu momentdenklemleri matris formunda ifade edilirse ;

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D+D_x & \mu.D & 0 \\ \mu.D & D+D_y & 0 \\ 0 & 0 & D(1-\mu) + C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Kapalı matris formunda ;

$$[M] = [D].[K] \quad (2.45)$$

yazılabilir . Burada [D] matrisi açık olarak yazılırsa ;

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{E.h^3}{12(1-\mu^2)} + E \frac{I_x}{dx} & \frac{\mu.E.h^3}{12(1-\mu^2)} & 0 \\ \frac{\mu.E.h^3}{12(1-\mu^2)} & \frac{E.h^3}{12(1-\mu^2)} + E \frac{I_y}{dy} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E.h^3}{12(1-\mu^2)} + \frac{1}{2} G \cdot \left(\frac{J_x}{dx} + \frac{J_y}{dy} \right) \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

elde edilir . Burada ;

E : Elastisite modülü ,

G : Kayma modülü ,

μ : Poisson oranı ,

h : Plak kalınlığı ,

I_x, I_y : Nervürlerin plak orta düzlemine göre atalet momentleri

J_x, J_y : Burulma atalet momentleri



2 SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ

Günümüzde yapı mühendisliği , zemin mekaniği , hidrolik , fizik mühendisliği , elektrik mühendisliği gibi bir çok alanda problemlerin çözümünde sonlu elemanlar yöntemi kullanılmaktadır . Bilgisayar teknolojisinin ilerlemesi ve kullanımının yaygın hale gelmesi ile sonlu elemanlar yöntemine ilgi de artmıştır .

Yapı sistemlerinin çözümünde karşılaştığımız denge problemi , stabilite problemi ve dinamik problemlerinde sonlu elemanlar yönteminden yararlanılabilir. Bu yöntem , herhangi üniform olmayan yük ve sınır şartlarına uygulanabilir . Kompleks çözümler ve yüksek dereceden problemler için kullanımı uygundur .

Sonlu elemanlar yönteminde sürekli sistemler ayırık sistemler haline getirilerek çözüm yapılır . Sürekli ortam hayali çizgilerle veya yüzeylerle sonlu sayıda elemana bölünür . Elemanların düğüm noktaları ile birbirine bağlı olduğu düşünülür . Sürekli ortam ne kadar çok sayıda elemana bölünürse gerçek çözüme o kadar yaklaşmış olunur .

2.1 YAKINSAMA KRİTERİ

1) Komşu elemanların kenarları boyunca deplasmanlarda süreklilik sağlanmalıdır . Eğer kenar deplasmanlar sadece bitişik düğüm noktalarının fonksiyonu ise bu şart sağlanmış olur .

2) Üniform deformasyonları gösteren köşe deplasmanlar için gerilmeler ve şekil değiştirmeler üniform olmalıdır .

3) Rijit cisim hareketinden dolayı gerilme ve şekil değiştirme olmamalı , sabit deformasyon şartı sağlanmalıdır .

2.2 DEPLASMAN FONKSİYONU SEÇİMİ

Deplasman fonksiyonu iki şekilde seçilebilir

1) Düğüm noktası deplasman parametreleri ile sonradan belirlenen belirsiz katsayılı basit bir polinom olarak belirlenebilir .

2) Doğrudan , bir elemanın bütün diğer düğüm noktalarında sıfır değeri alan , sadece dikkate alınan düğüm noktasındaki deplasman ve dönmeler için birim değer alan şekil fonksiyonları olarak belirlenebilir .

Bir deplasman fonksiyonu şu şartları sağlamalıdır ;

1) Deplasman fonksiyonu bir polinom şeklinde seçilmiş ise , o polinom eleman

serbestlik derecesi kadar sayıda polinom sabitine sahip olmalıdır .

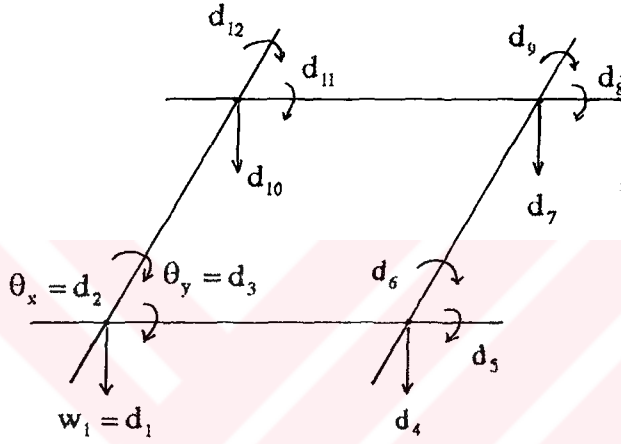
2) Deplasman fonksiyonu , bütün koordinat eksenlerine göre dengelenmelidir.

3) Deplasman fonksiyonu , eleman herhangi bir iç gerilmeye neden olmadan aynı zamanda rijit cisim hareketlerinde bulunmasına izin vermelidir .

4) Deplasman fonksiyonu sabit deformasyon şartını sağlayacak şekilde seçilmelidir .

5) Elemanın içinde ve kenarlarında süreklilik şartını sağlamalıdır . Ayrıca iç ve dış kuvvetlerin içindeki türevlerde de sürekli olmalıdır .

2.3 PLAKLAR İÇİN DEPLASMAN FONKSİYONU SEÇİMİ



Şekil 2.1

Küçük sehimli , dikdörtgen, ince plaklarda herhangi bir noktanın üç ayrı bağımsız deplasmanı vardır .Her düğüm noktası üç serbestlik dereceli olarak ifade edilebilir .

$$\{ d(x,y) \} = \begin{bmatrix} w(x,y) \\ \theta_x(x,y) \\ \theta_y(x,y) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Burada

$\{ d(x,y) \}$; Deplasman vektörü

w ; Orta düzlemin sehimi

θ_x ve θ_y ; Orta düzlemin x ve y eksenlerinin normalinin dönmeleridir .

Bunların her biri düzlemde x ve y koordinatlarının fonksiyonlarıdır . Dikdörtgen bir plak elemanın dört , sekiz veya dokuz düğüm noktası olabilir . Plağın sadece köşe noktaları dikkate alınırsa dört , orta noktalar dikkate alınırsa sekiz , orta noktalar ve plağın orta noktası dikkate alınırsa dokuz düğüm noktası belirlenebilir . Genellikle basitleştirme bakımından dört düğüm noktası tercih edilir . Bir düğüm noktasının üç serbestlik derecesi olduğuna göre , dört düğüm noktalı bir plak elemanın serbestlik derecesi 12 dir . Bu nedenle deplasman fonksiyonu

12 bilinmeyenli bir polinom olarak seçilmelidir .

$$w(x,y)=a_1+a_2x+a_3y+a_4x^2+a_5xy+a_6y^2+a_7x^3+a_8x^2y+a_9xy^2+a_{10}y^3+a_{11}x^3y+a_{12}xy^3 \quad (2.2)$$

$$\theta_x = -\frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.3)$$

$$\theta_y = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.4)$$

(2.2) ifadesinde x'e ve y'ye göre türev alınarak θ_x ve θ_y bulunabilir .

$$\theta_x = -(a_3 + a_5x + 2a_6y + a_8x^2 + 2a_9xy + 3a_{10}y^2 + a_{11}x^3 + 3a_{12}xy^2) \quad (2.5)$$

$$\theta_y = a_2 + 2a_4x + a_5y + 3a_7x^2 + 2a_8xy + a_9y^2 + 3a_{11}x^2y + a_{12}y^3 \quad (2.6)$$

Deplasman fonksiyonu matris formunda yazılırsa,

$$w(x,y)=\{1 \quad x \quad y \quad x^2 \quad xy \quad y^2 \quad x^3 \quad x^2y \quad xy^2 \quad y^3 \quad x^3y \quad xy^3\} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \\ a_9 \\ a_{10} \\ a_{11} \\ a_{12} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

2.7 ifadesi kapalı şekilde yazılırsa ,

$$w(x,y) = \{P\} \cdot \{a\} \quad (2.8)$$

elde edilir. Burada,

$\{a\}$; Bilinmeyen parametreler vektörü

$\{P\}$; Baz polinom vektörüdür .

Aynı şekilde 2.5 ve 2.6 denklemleri kapalı matris formunda ifade edilirse ,

$$\theta_x = -\left\{ \frac{\partial P}{\partial y} \right\} \cdot \{a\} \quad (2.9)$$

$$\theta_y = \left\{ \frac{\partial P}{\partial x} \right\} \cdot \{a\} \quad (2.10)$$

elde edilir. Böylece $\{d(x,y)\}$ matris formunda şöyle yazılabilir ,

2 . düğüm noktası için (x=a , y=0)

$$\{d\} = \begin{bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 & a^2 & 0 & 0 & a^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -a & 0 & 0 & -a^2 & 0 & 0 & -a^3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2a & 0 & 0 & 3a^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \{a\}$$

3 . düğüm noktası için (x=a , y=b)

$$\{d\} = \begin{bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a & b & a^2 & ab & b^2 & a^3 & a^2b & ab^2 & b^3 & a^3b & ab^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -a & -2b & 0 & -a^2 & -2ab & -3b^2 & -a^3 & -3ab \\ 0 & 1 & 0 & 2a & b & 0 & 3a^2 & 2ab & b^2 & 0 & 3a^2b & b^2 \end{bmatrix} \cdot \{a\}$$

4 . düğüm noktası için (x=0 , y=b)

$$\{d\} = \begin{bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & b & 0 & 0 & b^2 & 0 & 0 & 0 & b^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -2b & 0 & 0 & 0 & -3b & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & b & 0 & 0 & 0 & b^2 & 0 & 0 & b^3 \end{bmatrix} \cdot \{a\}$$

Dört düğüm noktası birleştirilerek yazılırsa;

$$\{d\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 & a^2 & 0 & 0 & a^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -a & 0 & 0 & -a^2 & 0 & 0 & -a^3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2a & 0 & 0 & 3a^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a & b & a^2 & ab & b^2 & a^3 & a^2b & ab^2 & b^3 & a^3b & ab^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -a & -2b & 0 & -a^2 & -2ab & -3b^2 & -a^3 & -3ab \\ 0 & 1 & 0 & 2a & b & 0 & 3a^2 & 2ab & b^2 & 0 & 3a^2b & b^2 \\ 1 & 0 & b & 0 & 0 & b^2 & 0 & 0 & 0 & b^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -2b & 0 & 0 & 0 & -3b & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & b & 0 & 0 & 0 & b^2 & 0 & 0 & b^3 \end{bmatrix} \cdot \{a\} \quad (2.13)$$

elde edilir . 2.13 ifadesi kapalı şekilde yazılırsa ;

$$\{d\} = [A] \cdot \{a\} \quad (2.14)$$

Burada ;

[A] : bağ matrisidir . Denklem 2.14 ' de {a} yalnız bırakılırsa

$$\{a\} = [A]^{-1} \cdot \{d\} \quad (2.15)$$

bulunur . Bu ifade $[A]^{-1} = [B]$ tanımlaması yapıp , denklem 2.8 ' de yerine koyulursa ;

$$w(x,y) = \{P\} \cdot [B] \cdot \{d\} \quad (2.16)$$

elde edilir . buradaki $\{P\} \cdot [B]$ çarpımı şekil fonksiyonu olarak tanımlanır ve ;

$$[N] = \{P\} \cdot [B] \quad (2.17)$$

şeklinde ifade edilir .Bu tanımı kullanarak denklem 2.16 ;

$$w(x,y) = [N] \cdot \{d\} \quad (2.18)$$

halini alır .

2.5 DEFORMASYONLARIN DEPLASMANLAR CİNSİNDEN İFADESİ

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \frac{2\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Denklem 2.18 ve 2.19 u kullanılarak ;

$$\{w\} = \begin{bmatrix} -N_{xx} \\ -N_{yy} \\ 2N_{xy} \end{bmatrix} \cdot \{d\} \quad (2.20)$$

elde edilir .

Denklem 2.2 deki deplasman fonksiyonunun türevleri alınır ;

$$k_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -(2a_4 + 6a_7x + 2a_8y + 6a_{11}xy)$$

$$k_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -(2a_6 + 2a_9x + 6a_{10}y + 6a_{12}xy)$$

$$k_{xy} = \frac{2\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 2(a_5 + 2a_8x + 2a_9y + 3a_{11}x^2 + 3a_{12}y^2)$$

elde edilir . Bu eşitlikler matris formunda yazılırsa ;

$$\begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & -6x & -2y & 0 & 0 & -6xy & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & -2x & -6y & 0 & -6xy \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 4x & 4y & 0 & 6x^2 & 6y^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \\ a_9 \\ a_{10} \\ a_{11} \\ a_{12} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

şeklini alır . 2.20 ifadesi kapalı formda yazılırsa ,

$$\{\varepsilon\} = [C] \cdot \{a\} \quad (2.22)$$

olur . Denklem 2.15 kullanılarak 2.21 ifadesi ;

$$\{\varepsilon\} = [C] \cdot [B] \cdot \{d\} \quad (2.23)$$

olarak elde edilir .

2.6 ELEMAN RİJİTLİK MATRİSİ

Eleman rijitlik matrisi ve yük vektörü , virtüel iş prensibi veya minimum potansiyel enerji prensiplerinden biri kullanılarak bulunabilir .

$$V = U + \Omega \quad (2.24)$$

Burada ,

U : Şekil değiştirmelerin yaptığı iş

Ω : Dış kuvvetlerin işi

Plakta iç kuvvetlerin enerjisi;

$$U = \frac{D}{2} \iint [k_x^2 + k_y^2 + 2\mu k_x k_y + 2(1-\mu)k_{xy}^2] d_x d_y \quad (2.25)$$

şeklindedir . Çeşitli yükler için dış kuvvetlerin işi ;

$$\Omega = - [\iiint t \cdot w_i \cdot dV + \iint P \cdot w_i \cdot dF + \int q \cdot w_i \cdot ds + Q \cdot w_i] \quad (2.26)$$

Bu bağıntıda deplasman ve kuvvetler aynı yöndedir . Burada ;

w_i : deplasmanlar

t : kütleli yük

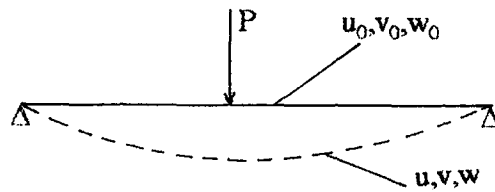
P : yayılı yük

q : çizgisel yük

Q : tekil yük

Virtüel iş prensibi geneldir . Sistemin ve malzemenin lineer olduğu ya da lineer olmadığı durumlarda kullanılabilir . Bu prensibe göre , denge halindeki bir sistemde dış kuvvetlerin virtüel işi , iç kuvvetlerin virtüel işine eşittir .

Minimum potansiyel enerji prensibi ise lineer ya da lineer olmayan sistemlerde kullanılabilir ama malzeme lineer olmalıdır . Denge halindeki bir sistemin potansiyel enerjisi sabittir . Deplasmandaki artımlar ve toplam potansiyel enerjinin varyasyonları :



Şekil 2.3

$$\begin{aligned}
u &= u_0 + u_1 \\
v &= v_0 + v_1 \\
w &= w_0 + w_1
\end{aligned} \tag{2.27}$$

Burada ;

u_0, v_0, w_0 : denge konumuna karşı gelen deplasmanlar

u_1, v_1, w_1 : ikinci bir konum elde etmek için verilen sonsuz virtüel artımlar

u, v, w : ikinci konuma karşı gelen deplasmanlar 'dır.

Toplam potansiyel enerjideki değişim :

$$\Delta V = V(u_0 + u_1, v_0 + v_1, w_0 + w_1) - V(u_0, v_0, w_0) \tag{2.28}$$

dir . Bu ifade seriye açılırsa ;

$$\Delta V = \delta V + \frac{1}{2!} \delta^2 V + \frac{1}{3!} \delta^3 V + \dots \tag{2.29}$$

$\delta V = 0$ ve $\frac{1}{2!} \delta^2 V > 0$ ise toplam potansiyel enerji minimumdur .

Burada ;

δV : potansiyel enerjinin birinci varyasyonu denge denklemlerini ,

$\frac{1}{2!} \delta^2 V$: ikinci varyasyonu stabilite denklemlerini

verir . Diğer terimler çok küçük olduğu için ihmal edilir . Geometrik sınır şartlarını ve uygunluk şartlarını sağlayan bütün yer değişimi varyasyonları içinde , sistemin dengesini sağlayan yer değişimleri toplam potansiyel enerjiyi minimum yapar.

$$\delta V = \delta U - \delta \Omega = 0 \tag{2.30}$$

Dış iş özel olarak yayılı yük alınırsa denklem 2.30 ;

$$\delta V = \iint \delta \epsilon^T \cdot \sigma \cdot dF - \iint \delta P \cdot w \cdot dF = 0 \tag{2.31}$$

halini alır . Bu denklemde σ nın değeri yerine koyulursa ;

$$\delta V = \delta \left(\iint \epsilon^T \cdot D \cdot \epsilon \cdot dx \cdot dy - \iint P \cdot w \cdot dx \cdot dy \right) = 0 \tag{2.32}$$

elde edilir . Burada ;

$$[K] = \iint \epsilon^T \cdot D \cdot \epsilon \cdot dx \cdot dy \tag{2.33}$$

$$\{Q\} = \iint P \cdot w \cdot dx \cdot dy \tag{2.34}$$

şeklinde tanımlanır . Burada ;

$[K]$: Rijitlik matrisi,

$\{Q\}$: Yük vektörüdür .

$$[K] \cdot \{d\} = \{Q\} \tag{2.35}$$

Eleman rijitlik matrisinin hesabında iki yöntem kullanılır ;

1) İntegral matrisleriyle hesap :

Denklem 2.23 ve 2.33 yi kullanarak ;

$$[K] = \{d\}^T \iint [B]^T \cdot [C]^T \cdot [D] \cdot [C] \cdot [B] \cdot dx \cdot dy \cdot \{d\} \tag{2.36}$$

elde edilir . Kısaltmak amacıyla ;

$$[H] = [C].[B] \quad (2.37)$$

denilirse denklem 2.36 şu hale gelir :

$$[K] = \{d\}^T \iint [H]^T.[D].[H].dx.dy .\{d\} \quad (2.38)$$

2) Şekil fonksiyonlarının türevlerinden yararlanarak hesap yazılabilir . Denklem 2.20 kullanılarak denklem 2.33 düzenlenirse ;

$$[K] = \{d\}^T \iint [N]^T.[D].[N].dx.dy .\{d\} \quad (2.39)$$

elde edilir .

Elemanın boyutları , şekli ya da elastisite modülü değişirse $[D]$ matrisi değişir . Buna bağlı olarak yeni bir eleman rijitlik matrisi hesaplamak gerekir .

2.7 YÜK VEKTÖRÜ

Tekil yük için :

Yük hangi düğüm noktasına geliyorsa , yükün kendi değeri , o noktadaki yer değiştirmelerle aynı doğrultuda yerleştirilir .

Yayılı yük için :

Şekil fonksiyonları ile birim yayılı yükün çarpımından bulunur .

$$\{Q\} = \iint \{N\}.P.dx.dy \quad (2.40)$$

2.8 SİSTEME GEÇİŞ

Elemandan sisteme geçiş için iki yöntem vardır .

- 1) Çevirme matrisleri ile ,
- 2) Biriktirme yöntemi ile

Eleman rijitlik matrisi ve yük vektörü bu iki yöntemden birisi ile sisteme geçilir . Sınır şartları yerine koyulur ve 2.35 denklem takımı çözülürse , buradan bilinmeyen deplasman parametreleri bulunur .

2.9 NERVÜRLÜ PLAKLAR İÇİN HESAPLANAN
ELEMEN RİJİTLİK MATRİSİ

$$K_{1,1} = 4b/a^3(D+D_x) + 2\mu D/ab + 4a/b^3(D+D_y) + 5.6/ab[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{1,2} = -\mu D/a - 2a/b^2(D+D_y) - 0.4/a[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{1,3} = 2b/a^2(D+D_x) + \mu D/b + 0.4/b[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{1,4} = -4b/a^3(D+D_x) - 2\mu D/ab + 2a/b^3(D+D_y) - 5.6/ab[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{1,5} = \mu D/a - a/b^2(D+D_y) + 0.4/a[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{1,6} = 2b/a^2(D+D_x) + 0.4/b[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{1,7} = -2b/a^3(D+D_x) + 2\mu D/ab - 2a/b^3(D+D_y) + 5.6/ab[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{1,8} = a/b^2(D+D_y) + 0.4/a[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{1,9} = b/a^2(D+D_x) - 0.4/b[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{1,10} = 2b/a^3(D+D_x) - 14\mu D/ab - 4a/b^3(D+D_y) - 5.6/ab[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{1,11} = 6\mu D/a - 2a/b^2(D+D_y) - 0.4/a[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{1,12} = b/a^2(D+D_x) - \mu D/a - 0.4/b[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{2,2} = 4a/3b(D+D_y) + 8b/15a[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{2,3} = -\mu D$$

$$K_{2,4} = \mu D/a - a/b^2(D+D_y) + 0.4/a[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{2,5} = 4a/6b(D+D_y) - 8b/15a[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{2,6} = 0$$

$$K_{2,7} = a / b^2 (D + D_y) - 0.4 / a [(1 - \mu) D / 2 + C]$$

$$K_{2,8} = a / 3b (D + D_y) + 2b / 15a [(1 - \mu) D / 2 + C]$$

$$K_{2,9} = 0$$

$$K_{2,10} = 2 a / b^2 (D + D_y) - 0.4 / a [(1 - \mu) D / 2 + C]$$

$$K_{2,11} = 2a / 3b (D + D_y) - 2b / 15a [(1 - \mu) D / 2 + C]$$

$$K_{2,12} = 0$$

$$K_{3,3} = 4b / 3a (D + D_y) + 8a / 15b [(1 - \mu) D / 2 + C]$$

$$K_{3,4} = -2b / a^2 (D + D_x) - 0.4 / b [(1 - \mu) D / 2 + C]$$

$$K_{3,5} = 0$$

$$K_{3,6} = 2b / 3a (D + D_x) - 2a / 15b [(1 - \mu) D / 2 + C]$$

$$K_{3,7} = -b / a^2 (D + D_x) + 0.4 / b [(1 - \mu) D / 2 + C]$$

$$K_{3,8} = 0$$

$$K_{3,9} = b / 3a (D + D_x) + 2a / 15b [(1 - \mu) D / 2 + C]$$

$$K_{3,10} = b / a^2 (D + D_x) - \mu D / b - 0.4 / b [(1 - \mu) D / 2 + C]$$

$$K_{3,11} = 0$$

$$K_{3,12} = 2b / 3a (D + D_x) - 8a / 15b [(1 - \mu) D / 2 + C]$$

$$K_{4,4} = 4b / a^3 (D + D_x) + 2 \mu D / ab + 4a / b^3 (D + D_y) + 5.6 / ab [(1 - \mu) D / 2 + C]$$

$$K_{4,5} = -\mu D / a - 2 a / b^2 (D + D_x) - 0.4 / a [(1 - \mu) D / 2 + C]$$

$$K_{4,6} = -2b/a^2(D+D_x) - \mu D/b - 0.4/b[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{4,7} = 2b/a^3(D+D_x) - 2\mu D/ab - 4a/b^3(D+D_y) - 5.6/ab[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{4,8} = -2a/b^2(D+D_y) - 0.4/a[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{4,9} = -b/a^2(D+D_x) + \mu D/b + 0.4/b[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{4,10} = -2b/a^3(D+D_x) - 2\mu D/ab - 2a/b^3(D+D_y) + 5.6/ab[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{4,11} = -a/b^2(D+D_y) + 0.4/a[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{4,12} = -b/a^2(D+D_x) + 0.4/b[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{5,5} = 4a/3b(D+D_y) + 4.8b/9a[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{5,6} = \mu D$$

$$K_{5,7} = 2a/b^2(D+D_y) + 0.4/a[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{5,8} = 2a/3b(D+D_y) - 2b/15a[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{5,9} = 0$$

$$K_{5,10} = a/b^2(D+D_y) - 0.4/a[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{5,11} = a/3b(D+D_y) + 2b/15a[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{5,12} = 0$$

$$K_{6,6} = 4b/3a(D+D_x) + 8a/15b[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{6,7} = -b/a^2(D+D_x) + \mu D/b + 0.4/b[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{6,8} = 0$$

$$K_{6,9} = 2b/3a(D+D_x) - 8a/15b[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{6,10} = b/a^2(D+D_x) - 0.4/b[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{6,11} = 0$$

$$K_{6,12} = b/3a(D+D_x) + 2a/15b[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{7,7} = 4b/a^3(D+D_x) + 2\mu D/ab + 4a/b^3(D+D_y) + 5.6/ab[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{7,8} = \mu D/a + 2a/b^2(D+D_y) + 0.4/a[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{7,9} = -2b/a^2(D+D_x) - \mu D/b - 0.4/b[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{7,10} = -4b/a^3(D+D_x) - 2\mu D/ab + 2a/b^3(D+D_y) - 5.6/ab[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{7,11} = -\mu D/a + a/b^2(D+D_y) - 0.4/a[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{7,12} = -2b/a^2(D+D_x) - 0.4/b[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{8,8} = 4a/3b(D+D_y) + 8b/15a[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{8,9} = -\mu D$$

$$K_{8,10} = -\mu D/a + a/b^2(D+D_y) - 0.4/a[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{8,11} = 2a/3b(D+D_y) - 8b/15a[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{8,12} = 0$$

$$K_{9,9} = 4b/3a(D+D_x) + 8a/15b[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{9,10} = 2b/a^2(D+D_x) + 0.4/b[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{9,11} = 0$$

$$K_{9,12} = 2b/3a(D+D_x) - 2a/15b[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{10,10} = 4b/a^3(D+D_x) + 2\mu D/ab + 4a/b^3(D+D_y) + 5.6/ab[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{10,11} = \mu D/a + 2a/b^2(D+D_y) + 0.4/a[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{10,12} = 2b/a^2(D+D_x) + \mu D/b + 0.4/b[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{11,11} = 4a/3b(D+D_y) + 8b/15a[(1-\mu)D/2 + C]$$

$$K_{11,12} = \mu D$$

$$K_{12,12} = 4b/3a(D+D_x) + 8a/15b[(1-\mu)D/2 + C]$$



3 DİNAMİK

İnşaat mühendisliğinde dinamik , zamana bağlı olarak değişen yükler altında taşıyıcı sistemdeki gerilmelerin ve yer değiştirmelerin incelenmesini içerir.

Bir yapıya gelen yükler , zati yükler dışında statik değildir. Bu yükler zamana bağlı olarak değişmektedir. Genellikle yükün şiddetinin zamanla değişimi dikkate alınmayacak kadar yavaştır. Ancak çok kısa süreli büyük yük değişimlerinin olduğu deprem gibi durumlar için dinamik hesap yapılmalıdır. Statikteki gerilme yer değiştirme bağıntıları dinamik hesapta da kullanılır. Önce yer değiştirmelerin zamana bağlı değişimi bulunup , buradan gerilmeler hesaplanır.

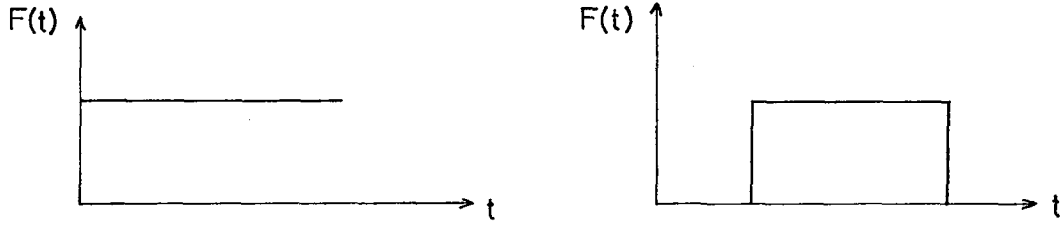
Eğer bir sisteme etkiyen yük , dinamik özelliğe sahipse zamana bağlı olarak meydana gelecek yer değiştirmelerin ivmeleri , atalet kuvvetleri meydana getirirler. Bu durumda sistem iki tür yükün etkisi altında düşünülebilir. Harekete neden olan dış yük ve hareketin ivmelenmesine karşı duran atalet kuvvetleri. D'Alambert prensibine göre ; sisteme etki eden atalet kuvvetleri , sönüm etkileri ve deformasyonlar sonucunda meydana gelen elastik kuvvetler ile beraber dış kuvvetler her an denge halinde olmalıdır. Oluşan iç kuvvetleri hesaplayabilmek için , atalet kuvvetlerinin belirlenmiş olması gerekir. Atalet kuvvetleri de yer değiştirmelere dolayısıyla iç kuvvetlere bağlıdır. Bu problemi çözebilmek , sistemin hareketi için yazılacak diferansiyel denklemin uygun sınır ve başlangıç koşulları altında çözülmesi ile mümkün olur. Yapı özellikleri ve etkiyen kuvvetlerden yola çıkılarak titreşim sistemine ait mekanik bir yay - kütle modeli oluşturulur ve kütlelere ait titreşim denklemleri kurularak çözüme ulaşılır.

Genellikle dinamik hesapla bulunan yer değiştirmeler , statik hesapla bulunan yer değiştirmelere göre daha büyüktür. Dinamik yer değiştirmenin , statik yer değiştirmeye oranına dinamik yük çarpanı (DYÇ) denir. Çoğu yapı probleminde DYÇ nin sadece maksimum değeri dikkate alınır. Yapıya uygulanan kuvvet sabit değilse DYÇ , dikkate alınan zaman aralığındaki maksimum F kuvveti ile bulunur.

3.1 DİNAMİK KUVVETLER

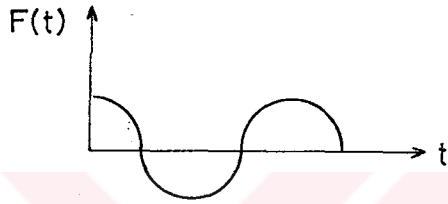
Deprem , patlama kuvveti , darbe kuvveti , rüzgar ve makina titreşim kuvvetleri etkileri zamanla değişen kuvvetlerdir. Zamanın fonksiyonu olan bu kuvvetlerin etkisindeki yapının mukabelesi de zamanın bir fonksiyonudur. Bu kuvvetler ; periyodik kuvvetler , periyodik olmayan kuvvetler , deterministik kuvvetler ve keyfi kuvvetler şeklinde sınıflandırılırlar . Kuvvet fonksiyonunun tipine göre ;

1) Basamak kuvvetler



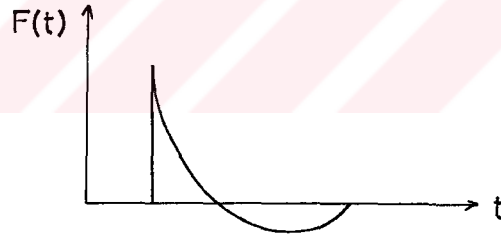
Şekil 3.1

2) Sinüzoidal kuvvet



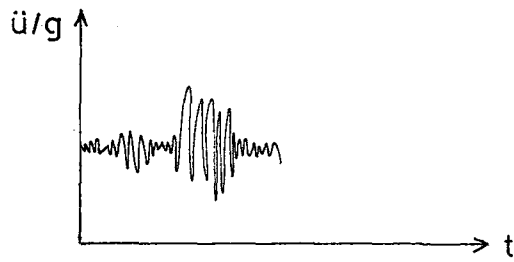
Şekil 3.2

3) Patlama kuvveti



Şekil 3.3

4) Keyfi kuvvetin ivmesi



Şekil 3.4

3.2 TİTREŞİM SİSTEMLERİNİN SINIFLANDIRILMASI

1) Ayrık veya sürekli sistemler : Yapılar kütlelerinin , yayılı kütle ya da düğüm noktalarında yığılmış kütle olarak kabul edilmesi şeklinde sınıflandırılırlar . Sürekli sistemlerde , kütleler eleman boyunca yayılıdır . Ayrık sistemlerde kütlelerin bulunduğu noktalarda dinamik dengenin yazılmasına karşılık , sürekli sistemlerde diferansiyel bir parçanın dinamik dengesi yazılır . Sürekli sistem , serbestliği sonsuz olan ayrık bir sistem gibi düşünülebilir .

2) Sönümlü veya sönümsüz sistemler : Yapılar enerji yutma kabiliyetlerine göre sönümlü ya da sönümsüz sistemler şeklinde sınıflandırılırlar . Malzemenin iç sürtünmesinden dolayı titreşimleri söndürme kabiliyeti vardır . Sönüm , dolayısıyla sistem enerjisinin bir kısmı başka bir enerjiye dönüşür ve enerji yutulur .Bu , deprem etkileri açısından tercih edilen bir durumdur .Sönüm kuvveti , titreşim hızı ile orantılıdır . Çoğu sistemlerde hesap kolaylığı sağlaması bakımından sönüm ihmal edilir .

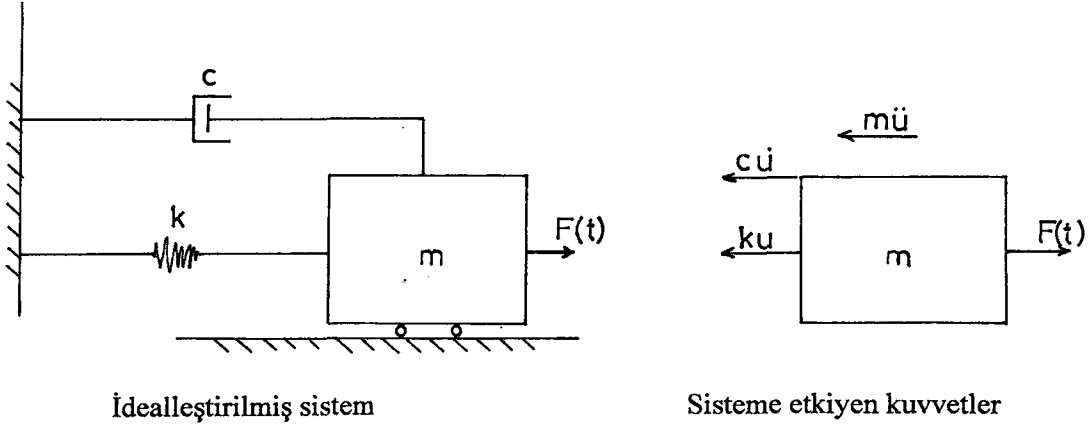
3) Serbest veya zorlanan sistemler : Yapılar , serbest veya zorlanmış titreşim hareketlerine göre sınıflandırılırlar .Serbest titreşim ; bir ilk hareketten sonra , sistemin bu başlangıç koşullar altında serbestçe titreşimidir .Zorlanmış titreşim ise yapının dinamik kuvvetler altında yaptığı titreşimdir .

4) Lineer veya lineer olmayan sistemler : Yapılar , malzeme bakımından ve sistem bakımından lineer ya da lineer olmayanlar şeklinde sınıflandırılırlar . Bu sınıflandırma malzemeye ait $\sigma - e$ bağıntıları , dinamik yükün şekli veya eksenel kuvvetlerin varlığı ile ilgilidir .

5) Tek veya çok serbestlik dereceli sistemler : Yapılar , serbestlik derecesi sayısına göre tek serbestlik dereceli veya çok serbestlik dereceli olarak sınıflandırılırlar . Sistemin yer değiştirmesi , seçilen bazı noktaların yer değiştirmesiyle veya belirli fonksiyonların toplamı şeklinde ifade edilebilir . Bu noktaların veya koordinat fonksiyonlarının sayısı sistemin serbestlik derecesidir .

3.3 TEK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLER

Sistemin hareket halinde bulunduğu konum tek bir parametre ile belirlenebiliyorsa , bu tür sistemlere tek serbestlik dereceli sistemler denir . Tek serbestlik dereceli bir sistemin mekanik modeli :



Şekil 3.5

Şekil 3.5 teki sistemin hareket denklemi :

$$m.\ddot{u} + c.\dot{u} + k.u = F(t) \quad (3.1)$$

Bu denklem , tek serbestlik dereceli bir sistemin en genel haldeki diferansiyel hareket denklemdir . Burada ;

m : kütle

\ddot{u} : kütlelerin ivmesi

c : sönüm katsayısı

\dot{u} : kütlelerin hızı

k : yay katsayısı

$m.\ddot{u}$: atalet kuvveti

$c.\dot{u}$: sönüm kuvveti

$k.u$: yay kuvveti

$F(t)$: dinamik kuvvet' tir .

3.3.1 SÖNÜMSÜZ SERBEST TİTREŞİM

Sönümsüz serbest titreşimde sönüm kuvveti $c.u$ ve dinamik kuvvet $F(t)$ sıfırdır . Bu durumda 3.1 denklemi ;

$$m.\ddot{u} + k.u = 0 \quad (3.2)$$

şeklini alır . Bu , basit harmonik titreşim denklemdir . Titreşim olabilmesi için sisteme ilk yer değiştirme veya ilk hız uygulamak gerekir .

3.2 denkleminde bütün terimler m ile bölünürse

$$\ddot{u} + \frac{k}{m} u = 0 \quad (3.4)$$

elde edilir . Burada

$$\frac{k}{m} = \omega^2 \quad (3.5)$$

tanımlaması yapılırsa 3.4 denklemini

$$\ddot{u} + \omega^2 u = 0 \quad (3.6)$$

haline gelir . Bu homojen diferansiyel denklemin çözümü :

$$u = c_1 \sin \omega t + c_2 \cos \omega t \quad (3.7)$$

veya

$$u = A \cos (\omega t + \theta) \quad (3.8)$$

şeklinde yazılabilir . Burada

$$A = \sqrt{c_1^2 + c_2^2} \quad (3.9)$$

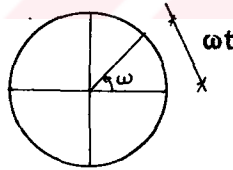
hareketin genliği , maksimum yer değiştirmesi ,

$$\theta = \arctan (c_2 / c_1) \quad (3.10)$$

faz açısı ,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.11)$$

tabii açısal frekanstır.



Şekil 3.6

Şekil 3.6 den

$$\omega \cdot T = 2\pi \quad (3.12)$$

olduğu görülür . Bu ifade , 3.11 denklemini ile T ye göre düzenlenirse

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3.13)$$

elde edilir . Burada ,

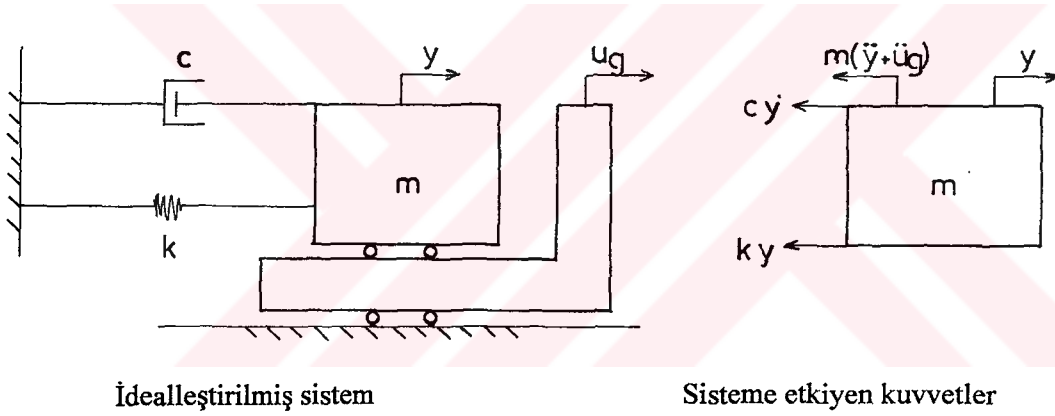
T : Tabii periyot ' tur.

3.3.2 SİSTEMLERİN DEPREME MUKABELESİ

Depreme dayanıklı yapılar tasarlayabilmek için , depremden doğacak kuvvetlerin bilinmesi gerektir. Gelecekteki depremlerin şiddet ve karakteristiklerini tahmindeki doğruluk derecesi ve inşaa edilecek yapıların titreşim özellikleri ve rijitliklerini doğru olarak hesaplaya- bilmekteki güçlükler nedeniyle , deprem kuvvetlerini kesin olarak hesaplamak mümkün değildir . Bununla birlikte çeşitli hesap yöntemleriyle , taşıyıcı sistemleri güvenilebilir bir emniyet çerçevesi içinde depremlerin tahrip edici etkilerine karşı dayanacak şekilde hesaplamaya imkan vardır .

Bir deprem hem düşey ve hem de yatay doğrultularda zeminde gelişigüzel hareketler meydana getirir . Zemindeki bu hareketler , üzerinde bulunan taşıyıcı sistemde harekete geçirir ve taşıyıcı sistemin kütlesi ve esnekliği nedeniyle bir takım atalet kuvvetleri oluşturur .

Deprem etkisindeki tek serbestlik dereceli bir sistemin mekanik modeli :



Şekil 3.7

Genel hareket denklemi:

$$m (\ddot{y} + \ddot{u}_g) + c \dot{y} + ky = 0 \quad (3.14)$$

Burada ;

\ddot{u}_g : yer hareketinin ivmesi

y : yayın deplasmanı (kütlenin relatif hareketi)

3.14 denkleminde her terim m ile bölünürse ;

$$\ddot{y} + \frac{c}{m} \dot{y} + \frac{k}{m} y = - \ddot{u}_g \quad (3.15)$$

3.15 denkleminde kısaltmak amacıyla

$$2q = c/m \text{ ve } \omega^2 = k/m \quad (3.16)$$

ifadeleri yerine koyulursa;

$$\ddot{y} + 2q\dot{y} + \omega^2 y = -\ddot{u}_g \quad (3.17)$$

3.17 dekleminin

$$\ddot{y} + 2q\dot{y} + \omega^2 y = 0 \quad (3.18)$$

homojen çözümü :

$$y = e^{(\alpha+i\beta)t} \quad (3.19)$$

Kabul edilir ve denklem 3.18 de yerine koyulursa

$$(\alpha^2 - \beta^2 + 2q\alpha + \omega^2) + i(2\alpha\beta + 2q\beta) = 0 \quad (3.20)$$

elde edilir . Bu karakteristik denklemin sanal ve reel kısımlarının sıfır olma şartından ;

$$\alpha = -q \quad (3.21)$$

ve

$$\beta = \omega \sqrt{1 - \frac{p^2}{\omega^2}} \quad (3.22)$$

elde edilir . Sönüm katsayısı c ' nin özel bir değeri için $\beta = 0$ olur . Bu değere $c_{cr} =$ kritik sönüm katsayısı denir . 3.16 ifadeleri de kullanılarak kritik sönüm için

$$c_{cr} = 2m\omega \quad (3.23)$$

bulunur . Titreşimdeki sönüm katsayısının kritik sönüm katsayısına oranına sönüm yüzdesi denir ve ξ ile gösterilir .

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{q}{\omega} \quad (3.24)$$

Sönüm yüzdesi ifadesi kullanılıp , β yerine sönümlü özel frekans anlamında ω_D notasyonu kullanılırsa 3.21 ve 3.22 denklemleri ;

$$\alpha = -\xi\omega \quad (3.25)$$

$$\beta = \omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2} \quad (3.26)$$

olur . Böylece denklem 3.19 da kabul edilen çözüm ;

$$y = e^{(-\xi\omega + i\omega_D)t} \quad (3.27)$$

şekline girer .

Eğer $\xi < 1$ ise , ω_D reeldir . Moivre formülü yardımıyla

$$y = e^{-\xi\omega t} (A \sin \omega_D t + B \cos \omega_D t) \quad (3.28)$$

yazılabilir .

Başlangıç koşulları $t = 0$, $y = y_0$, $\dot{y} = v_0$ yerine koyulursa , integrasyon sabitleri :

$$A = \frac{v_0 + \xi\omega y_0}{\omega_D} , \quad B = y_0 \quad (3.29)$$

bulunur . Titreşimin genlikleri ξ ye bağlı olarak gittikçe azalır ve sonsuzda sıfır olur . Bu durumda hareketin denklemi

$$y = e^{-\xi\omega t} \left(\frac{v_0}{\omega_D} \sin \omega_D t \right) \quad (3.30)$$

bulunur . Burada ;

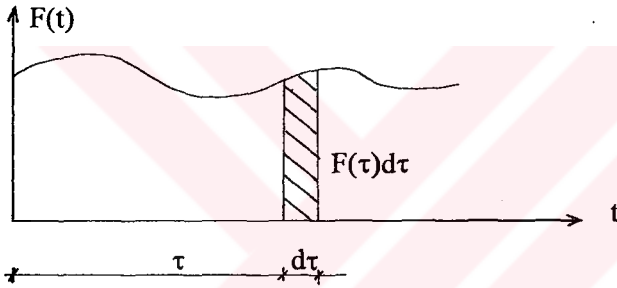
ω : sönümsüz titreşim özel frekansı

ω_D : sönümlü titreşim özel frekansı

v_0 : başlangıçtaki hız 'dır .

3.3.3 DUHAMEL İNTEGRALI

Duhamel integral denklemi yardımıyla , zamanla değişen bir dış kuvvetin etkisi altında zorlanmış titreşime maruz tek kütleli sistemin , istenilen herhangi bir t anındaki yer değiştirme , hız veya ivmesini hesaplamak mümkündür .



Şekil 3.8

Sükunetteki bir sisteme I impulsu uygulanırsa sistem kütlesi $ü = F(t) / m$ kadar ivme ile harekete geçecek ve Δt gibi çok kısa bir sürede kazanacağı hız :

$$u = \frac{F(t)}{m} \Delta t = \frac{I}{m} \quad (3.31)$$

$$I = F(t) \Delta t \quad (3.32)$$

çarpımına impuls denir ve kuvvet eğrisinin altında kalan alana eşittir . Zaman aralığını gösteren $d\tau$ sonsuz küçük ve başlangıç hızı sıfır kabul edilirse , bu aralıkta meydana gelen impuls

$$v_0 = \frac{F(\tau)d\tau}{m} \quad (3.33)$$

şeklinde bir ilk hız meydana getirir . Bu ilk hızın etkisi altında , kütleli hareket denkleminin bu impuls için denklem 3.30 gereğince

$$dy = e^{-\xi\omega(t-\tau)} \left[\frac{F(\tau)d\tau}{m\omega_D} \sin\omega_D(t-\tau) \right] \quad (3.34)$$

yazılabilir . dy mesafesinin ölçüldüğü t anına kadar geçen zaman $(t-\tau)$ dur .Herhangi t anındaki toplam mesafeyi veren y değerini elde etmek için , $d\tau$ zaman aralıklarında etki eden

impusların meydana getirdiği dy yer değiştirmelerini süperpoze etmek gerekir . Lineer sistemlerde geçerli olabilecek bu işlem , 0 ' dan t 'ye kadar integrasyon yapmaya tekabül eder . 3.34 denklemi integre edildiğinde

$$y = \int_0^t e^{-\xi\omega(t-\tau)} \frac{F(\tau)}{m\omega_0} \sin\omega_0(t-\tau) d\tau \quad (3.35)$$

Buradan 3.17 denkleminin çözümüne geçilebilir . Duhamel integral denklemi 3.35 te $\frac{1}{\omega_D}$

integral dışına alınıp 3.17 denklemine göre uygulanırsa ,

$$y = \frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin\omega_D(t-\tau) d\tau \quad (3.36)$$

elde edilir . Burada $\frac{1}{\omega_D}$ yapının özelliğini , $\ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin\omega_D(t-\tau) d\tau$ ise zeminin özelliğini gösterir .

Bu formül her türlü özel dış yük haline uygulanabilir .Burada ;

ξ : Sönüm yüzdesi

ω_D : Sönümlü sistemin açısal frekansıdır .

ω_D ve ω birbirine çok yakın değerlerdir . Bu nedenle $\omega_D = \omega$ alınabilir .Özel değerlerin hesabında sönümsüz sistemlerin incelenmesi daha uygundur .

Yapının yer hareketine mukabelesi ; zemin titreşim ivmesinin değişiminin , yapının özel değerinin ve sönüm oranının bir fonksiyonudur .

Duhamel integral denklemi ile deprem hareketine ait relatif yer değiştirme elde edildikten sonra , türev yoluyla relatif hız ve ivme elde edilebilir . Böylece deprem mukabele denklemlerinin mutlak maksimumları T veya ω ve ξ (sönüm yüzdesi) cinsinden bulunursa , depreme ait yer değiştirme , hız ve ivme spektrumları elde edilir . Mukabele spektrumları , bir yapının maksimum mukabelesinin bulunması ve mukavemet hesaplarının buna göre yapılmasını sağlamak için elde edilmektedir .

3.4 DEPREM SPEKTRUMLARI

Yapıların deprem etkisine göre hesabında , değişik deprem kayıtlarını veya en azından bunlardan birini alarak hareket denklemlerini zaman veya frekans alanında integre ederek yerdeğiştirme , hız , ivme ve elastik kuvvetlerin bulunması şeklinde bir yol izlenir .Ancak bu uzun hesapların yapılması çok zor , bazı durumlarda olanaksız ve gereksizdir . Daha iyi bir çözüm yöntemi olarak deprem spektrumlarından yararlanılır . Bir depremin spektrumu , deprem etkisine maruz tek serbestlik dereceli bir sistemin davranışının maksimumunu serbest titreşim periyoduna bağlı olarak gösteren eğridir .

Deprem yükleri keyfi oldukları için spektrumlar da belirli bir fonksiyonla ifade edilemezler . Deprem kayıtları , yapıların mukabelelerinin bulunmasında kullanılır .

3.36 integral denklemindeki zeminin hareketi ile ilgili integrali S ile ve birimi hız olan bu integralin maksimum değeri S_v ile gösterilirse , yapının maksimum deplasmanı için :

$$y_{\max} = \frac{1}{\omega} S_{\max} = \frac{1}{\omega} S_v \quad (3.37)$$

yazılabilir . Burada ,

S_v : hız spektrumu

olarak adlandırılır . Deprem hareketleri için yaklaşık olarak , kütlenin maksimum relatif yer değiştirme hızı ve maksimum mutlak ivmesi arasında şu bağıntıların varlığı kabul edilebilir :

maksimum relatif yer değiştirme y_{\max} :

$$y_{\max} = S_d = \frac{1}{\omega} S_v \quad (3.38)$$

maksimum relatif hız y_{\max} :

$$y_{\max} = S_v = \omega S_d \quad (3.39)$$

maksimum mutlak ivme

$$y_{\max} = S_a = \omega S_v = \omega^2 S_d \quad (3.40)$$

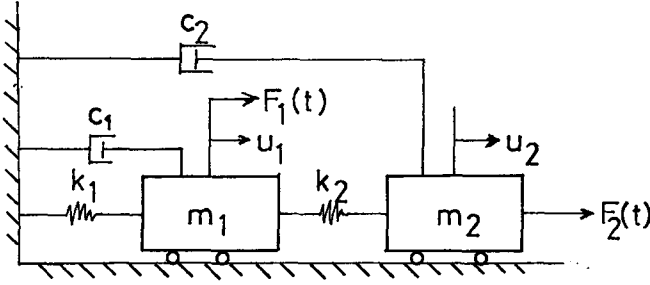
Burada , S_d ve S_a değerlerine sırasıyla yer değiştirme ve ivme spektrum değerleri denir

Belirli bir depremin ivme - zaman grafiğinden yararlanılarak , belirli özel periyotlu yapıların bu depreme ne şekilde mukabele edecekleri sayısal integrasyonla bulunur . Zaman ekseninde çeşitli yapıların örneğin ; T_1, T_2, \dots, T_n özel periyotlu yapıların yer değiştirme eğrileri çizilir . Buradan hız ve ivme spektrum eğrileri elde edilir .

Dinamik analizde kullanılacak spektrum eğrileri , analizi yapılacak yapının bulunduğu yer ve zemin özellikleri dikkate alınarak seçilmelidir .

3.5 ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLER

Sistemin hareket halinde bulunduğu konum , birden fazla parametre ile belirlenebiliyorsa bu tür sistemlere çok serbestlik dereceli sistemler (ÇSD) denir . Serbestlik derecesi sayısı , sistemde mümkün olan bağımsız hareket tiplerinin sayısına eşittir . Çok serbestlik dereceli bir sistemin mekanik modeli:



Şekil 3.9

Bütün mühendislik yapıları çok serbestlik derecelidir .Çözüm kolaylığı bakımından gerçek sistem yerine idealleştirilmiş basit bir sistem ele alınır . Ancak gerçek sistem çözümleri ile idealleştirilmiş sistem çözümleri arasındaki farkın hesap toleranslarını aşmamasına dikkat edilmelidir . Çok serbestlik dereceli sistemlerde her bir serbestlik derecesi için bir diferansiyel hareket denklemi yazılır . Her sistemin serbestlik derecesi kadar mod şekli vardır . Çok serbestlik dereceli sistemlerin genel hareket denklemi :

$$[M] \cdot \{ \ddot{u} \} + [C] \cdot \{ \dot{u} \} + [K] \cdot \{ u \} = \{ P(t) \} \quad (3.41)$$

Bu denklem n serbestlik dereceli bağımlı bir sistemin n bilinmeyenli hareket denklemidir . Bağımlı sistemler esnek bağımlı ya da rijit bağımlı olabilirler . Eğer bir sistemde bir kütleye uygulanacak olan birim yer değiştirmenin , sistemin diğer kütlelerine etkideği varsayılırsa sistem esnek bağımlı , sadece komşu kütlelere etkideği varsayılırsa sistem rijit bağımlıdır .

3.5.1 ÇSD SİSTEMLERDE SÖNÜMSÜZ SERBEST TİTREŞİM

Sönümsüz serbest titreşimde $[C] = 0$ ve $\{ P(t) \} = 0$ dir. Bu durumda 3.41 denklemi:

$$[M] \cdot \{ \ddot{u} \} + [K] \cdot \{ u \} = 0 \quad (3.42)$$

şeklini alır . Titreşim basit harmonik hareket olduğu için

$$\{ u \} = \{ a \} \sin(\omega t + \theta) \quad (3.43)$$

şeklinde ifade edilebilir . Burada

$\{ a \} = \{ a(x,y) \}$: Kütlelerin ötelenme amplitüdleridir .

3.43 kabulü 3.42 denklemine yerine koyulursa

$$([K] - \omega^2 [M]) \cdot \{ a \} = 0 \quad (3.44)$$

şeklinde lineer homojen denklem takımı elde edilir . $\{ a \} \neq 0$ çözümü için

$$| [K] - \omega^2 [M] | = 0 \quad (3.45)$$

olmalıdır .Bu denklemde $\lambda = \omega^2$ kısaltması yapılırsa

$$| [K] - \lambda [M] | = 0 \quad (3.46)$$

haline gelir . Bu determinanta frekans determinanı denir . Frekans determinantını sıfır yapan ω değerlerine özel frekans denir . Özel frekans değerlerinin , öz değer problemi yardımı ile çözülebilmesi için denklem 3.46 'nın

$$[A] - \lambda[I] = 0 \quad (3.47)$$

şekline indirgenmesi gerekir . Problem , determinant açılarak

$$c_n \lambda^n + c_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + c_1 \lambda + c_0 = 0$$

şeklinde sabit katsayılı n. mertebeden bir polinomun köklerinin bulunmasına indirgenmiş olur . n adet kökü olan bu denklemin her bir λ_i kökü özel değerler adını alır .

Homojen denklem 3.44 her $\omega = \omega_i$ serbest titreşim frekansı için çözümlenerek , o frekansa karşı gelen $\{ a \}$ değerleri bulunur . $\{ a \}_i$ vektörüne , ω_i serbest titreşim frekansına karşı gelen serbest titreşim mod şekli denir . $\{ a \}_i$ vektörü yer değiştirmelere karşılık gelmektedir . Dolayısıyla mod şekli , sistemin o frekans ile titreşimi sırasında aldığı konumu gösterir . $\{ a \}_i$ vektörleri yanyana yerleştirilerek kare $[\Phi]$ modal matrisi elde edilir .

$$[\Phi] = [\{ a \}_1 \{ a \}_2 \dots \{ a \}_n]$$

Matrisin a_{ij} elemanı , j. modda i. serbestlik derecesi doğrultusundaki yer değiştirmeyi göstermektedir .

$$\{ u \} = \{ a \}_1 U_1 + \{ a \}_2 U_2 \dots \{ a \}_n U_n$$

ya da kısaca ;

$$\{ u \} = [\Phi] \cdot \{ U \} \quad (3.48)$$

yazılabilir . Burada U_i değerlerine genelleştirilmiş koordinat denir . $\{ a \}_i$ ve $\{ a \}_j$ mod vektörleri hem kütle matrisine hem de rijitlik matrisine göre ortogondur .

Mod vektörleri , terimlerinden biri cinsinden elde edildikleri için elemanlarının oranı sabit kalmak üzere genlikleri farklı çözümler bulunabilir . Bu farklılık normalleştirme işlemi ile , yani tüm genlikleri en büyük genliğe bölerek giderilebilir .

Tabii frekanslar ve mod şekillerinin hesabı için ardışık yaklaşım yöntemlerinden de yararlanılır . Bunlardan en çok kullanılanı Stodola - Vienello yöntemidir .

3.5.2 ÇSD SİSTEMLERİN DEPREME MUKABELESİ

Çok serbestlik dereceli sistemlerin depreme mukabelesini hesap etmek , tek serbestlik dereceli sistemlerin hesabına göre daha karışıktır . Fakat Mod Süperpozisyonu Yöntemi , küçük sönümlü ve lineer sistemlerde problemin basite indirgenmesini sağlar . Mod Süperpozisyonu yönteminin dayandığı prensip ; çok serbestlik dereceli ve çok modlu bir sistemi bir çok eşdeğer tek modlu sistemlerin süperpozisyonu şeklinde ifade etmektir . Çok serbestlik dereceli sönümsüz sistemlerde hareket denklemi :

$$[M] \cdot \{ \ddot{y} \} + [K] \cdot \{ y \} = -[M][I] \ddot{u}_g \quad (3.49)$$

Burada

$[I]$: Birim kolon matris

Denklem 3.49 genelleştirilmiş koordinatlarla yazılırsa

$$[M][\Phi]\ddot{Y} + [K][\Phi]\{Y\} = -[M][I]\ddot{u}_g \quad (3.50)$$

şeklini alır . Denklem 3.50 'nin bütün terimleri $\{\Phi_j\}^T$ ile çarpılırsa ;

$$\{\Phi_j\}^T[M][\Phi]\ddot{Y} + \{\Phi_j\}^T[K][\Phi]\{Y\} = -\{\Phi_j\}^T[M][I]\ddot{u}_g \quad (3.51)$$

halini alır . $[\Phi]$ 'nin içinde yalnız bir tane $\{\Phi_j\}$ vardır ve ortogonallik gereği $\{\Phi_j\}^T$ 'nin $\{\Phi_j\}$ hariç diğer bütün vektörlerle çarpımı sıfırdır . Bu durumda denklem 3.51 ;

$$\{\Phi_j\}^T[M]\{\Phi_j\}\ddot{Y}_j + \{\Phi_j\}^T[K]\{\Phi_j\}Y_j = -\{\Phi_j\}^T[M][I]\ddot{u}_g \quad (3.52)$$

şeklini alır .Burada ;

$$\{\Phi_j\}^T[M]\{\Phi_j\} = M_j \text{ (genelleştirilmiş kütle)}$$

$$\{\Phi_j\}^T[K]\{\Phi_j\} = K_j \text{ (genelleştirilmiş yay)}$$

Bu tanımlar kullanılarak 3.52 denklemi ;

$$[M_j]\ddot{Y}_j + [K_j]Y_j = -\{\Phi_j\}^T[M][I]\ddot{u}_g \quad (3.53)$$

şeklini alır . Denklem 3.53 te her terim $[M_j]$ ile bölünürse ;

$$\ddot{Y}_j + \frac{K_j}{M_j}Y_j = -\{\Phi_j\}^T[M][I]\ddot{u}_g / M_j \quad (3.54)$$

Burada

$$q_j = \{\Phi_j\}^T[M][I] / M_j \text{ (katılım çarpanı)}$$

$$\omega_j^2 = \frac{K_j}{M_j} \text{ (j . modun özel değeri)}$$

denilirse , bu tanımlamalar kullanılarak 3.54 denklemi ;

$$\ddot{Y}_j + \omega_j^2 Y_j = -q_j \ddot{u}_g$$

şeklini alır .Deprem hareketinde tek serbestlik dereceli ve çok serbestlik dereceli sistemlerin hareket denklemleri q_j çarpanı farkı ile birbirinin benzeridir . Bu durumda yapının özel değerleri biliniyorsa ve tek serbestlik dereceli sistemin hareket denklemi çözülmüşse buradan $\{Y\}$ genelleştirilmiş koordinatları bulunabilir .

$$\{y\} = [\Phi] . \{Y\} \quad (3.55)$$

bağıntısı ile de $\{y\}$ gerçek geometrik koordinatlarıbulmak mümkündür . Buna mod süperpozisyonu denir .

3.6 PLAK TİTREŞİM DENKLEMİNİN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE HESABI

Birim alana gelen kütle yoğunluğu ρ olduğuna göre , titreşime maruz kütlelerin etkisi altında kaldığı atalet kuvveti , sönüm kuvveti ve yay kuvvetlerinin ilave dış yükler gibi düşünülmesiyle enerji prensibi yazılırsa ,

$$\iint \{\epsilon\}^T \cdot [D] \cdot \{\epsilon\} \cdot dx \cdot dy = \iint \{d\}^T \cdot [P + P_m + P_c] \cdot dx \cdot dy$$

elde edilir . Denklem 2.33 ten yararlanarak ;

$$[K] \cdot \{d(t)\} = \iint \{d\}^T \cdot [P - m \cdot \left\{ \frac{d^2 d(t)}{dt^2} \right\} - c \cdot \left\{ \frac{dd(t)}{dt} \right\}] \cdot dx \cdot dy$$

yazılabilir .Toplam potansiyel enerjinin minimizasyonu prensibine göre

$$[K] \cdot \{d(t)\} + [M] \cdot \{d(t)\} + [C] \cdot \{d(t)\} = P(t)$$

elde edilir.

3.7 İNDİRGENMİŞ RİJİTLİK MATRİSİ

Eleman rijitlik matrisi ve kütle matrisi hesaplandıktan sonra statik veya dinamik hesap yapabilmek için elemanlar biraraya getirilerek sisteme geçilir . Sistem rijitlik matrisi ve sistem kütle matrisi elde edilir . Bu işlem matrislerin boyutlarını oldukça büyütür . Bu hem zaman açısından hem de çalışılan bilgisayarın ya da programın belleğinin yeterli olup olmayışı açısından olumsuz bir durumdur . Bu yüzden araştırmacılar indirgenmiş rijitlik matrisi oluşturmuşlardır . İndirgenmiş rijitlik matrisini oluşturmak için yapılan kabuller şunlardır :

1) Titreşim yalnız belirli bir ortak eksen doğrultusunda oluşur , bu sırada diğer eksen doğrultularında titreşim olmaz .

2) Taşıyıcı sistemin kütleleri üzerine etki eden atalet kuvvetleri yalnız bir doğrultuda etkir.

Fakat bir taşıyıcı sistemde titreşim yapmayan doğrultularda da serbestlik dereceleri tanımlanmış olabilir . Bu bakımdan titreşim yapan bir sistemin serbestlik dereceleri , titreşim yapanlar ve titreşim yapmayanlar olarak ikiye ayrılabilir . Her düğüm noktasında titreşim yapan serbestlik dereceleri 1,2,3,.....,i , titreşim yapmayan serbestlik dereceleri de (i+1) , (i+2) ,n şeklinde sıra ile numaralanırsa sistemin dış yüklerini deformasyonlara bağlayan $[K]$. $\{d\} = \{Q\}$ denklemi şu şekilde yazılabilir .

$$\begin{matrix} i \\ n-i \end{matrix} \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B]^T & [C] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \{d\} \\ \{d_0\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{Q\} \\ \{Q_0\} \end{bmatrix}$$

Burada $\{Q_0\} = 0$ 'dır Kütleler bu doğrultuda titreşim yapmadıkları için atalet kuvvetleri de yoktur

$$[A] \cdot \{d\} + [B] \cdot \{d_0\} = \{Q\} \quad (3.55)$$

$$[B^T] \cdot \{d\} + [C] \cdot \{d_0\} = 0 \quad (3.56)$$

3.55 denkleminde $\{d_0\}$ yer değiştirmeleri bulunup , 3.56 denkleminde yerine koyulursa

$$[A] \{d\} - [B] [C]^{-1} [B]^T \{d\} = \{Q\} \quad (3.57)$$

elde edilir . Burada denklemin sol tarafı $\{d\}$ parantezine alındığında parantez içindeki ifade indirgenmiş rijitlik matrisini verir ve $[K]^*$ ile gösterilir .

$$[K]_{ixi}^* \{d\} = \{Q\} \quad (3.58)$$

3.8 KÜTLE MATRİSİ

Yapı sistemlerinin çözümünde genellikle iki tip kütle matrisi kullanılır :

1) Nokta kütle matrisi :

Taşıyıcı sistemin sürekli bir şekilde yayılı olan kütlesi istenildiği kadar sıklıkta düğüm noktalarına yığılmış nokta kütleler ile ifade edilebilir . Bu şekilde elde edilen kütle matrisi diagonaldir . Sonlu elemanlar yönteminde ise bant matris şeklindedir .

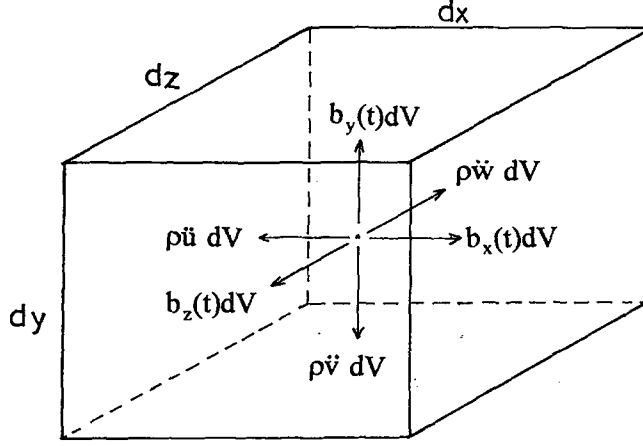
Her serbestlik derecesinde bir kütle olması şart değildir . Genellikle dönme rijitliği doğrultularında kütle koyulmaz . Çünkü nokta kütlelerin dönel kütle atalet momentleri ihmal edilebilir . Bu durumda plak eleman rijitlik matrisi sadece çökmeler dikkate alınarak yeniden düzenlenir . Oluşan yeni matrise azaltılmış rijitlik matrisi denir . Bu yöntemin yüksek frekanslar dışında kullanımı uygundur .

2) Yayılı kütle matrisi :

Sistemlerin titreşim hesaplarındaki doğruluk derecesi , idealleştirmedeki kütle sayısıyla yakından ilgilidir . Hesapların doğruluk derecesini artırmak için nokta kütle sayısını artırmak ve mümkün olduğu kadar yayılı kütle haline yaklaşmak gerekir . Bu ise bilinmeyen sayısını artırır . Araştırmacılar , bilinmeyen sayısını artırmadan yayılı kütle haline daha yaklaşık bir kütle matrisi oluşturmuşlardır .

3.8.1 YAYILI KÜTLE MATRİSİ

Kartezyen koordinatlarda sonsuz küçük bir elemanın titreşimi incelenirse ;



Şekil 3.10

Herhangi bir B noktasına etki eden kuvvetler : $b_x(t)dV$, $b_y(t)dV$, $b_z(t)dV$ ve bu kuvvetlere karşı doğrultuda etki eden atalet kuvvetleri : $\rho \dot{u} dV$, $\rho \dot{v} dV$, $\rho \dot{w} dV$ ve ρ : birim kütlenin yoğunluğu olsun. Bu eleman için virtüel iş prensibi yazılırsa :

$$\int \delta (\epsilon^T \cdot \sigma \cdot dV) = \delta (d^T \cdot P(t)) + \int \delta (w^T \cdot b(t)) \cdot dV - \int \delta (w^T \cdot \rho \cdot w) \cdot dV \quad (3.58)$$

Sonlu elemanlar yönteminde;

$$\{w\} = [N] \cdot \{d\} \quad , \quad \{\epsilon\} = [H] \cdot \{d\} \quad (3.59)$$

ifadeleri çıkarılmıştı .

3.59 ifadeleri kullanılarak 3.58 denklemini şu duruma gelir :

$$\delta \{d\}^T \int [H]^T [D] \cdot [H] \cdot dV \cdot \{d\} = \delta \{d\}^T P(t) + \delta \{d\}^T \int [N]^T b(t) \cdot dV - \delta \{d\}^T \int \rho [N] \cdot [N]^T dV \{\ddot{d}\} \quad (3.60)$$

Bu denklemde sönüm ihmal edilir ve gerekli sadeleşmeler yapılırsa ;

$$\delta \int \rho [N] \cdot [N]^T dV \{\dot{d}\} + \delta \int [H]^T [D] \cdot [H] \cdot dV \cdot \{d\} = \delta P(t) \quad (3.61)$$

elde edilir . Sonlu elemanlarda genel titreşim denklemi :

$$[M] \cdot \{\dot{d}\} + [C] \cdot \{\dot{d}\} + [K] \cdot \{d\} = P(t) \quad (3.61)$$

idi. Bu ifadeden yararlanılarak ,

$$[M] = \int \rho \cdot [N] \cdot [N]^T dV \quad (3.62)$$

olduğu görülür .

Yapılan araştırmalar yayılı kütle matrisinin de yeterince yaklaşık olmadığını ortaya çıkarmıştır . Nokta kütle matrisi gerçek değere üstten yaklaşırken , yayılı kütle matrisi alttan

yaklaşmaktadır . Bu nedenle iki kütle matrisi arasında yapılan interpolasyonlarla yeni kütle matrisleri bulunmuştur . Bu interpolasyon matrisleri gerçeğe çok yakın değerler vermektedir .

3.8.2 YAYILI KÜTLE MATRİSİ HALİNDE ÖZEL DEĞERLER

$[K]$ rijitlik matrisinin $[K] - \lambda[I] = 0$ şeklindeki özel değerlerinin çözüldüğü düşünülün . Bu matrisin özel değerleri $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ ile ve normalleştirilmiş özel vektörleri de V_1, V_2, \dots, V_n ile gösterilsin Bunlar ;

$$\lambda_0 = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \quad \text{ve}$$

$$[V_0] = [\{V_1\} , \{V_2\} , \dots , \{V_n\}]$$

şeklinde kare matris olarak ifade edilsin . Her özel değer ve buna karşılık gelen özel vektör için

$[K] - \lambda[I] = 0$ özel denklem takımı sağlanmalıdır . Bu şart bütün özel değerler için topluca

$$[K].[V_0] - [V_0].[\lambda_0] = 0 \quad (3.64)$$

şeklinde yazılabilir . Eşitlik ortaya alınır ve denklemin her iki tarafı $[V_0]^T$ ile çarpılırsa

$$[K].[V_0].[V_0]^T = [V_0].[\lambda_0].[V_0]^T \quad (3.65)$$

elde edilir . Ortogonalite gereğince $[V_0]^T [V_0] = 1$ ' dir . Böylece denklem 3.65 ;

$$[K] = [V_0].[\lambda_0].[V_0]^T \quad (3.66)$$

haline gelir . Bu ifadeye benzeterek analogi yoluyla

$$[K]^{1/2} = [V_0].[\lambda_0]^{1/2}. [V_0]^T \quad (3.67)$$

ve buradan da

$$[K]^{-1/2} = [V_0].[\lambda_0]^{-1/2}. [V_0]^T \quad (3.68)$$

bulunur .Sistemin gerçek özel değer ve vektörlerinin bulunması :

Sistemin frekans denklemi şu şekilde yazılabilir ;

$$[M].\{a\} = \frac{1}{\omega^2} [K].\{a\} \quad (3.69)$$

Sistemin aranan özel frekansları $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ ve bunlara karşılık gelen deformasyon vektörleri $\{a_1\} , \{a_2\} , \dots , \{a_n\}$ ' in bilindiği düşünülün . Bilinen bu değerler topluca iki ayrı matris içinde ;

$$\lambda_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_1^2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\omega_2^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\omega_3^2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\omega_n^2} \end{bmatrix}$$

ve

$$[a] = [\{a_1\} , \{a_2\} , \dots , \{a_n\}]$$

şeklinde gösterilebilir . Her ω_i değeri ve buna karşılık gelen $\{a_i\}$ vektörü frekans denklemini sağlamalıdır .

$$[M].[a] = [K].[a].[\lambda] \quad (3.69)$$

Denklemin sol tarafı birim matris olan $[K]^{-1/2}[K]^{1/2}$ ile çarpılırsa ;

$$[M]. [K]^{-1/2}[K]^{1/2} [a] = [K].[a].[\lambda] \quad (3.70)$$

ve her iki taraf $[K]^{-1/2}$ ile çarpılırsa ;

$$[K]^{-1/2} [M] [K]^{-1/2} . [K]^{1/2} [a] = [K]^{-1/2} [a] [\lambda] \quad (3.71)$$

elde edilir Böylece problem $[A] - \lambda[I] = 0$ gibi simetrik matrisli standart bir özdeğer problemine indirgenmiş olur .

3.8.3 YAYILI KÜTLE MATRİSİ

$$M_{1,1} = \rho \cdot 0.13706349 ab$$

$$M_{1,2} = -\rho \cdot 0.01829365 ab^2$$

$$M_{1,3} = \rho \cdot 0.01829365 a^2b$$

$$M_{1,4} = \rho \cdot 0.048650793 ab$$

$$M_{1,5} = -\rho \cdot 0.00789682523 ab^2$$

$$M_{1,6} = -\rho \cdot 0.010873 a^2b$$

$$M_{1,7} = \rho \cdot 0.0156349 ab$$

$$M_{1,8} = \rho \cdot 0.00460317 ab^2$$

$$M_{1,9} = -\rho \cdot 0.00460317 a^2b$$

$$M_{1,10} = \rho \cdot 0.04865 ab$$

$$M_{1,11} = \rho \cdot 0.010873015 ab^2$$

$$M_{1,12} = \rho \cdot 0.007897 a^2b$$

$$M_{2,2} = \rho \cdot 0.003174603 ab^3$$

$$M_{2,3} = -\rho \cdot 0.0025 a^2b^2$$

$$M_{2,4} = -\rho \cdot 0.0078968 ab^2$$

$$M_{2,5} = \rho \cdot 0.0015873 ab^3$$

$$M_{2,6} = \rho \cdot 0.001667 a^2b^2$$

$$M_{2,7} = -\rho .00046 ab^2$$

$$M_{2,8} = -\rho .000119 ab^3$$

$$M_{2,9} = \rho .00011111 a^2b^2$$

$$M_{2,10} = -\rho .01087301 ab^2$$

$$M_{2,11} = -\rho .002380952 ab^3$$

$$M_{2,12} = -\rho .0016667 a^2b^2$$

$$M_{3,3} = \rho .0003174603 a^3b$$

$$M_{3,4} = \rho .010873 a^2b$$

$$M_{3,5} = -\rho .0016667 a^2b^2$$

$$M_{3,6} = -\rho .002380952 a^3b$$

$$M_{3,7} = \rho .00046031746 a^2b$$

$$M_{3,8} = \rho .00011111 a^2b^2$$

$$M_{3,9} = -\rho .000119 a^3b$$

$$M_{3,10} = \rho .00078968 a^2b$$

$$M_{3,11} = \rho .0016667 a^2b^2$$

$$M_{3,12} = \rho .00015873 a^3b$$

$$M_{4,4} = \rho .013706349 ab$$

$$M_{4,5} = -\rho .001829365 ab^2$$

$$M_{4,6} = -\rho \cdot 0.01829365 a^2b$$

$$M_{4,7} = \rho \cdot 0.048650793 ab$$

$$M_{4,8} = \rho \cdot 0.010873 ab^2$$

$$M_{4,9} = -\rho \cdot 0.007896825 a^2b$$

$$M_{4,10} = \rho \cdot 0.01563492 ab$$

$$M_{4,11} = \rho \cdot 0.0046031746 ab^2$$

$$M_{4,12} = \rho \cdot 0.0046031746 a^2b$$

$$M_{5,5} = \rho \cdot 0.0031746 ab^3$$

$$M_{5,6} = \rho \cdot 0.0025 a^2b^2$$

$$M_{5,7} = -\rho \cdot 0.010873 ab^2$$

$$M_{5,8} = -\rho \cdot 0.002381 ab^3$$

$$M_{5,9} = \rho \cdot 0.0016667 a^2b^2$$

$$M_{5,10} = -\rho \cdot 0.00460317 ab^2$$

$$M_{5,11} = -\rho \cdot 0.001190476 ab^3$$

$$M_{5,12} = -\rho \cdot 0.00111111 a^2b^2$$

$$M_{6,6} = \rho \cdot 0.00317460315 a^3b$$

$$M_{6,7} = -\rho \cdot 0.007896825 a^2b$$

$$M_{6,8} = -\rho \cdot 0.0016667 a^2b^2$$

$$M_{6,9} = \rho \cdot 0.0015873 a^3b$$

$$M_{6,10} = -\rho \cdot 0.0046031746 a^2b$$

$$M_{6,11} = -\rho \cdot 0.00111111 a^2b^2$$

$$M_{6,12} = -\rho \cdot 0.001190476 a^3b$$

$$M_{7,7} = \rho \cdot 0.13706349 ab$$

$$M_{7,8} = \rho \cdot 0.01829365 ab^2$$

$$M_{7,9} = -\rho \cdot 0.01829365 a^2b$$

$$M_{7,10} = -\rho \cdot 0.0486508 ab$$

$$M_{7,11} = \rho \cdot 0.007896825 ab^2$$

$$M_{7,12} = \rho \cdot 0.010873 a^2b$$

$$M_{8,8} = \rho \cdot 0.0031746 ab^3$$

$$M_{8,9} = -\rho \cdot 0.0025 a^2b^2$$

$$M_{8,10} = \rho \cdot 0.007896825 ab^2$$

$$M_{8,11} = \rho \cdot 0.0015873016 ab^3$$

$$M_{8,12} = \rho \cdot 0.0016667 a^2b^2$$

$$M_{9,9} = \rho \cdot 0.0031746 a^3b$$

$$M_{9,10} = -\rho \cdot 0.010873 a^2b$$

$$M_{9,11} = -\rho \cdot 0.0016667 a^2b^2$$

$$M_{9,12} = -\rho \cdot 0.0023809524 a^3 b$$

$$M_{10,10} = \rho \cdot 0.13706349 ab$$

$$M_{10,11} = \rho \cdot 0.01829365 ab^2$$

$$M_{10,12} = \rho \cdot 0.01829365 a^2 b$$

$$M_{11,11} = \rho \cdot 0.0031760316 ab^3$$

$$M_{11,12} = \rho \cdot 0.0025 a^2 b^2$$

$$M_{12,12} = \rho \cdot 0.0031746 a^3 b$$



TARTIŞMA VE SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında sonlu elemanlar yönteminin plaklar için bazı uygulamaları yapılmıştır. Öncelikle şunu belirtmek gerekir ki sonlu elemanlar yöntemi yaklaşık bir yöntemdir. Bununla birlikte karmaşık problemlerin çözümünde kolaylıkla uygulanabildiği için tercih edilen bir yöntemdir.

Burada üzerinde durulması gereken en önemli konu; nervür rijitliğinin plak rijitliğine katılarak hesap yapılmasıdır. Sık nervürlü plaklar için oldukça doğru olan bu kabul, nervürlerin arası açıldıkça gerçek çözümden uzaklaşmaktadır. Bu çalışmanın gerçekten yararlı olabilmesi için, nervür aralıklarının ne kadar olması gerektiğine dair bir optimizasyon yapılmalıdır. Nervür aralıkları için belli bir sınır değer bulunup hesaplamanın ne şekilde yapılacağına karar verilmelidir. 2. Bölümde elastik plak teorisine göre ve bu kabul kullanarak elde ettiğimiz eleman rijitlik matrisi sık nervürlü plaklar için geçerlidir. Elde edilen bu rijitlik matrisinden iki doğrultuda nervürlü, tek doğrultuda nervürlü ve düz plaklar için eleman rijitlik matrisi üretilebilir.

3. Bölümde sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak titreşim denklemi ifadesi çıkarıldı ve sonuçta bulunan ifadenin bilinen karakteristik denklem olduğu görüldü. Karakteristik denklemin iki önemli matrisi vardır. Bunlardan birincisi rijitlik matrisidir ve 2. bölümde elde edilmişti. İkincisi ise kütle matrisidir. Bu çalışmada özellikle üzerinde durulan diğer bir konu kütle matrisleridir. Dinamik analiz için çeşitli kütle matrisleri kullanılabilir. Bunlardan en çok kullanılanı nokta kütle matrisidir. Bu matriste, kütlelerin düğüm noktalarında yoğunlaştığı kabul edilir. Böylece elde edilen kütle matrisi bir köşegen vektör olacaktır. Hatta burada (plaklar için) sadece düşey deplasman doğrultusundaki serbestlik dikkate alınıp diğer serbestlikler ihmal edilebilir. Kütle matrisi böylece indirgenmiş rijitlik matrisi de aynı şekilde indirgenmelidir. Diğer bir kütle matrisi yayılı kütle matrisidir. Sonlu elemanlar yönteminde yayılı kütle matrisi kullanılmalıdır. Bu süreklilik şartının sağlanması bakımından önemlidir. Eleman rijitlik matrisi de bu şarta uyularak bulunmuştur. Bu durumda teorik olarak yapılması gereken, dinamik analiz yapılırken yayılı kütle matrisi kullanılmasıdır. Yayılı kütle matrisinin gerçeğe yakın çözümler vermesi yanında dezavantajları da vardır. Yayılı kütle matrisi dolu bir matristir. Bu nedenle karakteristik denklemden standart özdeğer problemine geçiş çok uzun işlemler gerektirir. Uygulamada bu istenilmeyen bir durumdur ve işlem kolaylığı bakımından nokta kütle matrisi tercih edilir. Burada dikkat edilmesi gereken şudur: Problem önem derecesine göre değerlendirilmeli ve dinamik analizinde hangi kütle matrisinin ne şekilde kullanılacağına karar verilmelidir.

Bu çalışmada herhangi bir plak elemanın yayılı kütle matrisi çıkarılmıştır. Sadece eleman boyutları ve birim kütle yoğunluğu yerine koyularak, istenilen bir plajın yayılı kütle matrisi bulunabilir.

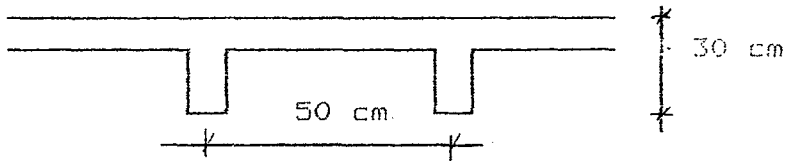
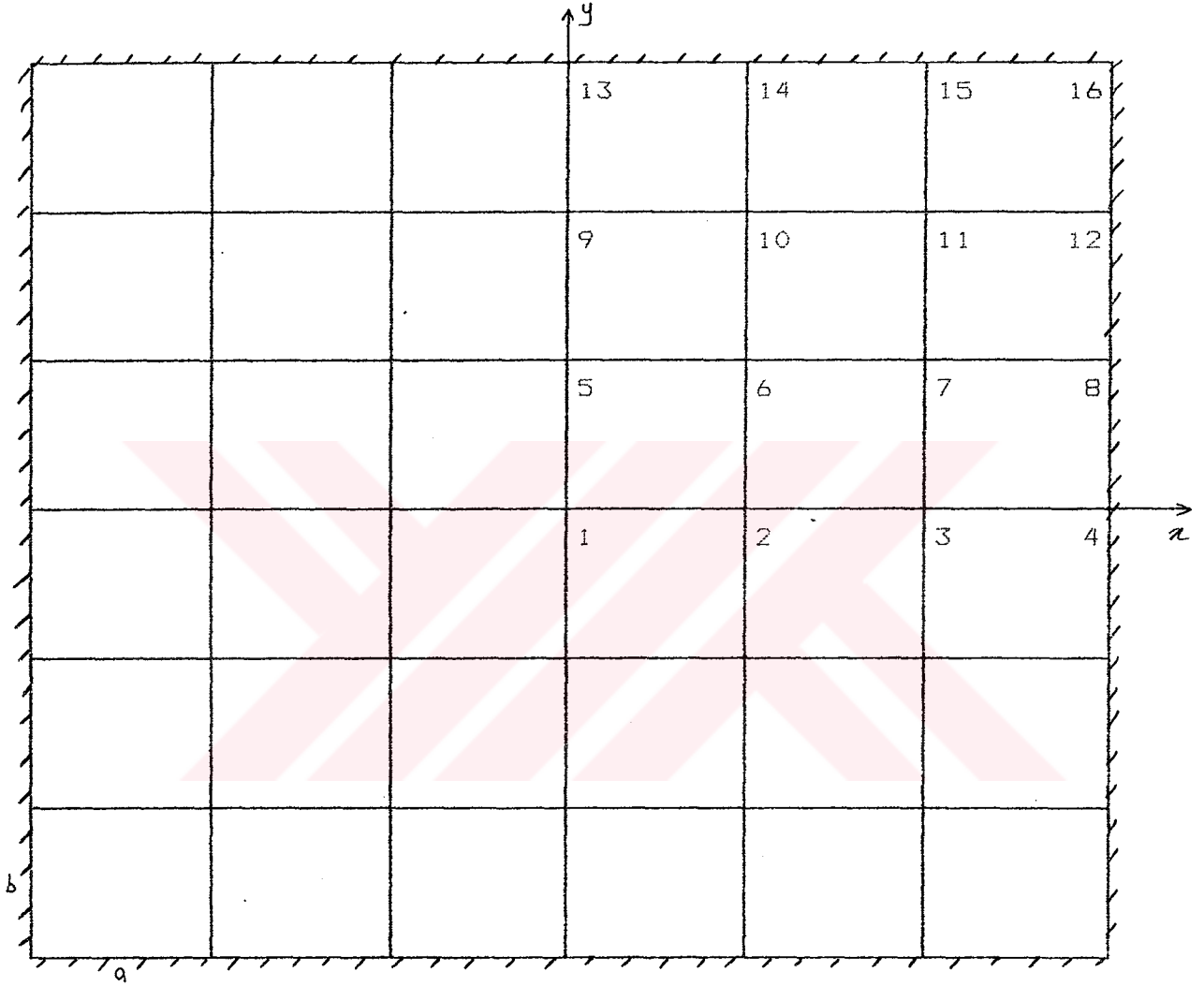
KAYNAKLAR

1. Aydoğan , Metin , 1993 , Dinamik Analize Giriş , Seminer Notları (Basılmamış)
2. Aktaş , Z. , Öncül , H. , Ural S. , 1984 , Sayısal Çözümleme
3. Berktaş , İlhan , 1992 , Plak Teorisi ve Uygulamaları
4. Celep , Z. , Kumbasar , N. , 1992 , Yapı Dinamiği ve Deprem Mühendisliğine Giriş
5. Don , O. , Brush , Bo . , O . , Almroth , 1975 , Buckling of Bars , Plates and Shells
6. Köksal , Türkan , Sonlu Elemanlar Ders Notları (Basılmamış)
7. Tezcan , Semih , 1970 , Çubuk Sistemlerin Elektronik Hesap Makinaları ile Çözümü
8. Weaver , William , Finite Element For Structural Analysis



Nervürlü Bir Plak Elemanın Sonlu Elemanlar Yöntemi ile

Cözümü



$$\begin{aligned} E &= 21E6 \text{ t/m}^2 \\ \mu &= 0.15 \\ q &= 1 \text{ t/m}^2 \\ a &= b = 0.5 \text{ m} \end{aligned}$$

MATRISLERIN OKUTULMASI

```
DIMENSION AK(12,12),SISM(48,48),SISK(48,48),SISP(48),KOD(9,12)
DIMENSION L(48),SISMY(30,30),SISKY(30,30),BM(12,12),ILD(48)
DIMENSION Z(27,27),SISMYK(30,30),SMKM(30,30),EIGV(30),DY(30)
DIMENSION C(30,30),A(30,30),Y1(30),D(30),XE(30),U(30),ZY(30)
DIMENSION MIND(20),SMINDI(20,20),SISKYI(20,20),AC(30),Y(30)
DIMENSION KAL(30)
READ(5,15)N
READ(5,15)NDS
5 FORMAT(I2)
ND=NDS*3
DO 8 I=1,N
DO 8 J=1,12
READ(5,15)KOD(I,J)
8 CONTINUE
DO 10 I=1,12
DO 10 J=I,12
READ(5,6)AK(I,J)
AK(J,I)=AK(I,J)
9 CONTINUE
DO 9 I=1,12
DO 9 J=I,12
READ(5,20)BM(I,J)
BM(J,I)=BM(I,J)
9 CONTINUE
6 FORMAT(F10.8)
0 FORMAT(F10.8)
DO 30 I=1,ND
READ(5,35)SISP(I)
5 FORMAT(F10.8)
0 CONTINUE
DO 31 I=1,ND
DO 31 J=1,ND
SISK(I,J)=0
SISM(I,J)=0
31 CONTINUE
```

SISTEME GECIS

```
DO 50 I=1,N
DO 50 J=1,12
M1=KOD(I,J)
DO 50 K=1,12
M2=KOD(I,K)
SISK(M1,M2)=SISK(M1,M2)+AK(J,K)
SISM(M1,M2)=SISM(M1,M2)+BM(J,K)
50 CONTINUE
```

SINIR SARTLARININ UYGULANMASI

```
KS=0
DO 130 J=1,ND
  READ(5,15)L(J)
  IF (L(J)) 130,130,120
1) KS=KS+1
   ILD(KS)=J
2) CONTINUE
```

YENI SINIR SARTLARINA GORE K VE M MATRISLERI

```
DO 132 I=1,KS
DO 132 J=1,KS
  ILM=ILD(I)
  ILN=ILD(J)
  SISKY(I,J)=SISK(ILM,ILN)
  SISMY(I,J)=SISM(ILM,ILN)
2) CONTINUE
```

YER DEGISTIRMELERIN BULUNMASI
GAUSS ELIMINASYON

```
NMIM=KS-1
DO 1000 K=1,NMIM
  KPI=K+1
  DO 1000 I=KPI,KS
    PDE=SISKY(I,K)/SISKY(K,K)
    SISP(I)=SISP(I)-PDE*SISP(K)
  DO 1000 J=KPI,KS
    SISKY(I,J)=SISKY(I,J)-PDE*SISKY(K,J)
  SISP(KS)=SISP(KS)/SISKY(KS,KS)
  DO 1002 K=2,KS
    I=KS-K+1
    IPI=I+1
    B=0.0
    DO 1001 J=IPI,KS
      B=B+SISKY(I,J)*SISP(J)
    SISP(I)=(SISP(I)-B)/SISKY(I,I)
    DO 325 N=1,KS
      DO 325 I=1,KS
        IF (N.EQ.KAL(I)) THEN
          SISP(N)=SISP(I)
        END IF
5) CONTINUE
  WRITE(6,17)
7) FORMAT (2X,'YER DEGISTIRMELER = ',//)
  DO 403 I=1,KS
3) WRITE(6,7)SISP(I)
7) FORMAT(F20.8)
```

K VE M NIN INDIRGENMESI

```
2 IN=0
DO 492 I=1,KS
IF(SISMY(I,I).NE.0)THEN
IN=IN+1
MIND(IN)=I
END IF
2 CONTINUE
DO 439 I=1,IN
DO 439 J=1,IN
SMINDI(I,J)=0
SISKYI(I,J)=0
9 CONTINUE
DO 493 I=1,IN
DO 493 J=1,IN
MSD=MIND(I)
MSC=MIND(J)
SMINDI(I,I)=SISMY(MSD,MSD)
SISKYI(I,J)=SISKY(MSD,MSC)
3 CONTINUE
```

OZDEGER PROBLEMINE GECIS

```
DO 510 I=1,IN
SMINDI(I,I)=(1/SQRT(SMINDI(I,I)))
CONTINUE
```

CARPMA

```
DO 530 M=1,IN
DO 530 N=1,IN
Z(M,N)=0.0
DO 520 I=1,IN
Z(M,N)=Z(M,N)+SMINDI(M,I)*SISKYI(I,N)
0 SISMYK(M,N)=Z(M,N)
Z(M,N)=0.0
DO 540 M=1,IN
DO 540 N=1,IN
Z(M,N)=0.0
DO 535 I=1,IN
5 Z(M,N)=Z(M,N)+SISMYK(M,I)*SMINDI(I,N)
SMKM(M,N)=Z(M,N)
0 CONTINUE
```

OZDEGER VE OZVEKTORLERIN ITERASYONLA HESABI

```
M1=IN-1
1 DO 698 I=1,IN
DO 698 J=1,IN
8 C(I,J)=SMKM(I,J)
E=0.001
```



```

DO 610 IV=1,IN
IF(IV-IN)616,617,616
N=IN-IV+1
N1=N-1
DO 600 I=1,N
1 Y1(I)=1.0
1 KC=0
615 IFADESINE KADAR ARDISIK YAKLASIM YONTEMI
DO 601 I=1,N
Y(I)=0.0
DO 601 J=1,N
Y(I)=Y(I)+C(I,J)*Y1(J)
R=Y(1)
DO 690 I=1,N
Y(I)=Y(I)/R
IF (ABS(Y(I)/Y1(I)-1)-E)690,690,602
2 KC=1
1 CONTINUE
IF(KC)603,603,604
1 DO 615 I=1,N
1 Y1(I)=Y(I)
GO TO 699
OZDEGER EIGV.NIN BIRINCI TERIMIDIR
3 EIGV(IV)=R
C MATRISINI KUCULT
DO 609 I=1,N1
1 XE(I)=-Y(I+1)
DO 612 I=2,N
DO 612 J=2,N
2 A(I-1,J-1)=C(I,J)+C(I,J)*XE(I-1)
DO 613 I=1,N1
DO 613 J=1,N1
3 C(I,J)=A(I,J)
GOTO 618
7 EIGV(IV)=C(1,1)
3 WRITE(6,4)IV,EIGV(IV)
IF(IV-1)641,641,642
OZEL VEKTORLERI DENKLEM TAKIMINI COZEREK BUL
2 DO 605 I=1,M1
DO 607 J=1,M1
A(I,J)=SMKM(I+1,J+1)
IF(I-J)607,639,607
3 A(I,J)=A(I,J)-EIGV(IV)
7 CONTINUE
5 U(I)=-SMKM(I+1,1)
NM=M1
EPS=0.01

```

```

DO 9015 I=1,NM
  IF(I-NM)9021,9007,9021
1 IF(A(I,I)-EPS)9005,9006,9007
5 IF(-A(I,I)-EPS)9006,9006,9007
5 U(I)=U(I)+U(I+1)
  DO 9023 J=1,NM
3 A(I,J)=A(I,J)+A(I+1,J)
7 DIV=A(I,I)
  U(I)=U(I)/DIV
  DO 9009 J=1,NM
3 A(I,J)=A(I,J)/DIV
  DO 9015 MM=1,NM
  DELT=A(MM,I)
  IF(MM-I)9010,9015,9010
) U(MM)=U(MM)-U(I)*DELT
  DO 9011 J=1,NM
1 A(MM,J)=A(MM,J)-A(I,J)*DELT
5 CONTINUE
  Y(1)=1.0
  WRITE(6,57)IV
  DO 648 IJ=2,IN
-8 Y(IJ)=U(IJ-1)
1 WRITE(6,2)(Y(I),I=1,IN)

```

CARPMA VE NORMALLESTIRME

```

DO 674 M=1,IN
ZY(M)=0.0
DO 673 I=1,IN
3 ZY(M)=ZY(M)+SMINDI(M,I)*Y(I)
4 DY(M)=ZY(M)
  AN=0
  DO 682 I=1,IN
)2 AN=AN+(DY(I)**2)
  DO 683 I=1,IN
)3 DY(I)=DY(I)/SQRT(AN)
  WRITE(6,670)
70 FORMAT(/'NORMALLESTIRILMIS GERCEK OZVEKTOR = '/')
  WRITE(6,3)(DY(I),I=1,IN)
0 CONTINUE
2 FORMAT (F20.8)
3 FORMAT (F20.8)
4 FORMAT (/I4,16H' NCI OZDEGER ='F18.0/)
57 FORMAT (I4,16H' NCI OZVEKTOR',/)
1 FORMAT(I5)
END

```

9
16
1
2
3
4
5
6
16
17
18
13
14
15
4
5
6
7
8
9
19
20
21
16
17
18
7
8
9
10
11
12
22
23
24
19
20
21
13
14
15
16
17
18
28
29
30
25
26
27
16
17
18
19
20
21
31
32
33



28
29
30
19
20
21
22
23
24
34
35
36
31
32
33
25
26
27
28
29
30
40
41
42
37
38
39
28
29
30
31
32
33
43
44
45
40
41
42
31
32
33
34
35
36
46
47
48
43
44
45



5965.08
1272.29
-1272.29
-2578.02
421.23
-1225.89
-809.03
467.64
-467.64
-2578.02
1225.89
-421.23
881.84
-46.40
421.23
247.18
0.0
-467.64
220.46
0.0
-1225.89
344.05
0.0
580.77
1225.89
0.0
344.05
467.64
0.0
220.46
-421.23
0.0
247.18
5965.08
1272.29
1272.29
-2578.02
-1225.89
421.23
-809.03
467.64
467.64
881.84
46.40
-1225.89
344.05
0.0
-467.64
220.46
0.0
881.84
421.23
0.0
247.18
-467.64
0.0
220.46



0.0
0.0
0.0285
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0285
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0285
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0



0.0625
-0.005208
0.005208
0.125
-0.010416
0.0
0.125
-0.010416
0.0
0.0625
-0.005208
-0.005208
0.125
0.0
0.010416
0.25
0.0
0.0
0.25
0.0
0.0
0.125
0.0
-0.010416
0.125
0.0
0.010416
0.25
0.0
0.0
0.25
0.0
0.0
0.125
0.0
-0.010416
0.0625
0.005208
0.005208
0.125
0.010416
0
0.125
0.010416
0
0.0625
0.005208
-0.005208
1
1
1
1
1
1
1



YER DEĞİSTİRMELER =

-.00241241
-.00093733
.00093187

-.00129235
.00135630
-.0011172

-.00057746
-.00046006
.0012869

-.00139462
-.00103139
.00147250

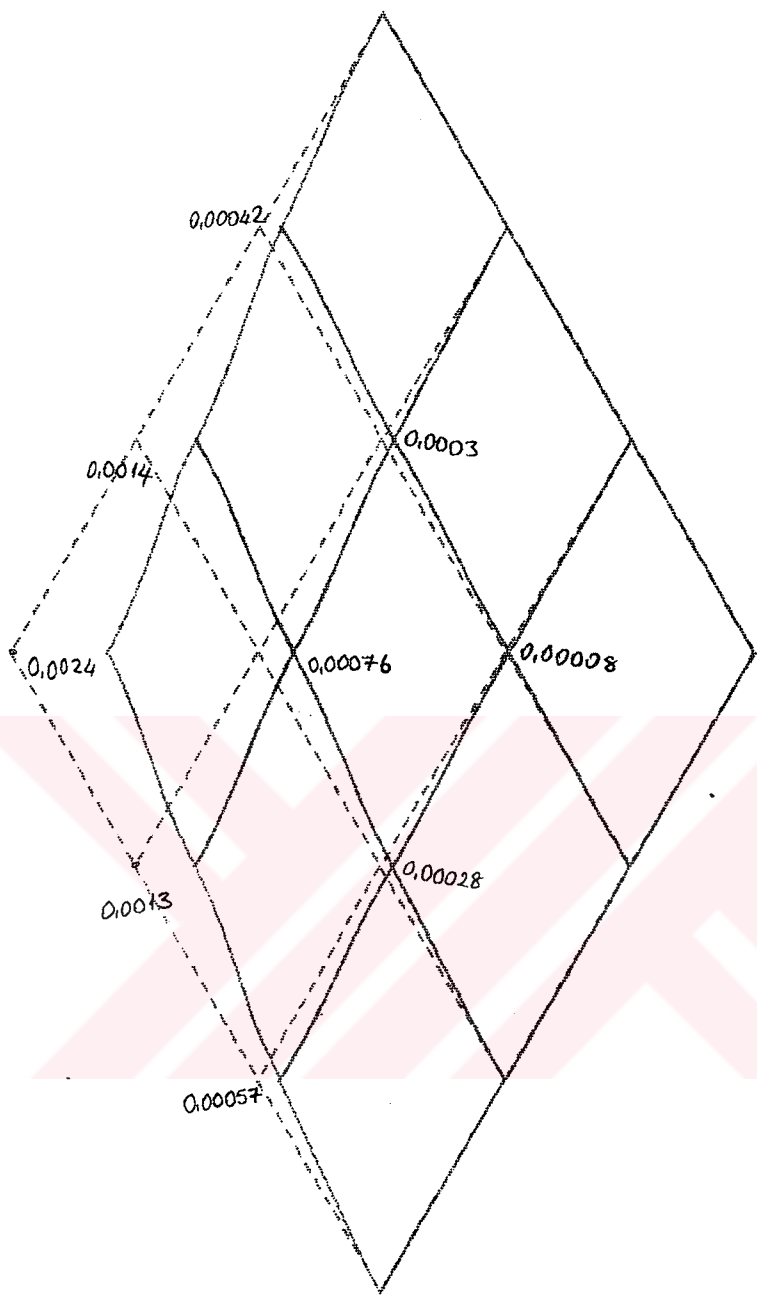
-.00075817
.00010490
-.00011800

-.00027894
.00030667
-.0010471

-.0004228
-.0012868
.0003121

-.0003028
-.0007689
.0003827

-.00008683
-.0004056
.0004052



1' NCI OZDEGER =' 293633.

T = 1.159E-2
1

1' NCI OZVEKTOR ,

1.00000000
-.82817230
.32795460
-.60899010
.53604560
-.28626060
.27662570
-.39702690
.27256580

NORMALLESTIRILMIS GERCEK OZVEKTOR =

.75149520
-.44008030
.17427090
-.32360970
.20141780
-.10756170
.14699540
-.14918190
.10241590

2' NCI OZDEGER =' 314485.

T = 1.12E-2
2

2' NCI OZVEKTOR',

1.00000000
-.57168100
.16867320
-.44731910
.28246750
-.12465140
.13711680
-.14706870
.09304720

NORMALLESTIRILMIS GERCEK OZVEKTOR =

.87088790
-.35204730
.10387070
-.27546390
.12299880
-.05427872
.08443797
-.06404015
.04051684

3' NCI OZDEGER =' 250912.

T = 1.25E-2
3

3' NCI OZVEKTOR',

1.00000000
-.82114430
.42102080
-.27579680
-.06941786
-.00694108
-.89467700
1.72463100
-1.20201800

NORMALLESTIRILMIS GERCEK OZVEKTOR =

.58025490
-.33691730
.17274570
-.11316000
-.02014003
-.00201380
-.36708790
.50036270
-.34873860

4' NCI OZDEGER =' 6493240.

T = 2.4657E-3
4

4' NCI OZVEKTOR',

1.00000000
-.01007408
.00005972
-.01003441
-.00202734
.00001913
.00007483
.00003008
.00000187

NORMALLESTIRILMIS GERCEK OZVEKTOR =

.99994900
-.00712308
.00004223
-.00709504
-.00101362
.00000956
.00005291
.00001504
.00000093

5' NCI OZDEGER =' 115772300.

T = 5.8395E-4
5

5' NCI OZVEKTOR',

1.00000000
-.00055317
.00000018
-.00055325
-.00012212
.00000006
.00000023
.00000010
.00000001

NORMALLESTIRILMIS GERCEK OZVEKTOR =

.99999990
-.00039115
.00000013
-.00039121
-.00006106
.00000003
.00000016
.00000005
.00000000

6' NCI OZDEGER =' -70976880000.

T = 2.358E-5
6

6' NCI OZVEKTOR',

1.00000000
.00000090
.00000000
.00000090
.00000020
.00000000
.00000000
.00000000
.00000000

NORMALLESTIRILMIS GERCEK OZVEKTOR =

1.00000000
.00000064
.00000000
.00000064
.00000010
.00000000
.00000000
.00000000
.00000000



\$\$\$\$\$\$\$\$ \$\$\$\$\$\$\$\$\$\$ \$\$\$\$\$\$\$\$ \$\$\$\$\$\$\$\$\$\$ \$\$\$\$\$\$\$\$\$\$
\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$ \$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$ \$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$ \$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$ \$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$
\$\$ \$\$ \$\$ \$\$ \$\$ \$\$ \$\$ \$\$ \$\$ \$\$
\$\$\$\$\$\$\$\$ \$\$\$\$\$\$\$\$\$\$ \$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$ \$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$ \$\$\$\$\$\$\$\$\$\$ \$\$\$\$\$\$\$\$\$\$ \$\$\$\$\$\$\$\$\$\$
\$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$
\$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$
\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$ \$ \$ \$ \$ \$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$ \$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$ \$\$\$\$\$\$\$\$\$\$
\$\$\$\$\$\$\$\$\$ \$ \$ \$ \$ \$\$\$\$\$\$\$\$\$\$ \$\$\$\$\$\$\$\$\$\$

STRUCTURAL ANALYSIS PROGRAMS

VERSION 5.04

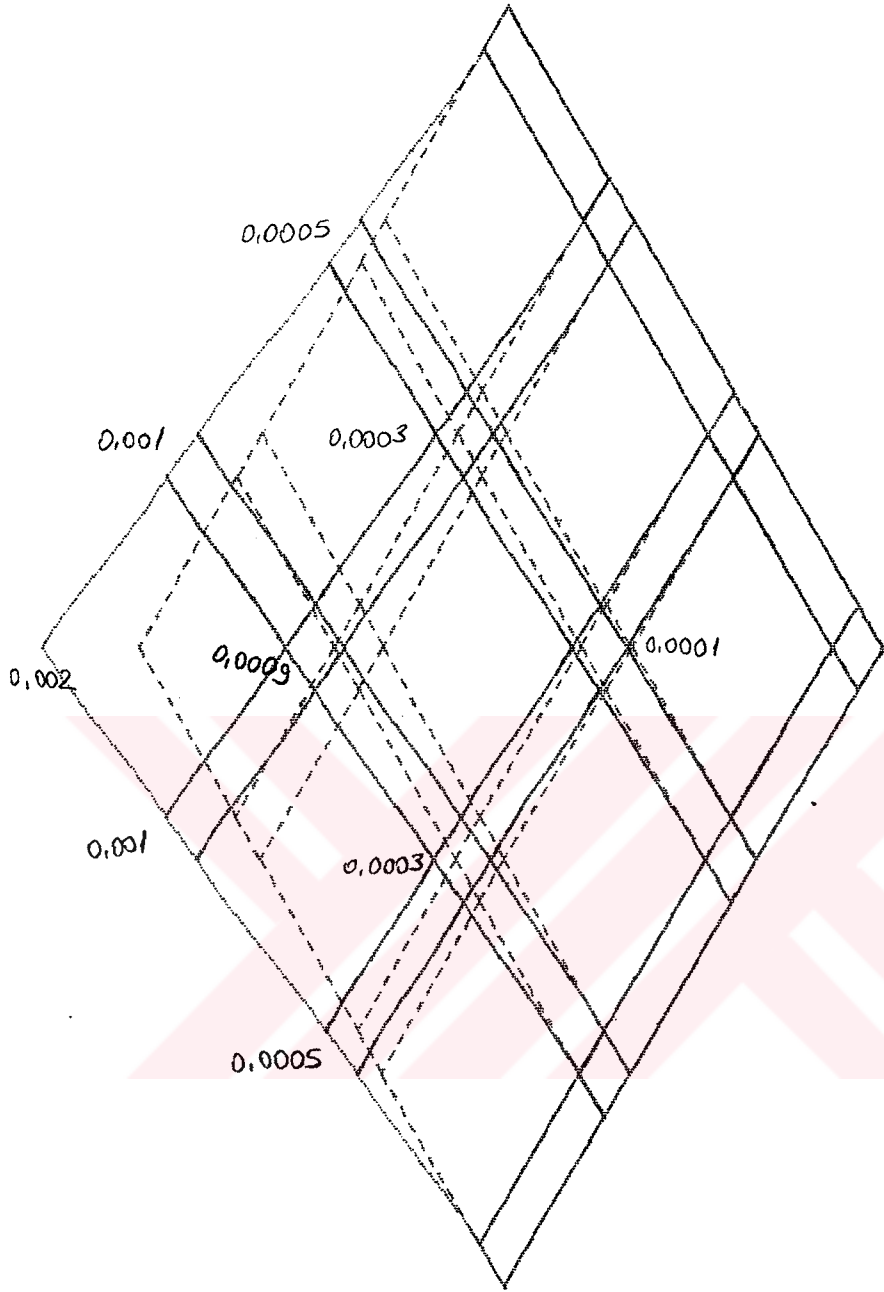
Copyright (C) 1978-1988
EDWARD L. WILSON
All rights reserved

RVURLU PLAK EGILME HESABI

I N T D I S P L A C E M E N T S

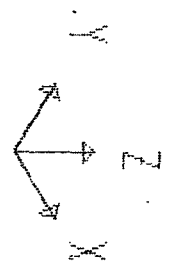
D CONDITION 1 - DISPLACEMENTS "U" AND ROTATIONS "R"

| NT | U(X) | U(Y) | U(Z) | R(X) | R(Y) | R(Z) |
|----|-----------|-----------|------------|-----------|------------|---------|
| 1 | .000000 | .000000 | -.002096 | .001392 | -.001392 | .000000 |
| 3 | .000000 | .000000 | -.001405 | .001085 | -.001353 | .000000 |
| 5 | .000000 | .000000 | -.000548 | .000494 | -.001555 | .000000 |
| 15 | .000000 | .000000 | -.001405 | .001353 | -.001085 | .000000 |
| 17 | .000000 | .000000 | -.000865 | .001049 | -.001049 | .000000 |
| 19 | .000000 | .000000 | -.000305 | .000435 | -.001084 | .000000 |
| 29 | .000000 | .000000 | -.000548 | .001555 | -.000494 | .000000 |
| 31 | .000000 | .000000 | -.000305 | .001084 | -.000435 | .000000 |
| 33 | .0000E+00 | .0000E+00 | -.9752E-04 | .3884E-03 | -.3884E-03 | .0000 |



SAP90

FILE : EG
DEFORMED SHAPE
LOAD : 1



NERVURLU PLAK EGILME HESABI

R I T Z S Y S T E M P A R A M E T E R S

| | | |
|-----------------------------|---|-----|
| NUMBER OF EQUATIONS | = | 216 |
| NUMBER OF MASSES | = | 108 |
| NUMBER OF RITZ VECTORS | = | 9 |
| NUMBER OF DIRECTION VECTORS | = | 3 |

NERVURLU PLAK EGILME HESABI

E I G E N V A L U E S A N D F R E Q U E N C I E S

| MODE NUMBER | EIGENVALUE (RAD/SEC)**2 | CIRCULAR FREQ (RAD/SEC) | FREQUENCY (CYCLES/SEC) | PERIOD (SEC) |
|----------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------|-----------------|
| 1 | .319820E+06 | .565527E+03 | 90.006359 | .011110 |
| 2 | .342758E+07 | .185137E+04 | 294.654902 | .003394 |
| 3 | .796967E+07 | .282306E+04 | 449.304131 | .002226 |
| 4 | .867358E+07 | .294509E+04 | 468.726387 | .002133 |
| 5 | .125775E+08 | .354648E+04 | 564.439116 | .001772 |
| 6 | .176115E+08 | .419660E+04 | 667.909894 | .001497 |
| 7 | .431458E+08 | .656854E+04 | 1045.416192 | .000957 |
| 8 | .454220E+08 | .673959E+04 | 1072.638421 | .000932 |
| 9 | .836541E+08 | .914626E+04 | 1455.673175 | .000687 |

ÖZGEŞMİŞ

16 Kasım 1969 'da ORDU ' da doğdum . İlk ve Ortaokulu Ordu 'da bitirdim ve sonra 1983 'de İstanbul 'a yerleştik . 1986 'da Kadıköy Suadiye Lisesinden mezun oldum. Aynı yıl İ.T.Ü. Matematik Mühendisliği bölümüne girdim . Burada iki yıl okuduktan sonra 1988 'de tekrar sınava girerek Y.Ü. İnşaat Mühendisliği bölümüne girdim .1992 'de mezun oldum . Aynı yıl Yapı dalında Lisans üstü eğitimi için başvurduğum ,sınava girdim ve kazandım. Halen lisans üstü çalışmalarına devam ediyorum .

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANİTASYON MERKEZİ