YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ELASTİK ZEMİNE OTURAN DAİRESEL PLAKLARIN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE ZORLANMIŞ TİTREŞİMİNİN DİNAMİK ANALİZİ

İnş. Müh. Mehmet YÜKSEL

F.B.E İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Mekanik Programında Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Prof. Dr. Ercüment Köksal

Prof. Dr. Türkan Köksal

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Ercüment KÖKSAL

Doç. Dr. Seyit Ali Kaplan

İSTANBUL, 2002

İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ

a	Bilinmeyen katsayılar
A	Bağ matrisi
α	Konik kabuk tepe açısı (yarısı)
B	Bağ matrisinin inversi
c	Zemin yatak katsayısı
c_e	Eleman sönüm matrisi
C	Sistem sönüm matrisi
$\{d\}$	Düğüm noktası deplasman parametreleri
D	Elastisite matrisi
$\{D_s\}$	Sistem deplasman parametresi
∂V_i	İç kuvvetlerin virtüel işi
∂V_d	Dış kuvvetlerin virtüel işi
$\partial \varepsilon$	Virtüel şekil değiştirme
∂u	Virtüel deplasman
$\partial \dot{u}$	Virtüel deplasmanın zamana bağlı birinci türevi. Hız
$\partial \ddot{u}$	Virtüel deplasmanın zamana bağlı ikinci türevi. İvme
Δ	Katsayılar determinantı
Δu_i	Yer değiştirme artımı
ΔP_i	Yük artımı
Δt	Zaman artımı
ΔN	Şekil değiştirme matrisi
E	Elastisite modülü
ε	Şekil değiştirme
ε_o	Başlangıç şekil değiştirmesi
F	Türev matrisi
$[\phi(x,y)]$	Seçilen deplasman fonksiyonları
h	Kabuk, plak kalınlığı
H	İntegral matrisi
(i)	Düğüm noktası
δu	Virtüel deplasman
$\delta \varepsilon$	Virtüel deformasyon
k_e	Eleman rijitlik matrisi
K	Sistem rijitlik matrisi
m_e	Eleman kütle matrisi
M	Sistem kütle matrisi
μ	Sürtünme katsayısı
N	Şekil fonksiyonu matrisi
ν	Poisson oranı
p_o	Başlangıç yükü
$\{p_e(t)\}_o$	Elemanın zamana bağlı dış yük
$\{P(t)\}_o$	Zamana bağlı dış yük
r	Çap
r_1	İç çap
r_2	Dış çap
ρ	Birim alana gelen yoğunluk
ρ_v	Yoğunluk

s_e	Zemin etki matrisi
S	Sistem zemin etki matrisi
σ	Gerilme
σ_o	Başlangıç gerilmeleri
t	Zaman
T	Sistemin periyodu
τ	Burulma eğriliği
$\theta_x, \theta_y, \theta_z$	Dönmeler
$\{u\}$	Deplasman vektörü
u,v,w	Deplasman bileşenleri
u_o	Başlangıç yer değiştirmesi
$\dot{u}_o$	Başlangıç hızı
$\dot{u}$	Deplasman parametresinin zamana bağlı birinci türevi. Hız
$\ddot{u}$	Deplasman parametresinin zamana bağlı ikinci türevi. İvme
v_o	Zaman denklem takımı

ŞEKİL LİSTESİ

ÇİZELGE LİSTESİ

ÖNSÖZ

Bu yüksek lisans ve tez çalışmasında beni sürekli olarak yönlendiren ve yardımcı olan hocam Prof. Dr. Ercüment KÖKSAL 'a eşsiz yardımlarından dolayı Prof.Dr. Türkan KÖKSAL'a ve bana her zaman destek olmuş aileme sonsuz teşekkürler.

Ayrıca Yıldız Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi Mekanik Anabilim dalının tüm hocaları ve çalışanlarına göstermiş olduğu ilgiden dolayı teşekkür ederim.

ÖZET

Ülkemizde 17 Ağustos 1999 ve sonraki depremlerin neden olduğu can ve mal kayıpları, dolayısı ile deprem olaylarına verilen önem, yapı dinamiği, dinamik analiz ve deprem mühendisliği konularına olan ilginin artmasına neden olmuştur. Dinamik analiz deprem mühendisliği konularının temel esaslarını vermesi bakımından önemlidir.

Bu çalışmasında elastik zemine oturan dairesel plakların sonlu elemanlar metoduyla sönümsüz zorlanmış titreşiminin dinamik analizi yapılmıştır.

Böyle bir problem uygulamada hava alanı, yol, silo temelleri, su deposu temelleri gibi proje çalışması olarak ta ele alınabilir.

İlk olarak sonlu elemanlar metoduna kısaca değinilerek konuyla ilgili deplasman fonksiyonlarının ve deplasman parametrelerinin nasıl seçileceğinden bahsedilmiştir.

Daha sonra elastik zemine oturan dairesel plağın zorlanmış titreşimi incelenmiştir.

Anahtar kelimeler: şekil fonksiyonu, zaman aralığı, hareket diferansiyel denklemi, zorlanmış titreşim, plaklar.

ABSTRACT

In 17 August 1999 and the attending earthquakes couses losses of life and possesions, in our country. The importance that had given to earthquake incidents, expanding the importance of dynamic analysis and earthquake engineering subjects. Dynamic analysis is impotant becouse of giving the true state of earthquake engineering subjects.

İn this study the dynamic analysis of undamped forced vibration of the circular plates onthe elastic groundmade with finite element method.

This kind of problem is practicable for the airports, highways, silo foundations water warehouse fondations.

First we refer to the finite element method, and how to choose the displacement functions and the displacement parameters.

After we examine the undamped forced vibration of the cicular plates on the elastic ground.

Key words: shape functions, time interval, differential equation of motion, forced vibration, plates.

1. GİRİŞ

Bu tez çalışmasında elastik zemine oturan dairesel plakların sonlu elemanlar metoduyla sönümsüz zorlanmış titreşiminin dinamik analizi yapılmıştır.

Böyle bir problem uygulamada hava alanı, yol, silo temelleri, su deposu temelleri gibi proje çalışması olarak da ele alınabilir.

İlk olarak sonlu elemanlar metoduna kısaca değinilerek konuyla ilgili deplasman fonksiyonlarının ve deplasman parametrelerinin nasıl seçileceğinden bahsedilmiştir.

Sonra, elastik zemine oturan ince dairesel plakların sonlu elemanlar metodu ile sönümsüz zorlanmış titreşimi incelenmiştir. Sonlu eleman olarak konik sonlu eleman tipi seçilmiştir. Deplasman fonksiyonunda $\alpha = \pi / 2$ koyarak dairesel plağın değerlerine ulaşılmıştır. Deplasman fonksiyonları polinom şeklinde seçilmiş ve her bir düğüm noktasında yedi bilinmeyen olmak üzere elemanda toplam 28 bilinmeyen alınmıştır. Zorlanmış titreşimin hesabında kullanılan doğrusal ivme değişimi yöntemi anlatılmış, konuyla ilgili bilgisayar programı verilmiştir.

Bilgisayar programı doğrusal ivme değişimi yöntemine göre hazırlanmıştır. Dış yük olarak, doğrusal, lineer azalan, sinüsodial, ve azalan sinüs eğrileri şeklinde tanımlanan yükler alınmıştır. Bu $(P(t))_0$ olarak tanımlanan dinamik dış yükler, deprem kuvveti doğrultusunda, hareketin diferansiyel denklemine konarak dinamik denge denklemi oluşturulmuştur. Her iki doğrultuda da plağın, deprem doğrultusundaki dış yük, deplasmanları bulunmuştur. Neticeler diyagramlar halinde verilmiştir.

2. SONLU ELEMANLAR METODU

Yapı mühendisliğinde karşılaştığımız problemler aşağıdaki gibi üç çeşittir.

1.Denge problemi: Burada sistemin denge durumu araştırılır. Deformasyon ve deplasman durumuna bakılır, iç kuvvetler ve gerilmeler hesaplanır.

2.Stabilite problemi: Stabilitede denge konumu bellidir. Bu konumun kararlı olup olmadığı araştırılır. Kararsız denge konumlu sistemleri kararlı hale getirecek yük ve boyutlar kritik farksız dengeden hareketle hesaplanır.

3.Dinamik problem: Zamanla değişen dış etkileri, sisteme gelen ani tesirleri ve çarpışmadan doğan etkileri inceler. Sistemin titreşim frekansları ve mod şekilleri hesaplanır.

Stabilite ve dinamik problem bir öz değer problemidir (Köksal, 1986)

Sonlu elemanlar yöntemi; sürekli bir sistemi problemin karakterine uygun sonlu elemanlara ayırarak elde edilen elemanlar üzerinde iç ve dış kuvvetlerin enerjisinin minimizasyonu ve sonra bu elemanların birleştirilmesi tarzında bir uygulama getirir. Bunun sonucu olarak mesnet şartları, sisteme ait özellikler, dış yüklerin sürekli yada ani değişimleri kolayca göz önüne alınabilir. Dolayısıyla sonlu elemanlar yöntemi analitik metotlarla çözülemeyen karışık problemlere uygulanabilir. Yüzeysel sistemin tipik bölgelerinde eleman boyutları küçültülerek o bölgenin daha prezisyonlu incelenmesi mümkün olur. Diğer bir avantajı da sınır şartlarının problemin çözüm sırasına göre en son adımda probleme dahil edilmesidir. Böylelikle çeşitli

sınır şartlarını probleme uygularken baştaki yoğun hesaplara girilmez.(Köksal, 1995)

Sonlu elemanlar metodunda sistem sonlu sayıda elemana ayrılmaktadır. Eleman boyutları küçüldükçe problemin hata oranı azalmakta, fakat çözüm süresi uzamaktadır. Sistemi oluşturan elemanların her birine sonlu eleman denir ve birleştikleri köşe noktaları da düğüm noktaları olarak adlandırılır. Sonlu eleman yüzeyinin şekil değiştirmesi, düğüm noktalarının deplasman parametrelerine bağlı olarak ifade edilebilir. Deplasman parametreleri; deplasman bileşenleri,dönmeler ve burulma eğriliği gibi deplasman vektörlerini içermektedir. Eğilme hesaplarında düğüm noktalarının, deplasman parametrelerinin belirlenmesi, sistemin deplasman yüzeyinin ve her düğüm noktasındaki kesit tesirlerinin bulunması için kafidir. Stabilite hesabında ise, bu deplasman parametrelerine göre kurulan denklem takımının (Δ)

katsayılar determinantını sıfır yapan yük yani kritik yük tayin edilir. Dinamik hesapta ise frekans determinantını sıfır yaparak özel açısal frekans ve mod şekilleri hesaplanır.

2.1 Deplasman Fonksiyonlarının Seçimi ve Şekil Fonksiyonları

Deplasman fonksiyonları; rijit cisim hareketi ve sabit deformasyon şartını sağlayacak şekilde seçilmelidir.(Zienkiewicz, 1971) Koordinat ekseni değişince çözüm farklı olmamalıdır. Bunun için deplasman fonksiyonları ya tam polinom veya tabi koordinatlarının fonksiyonu şeklinde olmalıdır. Elemanın içinde ve kenarlarında sürekli olmalıdır. Ayrıca iç ve dış kuvvetlerin içindeki türevlerde de sürekli olmalıdır.

Herhangi bir (e_i) elemanına ait ve bu elemanın içinde yada sınırları üzerinde bir (i) noktasındaki deplasman vektörü $\{u\}$ olsun.

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u\{x,y\} \\ v\{x,y\} \\ w\{x,y\} \end{Bmatrix} = [\phi(x,y)] \cdot \{a\} \tag{2.1}$$

Burada [ϕ (x,y)] seçilen deplasman fonksiyonlarıdır. Hesap kolaylığı bakımından genellikle polinom seçilir. Paskal üçgeni polinomların seçilmesine yardımcı olur. Polinomlarda türev almak, integral almak kolaydır. Gerçek çözüme istenildiği kadar yaklaşmak mümkündür. Seçilen deplasman fonksiyonları tam bir polinom ise geometrik izotropi sağlanır. Eğer polinom tam değil; fakat simetri varsa, yine geometrik izotropi sağlanır. Burada $\{a\}$bilinmeyen katsayılardır. Bu $\{a\}$ katsayıların sayısı bir elemandaki düğüm noktalarının deplasman parametrelerinin toplam sayısına eşit olmalıdır.

Elemanın düğüm noktası deplasman parametreleri; eğer elemanda dört düğüm noktası varsa:

$$\{d\} = \begin{Bmatrix} [d]_1 \\ [d]_2 \\ [d]_3 \\ [d]_4 \end{Bmatrix} \tag{2.2}$$

şeklindedir. Elemanın herhangi bir (i) düğüm noktasında tarif edilen deplasman parametreleri ise şunlardır.

$$\{d\}_{i(i=1,2,3,4)} = \left(u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z, \tau \cdots\right) \tag{2.3}$$

Eleman düğüm noktası deplasmanları{d} ile, polinom sabitleri {a} arasındaki bağı veren [A] matrisi ise; elemanın düğüm noktalarının deplasman parametrelerinin $\phi(x,y)$ ve $\phi(x,y)$ 'nin türevleri cinsinden yazılmış değerlerine, düğüm noktası koordinatlarının yerlerine konmasıyla bulunur. Burada {d} ile {a} bilinmeyendir. Bağ matrisi vasıtasıyla bilinmeyen yalnız {d}deplasman parametreleri kalır, {a} katsayıları {d} deplasman parametreleri cinsinden hesaplanır.

$$\{d\}=[A]\ \{a\} \tag{2.4}$$

$$\{a\}=[A]^{-1}\ \{d\} \tag{2.5}$$

$$[B]=[A]^{-1} \text{ diyelim} \tag{2.6}$$

$$\{a\}=[B]\ \{d\} \tag{2.7}$$

(2.7) denklemini (2.1) denkleminde yerine koyarsak; elemanın deplasman vektörü, elemanının düğüm noktalarının deplasman parametreleri cinsinden belirlenmiş olur.

$$\{u\}=\begin{Bmatrix} u\{x,y\} \\ v\{x,y\} \\ w\{x,y\} \end{Bmatrix}=[\phi(x,y)]\cdot[B]\cdot\{d\} \tag{2.8}$$

$$[N]=[\phi(x,y)][B] \tag{2.9}$$

Bu ifadeye şekil fonksiyonları denir. Deplasman parametresi sayısı kadar şekil fonksiyonu elde edilir.

$$\{u\}=[N]\{d\} \tag{2.10}$$

Şekil değiştirmeler ise şöyle yazılır.

$$\{\varepsilon\}=[\Delta]\{u\}=[\Delta][N]\{d\}=[\Delta N]\{d\} \tag{2.11}$$

Burada $[\Delta N]$ şekil değiştirme matrisidir.

(1) Düğüm noktasındaki d_1 deplasman parametrelerine ait N_1 şekil fonksiyonu öyle hesaplanır ki; (1) düğüm noktasının (x,y) koordinatları konduğu zaman,

$N_1=1;\ N_2=N_3=........=0$

olur. Bu şekil fonksiyonları, eleman şekli ve boyutu değişmediği sürece her elemanda aynıdır. Yalnız deplasman parametreleri elemandan elemana değişir. Problemde bu deplasman parametreleri bilinmeyen olarak hesaplanır. Lineer transformasyon halinde şekil fonksiyonları değişmiyorsa geometrik izotropi vardır denir.(Köksal, 1980)

2.2 Dinamik Dış Etkiler Halinde Sonlu Elemanlar Metodu

İnşaat mühendisliğinde deprem, darbe kuvvetleri, makine titreşim kuvvetleri ve ani patlama kuvvetleri zamanla değişen kuvvetlerdir. Dış etkilerin zamana bağlı olarak sonlu bir hızla değişmesi halinde atalet kuvvetlerinin de göz önüne alınması gerekmektedir. Sisteme etkiyen kuvvetler zamanın bir fonksiyonu ise, bu kuvvetlerin etkidiği yapıların tepkisi de zamanın bir fonksiyonudur ve zamana bağlı olarak meydana gelebilecek yer değiştirmelerin ivmeleri, atalet kuvvetleri meydana getirirler. Bu durumda sistem iki tip yükün etkisi altında düşünülebilir. Harekete neden olan dış yük ve hareketin ivmelenmesine karşı duran atalet kuvvetleri, yapı özellikleri, zemin özellikleri ve etkiyen kuvvetlerden yola çıkılarak, titreşim sistemine ait mekanik bir yay-kütle modeli oluşturulur ve kütlelere ait titreşim denklemleri kurularak çözüme ulaşılır. (Köksal, 1995)

Eleman üzerinde yayılı kütleler düğüm noktalarına toplanabilir. Eleman boyutlarının büyük olması halinde gerçek sonuca iyi yaklaşmak için nokta kütle sayısını arttırmak ve mümkün olduğu kadar yayılı kütle haline yaklaşmak gerekir. Yüzeysel kütlelerden doğan atalet kuvvetlerinin gerçek yayılışları ile hesaba katılması uygundur. Yayılı kütlelerin ortalama yüzeye indirgendiği kabulü yapılacaktır. Zamana bağlı şekil değiştirme, ortalama yüzeyin yer değiştirmeleri cinsinden belirlendiğinden, yayılı atalet kuvvetleri yalnız yer değiştirme bileşenlerine bağlı olacaktır. Dönme bileşenlerine bağlı olarak ayrıca yüzeysel yayılı momentler meydana gelmeyecektir. Herhangi bir (t) anındaki bir yüzeysel elemanın hareket denklemi D'Alembert prensibine göre; sisteme etki eden atalet kuvvetleri, sönüm etkileri ve yay kuvvetleriyle beraber dış kuvvetler denge halinde olmalıdır. Bilindiği gibi sönüm tesirleri de, μ sürtünme katsayısı olmak üzere viskoz bir ortamda hızla orantılı bir sürtünme kuvveti gibi düşünülmektedir. Birim alana gelen kütle yoğunluğu ρ olduğuna göre; titreşime maruz kütlenin etkisi altında kaldığı atalet kuvvveti; sönüm kuvveti ve yay kuvvetlerinin ilave dış yükler gibi düşünülmesiyle virtüel iş teoremi uygulanabilir.(Köksal, 1980)

2.3 Virtüel İş Prensibi

Virtüel deplasmanlar metodu ve virtüel kuvvetler metodu olmak üzere ikiye ayrılır. Sonlu elemanlar metodunda virtüel deplasmanlar metodu kullanılır. Kuvvetlerin işi hesaplanırken, yer değiştirmelerin mutlaka o kuvvetlerden doğması gerekmez. Yani iş her zaman gerçek olmayabilir. Geometrik açıdan veya fiziksel açıdan lineer ve lineer olmayan sistemlere uygulanabilir. Cismin fiziksel bünyesine bağlı değildir. Dengesi incelenen cisim elastik veya plastik olabilir. Bu yöntemde, iç kuvvetlerin yaptığı virtüel işle dış kuvvetlerin yaptığı işin eşit olması kabulü ile çözüm yapılır. u hakiki deplasman, δu virtüel deplasman, ε hakiki deformasyon, δε virtüel deformasyon ise

∂V_i iç kuvvetlerin, ∂V_d dış kuvvetlerin virtüel işini göstersin.

$$\partial V_i = \int_F \{\partial\varepsilon\}_i^T \sigma dxdy \tag{2.12}$$

$$\{\sigma\}=[D](\{\varepsilon\}-\{\varepsilon_o\})+\{\sigma_o\} \tag{2.13}$$

ε_o başlangıç şekil değiştirmelerini ve σ_o başlangıç gerilmelerini ihmal edersek

$$\{\sigma\}=[D]\{\varepsilon\} \tag{2.14}$$

elde edilir.

$$\partial V_i = \int_F \{\partial\varepsilon\}_i^T [D]\{\varepsilon\} dxdy \tag{2.15}$$

$$\partial V_d = -\rho \int_F \{\partial u\}_i^T \{\ddot{u}\} dxdy - \mu \int_F \{\partial u\}_i^T \{\dot{u}\} dxdy - c \int_F \{\partial u\}_i^T \{u\} dxdy \tag{2.16}$$

Burada ρ birim alana gelen yoğunluk, μ sürtünme katsayısı, c zemin yatak katsayısıdır.

Tabii durum hakiki yükleme, i birim durumu ise virtüel deplasman ve virtüel şekil değiştirme durumu olarak alınıp; virtüel iş teoremi uyarınca iç kuvvetlerle, dış kuvvetlerin eşitliğini yazalım.

Çizelge 2.1 Virtüel ve hakiki yer ve şekil değiştirmeler

Virtüel yer ve şekil değiştirmeler.	Hakiki yer ve şekil değiştirmeler
$\partial u = [N]\{\partial d\}$	$\{u\} = [N]\{d\}$
$\partial \dot{u} = [N]\{\partial \dot{d}\}$	$\{\dot{u}\} = [N]\{\dot{d}\}$
$\partial \ddot{u} = [N]\{\partial \ddot{d}\}$	$\{\ddot{u}\} = [N]\{\ddot{d}\}$
$\partial \varepsilon = [\Delta N]\{\partial d\}$	$\{\varepsilon\} = [N]\{d\}$

Çizelge 3.1 deki denklemleri (2.15) ve (2.16) denklemlerine yerine koyup;

$\partial V_i = \partial V_d$ yazarsak dinamik dış etkiler halinde genel denklemi elde ederiz.

$$\{\partial d\}^T[\int_F [\Delta N]^T[D][\Delta N]dxdy]\{d\} = -\{\partial d\}^T[\rho \int_F [N]^T[N]dxdy]\{\ddot{d}\}$$

$$-\{\partial d\}^T[\mu \int_F [N]^T[N]dxdy]\{\dot{d}\} - \{\partial d\}^T[c \int_F [N(w)]^T[N(w)]dxdy]\{d\} + \{p(t)\}_0 \tag{2.17}$$

Matris formda ise aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$[k_e]\{d(t)\} + [c_e]\{\dot{d}(t)\} + [m_e]\{\ddot{d}(t)\} + [s_e]\{d(t)\} = \{p_e(t)\}_0 \tag{2.18}$$

$[k_e]= \int_F [\Delta N]^T[D][\Delta N]dxdy$:Eleman rijitlik matrisi

$[c_e]=\mu \int_F [N]^T[N]dxdy$: Eleman sönüm matrisi

$[m_e]=\rho \int_F [N]^T[N]dxdy$: Eleman kütle matrisi

$[s_e]=c \int_F [N(w)]^T[N(w)]dF$: Eleman zemin etki matrisi

$\{p_e(t)\}_0$: Elemanın zamana bağlı dış yükü

Burada e indisi elemanı göstermektedir.

Sisteme geçiş:

$$[K]\{D(t)\} + [C]\{\dot{D}(t)\} + [M]\{\ddot{D}(t)\} + [S]\{D(t)\} = \{P(t)\}_0 \tag{2.19}$$

2.4 Sönümsüz Zorlanmış Titreşim

Sisteme zamana bağlı dinamik bir dış yükün etkimesi halinde (2.19) denklemi aşağıdaki şekli alır.

$$([K]+[S])\{D(t)\}+[M]\{\ddot{D}(t)\}=\{P(t)\}_0 \tag{2.20}$$

Doğrusal ivme değişimi yönteminden yararlanılarak çözülebilir.

3. ELASTİK ZEMİNE OTURAN İNCE PLAKLARIN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE SÖNÜMSÜZ ZORLANMIŞ TİTREŞİMİ

3.1 Giriş

Elastik zemine oturan ince plağın sönümsüz zorlanmış titreşiminin diferansiyel denklemi sonlu elemanlar yöntemi için şu şekilde yazılabilir.

$$([K]+[S])\{D(t)\}+[M]\{\ddot{D}(t)\}=\{P(t)\}_0 \tag{3.1}$$

Burada $\{D(t)\}$ deplasman parametrelerine $\{u\}$ diyelim v_o zaman denklem takımı şöyle olur.

$$([K]+[S])\{u\}+[M]\{\ddot{u}\}=\{P(t)\}_0 \tag{3.2}$$

Zorlanmış titreşimin çözümü için çok sayıda çözüm yöntemi geliştirilmiştir. Bu yöntemlerden bazıları şu şekilde sıralanabilir.

Lineer çözüm için:

1. Doğrudan integrasyon yöntemleri; Merkez fark yöntemi; Houbolt yöntemi; Wilson θ yöntemi; Newmark yöntemi; Doğrusal ivme değişimi yöntemi.

2. Mod süperpoziyon yöntemi.

Nonlineer çözüm için:

1. Doğrudan integrasyon yöntemleri; Merkez fark yöntemi; Newmark yöntemi; Wilson θ yöntemi.

2. Mod süperpozisyon yöntemi.

3.2 Doğrusal İvme Değişim Yöntemi

Tek serbestlik dereceli sistemler için verilen çözümler, bağıntıların matris yazımı şeklinde ifade edilmesi ile çok serbestlik derecelere genelleştirilebilir. En genel halde dinamik dış etkiler halinde diferansiyel denklem şöyledir.

$$[M]\{\ddot{u}\}+[C]\{\dot{u}\}+[K]\{u\}=\{P(t)\}_0 \tag{3.3}$$

Doğrusal ivme değişim yöntemini en genel haldeki diferansiyel denklemin çözümüne uygulayıp sonrada elastik zemine oturan plağa uygulayalım.

Başlangıç hesabı:

1.Başlangıç yükü p_0; yer değiştirmesi u_0; hız $\dot{u}_0$ belirlenir. (3.3) denkleminden $\ddot{u}_0$ bulunur.

2. Δu_i yer değiştirme artımı:

$$\hat{K} = K + \frac{3}{\Delta t} C + \frac{6}{(\Delta t)^2} M \tag{3.4}$$

$$3.\ \Delta\hat{P}_i = \Delta P_i + M\left(\frac{6}{\Delta t}\dot{u}_i + 3\ddot{u}_i\right) + C\left(3\dot{u}_i + \frac{\Delta t}{2}\ddot{u}_i\right) \tag{3.5}$$

$$4.\ \hat{K}\,\Delta u_i = \Delta\hat{P}_i \tag{3.6}$$

Buradan Δu_i hesaplanır.

$$4.1.\ \left[K + \frac{3}{\Delta t} C + \frac{6}{(\Delta t)^2} M\right]\Delta u_i = \Delta P_i + M\left(\frac{6}{\Delta t}\dot{u}_i + 3\ddot{u}_i\right) + C\left(3\dot{u}_i + \frac{\Delta t}{2}\ddot{u}_i\right) \tag{3.7}$$

$$4.2.\ K\Delta u_i + C\left(\frac{3}{\Delta t} - 3\dot{u}_i - \frac{\Delta t}{2}\ddot{u}_i\right) + M\left(\frac{6}{(\Delta t)^2} - \frac{6}{\Delta t}\dot{u}_i - 3\ddot{u}_i\right) = \Delta P_i \tag{3.8}$$

$$4.3.\ K\Delta u_i + C\Delta\dot{u}_i + M\Delta\ddot{u}_i = \Delta P_i \tag{3.9}$$

$$5.\ \Delta\dot{u}_i = \frac{3}{\Delta t} - 3\dot{u}_i - \frac{\Delta t}{2}\ddot{u}_i \tag{3.10}$$

$$6.\ u_{i+1} = u_i + \Delta u_i\ ;\ \dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \Delta\,\dot{u}_i \tag{3.11}$$

Doğrusal ivme değişim yöntemini elastik zemine oturan plağın sönümsüz serbest titreşimine uygularsak; burada sönüm matrisi [C]=0 dır. İlave olarak [S] elastik zemin etki matrisi vardır. Diferansiyel denklem aşağıdaki şekildedir.

$$([K] + [S])\{u\} + [M]\{\ddot{u}\} = \{P(t)\}_0 \tag{3.12}$$

3.3 Sonlu Eleman Formülasyonu

Konik kabuk eleman tipi, silindirik kabuk ve dairesel plak problemlerinde kullanılabilen bir sonlu eleman tipidir.(Köksal, 1980)

3.3.1 Deplasman Fonksiyonları

Rijit cisim hareketi ve sabit deformasyon sağlayacak şekilde, Pascal polinomlarından faydalanarak deplasman fonksiyonları seçilir.

Tepe açısı 2α olan ve x_1 mesafesinde kesik, şekil 1(a)' da gösterildiği gibi bir konik kabuk göz önüne alalım. Şekil 1.(b)' deki gibi bir konik eleman idealize edilmiştir. Kabuğun deformasyonları ortalama yüzeyin u,v,w deplasmanları cinsinden yazılabilir. Burada u meridyenel; v teğetsel; w normal doğrultusundaki depşasmanlarıdır. Bu deplasmanlar x meridyenel ve θ dairesel koordinatlar cinsinden ifade edilebilirler.

$$
\begin{aligned}
w(x,\theta) &= a_1 + a_2 x + a_3\theta + a_4 x\theta + a_5 x^2 + a_6\theta^2 + a_7 x^2\theta + a_8 x\theta^2 + a_9 x^3 \\
&\quad + a_{10}\theta^3 + a_{11}x^3\theta + a_{12}x\theta^3 \\
u(x,\theta) &= a_{13} + a_{14}x + a_{15}\theta + a_{16}x\theta + a_{17}\theta^2 + a_{18}x\theta^2 + a_{19}\theta^3 + a_{20}x\theta^3 \\
v(x,\theta) &= a_{21} + a_{22}x + a_{23}\theta + a_{24}x\theta + a_{25}\theta^2 + a_{25}x\theta^2 + a_{27}\theta^3 + a_{28}x\theta^3
\end{aligned}
\tag{3.16}
$$

Rijit cisim hareketi ve sabit deformasyon şartını sağlamak için polinomlara yeni düzeltme terimleri eklenmiştir.(Köksal, 1980)

Seçilen koordinat sistemine göre rijit ötelenmeler ile deplasman fonksiyonları arasındaki bağıntı şu şekilde verilmiştir.

$$
\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cot\alpha & 0 & 1 \\ \sin\theta & \cos\theta/\sin\alpha & \sin\theta\cdot\cot\alpha \\ \cos\theta & -\sin\theta/\sin\alpha & \cos\theta/\cot\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_{13} \\ a_{21} \\ a_1 \end{Bmatrix}
\tag{3.17}
$$

Seçilen koordinat eksenleri etrafındaki rijit cisim dönmeleri ile deplasman fonksiyonları arasındaki bağıntı şu şekilde verilmiştir.

$$
\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & x & 0 \\ 0 & -x\cos\alpha\cdot\sin\theta & x\cos\theta \\ 0 & x\cos\alpha\cdot\cos\theta & x\sin\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_3 \\ -a_2 \\ a_{22} \end{Bmatrix}
\tag{3.18}
$$

(3.17) ve (3.18) denklemlerini (3.16) da yerine koyarsak deplasman fonksiyonları şu şekli alır.

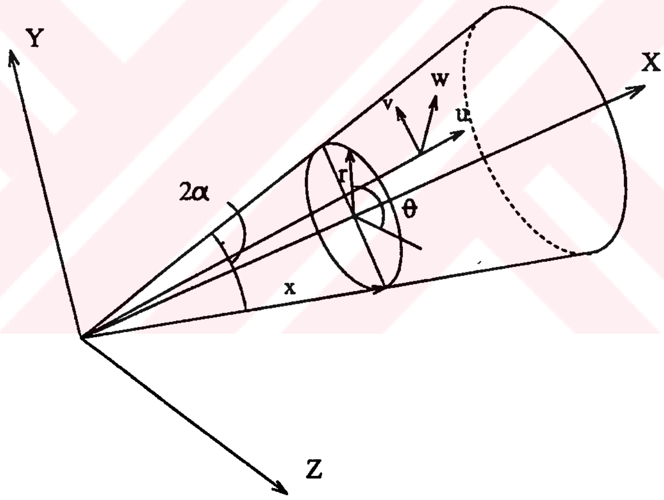
$$u = a_1 - a_2 x - a_{13}\cot\alpha + a_{14}x + a_{15}\theta + a_{16}x\theta + a_{17}\theta^2 + a_{18}x\theta^2 + a_{19}\theta^3 + a_{20}x\theta^3$$

$$v = a_1 \sin\theta\cdot\cot\alpha + a_2 x\cos\alpha\cdot\sin\theta + a_{13}\sin\theta + a_{21}\frac{\cos\theta}{\sin\alpha} + a_{22}x\cos\theta + a_{23}\theta$$

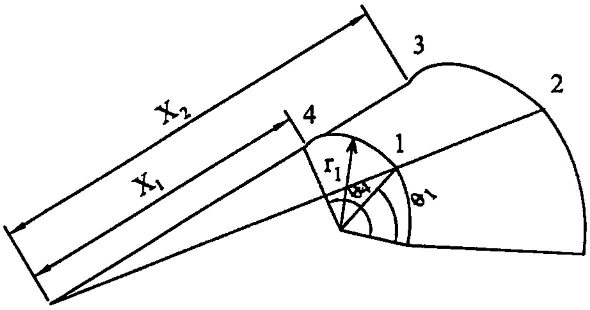
$$+ a_{24}x\theta + a_{25}\theta^2 + a_{26}x\theta^2 + a_{27}\theta^3 + a_{28}x\theta^3 \qquad (3.20)$$

$$w = a_1\cos\theta\cdot\cot\alpha - a_2 x\cos\alpha\cdot\cos\theta + a_3\theta + a_4 x\theta + a_5 x^2 + a_6\theta^2 + a_7 x^2\theta + a_8 x\theta^2$$

$$a_9 x^3 + a_{10}\theta^3 + a_{11}x^3\theta + a_{12}x\theta^3 + a_{13}\cos\theta - a_{21}\frac{\sin\theta}{\sin\alpha} + a_{22}x\sin\theta$$



(a)

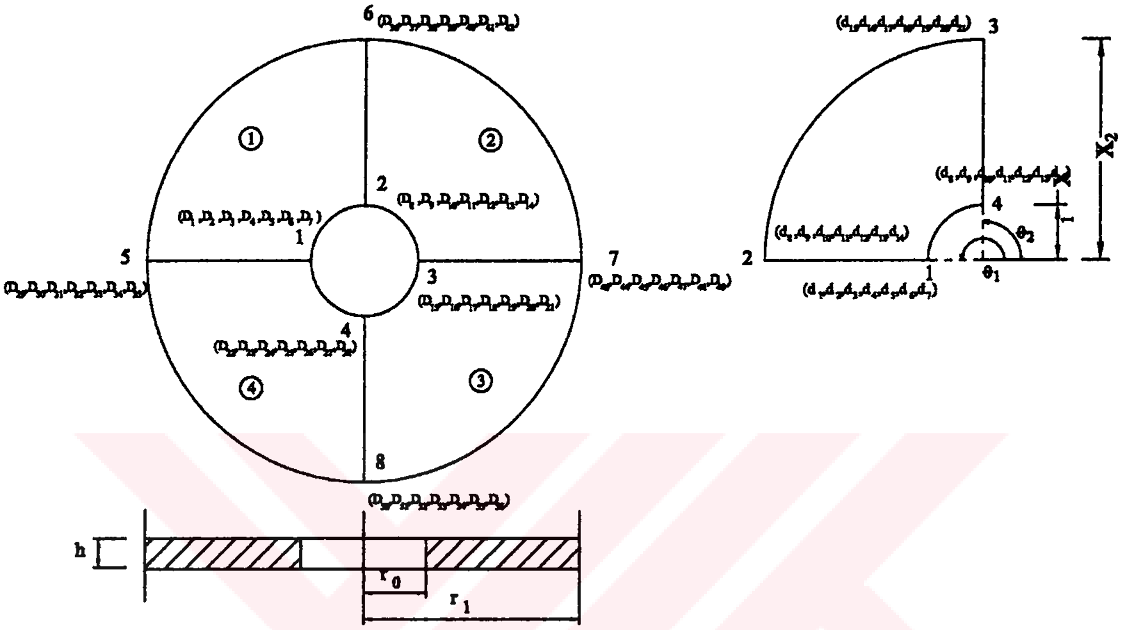


(b)

Şekil 3.1 Konik sonlu eleman

3.3.2 Özel Haller

Mevcut konik eleman yarım koni açısına $\alpha = 0$ koyarak ve $r = a$ yarıçaplı bir silindirik elemana dönüşebilir. Ayrıca yarım koni açısına $\alpha = \frac{\pi}{2}$ koyarak dairesel bir plak eleman elde edilebilir. (Köksal, 1980)



Şekil 3.2 Dairesel plak eleman

Deplasman fonksiyonlarında $\alpha = \frac{\pi}{2}$ koyarak elde edilen dairesel plak eleman için deplasman fonksiyonları aşağıdaki şekli alır.

$$u = a_1 - a_2 x + a_{14} x + a_{15}\theta + a_{16} x\theta + a_{17}\theta^2 + a_{18} x\theta^2 + a_{19}\theta^3 + a_{20} x\theta^3$$

$$v = a_{13}\sin\theta + a_{21}\cos\theta + a_{22} x\cos\theta + a_{23}\theta + a_{24} x\theta + a_{25}\theta^2 + a_{26} x\theta^2 + a_{27}\theta^3 + a_{28} x\theta^3 \qquad (3.22)$$

$$w = a_3\theta + a_4 x\theta + a_5 x^2 + a_6\theta^2 + a_7 x^2\theta + a_8 x\theta^2$$

$$a_9 x^3 + a_{10}\theta^3 + a_{11} x^3\theta + a_{12} x\theta^3 + a_{13}\cos\theta - a_{21}\sin\theta + a_{22} x\sin\theta$$

3.3.3 Şekil fonksiyonları

$$u = \begin{Bmatrix} u(x,\theta) \\ v(x,\theta) \\ w(x,\theta) \end{Bmatrix} = [\phi(x,\theta)]\{a_i\} \qquad (3.23)$$

Burada u deplasman vektörü, $[\phi(x,\theta)]$ şekil fonksiyonunun matrisi ve $\{a_i\}$ polinom katsayılarıdır. 28 adet polinom katsayıları {d} düğüm deplasmanları cinsinden yazılabilir.

$$\{d\}^T = \left[u_1, v_1, \left(\frac{\partial u}{\partial \theta}\right)_1, \left(\frac{\partial v}{\partial \theta}\right)_1, w_1, \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_1, \left(\frac{\partial w}{\partial \theta}\right)_1, u_2, v_2, ..., u_3, v_3, ..., u_4, v_4, ... \right] \quad (3.24)$$

$$\{d\}=[A]\{a\} \quad (3.25)$$

$$\{a\}=[A]^{-1}\{d\} \quad (3.26)$$

$$[A]^{-1}=[B] \quad (3.27)$$

diyelim

$$\{a\}=[B]\{d\} \quad (3.28)$$

$\{a\}$ ları (3.22) denkleminde yerlerine koyarsak;

$$\{u\} = [\phi(x,\theta)][B]\{d\} \quad (3.29)$$

$$[N] = [\phi(x,\theta)][B] \quad (3.30)$$

Bu ifadeye şekil fonksiyonu denir. Çizelge 3 Deplasman parametresi sayısı kadar şekil fonksiyonu elde edilir.

$$\{u\} = [N]\{d\} \quad (3.31)$$

3.3.4 [A] Bağ matrisi

Eleman düğüm noktası deplasmanları {d} ile, polinom sabitleri {a} arasındaki bağı veren [A] matrisi, elemanın düğüm noktalarının deplasman parametrelerinin, deplasman fonksiyonları ve onların türevleri cinsinden yazılmış bileşenlerinde,

$$u = a_1 - a_2 x + a_{14} x + a_{15}\theta + a_{16} x\theta + a_{17}\theta^2 + a_{18} x\theta^2 + a_{19}\theta^3 + a_{20} x\theta^3$$

$$v = a_{13}\sin\theta + a_{21}\cos\theta + a_{22} x\cos\theta + a_{23}\theta + a_{24} x\theta + a_{25}\theta^2 + a_{26} x\theta^2 + a_{27}\theta^3 + a_{28} x\theta^3$$

$$\frac{\partial u}{\partial \theta} = a_{15} + a_{16} x + 2a_{17}\theta + 2a_{18} x\theta + 3a_{19}\theta^2 + 3a_{20} x\theta^2$$

$$\frac{\partial v}{\partial \theta} = a_{13}\cos\theta - a_{21}\sin\theta - a_{22} x\sin\theta + a_{23} + a_{24} x + 2a_{25}\theta + 2a_{26} x\theta + 3a_{27}\theta^2 + 3a_{28} x\theta^2$$

$$w = a_3\theta + a_4x\theta + a_5x^2 + a_6\theta^2 + a_7x^2\theta + a_8x\theta^2$$
$$a_9x^3 + a_{10}\theta^3 + a_{11}x^3\theta + a_{12}x\theta^3 + a_{13}\cos\theta - a_{21}\sin\theta + a_{22}x\sin\theta \tag{3.32}$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = a_4\theta + 2a_5x + a_7x\theta + a_8\theta^2\ 3a_9x^2 + 3a_{11}x^2\theta + a_{12}\theta^3 + a_{22}\sin\theta$$

$$\frac{\partial w}{\partial \theta} = a_3 + a_4x + 2a_6\theta + a_7x^2 + 2a_8x\theta$$
$$+ 3a_{10}\theta^2 + a_{11}x^3 + 3a_{12}x\theta^2 - a_{13}\sin\theta - a_{21}\cos\theta + a_{22}x\cos\theta$$

düğüm noktası koordinatlarının

$$1(x_1,\theta_2) \qquad 2(x_2,\theta_2) \qquad 3(x_2,\theta_1) \qquad 4(x_1,\theta_1) \tag{3.33}$$

yerine konması ile bulunur.

Çizelge (1)

3.3.5 Deformasyon deplasman bağıntıları

Ortalama yüzeyin şekil değiştirmeleri, ortalama yüzeyin deplasmanları cinsinden aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{u\sin\alpha}{r} + \frac{w\cos\alpha}{r}$$

$$\varepsilon_{x\theta} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{v\sin\alpha}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta} \tag{3.34}$$

$$k_{xx} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$k_{\theta\theta} = -\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{\sin\alpha}{r}\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\cos\alpha}{r^2}\frac{\partial v}{\partial \theta}$$

$$k_{x\theta} = -2\left(\frac{1}{r}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial \theta} - \frac{\sin\alpha}{r^2}\frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{r^2}v - \frac{\cos\alpha}{r}\frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

(3.22) deki deplasman fonksiyonlarını (3.34) de yerine koyarsak ortalama yüzeyin $\{\varepsilon\}$ şekil değiştirmesini $\{d\}$ düğüm noktası deplasmanları cinsinden yazabiliriz.

$$\varepsilon_{xx} = -a_2 + a_{14} + a_{16}\theta + a_{18}\theta^2 + a_{20}\theta^3 \tag{3.35}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\theta\theta} &= a_1\frac{1}{r} - a_2\frac{x}{r} + a_{14}\frac{x}{r} + a_{15}\left(\frac{1+\theta}{r}\right) + a_{16}\frac{x}{r}(1+\theta) + a_{17}\frac{\theta}{r}(2+\theta) + a_{18}\frac{x\theta}{r}(2+\theta)\\ &+ a_{19}\frac{\theta^2}{r}(3+\theta) + a_{20}\frac{x\theta^2}{r}(3+\theta)\end{aligned} \tag{3.36}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{x\theta} &= -a_{13}\frac{1}{r} + a_{15}\frac{1}{r} + a_{16}\frac{x}{r} + a_{17}\frac{2\theta}{r} + a_{18}\frac{2x\theta}{r} + a_{19}\frac{3\theta^2}{r} + a_{20}\frac{3x\theta^2}{r} - a_{21}\frac{\cos\theta}{r}\\ &+ a_{22}\left(\cos\theta - \frac{x\cos\theta}{r}\right) - a_{23}\frac{\theta}{r} + a_{24}\left(\theta - \frac{x\theta}{r}\right) - a_{25}\frac{\theta^2}{r} + a_{26}\left(\theta^2 - \frac{x\theta^2}{r}\right)\\ &- a_{27}\frac{\theta^3}{r} + a_{28}\left(\theta^3 - \frac{x\theta^3}{r}\right)\end{aligned} \tag{3.37}$$

$$k_{xx} = -2a_5 - 2\theta a_7 - 6xa_9 - 6x\theta a_{11} \tag{3.39}$$

$$\begin{aligned}k_{\theta\theta} &= -a_4\frac{\theta}{r} - a_5\frac{2x}{r} - a_6\frac{2}{r^2} - a_7\frac{2x\theta}{r} - a_8\left(\frac{\theta^2}{r} + \frac{2x}{r^2}\right) - a_9\frac{3x^2}{r} - a_{10}\frac{6\theta}{r^2} - a_{11}\frac{3x^2\theta}{r}\\ &- a_{12}\left(\frac{6x\theta}{r^2} + \frac{\theta^3}{r}\right) + a_{13}\frac{\cos\theta}{r^2} - a_{21}\frac{\sin\theta}{r^2} - a_{22}\left(\frac{\sin\theta}{r} - \frac{x\sin\theta}{r^2}\right)\end{aligned} \tag{3.40}$$

$$\begin{aligned}k_{x\theta} &= -a_3\frac{1}{r^2} - a_4\left(\frac{2}{r} + \frac{x}{r^2}\right) - a_6\frac{2\theta}{r^2} - a_7\left(\frac{x^2}{r^2} - \frac{4x}{r}\right) - a_8\left(\frac{2x\theta}{r^2} + \frac{2\theta}{r}\right) - a_{10}\frac{3\theta^2}{r^2}\\ &- a_{11}\left(\frac{x^3}{r^2} + \frac{6x^2}{r}\right) - a_{12}\left(\frac{3x\theta^2}{r^2} + \frac{3\theta^2}{r}\right) + a_{13}\frac{\sin\theta}{r^2} + a_{21}\frac{\cos\theta}{r^2} - a_{22}\left(\frac{2\cos\theta}{r} + \frac{x\cos\theta}{r^2}\right)\end{aligned} \tag{3.41}$$

$$\{\varepsilon\}^T = [\varepsilon_{xx};\varepsilon_{\theta\theta};\varepsilon_{x\theta};k_{xx};k_{\theta\theta};k_{x\theta}]$$

$$\{\varepsilon\} = [F]\{a\}$$

$$\{\varepsilon\} = [F][B]\{d\} \tag{3.42}$$

Burada [F] türev matrisidir. Çizelge 4

3.3.6 Elastisite matrisi

$$[D]=\begin{bmatrix} C & \nu C & 0 & & & \\ \nu C & C & 0 & & & \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2}C & & & \\ & & & D & D\nu & 0 \\ & & & D\nu & D & 0 \\ & & & 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2}D \end{bmatrix} \tag{3.43}$$

Burada h kabuğun kalınlığı, E elastisite modülü, ν ise poisson oranıdır.

$D=Eh^3/12(1-\nu^2)$

$C=Eh/(1-\nu^2)$

3.3.7 Eleman rijitlik matrisi

İç kuvvetlerin virtüel işini yazalım.

$$\partial V_i=\int_{x_x}^{x_2}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\{\partial\varepsilon\}_i^T[D]\{\varepsilon\}r d\theta dx \tag{3.44}$$

(3.42) denklemini (3.44) denkleminde yerlerine koyarsak eleman rijitlik matrisini elde ederiz.

$$\partial V_i=\{d\}^T\int_{x_x}^{x_2}\int_{\theta_1}^{\theta_2}[B]^T[F]^T[D][F][B]\{d\}r d\theta dx \tag{3.45}$$

Burada değişkenleri içine alan matrisleri integral matrisi şeklinde hesaplayabiliriz.

$$[H]=\int_{x_x}^{x_2}\int_{\theta_1}^{\theta_2}[F]^T[D][F]r d\theta dx \tag{3.46}$$

[H] İntegral matrisi Çizelge 2 de verilmiştir.

$$[k_e]=[B]^T[H][B] \tag{3.47}$$

Eleman rijitlik matrisi elde edilir.

3.3.8 Eleman zemin etki matrisi

$$[s_e]=c\int_{x_1}^{x_2}\int_{\theta_1}^{\theta_2}[N]^T[N]r\,d\theta\,dx \tag{3.48}$$

Burada c elastik yataklanma katsayısı , [N] ise şekil fonksiyonlarıdır.

Çizelge 3.1 Değişik zemin türlerine ait c değerleri

ZEMİN TÜRÜ	C DEĞERLERİ kN/m^3
Kil Plastik Zemin	5000-10000
Kil Yarı Sert	10000-15000
Kil Sert	15000-30000
Kum Gevşek	10000-20000
Kum Orta Sıkı	20000-50000
Kum Sıkı	50000-100000
Kum-Çakıl sıkı	100000-150000
Şist	500000 den fazla
Kaya	2000000 den büyük

3.3.9 Eleman kütle matrisi

$$[m_e]=\rho\int_{x_x}^{x_x}\int_{\theta_1}^{\theta_2}[N]^T[N]r\,d\theta\,dx \tag{3.49}$$

$\rho=\rho_v\cdot h$ birim alana gelen kütle yoğunluğudur.

3.3.10 Sisteme geçiş

Biriktirme metodu ile sisteme geçilir. $\{D_s\}$ sistem deplasman parametresidir.

$$([K]+[S])\{u\}+[M]\{\ddot{u}\}=\{P(t)\}_0 \tag{3.50}$$

Çizelge 3.2 Biriktirme metodu ile sisteme geçiş

EELEMAN DEPLASMAN PARAMETRESİ	SİSTEM DEPLASMAN PARAMETRESİ			
	1	2	3	4
d_1	D_1	D_8	D_{15}	D_{22}
d_2	D_2	D_9	D_{16}	D_{23}
d_3	D_3	D_{10}	D_{17}	D_{24}
d_4	D_4	D_{11}	D_{18}	D_{25}
d_5	D_5	D_{12}	D_{19}	D_{26}
d_6	D_6	D_{13}	D_{20}	D_{27}
d_7	D_7	D_{14}	D_{21}	D_{28}
d_8	D_{29}	D_{36}	D_{43}	D_{50}
d_9	D_{30}	D_{37}	D_{44}	D_{51}
d_{10}	D_{31}	D_{38}	D_{45}	D_{52}
d_{11}	D_{32}	D_{39}	D_{46}	D_{53}
d_{12}	D_{33}	D_{40}	D_{47}	D_{54}
d_{13}	D_{34}	D_{41}	D_{48}	D_{55}
d_{14}	D_{35}	D_{42}	D_{49}	D_{56}
d_{15}	D_{36}	D_{43}	D_{50}	D_{29}
d_{16}	D_{37}	D_{44}	D_{51}	D_{30}
d_{17}	D_{38}	D_{45}	D_{52}	D_{31}
d_{18}	D_{39}	D_{46}	D_{53}	D_{32}
d_{19}	D_{40}	D_{47}	D_{54}	D_{33}
d_{20}	D_{41}	D_{48}	D_{55}	D_{34}
d_{21}	D_{42}	D_{49}	D_{56}	D_{35}
d_{22}	D_8	D_{15}	D_{22}	D_1
d_{23}	D_9	D_{16}	D_{23}	D_2
d_{24}	D_{10}	D_{17}	D_{24}	D_3
d_{25}	D_{11}	D_{18}	D_{25}	D_4
d_{26}	D_{12}	D_{19}	D_{26}	D_5
d_{27}	D_{13}	D_{20}	D_{27}	D_6
d_{28}	D_{14}	D_{21}	D_{28}	D_7

$K_{15,9} = \overset{1}{k}_{22,2} \qquad K_{30,35} = \overset{1}{k}_{9,14} + \overset{4}{k}_{16,21}$

Bu şekilde hazırlanan rijitlik matrisi , benzer şekilde hazırlanabilecek olan kütle, elastik zemin etki ve sönüm matrisleri sisteme yerleştirilir.

3.4 Sönümsüz zorlanmış dinamik analiz

$$M\ddot{u} + Ku = P(t)_0 \tag{3.51}$$

1. t=0 da u=0 ; $\dot{u} = 0$ alınır.

2. M kütle matrisi ; K rijitlik matrisi ; hesaplanır.

3. Doğrusal ivme değişimi yöntemiyle $\hat{K}$ bulunur.

$$\hat{K} = K + \frac{6}{(\Delta t)^2} M \tag{3.52}$$

Burada $\Delta t \leq \dfrac{T}{10}$ olarak bulunan zaman aralığıdır.

4. $M\ddot{u} + Ku = \{P(t)\}_0$

$$\ddot{u} = (\{P(t)\}_0 - Ku)/M = M^{-1}\{P(t)\}_0 - M^{-1}Ku \tag{3.53}$$

ivme vektörü bulunur.

5. $\Delta p = P(t + \Delta t) - P(t)$ (3.54)

hesaplanır.

$$\hat{\Delta p} = \Delta p + M\left(\frac{6}{\Delta t}\dot{u} + 3\ddot{u}\right) \tag{3.55}$$

etkili dış yük hesaplanır.

6. $\hat{K}\,\Delta u = \hat{\Delta p}$ (3.56)

$$\Delta u = \hat{K}^{-1} \cdot \hat{\Delta p} \tag{3.57}$$

yer değiştirme artım vektörü bulunur.

$$\Delta\dot{u} = \frac{3}{\Delta t}\Delta u - 3\dot{u} - \frac{\Delta t}{2}\ddot{u} \tag{3.58}$$

Hız artımı vektörü bulunur.

7. $u(t+\Delta t)=u(t)+\Delta u(t)$ (3.59)

yer değiştirme vektörü.

$\dot{u}(t+\Delta t)=\dot{u}(t)+\Delta\dot{u}(t)$ (3.60)

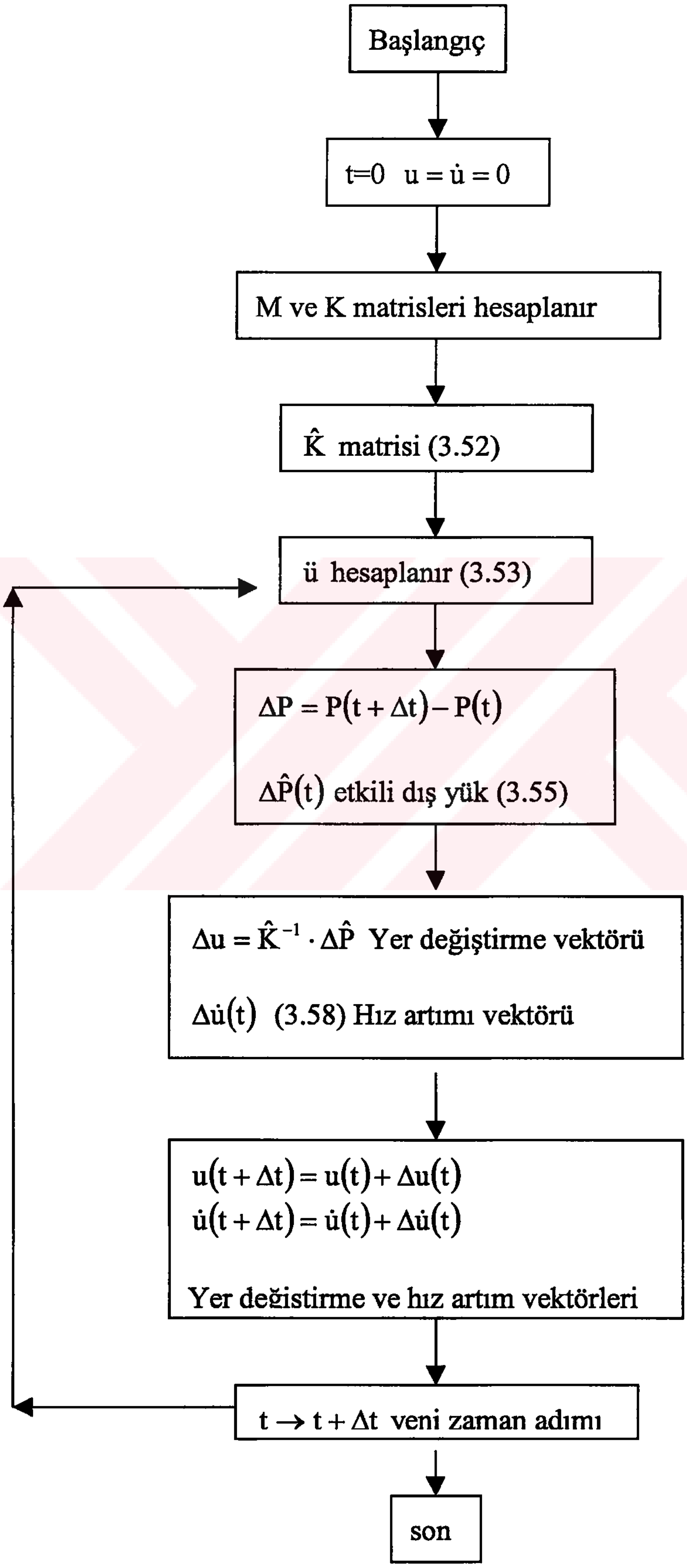
hız vektörü bulunur.

8. $t \to t+\Delta t$ yeni zaman adımı seçilir. İşlemler beşinci adımdan itibaren tekrarlanır. Zaman adımları bitinceye kadar işlem sürer.

Yukarda verilen sayısal integrasyon yönteminin yaklaşıklık derecesi Δt zaman artımına bağlıdır. Bu zaman artımının seçiminde, $P(t)$ dış yük, doğrusal olmayan $C(t)$ sönüm ve $K(t)$ rijitlik parametrelerinin değişimi ve T serbest titreşim periyodu etkili olur. Sözü edilen parametrelerin hızlı değişmesi, daha küçük Δt zaman artımı kullanılmasını gerektirir. Ancak eğer bunların değişimi özel bir karmaşıklık göstermiyorsa, zaman artımı periyoda bağlı olarak seçilir. Genellikle $\Delta t \leq T/10$ şeklinde bir seçimin güvenilir sonuçlar verdiği belirlenmiştir. Seçilen Δt zaman artımında her hangi bir belirsizlik bulunduğunda, zaman artımı yarıya indirilerek çözümdeki değişiklik incelenir ve yapılacak karşılaştırma sonucu daha sağlıklı bir Δt değerine karar verilebilir.(Chopra, 1995)

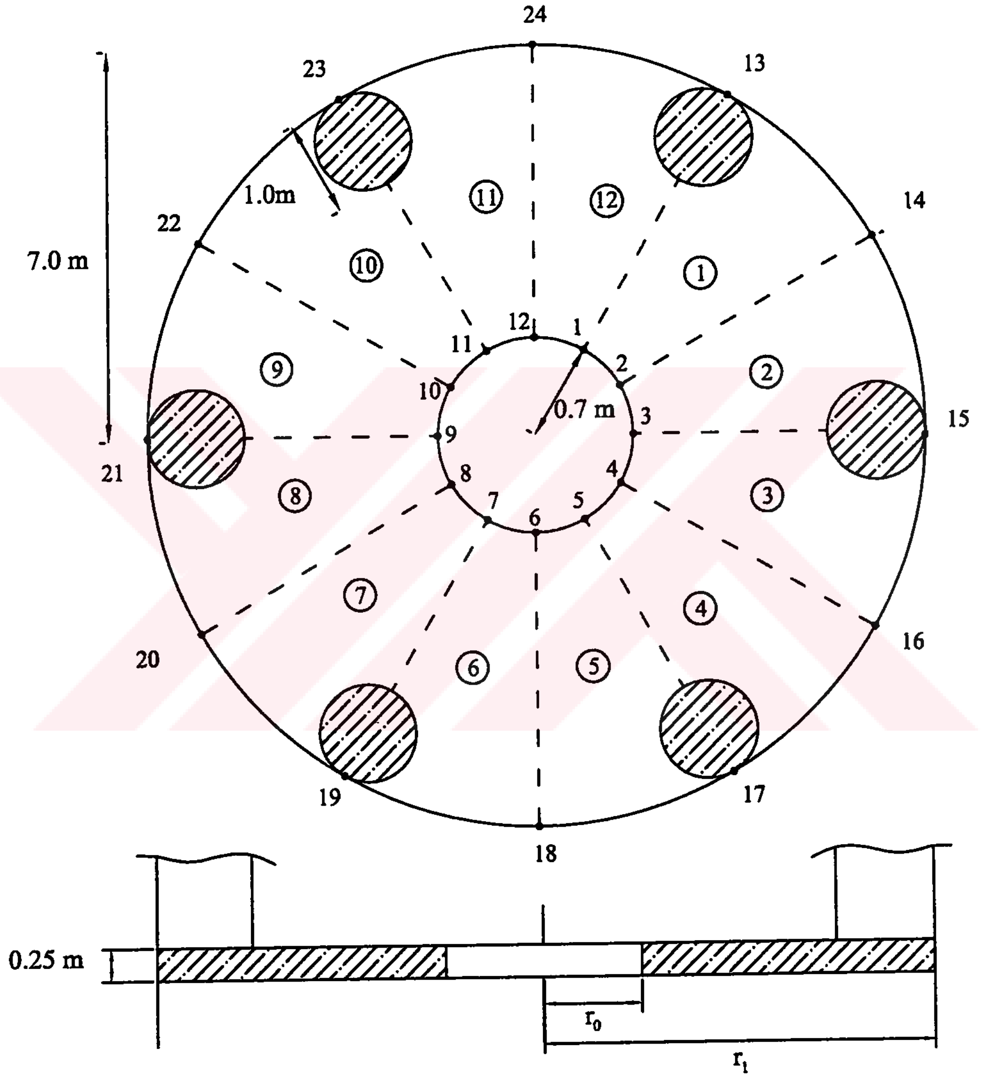
Sönümsüz zorlanmış dinamik analiz için math lab bilgisayar programlama dilinde hazırlanmış olan bilgisayar programının program akış şeması genel hatları ile çizelge 3.3 de verilmiştir.

Çizelge 3.3 Program akış şeması



4. SAYISAL ÖRNEKLER

Elastik zemine oturan Şekil 4.1 'de verilen, $\nu = 0,2$ ve ρ_v=25kN/m^3 değerlerini içeren dairesel ince plağın, değişik dinamik yükler etkisinde sönümsüz zorlanmış titreşiminin dinamik çözümü verilmiştir. Dinamik hesap sonucu u ve v doğrultularındaki deplasman bileşenleri bulunmuştur. Problem için hazırlanan bilgisayar programı Ek1 den bulunabilir.



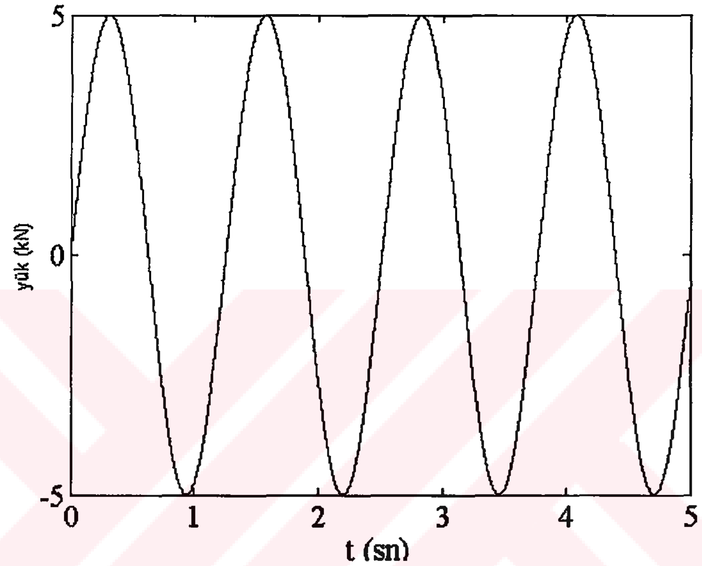
Şekil 4.1 Dairesel plak elemanı ve sonlu elemanlara bölünüşü

4.1 Örnek 1

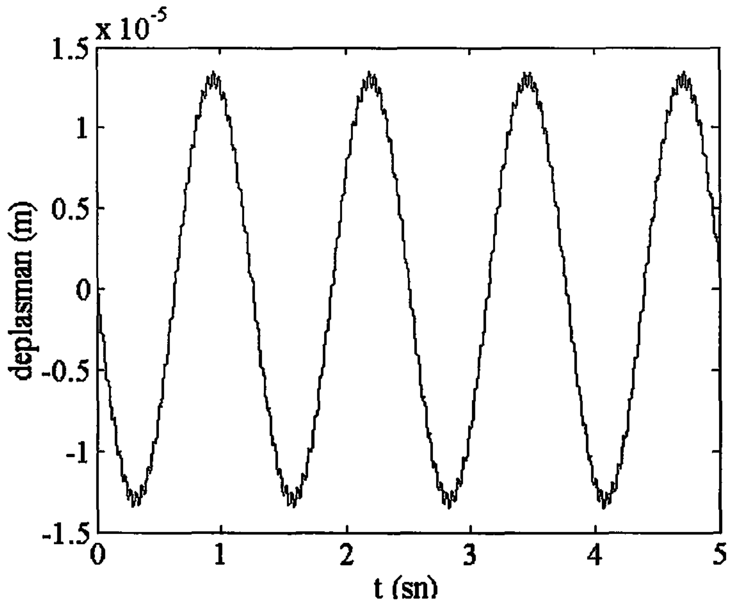
Elastik zemine oturan şekil 4.1 'de verilen dairesel ince plağın sinüsoidal dinamik yük etkisinde sönümsüz zorlanmış titreşiminin dinamik hesabı.

Veriler: $c=500000 kN/m^3$ $r_1=0,7m$ $r_2=7,0m$ $h=0,25m$ BS20

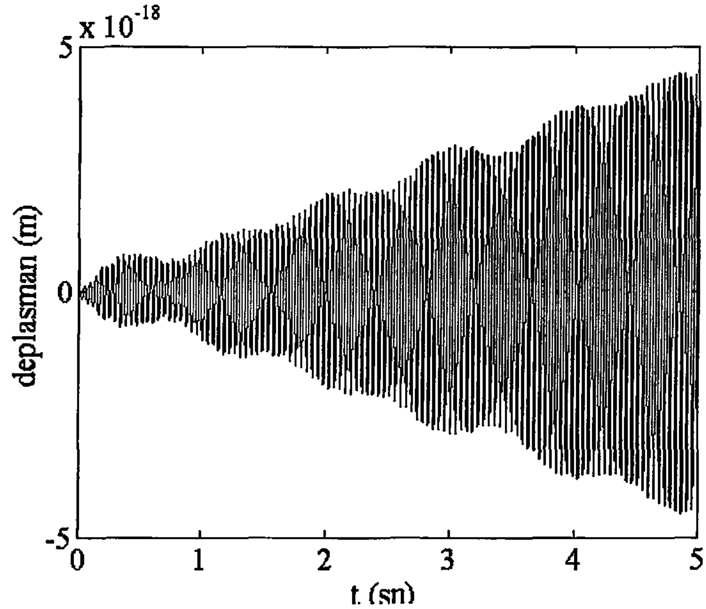
$E=2,85x10^7 kN/m^3$ $\rho = 6,25 kN/m^2$ $\nu=0,2$



Şekil 4.2 Plağın sinüsoidal dinamik yükü



Şekil 4.3 Plağın sinüsoidal yük etkisinde u deplasmanları



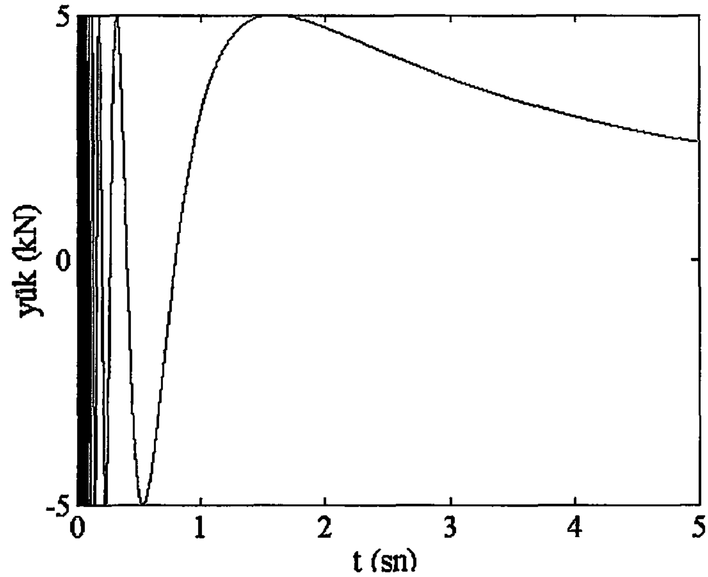
Şekil 4.4 Plağın sinüsoidal yük etkisinde v deplasmanları

4.2 Örnek 2

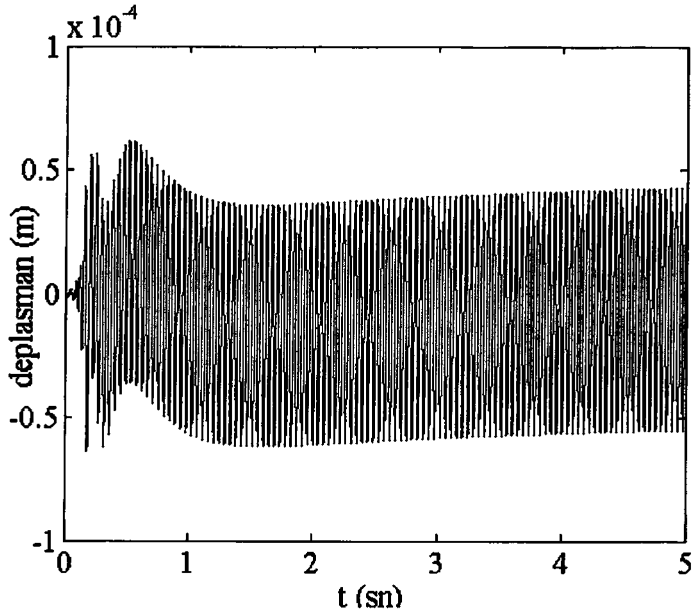
Elastik zemine oturan şekil 4.1 'de verilen dairesel ince plağın azalan sinüs eğrisi şeklindeki dinamik yük etkisinde sönümsüz zorlanmış titreşiminin dinamik hesabı.

Veriler: $c=500000 kN/m^3$ $r_1=0,7m$ $r_2=7,0m$ $h=0,25m$ BS20

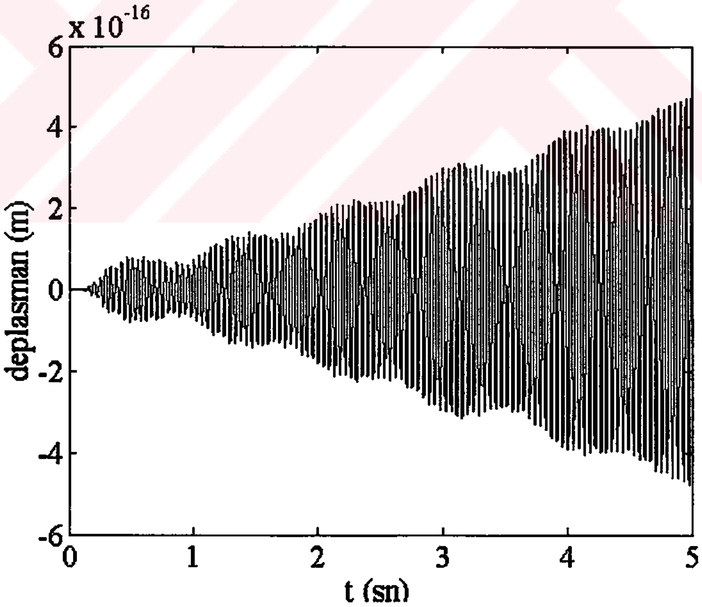
$E=2,85x10^7 kN/m^3$ $\rho = 6,25 kN/m^2$ $\nu=0,2$



Şekil 4.5 Plağın azalan sinüs eğrisi şeklindeki dinamik yükü



Şekil 4.6 Plağın azalan sinüs eğrisi şeklindeki yük etkisinde u deplasmanları



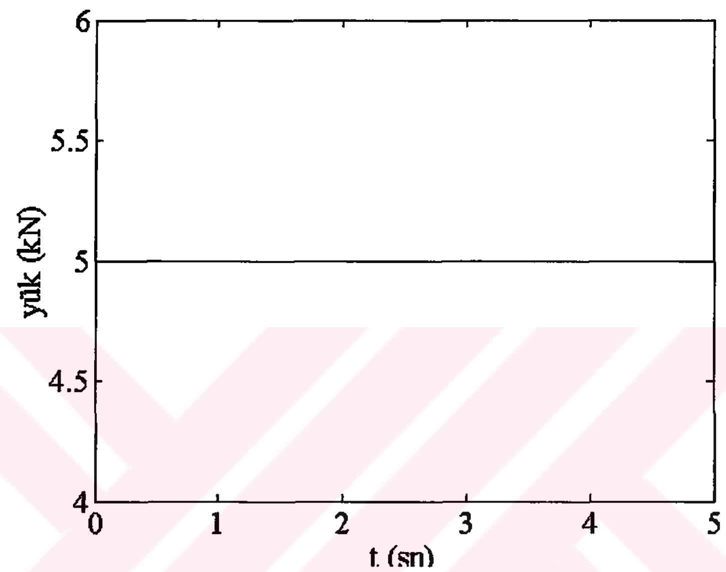
Şekil 4.7 Plağın azalan sinüs eğrisi şeklindeki yük etkisinde v deplasmanları

4.3 Örnek 3

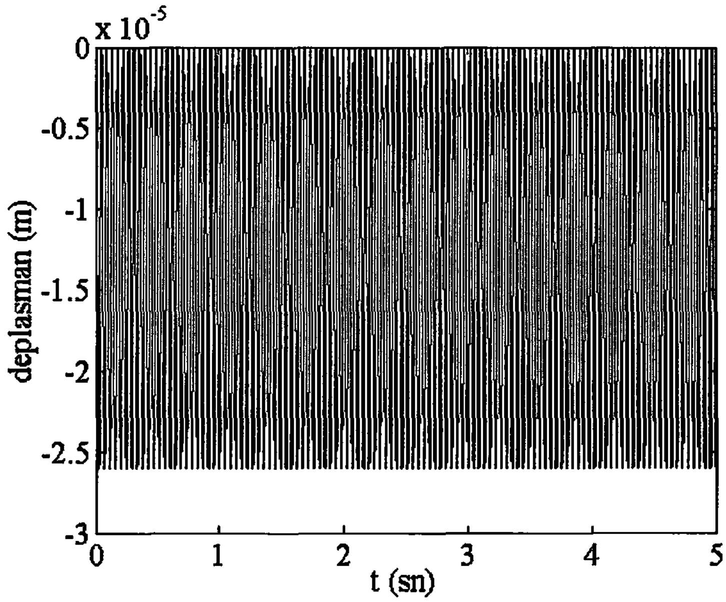
Elastik zemine oturan şekil 4.1 'de verilen dairesel ince plağın sabit dinamik yük etkisinde sönümsüz zorlanmış titreşiminin dinamik hesabı.

Veriler: c=500000kN/m^3 r_1=0,7m r_2=7,0m h=0,25m BS20

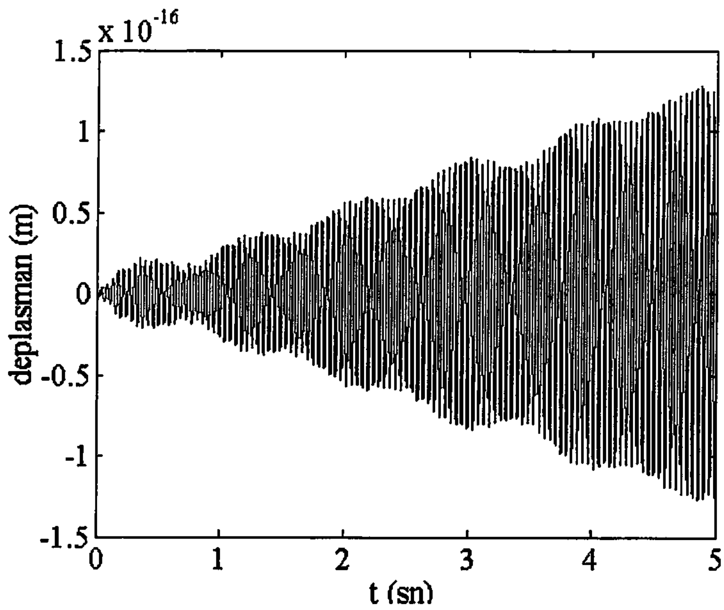
E=2,85x10^{7}kN/m^3 $\rho = 6{,}25\,\mathrm{kN/m^2}$ ν=0,2



Şekil 4.8 Plağın sabit dinamik yükü



Şekil 4.9 Plağın sabit dinamik yük etkisinde u deplasmanları



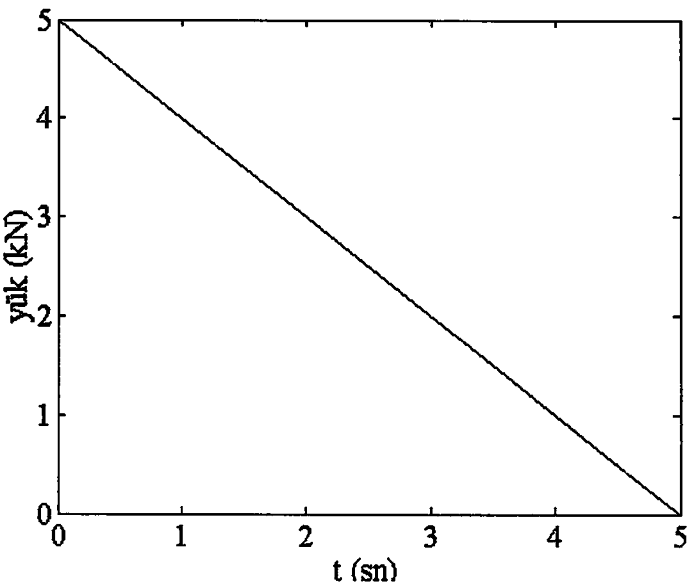
Şekil 4.10 Plağın sabit dinamik yük etkisinde v deplasmanları

4.4 Örnek 4

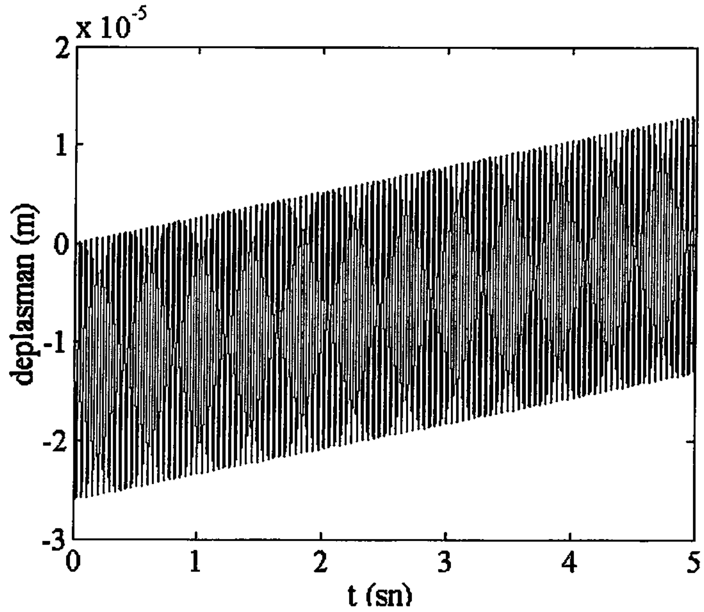
Elastik zemine oturan şekil 4.1 'de verilen dairesel ince plağın lineer azalan dinamik yük etkisinde sönümsüz zorlanmış titreşiminin dinamik hesabı.

Veriler: c=500000kN/m^3 r_1=0,7m r_2=7,0m h=0,25m BS20

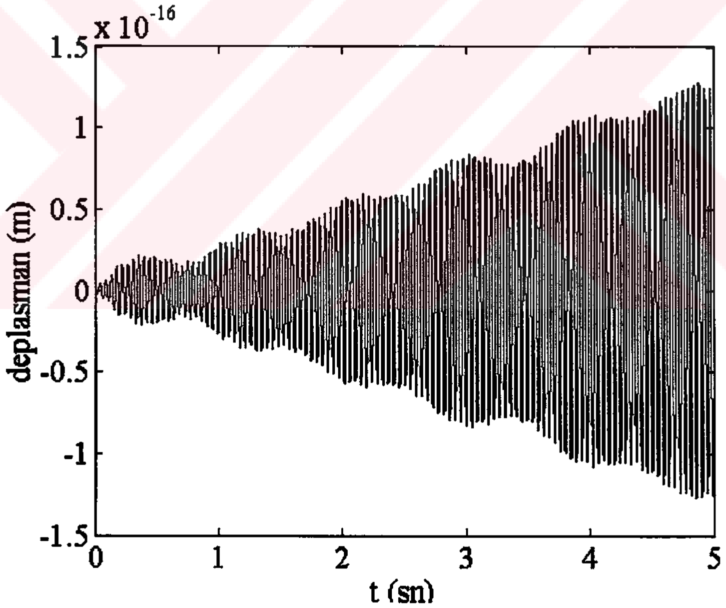
E=2,85x10^{7}kN/m^3 $\rho = 6{,}25\,kN/m^2$ ν=0,2



Şekil 4.11 Plağın lineer azalan dinamik yükü



Şekil 4.3 Plağın lineer azalan yük etkisindeki u deplasmanları



Şekil 4.3 Plağın lineer azalan yük etkisinde v deplasmanları

5. SONUÇLAR

Elastik zemine oturan dairesel plağın zorlanmış titreşimi incelenirken , plağa etkiyen dinamik yükler , sinüsodial , azalan sinüs , doğrusal ve lineer azalan eğriler şeklinde seçilmiştir. Bu yükler plağa 'u' ve 'v' deplasman parametreleri yönünde uygulanmış , deplasman grafikleri çizilmiştir.

Hareketin diferansiyel denkleminin çözümünde doğrusal ivme değişim yöntemi kullanılmıştır. Bu sayısal integrasyon yönteminin yaklaşıklık derecesi Δt zaman artımına bağlıdır. Bu zaman artımının P(t) dış yük , doğrusal olmayan C(t) dış yük ve K(t) rijitlik parametrelerinin değişimi ve T serbest titreşim periyodu etkili olur. Sözü edilen parametrelerin hızlı değişmesi , daha küçük Δt zaman artımı kullanılmasını gerektirmiştir.

Bu tez çalışmasında C(t) sönüm ve K(t) rijitlik parametrelerinin hızlı değişmesinden dolayı çok küçük Δt zaman artımı seçilmek zorunda kalınmıştır. Δt zaman artımı çok küçük seçildiği için bilgisayar programındaki döngü sayısı çok fazla artmıştır. Sonlu elemanlar metodu ile yapılan çözümde bir noktada 7 tane olmak üzere sonlu elemanda toplam 28 tane deplasman parametresi seçilmiştir. Dolayısıyla sistemin çözümünde ortaya çıkan kare matrisler sınır şartlarına bağlı olarak büyük çıkmıştır. Bu çapta büyük matrislerle çok sayıda döngü yaptırmaksa bilgisayar programının çözüm süresini arttırmıştır.

Δt zaman artımında herhangi bir belirsizlik bulunduğunda , zaman artımı yarıya indirilerek çözümdeki değişiklik incelenir ve yapılacak karşılaştırma sonucu daha sağlıklı bir Δt değerine karar verilebilir.

KAYNAKLAR

Chopra A.K., (1995) "Dynamics of Structures Theory and Applications to Earthquake Engineering", Prentrice Hall, 07458, New Jersey.

Çabuk S., (2001) " Konik Kabuğun Dinamik Burkulma Analizi", Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul

Köksal E., (1996) "Çubuk Plak Kabuk Stabilitesi", Yıldız Üniversitesi Yayınları, 309, İstanbul.

Köksal M. K., (2001) "Dynamic Analysis of Thin Plates on Soil Improved Elastic Foundation By Finite Elements Methods" Yüksek Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul

Köksal T., (1995) "Sonlu Elemanlar Metodu", Yıldız Üniversitesi Yayınları, 304, İstanbul.

Köksal T.,(1980) "Boyuna ve Dairesel Ayrık Nervürlerle Rijitleştirilmiş Silindirik Kabukların Sonlu elemanlar Yönteni İle Stabilite Hesabı", Doktora Tezi Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul.

Zienkiewicz O.C., (1971) "The Finite Element Method in Engineering Science (The second, expanded and revised, edition of The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics)", McGRAW-HILL Publishing Company Limited, Berkshire England.

EKLER

Ek 1 Çizelgeler

Ek 2 Mat lab bilgisayar programlama dilinde yazılmış bilgisayar programı dataları.

Ek-1 Çizelgeler

Çizelge .1 Bağ matrisi

A=

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	x_1	θ_1	$x_1\theta_1$	θ_1^2	$x_1\theta_1^2$	θ_1^3	$x_1\theta_1^3$	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\sin\theta_1$	0	0	0	0	0	0	0	$\cos\theta_1$	$x_1\cos\theta_1$	θ_1	$x_1\theta_1$	θ_1^2	$x_1\theta_1^2$	θ_1^3	$x_1\theta_1^3$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	x_1	$2\theta_1$	$2x_1\theta_1$	$3\theta_1^2$	$3x_1\theta_1^2$	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\cos\theta_1$	0	0	0	0	0	0	0	$-\sin\theta_1$	$-x_1\sin\theta_1$	1	θ_1	$2\theta_1$	$2x_1\theta_1$	$3\theta_1^2$	$3x_1\theta_1^2$
0	0	θ_1	$x_1\theta_1$	x_1^2	θ_1^2	$x_1^2\theta_1$	$x_1\theta_1^2$	x_1^3	θ_1^3	$x_1^3\theta_1$	$x_1\theta_1^3$	$\cos\theta_1$	0	0	0	0	0	0	0	$-\sin\theta_1$	$x_1\sin\theta_1$	0	0	0	0	0	0
0	0	0	θ_1	$2x_1$	0	$2x_1\theta_1$	θ_1^2	$3x_1^2$	0	$3x_1^2\theta_1$	θ_1^3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\sin\theta_1$	0	0	0	0	0	0
0	0	1	x_1	0	$2\theta_1$	x_1^2	$2x_1\theta_1$	0	$3\theta_1^2$	x_1^3	$3x_1\theta_1^2$	$-\sin\theta_1$	0	0	0	0	0	0	0	$-\cos\theta$	$x_1\cos\theta_1$	0	0	0	0	0	0
1	$-x_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	x_2	θ_1	$x_2\theta_1$	θ_1^2	$x_2\theta_1^2$	θ_1^3	$x_2\theta_1^3$	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\sin\theta_1$	0	0	0	0	0	0	0	$\cos\theta_1$	$x_2\cos\theta_1$	θ_1	$x_2\theta_1$	θ_1^2	$x_2\theta_1^2$	θ_1^3	$x_2\theta_1^3$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	x_2	$2\theta_1$	$2x_2\theta_1$	$3\theta_1^2$	$3x_2\theta_1^2$	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\cos\theta_1$	0	0	0	0	0	0	0	$-\sin\theta_1$	$-x_2\sin\theta_1$	1	θ_2	$2\theta_1$	$2x_2\theta_1$	$3\theta_1^2$	$3x_2\theta_1^2$
0	0	θ_1	$x_2\theta_1$	x_2^2	θ_1^2	$x_2^2\theta_1$	$x_2\theta_1^2$	x_2^3	θ_1^3	$x_2^3\theta_1$	$x_2\theta_1^3$	$\cos\theta_1$	0	0	0	0	0	0	0	$-\sin\theta_1$	$x_2\sin\theta_1$	0	0	0	0	0	0
0	0	0	θ_1	$2x_2$	0	$2x_2\theta_1$	θ_1^2	$3x_2^2$	0	$3x_2^2\theta_1$	θ_1^3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\sin\theta_1$	0	0	0	0	0	0
0	0	1	x_2	0	$2\theta_1$	x_2^2	$2x_2\theta_1$	0	$3\theta_1^2$	x_2^3	$3x_2\theta_1^2$	$-\sin\theta_1$	0	0	0	0	0	0	0	$-\sin\theta_1$	$x_2\cos\theta_1$	0	0	0	0	0	0
1	$-x_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	x_2	θ_2	$x_2\theta_2$	θ_2^2	$x_2\theta_2^2$	θ_2^3	$x_2\theta_2^3$	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\sin\theta_2$	0	0	0	0	0	0	0	$\cos\theta_2$	$x_2\cos\theta_2$	θ_2	$x_2\theta_2$	θ_2^2	$x_2\theta_2^2$	θ_2^3	$x_2\theta_2^3$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	x_2	$2\theta_2$	$2x_2\theta_2$	$3\theta_2^2$	$3x_2\theta_2^2$	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\cos\theta_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	$-x_2\sin\theta_1$	1	θ_2	$2\theta_2$	$2x_2\theta_2$	$3\theta_2^2$	$3x_2\theta_2^2$
0	0	θ_2	$x_2\theta_2$	x_2^2	θ_2^2	$x_2^2\theta_2$	$x_2\theta_2^2$	x_2^3	θ_2^3	$x_2^3\theta_2$	$x_2\theta_2^3$	$\cos\theta_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	$x_2\sin\theta_2$	0	0	0	0	0	0
0	0	0	θ_2	$2x_2$	0	$2x_2\theta_2$	θ_2^2	$3x_2$	0	$3x_2^2\theta_2$	θ_2^3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\sin\theta_2$	0	0	0	0	0	0
0	0	1	x_2	0	$2\theta_2$	x_2^2	$2x_2\theta_2$	0	$3\theta_2^2$	x_2^3	$3x_2\theta_2^2$	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	$x_2\cos\theta_2$	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	x_1	θ_2	$x_1\theta_2$	θ_2^2	$x_1\theta_2^2$	θ_2^3	$x_1\theta_2^3$	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\sin\theta_2$	0	0	0	0	0	0	0	$\cos\theta_2$	$x_1\cos\theta_2$	θ_2	$x_1\theta_2$	θ_2^2	$x_1\theta_2^2$	θ_2^3	$x_1\theta_2^3$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	x_1	$2\theta_2$	$2x_1\theta_2$	$3\theta_2^2$	$3x_1\theta_2^2$	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\cos\theta_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	x_1	$2\theta_2$	$2x_1\theta_2$	$3\theta_2^2$	$3x_1\theta_2^2$
0	0	θ_2	$x_1\theta_2$	x_1^2	θ_2^2	$x_1^2\theta_2$	$x_1\theta_2^2$	x_1^3	θ_2^3	$x_1^3\theta_2$	$x_1\theta_2^3$	$\cos\theta_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	$x_1\sin\theta_2$	0	0	0	0	0	0
0	0	0	θ_2	$2x_1$	0	$2x_1\theta_2$	θ_2^2	$3x_1^2$	0	$3x_1^2\theta_2$	θ_2^3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\sin\theta_2$	0	0	0	0	0	0
0	0	1	x_1	0	$2\theta_2$	x_1^2	$2x_1\theta_2$	0	$3\theta_2^2$	x_1^3	$3x_1\theta_2^2$	0	0	0	0	0	0	0	0	$\cos\theta_2$	$x_1\cos\theta_2$	0	0	0	0	0	0

Çizelge 3.2 İntegral matrisi

H=

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	$1/r^2A$	0	0	$2/r^2Ax$	$2/r^2A\theta$	0	0	$3/r^2Ax^2$	$3/r^2A\theta^2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$1/r^2A\cos\theta$	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	4	$4/r^2v$	4θ	$4x/r^2v$	$12x$	$12\theta/r^2v$	$12x\theta$	$12x\theta/r^2v$	$-2\cos\theta/r^2v$	0	0	0	0	0	0	0	$2\sin\theta/r^2v$	$-2x\sin\theta/r^2v$	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	$4/r^2v$	$4/r^4$	$4\theta/r^2v$	$4/r^4x$	$12x/r^2v$	$12/r^4\theta$	$12x\theta/r^2v$	$12/r^4x\theta$	$-2/r^4\cos\theta$	0	0	0	0	0	0	0	$2/r^4\sin\theta$	$-2/r^4x\cos\theta$	0	0	0	0	0	0
0	0	0	$2/r^2Ax$	4θ	$4\theta/r^2v$	$4\theta^2+$ $4/r^2Ax^3$	$4x\theta/r^2v+$ $4x/r^2A\theta$	$12x\theta$	$12\theta^2v/r^2$	$12\theta^2x+$ $6x^3/r^2A$	$12\theta^2vx/r^2+$ $6x/r^2A\theta^3$	$-2\theta v\sin\theta/r$	0	0	0	0	0	0	0	$2\theta v\sin\theta/r$	$2\theta vx\sin\theta/r^2$ $2x/r^2A\cos\theta$	0	0	0	0	0	0
0	0	0	$2/r^2A\theta$	$4x/r^2v$	$4/r^4x$	$4x\theta/r^2v+$ $4x/r^2A\theta$	$4x^2/r^4+$ $4/r^2A\theta^3$	$12x^2/r^2v$	$12/r^4x\theta$	$12x^2/r^2v\theta+$ $6\theta/r^2Ax^3$	$12x^2/r^4\theta+$ $6\theta^3/r^2A$	$-2x/r^4\cos\theta$	0	0	0	0	0	0	0	$2/r^4x\sin\theta$	$-2x^2/r^4\sin\theta$ $2\theta/r^2A\cos\theta$	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	$12x$	$12x/r^2v$	$12x\theta$	$12x^2/r^2v$	$36x^2$	$36x\theta/r^2v$	$36x^2\theta$	$36x^2/r^2v\theta$	$-6xv\cos\theta/r^2$	0	0	0	0	0	0	0	$6x\sin\theta/r^2v$	$-6x^2v\sin\theta/r$	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	$12\theta/r^2v$	$12/r^4\theta$	$12\theta^2v/r^2$	$12/r^4x\theta$	$36x\theta/r^2v$	$36x^2/r^4$	$36\theta^2vx/r^2$	$36\theta^2/r^4x$	$-6\theta/r^4\cos\theta$	0	0	0	0	0	0	0	$6\theta/r^4\sin\theta$	$-6\theta/r^4x\sin\theta$	0	0	0	0	0	0
0	0	0	$3/r^2Ax^2$	$12x\theta$	$12x\theta/r^2v$	$12\theta^2x+$ $6x^3/r^2A$	$12x^2/r^2v\theta+$ $6\theta/r^2Ax^3$	$36x^2\theta$	$36\theta^2vx/r^2$	$36x^2\theta^2+$ $9x^4/r^2A$	$36x^2\theta^2v/r^2+$ $9x^2/r^2A\theta^3$	$-6x\theta v\cos\theta/r$	0	0	0	0	0	0	0	$6\theta vx\sin\theta/r^2$	$6x^2\theta v\sin\theta/r$ $3x^2/r^2A\cos\theta$	0	0	0	0	0	0
0	0	0	$3/r^2A\theta^2$	$12x\theta/r^2v$	$12/r^4x\theta$	$12\theta^2vx/r^2+$ $6x/r^2A\theta^3$	$12x^2/r^4\theta+$ $6\theta^3/r^2A$	$36x^2/r^2v\theta$	$36\theta^2/r^4x$	$36x^2\theta^2v/r^2+$ $9x^2/r^2A\theta^3$	$36x^2\theta^2/r^4+$ $9\theta^4/r^2A$	$-6x\theta/r^4\cos\theta$	0	0	0	0	0	0	0	$6\theta/r^4x\sin\theta$	$-6x^2\theta/r^4\sin\theta$ $3\theta^2/r^2A\cos\theta$	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	$-2\cos\theta/r^2v$	$-2/r^4\cos\theta$	$-2\theta v\sin\theta/r^2$	$-2x/r^4\cos\theta$	$-6xv\cos\theta/r$	$-6\theta/r^4\cos\theta$	$-6x\theta v\cos\theta/r^2$	$-6x\theta/r^4\cos\theta$	$\cos\theta^2/r^4$	0	0	0	0	0	0	0	$-\cos\theta/r^4\sin$	$\cos\theta/r^4x\sin$	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	$2\sin\theta/r^2v$	$2/r^4\sin\theta$	$2\theta v\sin\theta/r^2$	$2/r^4x\sin\theta$	$6x\sin\theta/r^2v$	$6\theta/r^4\sin\theta$	$6\theta vx\sin\theta/r^2$	$6\theta/r^4x\sin\theta$	$-\cos\theta/r^4\sin\theta$	0	0	0	0	0	0	0	$\sin\theta^2/r^2$	$-\sin\theta^2/r^2x$	0	0	0	0	0	0
0	0	0	$1/r^2A\cos\theta$	$-2x\sin\theta/r^2v$	$-2/r^4x\cos$	$-2\theta vx\sin\theta/r^2+$ $2x/r^2A\cos\theta$	$-2x^2/r^4\sin\theta$ $2\theta/r^2A\cos\theta$	$-6x^2v\sin\theta/r$	$-6\theta/r^4x\sin$	$-6x^2\theta v\sin\theta/r^2$ $3x^2/r^2A\cos\theta$	$-6x^2\theta/r^4\sin\theta$ $3\theta^2/r^2A\cos\theta$	$\cos\theta/r^4x\sin\theta$	0	0	0	0	0	0	0	$-\sin\theta^2/r^2x$	$x^2\sin\theta^2/r^4+$ $\cos\theta^2/r^2A$	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

A=(1/2-1/2v)

Çizelge 3.3 Şekil fonksiyonu

	1	-x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	x	θ	xθ	$θ^2$	$θ^2x$	$θ^2$	$xθ^3$	0	0	0	0	0	0	0	0
N=	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	sinθ	0	0	0	0	0	0	0	cosθ	xcosθ	θ	xθ	$θ^2$	$xθ^2$	$θ^3$	$xθ^3$
	0	0	t	xθ	x^2	$θ^2$	$x^2θ$	$xθ^2$	x^3	$θ^3$	$x^3θ$	$xθ^3$	cosθ	0	0	0	0	0	0	0	-sinθ	xsinθ	0	0	0	0	0	0

Çizelge 3.4 Türev matrisi

F=

0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	θ	0	θ^2	0	θ^3	0	0	0	0	0	0	0	0
$1/r$	$-x/r$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	x/r	$(1+\theta)/r$	$(x+x\theta)/r$	$(2\theta+\theta^2)/r$	$(2\theta+\theta^2)/r$	$(3\theta^2+\theta^3)/r$	$(3x\theta^2+x\theta^3)/r$	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-1/r$	0	$1/r$	x/r	$2\theta/r$	$2x\theta/r$	$3\theta^2/r$	$3x\theta^2/r$	$-\cos\theta/r$	$\cos\theta-x\cos\theta/r$	$-\theta/r$	$x-x\theta/r$	$-\theta^2/r$	$\theta^2-x\theta^2/r$	$-\theta^3/r$	$\theta^3-x\theta^3/r$
0	0	0	0	-2	0	-2θ	0	$-6x$	0	$-6x\theta$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	$-\theta/r$	$-2x/$	$-2/r^2$	$-2x\theta/r$	$-(3\theta^2/r+2x/r^2)$	$-3x^2/$	$-6\theta/r^2$	$-3x^2\theta/r$	$-(6x\theta/r^2+\theta^3/r)$	$\cos\theta/r^2$	0	0	0	0	0	0	0	$-\sin\theta/r^2$	$-(\sin\theta/r+x\sin\theta/r^2)$	0	0	0	0	0	0
0	0	$-1/r^2$	$-(2/r+x/r^2)$	0	$-2\theta/r$	$-(x^2/r^2-4x/r)$	$-(2x\theta/r^2+2\theta/r)$	0	$-3\theta^2/r^2$	$-(x^3/r^2+6x^2/r)$	$-(3x\theta^2/r^2+3\theta^2/r)$	$\sin\theta/r^2$	0	0	0	0	0	0	0	$\cos\theta/r^2$	$(2\cos\theta/r+x\cos\theta/r^2)$	0	0	0	0	0	0

Ek 2 Mat lab bilgisayar programlama dilinde yazılmış bilgisayar programı dataları.

Sinüs eğrisi şeklindeki dinamik dış yük etkisinde dairesel plak için;

```
close all
bd=1;dd=12;%bd:Boyuna eleman sayısı dd:Dairesel yönde eleman sayısı
r=0.70;nu=0.2;E=28500000;h=0.25;c=500000;
r1=7;
t2=2*pi/dd;dx=(r1-r)/bd;
ro=25;
ro=ro*h
K=[];S=[];M=[];
x1=r
syms x;
syms t;
t1=t2+2*pi/dd
x2=x1+dx;
 bagm;%Bağ matrisi hesaplanması
 B=pinv(A);%Bağ matrisinin inversinin alınması
 Hmat;%Geometrik yük matrisinin hesaplanması
 iH=int(H,x,x1,x2);
 iiH=int(iH,t,t1,t2);
 for L=1:28
   for LK=1:28
     eH=iiH(L,LK);
     eeH(L,LK)=eval(eH);
   end
 end
 eK=B.'*eeH*B;%Eleman rijitlik matrisinin hesaplanması
 eK=E*h^3/12/(1-nu^2)*r*eK;
 fi;%Türev matrisinin hesaplanması
 NN=N.'*N;
 iN=int(NN,x,x1,x2);
 iiN=int(iN,t,t1,t2);
 for L=1:28
   for LK=1:28
     eN=iiN(L,LK);
     eeN(L,LK)=eval(eN);
   end
 end
 eS=c*B.'*eeN*B*r;%Zemin etki matrisinin hesaplanması
 eM=ro*B.'*eeN*B*r;%Kütle matrisinin hesaplanması
 eK=eK+eS;
 K=[K;eK];
 M=[M;eM];
mm=dd*bd;
% kod matrisinin oluşturulması
okd1=1;okd2=dd+1;okd3=dd+2;okd4=2;
for I=1:mm
```

```
okd(I,1)=okd1;okd(I,2)=okd2;okd(I,3)=okd3;okd(I,4)=okd4;
if (((I+1)/dd)-fix((I+1)/dd))==0
  okd1=okd1+1;okd2=okd2+1;okd3=okd1+1;okd4=okd1-dd+1;
else
  okd1=okd1+1;okd2=okd2+1;okd3=okd1+dd+1;okd4=okd1+1;
end
end
enby=max(max(okd));
for I=1:mm
L=0;
for J=1:7:22
  L=L+1;
  JK=J-1;
  for ks=1:7
    kod(I,JK+ks)=(okd(I,L)-1)*7+ks;
    if kod(I,JK+ks)>enby
      enby=kod(I,JK+ks);
    end
  end
end
end
enby=max(max(kod));
% sisteme geçiş
for I=1:enby
for J=1:enby
  sK(I,J)=0;
  sM(I,J)=0;
end
end
for I=1:mm
for J=1:28
  s1=kod(I,J);
  for mk=1:28
    s2=kod(I,mk);
    ae=I/dd-fix(I/dd);
    if ae~=0
      sK(s1,s2)=sK(s1,s2)+K(J+28*(fix(I/dd)),mk);
      sM(s1,s2)=sM(s1,s2)+M(J+28*(fix(I/dd)),mk);
    else
      sK(s1,s2)=sK(s1,s2)+K(J+28*(fix(I/dd)-1),mk);
      sM(s1,s2)=sM(s1,s2)+M(J+28*(fix(I/dd)-1),mk);
    end
  end
end
end
% sınır şartlarının tanınması
mk=0;
dns=dd*(bd+1);
for I=1:enby
snrkd4(I)=1;
```

```
 end
 for I=0:dd-1
   snrkd4(I*7+3)=0;
 end
 for I=dns-dd:2:dns-2
 snrkd4(I*7+1)=0;
 snrkd4(I*7+2)=0;
 snrkd4(I*7+3)=0;
 snrkd4(I*7+4)=0;
 snrkd4(I*7+5)=0;
 snrkd4(I*7+6)=0;
 snrkd4(I*7+7)=0;
 snrkd4((I+1)*7+3)=0;
 end
 for I=1:enby
 if snrkd4(I)==1
   mk=mk+1;
   ILD(mk)=I;
 end
 end
 % sınır şartlarının uygulanması
 for I=1:mk
 for J=1:mk
   ILM=ILD(I);
   ILN=ILD(J);
   yK(I,J)=sK(ILM,ILN);
   yM(I,J)=sM(ILM,ILN);
 end
 end
 %doğrusal ivme değişimi yöntemi
 mn=25000;
  tt=0;
 dt=0.0002;
 v0=0;% başlangıç1 yer değiştirmesi;
 vd0=0;% başlangıç hızı;
 for I=1:mk
 vv(I)=0;
 end
 for I=1:6:((dd-1)*6+2)
 vv(I)=1;
 end
 for I=(dd*6+1):6:mk
 vv(I)=1;
 end
 vvv=vv.';
 v=v0*vvv;
 vd=vd0*vvv;
 %vvv 1 ve 0 'lı yer değiştirme vektörü
 ky=yK+6/(dt)^2*yM;
 for J=1:(mn-1)
 t1(J)=tt;
```

```
py=5*sin(5*t1(J))*vvv;
lddv=((5*sin(5*(t1(J)+dt)))-(5*sin(5*t1(J))))*vvv;
imat=pinv(yM);
vdd=imat*(py-yK*v);
lp=lddv;%              lddv,lp=-yM*lddv;
lpy=lp+yM*(6/dt*vd+3*vdd);
iky=pinv(ky);
lv=iky*lpy;
lvd=3/dt*lv-3*vd-dt/2*vdd;
v=v+lv;
vd=vd+lvd;
grav(J)=v(1);
grau(J)=v(2);
PT(J)=5*sin(5*t1(J));
tt=tt+dt;
end
figure(1)
plot(t1,grav);
title('Plağın sinüsodial dinamik yük etkisindeki (u) deplasmanları ');
xlabel('t (sn)');
ylabel('deplasman (m)');
figure(2)
plot(t1,grau);
title('Plağın sinüsodial dinamik yük etkisindeki (v) deplasmanları ');
xlabel('t (sn)');
ylabel('deplasman (m)');
figure(3)
plot(t1,PT);
title('Plağın sinüsoidal dinamik yükü p(t)');
xlabel('t (sn)');
ylabel('yük (kN)');
```

Azalan sinüs eğrisi şeklindeki dinamik dış yük etkisinde dairesel plak için;

```
...
%doğrusal ivme değişimi yöntemi
mn=25000;
tt=0;
dt=0.0002;
v0=0;% başlangıç yer değiştirmesi;
vd0=0;% başlangıç hızı;
for I=1:mk
vv(I)=0;
end
for I=1:6:((dd-1)*6+2)
vv(I)=1;
end
for I=(dd*6+1):6:mk
vv(I)=1;
end
vvv=vv.';
```

```
v=v0*vvv;
vd=vd0*vvv;
%vvv 1 ve 0 'lı yer değiştirme vektörü
ky=yK+6/(dt)^2*yM;
for J=1:(mn-1)
t1(J)=tt;
py=5*sin((2.5)./(t1(J)+dt))*vvv;
lddv=((5*sin((2.5)./(t1(J)+2*dt)))-(5*sin((2.5)./(t1(J)+dt))))*vvv;
imat=pinv(yM);
vdd=imat*(py-yK*v);
lp=lddv;
lpy=lp+yM*(6/dt*vd+3*vdd);
iky=pinv(ky);
lv=iky*lpy;
lvd=3/dt*lv-3*vd-dt/2*vdd;
v=v+lv;
vd=vd+lvd;
grav(J)=v(1);
grau(J)=v(2);
PT(J)=5*sin((2.5)./t1(J));
tt=tt+dt;
end
figure(1)
plot(t1,grav);
title('Plağın deprem etkisinde deplasmanları (u)');
xlabel('t (sn)');
ylabel('deplasman (m)');
figure(2)
plot(t1,grau);
title('Plağın deprem etkisinde deplasmanları (v)');
xlabel('t (sn)');
ylabel('deplasman (m)');
figure(3)
plot(t1,PT);
title('Plağın dış yükü p(t)');
xlabel('t (sn)');
ylabel('yük (kN)');
```

Doğrusal dinamik dış yük etkisinde dairesel plak için;

```
...
%doğrusal ivme değişimi yöntemi
mn=25000;
tt=0;
dt=0.0002;
v0=0;% başlangıç1 yer değiştirmesi;
vd0=0;% başlangıç hızı;
for I=1:mk
vv(I)=0;
end
for I=1:6:((dd-1)*6+2)
vv(I)=1;
```

```
end
for I=(dd*6+1):6:mk
vv(I)=1;
end
vvv=vv.';
v=v0*vvv;
vd=vd0*vvv;
%vvv 1 ve 0 'lı yer değiştirme vektörü
ky=yK+6/(dt)^2*yM;
for J=1:(mn-1)
t1(J)=tt;
py=5*vvv;
lddv=(5-5)*vvv;
imat=pinv(yM);
vdd=imat*(py-yK*v);
lp=lddv;
lpy=lp+yM*(6/dt*vd+3*vdd);
iky=pinv(ky);
lv=iky*lpy;
lvd=3/dt*lv-3*vd-dt/2*vdd;
v=v+lv;
vd=vd+lvd;
grav(J)=v(1);
grau(J)=v(2);
PT(J)=5;
tt=tt+dt;
end
figure(1)
plot(t1,grav);
title('Plağın deprem etkisinde deplasmanları (u)');
xlabel('t (sn)');
ylabel('deplasman (m)');
figure(2)
plot(t1,grau);
title('Plağın deprem etkisinde deplasmanları (v)');
xlabel('t (sn)');
ylabel('deplasman (m)');
figure(3)
plot(t1,PT);
title('Plağın dış yükü p(t)');
xlabel('t (sn)');
ylabel('yük (kN)');
```

Lineer azalan dinamik dış yük etkisinde dairesel plak için;

```
...
%doğrusal ivme değişimi yöntemi
mn=25000;
tt=0;
dt=0.0002;
v0=0;% başlangıç1 yer değiştirmesi;
vd0=0;% başlangıç hızı;
```

```
for I=1:mk
vv(I)=0;
end
for I=1:6:((dd-1)*6+2)
vv(I)=1;
end
for I=(dd*6+1):6:mk
vv(I)=1;
end
vvv=vv.';
v=v0*vvv;
vd=vd0*vvv;
%vvv 1 ve 0 'lı yer değiştirme vektörü
ky=yK+6/(dt)^2*yM;
for J=1:(mn-1)
t1(J)=tt;
py=-1*(t1(J)-5)*vvv;
lddv=((-1*(t1(J)-5)+dt)-(-1*(t1(J)-5)))*vvv;
imat=pinv(yM);
vdd=imat*(py-yK*v);
lp=lddv;
lpy=lp+yM*(6/dt*vd+3*vdd);
iky=pinv(ky);
lv=iky*lpy;
lvd=3/dt*lv-3*vd-dt/2*vdd;
v=v+lv;
vd=vd+lvd;
grav(J)=v(1);
grau(J)=v(2);
PT(J)=-1*(t1(J)-5);
tt=tt+dt;
end
figure(1)
plot(t1,grav);
title('Plağın doğrusal dinamik yük etkisindeki (u) deplasmanları ');
xlabel('t (sn)');
ylabel('deplasman (m)');
figure(2)
plot(t1,grau);
title('Plağın doğrusal dinamik yük etkisindeki (v) deplasmanları ');
xlabel('t (sn)');
ylabel('deplasman (m)');
figure(3)
plot(t1,PT);
title('Plağın lineer azalan dinamik yükü p(t)');
xlabel('t (sn)');
ylabel('yük (kN)');
```

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	07.06.1978	
Doğum yeri	Kayseri	
Lise	1989-1996	Nuh Mehmet Küçükçalık Anadolu lisesi
Lisans	1996-2000	Erciyes Üniversitesi Mühendislik Fak. İnşaat Mühendisliği Bölümü
Yüksek Lisans	2000-2002	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Müh. Anabilim Dalı Mekanik Programı

Çalıştığı kurumlar

2000-2001	Mimart Mühendislik mimarlık Ltd Şti.İstanbul
2002-	Almer Tekstil San ve Tic A:Ş: Kayseri