

57526

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İNCE DÖNEL KABUKLARIN DÖNEL SİMETRİK
YÜKLER ALTINDA İNTEGRASYON MATRİSİ
YÖNTEMİ İLE ÇÖZÜMÜ**

İnş.Müh. Nihal TÜMENE

**F.B.E. İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı
Mekanik Programında hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Doç.Dr.Faruk YÜKSELER

İSTANBUL, 1996

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR	iv
ÖZET	v
ABSTRACT	vi
1. GİRİŞ	1
2. İNCE DÖNEL KABUKLARIN LİNEER TEORİSİ	3
2.1. Varsayımlar	3
2.2. Geometri ve Denge Denklemleri	3
2.3. Şekil Değiştirme Bağlıları	7
2.4. Kesit Tesirleri ile Yer Değiştirmeler Arasındaki Bağlıları	10
2.5. Sınır Koşulları	12
3. İNTEGRASYON MATRİSLERİ İLE ÇÖZÜM	13
3.1. Bu Çalışmada İzlenen Yol	14
4. SAYISAL UYGULAMALAR	22
5. SONUÇ VE ÖNERİLER	40
KAYNAKLAR	41
EKLER	43
ÖZGEÇMİŞ	

TEŞEKKÜR :

Çalıőmalarımnda yardımlarını esirgemeyen tez danışmanım Sayın Doç.Dr.Faruk YÜKSELER' e teşekkürlerimi sunarım.

Tezin yazımı ve basımındaki yardımlarından dolayı kardeşim Murat TŪMENE ve ablam Nevin TŪMENE ' ye, İngilizce tercümeleer konusundaki yardımları için İnő.Müh. Serdağ CANOVA' va ve bilgisayar programlarının yazımındaki yardımları için Ar.Gör.Ersun

ÖZET

Bu çalışmada, dönel simetrik dış yük ve ısı değişimi etkisindeki dönel kabuk sistemlerin kesit tesirleri ve yer değiştirmelerinin integral matris yöntemiyle sayısal hesabı önerilmektedir. Bir bilgisayar programı hazırlanmış ve yöntem çeşitli problemlere uygulanmıştır.

Birinci bölümde, integral matris yöntemiyle ilgili ön açıklamalar yer almaktadır. İkinci bölümde lineer kabuk teorisinden bahsedilmektedir. Üçüncü bölümde ince dönel kabuk diferansiyel denklemleri birinci dereceden adi diferansiyel denklemler şeklinde yazılmış ve integral matris yöntemiyle cebirsel denklem takımına dönüştürülmüştür. Dördüncü bölümde sayısal uygulamalar verilmiştir. Beşinci bölümde sonuçlar ve öneriler yer almaktadır. Ek1'de hazırlanmış olan bilgisayar programının kullanımı açıklanmaktadır.

ABSTRACT

STATICAL SOLUTION OF THIN SHELLS OF REVOLUTION UNDER AXIALLY SYMMETRICAL LOADS BY THE METHOD OF INTEGRATING MATRICES.

In this study, the method of integrating matrices is proposed to find the stress-resultants, stress-couples and the displacement of thin shells of revolution subjected to axially symmetrical loads and temperature change. For this purpose a computer program is made and it is applied to different problems.

In the first chapter, an introduction to the subject is made. General information about the linear theory of thin shells of revolution is given in the second chapter. In the third chapter, differential equations of thin shells of revolution are presented as first order ordinary differential equations. The first order ordinary differential equations are then converted into a set of algebraic equations by using the integrating matrix method. In the fourth chapter, several numerical applications and the comparisons of results obtained here with the ones obtained by the other studies are given. Concluding remarks are given in the fifth chapter. Appendix 1 is included in order to explain how the prepared program can be used.

1. GİRİŞ

Kabuk sistemler, bir çok mühendislik yapısında uygulanmaktadır. Örnek olarak silo ve bunkerler, su depoları, kuleler, çatı örtüleri, buhar kazanları, uçaklar sayılabilir. Kabuklar yüzey biçimine göre: döne1 kabuk, ötelenmiş kabuk, prizmatik kabuk ; yüzey karakterine göre: Gauss eğriliği pozitif, Gauss eğriliği negatif, Gauss eğriliği sıfır olan kabuklar olarak sınıflandırılabilir (Kumbasar ,1995). Kalınlığın ortalama yüzeyin diğer karakteristik uzunluklarına oranının çok küçük olduğu üç boyutlu eğrisel yüzeyler ince kabuk adını alırlar (Parnell, 1984). Bu oran Novozhilov (1970) tarafından 0.05'e eşit veya daha küçük olarak belirtilmiştir.

Bu çalışmanın amacı, döne1 simetrik dış yük ve ısı değişimine maruz döne1 kabuk sistemlerinin kesit tesirleri ve yer değiştirmelerinin hesaplanmasıdır. Bu çalışmada, Kalnins (1964) tarafından elde edilmiş olan birinci dereceden adi diferansiyel ince döne1 kabuk denklemleri kullanılmıştır. İlgili diferansiyel denklemler integral matris yöntemi kullanılarak

1984). Karakteristik eğrilik yarıçapı kalınlık oranı ince kabuk sistemleri için önemli bir parametredir. Bu oranın büyük değerleri sonlu elemanlar ve sonlu farklar uygulamaları için zorluğa sebep olurken asimtotik çözüm imkanını kolaylaştırmaktadır (Parnell, 1984). Oran artarken asimtotik çözümün hassaslığı ve geçerli olduğu bölge büyümektedir. Bu durum ince kabuk problemlerinde asimtotik çözümün kullanımını avantajlı hale getirmektedir. Parnell (1984), integral matris yöntemini, düz, izotropik ve elastik bir çubuğun gerilme problemine uygulamış ve çözümleri integral matris operatörüne göre formüle etmiştir. Bu formülasyon daha küçük bant genişliğine sahip denklem takımları sağladığı için ve genel sınır şartlarını ilave etmek daha kolay olduğu için avantajlıdır.

Taber (1988), integral matris yöntemini, iç basınç etkisinde sonlu şekil değiştirme yapan ankastre dairesel bir silindire (nonlineer bir problem) uygulamıştır. Elde ettiği sonuçları analitik yol ile ve deneysel yol ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırmış ve genelde yakın sonuçlar olduğunu görmüştür.

Kalnins (1964), başlangıç değer yöntemleriyle sayısal hesapta aralık uzunluğunun artmasıyla kritik bir uzunluktan sonra çözüm hassaslığının kaybolduğunu ifade etmiş ve bu kritik uzunluğu $\beta \leq 3-5$ olarak belirtmiştir. Burada β^* , uzunluk faktörünü göstermektedir ve Kalnins kararlı sonuçlar elde etmek için meridyen uzunluğunun β' yı geçmeyen parçalara ayrılmasını önermiştir. Yükseler ve Dikmen (1989) 'de bu kararsızlığı gözlemiş ve toplam integrasyon uzunluğunu parçalara ayırmadan kararlı sonuç elde edebilmek için kuvvet yöntemini ve deneme-yanılma yöntemini önermişlerdir. Yükseler (1989), ince kabuk diferansiyel denklemlerinin stif olduğundan bahsetmiş ve başlangıç değer formüllerini kullanarak uzun integrasyon aralıklarında da kararsızlık oluşmadan çözümleri yapabilmek için klasik başlangıç değer formüllerine alternatif bir formül önermiştir. Diferansiyel denklemlerin çözümünde integral matris yönteminin kullanıldığı bu çalışmada, adım uzunluğunun artması sonuçlarda bir kararsızlık yaratmamıştır. Ancak çözümün hassasiyeti adım uzunluğuna bağlı olarak değişmektedir. Daha kısa adım uzunlukları kullanılarak daha hassas sonuçlar elde edilmektedir.

* Uzunluk faktörü $\beta = 1 [3(1-\mu^2)]^{1/4} / (Rt)^{1/2}$ denklemi ile hesaplanabilir. Burada l - meridyen uzunluğunu, R minimum eğrilik yarıçapını göstermektedir.

2. İNCE DÖNEL KABUKLARIN LİNEER TEORİSİ

2.1. VARSAYIMLAR

İnce dönel kabukların lineer teorisinde yapılan varsayımlar aşağıda verilmektedir :

1. Kabuk kalınlığı, diğer boyutlar ve eğrilik yarıçapları yanında çok küçüktür.
2. Ortalama yüzeye normal gerilmeler, diğer gerilmeler yanında ihmal edilebilecek düzeydedir.
3. Ortalama yüzeyin normal, şekil değişiminden sonra yine normal kalır.
4. Ortalama yüzeye normal doğru parçasının boyu şekil değişimiyle değişmez (Dikmen, 1982).
5. Yer değiştirmeler kabuk kalınlığına göre küçüktür.
6. Hooke yasası geçerlidir.

2.2. GEOMETRİ VE DENGE DENKLEMLERİ

Özden (1975), tarafından yapılan tanımlamalara göre düzlemsel bir C eğrisinin düzleminde bulunan bir D doğrusu etrafında dönmesinden meydana gelen yüzeye dönel yüzey, C eğrisine yüzeyin meridyen eğrisi ve D doğrusuna da dönme eksenini denir. Dönme esnasında C eğrisinin her noktası, merkezi dönme eksenini üzerinde olan bir çember çizer. Bu çembere paralel çember denir. İki komşu meridyen eğrisi ve paralel çember ile sınırlanmış sonsuz küçük bir ortalama yüzey elemanı Şekil.2.1'de gösterilmektedir. Burada,

ϕ : Ortalama yüzey normalinin dönme eksenini ile yaptığı açı,

θ : Paralel çember merkez açısı,

R_ϕ : Meridyen eğrisinin eğrilik yarıçapı,

R_θ : Yüzeyin paralel çemberine ait normal eğrilik yarıçapı,

r : Paralel çemberin yarıçapı,

ds_ϕ : Meridyen yay elemanı,

ds_θ : Paralel çember yay elemanı.

Birim boyutlardaki ortalama yüzey parçasına etkiyen gerilmelerin kabuk kalınlığı boyunca integrali alınarak kesit tesirleri belirlenmektedir. Kesit tesirleri aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır (Şekil 2.2) :

$$N_{\phi} = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{\phi} \left(1 + \frac{z}{R_{\phi}}\right) dz \quad , \quad N_{\theta} = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{\theta} \left(1 + \frac{z}{R_{\theta}}\right) dz \quad (2.2.1a,b)$$

$$N_{\phi\theta} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{\phi\theta} \left(1 + \frac{z}{R_{\theta}}\right) dz \quad , \quad N_{\theta\phi} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{\theta\phi} \left(1 + \frac{z}{R_{\phi}}\right) dz \quad (2.2.1c,d)$$

$$M_{\phi} = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{\phi} \left(1 + \frac{z}{R_{\phi}}\right) z dz \quad , \quad M_{\theta} = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{\theta} \left(1 + \frac{z}{R_{\theta}}\right) z dz \quad (2.2.1e,f)$$

$$M_{\phi\theta} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{\phi\theta} \left(1 + \frac{z}{R_{\theta}}\right) z dz \quad , \quad M_{\theta\phi} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{\theta\phi} \left(1 + \frac{z}{R_{\phi}}\right) z dz \quad (2.2.1g,h)$$

$$Q_{\phi} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{\phi z} \left(1 + \frac{z}{R_{\theta}}\right) dz \quad , \quad Q_{\theta} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{\theta z} \left(1 + \frac{z}{R_{\phi}}\right) dz \quad (2.2.1i,j)$$

Burada ,

t : Kabuk kalınlığı ,

z : Kabuk üzerindeki herhangi bir noktanın ortalama yüzey normali doğrultusundaki uzaklığı ,

σ_{ϕ} : ϕ yüzündeki normal gerilme,

σ_{θ} : θ yüzündeki normal gerilme,

$\tau_{\phi\theta}, \tau_{\phi z}$: ϕ yüzündeki kayma gerilmeleri,

$\tau_{\theta\phi}, \tau_{\theta z}$: θ yüzündeki kayma gerilmeleri.

Bölüm 2.1'deki ilk varsayıma uygun olarak $z/R_{\phi} \cong 0$ ve $z/R_{\theta} \cong 0$ alınabilir. Kabuk elemanımızda, iki kesit birbirine dik olduklarından Mukamevet'den bilinen $\tau_{\phi\theta} = \tau_{\theta\phi}$ bağıntısı kullanılabilir. Bu durumda (2.2.1c,d) ve (2.2.1g,h) denklemlerinden aşağıdaki ifadeler yazılabilir :

$$N_{\theta\phi} \cong N_{\phi\theta}$$

$$M_{\theta\phi} \cong M_{\phi\theta} \quad (2.2.2)$$

Şekil.2.2.a'da gösterilen P_ϕ, P_θ ve P_r değerleri, ortalama yüzeyin birim alanına etkileyen P dış yükünün sırasıyla meridyen teğeti, paralel çember teğeti ve ortalama yüzey normali doğrultularındaki bileşenlerini göstermektedir. Şekil 2.2'de görülen kabuk elemanı kendisine etkileyen iç ve dış kuvvetler altında dengededir. Kuvvetlerin ve momentlerin dengesinden aşağıdaki denge denklemleri elde edilebilir :

$$N_{\theta\phi,\theta} + \frac{r}{R_\phi} N_{\phi,\phi} + (N_\phi - N_\theta) \cos\phi + \frac{r}{R_\phi} Q_\phi + rP_\phi = 0 \quad (2.2.3a)$$

$$N_{\theta,\theta} + \frac{r}{R_\phi} N_{\phi\theta,\phi} + 2 \cos\phi N_{\theta\phi} + Q_\theta \sin\phi + rP_\theta = 0 \quad (2.2.3b)$$

$$Q_{\theta,\theta} + \frac{r}{R_\phi} Q_{\phi,\phi} + Q_\phi \cos\phi - N_\theta \sin\phi - \frac{r}{R_\phi} N_\phi + rP_r = 0 \quad (2.2.3c)$$

$$M_{\theta,\theta} + \frac{r}{R_\phi} M_{\phi\theta,\phi} + 2 \cos\phi M_{\theta\phi} - rQ_\theta = 0 \quad (2.2.3d)$$

$$M_{\theta\phi,\theta} + \frac{r}{R_\phi} M_{\phi,\phi} + (M_\phi - M_\theta) \cos\phi - rQ_\phi = 0 \quad (2.2.3e)$$

$$\frac{1}{R_\phi} M_{\phi\theta} - \frac{\sin\phi}{r} M_{\theta\phi} - N_{\phi\theta} + N_{\theta\phi} = 0 \quad (2.2.3f)$$

(2.2.3) denklemleri, momentleri ve enine kesme kuvvetlerini ihmal eden membran gerilme haline göre yeniden düzenlenerek aşağıdaki şekilde yazılabilir :

$$N_{\theta\phi,\theta} + \frac{r}{R_\phi} N_{\phi,\phi} + (N_\phi - N_\theta) \cos\phi + rP_\phi = 0 \quad (2.2.4a)$$

$$N_{\theta,\theta} + \frac{r}{R_\phi} N_{\phi\theta,\phi} + 2 \cos\phi N_{\theta\phi} + rP_\theta = 0 \quad (2.2.4b)$$

$$N_\theta \sin\phi + \frac{r}{R_\phi} N_\phi - rP_r = 0 \quad (2.2.4c)$$

Yüklerin dönele simetrik olması ($P_\theta = 0$) durumunda, θ ' ya göre türevler ve $Q_\theta, N_{\theta\phi}, M_{\theta\phi}$ değerleri sıfır olur.

2.3. ŞEKİL DEĞİŞTİRME BAĞINTILARI

Ortalama yüzey üzerindeki bir noktanın yer değiştirmesi aşağıdaki bileşenler ile ifade edilebilir :

w : Ortalama yüzeye normal doğrultudaki yer değiştirme,

u_ϕ : Meridyene teğet doğrultudaki yer değiştirme,

u_θ : Paralel çember teğeti doğrultusundaki yer değiştirme,

β_ϕ : Ele alınan noktanın üzerinde bulunduğu ortalama yüzey normalinin, paralel çember teğeti etrafındaki dönme miktarı,

β_θ : Ele alınan noktanın üzerinde bulunduğu ortalama yüzey normalinin, meridyen eğrisi teğeti etrafındaki dönme miktarı.

Yüklerin dönele simetrik olması durumunda u_θ ve β_θ sıfır olur.

β_ϕ ve β_θ , yer değiştirmeler cinsinden şu şekilde ifade edilebilir (Kalnins, 1964) :

$$\beta_\phi = \frac{u_\phi}{R_\phi} - w_{,s_\phi} \quad (2.3.1)$$

$(\dots)_{,s_\phi} = (\dots)_{,\phi}/R_\phi$ olduğundan (2.3.1) denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir :

$$\beta_\phi = \frac{u_\phi}{R_\phi} - \frac{1}{R_\phi} w_{,\phi} \quad (2.3.2a)$$

Benzer şekilde,

$$\beta_\theta = \frac{u_\theta}{R_\theta} - \frac{1}{r} w_{,\theta} \quad (2.3.2b)$$

Ortalama yüzeyin şekil değiştirme bileşenleri :

ε_ϕ : Meridyen teğeti doğrultusundaki şekil değiştirme,

ε_θ : Paralel çember teğeti doğrultusundaki şekil değiştirme,

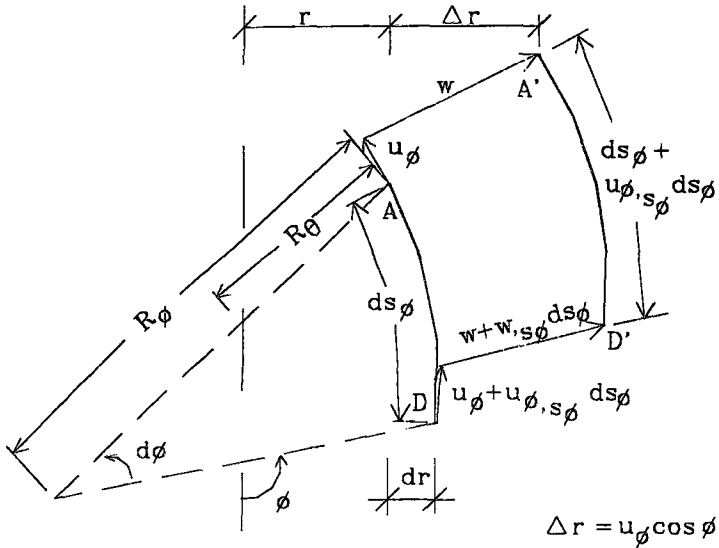
$\gamma_{\phi\theta}$: Kayma açısı.

Şekil değiştirmeler, yer değiştirmeler cinsinden ifade edilirken, ikinci dereceden terimler ihmal edilirse (Şekil 2.4, Şekil 2.5 ve Şekil 2.6) ve

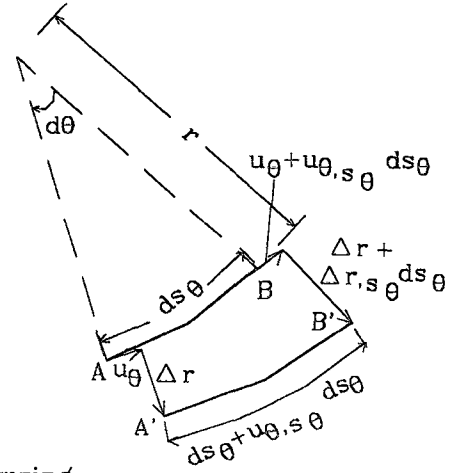
$$ds_\phi = R_\phi d\phi$$

$$ds_\theta = r d\theta$$

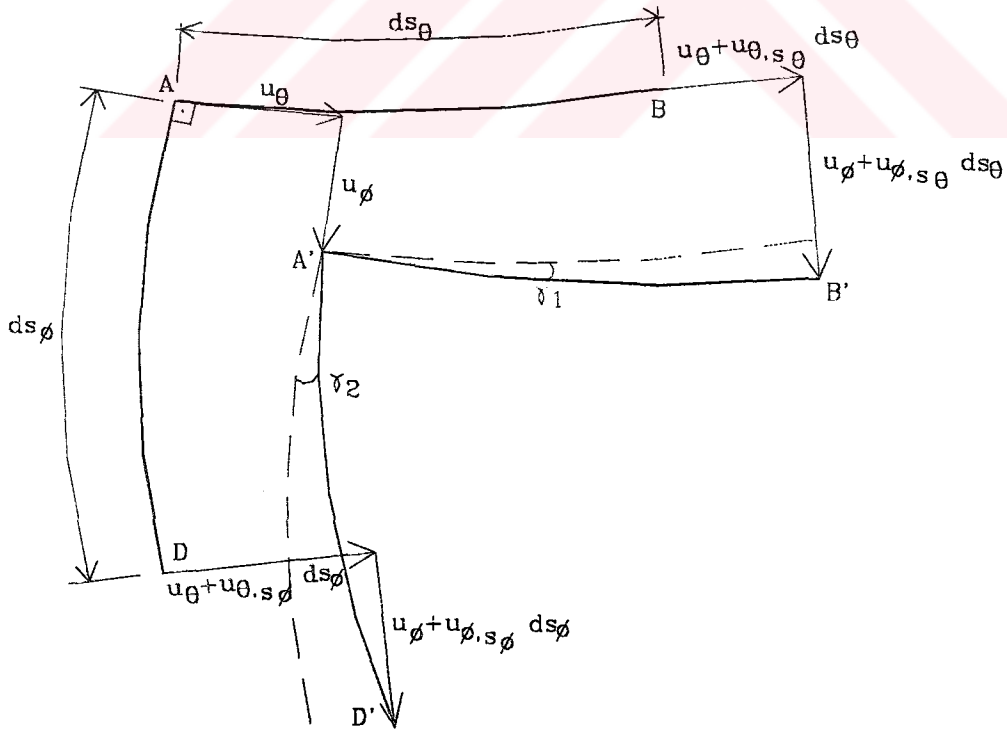
denklemleri kullanılırsa aşağıdaki ifadeler elde edilir (Flügge, 1973) :



Şekil 2.4 : AD : Şekil değişimi öncesi meridyen yay uzunluğu
A'D' : Şekil değişimi sonrası meridyen yay uzunluğu



Şekil 2.5 AB : Şekil değişimi öncesi paralel çember yay uzunluğu
A'B' : Şekil değişimi sonrası paralel çember yay uzunluğu



Şekil 2.6 : AB paralel çember yayı ile AD meridyen yayı arasındaki dik açının şekil değişimi sonrasında $\gamma_{\phi\theta} = \gamma_1 + \gamma_2$ değişimi

$$\varepsilon_{\phi} \equiv \frac{\Delta ds_{\phi}}{ds_{\phi}} = \frac{w + u_{\phi,\phi}}{R_{\phi}} \quad (2.3.3a)$$

$$\varepsilon_{\theta} \equiv \frac{\Delta ds_{\theta}}{ds_{\theta}} = \frac{u_{\phi} \cos \phi + w \sin \phi + u_{\theta,\theta}}{r} \quad (2.3.3b)$$

$$\gamma_{\phi\theta} = \gamma_1 + \gamma_2 = \frac{u_{\phi,\theta}}{r} + \frac{u_{\theta,\phi}}{R_{\phi}} - \frac{u_{\theta} \cos \phi}{r} \quad (2.3.3c)$$

Ortalama yüzeyden z kadar dik uzaklıktaki bir noktanın yer değiştirmeleri, ortalama yüzey üzerinde tanımlanan yer değiştirmeler cinsinden yazılabilir (Yükseler, 1986) :

$$u_{\phi}^{(z)} = u_{\phi} + z\beta_{\phi} \quad (2.3.4a)$$

$$u_{\theta}^{(z)} = u_{\theta} + z\beta_{\theta} \quad (2.3.4b)$$

$$w^{(z)} = w \quad (2.3.4c)$$

(ϕ, θ, z) noktasındaki şekil değiştirmeler, (2.3.3) ve (2.3.4) denklemleri kullanılarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir :

$$\varepsilon_{\phi}^{(z)} = \varepsilon_{\phi} + \frac{z\beta_{\phi,\phi}}{R_{\phi}} \quad (2.3.5a)$$

$$\varepsilon_{\theta}^{(z)} = \varepsilon_{\theta} + \frac{z(\beta_{\phi} \cos \phi + \beta_{\theta,\theta})}{r} \quad (2.3.5b)$$

$$\gamma_{\phi\theta}^{(z)} = \gamma_{\phi\theta} + z\left(\frac{\beta_{\phi,\theta} - \beta_{\theta} \cos \phi}{r} + \frac{\beta_{\theta,\phi}}{R_{\phi}}\right) \quad (2.3.5c)$$

Meridyen eğriliğindeki şekil değişimi ile meydana gelen değişim K_{ϕ} , enine eğrilikteki şekil değişimi ile meydana gelen değişim K_{θ} ve yüzey burulması $K_{\phi\theta}$

$$K_{\phi} = \frac{\beta_{\phi,\phi}}{R_{\phi}} \quad (2.3.6a)$$

$$K_{\theta} = \frac{\beta_{\phi} \cos \phi + \beta_{\theta,\theta}}{r} \quad (2.3.6b)$$

$$K_{\phi\theta} = \frac{\beta_{\phi,\theta} - \beta_{\theta} \cos \phi}{r} + \frac{\beta_{\theta,\phi}}{R_{\phi}} \quad (2.3.6c)$$

denklemleri ile ifade edilebilirler (Kalnins, 1964).

2.4. KESİT TESİRLERİ İLE YER DEĞİŞTİRMELER ARASINDAKİ BAĞINTILAR

Hooke yasasının geçerli olduğu varsayımı ile gerilme ve şekil değiştirmeler arasında

$$\varepsilon_{\phi} = \frac{1}{E}(\sigma_{\phi} - \mu\sigma_{\theta}) + \alpha T = \frac{1}{E t}(N_{\phi} - \mu N_{\theta}) + \alpha T \quad , \quad (2.4.1a)$$

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{1}{E}(\sigma_{\theta} - \mu\sigma_{\phi}) + \alpha T = \frac{1}{E t}(N_{\theta} - \mu N_{\phi}) + \alpha T \quad , \quad (2.4.1b)$$

$$\gamma_{\phi\theta} = \frac{1}{G}\tau_{\phi\theta} = \frac{2(1+\mu)}{E t}N_{\phi\theta} \quad (2.4.1c)$$

bağıntıları vardır (Özden , 1975).

Burada ,

E : Elastisite modülü,

G : Kayma modülü,

μ : Poisson oranı,

T : Sıcaklık değişimi,

α : Genleşme katsayısı

$$M_{\theta} = D(K_{\theta} + \mu K_{\phi}) - (1 + \mu)\alpha DT_1 \quad (2.4.3e)$$

$$M_{\phi\theta} = M_{\theta\phi} = \frac{(1 - \mu)}{2} DK_{\phi\theta} \quad (2.4.3f)$$

Burada ,

$$K = \frac{Et}{1 - \mu^2} \quad (\text{uzama rijitliği}) \quad (2.4.4a)$$

$$D = \frac{Et^3}{12(1 - \mu^2)} \quad (\text{eğilme rijitliği}) \quad (2.4.4b)$$

Şekil deđiŐtirmelerin (2.3.3) ve (2.3.6) denklemleriyle ifade edilen değerleri (2.4.3) denklemlerinde yerlerinde yazılırsa, kesit tesirleri ile yer değiştirmeler arasındaki bağıntılar elde edilmiş olur (Yükseler, 1986) :

$$N_{\phi} = K \left(\frac{w + u_{\phi\phi}}{R_{\phi}} + \mu \frac{u_{\phi} \cos \phi + w \sin \phi + u_{\theta\theta}}{r} \right) - (1 + \mu)\alpha KT_0 \quad (2.4.5a)$$

$$N_{\theta} = K \left(\frac{u_{\phi} \cos \phi + w \sin \phi + u_{\theta\theta}}{r} + \mu \frac{w + u_{\phi\phi}}{R_{\phi}} \right) - (1 + \mu)\alpha KT_0 \quad (2.4.5b)$$

$$N_{\phi\theta} = N_{\theta\phi} = \frac{(1 - \mu)}{2} K \left(\frac{u_{\phi\theta}}{r} + \frac{u_{\theta\phi}}{R_{\phi}} - \frac{u_{\theta} \cos \phi}{r} \right) \quad (2.4.5c)$$

$$M_{\phi} = D \left(\frac{\beta_{\phi\phi}}{R_{\phi}} + \mu \frac{\beta_{\theta\theta} + \beta_{\phi} \cos \phi}{r} \right) - (1 + \mu)\alpha DT_1 \quad (2.4.5d)$$

$$M_{\theta} = D \left(\frac{\beta_{\theta\theta} + \beta_{\phi} \cos \phi}{r} + \mu \frac{\beta_{\phi\phi}}{R_{\phi}} \right) - (1 + \mu)\alpha DT_1 \quad (2.4.5e)$$

$$M_{\phi\theta} = M_{\theta\phi} = \frac{(1 - \mu)}{2} D \left(\frac{\beta_{\theta\phi}}{R_{\phi}} + \frac{\beta_{\phi\theta} - \beta_{\theta} \cos \phi}{r} \right) \quad (2.4.5f)$$

Bölüm.2.1'deki 4. varsayıma uygun olarak kesme kuvvetinden dolayı meydana gelen Şekil değiştirmeler ihmal edilmiştir. Bu nedenle kesit tesirleri ile Şekil değiştirmeler arasındaki bağıntılar yazılırken Q_{ϕ} ve Q_{θ} kesit tesirlerine yer verilmemiŐtir.

2.5. SINIR KOŞULLARI

Herhangi bir $\phi = \text{sabit}$ sınırındaki doğal sınır koşulları aşağıdaki gibidir (Love,1934), (Green ve Zerna,1968) :

$$\bar{u}_\phi = 0 \quad \text{veya} \quad \bar{N}_\phi = 0 \quad (2.5.1a)$$

$$\bar{u}_\theta = 0 \quad \text{veya} \quad \bar{N} = \bar{N}_{\phi\theta} + \frac{1}{R_\theta} \bar{M}_{\theta\phi} = 0 \quad (2.5.1b)$$

$$\bar{\beta}_\phi = 0 \quad \text{veya} \quad \bar{M}_\phi = 0 \quad (2.5.1c)$$

$$\bar{w} = 0 \quad \text{veya} \quad \bar{Q} = \bar{Q}_\phi + \frac{1}{r} \bar{M}_{\phi\theta} = 0 \quad (2.5.1d)$$

Burada harflerin üzerindeki üst çizgiler bu değerlerin sınırlara ait olduğunu göstermektedir. Ayrıca, N ve Q eşdeğer kesme kuvvetlerini ifade etmektedir.


Yüklerin dönele simetrik olması durumunda, dönele kabuğun bir paralel çemberi boyunca bazı özel mesnet tipleri için sınır koşullarının ayrıntıları aşağıda verilmektedir (Sayar, 1969) :

1) sabit mafsal mesnet :  $u_\phi = 0 ; w = 0 ; M_\phi = 0$

2) ankastre mesnet :  $u_\phi = 0 ; w = 0 ; \beta_\phi = 0$

3) kayıcı mafsal mesnet (1.çeşit) :  $N_\phi = 0 ; w = 0 ; M_\phi = 0$

4) kayıcı mafsal mesnet (2.çeşit) :  $u_\phi = 0 ; Q = 0 ; M_\phi = 0$

5) serbest uç :  $N_\phi = 0 ; M_\phi = 0 ; Q = 0$

6) kabuk normali yönünde elastik mesnet :

sınır koşulu : $-E.I.Q \pm c1.w = 0$ (Yay katsayısı : $c1$)

7) ara elastik ankastre mesnet :

sınır koşulu : $-E.I.M_\phi \pm c2.\beta_\phi = 0$ (Yay katsayısı : $c2$)

8) meridyen teğeti yönünde elastik mesnet :

sınır koşulu : $-E.I.N_\phi \pm c3.u_\phi = 0$ (Yay katsayısı : $c3$)

3. İNTEGRASYON MATRİSLERİ İLE ÇÖZÜM

İntegral matrisi, integral operatörünün ayrı bir versiyonudur. İntegral operatörü, bir $f(x)$ fonksiyonunu $f(x)$ 'in integrali olan $F(x)$ 'e dönüştüren lineer bir operatördür. İntegral matrisi, matris çarpım yoluyla bir fonksiyonun yaklaşık integralini elde etmek için kullanılır.

Bir integral matris, diferansiyel denklem sistemini cebirsel denklem sistemine dönüştürür. Bu dönüştürme işlemi için kabuğun toplam integrasyon bölgesinin bir ağ şeklinde parçalara ayrılması gerekmektedir. Her bir parçada $f(x)$ fonksiyonunun ayrı ayrı integrali alınır ve elde edilen bu integraller toplanarak $f(x)$ fonksiyonunun yaklaşık toplam integrali hesaplanır.

Parnell (1984), $f(x)$ fonksiyonunun herhangi bir alt aralıktaki integralinin matris gösterimini aşağıdaki şekilde ifade etmiştir :

$$\{F\} = [W_n] \{f\} \quad (3.1.1)$$

Burada W_n , Newton ağırlık matrisini göstermektedir ve integrasyon aralığı boyunca değişen fonksiyonun integrali alınarak türetilmiştir. (3.1.1) denkleminin her iki tarafı $[S]$ alt üçgen matrisi ile çarpılarak her alt aralıkta hesaplanan integrallerin toplamı bulunmuştur :

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & . & 0 \\ 1 & 1 & . & . \\ . & . & 1 & 0 \\ 1 & . & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1.2)$$

Fonksiyonun toplam integrali $\{\bar{F}\}$ ile gösterilirse

$$\{\bar{F}\} = [S][W_n] \{f\} \quad (3.1.3)$$

ifadesi elde edilebilir.

Parnell (1984) , çalışmasında sadece lineer, quadratik ve kübik ($n=1,2,3$) polinomlara dayalı Newton integral matrislerini kullanmış ve integral matrisini

$$[L] = [S][W_n] \quad (3.1.4)$$

denklemini ile ifade etmiştir. Bu çarpım ifadesi, hesap açısından etkisizdir ve $[L]$ 'ni bulmak için $[W_n]$ 'nin kolonlarını satır satır toplamak yeterlidir. Bu çalışmada da integral matrisi bu şekilde teşkil edilmiştir.

3.1. BU ÇALIŞMADA İZLENEN YOL

Kalnins (1964), ince döneel kabuk denklemlerini $w, u_\phi, u_\theta, \beta_\phi, N_\phi, N, M_\phi, Q$ 'yu esas değişkenler olarak almış ve esas değişkenlerin s 'ye göre birinci türevlerini esas değişkenlerin kendileri ve θ 'ya göre türevleri cinsinden ifade etmiştir. (2.3.1) ve (2.4.5a,b) denklemlerini kullanarak $w_{,s}, u_{\phi,s}$ ve $\beta_{\phi,s}$ ile ilgili denklemleri, (2.4.5c,f), (2.4.6b,d) ve (2.4.4) denklemlerini kullanarak $u_{\theta,s}$ ile ilgili denklemini elde etmiştir. (2.2.3c,d) denkleminde Q_θ 'yı elimine ederek $Q_{,s}$ 'i, (2.2.3a) denkleminde $N_{\theta,s}$ 'i, (2.2.3b,d) denkleminde Q_θ 'yı elimine ederek $N_{,s}$ 'i ve (2.2.3e) denklemlerinden $M_{\phi,s}$ 'i elde etmiştir. Bu denklemlerde yer alan N_θ, M_θ ve $M_{\theta\phi}$, esas değişkenlerin dışında kaldığından bunların yerine (2.2.3) ve (2.2.4) denklemlerinden faydalanarak esas değişkenler cinsinden karşılıklarını yazarak $Q_{,s}, N_{\theta,s}, N_{,s}$ ve $M_{\phi,s}$ denklemlerini elde etmiştir.

$$w_{,s} = \frac{u_\phi}{R_\phi} - \beta_\phi \quad (3.2.1a)$$

$$u_{\phi,s} = -Uw - \frac{\mu \cos \phi}{r} u_\phi - \frac{\mu}{r} u_{\theta,\theta} + \frac{1}{K} N_\phi + \alpha(1+\mu)T_0 \quad (3.2.1b)$$

$$u_{\theta,s} = -\frac{D \sin 2\phi}{Kr^3} w_{,\theta} - \frac{1}{r} u_{\phi,\theta} + \frac{\cos \phi}{r} u_\theta - \frac{2D \sin \phi}{Kr^2} \beta_{\phi,\theta} + \frac{2}{(1-\mu)K} N \quad (3.2.1c)$$

$$\beta_{\phi,s} = \frac{\mu}{r^2} w_{,\theta\theta} - \frac{\mu \sin \phi}{r^2} u_{\theta,\theta} - \frac{\mu \cos \phi}{r} \beta_\phi + \frac{1}{D} M_\phi + \alpha(1+\mu)T_1 \quad (3.2.1d)$$

$$\begin{aligned} Q_{,s} = & \frac{1-\mu}{r^4} \left[D(1+\mu) \frac{\partial^4}{\partial \theta^4} - 2D \cos^2 \phi \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + (1+\mu)Kr^2 \sin^2 \phi \right] w \\ & + \frac{(1-\mu) \cos \phi}{r^2} \left[\frac{DJ}{r} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + (1+\mu)K \sin \phi \right] u_\phi + \frac{(1-\mu^2) \sin \phi}{r^2} \left[K - \frac{D}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] u_{\theta,\theta} \\ & - D(1-\mu)(3+\mu) \frac{\cos \phi}{r^3} \beta_{\phi,\theta\theta} + UN_\phi - \frac{\mu}{r^2} M_{\phi,\theta\theta} - \frac{D \sin 2\phi}{Kr^3} N_{,\theta} \\ & - \frac{\cos \phi}{r} Q - P_r - \alpha(1-\mu^2) \frac{1}{r} \left(K \sin \phi T_0 - \frac{1}{r} DT_{1,\theta\theta} \right) \end{aligned} \quad (3.2.1e)$$

$$\begin{aligned}
N_{\phi,ss} = & (1-\mu) \frac{\cos\phi}{r^2} \left[\frac{DJ}{r} \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} + (1+\mu)K \sin\phi \right] w + \frac{(1-\mu)}{r^2} \left[(1+\mu)K \cos^2\phi - \frac{DJ^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} \right] u_{\phi} \\
& + \frac{(1-\mu^2)K \cos\phi}{r^2} u_{\theta,\theta} + \frac{DJ(1-\mu)}{r^2} \beta_{\phi,\theta\theta} - \frac{1}{R_{\phi}} Q - (1-\mu) \frac{\cos\phi}{r} N_{\phi} - \frac{1}{r} N_{,\theta} - \\
& P_{\phi} - \alpha(1-\mu^2)K \frac{\cos\phi}{r} T_0
\end{aligned} \tag{3.2.1f}$$

$$\begin{aligned}
N_{,s} = & \frac{(1-\mu)}{r^2} \left[(1+\mu)D \frac{\sin\phi}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} - (1+\mu)K \sin\phi \right] w_{,\theta} - \frac{(1-\mu^2)\cos\phi}{r^2} u_{\phi,\theta} - \frac{(1-\mu^2)K}{r^2} u_{\theta,\theta\theta} \\
& - \frac{D(1-\mu)\cos\phi}{r^2} \left[(1+\mu) \frac{\sin\phi}{r} - H \right] \beta_{\phi,\theta} - \frac{\mu}{r} N_{\phi,\theta} - \frac{2\cos\phi}{r} N - \frac{\mu\sin\phi}{r^2} M_{\phi,\theta} - P_{\theta} \\
& + \alpha(1-\mu^2) \frac{1}{r} \left[KT_{0,\theta} + D \frac{\sin\phi}{r} T_{1,\theta} \right]
\end{aligned} \tag{3.2.1g}$$

$$\begin{aligned}
M_{\phi,s} = & -(1-\mu)(3+\mu)D \frac{\cos\phi}{r^3} w_{,\theta\theta} + \frac{DJ(1-\mu)}{r^2} u_{\phi,\theta\theta} + \frac{D(1-\mu)\cos\phi}{r^2} \left[(1+\mu) \frac{\sin\phi}{r} - H \right] u_{\theta,\theta} \\
& + \frac{D(1-\mu)}{r^2} \left[(1+\mu) \cos^2\phi - 2 \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} \right] \beta_{\phi} + Q - \frac{2D\sin\phi}{Kr^2} N_{,\theta} - (1-\mu) \frac{\cos\phi}{r} M_{\phi} - \alpha(1-\mu^2)D \frac{\cos\phi}{r} T_1
\end{aligned} \tag{3.2.1h}$$

Burada ,

$$H = \frac{1}{R_{\phi}} - \frac{\sin\phi}{r} \tag{3.2.2a}$$

$$J = \frac{1}{R_{\phi}} + \frac{\sin\phi}{r} \tag{3.2.2b}$$

$$U = \frac{1}{R_{\phi}} + \frac{\mu\sin\phi}{r} \tag{3.2.2c}$$

Esas değişkenler dışında kalan $\beta_{\theta}, N_{\theta}, N_{\theta\phi}, M_{\theta}, M_{\theta\phi}, Q_{\theta}, Q_{\phi}$ bilinmeyenleri aşağıda verilen deklemler ile hesaplanabilmektedir :

$$\beta_{\theta} = \frac{u_{\theta}}{R_{\theta}} - \frac{1}{r} w_{,\theta} \tag{3.2.3a}$$

$$N_{\theta} = \mu N_{\phi} + \frac{K(1-\mu^2)}{r} (w \sin\phi + u_{\phi} \cos\phi + u_{\theta,\theta}) - \alpha K(1-\mu^2) T_0 \tag{3.2.3b}$$

$$N_{\theta\phi} = N - \frac{\sin\phi}{r} M_{\theta\phi} \quad (3.2.3c)$$

$$M_{\theta} = \mu M_{\phi} + \frac{D(1-\mu^2)}{r} \left(-\frac{1}{r} w_{,\theta\theta} + \frac{\sin\phi}{r} u_{\theta,\theta} + \beta_{\phi} \cos\phi \right) - \alpha D(1-\mu^2) T_1 \quad (3.2.3d)$$

$$M_{\theta\phi} = \frac{D(1-\mu)}{r} \left(\beta_{\phi,\theta} + \frac{\cos\phi}{2r} w_{,\theta} - \frac{1}{2R_{\phi}} u_{\phi,\theta} \right) \quad (3.2.3e)$$

$$Q_{\phi} = Q - \frac{1}{r} M_{\theta\phi,\theta} \quad (3.2.3f)$$

$$Q_{\theta} = \frac{1}{r} M_{\theta,\theta} + M_{\theta\phi,s} + \frac{2 \cos\phi}{r} M_{\theta\phi} \quad (3.2.3g)$$

Bu çalışmada göz önüne alınan problemler yüklemenin dönele simetrik olduğu kabuk problemleridir. Bu sebeple (3.2.1) ve (3.2.3) denklemlerinde verilen β_{θ} , $N_{\theta\phi}$, $M_{\theta\phi}$, Q_{θ} , u_{θ} , N sifıra eşittir ve $Q_{\phi} = Q$ olur. Bu denklemler yerine

$$w_{,s} = \frac{u_{\phi}}{R_{\phi}} - \beta_{\phi} \quad (3.2.4a)$$

$$u_{\phi,s} = -Uw - \frac{\mu \cos\phi}{r} u_{\phi} + \frac{1}{K} N_{\phi} + \alpha(1+\mu)T_0 \quad (3.2.4b)$$

$$\beta_{\phi,s} = -\frac{\mu \cos\phi}{r} \beta_{\phi} + \frac{1}{D} M_{\phi} + \alpha(1+\mu)T_1 \quad (3.2.4c)$$

$$Q_{,s} = \frac{Et \sin^2 \phi}{r^2} w + \frac{Et \cos\phi \sin\phi}{r^2} u_{\phi} + UN_{\phi} - \frac{\cos\phi}{r} Q - P_r - \alpha(1-\mu^2) \frac{1}{r} (K \sin\phi T_0) \quad (3.2.4d)$$

$$N_{\phi,s} = \frac{Et \cos\phi \sin\phi}{r^2} w + \frac{Et \cos^2 \phi}{r^2} u_{\phi} - \frac{1}{R_{\phi}} Q - \frac{(1-\mu) \cos\phi}{r} N_{\phi} - P_{\phi} - \frac{K\alpha(1-\mu^2) \cos\phi}{r} T_0 \quad (3.2.4e)$$

$$M_{\phi,s} = + \frac{D(1-\mu^2) \cos^2 \phi}{r^2} \beta_{\phi} + Q - \frac{(1-\mu) \cos\phi}{r} M_{\phi} - \alpha(1-\mu^2) D \frac{\cos\phi}{r} T_1 \quad (3.2.4f)$$

ve

$$N_{\theta} = \mu N_{\phi} + \frac{K(1-\mu^2)}{r} (w \sin\phi + u_{\phi} \cos\phi) - \alpha K(1-\mu^2) T_0 \quad (3.2.5a)$$

$$M_{\theta} = \mu M_{\phi} + \frac{D(1-\mu^2) \cos\phi}{r} \beta_{\phi} - \alpha D(1-\mu^2) T_1 \quad (3.2.5b)$$

birinci dereceden adi diferansiyel denklemler kullanılmıştır.

Sayar (1969) ,potansiyel enerji ilkesini esas alarak Hamilton formalizmini kullanmış ve dönele kabukların kanonik diferansiyel denklemlerini elde etmiştir. Daha sonra verilen

mesnet koşulları ile belirlenen kanonik diferansiyel denklemlerin sınır değerleri problemini başlangıç değerleri problemine dönüştürerek Runge-Kutta-Fehlberg metodu ile çözmüştür. Kanonik diferansiyel denklem takımlarını matris formunda ifade ederek sayısal çözümlerin elde edilmesinde matris metodların kullanımını mümkün kılmıştır. Sayar(1969)'ın elde ettiği denklemler (3.2.4) denklemleriyle çalışmaktadır.

Bu yaklaşıma uygun olarak diferansiyel denklem takımlarını

$$\frac{d}{ds} \{y\} = [A] \{y\} + \{a\} \quad (3.2.6)$$

matris denklemi ile ifade edebiliriz. Burada $\{y\}$ durum vektörünü göstermektedir ve (6x1) boyutundadır ; $[A]$ (3.2.4) denklemlerinden elde edilen katsayılar matrisidir ve (6x6) boyutundadır ; $\{a\}$ yük vektörünü göstermektedir ve (6x1) boyutundadır:

$$\{y\}^T = [w \quad u_\phi \quad \beta_\phi \quad Q \quad N_\phi \quad M_\phi] \quad (3.2.7a)$$

$$\{a\} = \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha(1+\mu)T_0 \\ \alpha(1+\mu)T_1 \\ -p_r - \alpha(1-\mu^2)K \frac{\sin\phi}{r} T_0 \\ -p_\phi - \alpha(1-\mu^2)K \frac{\cos\phi}{r} T_0 \\ -\alpha(1-\mu^2)D \frac{\cos\phi}{r} T_1 \end{bmatrix} \quad (3.2.7b)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_\phi} & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -U & -\frac{\mu \cos\phi}{r} & 0 & 0 & \frac{1}{K} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\mu \cos\phi}{r} & 0 & 0 & \frac{1}{D} \\ \frac{Et \sin^2 \phi}{r^2} & \frac{Et \sin\phi \cos\phi}{r^2} & 0 & -\frac{\cos\phi}{r} & U & 0 \\ \frac{Et \sin\phi \cos\phi}{r^2} & \frac{Et \cos^2 \phi}{r^2} & 0 & -\frac{1}{R_\phi} & -\frac{(1-\mu) \cos\phi}{r} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{D(1-\mu^2) \cos^2 \phi}{r^2} & 1 & 0 & -\frac{(1-\mu) \cos\phi}{r} \end{bmatrix} \quad (3.2.7c)$$

$$\{f\}=[A]\{y\}+\{a\} \quad (3.2.8)$$

tanımı ile (3.2.6) denklemi

$$\frac{d}{ds}\{y\}=\{f\} \quad (3.2.9)$$

şeklinde ifade edilebilir. Toplam aralık n adet alt aralığa bölünmüştür ve $n+1$ adet düğüm noktası bulunmaktadır. Düğüm noktaları arasındaki uzaklık, sonuçlarda istenen hassaslığa bağlı olarak belirlenir. En hassas sonuçlar düğüm noktalarının optimal şekilde seçilmesi sunucunda elde edilir. Optimal seçim, eğilme etkilerinin fazla olduğu bölgelerde küçük adım uzunluğu, membran çözümüne yakın bölgelerde büyük adım uzunluğu alınarak sağlanabilir. Noktaların eşit uzaklıkta seçilmesi durumunda elde edilen değerler optimal seçime göre daha az hassastır. Ancak eşit aralık kabul edildiğinde işlemler kolaylaşmaktadır.

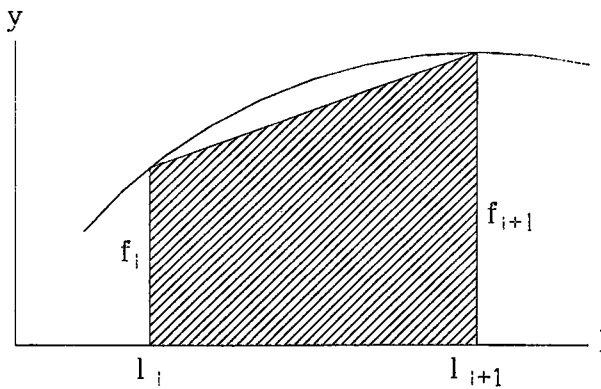
Bir $[l_i, l_{i+1}]$ alt aralığı için (3.2.9) denkleminin integrasyonu yapılırsa

$$\int_{y_i}^{y_{i+1}} d\{y\} = \int_{l_i}^{l_{i+1}} \{f\} ds \quad (3.2.10)$$

elde edilir. Sayısal integrasyon formüllerinden yamuk kuralı (Atkinson, 1985) kullanılırsa, Şekil 3.2.1 'de gösterilen taralı yamuk alanı integralin yaklaşık sonucunu verir ve aşağıdaki şekilde ifade edilebilir :

$$\{y_{i+1}\} - \{y_i\} = \frac{h}{2} (\{f_{i+1}\} + \{f_i\}) \quad (3.2.11)$$

Burada h , adım uzunluğunu göstermektedir : $h = l_{i+1} - l_i$



Şekil 3.2.1

((3.2.11) denkleminde $\{f\}$ 'nün $l_{i+1} - l_i$] alt aralığında lineer olduğu kabul edilmiştir. Daha ileri dereceden sayısal integrasyon formüllerini kullanmak mümkündür. Ancak, bu çalışmada gözönüne alınan problemlerde yamuk kuralı ile hesap yeterli olmuştur.) Aynı şekilde, her alt aralıkta integral alınarak bir araya getirilecek olursa toplam integral

$$[J]\{\tilde{y}\} = [W]\{\tilde{f}\} \quad (3.2.12)$$

denklemini ile ifade edilebilir. Burada $[W]$, integral matrisi

$$[W] = \frac{h}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & \dots & \dots \\ \dots & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.2.13)$$

her noktadaki durum vektörü $\{\tilde{y}\}$

$$\{\tilde{y}\} = \begin{bmatrix} \{y_1\} \\ \{y_2\} \\ \dots \\ \dots \\ \{y_{n+1}\} \end{bmatrix}, \quad (3.2.14)$$

$\{\tilde{f}\}$ vektörü

$$\{\tilde{f}\} = \begin{bmatrix} \{f_1\} \\ \{f_2\} \\ \dots \\ \dots \\ \{f_{n+1}\} \end{bmatrix}, \quad (3.2.15)$$

ve $[J]$ matrisi

$$[J] = \begin{bmatrix} -I & I & 0 & . & . & 0 \\ 0 & -I & I & 0 & . & . \\ . & 0 & . & . & . & . \\ . & . & . & -I & I & 0 \\ 0 & 0 & . & 0 & -I & I \end{bmatrix} \quad (3.2.16)$$

şeklinde tanımlanmışlardır. (3.2.12) denklemi açık olarak

$$[J]\{\tilde{y}\} = [W]([\tilde{A}]\{\tilde{y}\} + \{\tilde{a}\}) \quad (3.2.17)$$

şeklinde de yazılabilir. (3.2.17) denklemi yeniden düzenlenecek olursa

$$([J] - [W][\tilde{A}])\{\tilde{y}\} = [W]\{\tilde{a}\} \quad (3.2.18)$$

elde edilir. Burada,

$$[\tilde{A}] = \begin{bmatrix} [A_1] & [0] & . & . & [0] \\ [0] & [A_2] & [0] & . & . \\ . & [0] & . & . & . \\ . & . & . & . & [0] \\ [0] & . & . & [0] & [A_{n+1}] \end{bmatrix}, \quad \{\tilde{a}\} = \begin{bmatrix} \{a_1\} \\ \{a_2\} \\ . \\ . \\ \{a_{n+1}\} \end{bmatrix} \quad (3.2.19)$$

$$[\tilde{B}] = [J] - [W][\tilde{A}] \text{ ve } \{\tilde{b}\} = [W]\{\tilde{a}\} \quad (3.2.20)$$

tanımlarıyla, (3.2.18) denklemi

$$[\tilde{B}]\{\tilde{y}\} = \{\tilde{b}\} \quad (3.2.21)$$

şeklinde yazılabilir. Burada,

$$[\tilde{B}] = \begin{bmatrix} -[J] - \frac{h}{2}[A_1] & [J] - \frac{h}{2}[A_2] & [0] & . & . & [0] \\ [0] & -[J] - \frac{h}{2}[A_2] & [J] - \frac{h}{2}[A_3] & . & . & . \\ . & [0] & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & [0] \\ [0] & . & [0] & -[J] - \frac{h}{2}[A_n] & [J] - \frac{h}{2}[A_{n+1}] & . \end{bmatrix} \quad (3.2.22)$$

$$\{\tilde{\mathbf{b}}\} = \frac{h}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3 \\ \vdots \\ \mathbf{a}_n + \mathbf{a}_{n+1} \end{bmatrix} \quad (3.2.23)$$

Sınır koşulları

$$\mathbf{B}_{e_1} \{y_1\} = \{\mathbf{b}_1\} \quad (3.2.24a)$$

$$\mathbf{B}_{e_{n+1}} \{y_{n+1}\} = \{\mathbf{b}_{n+1}\} \quad (3.2.24b)$$

denklemleri ile verilmiş olsun (Parnell , 1984). Burada (3.2.24a) matris denklemleri sınırlardan birindeki, (3.2.24b) matris denklemleri diğer sınırdaki sınır koşullarını göstermektedir. Sınır koşullarının ilave edilmesiyle, (3.2.21) denklemleri

$$[\tilde{\mathbf{C}}] \{\tilde{\mathbf{y}}\} = \{\tilde{\mathbf{c}}\} \quad (3.2.25)$$

şekline gelmiştir. Burada

$$[\tilde{\mathbf{C}}] = \begin{bmatrix} [\mathbf{B}_{e_1}] & [0] & \dots & [0] \\ & [\tilde{\mathbf{B}}] & & \\ [0] & \dots & [0] & [\mathbf{B}_{e_{n+1}}] \end{bmatrix} \quad (3.2.26)$$

$$\{\tilde{\mathbf{c}}\}^T = [\{\mathbf{b}_1\} \quad \{\tilde{\mathbf{b}}\} \quad \{\mathbf{b}_{n+1}\}] \quad (3.2.27)$$

(3.2.26) ve (3.2.27) denklemleri bilinen değerlerden oluşmaktadır. Böylece (3.2.6) diferansiyel denklemleri n+1 tane cebirsel denkleme dönüşmüştür. (3.2.25) cebirsel denklemleri cebirsel denklemlerin çözümü için önerilen yöntemlerden biriyle (Örneğin, Gauss eliminasyon yöntemi ile (Cormick,Salvadori,1984)) çözülebilir. Bu sayede $\{\tilde{\mathbf{y}}\}$ yani her noktadaki durum vektörü hesaplanmış olur

4. SAYISAL UYGULAMALAR

ÖRNEK 1. Sabit kalınlıklı ankastre mesnetli küresel kabuğun kendi ağırlığı altında çözümü:

Kabuk şekli Şek.4.1 'de gösterilmektedir. Malzeme ve kabuk geometrisi ile ilgili bilgiler aşağıda verilmektedir :

$$\begin{aligned}
 t &= 0,10 \text{ m.} && \text{(kabuk kalınlığı)} \\
 R_{\phi} &= 11,314 \text{ m.} && \text{(eğrilik yarıçapı)} \\
 E &= 2,1 \cdot 10^6 \text{ t/m}^2 && \text{(malzemenin elastisite modülü)} \\
 \mu &= 1/6 && \text{(Poisson oranı)} \\
 s_b &= 26,658 \text{ m.} && \text{(başlangıç sınırı)} \\
 s_s &= 34,557 \text{ m.} && \text{(bitiş sınırı)} \\
 p &= 0,25 \text{ t/m}^2 && \text{(birim alandaki düşey yük)}
 \end{aligned}$$

Sınır koşulları aşağıda belirtilmektedir :

$$\text{Başlangıç sınır koşulları :} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u_{\phi} \\ \beta_{\phi} \\ Q \\ N_{\phi} \\ M_{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix}$$

$$\text{Bitiş sınır koşulları :} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u_{\phi} \\ \beta_{\phi} \\ Q \\ N_{\phi} \\ M_{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00 \\ -1,41 \\ 0,00 \end{bmatrix}$$

Küresel kabuğun tepe noktasında paralel daire yarıçapı sıfır olmakta ve bu durum katsayılar matrisinde tekillikler oluşmasına sebep olmaktadır. Bu yüzden $\phi=175^\circ$ ile $\phi=180^\circ$ arasında membran gerilme durumu olduğu varsayılmış ve bitiş sınırı $\phi=175^\circ$ olarak kabul edilmiştir. Membran gerilme durumunun geçerli olduğu bitiş sınırında N_{ϕ} değeri bu noktada $N_{\theta} = N_{\phi}$

olduğu göz önünde tutularak ve (2.2.4c) denklemi aşağıdaki şekilde yeniden düzenlenerek hesaplanabilmektedir.

$$N_{\phi} = \frac{r p_r}{\sin\phi + \frac{r}{R_{\phi}}} = -1.41 \text{ t/m}$$

Düşey olan ağırlık yükünün meridyen normali ve meridyen teğeti doğrultularındaki izdüşümleri sırasıyla

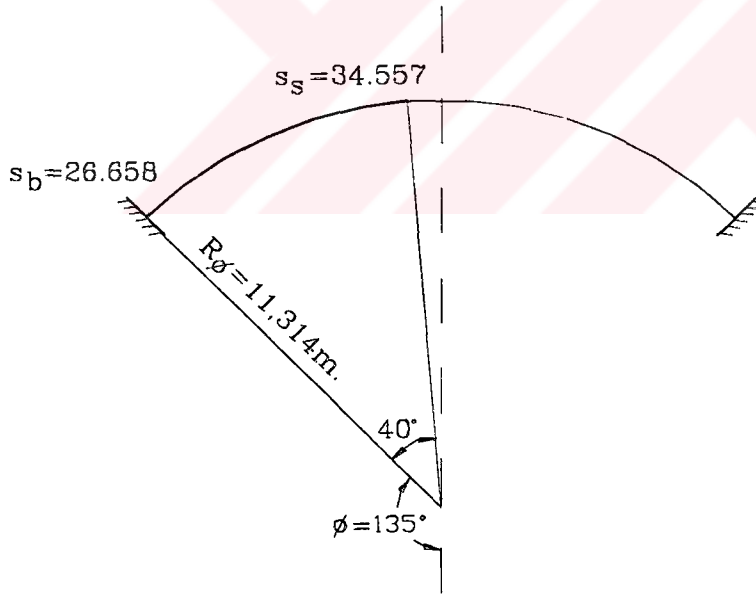
$$p_r = 0,25 \cos\phi \quad (\text{t/m}^2)$$

$$p_{\phi} = -0,25 \sin\phi \quad (\text{t/m}^2)$$

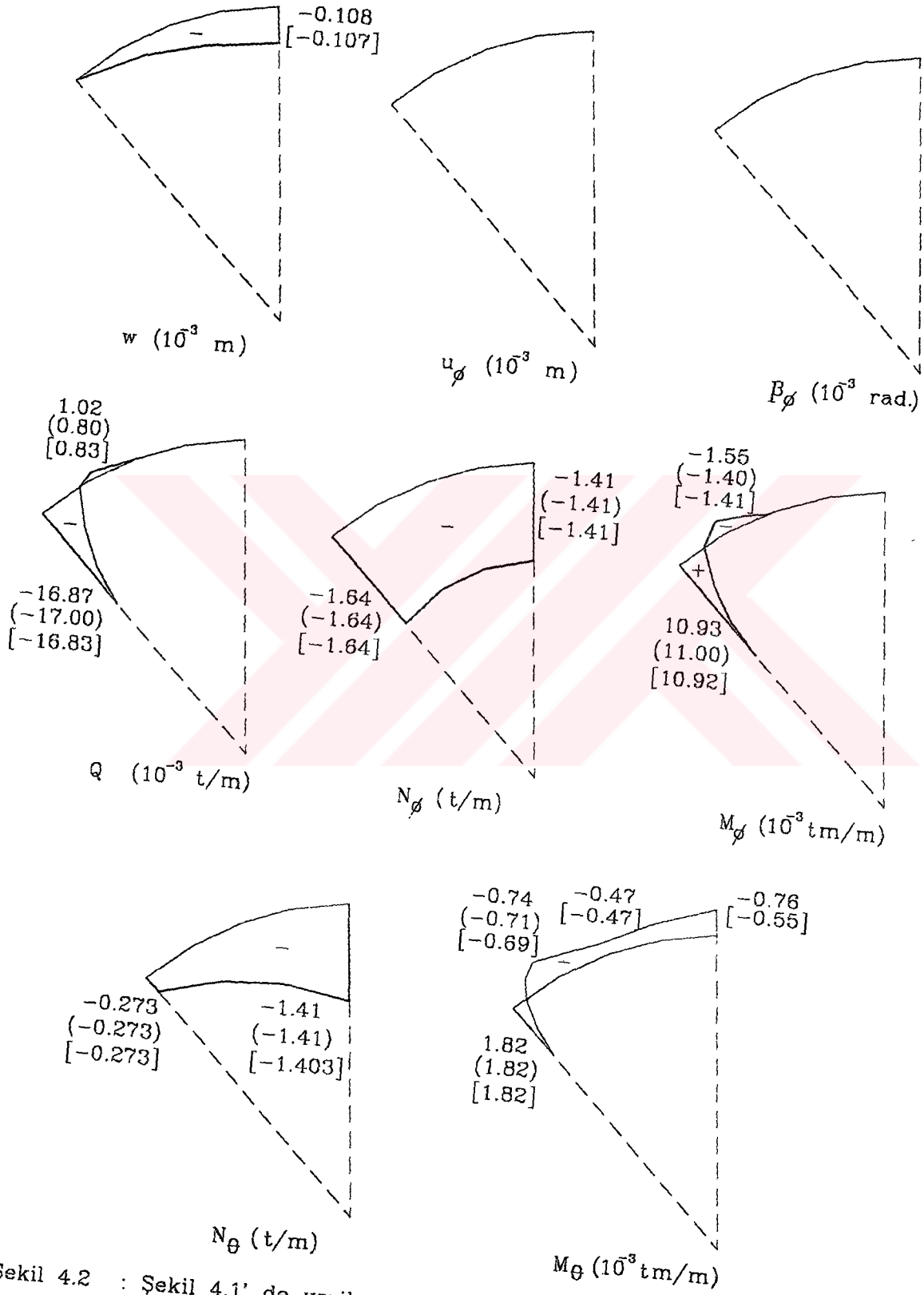
olmaktadır. Buradan yük vektörü (3.2.7b) denklemi yardımıyla aşağıdaki şekilde belirtilebilir

$$\{a\}^T = [0 \quad 0 \quad 0 \quad -0,25 \cos\phi \quad 0,25 \sin\phi \quad 0]$$

Sonuçlar Şekil.4.2 ' de gösterilmektedir. Burada normal parantez içinde verilen değerler Yükseler (1986) tarafından ve köşeli parantez içinde verilen değerler Sayar (1969) tarafından hesaplanmış değerlerdir. Kullanılan bilgisayar zamanı 27,13 saniyedir.



Şekil 4.1 : Sabit kalınlıklı küresel kabuk



Şekil 4.2 : Şekil 4.1' de verilen küresel kabağa ait kesit tesirleri ve yer değiştirmeler.

ÖRNEK 2. Değişken kalınlıklı bir döneel hiperboloidin tabanında döneel simetrik yatay yük bulunması halinde çözümü :

Kabuk şekli Şek.4.3 'de gösterilmektedir. Malzeme ve kabuk geometrisi ile ilgili bilgiler aşağıda verilmektedir :

$$E = 3,0 \cdot 10^6 \text{ t/m}^2 \quad (\text{malzemenin elastisite modülü})$$

$$\mu = 0,2 \quad (\text{Poisson oranı})$$

$$x_b = 0,00 \text{ m.} \quad (\text{başlangıç sınırı})$$

$$x_s = 114,40 \text{ m.} \quad (\text{bitiş sınırı})$$

Yük vektörü aşağıdaki şekildedir :

$$\{a\}^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

Tabanda uygulanan döneel simetrik yatay yükün şiddeti $P = 4,225 \text{ t/m}$ dir.

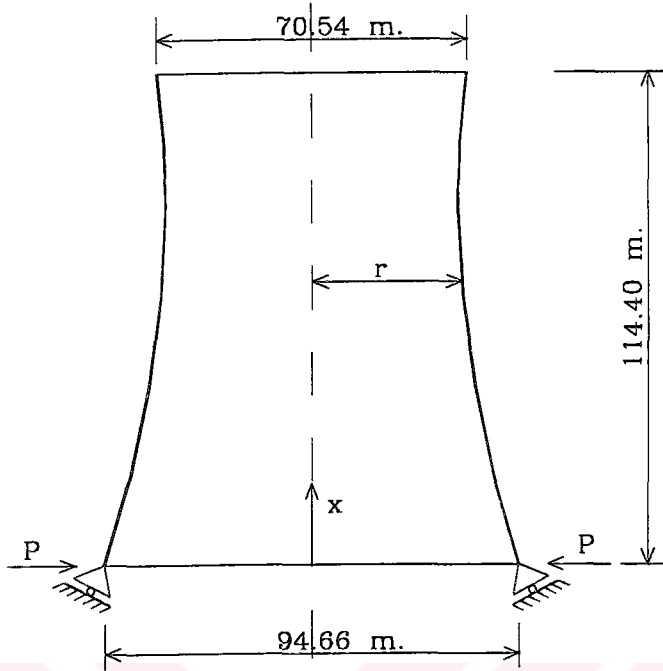
Sınır koşulları aşağıda verilmektedir :

$$\text{Başlangıç sınır koşulları :} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u_\phi \\ \beta_\phi \\ Q \\ N_\phi \\ M_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 4,04 \\ 0,00 \end{bmatrix}$$

$$\text{Bitiş sınır koşulları :} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u_\phi \\ \beta_\phi \\ Q \\ N_\phi \\ M_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix}$$

Başlangıç sınır değeri Q 'nin değeri yatay yük P 'nin meridyen normalı yönünde izdüşümü alınarak aşağıdaki şekilde elde edilebilir :

$$Q_\phi = P \sin(180-\phi) = P \sin\phi = 4,225 \sin(1,871) = 4,04 \text{ t/m}$$



Şekil 4.3 Değişken kalınlıklı bir döneel hiperboloid

Bu problemde bağımsız değişken olarak kabuk tabanından itibaren yükseklik alınmış ve kalınlık değişimi x 'e bağlı olarak aşağıdaki şekilde 3.dereceden polinomlarla ifade edilmiştir (Yükseler,1986) :

$$\begin{aligned}
 x \leq 7,49 & , t = 0,0012375 x^3 - 0,01390372 x^2 + 0,48 \\
 7,49 < x \leq 16,74 & , t = 0,220 \quad (\text{m.}) \\
 16,74 < x \leq 19,07 & , t = 0,001581111 (x - 16,74)^3 - 0,005525981 (x - 16,74)^2 + 0,220 \\
 19,07 < x \leq 28,40 & , t = 0,210 \quad (\text{m.}) \\
 28,40 < x \leq 30,74 & , t = 0,00468278 (x - 28,40)^3 - 0,01643655 (x - 28,40)^2 + 0,210 \\
 30,74 < x \leq 40,16 & , t = 0,180 \quad (\text{m.}) \\
 40,16 < x \leq 42,52 & , t = 0,00228237 (x - 40,16)^3 - 0,00807957 (x - 40,16)^2 + 0,180 \\
 42,52 < x \leq 52,00 & , t = 0,165 \quad (\text{m.}) \\
 52,00 < x \leq 54,38 & , t = 0,00222531 (x - 52,00)^3 - 0,00794435 (x - 52,00)^2 + 0,165 \\
 54,38 < x \leq 61,54 & , t = 0,150 \quad (\text{m.}) \\
 61,54 < x \leq 65,93 & , t = 0,00023639 (x - 61,54)^3 - 0,00155665 (x - 61,54)^2 + 0,150
 \end{aligned}$$

$$65,93 < x \leq 108,26 \quad , \quad t = 0,140 \quad (\text{m.})$$

$$108,26 < x \quad , \quad t = -0,00051841 (x - 108,26)^3 + 0,00477459 (x - 108,26)^2 + 0,140$$

Paralel çember yarıçapı x' e bağlı olarak aşağıdaki şekilde verilmiştir (Yükseler, 1986) :

$$r = 72,10819 [1 + (x - 83,65)^2 / 16257,749]^{1/2} - 38,90819 \quad (\text{m.})$$

Buradan ; hesaplarda kullanılacak olan $1/R_\phi$ değeri, r 'nin x' e göre türevlerine bağlı olarak aşağıdaki şekilde bulunmuştur :

$$\frac{1}{R_\phi} = -0,00443531 \frac{b}{d^3 a}$$

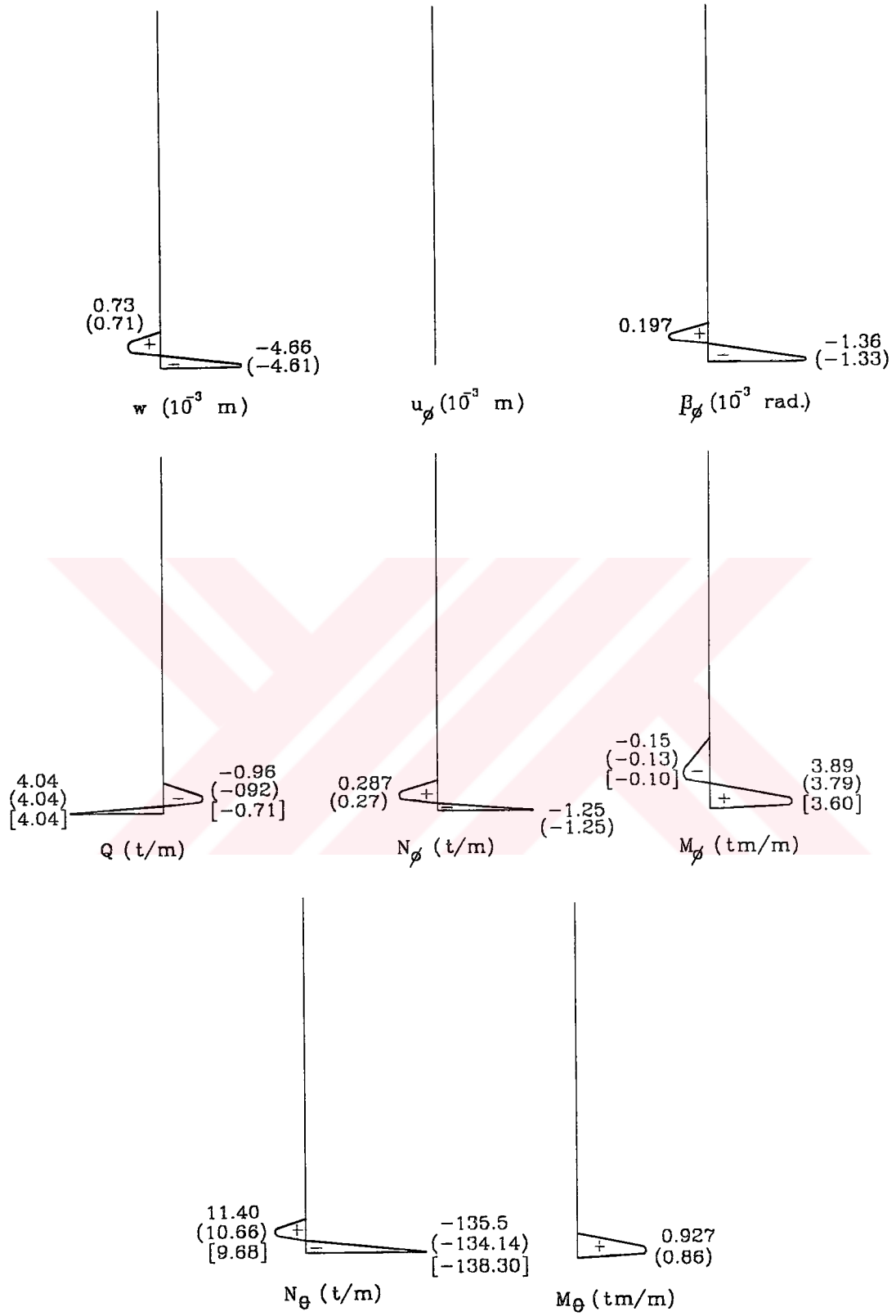
Burada,

$$a = \left[1 + \frac{(x - 83,65)^2}{16257,749} \right]^{1/2}$$

$$b = 1 - 0,00006151 \frac{(x - 83,65)^2}{a^2}$$

$$d = \left[1 + 0,00001967 \frac{(x - 83,65)^2}{a^2} \right]^{1/2}$$

Sonuçlar Şekil.4.4 ' de gösterilmektedir. Burada, normal parantez içinde verilen değerler Yükseler (1986) tarafından ve köşeli parantez içinde verilen değerler Başar (1974) tarafından hesaplanmış değerlerdir. Bu problemde yük, dönel hiperboloidin tabanına etki ettiği için mesnet yakınlarında eğilme etkilerinin daha çok olacağı düşünülerek bu bölgede adım aralıkları daha sık, mesnetden uzaklaştıkça daha seyrek seçilerek aralıklar düzenlenmiştir. Kullanılan bilgisayar zamanı 55,20 saniyedir.



Şekil 4.4 : Şekil 4.3 'de verilen hiperbolik kabuğa ait kesit tesirleri ve yer değiştirmeler.

ÖRNEK 3. Örnek 2' de verilen dönel hiperboloidin kendi ağırlığı altında çözümü :

Kabuk şekli Şek.4.3 'de gösterilmektedir. Malzeme ve kabuk geometrisi ile ilgili bilgiler aşağıda verilmektedir :

$$P = 0,25 \text{ t/m}^2 \text{ (birim alana gelen düşey yük)}$$

Düşey olan ağırlık yükünün meridyen normali ve meridyen teğeti doğrultularındaki izdüşümleri sırasıyla

$$p_r = 0,25 \cos \phi \text{ (t/ m}^2 \text{)}$$

$$p_\phi = -0,25 \sin \phi \text{ (t/ m}^2 \text{)}$$

olmaktadır. Buradan yük vektörü (3.2.7b) denklemini yardımıyla aşağıdaki şekilde belirtilebilir

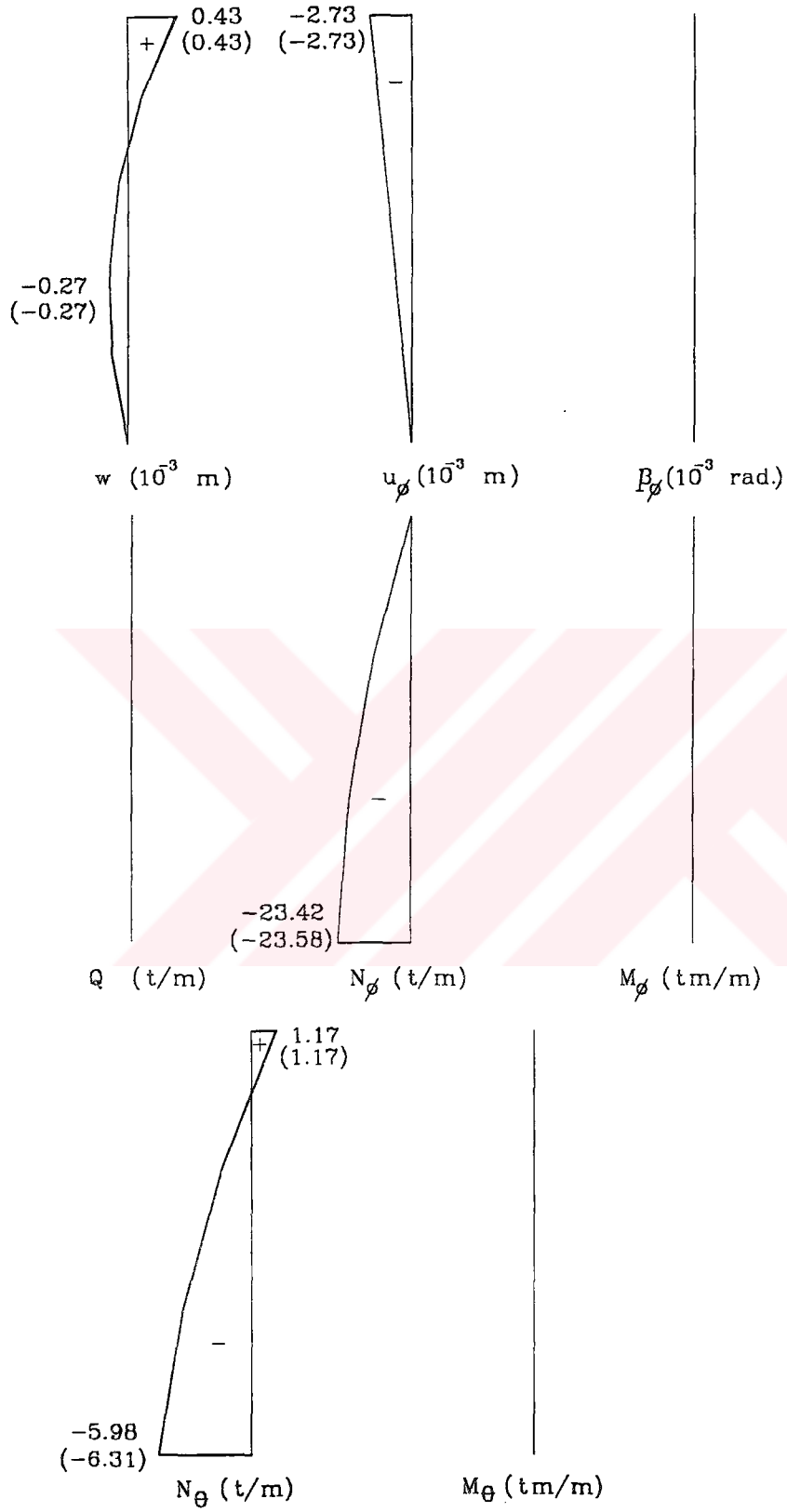
$$\{a\}^T = [0 \ 0 \ 0 \ -0,25 \cos \phi \ 0,25 \sin \phi \ 0]$$

Sınır koşulları aşağıda verilmektedir :

$$\text{Başlangıç sınır koşulları : } \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u_\phi \\ \beta_\phi \\ Q \\ N_\phi \\ M_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix}$$

$$\text{Bitiş sınır koşulları : } \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u_\phi \\ \beta_\phi \\ Q \\ N_\phi \\ M_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix}$$

Sonuçlar, Şekil.4.5 ' de gösterilmektedir. Burada, parantez içinde verilen değerler Yükseler (1986) tarafından hesaplanmış değerlerdir. Kullanılan bilgisayar zamanı 1:30,19 dakikadır.



Şekil 4.5 : Şekil 4.3'de verilen hiperbolik kabuğa ait kesit tesirleri ve yer değiştirmeler.

ÖRNEK 4. Sabit kalınlıklı silindirik kabuğun su basıncı etkisi altında çözümü :

Kabuk şekli Şek.4.6 'da gösterilmektedir. Malzeme ve kabuk geometrisi ile ilgili bilgiler aşağıda verilmektedir :

$$R_{\phi} = r = 12,00 \text{ m. (yarıçap)}$$

$$E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ t/m}^2 \text{ (malzemenin elastisite modülü)}$$

$$\mu = 1/6 \text{ (Poisson oranı)}$$

$$x_b = 0,00 \text{ m. (başlangıç sınırı)}$$

$$x_s = 5,00 \text{ m. (bitiş sınırı)}$$

$$t = 0,16 \text{ m. (kabuk kalınlığı)}$$

Su basıncı :

$$p_r = -x + 5,00 \text{ (t/m}^2\text{)}$$

Yük vektörü aşağıdaki şekilde belirtilmektedir :

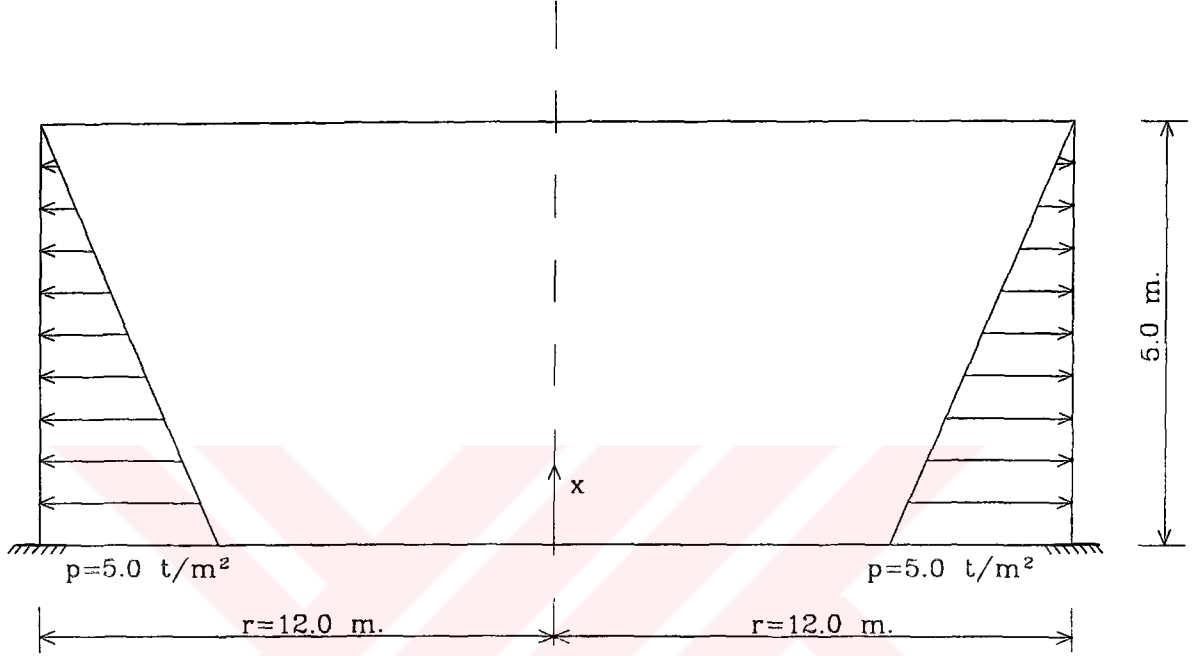
$$\{a\}^T = [0 \ 0 \ 0 \ -p_r \ 0 \ 0]$$

Sınır koşulları aşağıda verilmektedir.

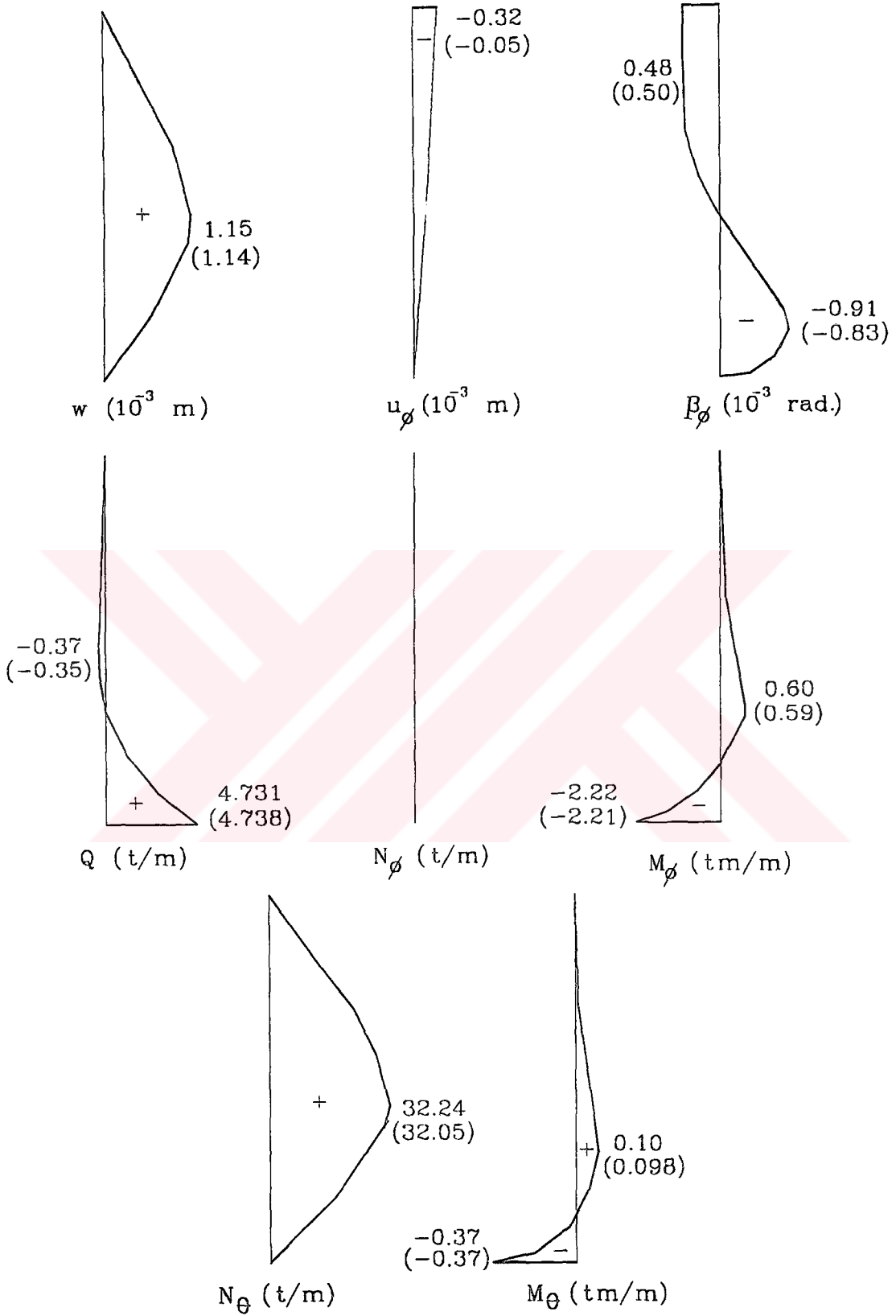
$$\text{Başlangıç sınır koşulları : } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u_{\phi} \\ \beta_{\phi} \\ Q \\ N_{\phi} \\ M_{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix}$$

$$\text{Bitiş sınır koşulları : } \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u_{\phi} \\ \beta_{\phi} \\ Q \\ N_{\phi} \\ M_{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix}$$

Sonuçlar Şekil.4.7 ' de gösterilmektedir. Burada, parantez içinde verilen değerler Sayar (1969) tarafından hesaplanmış değerlerdir. Kullanılan bilgisayar zamanı 24,77 saniyedir.



Sekil 4.6 : Sabit kalınlıklı silindirik kabuk



Şekil 4.7 : Şekil 4.6 'da verilen silindirik kabağa ait kesit tesirleri ve yer değistirmeler.

ÖRNEK 5. Örnek 4' de verilen silindirik kabuğun üniform sıcaklık değişimi etkisi altında çözümü

Kabuk şekli Şek.4.6' da gösterilmektedir. Malzeme ve kabuk geometrisi ile ilgili bilgiler aşağıda verilmektedir :

$$\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \quad (\text{Genleşme katsayısı})$$

$$T_0 = +20^{\circ} \quad (\text{Üniform sıcaklık değişimi})$$

Yük vektörü aşağıdaki şekilde belirtilmektedir :

$$\{a\} = \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha(1+\mu)T_0 \\ 0 \\ -\alpha(1-\mu^2)K \frac{\sin\phi}{r} T_0 \\ -\alpha(1-\mu^2)K \frac{\cos\phi}{r} T_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sonuçlar, Şekil.4.8 ' de gösterilmektedir. Burada, parantez içinde verilen değerler Sayar (1969) 'a ait değerlerdir. Kullanılan bilgisayar zamanı 1:18,60 dakikadır.

ÖRNEK 6. Örnek 4' de verilen silindirik kabuğun farklı sıcaklık değişimi etkisi altında çözümü :

Kabuk şekli Şek.4.6' da gösterilmektedir. Malzeme ve kabuk geometrisi ile ilgili bilgiler aşağıda verilmektedir :

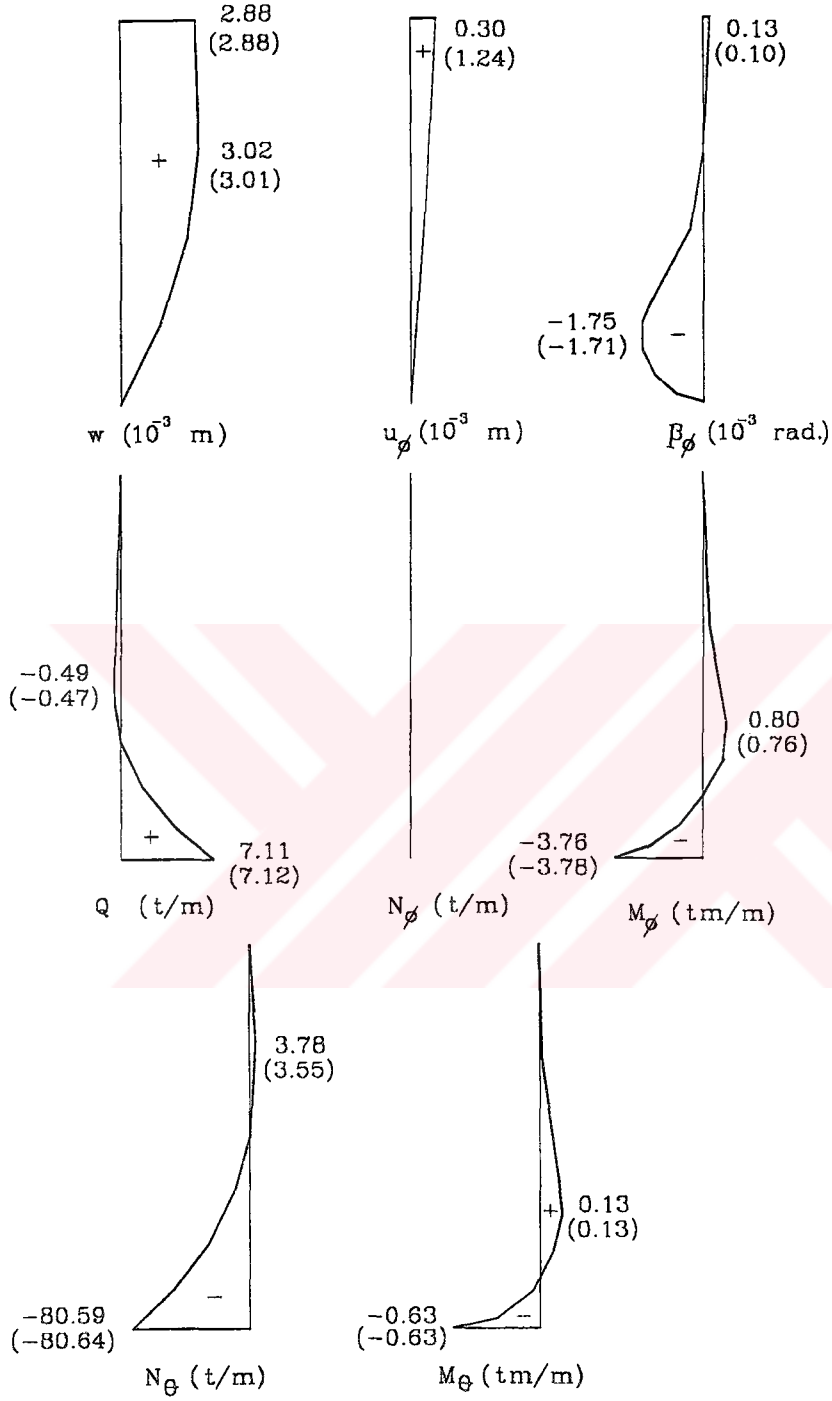
$$\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \quad (\text{Genleşme katsayısı})$$

$$T_1 = -30^{\circ} \quad (\text{Farklı sıcaklık değişimi})$$

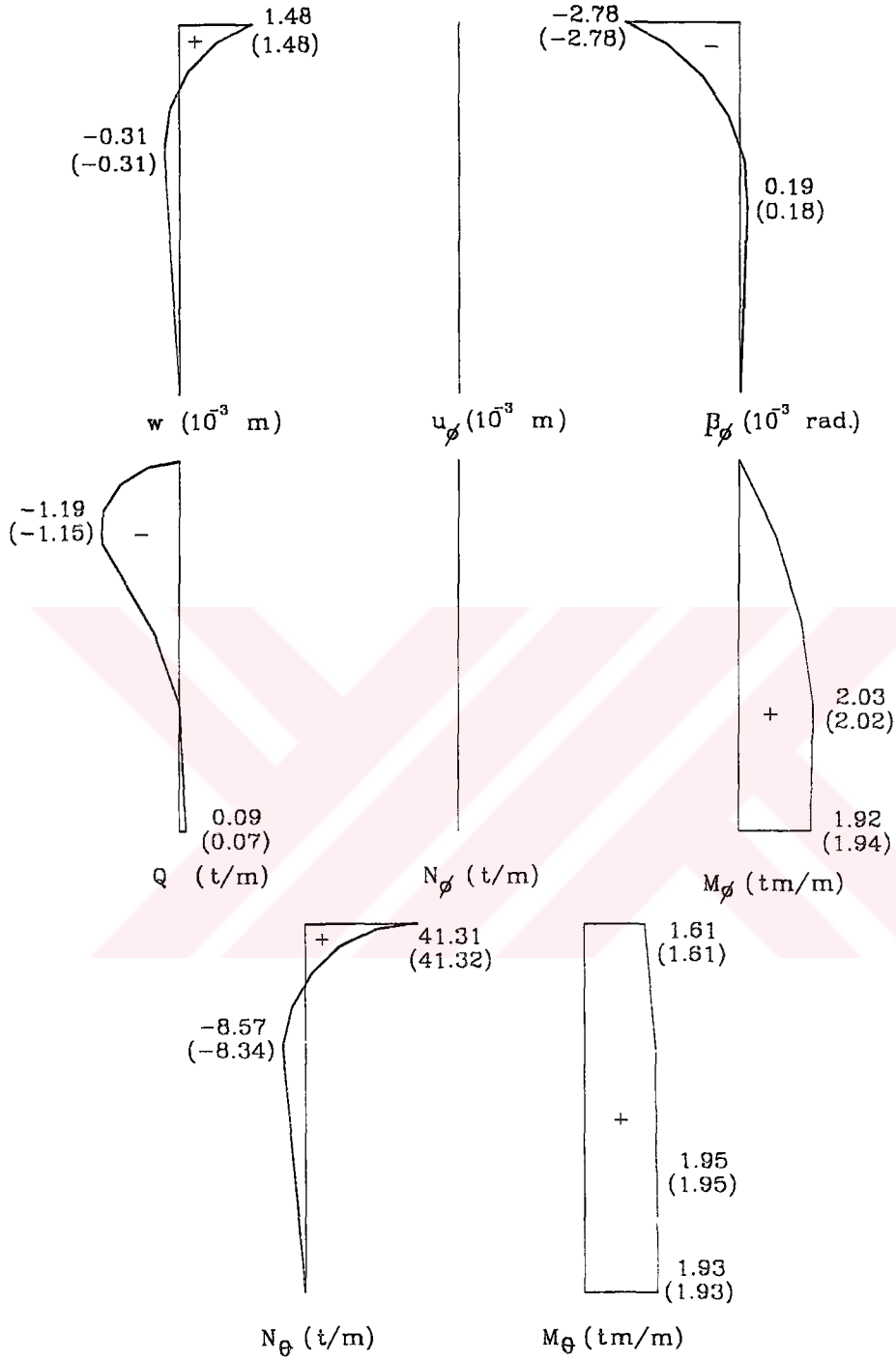
Yük vektörü aşağıdaki şekilde belirtilmektedir :

$$\{a\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha(1-\mu)T_1 \\ 0 \\ 0 \\ -\alpha(1-\mu^2)D \frac{\cos\phi}{r} T_1 \end{bmatrix}$$

Sonuçlar, Şekil.4.9 ' da gösterilmektedir. Burada, parantez içinde verilen değerler Sayar (1969) 'a ait değerlerdir. Kullanılan bilgisayar zamanı 1:18,55 dakikadır.



Şekil 4.8 : Şekil 4.6 'da verilen silindirik kabuğa ait kesit tesirleri ve yer değistirmeler.



Şekil 4.9 : Şekil 4.6'da verilen silindirik kabağa ait kesit tesirleri ve yer değistirmeler.

ÖRNEK 7. Değişken kalınlıklı silindirik kabuğun su basıncı etkisi altında çözümü :

Kabuk şekli Şek.4.10 'da gösterilmiştir. Malzeme ve kabuk geometrisi ile ilgili bilgiler aşağıda verilmektedir :

$$R_\phi = r = 12,00 \text{ m. (yarıçap)}$$

$$E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ t/m}^2 \text{ (malzemenin elastisite modülü)}$$

$$\mu = 1/6 \text{ (Poisson oranı)}$$

$$x_b = 0,00 \text{ m. (başlangıç sınırı)}$$

$$x_s = 5,00 \text{ m. (bitiş sınırı)}$$

Silindirik kabuğun kalınlığı lineer olarak değişmektedir :

$$t = -0,016x + 0,20 \text{ (m.)}$$

ve su basıncı ,

$$p_r = -x + 5,00 \text{ (t/m}^2\text{)}$$

denklemleri ile ifade edilebilir.

Yük vektörü aşağıdaki şekilde belirtilmektedir :

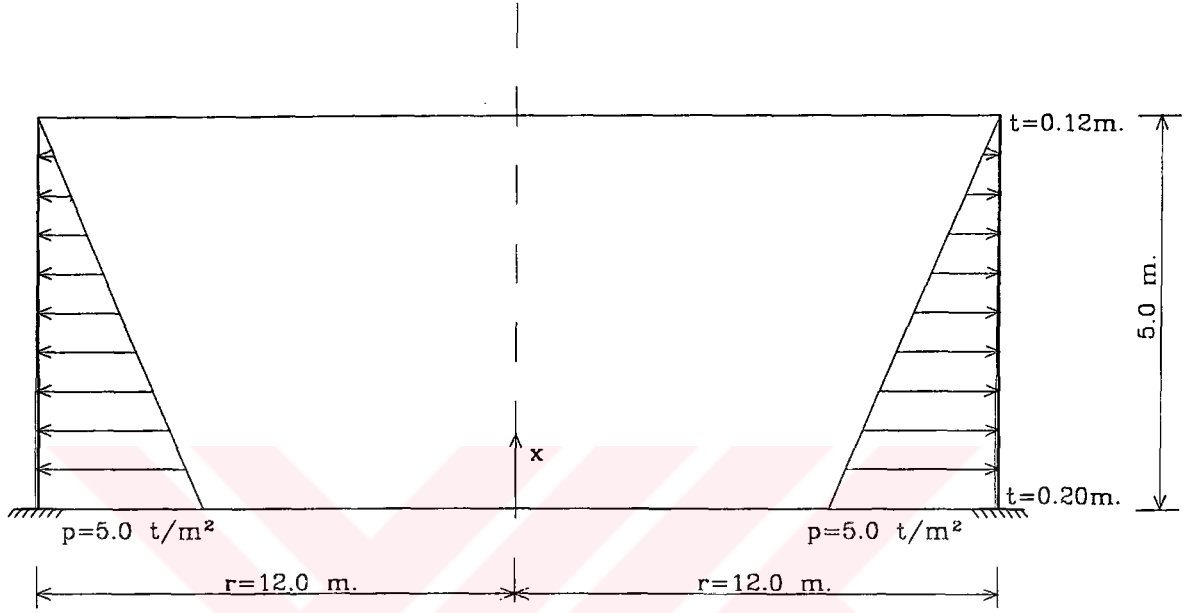
$$\{a\}^T = [0 \ 0 \ 0 \ -p_r \ 0 \ 0]$$

Sınır koşulları aşağıda verilmektedir :

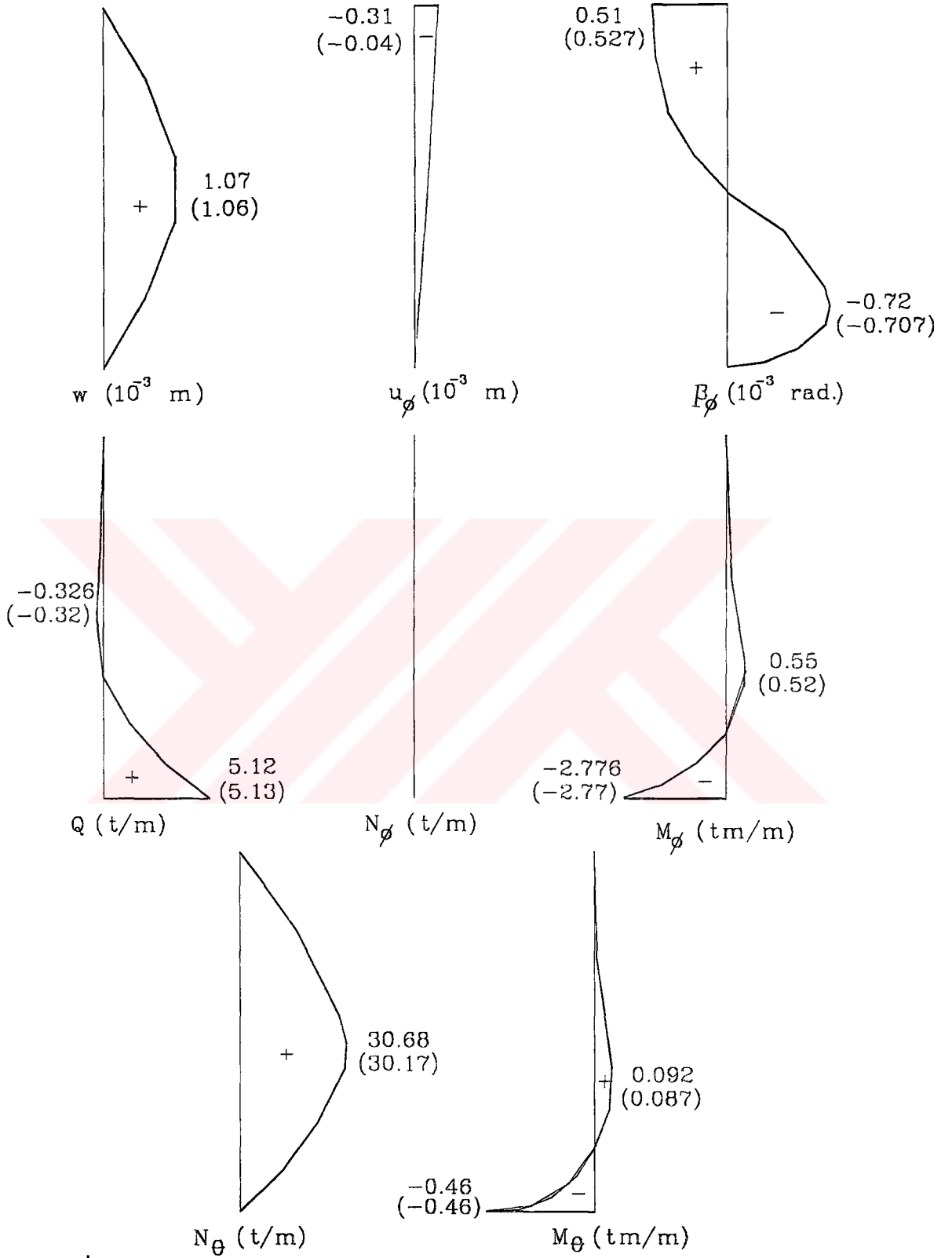
$$\text{Başlangıç sınır koşulları : } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u_\phi \\ \beta_\phi \\ Q \\ N_\phi \\ M_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix}$$

$$\text{Bitiş sınır koşulları : } \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u_\phi \\ \beta_\phi \\ Q \\ N_\phi \\ M_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix}$$

Sonuçlar, Şekil.4.11 ' de gösterilmektedir. Burada, parantez içinde verilen değerler Sayar (1969) tarafından hesaplanmış değerlerdir. Kullanılan bilgisayar zamanı 24,99 saniyedir.



Şekil 4.10: Değişken kalınlıklı silindirik kabuk



Şekil 4.11: Şekil 4.10'da verilen silindirik kabağa ait kesit tesirleri ve yer değiştirmeler.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, integral matris yöntemi kullanılarak dönel simetrik yüke maruz bazı kabuk problemleri çözülmüş ve bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Dönel simetrik olmayan yüke maruz kabuk problemlerini çözmek için s_{ϕ} doğrultusunda bu çalışmada olduğu gibi integral matris yöntemi ; θ doğrultusunda Fourier serileri, sonlu farklar formülleri veya Kantorovich yöntemi kullanılabilir.

Elde edilen sonuçlar Başar(1974), Sayar(1969) ve Yükseler(1986) tarafından bulunan sonuçlarla karşılaştırılmış ve sonuçların uygun olduğu görülmüştür. Sonuçların hassaslığı açısından kabuk elemanının bölündüğü aralık sayısı önemlidir. Aralık sayısı arttıkça hassaslık da artmaktadır. Adım uzunluğunun optimal seçilmesi durumunda eşit seçilmesi durumundan daha hassas sonuçlar elde edilir. Optimal seçim, eğilme etkilerinin fazla olduğu bölgelerde küçük adım uzunluğu, membran çözümüne yakın bölgelerde büyük adım uzunluğu alınarak elde edilebilir. Buna karşın aralık sayısının artması ile kullanılan matris boyutları da büyümektedir. Bu durum program derleyicisinin kullandığı hafıza alanının belli bir değerden sonra aşılmasına sebep olmaktadır. Bu değer, kişisel bilgisayarlarda kullanılan WATFOR-77 fortran derleyicisi kullanarak yazılan programda 36 aralık olmuştur. Ancak çözülen örnekler daha az sayıda aralık kullanıldığında bile yeterli doğrulukta olmuştur ve aralık sayısı ile ilgili bir problemle karşılaşılmamıştır.

KAYNAKLAR

- [1] ATKINSON, K., 1985, Elementary Numerical Analysis, University of Iowa.
- [2] BAŞAR, Y., 1974, Die Numerische Behandlung der Linearen und der Nichtlinearen Biegetheorie von Rotationsschalen, Institut Für Konstruktiven Ingenieurbau Ruhr-Universität Bochum.
- [3] DİKMEN, M., 1982, Theory of Thin Elastic Shells, Pitman, Boston/London/Melbourne.
- [4] FLÜGGE, W., 1973, Stress in Shells, Second Edition, Springer-Verlag New York Heidelberg Berlin.
- [5] GREEN, A.E., ZERNA, W., 1968, Theoretical Elasticity, Oxford.
- [6] KALNİNS, A., 1964, Analysis of Shells of Revolution Subjected to Symmetrical and Nonsymmetrical Loads, Journal of Applied Mechanics, 31, s.467-476.
- [7] KAMPSKİ, M.H., TABER, L.A., SU, F.C., 1988, Large Elastic Deformation of Shear Deformable Shells of Revolution : Numerical and Experimental Results, Journal of Applied Mechanics, 55, s.629-633.
- [8] KUMBASAR, N., 1995, Kabuk Teorisi Ders Notları, İstanbul Teknik Üniversitesi
- [9] LOVE, A.E.H., 1934, A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, Fourth Edition , Cambridge.
- [10] Mc CORMİCK, J.M., SALVADORİ, M.G., 1984, Fortran ile Sayısal Yöntemler, Teknik Kitaplar Yayınevi
- [11] NOVOZHILOV, V.V., 1970, Thin Shells Theory, Wolters-Noordhoff, Groningen.
- [12] ÖZDEN, K., 1975, Dönel Kabuklar, Matbaa Teknisyenleri Basımevi.
- [13] PARNELL, T.K., 1984, Numerical Improvement of Asymptotic Solutions and Nonlinear Shell Analysis, Stanford University.
- [14] SAYAR, K., 1970, Dönel Kabukların Diferansiyel Geçiş Matrisleriyle Çözümü, Doçentlik Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi.

- [15] YÜKSELER,F., 1986, İnce Dönel Kabukların Dönel Simetrik Olan ve Olmayan Yükler Altında Statik Hesabı ile İlgili Bir Yaklaşım, Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi.
- [16] YÜKSELER,F.,DİKMEN,M., 1989, New Approaches in the Application of the Initial Value Methods to Problems of Thin Shells of Revolution With Long Meridians, Bulletin of the Technical University of İstanbul.
- [17] YÜKSELER,F., 1989, An Approach For Stiff Equations, Bulletin of the Technical University of İstanbul.



EK 1

BİLGİSAYAR PROGRAMININ KULLANIMI

İnce dönele kabuk problemlerini, Bölüm.3.1' de anlatıldığı şekilde integrasyon metoduyla çözen bir program hazırlanmıştır.

Program bir ana ve iki alt programdan (GEY, DGELG) oluşmaktadır.

Ana programda tanımlanması gereken veriler aşağıda belirtilmektedir.

N : Denklem sayısı (Dönele simetrik yük durumunda 6' dır.)

n : Aralık sayısı

fn : Adım uzunluğunu belirlemek için toplam aralığın bölünmesi gereken sayı (eşit aralık seçilmesi durumunda $fn = n$ dir.)

x_b : Başlangıç sınırı

x_s : Bitiş sınırı

bd1 : (3.2.23a) denkleminde belirtilen başlangıç sınırı durum vektörünün önündeki matris.

bd4 : (3.2.23b) denkleminde belirtilen bitiş sınırı durum vektörünün önündeki matris.

fd1 : (3.2.23a) denkleminde sağ taraf vektörü.

fd4 : (3.2.23b) denkleminde sağ taraf vektörü.

GEY' de çözümü yapılacak problemdeki dönele kabuğun malzeme ve kabuk geometrisi ile ilgili bilgilerin verilmesi gerekmektedir :

ar : $\frac{1}{R_\phi}$

rr : r

sn : $\sin\phi$

cs : $\cos\phi$

g : Seçilen bağımsız değişken ξ ise $g = ds/d\xi$.

(Bu katsayı, kullanıcının bağımsız değişken seçiminde serbest kalmasını sağlamaktadır.)

t : t (kalınlık).

po : Poisson oranı.

E : Elastisite modülü.

x : Bağımsız değişken.

DGELG, (3.2.24) cebirsel denklem takımını Gauss eliminasyon yöntemiyle çözen, IBM tarafından hazırlanmış bir alt programdır. Bu alt program gönderilen verileri kullanarak cebirsel denklem takımının çözümünü yapmakta ve sonuçları ana programa aktarmaktadır.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Nihal TÜMENE

Doğum Tarihi ve Yeri : 07.12.1966 , İstanbul

Eğitimi : 1983 yılında Kadıköy Kız Lisesi Matematik Kolundan, 1988 yılında Yıldız Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Bölümü-Gündüz Programından mezun oldum.1992 yılında Yıldız Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat-Mekanik Yüksek Lisans Programına başladım.

İş : 1987-1988 tarihleri arasında Okar İnşaat Ltd.Şti.-Kartal'da, 1988-1994 tarihleri arasında Erdemli Proje Ltd. Şti.-Beşiktaş' da , Eylül.1994-Şubat.1995 tarihleri arasında Birleşmiş Mimarlar Ltd. Şti.-Mecidiyeköy ' de inşaat mühendisi olarak çalıştım.

