57419

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

STOKASTİK TERCİH MODELLERİ

İnş. Müh. Murat G. ALTIN
F.B.E. İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında
Hazırlanan

57419

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Aydın EREL

İSTANBUL, 1996

İÇİNDEKİLER

SEMBOL LİSTESİ

θ	Nitelik Parametreleri
V	Ölçülebilen Fayda Fonksiyonu
U	Elde Edilen, Ölçülemeyen Fayda Fonksiyonu
a	Niteliklerin Etkinlik Katsayısı
$\varepsilon_i(.)$	Rassal Hata terimi
$P_i(.)$	I Alternatifinin Tercih Edilme Olasılığı
f (x)	Dağılımın Yoğunluk Fonksiyonu
F(x)	Yığışımlı Yoğunluk Fonksiyonu
$\varnothing(z)$	Standart Normal Dağılımın Yoğunluk Fonksiyonu
$\Phi(z)$	Yığışımlı Standart Normal Dağılım Fonksiyonu
ρ	Korelasyon Katsayısı
σ	Standart Sapma
μ	Örnek Kümesinde Ortalama
ν	Euler Sabiti
L(.)	Likelihood Fonksiyonu
χ^2	Ki-kare
ρ^2	Rho - square
w	Örnek Kümesinde Varyans
Ω	Parametre Uzayı

ŞEKİL LİSTESİ

TEŞEKKÜR

Bu tezin hazırlanmasında bana danışmanlık yapan ve beni hep sabırla karşılayan Prof. Dr. Aydın EREL ' e en içten teşekkürlerimi sunarım.

Her zaman her konuda bana destek olan Ailem'e, bu çalışmanın yazılması esnasında bana gerekli desteği veren Oya ERTUĞRUL'a ve en önemlisi eşim Roza GÜLBAHÇE ' ye teşekkür ederim.

ÖZET

Bu tezde, potansiyel yolcuların ulaşım sistem tercihlerinin, stokastik tercih modelleri ile modellenmesi üzerine çalışılmıştır. Stokastik tercih modellerinden en çok kullanılan probit model ile logit model çalışmanın esasını oluşturmaktadır. Bu çalışmada, toplanacak verilere uygun modelin tanımlanması ve tanımlamaya uygun kalibrasyon yöntemi (Max-Likelihood) kullanılarak tercihi etkileyen parametrelerin bulunmasından bahsedilmiştir. Elde edilen parametreler, uygun algoritmalar ile kullanılarak model çözümlenmiştir. Tahmin aşamasına geçmeden elde edilen çözüm, χ^2, Uygunluk testi gibi hipotez testleri ile kontrol edilmiştir. Hesaplama sonuçları deneysel verilerle karşılaştırılmıştır ve uyum içinde oldukları gözlenmiştir.

ABSTRACT

In this thesis, transportation system choices of potential travelers were studied using stochastic choice models. The main idea of this thesis is to use multinomial probit model and multinomial logit model as stochastic choice models in transportation. In this thesis, specifying a model that best fits the data, determining parameters from data by means of a calibration process (Max.-Likelihood) were studied. The parameters, which were determined from data, were used in proper approximations to solve the model. The model was validated before being used for forecast. This done by using statistical tests like χ^2, goodness of fit, etc. The computational results were compared with the experimental data and they were found to be in good agreement.

1. BÖLÜM

ULAŞTIRMADA TERCİH

1.1. GİRİŞ

İnsanların ve eşyaların zaman ve mekan içerisinde yer değiştirmeleri (ulaşım), toplumların sosyo-ekonomik düzeylerinin gelişmesinde her zaman önemli rol üstlenmiştir.

İnsanoğlu yerleşik yaşantıya geçtiğinden beri, yerleşim alanlarını genellikle doğal ulaşım hatlarının üstünde kurmuş ve geliştirmişlerdir. Bu bazen ana ticaret hattında, bazen iki nehir birleşiminde, bazen de doğal liman bölgelerinde olmuştur. Yerleşim yerleri zaman içinde büyümüş ve uygun yürüyüş mesafesinin dışına çıkmıştır. Bu genişlemenin şekillenmesini etkiyen en önemli unsur ulaştırma teknolojisi olmuştur. Gelişen ulaştırma teknolojisi ile, yolculuk süreleri azalmış, konfor ve alt sistem alternatifleri artmıştır.

Bu gelişmeleri dikkate alan analizciler, ulaştırma sistemleri ile toplumların sosyo-ekonomik düzeyleri arasındaki ilişkiyi incelemeye başlamışlardır. İncelemeler sonucu elde edilen bulgular; ulaştırma sistemlerindeki gelişmelerin, bireyin sosyal ve ekonomik yaşantısını önemli ölçüde değiştirdiğini ortaya koymuştur (1).

Toplumların bu değişimlere nasıl tepki göstereceğini ve koşulların nasıl değiştiğini anlayabilmek için insan davranışını anlamak gerekmektedir. Günümüzde ulaştırma sistemlerindeki gelişmeler ile insan davranışları arasındaki ilişkiler matematiksel bağıntılarla ifade edilmeye çalışılmaktadır. İnsan davranışlarının rassalık göstermesinden dolayı kurulmaya çalışılan bağıntılar kesin sonuçlar üretmekte başarısız kalırlar.

Bu bağıntılar ile, benzer sosyo-ekonomik yapılara sahip bireylerin ulaştırma sistemlerinden bekledikleri belirlenmeye çalışılır. Aynı niteliklere sahip kullanıcıların ulaştırma sistemlerinin özelliklerini algılayış ve sistemleri kullanış biçimleri benzeşir. Bu ulaştırma sistemlerinin özelliklerini algılayış ve sistemleri kullanış biçimleri benzeşir. Bu benzerlikten yararlanılarak, bireyler sosyo-ekonomik yapılarına göre gruplandırılabilirler. Bu grupların kendilerine özel tercih yapıları vardır. Bunların kullanımıyla, ulaştırma sistemlerine olan veya olabilecek istem tahmin edilebilir.

Ulaştırmada tercih tahmininin amacı, ulaştırma sistemi ile kullanıcılar arasındaki ilişkinin, matematiksel bir fonksiyon (tercih fonksiyonu) ile ifade edilmesidir(2). Tercih fonksiyonunun oluşturulabilmesi için, ulaştırma sisteminin istem ve sunu özelliklerinin bilinmesi gerekir.

1.2. ULAŞTIRMA İSTEMİ

Ulaştırmada istemin belirlenmesi, kent, bölge, ülke boyutlarındaki ya da uluslararası boyutlardaki bir mekan içinde ve belirli bir zaman biriminde,

- Nerelerdeki,
- Hangi özellik ve miktarlardaki insan ya da yüklerin,
- Nerelere,
- Hangi amaç ya da nedenlerle,
- Ne zaman,
- Hangi Koşullarda,

ulaşmak ya da ulaştırılmak istendiğinin belirlenmesidir. Yukarıdaki soruların yanıtlarının araştırılması, ulaştırma planlamasının istem analizi bölümünün konusudur (2).

1.3. ULAŞTIRMA SUNUSU

Ulaştırma sisteminin tanımlanabilmesi için kullanıcılar açısından, sistemin sunu özelliklerinin belirlenmesi gerekir.

Bir ulaştırma sisteminin sunu özellikleri;

- Erişebilirlik,
- Sıklık,
- Seyahat Süresi,
- Güvenlik,
- Dakiklik,
- Konfor,
- Seyahat Ücretidir.

Bu özelliklerden kısaca bahsetmek gerekir. Kullanıcıların yapacağı tercih aslında bu özelliklerin değerlendirilmesi sonucunda ortaya çıkacaktır (3).

1.3.1. Erişebilirlik

İki türlü erişebilirlik vardır. Bunlardan ilki informasyon ile erişimdir. İnformasyon ile erişim, kullanıcıya sistem hakkındaki bilgilerin sağlıklı akışının sağlanmasıdır. Bu bilgiler sağlıklı alındığı takdirde kullanıcı terminallere gitmeden, bineceği taşıtın kalkış saatini, ücretini vb. bilgileri öğrenebilir.

POTANSİYEL KULLANICIYA İNFORMASYON İLE ERİŞME

POTANSİYEL KULLANICI	YOLCULUĞU ÖZENDİRME	Tv Reklamı, İlan, Afişler, Broşürler vb.	
	TAŞITLAR NE ZAMAN KALKIYOR- VARIYORLAR, ÜCRETLERİ?	Basılı Tarife, Seyahat Büroları, Telefonla Bilgi, Rezervasyon Yeri vb	Bilgisayar Destekli Telefon-Büro Bilgilendirme Sistemleri, Şemalı Bilgi Aktarımı ve İlanlar vb.
	YOLCULUK KARARI	EVET ↓	HAYIR →
	REZERVASYON	Seyahat Bürosu, Rezervasyon Yeri, Telefonla	Bilgisayar Destekli Rezervasyon Sistemi
	YOLCULUK GÜNÜ EVDE	Taşıtlar Normal Seyrediyor mu?	Tv ve Radyo ile İlan ile, Telefonla Bilgilendirme,
KULLANICI	YOLCULUK GÜNÜ TERMİNALDE	Terminal Tesisleri Nerede? Kalkış ve Seyir Normal mi?	Gösterim Levhaları Işıklı Yazı, Duyuru Levhaları ve Hoperlörlerle Duyuru .
		Hangi Peron, Hangi Taşıt, Hangi Yer;	Kalkış Tabloları ve Ses Düzeni.
	YOLCULUK GÜNÜ TAŞITTA	Taşıt Plana Uygun Seyrediyor mu? Restaurant Açık mı? vb	Personel ve Anonslar

Müşteri Tekrar Yolculuk Etmek İstiyor mu?

Diğer erişebilirlik yaklaşımı ise mekansal erişebilirlikdir. Mekansal erişebilirlik şebekenin büyüklüğüne, yoğunluğuna, terminal sıklığına, kapasitesine vb kriterlere bağlıdır.

1.3.2. Sıklık

Sıklık, seyahat edilecek ya da yük gönderilecek yerlere kalkan taşıtların kalkış zamanları arasındaki süreler ile tanımlanır. Sıklık,

- İstemin zamana göre değişimine,
- Sistemin yol ve taşıt kapasitesine,
- İşletme sistemi ve koşullarına,
- İşletme politikasına

bağlıdır.

1.3.3. Seyahat Süresi

Seyahat süresi, seyahatin başlangıç noktasından son noktasına kadar harcanan süre ile ölçülür. İlk ve son noktalar arasındaki seyahat süresi, şu sürelerin toplamından oluşur;

- Duraklarda bekleme, inme, binme, yükleme, boşaltma ve aktarma süreleri,
- Ara duraklarda bekleme süreleri,
- Yolda hareket halinde geçen süre,
- Değişik nedenlerden oluşan gecikmeler.

1.3.4. Güvenlik

Güvenlik, seyahat sırasında yolcu ya da yük için sözkonusu olabilecek, ölüm, yaralanma ya da hasarla sonuçlanan kaza tehlikesi ile tanımlanır. Ulaştırma sistemlerinde mutlak bir güvenliğe ulaşılması çok zordur. Bir demiryolu işletmesinde güvenlik, yapılan yaralanma ya da hasarla sonuçlanan kaza tehlikesi ile tanımlanır. Ulaştırma sistemlerinde mutlak bir güvenliğe ulaşılması çok zordur. Bir demiryolu işletmesinde güvenlik, yapılan yolcu-km ve Ton-km cinsinden taşımacılık başına meydana gelen ölümlü, yaralanmalı ve hasarlı kaza sayıları ile değerlendirilmektedir. Aktif ve pasif güvenlik vardır. Aktif güvenlik kaza olma olasığını, pasif güvenlik ise kazanın olumsuzluk derecesini ifade eder.

1.3.5. Dakiklik

Taşımacılığın önceden belirlenen zamanda başlaması ve bitmesi konusundaki güvenirlilik olup, gecikmelerin artmasıyla azalmaktadır. Dakikliğin bağlı olduğu faktörler şunlardır;

- Trafik istemi ve değişimi,
- İşletmenin sunduğu kapasite, yol-taşıt ve işletmenin durumu,
- Mevcut kapasitenin kullanım derecesi (hacim/kapasite),
- Topoğrafya ve jeolojik durum,
- İklim koşulları.

1.3.6. Konfor

Konfor, seyahat sırasında vücutsal ve ruhsal rahatlık durumudur. Konfor, taşıt içinde geçen zamanın yanısıra, taşıta bininceye kadar ve indikten sonra son noktaya gidinceye kadar olan süre içinde değerlendirilir.

Konfor, seyahati hoş, rahat ve kolay yapan tüm özelliklerin toplamı olarak ya da kullanıcıların yorgunluk belirtisi göstermeksizin taşıtta kalabildikleri en uzun süre olarak değerlendirilebilir. Konfor, zamanla değişen bir kavram olup, kişilere göre de değişebilir.

1.3.7. Seyahat Ücreti

Potansiyel kullanıcıların tercihini en çok etkileyen özelliklerden birisidir. Kullanıcılar gelir düzeylerine göre sistem tercihi yaparlar.

2. BÖLÜM

TERCİH MODELLERİ

2.1. TERCİH

Tercih, karar vericinin, alternatiflerin, alternatiflerin niteliklerinin ve karar kural yönteminin bir araya gelmesi ile tanımlanır. Tercihin anlaşılabilmesi için bu elemanların daha detaylı açıklanması gerekir.

a. Karar Verici : Karar vericinin birimi birey veya grup (aile gibi) olabilir. Karar vericiler değişik tercih durumları ile karşılaşırlar. Aynı koşullardaki karar vericiler farklı tercih yapabilirler. Tercih yapan kişiler (karar vericiler) kullanıcı olarak isimlendirilebilir. Kullanıcıların tercih yapabilmesi için en az iki alternatif olması gerekir. Kullanıcılar bu alternatiflerden tercih yaparlar ve tercihlerini alternatiflerin nitelikleri etkiler.

b. Alternatifler : Tanıma göre tercih, boş olmayan alternatif kümesinden yapılır. Karar vericinin çevresi alternatiflerin evrensel kümesini belirler. Bu küme karar verici için uygun ve bilinen alternatiflerden oluşur. Alternatifin uygunluğu, kısıtlarına ve fiziksel olabilirliğine bağlıdır.

c. Alternatiflerin Nitelikleri: Alternatiflerin uygunluğu , sistemin sunu değerlerinin nitelik vektörü ile ifade edilir. Tercihi ücret, seyahat süresi, sıklık, güvenlik, konfor, dakiklik, erişebilirlik, hız vb. faktörler etkiler. Ancak genel olarak ücret, seyahat süresi ve sıklığın tercihe etkisi daha fazladır.

d. Karar Kuralı: Çoklu alternatif içeren bir tercih kümesinden yapılan bir tercihin analizinin yapılabilmesi için, karar kuralının bilinmesi gerekir. Karar kuralı, karar vericinin tercih yapması için geçen süredeki evreyi tanımlar. Karar kuralları ana olarak dört bölümde tanımlanır (1).

- Üstünlük: Bir alternatifin, diğer bir alternatife üstün olabilmesi için en az bir niteliğinin daha avantajlı, diğer niteliklerin ise eş değer olması gerekir. Bu, karar kuramlarının en az tartışılan prensibidir. Ancak çoğu durumda uygun bir tercihe götürmez, yine de ikinci derece alternatifleri tercih kümesinden eler. Bireyin karar verme aşamasında, tercihini etkileyebilecek çok fazla nitelik vardır. Bütün nitelikleri diğer alternatiflerin niteliklerinden üstün olan alternatifi bulmak zordur. Diğer bir sorun da, yapılabilecek kabulden kaynaklanır; yapılan kabuldeki en ufak sapma, alternatiflerin sıralamasını değiştirir.

- Tatmin Olma: Bütün nitelikler için, uygunluk seviyesini belirleyen bir kriter seçilir. Kriter bireyin mevcut bilgi ve geçmiş tecrübelerinden türetilir. Herhangi bir alternatifin niteliklerinden birinin, bu kriterin altında kalması durumunda alternatif elenir. Tercihin yapılabilmesi için, en azından niteliklerden birinin kriteri sağlaması ve diğer niteliklerin ise kabul edilebilir olması gerekmektedir. Örneğin, karar verici yolculuk süresi ve yolculuk ücreti konusunda yüksek sınırlar belirleyebilir. Bu sınırlar otobüs ve araba tarafından karşılanabilir olduğunda karar verici, konforun yüksek seviyesinden dolayı, arabayı tercih eder.

- Sözlük (Lexicographic) Kurallar: Niteliklerin önem seviyelerine göre sıralanması ilkesine dayanır. Karar verici, en önemli nitelik için en uyguni olanını tercih eder. En önemli nitelik değerlendirmesi sonucunda tek bir alternatif kalması istenir. Ancak uygulamada bu mümkün olmamaktadır. Bu tür durumlarda, karar verici kalan alternatiflerin analizini ikinci en önemli nitelik ile yapar. Bu aşamada alternatif bire inmez ise analiz uygun tercih elde edilene kadar devam eder. Her aşamada uygun olmayan bir alternatif elenir.

- Fayda: Karar kurallarının sınıflandırılması, niteliklerin ortak ölçü birimine sahip olduğunu kabul eder. Bu kabul alternatifin nitelik vektörü ile ifade edilen uygunluğunun sayısal olarak ifade edilebilmesi demektir. Uygunluğun sayısal olarak ifadesi, alternatifin nitelikleri ile uygunluğun tek bir fonksiyon ile gösterilmesine olanak verir. Bu aşamada uygunluk, fayda olarak değerlendirilir ise fayda tercih aşamasında en büyüklenmeye edilmeye çalışılır. Tercihin belirlenmesine çalışılırken, kullanıcıların verdikleri kararların, karar kurallarından fayda yöntemine uyduğu düşünülür .

2.2. MODEL

Model gerçek sistemlerin idealize edilmiş gösterim şeklidir. İnceleme konusu gerçek bir sistem ise, modelin amacı, sistemin performansını geliştirmek çabası ile, sistemin davranışlarını analiz etmektir. İnceleme konusunun uygulamaya konulmak üzere düşünülen (hayali) bir sistem olması halinde modelin amacı, sistemin bileşenleri arasında ki fonksiyonel ilişkileri içeren ideal yapısını tanımlamaktır. Dikkat edilecek olursa, sistemin, belirli bir amacı veya amaçları gerçeklemeye çalışan bileşenler bütünü olduğu görülür.

Bir model tanımlandıktan sonra, sunu nitelik değerlerinin model fonksiyonlarına etkisi (parametreleri), verilerden kalibrasyon süreci olarak adlandırılan yöntem ile bulunur. Bu işlem, verilere en iyi uyan parametrelerin seçimi ile olur. Kullanılacak kalibrasyon yöntemine, eldeki probleme dayanarak karar verilir.

Model kalibre edildikten sonra tahmin aşamasına geçmeden modelin doğruluğunun testi gerekir. Modelden elde edilen sonuçlar ile gerçek değerler karşılaştırılarak, doğruluk testi yapılır. Eğer model doğruluk testinde başarılı olmazsa, başka bir tanımlama yöntemi kullanılmalıdır. Bu işlem yapılırken dikkatli davranılmalıdır, eldeki verilere uygun bir tanımlama yapılmalıdır.

Son aşama, düzgün kalibre edilmiş ve uygun nitelikleri olan modelin, farklı dağılımlar tarafından karakterize edilen senaryolarda uygulanmasıdır. Bu senaryolar, genellikle karar vericilerin önüne açılan değişik alternatifleri simgeler (4).

2.3. TERCİH MODELLERİ

Tercih modeli oluşturmak amacıyla, karar verici için, nitelikleri "θ" olan alternatifin uygunluğunu belirleyen bir fonksiyon tanımlanır. Bu fonksiyon "ölçülebilen fayda fonksiyonu (V)" olarak adlandırılır. Bu fonksiyonu tam anlamıyla tanımlamak mümkün olsaydı, nitelik vektörü bilinen bireyin tercihi önceden kesin olarak belirlenebilirdi. Ancak, gözlemden elde edilen sonuçlara göre, özdeş nitelik vektörlü kullanıcılar her zaman aynı tercihi yapmazlar. Bu sebebten dolayı her karar verici için "ölçülemeyen, elde edilen fayda (U)" tanımlanır. (karar vericilerin tercihlerine dayanarak) "U" vektörü, kullanıcılar arasında, hatta aynı nitelik vektörü içinde farklılıklar gösterdiğinden dolayı rassal değişken olarak tanımlanır. "θ" nitelik vektörlü alternatifler kümesinden örnekleme ile elde edilen gelişigüzel fayda fonksiyonu $U_i(\theta, a)$ olarak belirtilir, burada "θ", daha önce belirtildiği gibi, alternatifin niteliklerini, "a" ise niteliklerin önemini ifade eder. Eğer ölçülebilen fayda fonksiyonu doğru seçilmiş ise, nüfusun her bireyi için "U" ların yakın olması beklenir. Büyük kütlelerdeki eşlemelerde hata oranı artar. Bu tür durumlarda ölçülemeyen rassal hata terimi $\varepsilon_i(\theta, a)$ kullanılır. Rassal hata terimi $U_i(\theta, a)$ ile $V_i(\theta, a)$ arasındaki farkı temsil eder ve küçük olması umulur. Rassal hata teriminin amacı farklılıkları yakalamaktır. Bunların arasında ölçüm hataları, ihmal edilmiş niteliklerin katkıları da vardır. $\varepsilon_i(\theta, a)$ veya $U_i(\theta, a)$' nin dağılımı biliniyorsa , alternatif i' nin tercih edilme olasılığı hesaplanabilir. Elde edilen denklem stokastik fayda modellerinin temel denklemidir (5).

$$P_i(\theta, a) = P_r\left[U_i(\theta, a) > U_j(\theta, a)\ \forall_j \neq i,\ i = (1, \ldots, I)\right] \qquad \text{veya}$$

$$P_i(\theta, a) = P_r\left[V_i(\theta, a) + \varepsilon_i(\theta, a) > V_j(\theta, a) + \varepsilon_j(\theta, a) \colon \forall_j \neq i,\ i = (1, \ldots, I)\right] \qquad (2.1)$$

Alternatiflerin tercih edilme olasılığını belirlemek amacıyla matematiksel modeller geliştirilmiştir. Bu modeller alternatiflerin fayda fonksiyonları ile ifadesine dayanır. Bir alternatifin faydası iki bileşenin toplamı ile temsil edilir; deterministik bileşen ve rassal hata terimi. Deterministik bileşen V(θ,a), tercihi etkileyen ölçülen değerleri, rassal fayda bileşeni $\varepsilon_i(\theta, a)$, ölçülemeyen faktörlerin etkilerini gösterir. $(U = U_1, \ldots, U_I)$, I alternatifli faydalar kümesini simgelerse, $U_i(.)$ belirli bir karar kümesini simgeler.

$$U_i(\theta, a) = V_i(\theta, a) + \varepsilon_i(\theta, a) \qquad \forall_i \in I \tag{2.2}$$

Özet olarak kullanıcı tercihini, nitelikleri daha uygun alternatiflerden oluşan kümeden (tercih kümesi) yapar. Prensip olarak tercih, niteliklerin karar verici için önemini anlatan matematiksel fonksiyondan elde edilen en büyük değerli alternatif yönünde olur. Fayda fonsiyonunun çekiciliğini ortaya koyan nitelikler daha önce de bahsedildiği gibi yolculuk süresi, bekleme ve erişme süresi, ücret, konfor vb. olabilir. Kullanıcının , sosyo-ekonomik durumu gözönüne alınarak, niteliklerin tercihe etkisi sayısal olarak ifade edilir. Tercihin modellenmesinde iki ana yaklaşım vardır.

2.3.1. Deterministik Tercih Modelleri

Kullanıcının, tercih aşamasında I alternatif kümesi ile karşılaştığı düşünülürse, $i \in I$ olan her alternatif V(i) fonksiyonu ile tanımlanır. Tercih fonksiyonun, tercihi etkileyen bütün değişkenleri kapsaması istenir. Fonksiyon genellikle istem ve sununun değişkenlerinin ve istem ile sununun basit birlikteliklerinin doğrusal fonksiyon ile ifade edilmesidir. Diğer bir ifade ile en çok kullanılan tercih fonksiyonu;

$$V(i) = \theta_i a \qquad (2.3)$$

I: alternatif kümesi, i.alternatif $\Rightarrow i \in I$ dir.

V(i): i alternatifinin tercih fonksiyonu,

θ_i : tercihi etkileyen değişkenler (istem ve sunu değişkenlerinin vektörü)

a : her bir değişkenin etkileri (kişilerin θ_i'ye verdiği önem)

ile ifade edilir.

Genel olarak, tercih fonksiyonu fayda fonksiyonu olarak düşünülür, böylece V(i)'nin daha büyük değerlerinin tercih edilme olasılığı artar. Tercih fonksiyonunun bu tanımlaması ile, deterministik tercihin karar kuralı basitleşir.

Tercih j ise;

$$V(j)=\max[V(i)] \quad i,j \in I \qquad (2.4)$$

ile ifade edilir.

Bu ifadeye göre, karar verici, tercih fonksiyonu V(i) tarafından ölçülen, en büyük faydası olan alternatifi seçer. Bu ifadeyi daha iyi anlayabilmek amacıyla güzergah seçimi yapacak olan karar vericinin önünde değişik alternatiflerin olduğu bir problem düşünülsün. Bu alternatiflerin yolculuk süresi dışında diğer nitelikleri eşit olsun. Bu durumda karar verici yolculuk süresi en kısa olanı tercih eder.

Bu basit örnekte yapılan kabüller gerçekte karşılaşılabilecek durumlara göre oldukça sınırlıdır. Pratikte karşılaşılabilecek problemlerin büyük bir kısmında niteliklerin hepsi birbirlerinden farklı olur, ancak deterministik tercihin ana yaklaşımı aynı kalır.

Bu yaklaşımda, bireyin daha önce yaptığı tercihin özelliklerini taşıyan yeni bir karar aşamasında, aynı tercihi tekrar yapacağı varsayımı vardır. Ulaştırma modellerinde, yolcu davranış analizlerinde kesin sonuç vermediği için deterministik yaklaşım uygun olmaz (6).

2.3.2. Stokastik Tercih Modelleri

Yolculuk davranış analizlerinden elde edilen tecrübelere göre, tercihin deterministik modeli gerçek hayat olaylarında yetersiz kalmaktadır. Stokastik yaklaşımı deterministik yaklaşıma alternatif olarak değil, onun tamamlayıcısı olarak değerlendirmek gerekir. Tercihi incelerken stokastik yaklaşımı kullanmak için üç ana neden vardır.

a) Bireyin davranışları herzaman rasyonel tercih kurallarına uymayabilir,

b) V(i) tercih fonksiyonunun (deterministik bileşen) içinde seçimi etkileyen olasılıksal faktörler ifade edilmez,

c) V(i) (deterministik bileşen) anlaşılamayabilir, kullanıcının kendisine sunulan alternatifler ve olasılıklar hakkında tam bilgili olmadığı durumlar vardır.

Stokastik tercih modelinde tercih fonksiyonu, fayda fonksiyonuna rassal hata terimi eklenerek elde edilir. Elde edilen tercih fonksiyonu da rassal bir fonksiyondur ve U(i) ile ifade edilir. Bu fonksiyon ancak rassal fayda modellerinde kullanılabilir. Fonksiyon aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$U(i) = V(i) + \varepsilon(i) \quad i \in I \qquad (2.5)$$

U(i): i alternatifinin tercih fonksiyonu,

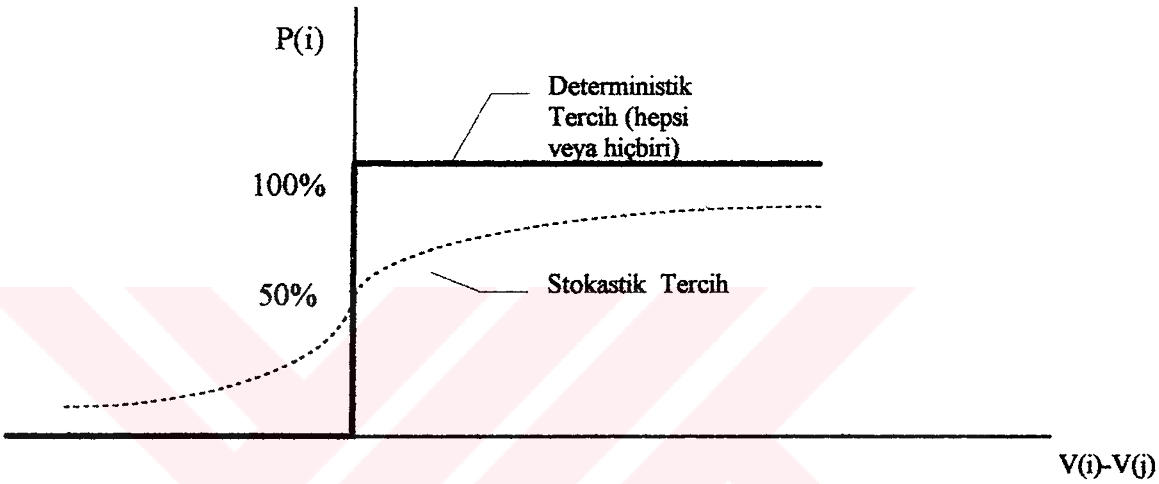
V(i): i alternatifinin niteliklerinin deterministik bileşeni,

$\varepsilon(i)$: belirli bir dağılıma sahip rassal hata terimi

Stokastik tercihin karar kuralına göre birey tercih fonksiyonu (U(.)) en büyük olan alternatifi tercih eder. Bu tanıma göre j nin tercihi;

$$P(i) = P\left[U(j) > U(i) \ \ \forall_j \neq i, \ \ i, j \in I\right] \tag{2.6}$$

dir.



Şekil 2.1

Şekil 2.1 de merdiven eğri deterministik hepsi veya hiçbiri tercihini gösteriyor. V(1)>V(2) olduğu durumda alternatif 1 in tercih edilme olasılığı 100 tersi durumda 0 dır. S şeklindeki eğri 2.6 denkleminden meydana gelir. Eğri stokastik tercihi simgeler ve V(1)<V(2) olduğu durumlarda bile alternatif 1 sıfır olmaz (5).

3. BÖLÜM

STOKASTİK TERCİH MODELLERİ

Tercih modellerinin kurulmasındaki en önemli konu rassal değişkenin gözönüne alınıp alınmayacağıdır, eğer alınacaksa rassal değişkenlerin hangi istatistiksel dağılıma uyduğudur. Rassal değişkenin gözönüne alınmadığı modeller deterministik modellerdir. Bu çalışmada deterministik modeller üzerinde durulmayacaktır ancak yinede stokastik modeller ile deterministik modeller arasındaki yaklaşım farkının anlaşılması için, sonraki paragrafta hata terimsiz modellerden kısaca bahsedilecektir.

Bu tür modellerin temel kabulü, bütün hata terimlerinin sıfıra eşit olmasıdır. Bu modele Manheim (1979) tarafından " rational model " adı verilmiştir. Hata terimlerindeki değişimin, nüfusun geniş çoğunluğu için , V(.)' lerdeki değişimlerin farktan küçük olduğu durumlarda uygulanır. Güzergah seçimleri geleneksel olarak bu şekilde modellenir. V(.)' nin tanımlanması yapılırken onun ifadeleri olan "θ" ve "a hatalı ise tahmin hataları çok büyük olur. "V(.)" kusursuz tanımlanabilseydi, nitelik vektörü bilinen bireylerin tercihleri tam olarak tahmin edilirdi. Tanımlama başarılı olsa bile, "θ"ler çok değişmezse nüfusun çoğu aynı alternatife atanır. Alternatifin niteliklerinden birinin küçük değişimi, her alternatifi seçen tahmini insan sayısında büyük oranda değişmelere neden olur. Bu nedenden dolayı hata terimi olmayan modeller çok dikkatli kullanılmalıdır.

Gözlemlere göre, benzer nitelik vektörlerini kullananlar herzaman aynı kararı vermezler. Bu yüzden daha önce de belirtildiği gibi, nitelik vektörlerin tanımlanması aşamasında hata terimlerinin gözönüne alınarak modellenmesi gerekir. Hata terimlerini dikkate alan iki ana yaklaşım logit ve probit modellerdir (7).

3.1. PROBİT (PROBABİLİTY UNIT) MODEL

Probit modelin tercih fonksiyonunu kapalı formda ifade etmek pratik değildir. Bundan sonraki bölümlerde probit modelin kalibrasyonu, modelin çözümleme yöntemleri detaylı olarak verileceğinden bu kısımda model tanıtılacaktır.

Probit model, rassal hata terimlerinin çok değişkenli normal dağılıma uyduğu varsayımı ile elde edilir. Probit model, hata terimlerinin ortalaması sıfır, ve kendine özel kovaryans-varyans matrisi ve bileşik çok değişkenli normal dağılımı olan bir stokastik fayda modelidir. Uygun tanımlanan model ile, rassal hata terimlerinin, alternatifler arasında ilişkilendirildiği durumların, değişik alternatifler için değişik varyasyonlarının ve deterministik değişkenlere dayanan değerlerin çözümleri yapılabilir (5).

Herhangi bir gelişigüzel fayda modelinin tercih olasılığı $P_i(\theta, a) = \int \ldots \int f(x) dx_1 \ldots dx_i$ formunda ifade edilir. f(.) alternatiflerin faydalarının yoğunluk fonksiyonunu simgeler. Alternatiflerin sayısı arttıkça ifadedeki integralin katıda artar. Bu da çok alternatifli problemlerin çözümünde, iyi bir matematik bilgisi gerektirir.

Modelin yapısı normal dağılımın özelliklerinden etkilendiği için, dağılımın önemli özellikleri bu bölümde verilecektir. Ek 1 de ise normal dağılım hakkında daha detaylı bilgiler bulunabilir.

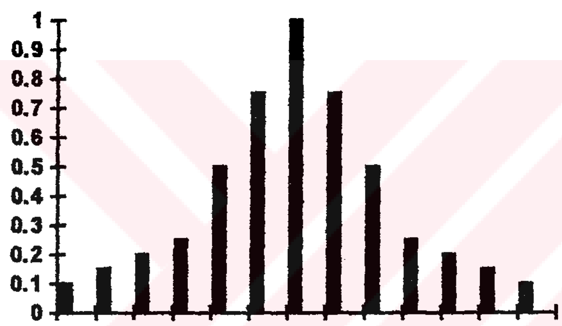
Normal dağılım çok kullanılan bir sürekli dağılım tipidir. Normal dağılımın tek değişkenli, iki değişkenli ve çok değişkenli olarak incelenmesi, normal dağılımın kapsamı hakkında daha rahat fikir verir (8).

Normal dağılım ilk olarak XVIII. yüzyılın ikinci yarısı ve IXX. yüzyılın başlarında P. Laplace, A de Moivre ve C. Gauss gibi matematikçiler tarafından ölçme hatalarının dağılımına ilişkin olarak incelenmiştir. Bir çan şeklindeki simetrik dağılımın yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibidir;

$$f(x) = \frac{e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}}{\sqrt{2\pi}\sigma} \qquad -\infty<x<\infty \qquad (3.1)$$

İfade de e ve π matematematiksel sabitlerdir ve yaklaşık olarak 2.7183 ve 3.1416 değerlerini alırlar. μ ve σ (σ>0) ise ortalamayı ve standart sapmayı simgeler. w integral değişkeni olarak düşünülürse;

Normal Dağılımın Genel Görüntüsü



Şekil 3.1

Yığışımlı Normal Dağılım

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(w-\mu)^2}{2\sigma^2}} dw \qquad F(-\infty)=0,\ F(\infty)=1 \qquad (3.2)$$

Standart Normal Dağılımın Yoğunluk Fonksiyonu $(y = \frac{w-\mu}{\sigma})$

$$\varnothing(y) = \frac{e^{-y^2/2}}{\sqrt{2\pi}} \qquad -\infty<y<\infty \qquad (3.3)$$

Yığışımlı Standart Normal Dağılım Fonksiyonu :

$$\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y} e^{-\frac{w^2}{2}} dw \qquad \Phi(-\infty)=0\ ,\ \Phi(\infty)=1 \qquad (3.4)$$

İki değişkenli normal dağılım, çok değişkenli normal dağılımın en basit şekli olduğu halde, matris cebrinin kullanılmaması halinde önemli güçlükler içeren bir dağılımdır.

İki boyutlu (x,y) bileşik rassal değişkenin bileşik yoğunluk fonksiyonu ;

$$f(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{(1-\rho^2)}} e^{\frac{-\left[(x-\mu_x)/\sigma_x)^2 - 2\rho((x-\mu_x)/\sigma_x) + ((y-\mu_y)/\sigma_y)^2\right]}{2(1-\rho^2)}}$$

$$-\infty < x < \infty,\ -\infty < y < \infty,\ -1 < \rho < 1,\ \sigma_x > 0,\ \sigma_y > 0,\ -\infty < \mu_x < \infty,\ -\infty < \mu_y < \infty \qquad (3.5)$$

olur.

Fonksiyonun grafiği (x, y) düzlemi üzerine konmuş bir çan şeklindedir. (x,y) düzlemine paralel kesit alındığında elips, (x,y) düzlemine dikey kesit alındığında ise normal eğri ile karşılaşılır. Rastgele çizilmiş bir (x,y) noktasının düzlemdeki herhangi düzlemine paralel kesit alındığında elips, (x,y) düzlemine dikey kesit alındığında ise normal eğri ile karşılaşılır. Rastgele çizilmiş bir (x,y) noktasının düzlemdeki herhangi bir "R" bölgesinde bulunma olasılığı, bölgenin integrali alınarak bulunur.

$$P\left[(x,y),R\right] = \iint_R f(x,y)dydx$$

Eğer integral düzlemin tümü üzerinde alınırsa integralin sonucu bire eşit olur.

$$\int\int f(x,y)dydx=1$$

İki değişkenli normal dağılımın 5 parametresi vardır. μ_X, μ_Y, σ_X, σ_Y ve ρ. "ρ" korelasyon katsayısıdır ve $\rho=0$ olması halinde, formülden de görülebileceği gibi f(x,y) tek boyutlu normal dağılmış iki x,y değişkeninin sıklık fonksiyonlarının çarpımı olur. Normal dağılım için cov(x,y)=ρ, $\sigma_X\sigma_Y=0$ veya $\rho=0$ olması stokastik bağımsızlığın yeterli şartıdır.

$(y_1, y_2, \ldots\ldots, y_p)$ bir Y vektörünün elemanları olarak verilen p boyutlu bir rassal değişken ise;

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_p \end{bmatrix}$$ p×1 rassal vektör olarak adlandırılır.

$(y_1, y_2, \ldots\ldots, y_p)$' nın bağlı yoğunluğu ;

a) R, pozitif tanımlı simetrik bir matris olup r_{ij} elemanları sabit,

b) μ , p×1 bir vektör ve elemanları sabit ise;

$$f(y) = |R|^{1/2} \exp((-1/2)(Y-\mu)'R(Y-\mu)) / (2\pi)^{p/2}$$
$$-\infty < y_i < \infty \quad i = 1,2,\ldots\ldots,p \tag{3.6}$$

Y, rassal vektörlü p değişkenli normal dağılımın yoğunluk fonksiyonunu ifade eder. Bu ifadenin ispatı için öncelikle f(y)≥0 olduğu gösterilmelidir. Pozitif, tanımlı bir matrisin determinantı pozitiftir. İkinci aşamada f(y) integralinin bire eşit olduğu gösterilmelidir, ancak bu aşamada bu ispat ile uğraşılmayacaktır.

p değişkenli normal dağılımın ilk momentleri $E(y_i)$' ler, kendilerine karşılık gelen yoğunluk momentleridir.

$$E(Y) = \begin{matrix} E(y_1) \\ \cdot \\ \cdot \\ E(y_p) \end{matrix}$$

Y p×1 rassal vektörü p değişkenli normal dağılıma uyarsa E(Y)=μ dir.

$$E(y_i) = \mu = \int_{-\infty}^{\infty} (y_i \exp(-\sigma^2 (y_i - \mu_i)^2 / 2) / \sqrt{2\pi}) dy_i$$

Bir y_i rassal değişkeninin varyansı $E[y_i - \mu_i]^2$'ye eşittir. İki tane y_i ve y_j rassal değişkenlerinin kovaryansı i≠j olmak üzere $E(y_i - \mu_i)(y_j - \mu_j)$dir. p değişkenli normal dağılımın herbiri birer tane olmak üzere , p tane varyansı p(p-1)/2 tane kovaryansı vardır. Çok değişkenli normal dağılımda yoğunluk fonksiyonu $\mu=(\mu_1,..,\mu_k)$ ve (tekil olmayan, simetrik, pozitif kesin) K×K kovaryans matrisi ile karakterize edilir. Matris Σ ile ifade edilirse, açılım aşağıdaki gibi olur.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & .. & \sigma_{1k} \\ \sigma_{21} & & & \\ & & & \\ \sigma_{k1} & & & \sigma_k^2 \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

Matrisin verileri $\rho_{kl} = \sigma_{kl} / \sqrt{(\sigma_k * \sigma_l)}$ $\forall$l,k ile bulunur. ρ_{kl} korelasyon katsayısıdır. Gelişigüzel K vektörü ve X çok değişkenli normal dağılmış ise yoğunluk fonksiyonu denklem 3.6 daki gibi olur.

Bu ifade genelde X~MVN(μ,Σ) ile gösterilir. Burada μ_i=E[X_i] ve Σ=cov[X_{ij}] dir. Σ matrisinin diogonal verileri X elemanının varyanslarıdır. Diogonal dışında kalan elemanlar kovaryansı gösterir.

Çok değişkenli normal dağılımın önemli bir özelliği de doğrusal dönüşüm altında kapalı olmasıdır. Bu özelliğe göre, normal dağılmış gelişigüzel vektörün doğrusal dönüşümü, yeni normal dağılmış gelişigüzel vektör yaratır. Normal değişkenin yığışımlı dağılım fonksiyonu kapalı formda ifade edilemez. Doğrusal dönüşüm kullanılarak yığışımlı dağılım standart normal değişkenin dağılımının terimleri ile ifade edilebilir. Buda standart normal eğri olarak bilinir.Φ(y)' nin $-\infty<y<\infty$ değerleri tablolaştırılmış ve hazır bulunmaktadır.

3.2. LOGIT (LOGISTIC PROBABİLİTY UNIT) MODEL

$\varepsilon_i(\theta, a)$'nin, bağımsız özdeş Gumbel dağılımına uyduğu kabülü yapılırsa (ortalama 0 ve a'den bağımsız).

$$P_r\left[\varepsilon(\theta, a) \le x\right] = \exp\left[-e^{-(x-\nu)}\right] \qquad -\infty < x < \infty \tag{3.8}$$

elde edilir.

elde edilir.

Bu ifadede ν Euler sabitidir ve yaklaşık olarak 0.577' ye eşittir. Bu ifadeden yararlanılarak çoklu logit model formu da yazılabilir.

$$P_i(\theta,a) = \frac{e^{V_i(\theta,a)}}{\sum_{j=1}^{I} \exp\left[V_j(\theta,a)\right]} \qquad (3.9)$$

Bu denklem tartışmasız bir şekilde ulaştırma alanında en çok kullanılan istem model formudur. Çok değişkenli Logit model ekonomi, pazarlama vb. diğer disiplinlerde de insan davranışının tahmini konusunda önemli bir yere sahiptir. Model değişik ulaştırma problemlerine uygulanmıştır.(Dial (1971) güzergah tercih problemi, Lerman ve Ben-Akiva(1975) araba sahipliği modeli, Nicoloidis ve Murawski (1977) Modal split çalışması) Modelin özellikleri iyi anlaşılmıştır.

Logit formülasyonunun "konudışı alternatiflerin bağımsızlığı" (Independent Irrelevant Alternatives) özelliği vardır. Logit model kullanılırken yapılan bir kabülde ilgisiz alternatiflerin bağımsızlığı kabülüdür. Denklem (3.9) kullanılarak bir alternatifin diğer bir alternatife göre bağımlı tercih olasığı

$$\frac{P(i)}{P(j)} = \frac{e^{V(i)}}{e^{V(j)}}$$ (i'nin j' ye) olarak ifade edilir.

. Bu ifadeye göre bu iki alternatifin bağımlı tercihi niteliklerinin fonksiyonuna bağlı ve diğer alternatiflerden bağımsızdır ve logit modelin zayıf noktalarından biri olarak bilinir.

Şehirlerarası tür tercihinde araba ile otobüs arasında ki bağımlı tercihe bakılırsa olabilecek başka bir alternatif örneğin tren gözardı edilmiş olur. Böyle bir örnekte tren üçüncü bir alternatiftir ve özellikle otobüsün tercih edilme oranını etkiler. Bu özelliğe göre, iki alternatifli tercihin belirlenmesi sadece alternatiflerin ölçülebilen faydasına bağlıdır. Logit model, faydaların rassal hata terimlerinin Gumbel dağılımına uyduğu ve bağımsız, benzer dağılmış olduğu varsayımına dayanır (Independent Identically Distributed) (2).

4. BÖLÜM

STOKASTİK TERCİH MODELLERİNİN KALİBRASYONU

İstatiksel değişkenler arasındaki ilişkilerin incelenmesi, temel disiplinlerin çoğunda önemli bir yere sahiptir. Analizciler, davranışları fonksiyonel ilişkiler şeklinde incelemek ve "ne neye bağlıdır" sorusunun cevabını bulmak amacıyla çalışmalar yaparlar. Analizciler test edilebilir hipotezler şeklinde fonksiyonel ilişki modelleri geliştirirler. Fonksiyonel ilişki modeli geliştirildikten sonra kantitatif yöntemler ile ilişki parametrelerinin tahmin etmek ve geçerliliğini doğrulamak gerekir.

Y bağımlı ya da açıklanan değişken, X'ler de bağımsız ya da açıklayıcı değişkenleri gösterirse ilişkinin en genel ifadesi;

$Y=f(X_1,....X_k)$ ile ifade edilir.İlişkiler başlıca iki kısma ayrılabilir;

a) Deterministik İlişkiler: Bu tip ilişkilerde açıklayıcı değişkenler kümesinin bağımlı değişkenlerdeki değişmenin tamamını açıklayabildiği düşünülür. Buna fonksiyonal ilişkide denilebilir. Matematik genellikle deterministik ilişkiler üzerine kurulmuştur.

b) Stokastik İlişkiler : Bu tip ilişkide çeşitli nedenlerle açıklayıcı değişkenin bağımlı değişkenin değişmesinin tamamını açıklayamayacağı ve hata teriminin ilişkide yer alması gerektiği kabul edilir.

$Y=f(X_1,....X_k,\varepsilon)$

Ekonometrinin ortaya çıkış sebebinin bu ε terimi olduğunu söylemek abartı sayılmamalıdır. Değişkenlerarasındaki ilişkinin deterministik değil, stokastik şekilde tanımlanmasının sebepleri şunlardır;

a) Terimler hiç bir zaman, her unsuru dikkate alan ve açıklayan eksiksiz ilişkilerden oluşmaz,

b) Tanımlanan ilişkinin fonksiyonel şekli ile ilgili yanılmalar . Hiperboilk bir ilişkiyi doğrusal kabul etmek gibi,

c) Ölçüm hataları.

Fonksiyonel form da üzerinde durulması gereken bir konudur. Fonksiyonel form çeşitli şekillerde belirlenebilir . Ancak genel olarak çalışmalar yapılırken Y ile X arasındaki ilişkinin doğrusal olduğu kabulü yapılır (9).

Normal regresyon kalibrasyonunda hata paylarına ilişkin bir kısıtlama getirilmediği gibi, normal dağıldıkları varsayılmaktadır. Bu da, kuramsal da olsa, bağımlı değişkenin $(-\infty,\infty)$ aralığında tanımlanmasını gerektirir. Ancak ücret, harcama, yatırım vb birçok iktisadi değişken negatif değer alamayacağından, bağımlı değişken için tanım aralığı çoğu kez $(0, \infty)$ ' dır.

Anılan modellerde ise bağımlı değişken süreksizdir. Bu nedenle bağımlı değişken için ölçme değil sayma söz konusu olmaktadır. Tercih modellerinde bağımlı değişken açısından ikili bir ayırım yapılmaktadır.

i-) Bağımlı değişkenin evet-hayır, başarılı-başarısız, kabul-red gibi iki seçeneği kapsadığı, ikili bağımlı değişkenler,

ii-) İkiden fazla seçeneği içeren çoklu bağımlı değişkenler.

Tercih modellerinde bağımlı değişken olasılık şeklinde ifade edilmektedir. Bu durumda sorun, bağımlı değişkenin olasılık şeklindeki değerlerinin tahmininin yanısıra, alternatifler arasındaki tercihi etkileyen faktörlerin belirlenmesidir.

İki alternatif arasında tercih yapma durumu ile karşı karşıya kalan birey, ikisinden birini tercih edecektir. Birinci alternatif için Y_i' ye Y_i=1, ikinci alternatif içinde Y_i=0 olarak ifade edilirse, P_i Y_i'nin "1" olma olasılığını (1-P_i) ise "0" olma olasılığını gösterir.

Bu durumuda Y_i'nin olasılığı

$$f(Y_i)=P_i^{Y_i}(1-P_i)^{1-Y_i} \qquad Y_i=0,1 \qquad (4.1)$$

olur.

Bu durumda tercihin neye göre yapıldığı açıklanmalıdır. Tercih olasılığının belirlenmesinde faydanın rolü için üç yaklaşımdan biri kullanılır. Birinci yaklaşım beklenen faydanın en büyüklenmesidir, ikinci yaklaşım tercih eğilimini belirleyen gözlenemeyen, rassal bir indeksin bulunmasıdır ve son olarak üçüncüsü doğrudan doğruya bağımsız değişkenlerin bir fonksiyonu şeklinde gösterimdir.

İkili bir tercih için bireyin işine kendi arabası veya kamu taşıtı ile gitmek arasındaki tercih incelenirse, tercihte konfor, zaman, kaybı, ulaşım giderleri vb ulaşım şekline bağlı özelliklerin yanı sıra bireyin yaşı, geliri, cinsiyeti, meslekteki mevkii gibi sosyoekonomik faktörler rol oynamaktadır. Bu faktörlerin tercihe etkilerinin belirlenmesi amacıyla kullanılan çeşitli kalibrasyon yöntemleri vardır. Stokastik tercih modellerinin kalibrasyon aşamasında kullanılması en uygun yaklaşım max.likelihood yöntemidir (10).

4.1. MAX-LİKELİHOOD (MAX-BENZERLİK) KALİBRASYON YÖNTEMİ

Bu metod Gauss ve daha sonra R.A. Fisher tarafından sistematik olarak geliştirilmiştir. Metodun amacı, bilinmeyen kütle parametreleri için, arzu edilen niteliklerden çoğuna sahip tahmin ediciler bulmaktır. Hesaplama işleminin pratik oluşu ve pek çok özelliği olması nedeni ile kulllanım alanı çok geniştir.

Max. likelihood yönteminde, rassal hata terimlerinin dağılım şeklinin bilinmesi gerekir. Max. likelihood metodu ile tahminde hareket noktası likelihood fonksiyonu'dur

θ_1 ,......., θ_n gibi n tane rassal değişkenin likelihood fonksiyonu, bu n değişkeninin bileşik olasılık veya yoğunluk fonksiyonudur, fonksiyon, parametre vektörünün değerlerine bağlı olarak değişen değerler alır.

Likelihood fonksiyonu $L(a)= g(\theta_1,.......,\theta_n,a)$ olsun. Eğer $\theta_1,.......,\theta_n$ değişkenleri, $f(\theta,a)$ dağılımlı (şekli bilinmek şartıyla) bir kütleden alınacak n hacimli bir örneği ifade ediyorsa, bağımsızlık ve benzer dağılmış olma nedeniyle,

$$g(\theta_1,.......,\theta_n,a)=f(\theta_1,a)\times f(\theta_2,a)\times..............f(\theta_n,a)=\prod_{i=1}^{n} f(\theta_i,a) \qquad (4.2)$$

olarak ifade edilir.

θ_1 ,.......,θ_n n hacimli bir örnek ise,

$$L(a)=\prod_{i=1}^{n} f(\theta_i,a) \qquad (4.3)$$

Maximum Lıkelihood fonksiyonu olarak bilinir.

a parametre vektörünü bulabilmek amacıyla, önce likelihood fonksiyonunun yazılması; daha sonra bir fonksiyonun en büyüklenmesi şartıyla, $\frac{d}{da}L(a)=0$ denkleminin a'yı verecek şekilde çözülmesi gerekir. Bazı hallerde L(a) yerine Ln L(a) ' yı kullanmak daha pratik olur.

$$\mathrm{Ln}\,L(a)=\sum_{i=1}^{n} f(\theta_i,a) \qquad (4.5)$$

$$\frac{d}{da}\mathrm{Ln}L(a)=0 \qquad (4.6)$$

İfadenin logaritması alınarak çarpımlar toplam haline getirilir ve türev almak daha kolay olur. Likelihood fonksiyonu k tane parametre içerdiğinde, k tane tahmin edici , k denklemli bir sistemin ortak çözümü ile sonuç bulunur.

$$L(a_1,\ldots\ldots,a_k) = \prod_{i=1}^{n} f(\theta_1, a_1 \ldots\ldots\ldots a_k) \quad (4.7)$$

ve

$$\begin{aligned} a_1 &= d_1(\theta_1,\ldots\ldots\ldots\theta_n), \\ &. \\ &. \\ &. \\ a_k &= d_k(\theta_1,\ldots\ldots\ldots\theta_n) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Likelihood fonksiyonunu en büyükleyen a tahmin ediciler kümesi, aşağıdaki kismi türev denklemlerinin ortak çözümü ile bulunur (11).

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial a_1} L(a_1 \ldots\ldots\ldots a_k) = 0 \\ &. \\ &. \\ &. \\ &\frac{\partial}{\partial a_k} L(a_1 \ldots\ldots\ldots a_k) = 0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

4.2. STOKASTİK MODELLERDE M.L. KALİBRASYONU

ML yöntemi, stokastik modellerin kalibrasyonu için kullanılan en etkili yöntemdir. Yöntem verileri en kabul edilebilir yapan a parametre vektörünün seçiminden oluşur. Bu da verilen parametre değeri a' nın olasılıksal yoğunluğunun yazılması ile olur. Bundan sonraki amaç Likelihood fonksiyonunu L(a)' en büyükleyen parametrelerin bulunmasıdır.

$P_i = P(Y_i = 1/\theta_i)$ ise $P(Y_i = 0/\theta_i) = 1 - P_i$' dir ve gözlenen çıktının (Y_i)'nin olasılığı 0 veya 1 olacaktır.

$$P(Y_i/\theta_i) = P_i^{Y_i}(1-P_i)^{1-Y_i} \qquad (4.10)$$

ile ifade edilirse, Y 'nin, örnekleme sayısı N olma durumunda ifade şu şekilde olur.

$$P(Y_i/\theta_i) = \prod_{i=1}^{N} P_i^{Y_i}(1-P_i)^{1-Y_i} \qquad (4.11)$$

ML yönteminin ana fikri çok basittir, Y' yi en büyük değer haline getiren parametrelerin bulunmasıdır. Bunun içinde modelin likelihood fonksiyonunun tanımlanması gerekir (11).

4.2.1.Probit Modelin Kalibrasyonu

Probit modelin Likelihood Fonksiyonu;

$$L(Y/\theta,a) = \prod_{i=1}^{N}\left[\Phi(\Sigma a_k\theta_{ik})\right]^{Y_i}\left[1-\Phi(\Sigma a_k\theta_{ik})\right]^{1-Y_i} \qquad (4.12)$$

Bu ifadede çarpımlarla çalışmanın zor olmasından dolayı logaritmalar alınır ve bu işlem sayesinde çalışılması daha kolay olan toplam ifadesi elde edilir.

$$Ln\,L(Y/\theta,a) = \sum_{i=1}^{n}\left[Y_i\,LnP_i + (1-Y_i)Ln(1-P_i)\right] \qquad (4.13)$$

Dikkat edilmesi gereken bir husus, eğer "a" L(Y/θ,a)' yi en büyükler ise Ln L(Y/θ,a)' yi de büyükler. Probit modelin log likelihood fonksiyonu yazıldıktan sonra parametrelere (a_k) göre türev alınarak likelihood denklemleri elde edilir. Denklemin elde edilişini anlayabilmek amacıyla aşamalar detaylı olarak incelenmiştir (5),(11).

$L(Y/\theta, a) = M$ ve $\Sigma a_k \theta_{ik} = A_{bk}$ kabul edilirse,

$M = \sum_{i=1}^{N} \left[Y_i \, Ln\, \Phi(A) + (1 - Y_i)\, Ln(1 - \Phi(A) \right]$ olur, parametrelere göre türev alınırsa,

$$\frac{\partial M}{\partial a_k} = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{N} (Y_i^{'} \, Ln\, \Phi(A) + Ln\, \Phi(A)^{'} Y_i + (1 - Y_i)^{'} Ln(1 - \Phi(A)) + Ln(1 - \Phi(A))^{'} (1 - Y_i)) = 0$$

Y_i b_k'dan bağımsız olduğu için $Y_i^{'} = 0$ olur.

$$\sum_{i=1}^{N} \left[Ln\, \Phi(A)^{'} Y_i + (1 - Y_i)\, Ln(1 - \Phi(A))^{'} \right] = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{N} \left[\frac{\Phi(A)^{'}}{\Phi(A)} Y_i + \frac{(1 - \Phi(A))^{'}}{(1 - \Phi(A))} (1 - Y_i) \right] = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{N} \left[\frac{A^{'} \varnothing(A)}{\Phi(A)} Y_i + \frac{(-A^{'}) \varnothing(A)}{1 - \Phi(A)} (1 - Y_i) \right] = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{N} A^{'}_{b_k} \varnothing(A) \left[\frac{Y_i}{\Phi(A)} - \frac{(1 - Y_i)}{1 - \Phi(A)} \right] = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{N} A^{'}_{b_k} \varnothing(A) \left[\frac{Y_i (1 - \Phi(A)) - (1 - Y_i) \Phi(A)}{\Phi(A)(1 - \Phi(A))} \right] = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{N} A^{'}_{b_k} \varnothing(A) \left[\frac{Y_i - \Phi(A)}{\Phi(A)(1 - \Phi(A)} \right] = \sum_{i=1}^{N} A^{'}_{b_k} \left[\frac{\varnothing(A)(Y_i - \Phi(A))}{\Phi(A)(1 - \Phi(A))} \right] = 0,$$

$A = \Sigma b_k x_{ik} \Leftrightarrow A^{'} = x_{ik}$ olarak yerine konursa probit likelihood denklemleri elde edilir

$$\frac{\partial M}{\partial b_k} = \sum_{i=1}^{N} x_{ik} \left[\frac{(Y_i - \Phi(\Sigma b_k x_{ik}) \varnothing(\Sigma b_k x_{ik})}{\Phi(\Sigma b_k x_{ik})(1 - \Phi(\Sigma b_k x_{ik}))} \right] = 0 \qquad (4.14)$$

4.2.2. Logit Modelin Kalibrasyonu

Logit Modelin Lıkelihood Fonksiyonu ;

$$L(Y/\theta,a) = \prod_{i=1}^{N}\left[\frac{\exp(\Sigma a_k\theta_{ik})}{1+\exp(\Sigma a_k\theta_{ik})}\right]^{Y_i}\left[\frac{1}{1+\exp(\Sigma a_k\theta_{ik})}\right]^{1-Y_i} \qquad (4.15)$$

Bu ifadede de çarpımlarla çalışmanın zorluğundan dolayı logaritmalar alınır ve bu işlem sayesinde çalışılması daha kolay olan toplam ifadesi denklem 4.13 elde edilir (5),(11).

Genel Logit Likelihood Denklemleri;

$$\sum_{i=1}^{N}\left[Y_i - \frac{\exp(\Sigma a_k\theta_{ik})}{1+\exp(\Sigma a_k\theta_{ik})}\right]\theta_{ij} = 0 \qquad J = 1,\ldots,K \qquad (4.16)$$

şeklinde ifade edilebilir. Aşağıda, (denklem 4.17) logit likelihood denklemlerinin değişik ifade şekli bulunmaktadır.

$$L = \frac{N!}{N_1!N_2!\ldots N_K!}\prod_{K}\prod_{n\in s_K}(p_{nk}) \qquad (4.17)$$

4.3. KALİBRASYONUN TESTİ

Yapılan kalibrasyonların uygunluğu Olabilirlik Oran Testi (likelihood Ratio Test) ile test edilir. Bunun için aşağıdaki iki sıfır hipotezi testi ile, kalibrasyon sonuçlarının gözlem verilerine uyumunun testi yapılmıştır.

a) Tüm katsayıların değeri sıfıra eşittir, yani seçeneklerin yolcular tarafından seçilme olasılıkları birbirine eşittir.

Bu hipotezi sınamak için kullanılan istatistik:

$$-2\{L(0)-L(\beta)\} \qquad (4.18)$$

L(0) : Log-likelihood fonksiyonunun, $\beta_1=\beta_2= \dots =\beta_k=0$ için değeri,

$L(\beta)$: Log-likelihood fonksiyonunun kalibrasyonu sonucunda bulunan, en büyük değer,

k : Yararlılık fonksiyonundaki katsayıların sayısı

olup, dağılımı χ^2 (ki-kare)'ye uygunluğu kontrol edilir. Dolayısıyla, (k) serbestlik derecesi için

$$-2\{L(0)-L(\beta)\}>\chi^2_{(k)} \qquad (4.19)$$

ise sıfır hipotezi red edilecek ve bulunan (β) katsayılarının anlamlı olduğu kanıtlanmış olacaktır.

b) Seçeneğe özgü olanların dışındaki tüm katsayıların değerleri sıfıra eşittir, örneğin sefer seçimine taşıma ücretinin ve zaman farkının etkisinin olmaması durumu.

Bu hipotezi sınamak için kullanılan istatistik;

$$-2\{L(c)-L(\beta)\}$$

L(c) : Log-likelihood fonksiyonunun, $\beta_1=\beta_2= \dots =\beta_k=0$ için değeri olup , χ^2 (ki-kare)'ye uygundur. Yukarıdakine benzer şekilde, (k-1) serbestlik derecesi için

$$-2\{L(c)-L(\beta)\}>\chi^2_{(k-1)} \qquad (4.20)$$

ise sıfır hipotezi red edilecek ve (β_1) dışındaki β_2, β_3, ...,β_k katsayılarının da anlamlı olduğu kanıtlanmış olacaktır.

Kullanılan modellerin doğruluğunu test etmek için ilave test yöntemleri de kullanılabilir. Bunlardan biride Rho-square (ρ kare) istatistiğidir. Yöntem,

$$\rho^2 = 1 - \frac{\ln L(\beta)}{\ln L(0)}$$

ile ifade edilir ve regresyon analizinde kullanılan korelasyon sayısına benzer. Değer bir ile sıfır arasında değişir. Elde edilen sonucun yorumlanmasına özen gösterilmelidir (6),(11).

4.4. PROBİT MODEL İÇİN KALİBRASYON UYGULAMASI

Bu örnekte 30 adet gözlem yapılmıştır ve bu gözlemlerin değerlendirilmesi sonucunda 10 kişinin otobüsü tercih ettiği ve geriye kalanların treni ulaşım aracı olarak seçtiği aşağıdaki tablodan gözükmektedir. Alternatiflerin deterministik bileşenleride tablonun altında verilmiştir.

	ÜCRET (1)	SÜRE (2)	GÖZLEM SAYISI (N)	Y=1	P (%)
OTOBÜS (1)	5	4	30	10	33.3
TREN (2)	3	8		20	66.7

$$V_1 = b_1 x_{11} + b_2 x_{12} = 5b_1 + 4b_2$$
$$V_2 = b_1 x_{21} + b_2 x_{22} = 3b_1 + 8b_2$$

Bu bilgiler kullanılarak kalibrasyon yapmak için dağılımın bilinmesi ve olasılıksal yoğunluk fonksiyonunun yazılabilmesi gerekmektedir. Bu örnekteki dağılımın normal dağılım olduğu kabul edilmiştir. Aşağıda normal dağılımın yoğunluk fonksiyonu ve yığışımlı dağılım fonksiyonu verilmiştir.

Standart Normal Dağılımın Yoğunluk Fonksiyonu :

$\varnothing\,(z)=\exp(-z^2/2)/\sqrt{(2\pi)}$ $\quad -\infty<z<\infty$

Yığışımlı Standart Normal Dağılım Fonksiyonu :

$\Phi(z)=\int \exp(-z^2/2)/\sqrt{(2\pi)}\,dz$

$\Phi(-\infty)=0\ ,\ \Phi(\infty)=1$

Kalibrasyon için probit likelihood denklemleri yazılırak elde edilen denklem takımlarının çözümü için Mercury isimli yazılımdan yararlanılmıştır.

Probit Likelihood Denklemleri

$$5\left[-20\frac{\varnothing(V_1)\Phi(V_1)}{\Phi(V_1)(1-\Phi(V_1))}+10\frac{\varnothing(V_1)(1-\Phi(V_1))}{\Phi(V_1)(1-\Phi(V_1)}\right]+3\left[-10\frac{\varnothing(V_2)\Phi(V_2)}{\Phi(V_2)(1-\Phi(V_2))}+20\frac{\varnothing(V_2)(1-\Phi(V_2))}{\Phi(V_2)(1-\Phi(V_2))}\right]=0$$

$$4\left[-20\frac{\varnothing(V_1)\Phi(V_1)}{\Phi(V_1)(1-\Phi(V_1))}+10\frac{\varnothing(V_1)(1-\Phi(V_1))}{\Phi(V_1)(1-\Phi(V_1)}\right]+8\left[-10\frac{\varnothing(V_2)\Phi(V_2)}{\Phi(V_2)(1-\Phi(V_2))}+20\frac{\varnothing(V_2)(1-\Phi(V_2))}{\Phi(V_2)(1-\Phi(V_2))}\right]=0$$

Yukarıdaki denklem takımı çözüldüğünde $b_1 = 1.126$ ve $b_2 = 1.157$ bulunur. Parametreler yerine konduğunda deterministik bileşenler sırasıyla $V_1 = -9.222$ ve $V_2 = -11.29$ olur. İfadelerin eksi ile ifade edilmesinin sebebi negatif faydayı simgelemeleridir.

Elde edilen değerlerin testi yapılırsa, model kurmanın aşamaları tamamlanmış olur.

$$L(0) = N_1 \ln\frac{N_1}{N} + N_0 \ln\frac{N_0}{N} = 10\ln\frac{10}{30} + 20\ln\frac{20}{30} = -19.10$$

$$L(1) = \sum_{l=1}^{N}\left[Y_i \ln P_i + (1-Y_i)\ln(1-P_i)\right] = 10\ln 0.3131 = -11.61$$

Uygunluk Testi

0.005 hata oranına izin verilirse;

c= $-2\{L(0)-L(\beta)\}>\chi^2_{(k)}$

c= 14.978, serbestlik derecesi k-1=1

$14.978>\chi^2_{0.005}$ olduğundan sıfır hipotezi red edilir, % 99.5 güvenirlilik sınırları içinde kalır.

Rho-square (ρ^2) Testi:

$$\rho^2 = 1 - \frac{\ln L(\beta)}{\ln L(0)} = 1 - \frac{-11.61}{-19.10} = 0.39$$

$$\overline{\rho^2} = 1 - \frac{(\ln L(\beta) - k)}{\ln L(0)} = 1 - \frac{(-11.62 - 2)}{-19.10} = 0.28$$

Değerler 0 ile 1 arasında kaldığından test sonucu olumludur.

4.5. LOGİT MODEL İÇİN KALİBRASYON UYGULAMASI

A ve B şehirleri arasında üç sistem alternatifi olan bütünleşik bir model olduğu kabul edilsin. Bu örnekte 100 adet gözlem yapılmıştır ve bu gözlemlerin değerlendirilmesi sonucunda 50 kişinin 1. sistemi, 40 kişinin 2. sistemi ve 10 kişinin üçüncü sistemi tercih ettiği kabul edilsin. Bu sistemlerin yolculuk süreleri ve ücretleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

	SÜRE (1)	ÜCRET (2)	P (%)
(1)	15	3	50
(2)	10	4	40
(3)	20	7	10

Çok Değişkenli Bütünleşik Model aşağıdaki denklem ile ifade edilir

$$L = \frac{N!}{N_1! N_2! \ldots\ldots N_K!} \prod_K (p_k)^{N_k}$$

$$L = \frac{100!}{50!40!10!} (p_1)^{50} (p_1)^{40} (p_1)^{10}$$ ifadenin logaritması alınarak toplamlarla

çalışılması sağlanır.

$$\ln L = 50\ (15a + 3b) + 40(10a + 4b) + 10(20a + 7b) - 100Y$$

$$Y = e^{15a + 3b} + e^{10a + 4b} + e^{20a + 7b}$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial a} = 1350 - 100\left(\frac{15\ e^{15a + 3b} + 10e^{10a + 4b} + 20e^{20a + 7b}}{Y}\right) = 0$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial b} = 380 - 100\left(\frac{3\ e^{15a + 3b} + 4e^{10a + 4b} + 7e^{20a + 7b}}{Y}\right) = 0$$

Bu iki denklemin ortak çözümlenmesi ile a=-0.02868 ve b=-0.36640 bulunur.

5. BÖLÜM

STOKASTİK TERCİH MODELLERİNİN ÇÖZÜMLENMESİ

5.1. PROBİT MODELİ ÇÖZÜMLEME YÖNTEMLERİ

$$P_i(\theta,a) = P_r\left[V_i(\theta,a)+\varepsilon_i(\theta,a) > V_j(\theta,a)+\varepsilon_j(\theta,a): \forall_j \neq i,\ i=(1,\ldots,I)\right] \quad (5.1)$$

$$\varepsilon i \sim MVN(0,\Sigma) \quad (5.2)$$

Tercihin probit modeli 5.1 ve 5.2 denklemlerinin ortak çözümü ile elde edilir. Modelin kapalı formdaki çözümü iyi matematik bilgisi gerektirir, ayrıca çok değişkenli durumlarda belirli kısaltma kabülleri yapılmadan kullanılamaz. Bu durumda tercih olasılığı analitik yaklaşım veya Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılarak çözülür. Probit tercih olasılıklarının hesaplanabilmesi için çeşitli analitik yaklaşım metotları önerilmiştir (5).

5.1.1. Sayısal İterasyon Yöntemi

Direk olarak tercih olasılığından çözüm yapmaya çalışır. Bu da faydaların kamülatif dağılım fonksiyonunu ifade eden çok katlı integrale gider. Ortaya çıkan ifade sayısal olarak çözülür. Herhangi bir gelişigüzel fayda modelinin tercih olasılığı $P_i(\theta,a) = \int \ldots \int f(u)du_1 \ldots du_i$ formunda ifade edilir. f(u) alternatiflerin faydalarının bileşik dağılımını simgeler. Alternatiflerin sayısı arttıkça ifadedeki integralin katıda artar. Bu da çok alternatifli problemlerin çözümünde, iyi bir matematik bilgisi gerektirir. Bu yüzden sayısal iterasyon yöntemi uygulamacılar için pratik değildir. Bu çalışmada ifadenin çözümü için uğraşılmayacaktır (5).

5.1.2. Analitik Yaklaşım Yöntemleri

Bu çalışmada öncelikle Clark Analitik Yaklaşım Yönteminden bahsedilecektir. Daha sonra ise Michael G. Langdon tarafından geliştirilen alternatif analitik yaklaşım metodu irdelenecektir.

5.1.2.1. Clark Yaklaşım Yöntemi

Bu yaklaşım yönteminden yararlanılarak, probit model çözümlenebilmektedir. Clark'a göre ε_i değişkenleri birleşik normal dağılıma sahiptirler. Clark bu çalışmada maxε_i'nin hesaplanması ile uğraşmıştır. Mevcut analizler ve tablolar ε_i'ler beklenen değerler ve varyanslar ile bağımsız dağıldıkları zaman kullanılabilirler. İki veya daha çok gelişigüzel değerin en büyüğünün bulunması yöneylem araştırmaları analizlerinin önemli bölümünde gereklidir. Eğer ε_i ler bağımsız ve beklenen genel değer, varyans ile normal dağılmış ise, n değerin en büyüğü normal dağılmış n boyutlu uç değerdir. Yöneylem araştırmalarında, genelde bağımsız dağılmış değişkenlerle uğraşılır. Ancak birçok problem de değerlerin birçoğunun beklenen değeri yoktur. Bu durum için geliştirilmiş bir kuram veya tablo olmadığından Clark bu çalışması ile bu boşluğu doldurmuştur. Çalışmanın analitik sonuçları aşağıda verilmiştir.

Vi max i. moment olsun. Bu durumda $a^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2$ notasyonu, $\sigma_1 - \sigma_2 = \rho - 1 = 0$ denklemi gözönüne alınmadan kullanılabilmektedir. $\alpha = (\mu_1 - \mu_2)/a$ ise

1. moment $V1 = \mu_1 \Phi(\alpha) + \mu_2 \Phi(-\alpha) + a\varnothing(\alpha)$ (5.3)

2. moment $V2 = (\mu_{12} + \sigma_1^2)\Phi(\alpha) + (\mu_{22} + \sigma_2^2)\Phi(-\alpha) + a(\mu_1 + \mu_2)\varnothing(\alpha)$ (5.4)

Bu formüllerle iki normal değişkenin en büyüğünün hesabı yapılabilir.

Clark metodunun kısaca özetlenmesi gerekirse, en çok iki normal dağılmış gelişigüzel değişkenin, bir başka normal değişkenmiş gibi dağılım gösterdiği yaklaşımdır. Normal dağılmış faydaların kümesi verildiğinde bu yaklaşım parça parça uygulanabilir. K alternatifinin tercih olasılığı düşünülürken, ($Uk \geq Ul$, $\forall l$) her iterasyonda iki gelişigüzel fayda gözönünde bulundurulur ve bu ikisinden en büyüğüne eşit olan yardımcı bir rassal değişken oluşturulur. Bir sonraki iterasyonda, bir önceki yardımcı değişken ile diğer bir fayda değişkeninden yeni bir yardımcı değişken elde edilir. Yeni yardımcı değişken eskisinin yerini alır ve süreç devam eder (12).

$$\max [\, U(1),U(2),\ldots\ldots,U(k),U(n)] \sim N(V\max, \sigma^2_{\max}) \,,$$

$$Pk = \Pr(Uk \geq \max\{Ul\}, \forall l \neq k) \qquad (5.5)$$

5.1.2.2. Clark Yaklaşımının Doğruluğunun İrdelenmesi

Hesaplanan parametreler kullanılarak yapılan tercih olasılık tahminlerinin doğruluğunu inceleme amacıyla deneyler yapılmıştır. Bu deneylerden elde edilen sonuçlara göre, Clark yaklaşımından elde edilen tahminlerin doğruluğu modelden modele farklılıklar göstermiştir. Yapılmış olan deneylerin büyük bir kısmı başarılı sonuçlar verirken, diğerlerinde pratikçilerden kaynaklanan %20 oranında hatalar gözükmüştür. Doğruluğu bilinen bir hesaplama tekniği kullanılarak elde edilen sonuçlar olmadan Clark yaklaşımının doğruluğunun belirlenmesi zor, hatta imkansızdır. Ancak buna rağmen Clark yaklaşımı kullanılarak çözülen Probit modelden elde edilen sonuçların hata oranı, (uygun modelin probit model olması durumunda) basit Logit modelden daha azdır (13).

5.1.2.3. Micheal G. Langdon'un Alternatif Yaklaşım Metodu

Çok değişkenli probit modelin analitik yöntemlerle çözümlenmesi çoğu zaman Clark yöntemi ile yapılır. Ancak yukarıda da bahsedilen nedenlerden dolayı Clark yöntemi beklenenlerin büyük kısmını karşılamasına rağmen hata oranı kabul edilebilir sınırları zorlamaktadır. Micheal G. Langdon'un yaklaşım yöntemi Clark yöntemi ile birçok benzerlik göstermesine rağmen, daha farklı bir tekrar yapısına sahiptir.

Bu yöntem ile Clark yönteminin ortak noktası, yapısal olarak her iki algoritma da tekrarlı ikili tercihlerin kullanılamasıdır. Aralarındaki en belirgin farklılık ise; Clark yöntemi alternatifleri başarılı bir şekilde bileşik alternatifler haline getirirken, Langdon'un yöntemi, tercih yapanları, yaptıkları bir önceki tercihe göre bağımsız gruplara böler. Her iki yaklaşıma göre de çözüm algoritmasından genelleştirilen belirli fayda dağılımları, yaklaşık olarak normal formda olmalarına rağmen, tam normal formda kabul edilir. Bu dağılımların momentlerinin hesaplanması için gereken matematiksel analizler her iki yöntem için de benzerdir.

Bu çalışmada Clark Yöntemi üzerinde durulacağından Langdon'un yönteminin üzerinde detaylı bir araştırma yapılmamıştır (14).

5.1.3. Simülasyon Yöntemi

Tercih olasılığını hesaplamak için kullanılan simülasyon metodu aşağıdaki gibidir;

- Gelişigüzel çok değişkenli normal dağılmış vektörün gerçekci bir tanımının yapılması,
- Bu vektörün en büyük bileşeninin belirlenmesi.

Her bileşenin tercih olasılığı, frekansına (tercihin en büyük gözüktüğü) bağlı olarak yaklaşık olarak hesaplanır. Bu yöntemin doğruluğu iterasyon sayısı arttıkça büyür. Yöntemin en karmaşık yanı ise çok değişkenli normal dağılmış vektörün tanımının yapılmasıdır. Normal dağılmış gelişigüzel değişkenden tek bir gerçekleştirme genelleştirmesi kolay olmasına rağmen bilinen kovaryans matrise sahip normal gelişigüzel vektörü genelleştirmek zordur. Bu zorluk kovaryans matrisin faktorize edilmesi ile aşılabilir. Bu işlem R ile ifade edilen matrisin bulunmasından ibarettir .

$$R * R^T = \Sigma$$

Simülasyon yönteminin tercih tahmininde kullanılırken karşılaşılan en büyük sıkıntı maliyetinin ve işleminin fazla olmasıdır (5).

Bu çalışmada bu üç yöntemden, Clark yönteminin probit modele uygulanması üzerinde durulacaktır. Bu, Clark yönteminin, mevcut yöntemler içinde en çok kullanılan ve geliştirilmeye çalışılan yöntem olmasından kaynaklanmaktadır. Aşağıda Clark algoritmalarının Daganzo tarafından Probit Modele uygun hale getirilmesi incelenecektir.

5.1.4. Clark Yöntemi Kullanılarak Probit Modelin Çözümlenmesi

Yukarıda verilen Clark formüllerinin, probit modele uygulanması aşağıdaki evrelere bağlıdır.

U(i)' ler, ortalamaları V(i) ve kovaryans matrisi $\left[\sigma_{ij}\right]$ olan çok değişkenli normal değişkenler olarak kabul edilirse, herhangi iki normal dağılmış U_1 ve U_2 değişkenlerini tanımlamak için;

$E(U_1)=V_1$	$var(U_1) = \sigma_1^2$	(U_1'in ortalaması V_1 ve varyansı σ_1^2)
$E(U_2)=V_2$	$var(U_2) = \sigma_2^2$	(U_2'in ortalaması V_2 ve varyansı σ_2^2)

$$var(U_1 + U_2) = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$$
$$Cov(U_1, U_2) = \rho_{12}\sigma_1\sigma_2$$

belirtilir. Beklenen değerin birinci momenti, ortalama ve beklenen değerin ikinci momenti varyanstır (5), (7).

1. moment:(ortalama)

$$\mu_{12} = \left[\max(U_1, U_2)\right] = V_1\Phi(\alpha_{12}) + V_2\Phi(-\alpha_{12}) + \sqrt{\mathrm{var}(U_1 + U_2)}\varnothing(\alpha_{12})$$

$$\alpha_{12} = (V_1 - V_2)/\sqrt{\mathrm{var}(U_1 + U_2)},$$

$$V_1 = \mu_1\Phi(\alpha) + \mu_2\Phi(-\alpha) + a\varnothing(\alpha),$$

$$a^2 = \mathrm{var}(U_1 + U_2) = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2,$$

$$\alpha_{12} = (\mu_1 - \mu_2)/a$$

2. moment:(varyans)

$$w_{12} = E\left[\max(U_1, U_2)\right]^2 = (V_1^2 + \sigma_1^2)\Phi(\alpha_{12}) + (V_2^2 + \sigma_2^2)\Phi(-\alpha_{12}) + (V_1 + V_2)\sqrt{\mathrm{var}(U_1 + U_2)}\varnothing(\alpha_{12})$$

$$V_2 = (\mu_1^2 + \sigma_1^2)\Phi(\alpha_{12}) + (\mu_2^2 + \sigma_2^2)\Phi(-\alpha_{12}) + (\mu_1 + \mu_2)a\varnothing(\alpha_{12})$$

Son olarak, herhangi üçüncü bir normal dağılmış değişken ile U_1 ile U_2'nin en büyüğü arasındaki korelasyon;

$$\rho_3 = \left[U_3, \mathrm{maks}(U_1, U_2)\right] = \frac{\sigma_1\rho_{13}\Phi(\alpha_{12}) + \sigma_2\rho_{23}\Phi(-\alpha_{12})}{\sqrt{w_{12} - \mu_{12}^2}}$$

$$P(3) = p\left[U_3 > \mathrm{maks}(U_1, U_2)\right] = \Phi\left(\frac{V_3 - \mu_{12}}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_m^2 - 2\rho_3\sigma_3\sigma_m}}\right)$$

$$\sigma_m^2 = (w_{12} - \mu_{12}^2)$$

U_1 ile U_3 ' nin en büyüğü arasındaki korelasyon;

$$\rho_2 = \left[U_2, \text{maks}(U_1, U_3)\right] = \frac{\sigma_1 \rho_{12} \Phi(\alpha_{13}) + \sigma_3 \rho_{23} \Phi(\alpha_{23})}{\sqrt{w_{13} - \mu_{13}^2}}$$

$$P(2) = p\left[U_2 > \text{maks}(U_1, U_3)\right] = \Phi\left(\frac{V_2 - \mu_{13}}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_m^2 - 2\rho_2 \sigma_2 \sigma_m}}\right)$$

$$\sigma_m^2 = (w_{13} - \mu_{13}^2)$$

U_2 ile U_3 ' nin en büyüğü arasındaki korelasyon;

$$\rho_1 = \left[U_1, \text{maks}(U_2, U_3)\right] = \frac{\sigma_2 \rho_{12} \Phi(\alpha_{23}) + \sigma_3 \rho_{13} \Phi(\alpha_{23})}{\sqrt{w_{23} - \mu_{23}^2}}$$

$$P(1) = p\left[U_1 > \text{maks}(U_2, U_3)\right] = \Phi\left(\frac{V_1 - \mu_{23}}{\sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_m^2 - 2\rho_1 \sigma_1 \sigma_m}}\right)$$

$$\sigma_m^2 = (w_{23} - \mu_{23}^2)$$

Uygulama (5);

Deterministik bileşeni ve kovaryans matrisi belli bir problemin çözümlenmesi;

Verilenler:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} : \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_3^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} -12 \\ -10 \\ -15 \end{bmatrix} : \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

1 ve 2 alternatiflerinin nitelikleri $\rho_{12} = 0.5$ ile korele edilmiştir, $\rho_{13} = 0$, $\rho_{23} = 0$ dır.

Çözüm:

1. moment (ortalama)

$$a^2 = var(U_1 + U_2) = 4 + 4 - 2 * 0.5 * 2 * 2 = 4$$

$$\alpha_{12} = (-12 - (-10)) / \sqrt{4} = -1$$

$$\mu_{12} = \left[\max(U_1, U_2)\right] = -12\Phi(-1) + (-10)\Phi(1) + \sqrt{4}\varnothing(-1)$$

$$\Phi(-1) = 0.1587$$

$$\Phi(1) = 0.8413$$

$$\varnothing(-1) = 0.2420$$

$$\mu_{12} = \left[\max(U_1, U_2)\right] = -9.8334$$

2. moment (varyans)

$$w_{12} = E\left[\max(U_1, U_2)\right]^2 = ((-12)^2 + 4)\Phi(1) + ((-10)^2 + 4)\Phi(-1) + (-12 - 10)\sqrt{4}\varnothing(-1)$$

$$w_{12} = 100.3348$$

$$\rho_3 = \left[U_3, \text{maks}(U_1, U_2)\right] = \frac{2 * 0 * \Phi(-1) + 2 * 0 * \Phi(1)}{\sqrt{100.3348 - (-9.8334)^2}} = 0$$

$$\sigma_m^2 = (100.3348 - (-9.833)^2) = 3.639$$

$$P(3) = p\left[U_3 > \text{maks}(U_1, U_2)\right] = \Phi(\frac{-15 - (-9.8334)}{\sqrt{4 + 3.639 - 2 * 0 * \sigma_3 * \sigma_m}}) = \Phi(-1.86) = 0.032$$

2. moment (varyans)

$$w_{13} = E\left[\max(U_1, U_3)\right]^2 = ((-12)^2 + 4^2)\Phi(1.06) + ((-15)^2 + 4)\Phi(-1.06) + (-12 - 15)\sqrt{8}\varnothing(1.06)$$

$$w_{12} = 142.338$$

$$\rho_2 = \left[U_2, \text{maks}(U_1, U_3)\right] = \frac{4 * 0.5 * \Phi(1.06) + 2 * 0 * \Phi(\alpha_{23})}{\sqrt{142.338 - (-11.79)^2}} = 0.470$$

$$\sigma_m^2 = (142.338 - (11.79)^2) = 3.3339$$

$$P(2) = p\left[U_2 > \text{maks}(U_1, U_3)\right] = \Phi(\frac{-10 - (-11.79)}{\sqrt{4 + 3.33 - 2 * 0.470 * \sqrt{4} * \sqrt{3.3339}}}) = \Phi(0.91) = 0.8159$$

Aynı işlemler P(2)'yi bulmak için yapılırsa;

1. moment (ortalama)

$$a^2 = \text{var}(U_1 + U_3) = 4 + 4 - 2*0*2*2 = 8$$

$$\alpha_{13} = (-12 - (-15)) / \sqrt{8} = 1.06$$

$$\mu_{13} = \left[\max(U_1, U_3)\right] = -12\Phi(1.06) + (-15)\Phi(-1.06) + \sqrt{8}\varnothing(1.06)$$

$$\Phi(1.06) = 0.8554$$

$$\Phi(-1.06) = 0.1446$$

$$\varnothing(1.06) = 0.2275$$

$$\mu_{13} = \left[\max(U_1, U_3)\right] = -11.79$$

2. moment (varyans)

$$w_{13} = E\left[\max(U_1, U_3)\right]^2 = ((-12)^2 + 4^2)\Phi(1.06) + ((-15)^2 + 4)\Phi(-1.06) + (-12 - 15)\sqrt{8}\varnothing(1.06)$$
$$w_{12} = 142.338$$

$$\rho_2 = [U_2, \text{maks}(U_1, U_3)] = \frac{2*0.5*\Phi(1.06) + 2*0*\Phi(\alpha_{23})}{\sqrt{142.338 - (-11.79)^2}} = 0.470$$

$$\sigma_m^2 = (142.338 - (11.79)^2) = 3.3339$$

$$P(2) = p[U_2 > \text{maks}(U_1, U_3)] = \Phi\left(\frac{-10 - (-11.79)}{\sqrt{4 + 3.33 - 2*0.470*2*\sqrt{3.3339}}}\right) = \Phi(0.91) = 0.8159$$

P(1) için;

1. moment (ortalama)

$$a^2 = var(U_2 + U_3) = 4 + 4 - 2 * 0 * 0 * 0 = 8$$

$$\alpha_{23} = (-10 - (-15)) / \sqrt{8} = 1.77$$

$$\mu_{23} = \left[max(U_2, U_3)\right] = -10\Phi(1.77) + (-15)\Phi(-1.77) + \sqrt{8}\varnothing(1.77)$$

$$\Phi(1.77) = 0.9616$$

$$\Phi(-1.77) = 0.0384$$

$$\varnothing(1.77) = 0.0833$$

$$\mu_{23} = \left[max(U_2, U_3)\right] = -9.956$$

2. moment (varyans)

$$w_{23} = E\left[max(U_2, U_3)\right]^2 = ((-10)^2 + 4)\Phi(1.77) + ((-15)^2 + 4)\Phi(-1.77) + (-10 - 15)\sqrt{8}\varnothing(1.06)$$

$$w_{12} = 102.90$$

$$\rho_1 = [U_1, maks(U_2, U_3)] = \frac{2 * 0.5 * \Phi(1.77) + 2 * 0 * \Phi(\alpha_{13})}{\sqrt{102.90 - (-9.956)^2}} = 0.495$$

$$\sigma_m^2 = (102.90 - (-9.956)^2) = 3.78$$

$$P(1) = p[U_1 > maks(U_2, U_3)] = \Phi\left(\frac{-12 - (-9.956)}{\sqrt{4 + 3.78 - 2 * 0.495 * 2 * \sqrt{3.78}}}\right) = \Phi(-1.0299) = 0.15$$

P(1)+P(2)+P(3)=0.15+0.8159+0.032=0.9979 (1'e yakın ve kabul edilebilir hata sınırları içindedir. Hata oranı: % 0.21 dir.

U(1) ve U(2)'nin normal dağılım ile bağımsız ve özdeş dağıldığı kabul edilirse ikili probit modelin özel bir durumu elde edilir.

$$\begin{matrix} U(1) \\ U(2) \end{matrix} \approx N \begin{matrix} V(1) & \sigma_1^2 \\ V(2) & \sigma_2^2 \end{matrix}$$

Bu durumda seçilme olasılığı denklemi ,

$$p(1) = \Phi\left\{\frac{1}{\sigma}\left[V(2) - V(1)\right]\right\}$$

$$p(2) = 1 - p(1) \tag{5.6}$$

olur (5).

5.2. LOGİT MODELİ ÇÖZÜMLEME YÖNTEMLERİ

Bu model, tercih fayda fonksiyonunun rassal bileşenlerinin ε(i) , Gumbel (çift exponential) dağılım fonksiyonu ile bağımsız ve özdeş dağıldığı varsayımı ile elde edilir.

$$F_e(x) = \exp(-\theta_c - x); \quad \theta > 0; \quad -\infty < x < \infty \tag{5.7}$$

Bu dağılım normal dağılıma benzer ve bağımsızlık kabulü yapıldığı takdirde probit model ile benzer sonuçlar verir.

$$\int_{e(i)} F\left[V(i) - V(j) + \varepsilon(i), \ \forall j \neq i\right] f_i(\phi)d\phi \tag{5.8}$$

5.7 denklemi ile 5.8 denklemi ortak çözümlenirse

$$P(i) = \frac{e^{V(i)}}{\sum_j e^{V(j)}} \tag{5.9}$$

elde edilir. Bu ifade logit modelin çok bilinen şekli olan Çok Değişkenli Logit olarak adlandırılır. Logit modelin parametre hesabı ve ifade şekli çok değişkenli probit modele göre kolaydır. Modelin en büyük dezavantajı bağımsız tercih fonksiyonu durumundaki kısıtlardır. Bu tür kısıtlamalardan dolayı logit model karmaşık yön seçimi problemlerinin çözümünde uygun sonuçlar üretmekte başarısız kalır (3),(5).

Probit model anlatılırken örnek olarak verilen üçlü tercih örneğinin logit model ile çözümlenmesi, V=(-12,-10,-15) vektörünün denklem 4.8' e direk uygulanması ile olur (5).

$$P(1) = \frac{e^{-12}}{e^{-12} + e^{-10} + e^{-15}} = 0.12$$

$$P(2) = \frac{e^{-10}}{e^{-12} + e^{-10} + e^{-15}} = 0.875$$

$$P(3) = \frac{e^{-15}}{e^{-12} + e^{-10} + e^{-15}} = 0.005$$

$$\sum_i P(i) = 1.0$$

Elde edilen değerler ile probit modelden elde edilen değerler ile benzerlik gösterir. Logit modelden elde edilen değerler, probit modele kıyaslandığında V(.) küçük olan tercihin P(3) değerinin azaldığı, V(.) büyük olan tercihin P(2) değerinin arttığı görülür. Sayısal uygulamalarda faydaların bağımsızlığı kabülü yapılırsa, sonuçlar arasında büyük bir fark oluşmaz.

6. BÖLÜM

STOKASTİK TERCİH MODELLERİ İÇİN UYGULAMALAR

6.1. PROBİT MODEL İÇİN UYGULAMA

Bu örnekte 30 kişilik bir gözlem grubu olduğu ve aşağıda özellikleri verilen alternatiflerden birini tercih etmeleri istendiği varsayılmıştır. Alternatifler otobüs(1) ve tren(2) olarak düşünülmüştür. Karar vericilerin tercihini etkileyen en önemli iki özellik olarak, ücret ve süre kabul edilmiştir.

Bu çalışmadaki varsayıma göre, 1.alternatifi (otobüs) tercihi eden 10 kişi (%33.3) olmuştur. 2. alternatif (tren) ise 20 kişi (%66.7) tarafından tercih edilmiştir. Bu bilgiler aşağıda tablo olarak verilmiştir.

	ÜCRET (1)	SÜRE (2)	GÖZLEM SAYISI (N)	Y=1	P (%)
OTOBÜS (1)	5	4	30	10	33.3
TREN (2)	3	8		20	66.7

Çözümde birinci aşama kalibrasyondur. Bu çalışmanın kalibrasyonu bölüm ikide yapılmış ve aşağıda ki sonuçlar elde edilmişti.

$$V_1 = b_1 x_{11} + b_2 x_{12} = 5b_1 + 4b_2$$
$$V_2 = b_1 x_{21} + b_2 x_{22} = 3b_1 + 8b_2$$

İkinci aşamada ise değişkenler arasındaki ilişkiyi ortaya koyabilmek amacıyla "korelasyon" değerlerinin bulunması gerekmektedir.

x_1	x_2	$(x_1-\bar{x}_1)$	$(x_2-\bar{x}_2)$	$(x_1-\bar{x}_1)(x_2-\bar{x}_2)$	$(x_1-\bar{x}_1)^2$	$(x_2-\bar{x}_2)^2$
5	4	1	-2	-2	1	4
3	8	-1	2	-2	1	4

$\bar{x}_1 = 4,\ \bar{x}_2 = 6,\ \sigma_1\sigma_2 = -4,\ \sigma_1^2 = 2,\ \sigma_2^2 = 8$

$$\rho_{12} = \frac{-4}{\sqrt{2}\sqrt{8}} = -1$$

Üçüncü aşamada ise daha önce elde edilen Probit Likelihood Denklemleri yazılır ve Mercury isimli yazılım yardımıyla niteliklerin uygunluğu bulunur.

Genel Denklem

$$\frac{\partial M}{\partial bk} = \sum_{i=1}^{N} x_{ik} \left(\frac{(Y_i - \Phi(V_i))\varnothing(V_i)}{\Phi(V_i)(1-\Phi(V_i))} \right) = 0$$

$$\frac{-150\Phi(V_1))\varnothing(V_1) + 50\varnothing(V_1)}{\Phi(V_1)(1-\Phi(V_1))} + \frac{-90\Phi(V_2))\varnothing(V_2) + 60\varnothing(V_2)}{\Phi(V_2)(1-\Phi(V_2))} = 0$$

$$\frac{-120\Phi(V_1))\varnothing(V_1) + 40\varnothing(V_1)}{\Phi(V_1)(1-\Phi(V_1))} + \frac{-240\Phi(V_2))\varnothing(V_2) + 160\varnothing(V_2)}{\Phi(V_2)(1-\Phi(V_2))} = 0$$

$b_1 = 1.126,\ b_2 = 1.157 \Leftrightarrow V_1 = -9.222,\ V_2 = -11.29$

İfadelerin eksi ile ifade edilmesinin sebebi negatif faydayı simgelemeleridir.

Dördüncü aşamada ise Clark yaklaşımı kullanılarak alternatiflerin tercih olasılığı bulunur.

$$P(1) = \Phi(\frac{V(2) - V(1)}{\sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2)}}) = \Phi[-0.56] = \%31.31$$

$$P(2) = 1 - P(1) = \%68.69$$

Beşinci aşama ise yukarıda elde edilen değerlerin uygunluğun test edilmesidir.

$$L(0) = N_1 \ln\frac{N_1}{N} + N_0 \ln\frac{N_0}{N} = 10 \ \ln\frac{10}{30} + 20\ln\frac{20}{30} = -19.10,$$

$$L(1) = \sum_{i=1}^{N}\left[Y_i \ln P_i + (1 - Y_i)\ln(1 - P_i)\right] = 10\ln 0.3131 = -11.61$$

Uygunluk Testi

c = -2(L(0) - L(1)) = -2(-19.10 - (-11.61)) = 14.978

Serbestlik Derecesi K - 1 = 2 - 1 = 1

Ki - Kare tablosunda değerlendirme yapılırsa;

$14.978 > \chi^2_{0.005}$ sıfır hipotezi red edilir, güvenilebilir.

$$\rho^2 = 1 - \frac{L(1)}{L(2)} = 1 - \frac{-11.61}{-19.10} = 0.39,$$

$$\bar{\rho}^2 = 1 - \frac{L(1) - 2}{L(2)} = 1 - \frac{(11.61 - 2)}{-19.10} = 0.28$$

ρ^2, $\bar{\rho}^2$ 0 ile 1 arasında olmalıdır.

Test sonuçlarına göre bu model uygundur, tercih aşamasında kullanılabilir.

6.2. LOGİT MODEL İÇİN UYGULAMA

Bölüm 4.5 deki örneğin kalibrasyon sonuçları kullanılarak V(.)'ler aşağıdaki değerlerde hesaplanır.

V(1)= -1.53

V(2)= -1.76

V(3)= -3.13

Bulunan değerler genel logit denkleminde yerine konursa aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

$$P(i) = \frac{e^{v(i)}}{\sum_j e^{v(j)}}$$

$$P(1) = \frac{e^{-1.53}}{e^{-1.53} + e^{-1.76} + e^{-3.13}} = 0.50$$

$$P(2) = \frac{e^{-1.76}}{e^{-1.53} + e^{-1.76} + e^{-3.13}} = 0.398$$

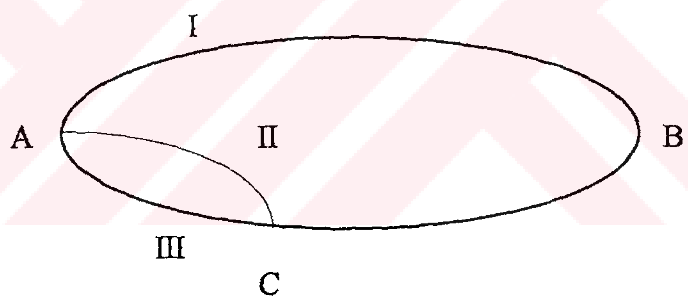
$$P(3) = \frac{e^{-3.13}}{e^{-1.53} + e^{-1.76} + e^{-3.13}} = 0.101$$

$$\sum_i P(i) \approx 1.0$$

7. BÖLÜM

MODELLERİN DEĞERLENDİRİLMESİ

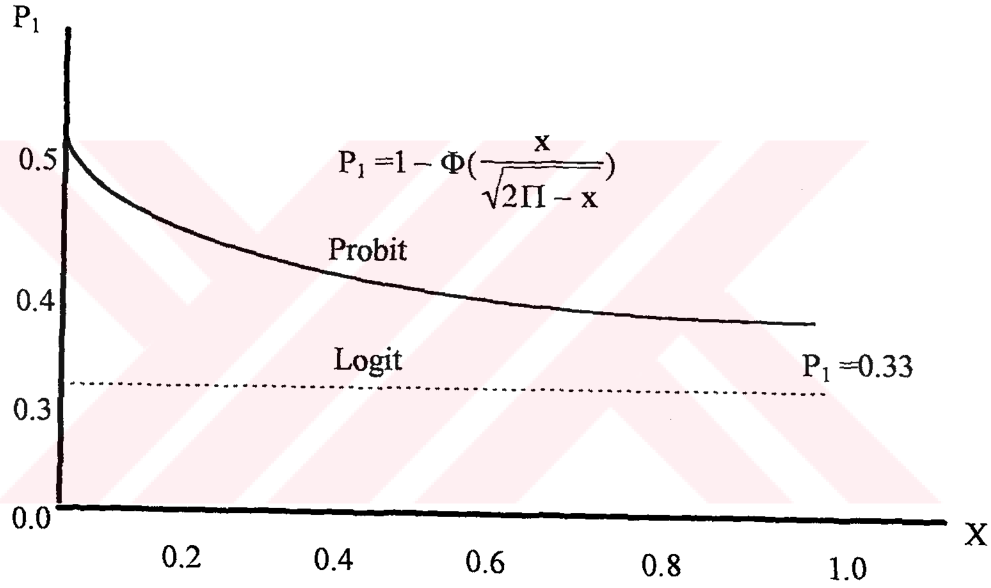
Bir problemin çözümünde probit modelin mi yoksa logit modelin mi uygun olduğuna karar verilebilmesi için, logit model uygulaması yapılırsa bağımsızlık kabulü yapılabilir mi sorusunun olumlu olması gerekmektedir. Eğer benzer nitelikli veya çakışan bileşenli alternatifler varsa bağımsızlık düşünülemez. Bu tür durumlarda probit model logit modele nazaran daha uygun olur. Alternatifler arasında çakışmanın ve bağımsızlık kabülünün önemini anlıyabilmek için aşağıdaki örneğin incelenmesi gerekir.



Şekil 7.1

Şekil 7.1' deki şebeke incelendiğinde, bunun A ve B noktaları arasında 3 değişik güzergah alternatifi sunan yol şebekesi olabileceği düşünülebilir. Yolcu,tercihini yaparken bu üç alternatifin niteliklerinin rassallığını gözönüne alırsa, gerçek ile elde edilen değerler II ve III için bağımsız olamazlar çünkü bu iki alternatif çoğu noktada çakışır.

Bağımsızlık kabülünden kaynaklanan hatayı açıklayabilmek için II ile III nolu yollar arasındaki kesişme "x" ile ölçülür. " x " aynı zamanda AC uzunluğunu AB ile kıyaslayarak ifade eder. Bütün alternatifler için gerçek V(.) benzer kabül edilirse, x=0 iken II ile III nolu yollar arasında komple kesişme olur ve P(1)= P(III)=0.50'dir. x=1 iken P(I)=P(II)=P(III)=0.33 olur. Bu durumu açık bir şekilde görebilimek için ε(II) ile ε(III) arasında bağımlılık olmayan bir logit modelin kurulması yeterlidir. Model P(I)' ı herzaman 0.33 tahmin eder. Diğer yandan terimleri arasında bağımlılık olan bir model uygulanırsa P(I)=0.33 sadece x=1 durumunda olur. Bu yaklaşım daha gerçekçi bir yaklaşımdır (5).



Şekil 7.2

Yukarıdaki basit örneğe dayanarak logit modelin hatalı ve uygunsuz bir model olduğunu düşünmek yanlış olur. "x" ' in küçük olduğu durumlarda oldukça uygun sonuçlar verir. "x" ' in büyük olduğu durumlarda ise II ile III arasında karşılaştırma yapıldıktan sonra I ile karşılaştırma yapılabilir. Bu yaklaşım tür tercih analizlerinde yaygın olarak kullanılır.

Logit model kullanılırken yapılan bir kabülde ilgisiz alternatiflerin bağımsızlığı kabülüdür. Denklem 5.9 kullanılarak bir alternatifin diğer bir alternatife göre bağımlı tercih olasığı

$$\frac{P(i)}{P(j)} = \frac{e^{V(i)}}{e^{V(j)}} \text{ (i'nin j' ye) olarak ifade edilir.}$$

Bu ifadeye göre bu iki alternatifin bağımlı tercihi niteliklerinin fonksiyonuna bağlı ve diğer alternatiflerden bağımsızdır. Bu özelliğe ilgisiz alternatiflerin bağımsızlığı kabülü denir ve logit modelin zayıf noktalarından biri olarak bilinir.

Şehirlerarası tür tercihinde araba ile otobüs arasında ki bağımlı tercihe bakılırsa olabilecek başka bir alternatif örneğin tren gözardı edilmiş olur. Böyle bir örnekte tren üçüncü bir alternatiftir ve özellikle otobüsün tercih edilme oranını etkiler.

Probit modelin yapısal olarak diğer modellere karşı avantajları ve dezavantajları aşağıda maddeler halinde verilmeye çalışılmıştır.

- Tanımlamanın Esnekliği: Çok değişkenli probit model, kovaryans matrisinin içinde bütün parametreleri içerir. Bundan dolayı, faydalardaki farklılıkları yakalar. Bu etkiler gözönünde bulundurulduğunda tahminin hassasiyeti artar.
- Tercih olasılığı kapalı formda hesaplanamaz, çoğu durumda özel yaklaşımlara ihtiyaç duyar. Bu da modelin çekiciliğini azaltır, çünkü kısıtlı matematik eğitimi olan pratikçiler hesaplama güçlüğü çekerler.
- Alternatif sayısı fazla olduğunda kalibrasyon zorlaşır. Bu yüzden alternatif sayısı fazla olan modellerde kalibrasyon aşaması pahalı olur. Meydana gelen hataların büyük bir çoğunluğu fayda vektörünün kovaryans matrisinin hesabi sırasında meydana gelir (15).

Logit modelin yapısal olarak diğer modellere karşı avantajları ve dezavantajları aşağıda verilmeye çalışılmıştır.

Çok değişkenli Logit model ekonomi, pazarlama vb. diğer disiplinlerde de insan davranışının tahmini konusunda önemli bir yere sahiptir. Modelin özellikleri iyi anlaşılmıştır. Çok terimli logit model, faydaların rassal bileşenlerinin Gumbel dağılımına uyduğu varsayımına dayanır. Bu dağılımın özellikleri nedeniyle logit modelin özellikleri iyi anlaşılmıştır. Logit modelin özelliklerinin iyi anlaşılmış ve basit olması hesap kolaylıkları getirmektedir. Bu özellik özellikle pratikçiler için önemli bir avantajdır.

Logit formülasyonunun "konudışı alternatiflerin bağımsızlığı"(IIA) özelliği vardır. Bu özelliğe göre, iki alternatifli tercihin belirlenmesi sadece alternatiflerin ölçülebilen çekiciliklerine bağlıdır Modelin en büyük dezavantajı bağımsız tercih fonksiyonu durumundaki kısıtlardır. Bu tür kısıtlamalardan dolayı logit model karmaşık yön seçimi problemlerinin çözümünde uygun sonuçlar üretmekte başarısız kalır. Bu ifadeye göre bu iki alternatifin bağımlı tercihi niteliklerinin fonksiyonuna bağlı ve diğer alternatiflerden bağımsızdır. Bu özelliğe ilgisiz alternatiflerin bağımsızlığı kabülü denir ve logit modelin zayıf noktalarından biri olarak bilinir.

8. BÖLÜM

SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Potansiyel yolcuların tercihlerini etkileyen çeşitli faktörler vardır. Potansiyel yolcular tercihlerini en az iki alternatif arasından yapar. Alternatiflerin uygunluğu, bireyin alternatiflerin niteliklerini algılama biçiminden ortaya çıkar.

Alternatiflerin uygunluğu araştırarak ve potansiyel yolcuların davranışlarının analizi yapılarak, yolcuların tercihleri önceden saptanabilir. Tercihin önceden bilinmesi ileride oluşabilecek sorunların önüne geçilmesi ve uygun çözümler üretilmesi açısından önemlidir.

Alternatiflerin kişiler için uygunluğunun belirlenmesi alternatiflerin niteliklerinin eksiksiz şekilde saptanmasını gerektirmektedir ancak insan davranışlarının analizinde mutlak bir davranış bulunmadığından kusursuzu yakalamak imkansızdır. Bu yüzden belirli hata payı düşünülerek tercih modellenebilir. Düşünülen hata payı ihmal edilirse hata payı olmayan deterministik yaklaşım kullanılmış olur. Bu yaklaşım özellikle ulaştırma alanında pek kullanılmayan bir yaklaşımdır. Diğer bir yaklaşımda hata terimlerinin deterministik nitelik vektörüne eklenmesi ile elde edilen stokastik yaklaşımlardır.

Tercih analizleri yapılırken genellikle yaklaşımlar kullanılır. Niteliklerin alternatifler üzerindeki etkisinin belirlenmesi aşamasında stokastik modeller için özel kalibrasyon yöntemleri gerekir, deterministik modellerde olduğu gibi regresyon yöntemi kullanılamaz.

Stokastik yaklaşımlar için çok değişkenli logit ve çok değişkenli probit modeller en uygun stokastik tercih modelleridir. Logit model fayda fonksiyonun Gumbel dağılımına uyduğu varsayımı ile elde edilmiştir. Kullanılması kolay olan modelin en önemli iki özelliği olan Bağımsız özdeş dağılım ve alternatiflerin bağımsızlık özellikleri modelin kullanılırken belirli kısıtlamalara uğramasına neden olurlar. Probit model ise kullanımı zor ancak uygun koşullarda kullanıldığında hassas sonuçlar verebilen bir modeldir. Probit modelin üçlü kalibrasyonu ve dört alternatifin modellenmesi oldukça karmaşıktır.

Probit ve logit modeller insan davranış analizinde özellikle tercih analizinde en çok kullanılan yöntemler olmalarına rağmen yapısal kısıtlarından dolayı istenilen hassasiyette sonuç verememektedir. Bu sıkıntılardan dolayı yapılan çalışmalar ile bu iki model geliştirilmeye çalışılmakta ve hassas sonuçlar elde edilmek istenmektedir.

KAYNAKLAR

[1] Manheim, M.L., 1979, Fundamentals of Transportation System Analysis, Vol. 1, MIT Press, Cambridge, Mass.

[2] Erel, A., 1995, Ulaştırma Planlamasında Talep Sunu İlişkileri, 3. Ulaştırma Kongresi, İnşaat Mühendisleri Odası, İST.

[3] Erel, A., 1993-1994 Akademik Yılı Yüksek Lisans Ders Notları, Basılmamış Eser.

[4] Schmidt, J.W., 1985, Introduction to System Analysis, Modeling and Simulation, Winter Simulation Conference.

[5] Kanafani, A., 1983, Transportation Demand Analysis, McGraw-Hill Book Company, USA.

[6] Erel, R., 1995, Doktara Tezi, Basılmamış Doktara Tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İSTANBUL

[7] Daganzo, C., 1979, Multinomial Probit, Academic Press, NY.

[8] Moralı, S., 1973, İstatistik Teorisine Giriş, Özarkadaş Matbaası, İST.

[9] Korum, U., 1985, Matematiksel İstatistiğe Giriş, A.Ü. Siyasal Bilgiler Fakültesi, ANKARA

[10] İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Mecmuası, 1987, Cilt 45, Sayı 1-4, Acar Matbaacılık, İSTANBUL

[11] Aldrich, J., Nelson, F., 1984, Linear Probability, Logit and Probit Models, Sage University Press, USA.

[12] Clark, C.E., 1961, The Greatest Of a Finite Set of Random Variables, Oper. Res. 9, 145-162.

[13] Sparmann, J., Daganzo, C., 1982, An Investigation of the Accuracy of the Clark Aproximation for the Multinomial Probit Model, Trans. Science, 16, 3, 382-401.

[14] Langdon, M., 1984, Improved Algorithms for Estimating Choice Probabilities in the Multinomial Probit Model, Trans. Science, 18, 3, 267-299.

[15] Sheffi Y., Hall, R., Daganzo, C., 1982 On The Estimation of the Multinomial Probit Model, Trans. Res., Vol 16A, No:5-6, 47-456.

[16] İpek, M., 1988, Betimsel İstatistik, Beta, İST.

[17] Mendenhall, W., Reinmuth, J., Beaver, R., 1989, Statistics for Management and Economics, PWS-KENT, Boston.

EK A

GEREKLİ İSTATİSTİKİ BİLGİLER

Gözlenen verilerin düzenlenerek çizelgelerle, grafiklerle sunulması, çoğu kez yeterli olmaz. Genel durumu yansıtacak bir takım ölçüler gerekir. Öyle ölçüler ki, yanlızca verileri özlü biçimde betimlemekle kalmasınlar, yapılacak karşılaştırmalara, genellemelere, yorumlara olanak sağlasınlar. Nicel değişkenler için ilk ağızda değerlerin toplamı bir ölçü olarak düşünülebilir. Ancak, tek değişkenli sıklık dağılımlarında toplam, betimleyici bir değer olmaz. Çünkü bu dağılımlarda önemli olan, değerlerle sıklıklar arasındaki ilişkiyi yansıtabilmektir. Bir sıklık dağılımına bakıldığında, değerlerde bir odaklaşma olduğu , bu odak(merkez) çevresinde az yada çok bir yayılış bulunur , yayılış (dağılma) simetrik yada simetriden uzaklaşan bir şekilde görüntü çizer. Toplam, bu durumları ortaya çıkarmaz. Demek ki, tek değişkenli nicel dağılımlarda kullanılacak ölçülerin, dağılımdaki odaklaşma noktasını, odak çevresinde yayılma ya da değerlerin birbirinden uzaklaşma durumunu (dağılma derecesini ve biçimini) özetlemeleri gerekir. Bu tür ölçülere, niteleyici (karakteristik) değerler denir.

Tek değişkenli nitel dağılımlarda , benzer ölçülerden pek söz edilemez. Olsa olsa, çok sık rastlanan bir durumun dağılımı temsil ettiği kabul edilebilir. Şıkların ne denli yayıldıkları da bazı ölçülerle araştırılabilir.

Birden çok nicel değişken söz konusu olduğunda , her birini ayrı ayrı betimleyecek ölçüler dışında, değişkenler arasındaki bağıntıyı ortaya çıkaracak özetlemelere ya da ölçülere gerek duyulur. Bu durumda, bağıntının ya da ilişkinin derecesi kadar, biçiminin özetlenmesi de önemlidir.

A.1. TEK DEĞİŞKENLİ DAĞILIMLAR

" Tek boyutlu " da denen tek değişkenli dağılımları özetleyen ölçüler iki grupta toplanabilirler: Odaklaşma ölçüleri, dağılma ölçüleri. Bunların hemen hemen tümü nicel değişkenler, bir başka deyişle de aralık ölçeğinde tanımlanmış özellikler için geçerlidir. Adlı ya da sıralı ölçekte tanımlanan tek bir nitel özellik için kullanılan ölçüler çok azdır.

"Merkezi eğilim", "Merkezde toplanma" deyimleriyle dile getirilen odaklaşma ölçülerine kısaca ortalamalar adı verilir. İkinci gruba giren ölçüler, dağılmanın gerek derecesine, gerekse biçimine ilişkin ölçülerdir.

Burada, istatistiğe özgü olarak , "dağılım" ile "dağılma" sözcükleri arasındaki ayrımın vurgulanması gerekiyor. Dağılım (distribution), sıklıkların değerlere bölünüşünü anlatan bir sözcüktür. Kimi yazarlar bu sözcüğe ilişkin olarak sıklık dağılımı değimini değilde , frekans bölünmesini kullanırlar. Dağılma (dispersion) ise, değerlerin birbirlerinden uzaklıklarını yada ortalama durumundan sapmalarını belirtmek için kullanılır.

Odaklaşma Ölçüleri: Ortalamalar

Odaklaşma ölçüsü olarak kullanılabilen birçok ortalama bulunur. Tümünün ortak özelliği; "Bir dağılımdaki en küçük değerden daha küçük, en büyük değerden daha büyük olamazlar. Herhangi bir ortalama M ile gösterilirse, söz konusu özellik aşağıdaki gibi yazılır.

$$\min(x_1, x_2, \ldots x_n) < M < \text{maks}(x_1, x_2, \ldots x_n)$$

Başlıcaları aritmetik ortalama, ortalayan ve egemen değer olan bu ölçüler , daha geniş anlamda, değerlerin tümünden hasaplanan ortalamalar, tümünden hesaplanmayan ortalamalar diye iki grupta incelenebilir. Birinci gruptakiler analitik yada duyarlı , ikinci gruptakilere analitik olmayan yada duyarsız ortalamalar dendiğide olur.

Değerlerin Tümünden Hesaplanan Ortalamalar

1-) Aritmetik Ortalama

Genel Tanım:

Gözlenen değerlerin tümü toplanarak gözlem sayısına bölündüğünde elde edilen birim başına değere denir.

Özellikleri:

i-) Kavram olarak anlaşılması ve hesabı kolay bir ortalama olduğundan çok yaygın olarak kullanılır ve bilinir.

ii-) Geometrik açıdan aritmetik ortalama şöyle açıklanır. Tek boyutlu uzayda görüntüsü bir doğru olan gerçel sayılar kümesinin bir alt kümesi $x_1, x_2, \ldots x_n$ değerleridir. Aritmetik ortalamanın doğru üzerindeki görüntüsü n_i / n ağırlıklı x_i noktalarının ağırlık merkezidir.

iii-) Değerlerin tümüne ve bunların cebirsel toplamına dayanarak hesaplandığından cebirsel işlemlere elverişlidir.

iv-) Toplamları ve birim sayıları eşit olan dizilerin aritmetik ortalamalarıda eşit olur.

v-) Fazla duyarlı bir ortalamalıdır. Değerlerin tümüne dayanarak hesaplandığından, olağandışı değerlerin yeraldığı bir dağılımda bunlardan etkilenir. Dolayısıyla genel durumu iyi temsil etmeyebilir. Özellikle gözlenen birim sayısı az ise aşırı değerlerin etkisi büyük olur. Çok sayıda birim gözlenmişse, sözkonusu değerlerin etkisi bunların büyüklüğüne ve sayıca önemine bağlıdır.

vi-) Değerlerin aritmetik ortalamadan sapmalarının cebirsel toplamları sıfıra eşittir.

Kullanım Alanı:

Aritmetik ortalamanın çok yaygın kullanım alanı bulan bir ortalamadır. Betimsel istatistik aşamasında hangi ortalamanın kullanılacağı, dolayısıyla da aritmetik ortalamanın yeri tartışma konusu olabilir. Ama örnekleme kuramında bu yer pek tartışılmaz. Örnekleme kuramında, bir ana kütleden, çekilebilecek tüm olanaklı örneklerin bazı niteleyici değerlerinin nasıl dağıldıklarıda çok önemlidir. Bu değerler arasında ortalama da bulunur. Varsayımsal kütleye ilişkin ortalamalar arasında en az örnekleme dalgalanmasını gösteren, en <<güvenilir>> olan aritmetik ortalamadır. Dolaylı olarak aritmetik ortalamanın "vi" özelliğini devreye sokan bu durum nedeniyle, aritmetik ortalama büyük önemini istatistik tümevarımda kazanır.

Dağılımın biçimi niteliği yada araştırmanın amacı başka bir ortalama gerektirmiyorsa aritmetik ortalama tercih edilmelidir.

2-) Geometrik Ortalama

Geometrik ortalama genellikle görece değişimleri gösteren oranların ortalamasını almada kullanılır.

3-) Harmonik Ortalama

Genel Tanım:

Harmonik ortalama , değerlerin terslerinin aritmetik ortalamasının tersine eşittir.

Özellikleri:

Aritmetik ve geometrik ortalama gibi analitik (çözümsel) bir ortalama olan , bir başka deyişle cebirsel işlemlere elverişli olan harmonik ortalamanın yanlızca bir özelliği üstünde durulacak. Değerlerle ağırlıkların çarpımları aynı olduğu zaman ($i \neq j$ için $t_i x_i = t_j x_j$) ağırlıklı aritmetik ortalama ile ağırlıksız harmonik ortalama aynı sonucu verir.

Kullanım Alanı:

Kullanım alanı oldukça kısıtlı olan harmonik ortalamaya, genellikle ortalaması alınacak değerler oran biçiminde beliriyorlarsa başvurulur. Ancak bu oranların ayrı iki niceliğe ilişkin olmalıları ve aranan ortalamaya göre değişmeyen(payda) ve değişken öğenin (pay) yerdeğiştirmeleri gerekir. Kısaca gözlenen değerler, aranan ortalamaya ters biçimde ifade edildiklerinde harmonik ortalama kullanılır.

3-) Kareli Ortalama

Genel Tanım:

Kareli ortalama , değerlerin karelerinin aritmetik ortalamasının kareköküne eşittir.

Özellikleri:

Tüm değerlerden hesaplanan öteki ortalamalar gibi, kareli ortalama da hem duyarlıdır, hem de cebirsel işlemlere elverişlidir. Duyarlılığı, aşırı büyük değerlerden etkilenme açısından, aritmetik ortalamadan fazladır. Cebirsel işlemlere elverişliliği ise, merkezde toplanma ölçüsünün dışındaki bazı ölçülerin hesabında kolaylıkla kullanılmasını sağlar.

Kullanım Alanı:

Kareli ortalama, bir ortalama türü olmakla birlikte , öteki ortalamalardan farklı olarak, doğrudan değerlerin bir merkezde toplanma ya da odaklaşma ölçüsü olarak olarak anlam taşımaz. Ancak kuramsal önemi büyük olan bu ortalama, bir yandan aritmetik ortalamadan sapmaların ortalaması için kullanılırken, öteki yandan kimi çözümlemelerde, hesapları kolaylaştırmak üzere, doğrudan değerlerin kareli ortalaması alınarak da kullanılır.

Değerlerin Tümünden Hesaplanamayan Ortalamalar

1-) İki Uç Değerin Ortalaması

Değerlerin ortası olarak da adlandırlılacak bu ortalama, en küçük değerle en büyük değerin aritmetik ortalaması alınarak bulunur.

2-) Egemen Değer(Mod)- Nitel Dağılımın Ortalaması

Bir dağılımda öteki değerlerden daha sık rastlanan, bir başka deyişle en yaygın olan değere mod denir. Kolay anlaşılır bir kavram olan mod kavramı, tek olduğunda, hesap ve grafik üzerinde belirlenme açılarından güçlük göstermez. Türlü sakıncaları nedeniyle istatistik tümevarımda pek kullanılmayan bu ortalamanın en önemli uygulama alanı nitel dağılımlardır. Cinsiyet, doğum yeri, meslak vb. gibi nitel özelliklerin tek bireydeki görünümleri sayısal bir değer alamayacağından, buraya dek alınan ortalamaların hiçbiri sözkonusu dağılımlarda kullanılamaz. Bu durumda eğemen değere(mod) başvurmak gerekir. Ancak burada artık eğemen değerlerden değil, eğemen şıktan, görünümden, sınıftan sözedilir. Adlı yada sıralı ölçekte tanımlanan nitel değişkenleri, görece sıklıklar gibi, egemen şık ya da sınıfta özetlemeye yarar.

3-) Ortalayan(Medyan) ve Öteki Bölücü Değerler

Ortalayan, öyle bir değerdir ki, bir dağılımdaki değerlerin yarısı bu değere eşit yada üstünde değer alırlar. Bu doğru tanım hesap açısından biraz kullanışsızdır. Daha önce ele alınan öteki ortalamaların tersine, ham verilerden ortalayanı bulabilmek için, bir dizi oluşturmak gerekir. Ortalayanın önemli bir özelliği değerlerin büyüklüğüne değil, sırasına bağlı olmasıdır. Bu nedenle de, kuyruklardaki olağandışı değerlerin yanlız sayısından etkilenir. Bir başka önemli özelliği de, kendisinden sapmaların mutlak değerlerinin toplamının minimum olmasıdır. Daha çok cebirsel işlemlere elverişsizliği, kimi zaman da değerlerin sırasına bağlı oluşu ortalayanın kullanım alanını büyük ölçüde kısıtlar. Buna karşın, bir dağılımda olağandışı değerler, açık sınıflar bulunuyorsa özellikle de gelir, ücret benzeri çarpık dağılımlar betimlenecekse, ortalayanın kullanılması uygun olabilir.

Hangi Ortalama ?

Kareli ortalama bir yana bırakılırsa, gözlemsel bir dağılımda, odaklaşma ölçüsü olarak bir çok ölçünün kullanılabileceği görüldü. Dağılım az çok simetrik sayılabilirse, ortalamayı önemli ölçüde etkileyebilecek olağandışı değerler yoksa, hesap açısından sorun yaratabilecek açık sınıflar benzeri bir durum sözkonusu değilse, aritmetik ortalama tercih edilmelidir. Özellikle istatistik tümevarım yöntemlerinde, örnekleme yoluyla genelleme yapılırken, cebirsel işlemlere de elverişli olan bu ortalamanın büyük önemine değinilmişti.

Açık sınıflar sorun yaratıyorlarsa, olağandışı değerler aritmetik ortalamayı geçerli, temsili olmaktan çıkarıyorlarsa, ortalayan ya da egemen değerle özel olarak ilgileniyorsa, sözü edilen son iki ortalamaya başvurulur. Ayrıca, gelir dağılımı benzeri çarpık dağılımlarda da, özellikle ortalayanın daha anlamlı olduğu unutulmamalıdır.

Dağılma Ölçüleri

Ortalamalar tipik durumu, genel olanı, bir başka deyişle zorunluyu betimler. Bir dağılımdaki değerler ortalamaya ne kadar yakın olurlarsa, ortalamada onları o denli iyi temsil eder, tipik durum daha iyi ortaya çıkar, temel nedenin dışında başka nedenlerin varlığı o denli az olur. Ortalamadan uzaklaşmalar, sapmalar, rastlantıyla dile getirilen çok sayıda etkene, dış koşullara bağlı olarak ortaya çıkarlar.

İstatistik bir anlamla özetlenecek olunursa, türlü değerler ya da görünümler alabilen bir istatistik değişkeni incelerken, elde edilen gözlemsel dağılımı yanlız ortalama ile özetlemek, odaklaşma noktasını veya noktalarını belirtmek için yetersiz olur. Değişkenin nasıl bir dağılım gösterdiği de ele alınmalı, bu dağılışı betimleyecek, özetleyecek ölçüler bulunmalıdır.. Özellikler örnekleme yoluyla yapılan tahminlerde, genellemelerde, karşılaştırmalarda, nedenini aramada, değişkenlik yada dağılma büyük önem taşır.

Dağılma Derecesini Gösteren Ölçüler:

Bu konuda öne sürülen sayısız ölçülerin en önemlileri üçüncü grupta toplanarak incelenebilir ancak bu çalışmada üçüncü grup olan tüm değerlerin bir ortalamadan sapmalarına dayanan ölçüler incelenecektir.

i- İki özel değer arasındaki farka(uzaklığa),
ii- Değerlerin ikişer ikişer birbirlerinden uzaklıklarına,
iii- Tüm değerlerin bir ortalamadan sapmalarına dayanan ölçüler.

Tüm Değerlerin Bir Ortalamadan Sapmalarına Dayanan Ölçüler

Değerlerin birbirlerinden ne derece uzaklaştıklarını aramak yerine, bir ortalamadan ne derece uzaklaştıklarını ya da saptıkları aranabilir. Bu durumda ilk karşılaşılabilecek sorun , hangi ortalamaya sapmaların hesaplanacağıdır. Cebirsel işlemlere elverişli olma, fazla oynak olmama vb. gibi, istatistik tümevarımda aranan bir takım iyi yanları nedeniyle, ilk düşünülecek ortalama aritmetik ortalamadır. Ancak aritmetik ortalamadan sapmaların toplamı sıfır olduğundan sorunla karşılaşılabilir. Bu sorunla karşılaşmamak için ya mutlak sapmaların toplamı yada sapmaların karelerinin toplamı alınarak bu sorun çözülür.

a-) Ortalama Sapma

Bu ölçü, ortalayandan ya da aritmetik ortalamadan mutlak sapmaların aritmetik ortlaması alınarak bulunur. Cebirsel işlemlere elverişli sayılmayan bu ölçülerden, yerine göre biri yada öteki, betimlemeyle yetinileceği zamanlar kullanılabilir. Bazı durumlarda, olası sapma denen bir ölçüyede başvurulur. Bu ölçü, sapmaların ortalayını alınarak bulunur.

b-) Kareli Ortalama Sapma:

Aritmetik ortalamadan sapmaların cebirsel toplamı sıfır olduğundan, söz konusu sapmaların aritmetik ortalamasının hesaplanamayacığı daha önce belirtilmişti. Sıfır ve eksi işaretlerden ötürü, sapmaların geometrik yada harmonik ortalamalarıda hesaplanamıyacağına göre, cebirsel işlemlere elverişli bir ortalama dağılma ölçüsü bulmak için yapılacak tek iş, aritmetik ortalamadan sapmaların kareli ortalamasını aramaktır. İstatistik tümevarımda çok önemli yeri olan bu ölçü için standart sapma ya da tipik sapma deyimleri kullanılır ve σ simgesiyle gösterilir. Söz konusu ölçünün karesi de - aritmetik ortalamadan sapmaların karelerinin aritmetik ortalaması- çok önemlidir. Yaygın olarak varyans sözcüğü kullanılan bu son ölçü için, uygun Türkçe kaşılık olarak "Değişke" düşünülebilir.

Momentler

Momentler, dağılımlara ilişkin özellikleri belirtmek, başka deyişle dağılımları nitelemek, özetlemek için kullanılan bir ölçü grubudur. Mekanikteki momentlerle hemen hemen aynı anlamı taşırlar. Daha önce bahsedilen aritmetik ortalama, değişke gibi ölçüler de moment grubu içinde yer alırlar. Merkezde toplanmayı ve dağılma derecesini betimlemeye yarayan bu son ölçülerle birlikte öteki momentler, dağılıma uygun bir eğri türünün kabulüne de olanak verirler. Ancak, dağılım yasası bulunamasa da, yada bu yasaya gerek duyulmasa da, momentler yine önemli bir betimleme gereksinimini giderirler. Bir dağılıma ya da değişkene ilişkin momentler, o dağılımın ya da değişkenin r. kuvvetinin aritmetik ortalaması olarak tanımlanabilirler. Buna göre momentler üç grupta toplanarak incelenebilir.

a-) Asıl değişken momentleri (orijine göre momentler ya da basit momentler),

Basit momentler de denen ve değişkenin doğrudan kendisine ilişkin olan bu momentler, $x_0 = 0$ kabul edilerek ifade edildiklerinden orijine göre moment adını da taşırlar.

b-) Ortalanmış değişken momentleri (aritmetik ortalamaya göre),

Bu momentlere kısaca ortalanmış momentler denir. $x_0 = x$ kabul edilerek elde edilirler. Eksen kaydırılmasından bağımsız olan bu momentler, mekanikteki ağırlık merkezine göre momentlere özdeştirler. Dolayısıyla varyanstan başka bir şey olmayan 2. moment mekanikteki " devinimsizlik momenti"dir. Çok boyutlu uzayda çözümleme yapılırken, sürekli olarak bu momente gerek duyulur.

c-) Standart değişken momentler

Bunlara kısaca standart momentler denir. Eksen kaydırılması ile ölçü biriminden bağımsız olduklarından boyutsuz moment adı da verilen standart momentler karşılaştırmalarda güvenilir ölçütler verir (16).

A.2. İKİ DEĞİŞKENLİ DAĞILIMLAR

Bu tür dağılımlarda önemli olan değişkenler yada özellikler arasında bağıntı olup olmadığıdır. Bağıntı varsa, biçimini, derecesini, bir modelle gösterilip gösterilemeyeceğini ya da ne tür bir modele uyduğunu incelemek gerekir. Dolayısıyla, söz konusu olabilen bağıntı biçimi, bağıntı derecesi de, kimi denklemlerle ya da ölçülerle özetlenerek betimlenebilir. Bu süreç sırasında, tek değişkenli dağılımlara ilişkin ortalama durumu, dağılma derecesini niteleyen ölçülere de gerek duyulur. Bu ölçülerle birlikte, yine tek değişkenli dağılımlardan başka bir şey olmayan koşullu ortalama, varyans gibi ölçüler de iki değişken arasındaki bağıntıya ilişkin özlü bilgi edinmek üzere, bir araç olarak kullanılır (17).

Öte yandan, iki değişkenli dağılımları betimleme yolları ya da özetleyici ölçüler, sunumlarında olduğu gibi, genellikle özelliklerin her ikisinin nicel, her ikisinin nitel yada birinin nicel, ötekinin nitel oluşlarına göre değişirler.

EK B

KARAR ALMA PROBLEMİ

İlgilenilen kütlenin bilinmeyen parametresi veya parametreleri hakkında tahmin yapılması gerektiği takdirde, rassal örnek alınması gerekir. Bu örneğin elemanları birer rassal değişken olarak düşünüldüğünden, bağımsız ve aynı dağılmış olacaklardır. $x_1, x_2, \ldots x_n$ rassal değişkenlerdir. $f(x, b)$ dağılımlı kütleden alınacak n hacimli örnek ve b' da tahmin etmek istenen parametre veya parametre vektörü olsun. b' nın alabilleceği bütün muhtemel değerler parametre uzayını meydana getirirler. parametre uzayı Ω ile gösterilirse, b=Ω olur.

Nokta tahmini diye adlandırılan yaklaşımda örnek değerlerinden yararlanılarak b tahmin edilir ve $b(x_1,x_2,\ldots x_n)$ b'nin örnek değerlerinin fonksiyonu olan tahmin edicidir.

Nokta tahmin yapmak yerine bilinmeyen kütle parametresini belli bir olasılıkla içine alması söz konusu olan iki rassal değişken ya da güven sınırı belirtmek de, mümkün. $b_1(x_1,x_2,\ldots x_n)$ ve $b_2(x_1,x_2,\ldots x_n)$ örnek alınmadan önce birer rassal değişken olacaktır. Böylelikle bir nokta değil aralık şeklinde tahmin yapılmış olur.

Bilinmeyen kütle parametreleri ile ilgili üçüncü bir yaklaşım da bir parametre için belli değerleri hipotez şeklinde ileri sürmek ve örnek değerleri için bu hipotezin testini yapmak şeklinde beliriyor. Hipotez testinde parametre uzayı iki kısıma ayrılır. w ve (Ω-w) , red hipotezi ve alternatif hipotez şeklinde iki hipotez belirir.

Red hipotezi $H_0 : b \in w$
Alternatif hipotez $H_1 : b \in \Omega - w$

Alınan örnekten belli değerler elde edildiğinde H_0 red edilir, aksi halde kabul edilir. H_o' ı red etmeye sebep olan örnek değerleri örnek uzayının belli bir alt kümesidir. n hacimli örneklerin bütün muhtemel değerlerini, birer n boyutlu nokta olarak kabul eden bir örnek uzayı S düşünülsün. H_o ' ın kabul edilmesine yol açan örnek uzayı değerleri Sa alt uzayını, H_o'ın red edilmesine yol açan örnek uzayı değerleri de Sr alt uzayını teşkil eder.

Bu üç yaklaşım, istatistiki tahmin meydana getirir ve istatistik teoresinin merkezini oluşturur. Bütün bu yaklaşımların ortak yönü her birinde bir karar alma probleminin mevcut olmasıdır. Nokta tahminde neyin tahmin edici olarak kullanılacağı, aralık şeklinde tahminde ise b_1 -b_2 aralığı belirlenir. Hipotez testinde ise hipotez kabul veya red edilir. Bütün bu yaklaşımlarda bir aksiyon gösterilmesi gerekir ve bütün aksiyonlar, aksiyon uzayı A'nın birer elemanı olur. $a \in A$.

Karar alınırken bir aksiyona bizi götürecek yol ne olacaktır? Öncelikle bir karar alma kuralı ya da stratejisi belirlenmelidir.(d olarak gösterilsin) Örneğin, rassal bir örnek alınacak, ortalaması bulunacak ve bulunan ortalama değer, bilinmeyen kütle ortalaması μ'nün bir nokta tahmini olarak kullanılacak veya örnek ortalamalarının dağılımı büyük örnekler için normal olacaktır. Bir rassal örnek alıp kütle parametresi için %95 güven katsayılı bir rassal aralık oluşturulacaktır ve rassal sınırların alınan örnekteki değerleri bulunacaktır ya da kütle parametresi μ' nün μ_o olduğu kabul edilirse ve rassal bir örnekte örnek ortalamasının μ_o'a yakınlık derecesine göre hipotez kabul veya rededilir. Karar alma kuralı belirlendikten sonra örnek alınır. Alınan n örnekli örnek s olsun. $s \in S$ Örnekten elde edilen sonuca göre karar alma kuralı uygulanarak bir aksiyon gösterilir. Görüldüğü gibi karar alma kuralı örnek uzayı ile aksiyon uzayı arasında bir ilişki sağlar.

EK C

χ^2 DAĞILIMI

X_i 'ler stokastik ve X_i - n(μ_i,σ_i^2) olsun. $Y_i = \dfrac{X_i - \mu_i}{\sigma_i}$ dönüştürmesi yapılırsa Y_i'lerin dağılımı standart normal olur.

$U = \sum_{i=1}^{n}\left(\dfrac{X_i - \mu_i}{\sigma_i}\right)^2 = \sum_{i=1}^{n} Y_i^2$ değişkeni tanımlansın. Burada U, standart normal dağılmış değişkenlerin karelerinin toplamıdır. Moment fonksiyonlarından yararlanılarak f(u) yoğunluk (sıklık) fonksiyonu elde edilir. U değişkeninin bu yoğunluk fonksiyonu χ^2 dağılımı adını alır.

$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(\dfrac{X_i - \mu_i}{\sigma_i}\right)^2$ şeklinde ifade edilir.

Dağılımın parametresi aynı zamanda serbestlik derecesidir. Serbestlik derecesi, bağımsız rassal değişken sayısı - rassal değişkenler üzerine konan kayıtlara eşittir. Dağılımda n tane bağımsız Y_i rassal değişken bulunduğuna ve μ ya da σ^2 bilinmediği için değişkenlerin değerleri üzerinde hiç kayıt konulmamış olduğuna göre serbestlik derecesi n olacaktır.

Beş tane sayı olsun, bu sayılardan dört tanesinin değeri ve bu beş sayının toplamı bilindiğinde beşinci sayı hesaplanır. Bilinmeyen sayı için bir serbestlik söz konusu olmadığından serbestlik derecesi dört olur. Eğer ortalama bilinmeseydi beşinci sayı içinde serbestlik olacak ve serbestlik derecesi beş olacaktı.

Çeşitli serbestlik dereceleri ve çeşitli yığışımlı olasılıklara karşı gelen χ^2 değerleri tablolarda verilmiştir (9).

ÖZGEÇMİŞ

Doğum Tarihi ve Yeri	:	11 Aralık 1969. Ağrı
İlkokul	:	Londra
Ortaokul	:	Ankara Atatürk Anadolu Lisesi
Lise	:	Ankara Atatürk Anadolu Lisesi
Üniversite	:	Yıldız Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, İstanbul
Yüksek Lisans	:	Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Anabilim Dalı Ulaştırma Programı, İstanbul