

95017

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**DÜZLEMSEL ÇERÇEVELERİN ANALİZİ
İÇİN MATRİS DEPLASMAN METODU
İLE GELİŞTİRİLMİŞ PROGRAM**

İnş. Müh. R. Faruk GÜNGÖR

**F. B. E. İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Yapı Programında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Prof. İrdesel GÖĞÜŞ

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

İstanbul, 2000

İ. Göğüş
Y. Güneş

SİMGE LİSTESİ.....	iii
ŞEKİL LİSTESİ.....	v
ÖZET	vii
ABSTRACT.....	ix
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Çalışmanın Amacı ve Kapsamı.....	1
1.2 Tarihçe.....	1
2. MATRİS DEPLASMAN METODU.....	3
2.1 Kabuller.....	3
2.2 Sistemin Düğüm Noktası ve Eleman Tablosu.....	3
2.3 Sistemin Serbestlik Analizi.....	4
2.3.1 Düğüm noktaları serbestlikleri.....	4
2.3.2 Ara mafsal serbestlikleri.....	4
2.3.3 Mesnet Serbestlikleri.....	5
2.4 Dış Kuvvetler.....	5
2.5 İç Kuvvetler.....	6
2.6 Denge Bağıntısı.....	8
2.7 Elastisite Bağıntısı.....	10
2.8 Kinematik Bağıntı.....	14
2.9 Sistem Rijitlik Matrisi.....	14
2.9.1 Sistem rijitlik matrisinin özellikleri.....	15
2.9.2 Sistem rijitlik matrisinin doğrudan oluşturulması.....	15
2.10 Düğüm Noktası Deplasmanlarının Tayini.....	17
2.11 Eleman Uç Deformasyonlarının Tayini.....	18
2.12 Eleman Uç Kuvvetlerinin Tayini.....	18
2.13 Eleman Yükleri	19
2.14 Matris Deplasman Yöntemi'nde Hesap Aşamaları Özeti	21

3.	YAPHES PROGRAMI.....	23
3.1	Kısa Bilgi.....	23
3.2	YapHes 2.1'in Tanıtımı.....	23
3.3	YapHes 2.1'in Kullanımı.....	25
4.	SAYISAL UYGULAMALAR.....	27
4.1	Sayısal Uygulama 1.....	27
4.2	Sayısal Uygulama 2.....	29
5.	SONUÇLAR.....	31
	KAYNAKLAR.....	32
	EK 1 Sayısal Uygulama 1'in Ara Hesapları.....	33
	EK 2 Sayısal Uygulama 2'nin Ara Hesapları.....	47
	ÖZGEÇMİŞ.....	61

SİMGE LİSTESİ

n	Yapıya ait serbestliklerin toplamı
p	Yapıya ait elemanların toplam uç kuvvetleri
m	Yapıya ait eleman sayısı
$\underline{K}_{n \times n}$	Sistem Rijitlik Matrisi
$\underline{C}_{n \times p}$	Sistem Denge Matrisi
$\underline{C}_{p \times n}^T$	Kinematik Dönüşüm Matrisi
\underline{C}^i	i düğüm noktasına ait denge matrisi
$\underline{K}_{n \times n}^{-1}$	Sistem Rijitlik Matrisinin İnvresi
$\underline{G}_{n \times n}$	Cholesky Faktörü
$\underline{k}_{6 \times 6}^i$	Eleman rijitlik matrisi
$\underline{k}_{3 \times 3}^i$	İndirgenmiş eleman rijitlik matrisi
$\underline{f}_{3 \times 3}^i$	Eleman fleksibilite matrisi
$\underline{S}_{6 \times 1}^i$	i elemanına ait, yapı eksenlerindeki uç kuvvetleri vektörü
$\overline{\underline{S}}_{6 \times 1}^i$	i elemanına ait, eleman eksenlerindeki uç kuvvetleri vektörü.
$(\underline{S}_R^i)_{6 \times 1}$	i elemanına ait yapı eksenlerindeki ankastrelük uç kuvvetleri vektörü.
$(\overline{\underline{S}}_R^i)_{6 \times 1}$	i elemanına ait eleman eksenlerindeki ankastrelük uç kuvvetleri vektörü.
$\underline{S}_{6 \times 1}^{+i}$	i elemanın yapı eksenlerindeki toplam uç kuvvetleri : $\underline{S}_R^i + \underline{S}_i$
$\overline{\underline{S}}_{6 \times 1}^{+i}$	i elemanın kendi eksenlerindeki toplam uç kuvvetleri : $\overline{\underline{S}}_R^i + \overline{\underline{S}}_i$
$\underline{F}_{3 \times 1}^i$	i elemanına ait bağımsız uç kuvvetleri matrisi.
$\underline{T}_{6 \times 3}^i$	i elemanı bağımsız uç kuvvetlerinin eleman uç kuvvetlerine dönüşüm matrisi
$(\underline{L}_D^i)_{6 \times 6}$	i elemanı uç kuvvetlerinin eleman eksenlerinden yapı eksenlerine dönüştürme matrisi
$(\underline{L}_D^i)^T_{6 \times 6}$	i elemanı uç kuvvetlerinin yapı eksenlerinden eleman eksenlerine dönüştürme matrisi
$\underline{u}_{6 \times 1}^i$	i elemanına ait uç deformasyonlar
$\underline{u}_{p \times 1}$	Yapı elemanlarının bütün uç deformasyonları
$W_{dış}$	Dış kuvvetler etkisiyle yapıda oluşan şekil değiştirme enerjisi
$\underline{R}_{dns \times 1}^i$	i düğüm noktasına ait yük vektörü *dns = düğüm noktası serbestliği sayısı
$\underline{R}_{n \times 1}$	Yapıya ait yük vektörü
$(\underline{R}_R)_{n \times 1}$	Ankastrelük kuvvetlerden doğan yapıya ait yük vektörü
$\underline{R}_{n \times 1}^+$	Yapıya ait toplam yük vektörü
$\underline{r}_{dns \times 1}^i$	i düğüm noktasına ait yük vektörü
$\underline{r}_{n \times 1}$	Yapıya ait deplasman vektörü

Şekil 2.1	Düğüm noktası ve elemanların numaralandırılması.....	4
Şekil 2.2	Düğüm noktası serbestlikleri.....	4
Şekil 2.3	Ara mafsal serbestlikleri.....	4
Şekil 2.4	Mesnet serbestlikleri.....	5
Şekil 2.5	Serbestlikler ve yük vektörü.....	6
Şekil 2.6	Eksenel dönüşüm matrisinin çıkarımı.....	7
Şekil 2.7	Sistem denge matrisi oluşturulan yapı.....	8
Şekil 2.8	Eleman yükleri etkisi.....	19



ÖZET

Bu çalışmada Matris Deplasman Metodu'ndan faydalanarak bir yazılım hazırlanmıştır. Önce metodun hesap aşamaları genel bir yaklaşımla incelenmiştir.

Hesap aşamaları ana hatlar itibariyle, yapının denge denkleminde sistem rijitlik matrisini oluşturarak bilinmeyenlerin düğüm noktası deplasmanları olması dolayısıyla bunların bulunması ve eleman uç kuvvetlerine ulaşılmasıdır.

Bu çalışmanın konusu olan program, düzlem çerçeveler üzerinedir. Çeşitli mesnet durumları (sabit, kayıcı, ankastre kayıcı mesnetler) ve ara moment mafsalları bu programa dahil edilmiştir. Yükler statik karakterli olup I.mertebe Teorisi kabulüne göre program yazılmıştır. Paket programlarda göremediğimiz ara hesapların da matrisyel biçimde görülebildiği gibi bu sonuçlar üzerinde kolayca istenilen değişiklikleri yapmak mümkündür. Örneğin, hesaplanan düğüm noktası yük vektöründe değerleri değiştirebilmek gibi. Program Ms Excel ortamında Visual Basic Programlama Dili desteğiyle programcılar halinde yazılmıştır.

Bazı sayısal uygulamalar program tarafından çözülmüş ve bu uygulamaların sonuçları Sap 2000 yardımıyla teyid edilmiştir.

ABSTRACT

In this study, a software for planar frames has been developed by help of Matrix Displacement Method.

First, computation stages were examined in a general approach. By main titles, solution depends on the construction of the system stiffness matrix and then the calculation of nodal displacements and frame element forces.

This software is bounded in planar frames. Various kinds of supports (such as roller, fixed, pinned, etc) are included in this software. Loads are static and and small deflection theory is assumed.

The advantages of this software against most professional programs is that it can display the intermediary operations and results. The user can introduce changes to these intermediary results.

Ms Excel Visual Basic Programming Module has been used in developing this program and the results were confirmed by Sap 2000

1.GİRİŞ

1.1 Çalışmanın Amacı ve Kapsamı

Bu çalışmada düzlemsel çubuk sistemlerin Matris Deplasman Metodu kullanılarak iç kuvvetlerin ve deplasmanların hesaplanması için bir yapısal analiz programı geliştirilmeye çalışılmıştır. Program adından da anlaşıldığı üzere düzlem çerçevelerle sınırlıdır. Ara düğüm noktalarında moment mafsali, mesnetlerde ise sabit, ankastre, kayıcı, kayıcı ankastre tipleri programa tanıtılabilir.

Yük olarak düğüm noktası yükleri dışında , eleman eksenine dik ve paralel düzgün yayılı yük, eleman eksenine dik ve yatay tekil yük ile sıcaklık farkları tanıtılabilir.

Yapı sistemlerinin çözümü için kısa bir tarihçe verildikten sonra Matris Deplasman Metodu özetlenmektedir.

1.2 Tarihçe

Yapı Statiği'nde hesap yöntemleri her zaman hesap araçlarına bağlı olmuştur. 19.yy 'dan başlayarak Elastisite Teorisi'nden elde edilen bilgilerin uygulamada kullanılabilmesi için bir çok çözüm yöntemi geliştirilmiştir. Fakat 19. yy'da hesap aracı, Hesap Cetveli'dir ve çözümün nasıl yapılacağı bilindiği halde hesap aracı yetersizliğinden yapılamamış ve grafik çözüm yöntemleri tercih edilmiştir. Grafostatik adı verilen bu yöntemler içinde en önemlileri ve bunlar için yapılmış yayınlar şunlardır:

Culmann (1821-1881) : Grafostatik Hesap Yöntemleri

R. Land : Kinematik Yöntemle Tesir Çizgilerinin Elde Edilmesi (1888)

H. Müller-Breslau : Yapı Sistemlerinde Grafostatik (1892)

L.Cremona (1830-1903) : Cremona Planı

Özellikle bu son eser kafes sistemlerin çözümü için mühendislere büyük kolaylık sağlamıştır.

20.yüzyılın ilk yarısında Hesap Makinası kullanılmaya başlanmıştır. Bu yüzyılın ilk çeyreğinde uygulaması olmasa da Nümerik Çözümler üzerine önemli eserler yayınlanmıştır.

Bunlardan bazıları şunlardır:

A.Hertwig :Lineer Denklem Takımının Çözümü

M.Grümig : Yüksek Dereceden Hiperstatik Sistemlerin Çözümü

A.Ostenfeld : Beş Terimli Denklemler

F.Bleich-E.Melan : Sonlu Farklar Metodu

F.Engesser : Çok Katlı Çerçevelerin Çözümü

G.Worch : Redüksiyon Teoremi

Bu arada H.Cross(1930) ve G.Kani(1949) tarafından geliştirilen “İteratif Metotlar”, Hesap Cetveli ve Hesap Makinası ile birçok sistemi kolay ve çabuk hesaplama olanağı sağlamıştır.

Bu arada en ilginç gelişme V.Lewe’ün(1915) Dresden’de yayınladığı doktora çalışmasında görülmüştür. Bu çalışmada ilk defa, matrisler yardımıyla denklemlerin nasıl çözüleceği ve ayrıca matrislerin sürekli kirişlerin ve sürekli çerçevelerin çözümünde kullanılması gösterilmiştir. Aslında Matris tanımı ilk defa 1880’de J.J. Sylvester tarafından yapılmış olmakla beraber, İnşaat Mühendisliği alanında kullanılması ilk defa V.Lewe tarafından sunulmuştur. Doktora çalışması çok ilgi çekmiş, uygulamada kullanılması ise ancak bilgisayar teknolojisindeki gelişmelerden sonra mümkün olabilmıştır. 1950’lerden itibaren bilgisayarların kapasite olarak sıçrama yapması ve yaygınlaşmasından sonra ilk kapsamlı yayın 1957’de J.H.Argyris tarafından yazılmış olan “Yapı Statiği’nde Matris Metotları” isimli eserdir. Bu eser, bu gün kullanılan paket programların dayandığı Sonlu Elemanlar Metodu’na giriş teşkil etmiştir.

2. MATRİS DEPLASMAN METODU

2.1 Kabuller

- Birinci Mertebe Teorisi geçerlidir.

Yapıdaki yer değiştirmelerin sistem boyutları yanında çok küçük oldukları kabul edilir ve denge denklemleri şekil değiştirmemiş sistemde yazılır.

- Hooke Kanunu geçerlidir.

Yapıya etkiyen yüklerle bunun sonucu oluşan deplasmanlar arasında doğrusal bir ilişki vardır, malzeme lineer elastiktir.

- Bernoulli Hipotezi geçerlidir.

Çubuk eksenine dik kesitler, şekil değiştirmeden sonra da çubuk eksenine dik kalırlar ve düzlem kesitler düzlem kalırlar.

- Çubuk eksenleri doğrusaldır.
- Çubuk eksen kesitin kayma merkezinden geçmektedir.
- Yükler, statik karakterlidir.

2.2 Sistemin Düğüm Noktası ve Eleman Tablosu

Bu tablolar ,sistemin bilgisayarca tanımlanabilmesi için gereklidir.

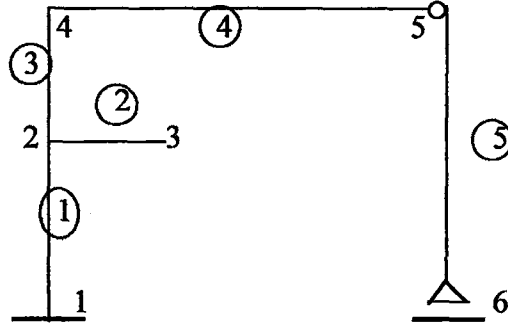
a) Bu işlem, düğüm noktalarının numaralanmasıyla başlar. Mesnetler, mafsallı ara birleşimler, serbest uçlar ve elemanda gerekli görülen herhangi bir nokta da düğüm noktası olarak numaralandırılabilir. Numaralar dikdörtgen içine alınabilir.

b) Sistem için genel koordinat eksenleri seçilir. Elemanlar numaralandırılır. Eleman numaraları daire içine alınır.

c) Düğüm noktalarının koordinatları, seçilen koordinat sistemine göre bir tabloda gösterilir. Düğüm noktaları da karışıklığı önlemek için gerekli görülürse, dörtgen içine alınabilir.

d) Numaralanmış elemanların hangi düğüm noktaları arasında olduğu ve elemanların uzunluk, atalet momenti, kesit alanı gibi özellikleri ile eğim açılarının kosinüs ve sinüs değerleri eleman tablosuna yazılır.

e) Elemanlara ait küçük numaralı ucun sol uç, büyük numaralı ucun sağ uçta kalacak şekilde eleman tablosunun doldurulmasına dikkat edilmelidir.

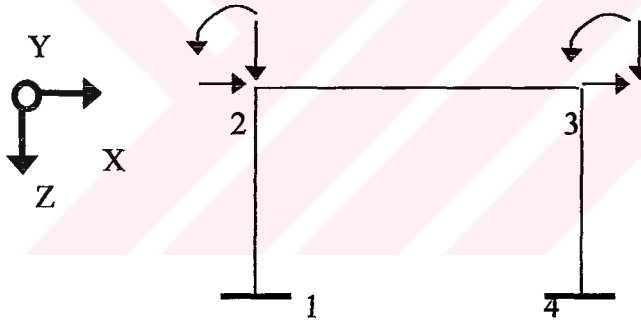


Şekil 2.1 Düzüm noktası ve elemanların numaralandırılışı

2.3 Sistemin Serbestlik Analizi

2.3.1 Düzüm noktaları serbestlikleri

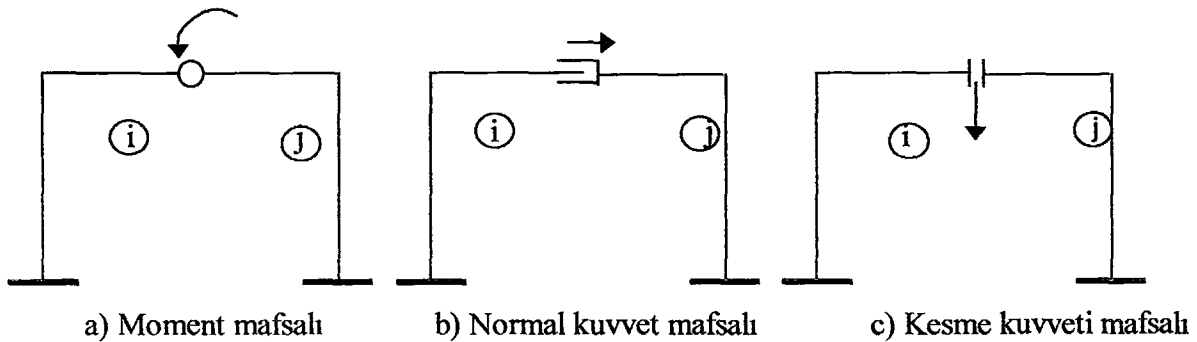
Serbestlik dereceleri ya da yapısal koordinatlar, düğüm noktalarının belirli yükler altında birbirlerinden bağımsız hareket etme kabiliyetleridir.



Şekil 2.2 Düzüm noktası serbestlikleri

2.3.2 Ara mafsallı serbestlikleri

Ara mafsallar, aşağıdaki durumlar dahilinde ortaya çıkar ve 1'er serbestlikleri vardır.

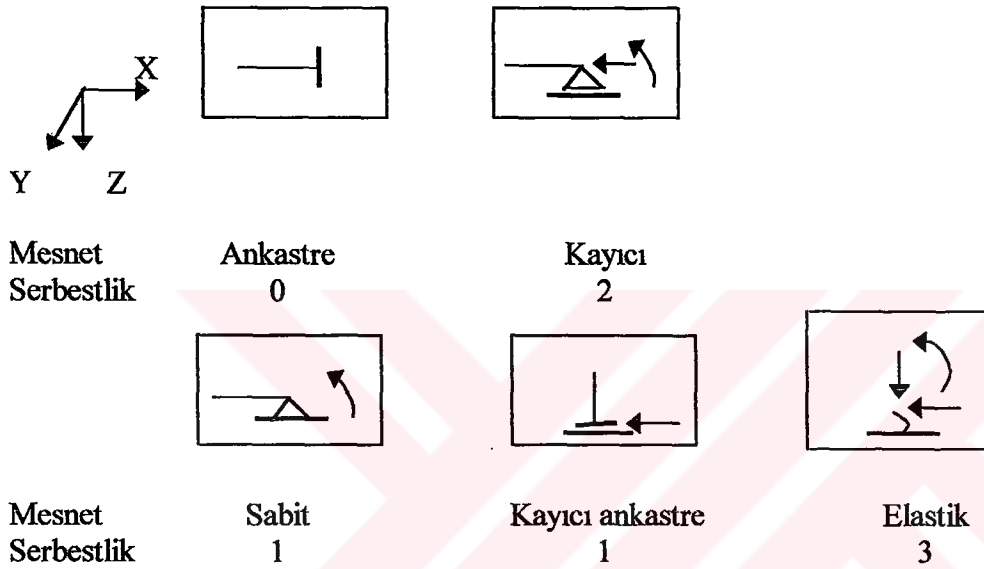


Şekil 2.3 Ara mafsalsal serbestlikleri

Ara mafsallarda deplasman yönü değişmekle beraber serbestlik adedi birdir. Örneğin, normal kuvvet ve kesme kuvvet mafsallarının 1'er öteleme serbestlikleri varken moment mafsalının 1 dönüştürme serbestliği vardır.

2.3.3 Mesnet serbestlikleri

Düzlemsel çerçevelerde mesnet serbestlikleri mesnedin çeşidine göre aşağıdaki tablodadır.



Şekil 2.4 Mesnet serbestlikleri

2.4 Dış Kuvvetler

Dış kuvvetler, bu çalışmada düğüm noktası ve eleman yükleri olarak iki gruptadır.

a) Düğüm Noktası Yükleri : \underline{R} sütun matrisi ile gösterilir. Bu matris tek boyutlu olduğundan yük vektörü de denir. Her düğüm noktası, yük vektöründe serbestliği adedinde satıra sahiptir. Düzlemsel çerçeveye ait bir düğüm noktası ele alındığında serbestlik 3 olduğundan R_1, R_2, R_3 gibi üç tane düğüm noktası yükü vardır.

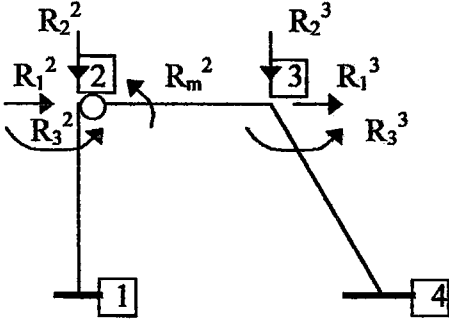
Bunlar,

R_1 : x eksenini doğrultusundaki kuvveti, R_2 : z eksenini doğrultusundaki kuvveti ; R_3 : y eksenini etrafındaki yük momentidir.

i düğüm noktasına ait yük vektörü \underline{R}^i matrisel olarak aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\underline{R}^i = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix}$$

Yük vektörü, yapı serbestliği adedinde satıra sahiptir.



Yapı serbestliği adedi = 7

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} R_1^2 \\ R_2^2 \\ R_3^2 \\ R_m^2 \\ R_1^3 \\ R_2^3 \\ R_3^3 \end{bmatrix} 7 \times 1$$

Şekil 2.5 Serbestlikler ve yük vektörü

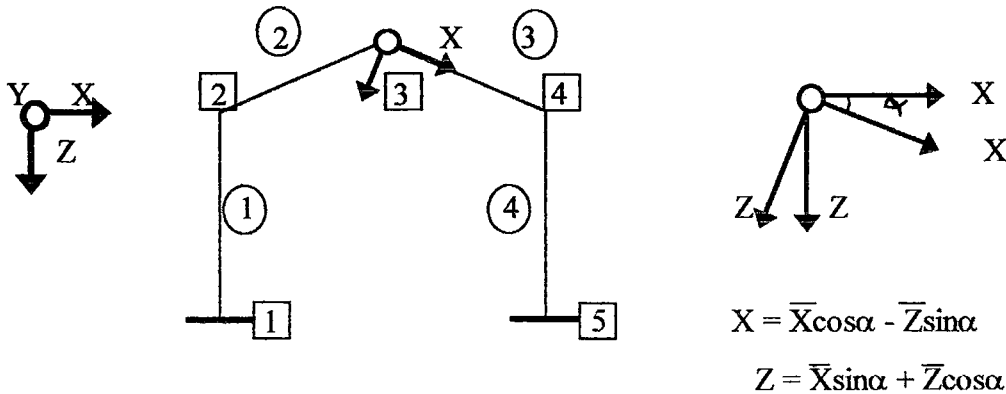
Yük vektöründe görülen R_m^2 , 2 no'lu düğüm noktasının 4. serbestliğini teşkil eden moment mafsallının yapıya kattığı serbestliktir.

b) Eleman Yükleri : Tekil, yaylı, sıcaklık değişimi, sünme yükleri ve mesnet hareketi bu kümeye dahildir. Bu kısım konu bütünlüğü gereği sonra işlenecektir.

2.5 İç Kuvvetler

Dış kuvvetlerin etkisiyle eleman uçlarında oluşan tesirlerdir. Yapısal hesap sonucu elde edilen değerleri yapı eksenlerindedir.

Bu kuvvetlerin diyagram çizme, kesit hesabı gibi işlemlerde kullanılabilmesi için eleman eksenlerine dönüştürülmesi gerekmektedir. Şekil 2.6'da yapı eksenleriyle 3 no'lu elemana ait eleman eksenleri arasında dönüşümü sağlayan aksinel dönüşüm matrisinin (\underline{L}) çıkarımı aşağıda gösterilmiştir.



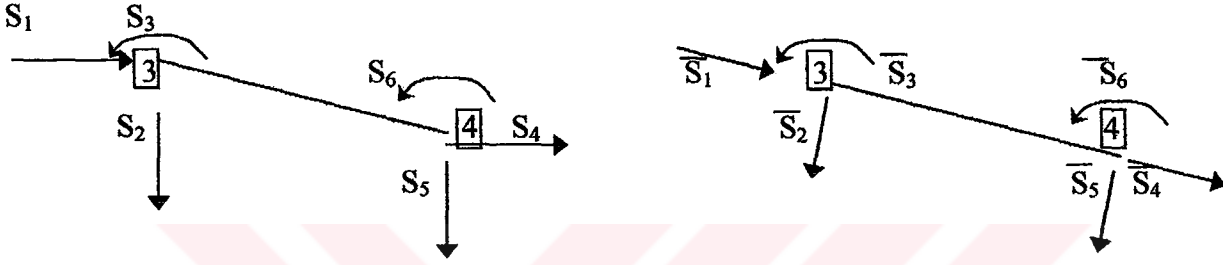
$$Y = \bar{Y}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \underline{L} \cdot \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix}$$

Şekil 2.6 Eksenel dönüşüm matrisinin(L) çıkarımı

Şekil 2.6'daki 3 no'lu elemana ait uç kuvvetleri aşağıda gösterilmiştir.



Yapı eksenlerindeki uç kuvvetlerinin şematik gösterimi

Eleman eksenlerindeki uç kuvvetlerin şematik gösterimi

Görüldüğü gibi sol uçta 1,2,3 numaralı kuvvetler,sağ uçta 4,5,6 numaralı kuvvetler bulunur.

$$\underline{S}^3 = \begin{bmatrix} S_1^3 \\ S_2^3 \\ S_3^3 \\ S_4^3 \\ S_5^3 \\ S_6^3 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{Sol uç} \\ \text{Sağ uç} \end{array}$$

$$\bar{\underline{S}}^3 = \begin{bmatrix} \bar{S}_1^3 \\ \bar{S}_2^3 \\ \bar{S}_3^3 \\ \bar{S}_4^3 \\ \bar{S}_5^3 \\ \bar{S}_6^3 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{Sol uç} \\ \text{Sağ uç} \end{array}$$

Yapı eksenlerindeki uç kuvvetlerin matrisyel gösterimi

Eleman eksenlerindeki uç kuvvetlerin matrisyel gösterimi

Hem yapı eksenlerinde hem kendi eksenlerinde 6*1 boyutlarında olan iç kuvvet matrislerinin birbiri arasında dönüşümünü sağlamak için $\underline{L}_D^i = \text{diag}(\underline{L})$ kullanılır. \underline{L}_D^i , 6*6 boyutlarında ortogonal bir matristir.

$$(\underline{L}_D^i)^T = (\underline{L}_D^i)^{-1} \quad (2.1)$$

$$\underline{L}_D^i = \begin{bmatrix} \underline{L}^i & 0 \\ 0 & \underline{L}^i \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$

$$\underline{S}^i = \underline{L}_D^i * \underline{S}^i \quad (2.2)$$

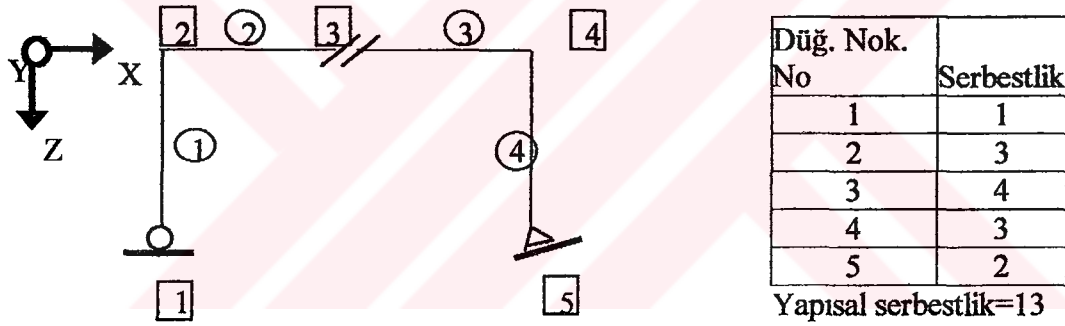
$$\underline{S}^i = (\underline{L}_D^i)^T * \underline{S}^i \quad (2.3)$$

2.6 Denge Bağıntısı

Dış kuvvetler ile uç kuvvetler arasındaki dengeyi ifade eden bağıntıdır.

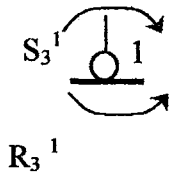
$$\underline{R} = \underline{C} \cdot \underline{S} \quad (2.4)$$

ile gösterilir. \underline{C} , sistem denge matrisidir. Her düğüm noktasında, etkiyen yükler ile o noktada birleşen elemanların uç kuvvetleri arasındaki ilişkiden yola çıkarak bütün düğüm noktaları için bu dış kuvvet-iç kuvvet denge matrisi hesaplandığında sistem denge matrisi oluşturulmuş olur. Aşağıdaki yapıya ait düğüm noktaları denge matrisleri bulunarak sistem denge matrisi oluşturulacaktır.



Şekil 2.7 Sistem denge matrisi oluşturulan yapı

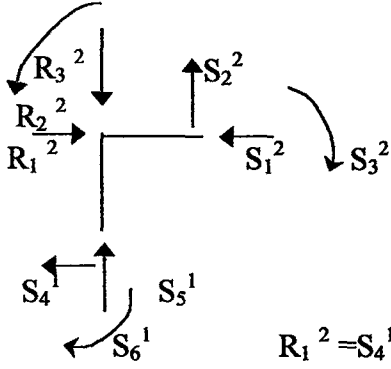
*1 no'lu düğüm noktasında sadece 1 no'lu elemanın sol ucu bulunmaktadır.



$$R_3^1 = S_3^1$$

$$\underline{R}^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_1^1 \\ S_2^1 \\ S_3^1 \end{bmatrix} = R_3^1$$

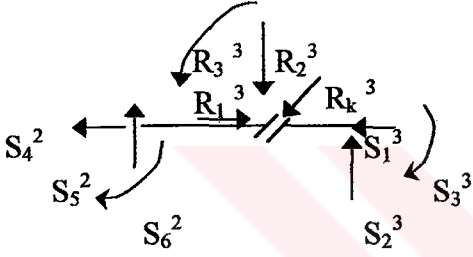
*2 no'lu düğüm noktasında 1 no'lu elemanın sağ ucu ile 2 no'lu elemanın sol ucu vardır.



$$\begin{aligned} R_1^2 &= S_4^1 + S_1^2 \\ R_2^2 &= S_5^1 + S_2^2 \\ R_3^2 &= S_6^1 + S_3^2 \end{aligned}$$

$$\underline{R}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_4^1 \\ S_5^1 \\ S_6^1 \\ S_1^2 \\ S_2^2 \\ S_3^2 \end{bmatrix}$$

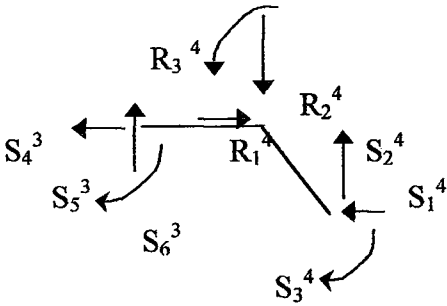
*3 no'lu düğüm noktasında 2 no'lu elemanın sağ ucu ile 3 no'lu elemanın sol ucu vardır.



$$\begin{aligned} R_1^3 &= S_4^2 + S_1^3 \\ R_2^3 &= S_5^2 + S_2^3 \\ R_3^3 &= S_6^2 + S_3^3 \\ R_k^3 &= S_4^2 \cdot \cos\gamma + S_5^2 \cdot \sin\gamma \end{aligned}$$

$$\underline{R}^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 1 \\ \hline \cos\gamma & \sin\gamma & 0 & | & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_4^2 \\ S_5^2 \\ S_6^2 \\ S_1^3 \\ S_2^3 \\ S_3^3 \end{bmatrix}$$

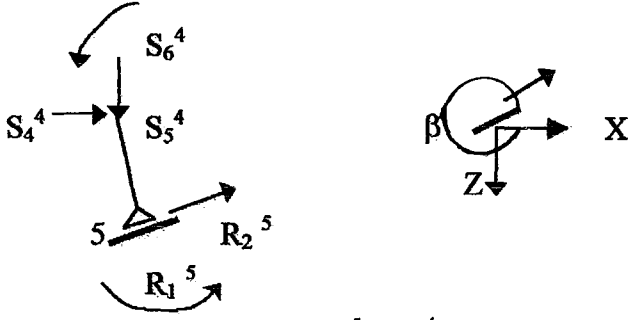
*4 no'lu düğüm noktasında 3 no'lu elemanın sağ ucu ile 4 no'lu elemanın sol ucu vardır.



$$\begin{aligned} R_1^4 &= S_1^4 + S_1^3 \\ R_2^4 &= S_2^4 + S_2^3 \\ R_3^4 &= S_3^4 + S_3^3 \end{aligned}$$

$$\underline{R}^4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1^4 \\ S_2^4 \\ S_3^4 \\ S_1^3 \\ S_2^3 \\ S_3^3 \end{bmatrix}$$

*5 no'lu düğüm noktasında sadece 4 no'lu elemanın sağ ucu vardır.



$$R_2^5 = S_6^4$$

$$R_1^5 = S_4^4 \cdot \cos\beta + S_5^4 \cdot \sin\beta$$

*Buradaki β , X-ekseni ile R_1^5 serbestliği ile saat yönündeki açıdır.

$$\underline{R}^5 = \begin{bmatrix} \cos\beta & \sin\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_4^4 \\ S_5^4 \\ S_6^4 \end{bmatrix}$$

Bulunan düğüm noktası denge matrisleri biraraya getirilerek sistem denge matrisi (\underline{C}) oluşturulur.

	S_1^1	S_2^1	S_3^1	S_4^1	S_5^1	S_6^1	S_1^2	S_2^2	S_3^2	S_4^2	S_5^2	S_6^2	S_1^3	S_2^3	S_3^3	S_4^3	S_5^3	S_6^3	S_1^4	S_2^4	S_3^4	S_4^4	S_5^4	S_6^4	
\underline{R}_m^1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	S_1^1
R_1^2	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	S_2^1
R_2^2	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	S_3^1
R_3^2	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	S_4^1
R_1^3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	S_5^1
R_2^3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	S_6^1
R_3^3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	S_1^2
R_4^3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\cos\beta$	$\sin\beta$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	S_2^2
R_1^4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	S_3^2
R_2^4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
R_3^4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	S_4^4
R_4^5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\cos\beta$	$(-\sin\beta)$	0	S_5^4
R_m^5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	S_6^4

2.7 Elastisite Bağıntısı

Elemana ait malzeme özelliklerine göre ortaya çıkan bu bağıntı, i elemanı için

$$\underline{S}^i = \underline{k}^i \cdot \underline{u}^i \quad (2.5)$$

formülüyle gösterilir.

* \underline{u}^i eleman uç deformasyonlarını temsil eden sütun matris olup 6×1 boyutundadır.

* \underline{k}^i : tam eleman rijitlik matrisidir. 6*6 boyutlarındadır. Bağımlı satır ve sütunları olduğu için singüler (tersi alınamayan) bir matris olup \underline{S}^i uç kuvvetleri ile bunların doğrultusundaki \underline{u}^i şekil değiştirmeleri arasında yazılan elastisite bağıntısını belirler.

Tam eleman rijitlik matrisinin çıkarılması için aşağıdaki formül kullanılabilir.

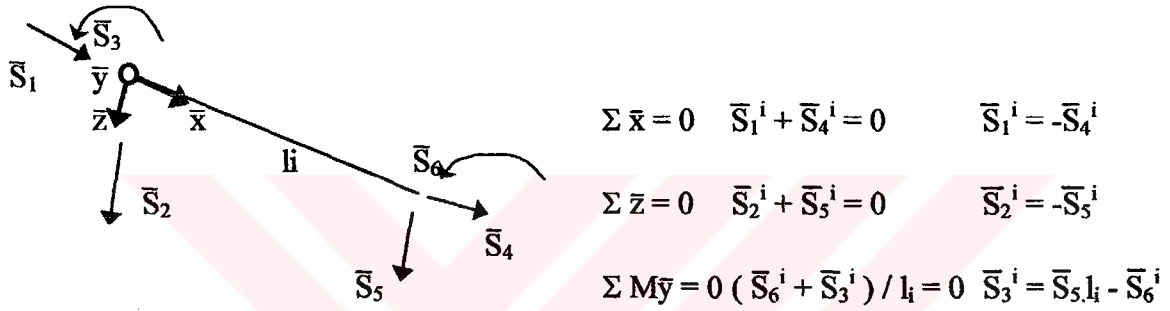
$$\bullet \quad \underline{k}^i = \underline{L}_D^i \cdot \underline{T}^i \cdot \underline{k}_r^i \cdot (\underline{T}^i)^T \cdot (\underline{L}_D^i)^T \quad (2.6)$$

* \underline{L}_D^i eleman eksenlerindeki uç kuvvetlerinin yapı eksenlerine taşınmasını sağlar.

Oluşturulması önceden gösterilmiştir.

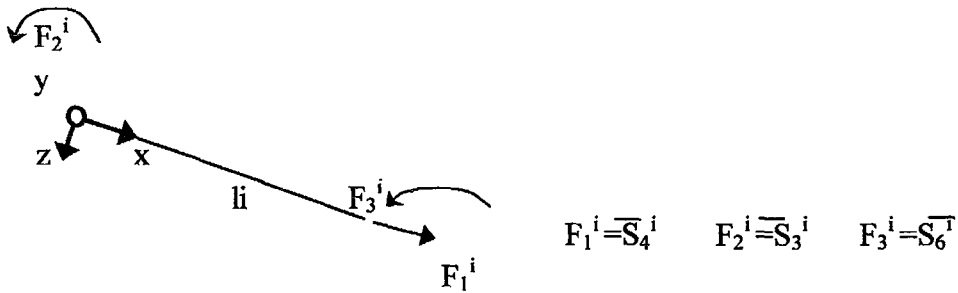
* \underline{T}^i , bağımsız uç kuvvetleri ile eleman uç kuvvetleri dönüşüm matrisidir.

Eleman eksenlerindeki çubuk uç kuvvetleri şekildeki gibidir.



Yukarda uç kuvvetlerin birbiri cinsinden yazılmasıyla, bu kuvvetlerin birbirlerinden bağımsız olmadıkları dolayısıyla sayılarının azaltılabileceği görülmektedir.

Böylelikle, eleman uç kuvvetlerini temsil eden ve birbirinden bağımsız olan bu kuvvetler bağımsız uç kuvvetleri olarak adlandırılırlar. Düzlem çerçeve elemanına ait bağımsız uç kuvvetleri aşağıda gösterilmiştir.



Eleman tam uç kuvvetleri (6 adet) ile bağımsız uç kuvvetleri (3 adet) arasındaki ilişkiyi yola çıkılarak şu bağıntılar yazılabilir.

$$\begin{aligned} \bar{S}_1^i &= -1.F_1^i + 0.F_2^i + 0.F_3^i \\ \bar{S}_2^i &= 0.F_1^i - (F_2^i / l_i) - (F_3^i / l_i) \\ \bar{S}_3^i &= 0.F_1^i + 1.F_2^i + 0.F_3^i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{S}_4^i &= 1.F_1^i + 0.F_2^i + 0.F_3^i \\ \bar{S}_5^i &= 0.F_1^i + (F_2^i / l^i) + (F_3^i / l^i) \\ \bar{S}_6^i &= 0.F_1^i + 0.F_2^i + 1.F_3^i\end{aligned}$$

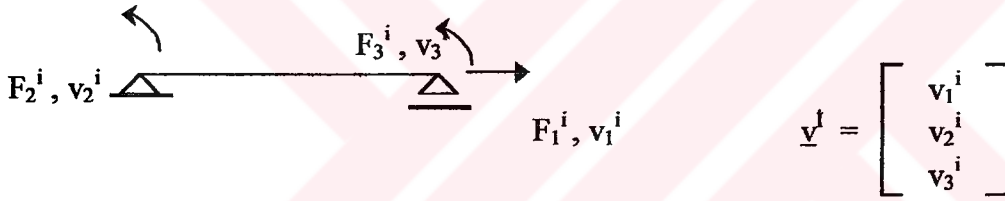
Bu denklemleri matrisyel olarak ifade edersek,

$$\underline{S}^i = \underline{T}^i \cdot \underline{F}^i \quad (2.7)$$

$$\underline{S}^i = \begin{bmatrix} S_1^i \\ S_2^i \\ S_3^i \\ S_4^i \\ S_5^i \\ S_6^i \end{bmatrix} \quad \underline{T}^i = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/l^i & -1/l^i \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/l^i & 1/l^i \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \underline{F}^i = \begin{bmatrix} F_1^i \\ F_2^i \\ F_3^i \end{bmatrix}$$

* \underline{k}^i indirgenmiş eleman rijitlik matrisidir. Bağımsız uç kuvvetleri \underline{F}^i 'lerle, bunların doğrultusundaki şekil değiştirmeler \underline{v}^i 'ler arasındaki elastisite bağıntısını belirler.

Bir basit kirişi ele aldığımızda, 3 adet bağımsız uç kuvveti doğrultusunda şekil değiştirme büyüklükleri matrisyel olarak ifade edersek şu sütun vektörü elde ederiz.



Şekil değiştirmelerle kendilerini meydana getiren uç kuvvetleri arasında malzeme kanunlarına bağlı olarak aşağıdaki bağıntı yazılabilir. \underline{f}^i , eleman fleksibilite matrisi olmak üzere eleman elastisite bağıntısı,

$$\underline{v}^i = \underline{f}^i \cdot \underline{F}^i \quad (2.8)$$

\underline{f}^i 'nin elemanlarını bulmak için Virtüel İş ifadesinden faydalanılmıştır. Burada virtüel büyüklükler ^ işareti ile gerçek büyüklüklerden ayrılmıştır.

Virtüel İş ifadesi,

$$f_{jk} = \int_0^L [(\hat{N}(x).N(x) / EA) + (\hat{\chi}_z Q_z(x).Q_z(x) / GA) + (\hat{M}_y(x).M_y(x) / EI_y)] dx$$

$\chi_z / GA \ll L^2 / 3EI_y$ olduğundan kesme kuvvetinin şekil değiştirmedeki payı ihmal edilebilir.

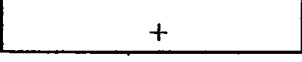
Eleman izostatik olarak mesnetlendirildiğinden, ($j=1,2,\dots,6$ olmak üzere)

$F_j=1$ için $\hat{N}(x)$, $\hat{Q}_z(x)$, $\hat{M}_y(x)$ virtüel iç kuvvetlerdir.

$F_j=1$ için $N(x)$, $Q_z(x)$, $M_y(x)$, gerçek yüklemeden meydana gelen iç kuvvetlerdir.

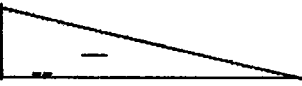
Buna göre, bağımsız uç kuvvetleri birim yük ile yüklenirlerse,

$\hat{F}_1 = 1$
 $F_1 = 1$



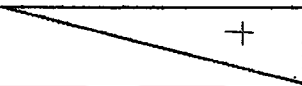
$N(x) = 1$

$\hat{F}_2 = 1$
 $F_2 = 1$



$M(x) = (-1/L)x + 1$

$\hat{F}_3 = 1$
 $F_3 = 1$



$M(x) = (1/L)x$

Virtüel İş ifadesinde bu değerler yerine konursa,

$$f_{11} = N / EA ; f_{12} = f_{13} = 0 ; f_{22} = L / 3EI ; f_{23} = -L / 6EI ; f_{33} = L / 3EI$$

$$\underline{f}^i = \begin{bmatrix} L / EA & 0 & 0 \\ 0 & L / 3EI & -L / 6EI \\ 0 & -L / 6EI & L / 3EI \end{bmatrix}$$

* f^i regüler bir matristir.

$$(\underline{f}^i)^{-1} = \underline{k}_r^i$$

* İndirgenmiş rijitlik matrisinin çıkarılmasıyla \underline{k}^i formülündeki bilinmeyenler tamamlanmıştır.

$$\underline{k}_r^i = \begin{bmatrix} EA / L & 0 & 0 \\ 0 & 4EI / L & 2EI / L \\ 0 & 2EI / L & 4EI / L \end{bmatrix}$$

$$* \quad \underline{k}^i = \underline{L}_D^i \cdot \underline{T}^i \cdot \underline{k}_r^i \cdot (\underline{T}^i)^T \cdot (\underline{L}_D^i)^T$$

Yukarda belirtilen $\underline{S}^i = \underline{k}^i \cdot \underline{u}^i$ bağıntısı eleman içindir.

Yapı için bu bağıntı m : eleman adedi ve p : eleman adedi* uç kuvvet sayısı ($m*6$) olmak üzere,

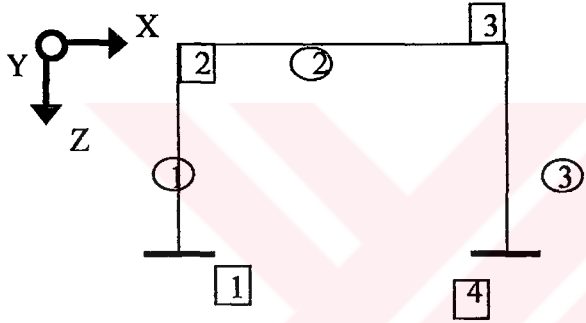
$$\underline{S}_{p*1} = \underline{k}_{p*p} \cdot \underline{u}_{p*1} \quad (2.9)$$

Daha detaylı olarak,

$$\begin{bmatrix} \underline{S}^1 \\ \underline{S}^2 \\ \underline{S}^3 \\ \dots \\ \underline{S}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{k}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{k}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{k}^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \underline{k}^m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{u}^1 \\ \underline{u}^2 \\ \underline{u}^3 \\ \dots \\ \underline{u}^m \end{bmatrix}$$

2.8 Kinematik Bağını

Dengede olan yapılarda virtüel iş teoremine göre, dış kuvvetlerin yapı üzerinde yaptığı iş , oluşan iç kuvvetlerin yaptığı işe eşittir. $W_{dış} = W_{iç}$



Şekil 2.2'deki , 6 serbestlik derecesine sahip yapıya fiktif bir yük vektörü etkimektedir

$W_{dış} = W_{iç}$. Buna göre,

$$(\underline{R}^T)_{1 \times 6} \cdot (\underline{r})_{6 \times 1} = (\underline{S}^T)_{1 \times 6} \cdot (\underline{u})_{6 \times 1}$$

$$\underline{R}^T = (\underline{C} \cdot \underline{S})^T = \underline{S}^T \cdot \underline{C}^T \longrightarrow \underline{S}^T \cdot \underline{C}^T \cdot \underline{r} = \underline{S}^T \cdot \underline{u} \longrightarrow \underline{u} = \underline{C}^T \cdot \underline{r}$$

$$\underline{u} = \underline{C}^T \cdot \underline{R} \quad (2.10)$$

Görüldüğü gibi kinematik dönüşüm matrisi (\underline{C}^T), sistem denge matrisinin (\underline{C}) transpozesidir.

2.9 Sistem Rijitlik Matrisi

Yapıya ait temel bağıntılar :

a)Denge Bağıntısı : $\underline{R} = \underline{C} \cdot \underline{S}$

b)Rijitlik Bağıntısı :

$$\underline{k} = \text{diag}(\underline{k}^i) \quad \underline{S} = \underline{k} \cdot \underline{u}$$

c) Kinematik Bağıntı : $\underline{u} = \underline{C}^T \cdot \underline{r}$

Bu üç temel bağıntıdan ilerleyerek \underline{K} oluşturulur.

$$\underline{R} = \underline{C} \cdot \underline{S} = \underline{C} \cdot \underline{k} \cdot \underline{u} = \underline{C} \cdot \underline{k} \cdot \underline{C}^T \cdot \underline{r} = \underline{K} \underline{r}$$

$$\underline{R} = \underline{K} \cdot \underline{r} \quad (2.11)$$

$$\underline{K} = \underline{C} \cdot \underline{k} \cdot \underline{C}^T \quad (2.12)$$

Bu üçlü çarpıma aynı zamanda endirekt oluşum da denir.

2.9.1 Sistem rijitlik matrisi'nin özellikleri :

- Yapısal koordinatlar adedince satır ve sütundan oluşan \underline{K} , yapının tüm geometrik ve malzeme ile ilgili özelliklerini bünyesinde taşıyarak yüklemeye karşı yapının tepkisini vermeye hazır elastik bir yay gibi ele alınabilir.
- Maxwell Teoremi gereğince simetriktir.
- Ters alınabilir.
- Deplasman vektörü sıfırdan farklı olduğu sürece $0.5 \cdot \underline{r}^T \cdot \underline{K} \cdot \underline{r}$ (şekil değiştirme enerjisi) her zaman pozitifdir. (positive-definiteness)

2.9.2 Sistem rijitlik matrisinin doğrudan oluşturulması

\underline{K} 'nın denge ve kinematik dönüşüm matrisleri olmadan da direkt olarak oluşturulması mümkündür. Bunun için, aşağıdaki yöntem takip edilir.

Bütün düğüm noktaları serbest ara düğüm noktaları gibi ele alınır, yani sınır şartları göz ardı edilir. Bu şekilde oluşturulacak \underline{K} , \underline{K}' ile gösterilir.

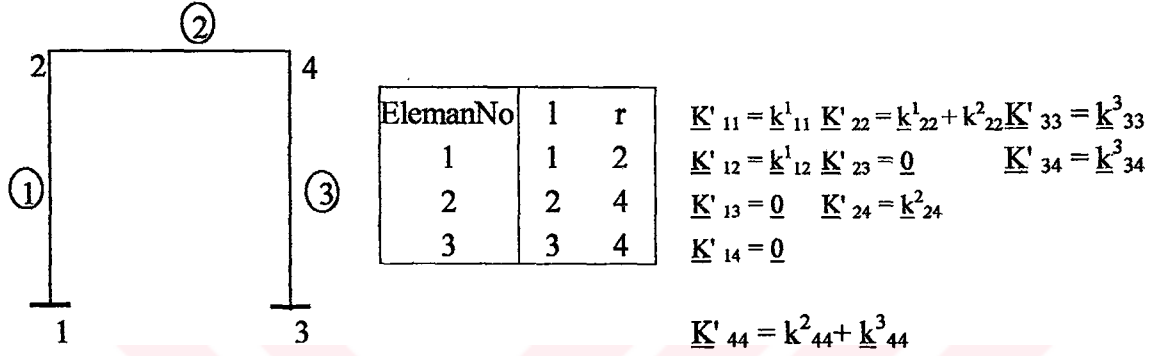
Her elemana ait eleman rijitlik matrisleri oluşturulur. Örneğin y elemanına ait rijitlik matrisi, sol ucu - i -, sağ ucu - j - olmak üzere dört kısma ayrılır.

$$\underline{k}^y = \begin{bmatrix} \underline{k}_{ii}^y & \underline{k}_{ij}^y \\ \underline{k}_{ij}^y & \underline{k}_{jj}^y \end{bmatrix}$$

\underline{K}' 'nün alt matrisleri \underline{K}'_{ij} ile gösterilirse,

$$\underline{K}'_{ij} = \sum_{k=1}^m \underline{k}'_{ij} \quad (2.13)$$

Şekil 2.2'den yola çıkarak aşağıda bir örnek sunulmuştur.



$$\underline{k}^1 = \begin{bmatrix} & \underline{k}^1_{12} & \\ \underline{k}^1_{21} & \underline{k}^1_{22} & \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad \underline{k}^2 = \begin{bmatrix} \underline{k}^2_{22} & \underline{k}^2_{24} \\ \underline{k}^2_{42} & \underline{k}^2_{44} & \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad \underline{k}^3 = \begin{bmatrix} \underline{k}^3_{33} & \underline{k}^3_{34} \\ \underline{k}^3_{43} & \underline{k}^3_{44} & \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$

$$\underline{K}' = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{array} \begin{bmatrix} & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \underline{k}^1_{11} & & \underline{k}^1_{12} & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & & & \\ & \underline{k}^1_{21} & & \underline{k}^1_{22} + \underline{k}^2_{22} & & & 0 & 0 & 0 & & \underline{k}^2_{24} & \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & & & \\ 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\ 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & \underline{k}^3_{33} & & & \underline{k}^3_{34} & \\ 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & \\ 10 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & & \\ 11 & 0 & 0 & 0 & \underline{k}^2_{24} & & & \underline{k}^3_{34} & & & \underline{k}^2_{44} + \underline{k}^3_{44} & \\ 12 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & & \end{bmatrix}$$

\underline{K}' üzerinde satır ve sütunların silinmesi ile aşağıdaki hali alır.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

$$\underline{K}' = \begin{bmatrix} 1 & \text{Hatched} & \text{Hatched} & 0 & 0 & 0 & \text{Hatched} & \text{Hatched} & \text{Hatched} \\ 2 & k_{11}^1 & k_{12}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & \text{Hatched} & \text{Hatched} & 0 & 0 & 0 & \text{Hatched} & \text{Hatched} & \text{Hatched} \\ 5 & k_{21}^1 & k_{22}^1 + k_{22}^2 & 0 & 0 & 0 & k_{24}^2 & & \\ 6 & & & 0 & 0 & 0 & & & \\ 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \text{Hatched} & \text{Hatched} & \text{Hatched} \\ 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{33}^2 & k_{34}^2 & \\ 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & \\ 10 & \text{Hatched} & \text{Hatched} & \text{Hatched} & \text{Hatched} & \text{Hatched} & \text{Hatched} & \text{Hatched} & \text{Hatched} \\ 11 & 0 & 0 & 0 & k_{24}^2 & k_{34}^2 & & & k_{44}^2 + k_{44}^3 \\ 12 & 0 & 0 & 0 & & & & & \end{bmatrix}$$

Sonuç olarak, Sistem Rijitlik Matrisi 6*6 boyutlarında kalmıştır.

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} k_{22}^1 + k_{22}^2 & k_{24}^2 \\ k_{24}^2 & k_{44}^2 + k_{44}^3 \end{bmatrix}$$

2.10 Dügüm Noktası Deplasmanlarının (\underline{r}) Tayini

Denge bağıntısından dügüm noktası deplasmanlarını bulmak için \underline{K}^{-1} 'in bulunması gerekir. $\underline{R} = \underline{K} \cdot \underline{r} \rightarrow \underline{r} = \underline{K}^{-1} \cdot \underline{R}$

Bu işlem için bir çok yöntem vardır. Gauss Eliminasyon, Cholesky Yöntemi, gibi. Burada, programda da kullanılan, Cholesky Yöntemi'nden bahsedilecektir.

$$*\text{Sistem Rijitlik Matrisi } \underline{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{21} & \dots & k_{1n} \\ k_{12} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix} \quad n : \text{yapı serbestliğı}$$

Bu yöntemle \underline{K} , bir alt üçgen ve bir üst üçgen matrislere ayrılır.

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} g_{11} & 0 & 0 & 0 \\ g_{12} & g_{22} & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \dots & g_{n1} \\ 0 & g_{22} & \dots & g_{n2} \\ 0 & 0 & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} g_{n1} & g_{n2} & \dots & g_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & g_{nn} \end{bmatrix}$$

Bulunan \underline{G} matrisine Cholesky Faktörü denir. Bu matrise ait elemanlar aşağıdaki formüllerle tayin edilir.

$$* (i > j) \quad g_{ij} = (k_{ij} - \sum_{m=1}^{j-1} g_{im} \cdot g_{jm}) / g_{jj}$$

$$* \quad g_{ii} = (k_{ii} - \sum_{m=1}^{i-1} g_{im}^2)^{0.5}$$

Cholesky Faktörü (\underline{G}) hesaplandıktan sonra denge bağıntısı'ndan düğüm noktası deplasmanlarını bulabiliriz.

$$\underline{K} = \underline{G} \cdot \underline{G}^T \quad \longrightarrow \quad \underline{R} = \underline{K} \cdot \underline{r} \quad \longrightarrow \quad \underline{R} = \underline{G} \cdot \underline{G}^T \cdot \underline{r}$$

$$\underline{G}^T \cdot \underline{r} = \underline{y} \quad \underline{R} = \underline{G} \cdot \underline{y}$$

$$a) \quad \underline{R} = \underline{G} \cdot \underline{y} \quad y_j = (R_j - \sum_{i=1}^{j-1} g_{ij} \cdot R_i) / g_{jj}$$

$$b) \quad \underline{G}^T \cdot \underline{r} = \underline{y} \quad r_i = (y_i - \sum_{j=i+1}^n g_{ji} \cdot r_j) / g_{ii}$$

2.11 Eleman Uç Deformasyonlarının Tayini

Sistem denge matrisinin (\underline{C}) transpozunu almak suretiyle bulunan kinematik dönüşüm matrisi (\underline{C}^T) ile düğüm noktası deplasmanları (\underline{r}) çarpılarak bütün yapı için p*1 boyutlarındaki eleman uç deformasyonları matrisi (\underline{u}) bulunur.

$$\underline{u} = \underline{C}^T \cdot \underline{r}$$

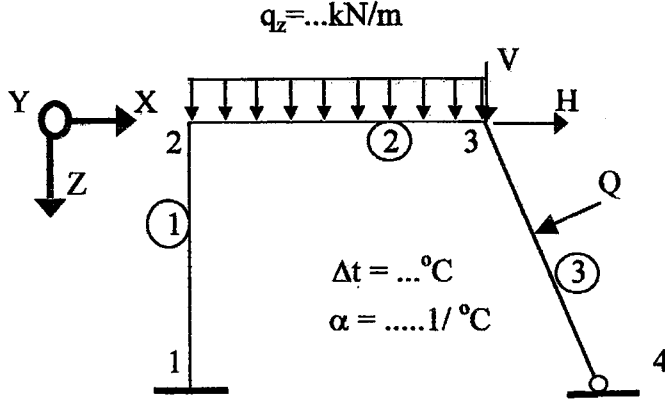
2.12 Eleman Uç Kuvvetlerinin Tayini

Her elemana ait uç deformasyonların eleman rijitlik matrisleriyle çarpımları sonucu yapı eksenlerindeki eleman uç kuvvetleri bulunur. Bunların eleman eksenel dönüşüm matrisleriyle çarpımlarıyla da eleman eksenlerindeki değerleri bulunur.

$$\underline{S}^i = \underline{k}^i \cdot \underline{u}^i \quad \underline{\bar{S}}^i = (\underline{L}^i)^T * \underline{S}^i$$

2.13 Eleman Yükleri

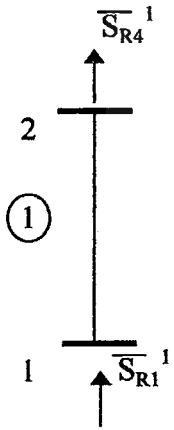
Tekil yük, yayılı yük, sıcaklık etkisi gibi eleman yükleri ankastrelik kuvvetlere çevrilerek düğüm noktası yükleri olarak yapıya etkilirler. Şekil 6,2de eleman yükleri için bir örnek görülmektedir.



Şekil 2.8 Eleman yükleri etkisi

*1 no'lu eleman

Eleman yükü : üniform sıcaklık farkı



$$t^o = t^{\text{güncel}} - t^{\text{yapım}}$$

$$t^o = \dots^{\circ}\text{C}$$

$$\alpha = \dots 1/^{\circ}\text{C}$$

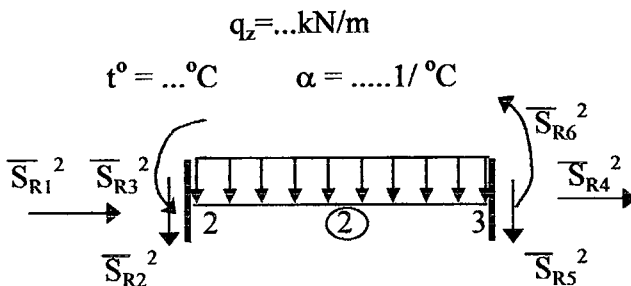
*Şekil 2.8'de 1 no'lu elemana t^o sabit ısı farkı etkimektedir.

$$\bar{S}_{R4}^1 = E.A.\alpha.t^o = \dots \text{kN}$$

$$\bar{S}_{R1}^1 = -E.A.\alpha.t^o = \dots \text{kN}$$

*2 no'lu eleman

Eleman yükü : üniform sıcaklık farkı ve düzgün yayılı yük



*Şekil 2.8'de 2 no'lu elemana

sabit ısı farkı ve düzgün yayılı yük etkimektedir.

$$\overline{S}_{R1}^2 = -E.A.\alpha.t^0 = \dots kN$$

$$\overline{S}_{R2}^2 = -q_z.L/2 = \dots kN$$

$$\overline{S}_{R3}^2 = q_z.L^2/12 = \dots kN$$

$$\overline{S}_{R4}^2 = E.A.\alpha.t^0 = \dots kN$$

$$\overline{S}_{R5}^2 = -q_z.L/2 = \dots kN$$

$$\overline{S}_{R6}^2 = -q_z.L^2/12 = \dots kN$$

Her elemana ait ankastrelik kuvvetler, hesaplandıktan sonra eksenel dönüşüm matrisleri (L_D^i) yardımıyla yapı eksenlerindeki değerlerine çevrilirler.

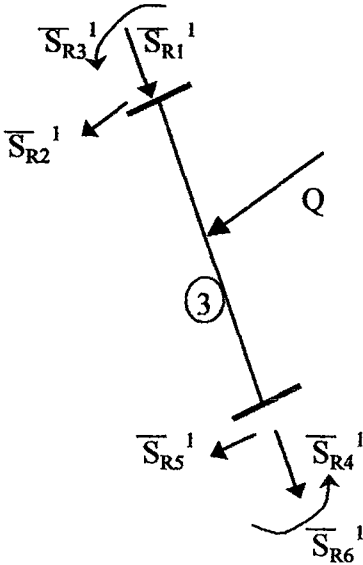
$$*S^i = L_D^i * \overline{S}^i$$

Sistem Denge Matrisi (C) oluşturulur.

Yapı eksenlerine transfer edilen uç kuvvetleri, eleman adedi*6 = 18 boyutunda bir sütun matriste toplanırlar.

$$S_R = \begin{bmatrix} \underline{S}_R^1 & 6*1 \\ \underline{S}_R^2 & 6*1 \\ \underline{S}_R^3 & 6*1 \end{bmatrix} 18*1$$

*3 no'lu eleman



$$\overline{S}_{R1}^3 = -E.A.\alpha.t^0 = \dots kN$$

$$\overline{S}_{R2}^3 = -Q/2 = \dots kN$$

$$\overline{S}_{R3}^3 = Q.L/2 = \dots kN$$

$$\overline{S}_{R4}^3 = E.A.\alpha.t^0 = \dots kN$$

$$\overline{S}_{R5}^3 = -Q/2 = \dots kN$$

$$\overline{S}_{R6}^3 = -Q.L/2 = \dots kN$$

$$R_R = -C.S_R$$

(2.14)

denklemleri ile mevcut yük vektörüne eklenmek üzere ankastratik yük vektörü bulunur. Sonuç yük vektörü \underline{R}^+ olarak gösterilir.

$$\underline{R}^+ = \underline{R} + \underline{R}_R \quad (2.15)$$

Hesapların sonucunda her elemana ait uç kuvvetleri ,yukarıda bulunan ankastratik kuvvetlerle toplanarak toplam uç kuvvetleri bulunmuş olur.

$$\underline{S}^{+i} = \underline{S}^i + \underline{S}_R^i \quad (2.16)$$

2.14 Matris Deplasman Yöntemi'nde Hesap Aşamaları Özeti

- Sistemin düğüm noktası ve elemanları numaralandırılır, eleman fiziksel ve geometrik özellikleri de belirtilerek düğüm noktası ve eleman tabloları oluşturulur.
- Sistem denge matrisi (\underline{C}) oluşturulur.
- Düğüm noktası yükleriyle (\underline{R}) beraber eleman yükleri de ($\underline{R}_R = - \underline{C} \cdot \underline{S}_R$) tanımlanarak toplam yük vektörü oluşturulur.

$$\underline{R}^+ = \underline{R} + \underline{R}_R$$

- Eleman rijitlik matrisleri (\underline{k}^i) oluşturulur.
- Bu matrislerden faydalanarak sistem rijitlik matrisi oluşturulur.

$$\underline{k} = \text{diag}(\underline{k}^i) \quad \underline{K} = \underline{C} \cdot \underline{k} \cdot \underline{C}^T$$

- Sistem rijitlik matrisinin inversi hesaplanarak düğüm noktası deplasmanları bulunur.

$$\underline{r} = \underline{K}^{-1} \cdot \underline{R}$$

- Kinematik şart gereği eleman deformasyonları hesaplanır.

$$\underline{u} = \underline{C}^T \cdot \underline{r}$$

- Bulunan eleman uç deformasyonları yardımıyla eleman uç kuvvetleri önce yapı eksenlerinde hesaplanır, koordinat dönüşümü ile eleman eksenlerine dönüştürülürler, eleman ankastrelik kuvvetlerle toplanarak yapı uç kuvvetleri bulunmuş olur.

$$\underline{S}^i = \underline{k}^i \cdot \underline{u}^i \quad \overline{\underline{S}}^i = (\underline{L}_D^i)^T * \underline{S}^i \quad \overline{\underline{S}}^{+i} = \overline{\underline{S}}^i + \overline{\underline{S}}_{Ri}$$



3. YAPHES PROGRAMI

3.1 Kısa Bilgi

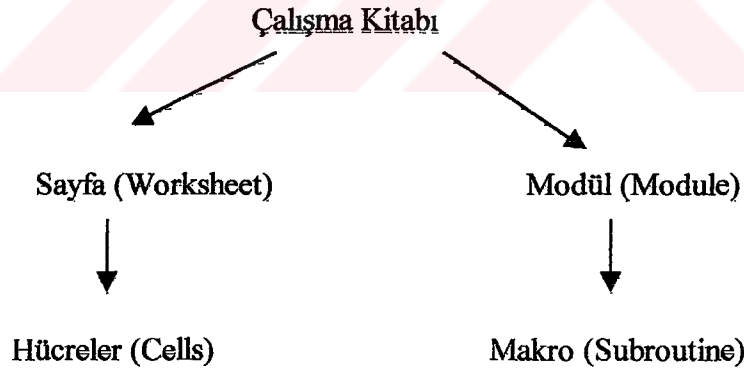
Bu çalışmanın konusu olan YapHes2.1 adlı program, Microsoft Firması'nca üretilmiş Excel Programı ortamında, çok kapsamlı olmayan düzlemsel çerçeve sistemleri.I. Mertebe Teorisi'ne dayanarak statik yüklere göre çözecek şekilde tasarlanmıştır.

Excel, bir hesap tablosu ya da çalışma tablosu(spreadsheet) programıdır. Çalışma tablosu (worksheet), satırlar ve sütunlardan oluşan bir alandır. Satır ve sütunların kesiştiği alanlara hücre (cell) denir. Bu hücrelere çeşitli alanlarla ilgili veriler girilerek her türlü mühendislik, finansal, planlamaya yönelik işlemler yapılabilir. Ayrıca matrisyel işlemlerin etkinlikle uygulanabilmesi ve birazdan anlatılacak olan Visual Basic desteği de program yazımı için uygun özellikleridir.

Excel'in, basit kullanıma yönelik olan çalışma sayfasından başka ikinci ve daha önemli olan hesapları otomatikleştiren modül kısmı vardır. Modül, Visual Basic Programlama Dili'ni içeren yani bir çalışma kitabının yazılım kısmını içeren, çalışma kitabı parçasıdır. Visual Basic kolaylıkla anlaşılabilen ve ülkemizde çok yaygın olarak bilinen Basic programlama dilinin biraz daha geliştirilmiş bir uygulamasıdır.

.Çalışma kitabının modül kısmı, Visual Basic kullanılarak programcıların ürettiği Makro yada Subroutine olarak bilinen küçük programları bünyesinde barındırır.

Çalışma kitabı yapısının şematik gösterimi:



3.2 YapHes2.1' in Tanıtımı

YapHes2.1 disketi bilgisayara takıldıktan sonra, Windows Gezgini (Explorer) açılır ve A: sürücüsünden YapHes Klasörü bilgisayara C: sürücüsüne kopyalanır. Programın çalışması için bilgisayarda Excel (7.0 tavsiye edilir) yüklü olmalıdır.

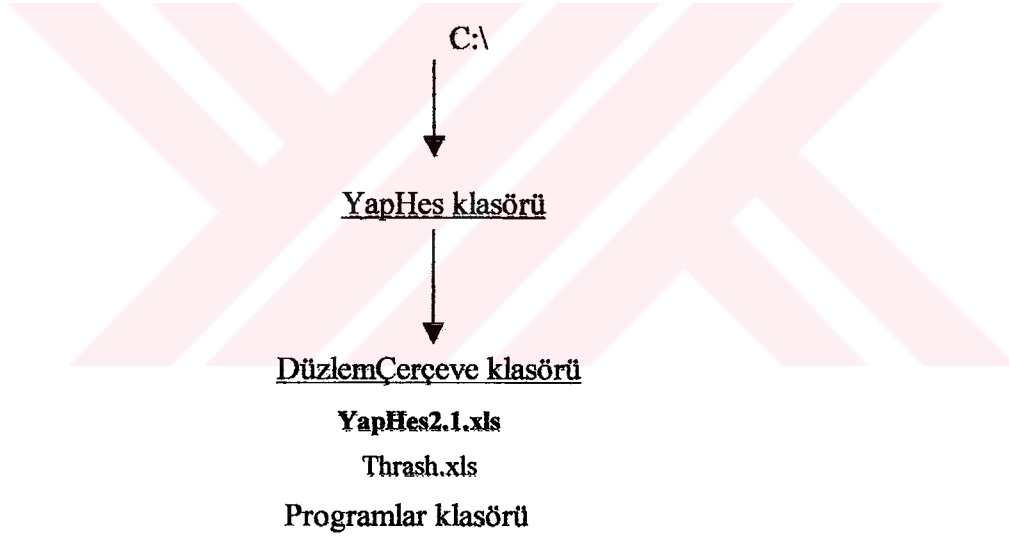
YapHes klasörü çift tıklanarak klasör açılır ve DüzlemÇerçeve klasörü ortaya çıkar. Bu şekilde tasarımın nedeni, daha sonra eklentilerin yapılması halinde mevcut dosyalar üzerinde zorunlu bir değişikliğe gidilmemesidir.

Programın kullanımında en önemli noktalardan birisi, kullanıcının sadece YapHes2.1.xls ile işlem yapacağıdır, Thrash.xls ve programlar klasörünün mevcut yapılarında bir değişikliğe gidildiği takdirde, YapHes fonksiyonlarını yerine getiremeyebilir. Bu sebeple sadece YapHes2.1.xls çalışma kitabının açılması ve diğer dosyalara müdahale edilmemesi tavsiye olunur.

YapHes klasörü içerisinde bulunan düzlem çerçeve klasörü de açılarak YapHes2.1 'e ulaşılır.

Bu klasörün içinde yönetici olma özelliğine sahip bir adet yönetici çalışma kitabı ile matris deplasman metodu aşamalarını uygulamak üzere programlar klasörü içerisinde 7 adet çalışma kitabını içerir.

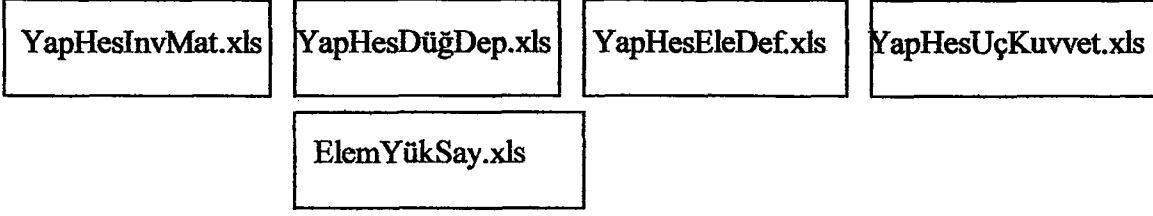
Aşağıda YapHes2.1 programının şematik olarak düzeni sunulmuştur.



Programlar klasöründe, Matris deplasman metodu hesap aşamalarını gerçekleştirmek üzere çalışma kitapları bulunmaktadır. Bunlar aşağıda gösterilmiştir.

Programlar klasörü

YapHesVeri.xls	YapHesSisDenMat.xls	YapHesRijitMat.xls	YapHesYardmCho.xls
----------------	---------------------	--------------------	--------------------



• YapHes2.1.xls : sürekli bilgisayar belleğinde duran , algoritmanın işleyişini kontrol eden çalışma kitabıdır. Kendine özel bir menüsü vardır. Program açıldığında menü çubuğu da otomatik olarak açılır. Kullanıcı YapHes2.1 ile iletişim kurmak için bu menüleri kullanması gerekir. Bünyesinde barındırdığı makrolarla(subroutine) YapHes komut vermeye yarayan menüler bu programın birer parçalarıdır.Bu ana menülere sırasıyla değinilecektir. Kullanıcı YapHes'e menü seçenekleriyle bir komut verdiğinde, program diğer programcıkları açar ve içlerindeki yazılımları bilgisayar hafızasına yükleyerek komutu icra eder. Örneğin kullanıcı sistem denge matrisinin hesaplanmasını istemiş olsun. YapHes2.1.xls , YapHesSisDenMat.xls'i açar ve içindeki programla işlemi gerçekleştirir.

- YapHesSisDenMat.xls : Sistem denge matrisini hesaplar.
- YapHesRijitMat.xls : Sistem rijitlik matrisini hesaplar.
- YapHesYardmCho.xls : Rijitlik matrisinin tersini almak için kullanılan Cholesky Faktörünü hesaplar.
- YapHesInvMat.xls : Rijitlik matrisinin tersini, YapHesYardmcho.xls'in veri desteğiyle hesaplar.
- YapHesDüğDep.xls : Düğüm noktaları deplasmanlarını analiz eder.
- YapHesEleDef.xls : Bulunan düğüm noktası deplasmanlarını eleman uç deformasyonlarına çeviren çalışma kitabıdır.
- YapHesUçKuvvet.xls : Yapıya ait elemanların uç kuvvetlerini hesaplar.

3.3 YapHes2.1' in Kullanımı

Program ankastre, sabit ,kayıcı ve ankastre kayıcı mesnetlere sahip çerçevelerle ara mafsallı çerçeveleri de çözebilmektedir.

Program açıldığında kullanıcının karşısına en son çalışmaya ait bir sayfa ile program menüsü çıkar. Her menü ve seçenekleri aşağıda belirtilmiştir. Bu menülerin kullanımını öğrendikten sonra programı kullanmanın pratik olduğu görülecektir.

- Ana Sayfa
 - a)Yapı Verileri : Eleman ve düğüm noktaları tablolarını gösterir.

b)Eleman özellikleri ve serbestlik analizi: eleman tablosunda eleman boyları, kosinüs ve sinüsleri ile düğüm noktası tablosunda düğüm noktası serbestliklerini bulmaya yarar.

Kullanıcının işini kolaylaştırır.

c)Yeni Yapı : Programa yeni bir yapı tanıtılmasını sağlar. Burada bir uyarı yapmak gerekmektedir. Menüler çok hassas olduğundan kolayca bu seçenek seçilebilmektedir. Bu sebeple faaliyete geçmeden önce “Dikkat .Tüm çalışmalar silinecek” ifadesinde bir mesaj iletilecektir. Kaza ile bu tuşa basılmışsa , “hayır” cevabı verilmelidir.

- Yükler :

a)Göster : Yük sayfasını gösterir.

b)Kaydet : Yapılan değişiklikleri kaydeder.

- SistemDengeMat :

a)Hesapla : Sistem denge matrisini hesaplar ve sonuçları kullanıcıya gösterir.

b)Göster : Sistem denge matrisini gösterir.

c)Kaydet : Yapılan değişiklikleri kaydeder.

- SistemRijitMat :

a)Hesapla : Sistem rijitlik matrisini hesaplar ve sonuçları kullanıcıya gösterir.

b)Göster : Sistem rijitlik matrisini gösterir.

c)Kaydet : Yapılan değişiklikleri kaydeder.

- InversMat:

a) Lc'yi hesapla : Cholesky faktörünü hesaplar.

b) Lc'yi göster : Cholesky faktörünü gösterir.

c) Invers'i hesapla : Invers matrisi hesaplar.

d) Invers'i göster : Invers matrisi gösterir.

- Deplasmanlar :

a)Hesapla : Düğüm noktası deplasmanlarını hesaplar ve sonuçları kullanıcıya gösterir.

b)Göster : Düğüm noktası deplasmanlarını gösterir.

c)Kaydet : Yapılan değişiklikleri kaydeder.

- Deformasyonlar :

a)Hesapla : Eleman uç deformasyonlarını hesaplar ve sonuçları kullanıcıya gösterir.

b)Göster : Eleman uç deformasyonlarını gösterir.

c)Kaydet : Yapılan değişiklikleri kaydeder.

- UçKuvvetler

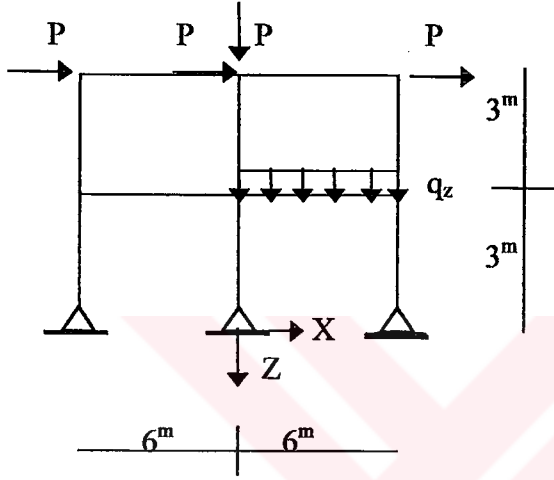
a)Hesapla : Eleman uç kuvvetlerini hesaplar ve sonuçları kullanıcıya gösterir.

b)Göster : Eleman uç kuvvetlerini gösterir.

4. SAYISAL UYGULAMALAR

4.1 Sayısal Uygulama : 1

*Sayısal Uygulama : 1



$$P = 15 \text{ kN}$$

$$q_z = 5 \text{ kN/m}$$

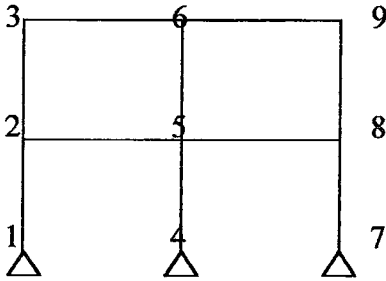
$$E = 199900000 \text{ kN/m}^2$$

$$A = 0.15 \text{ m}^2$$

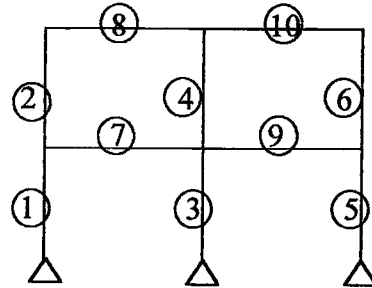
$$I = 0.003125 \text{ m}^4$$

$$\alpha = 1.170\text{E-}5 \text{ 1/}^\circ\text{C}$$

- Verilen yüklere göre sistemi çözünüz.
- $t_0 = 30^\circ\text{C}$ düzgün ısı farkına göre sistemi çözünüz.



Düğüm Noktaları Numaraları



Eleman Numaraları

*Sayısal Uygulama : 1

*Uç Kuvvetleri

* Tekil ve Yayılı Yük

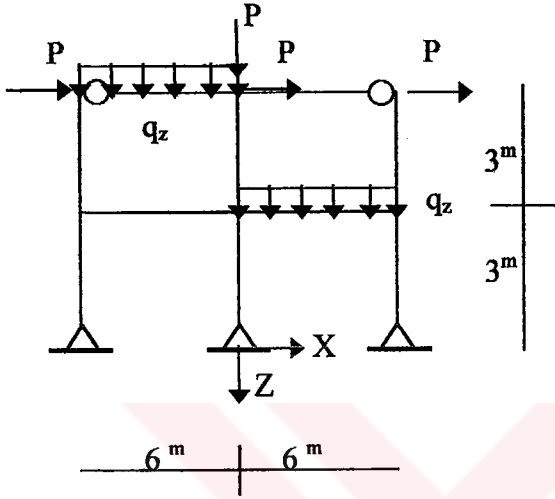
Eleman	Eleman Sol Ucu			Eleman Sağ Ucu		
	Normal K	Kesme K	Moment	Normal K	Kesme K	Moment
1	-22,643	-13,427	0,000	22,643	13,427	40,282
2	-7,213	-10,227	7,416	7,213	10,227	23,265
3	30,286	-16,290	0,000	-30,286	16,290	48,869
4	14,522	-21,922	24,525	-14,522	21,922	41,241
5	37,357	-15,283	0,000	-37,357	15,283	45,849
6	7,691	-12,851	13,636	-7,691	12,851	24,917
7	-3,200	15,430	-47,698	3,200	-15,430	-44,880
8	4,773	7,213	-23,265	-4,773	-7,213	-20,013
9	2,432	-0,334	-28,513	-2,432	-29,666	-59,486
10	-2,149	7,691	-21,227	2,149	-7,691	-24,917

* Yük : $t^{\circ} = 30^{\circ}C$

Eleman	Eleman Sol Ucu			Eleman Sağ Ucu		
	Normal K	Kesme K	Moment	Normal K	Kesme K	Moment
1	19,037	90,639	0,000	-19,037	-90,639	-271,916
2	-7,452	-65,150	165,762	7,452	65,150	29,687
3	-38,074	0,000	0,000	38,074	0,000	0,000
4	14,904	0,000	0,000	-14,904	0,000	0,000
5	19,037	-90,639	0,000	-19,037	90,639	271,916
6	-7,452	65,150	-165,762	7,452	-65,150	-29,687
7	155,788	-26,489	106,154	-155,788	26,489	52,780
8	-65,150	7,452	-29,687	65,150	-7,452	-15,025
9	155,788	26,489	-52,780	-155,788	-26,489	-106,154
10	-65,150	-7,452	15,025	65,150	7,452	29,687

4.2 Sayısal Uygulama : 2

*Sayısal Uygulama : 2



$$P = 15 \text{ kN}$$

$$q_z = 5 \text{ kN/m}$$

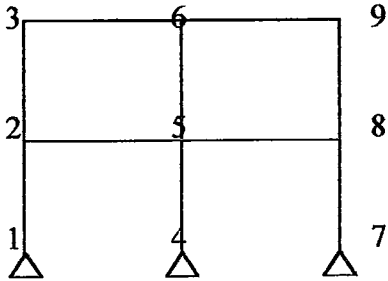
$$E = 199900000 \text{ kN/m}^2$$

$$A = 0.15 \text{ m}^2$$

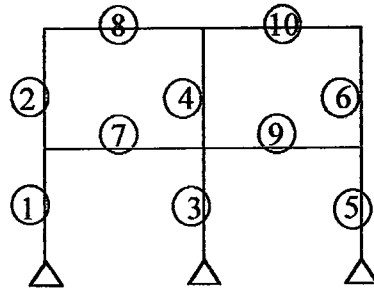
$$I = 0.003125 \text{ m}^4$$

$$\alpha = 1.170\text{E-}5 \text{ } 1/^\circ\text{C}$$

- Verilen yüklere göre sistemi çözünüz.
- $t_o = 30^\circ\text{C}$ düzgün ısı farkına göre sistemi çözünüz.



Düğüm Noktaları Numaraları



Eleman Numaraları

*Sayısal Uygulama : 2

*Uç Kuvvetleri

* Tekil ve Yayılı Yük

Eleman	Eleman Sol Ucu			Eleman Sağ Ucu		
	Normal K	Kesme K	Moment	Normal K	Kesme K	Moment
1	-9,687	-13,855	0,000	9,687	13,855	41,564
2	8,416	-4,469	13,408	-8,416	4,469	0,000
3	49,374	-15,310	0,000	-49,374	15,310	45,931
4	33,638	-34,108	45,144	-33,638	34,108	57,179
5	35,313	-15,835	0,000	-35,313	15,835	47,504
6	2,946	-6,423	19,269	-2,946	6,423	0,000
7	-9,385	18,103	-54,972	9,385	-18,103	-53,647
8	10,531	-8,416	0,000	-10,531	-21,584	-39,503
9	9,412	2,367	-37,428	-9,412	-32,367	-66,773
10	-8,577	2,946	-17,675	8,577	-2,946	0,000

* Yük : $t^{\circ} = 30^{\circ}C$

Eleman	Eleman Sol Ucu			Eleman Sağ Ucu		
	Normal K	Kesme K	Moment	Normal K	Kesme K	Moment
1	27,244	89,015	0,000	-27,244	-89,015	-267,046
2	-0,071	-52,501	157,504	0,071	52,501	0,000
3	-54,487	0,000	0,000	54,487	0,000	0,000
4	0,142	0,000	0,000	-0,142	0,000	0,000
5	27,244	-89,015	0,000	-27,244	89,015	267,046
6	-0,071	52,501	-157,504	0,071	-52,501	0,000
7	141,517	-27,314	109,541	-141,517	27,314	54,345
8	-52,501	0,071	0,000	52,501	-0,071	-0,425
9	141,517	27,314	-54,345	-141,517	-27,314	-109,541
10	-52,501	-0,071	0,425	52,501	0,071	0,000

5. SONUÇLAR

Matris Metodlarıyla Yapısal Analiz, bilgisayar destekli yapısal çözümlemede hesapları ,bilgisayar teknolojisindeki gelişmelerle hızlı ve kolaylıkla yönlendirilebilen bir biçime sokmakla beraber klasik yapısal çözümlemede yoğun işlemlerin varlığı sebebiyle hızı artırmak için yapılan kabulleri de gereksiz kılmıştır.

Bu çalışmada esas alınan Matris Deplasman Metodu; hesaplara hız ve kesinlik kazandırmakla beraber yapısal davranışı ve sınır şartları ile ara mafsallar gibi özel hallerin yapısal davranışa etkilerini daha iyi ve kolay anlayabilmeyi sağlamaktadır.

Günümüzde İnternet'te dahi çubuk sistemler üzerine bir çok analiz programı ücretsiz dağıtılmaya başlanmış, bu da yurtdışındaki eğitimin klasik yöntemden Matris Deplasman Metodu gibi bilgisayara uygulanması kolay analiz metodlarına döndüğü açıktır. Bunu dikkate alarak öğrencileri için SAP 90 gibi paket programların amaç olmaktan çıkması sağlanabilir.

Bu çalışmada işlenen yazılım, ideal olmamakla birlikte, bir parça bu metodun bilinçli kullanımını teşvik amacıyla yazılmış olup paket programlardan en büyük farkı ara hesapları göstermesidir.

KAYNAKLAR

Çakıroğlu, A. ,Özden, E. ve Özmen, G., (1970), Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metotları ve Elektronik Hesap Makinesi Programları, Cilt I

Dawe, D. J. , (1984), Matrix And Finite Element Displacement Analysis Of Structures, Clarendon Press, Oxford

Ghali, A. , Neville, A. M. , (1978), Structural Analysis: A Unified Classical And Matrix Approach, London Chapman And Hall

Göğüş, İ. , (1998), Yapısal Sistemlerde Matris Metotları Ders Notları I

Kardeştüncer, H. , (1974), Elementary Matrix Analysis Of Structures, McGraw-Hill, Inc.

Lawo, M. , Thierauf, G. , (1980), Stabtragwerke Matrizen Methoden Der Statik Und Dynamik Teil1:Statik

Szillard, R. , (1982), Finite Berechnungsmethoden Der Strukturmechanik, Verlag Von Wilhelm Ernst&Sohn , Berlin-München

Utku, Ş. , Norris, C. H. ve Wilbur, J. B., (1991), Elementary Structural Analysis, McGraw-Hill,Inc.

Pro Teknoloji Bilişim Sanayii ve Tic. Ltd. Şti., (1998), Uygulamalı Excel, Türkmen Kitabevi

Microsoft Corporation, (1994), Automating , Customizing, and Programming in Microsoft Excel with the Microsoft Visual Basic Programming System, Applications Edition

Zurmühl, Ing. R., (1978), Matrisler ve Mühendislik Problemlerine Uygulamaları (Çev., İ., Birkan), İstanbul Teknik Üniversitesi Temel Bilimler Fakültesi, Sayı : 1124, Çağlayan Basımevi

EK 1 - SAYISAL UYGULAMA 1'İN ARA HESAPLARI

Dü. Nok. Adedi : 9

Serbestlik Adedi : 21

Eleman Adedi : 10

Düğ. Nok.	x-koor.	y-koor.	Düğ. Nok. T.	Serbestlik
1	-6	0	sm	1
2	-6	-3		3
3	-6	-6		3
4	0	0	sm	1
5	0	-3		3
6	0	-6		3
7	6	0	sm	1
8	6	-3		3
9	6	-6		3

Elas. Modülü : 2.E8

Eleman	Eleman Özellikleri										Moment Matriksi	
	Sol	Sağ	Kesit	Ata Mo.	Uzunluk	Cos	Sin	Sol	Sağ	Eleman		
1	1	2	0.15	0.003125	3	0.00	-1.00			1		
2	2	3	0.15	0.003125	3	0.00	-1.00			2		
3	4	5	0.15	0.003125	3	0.00	-1.00			3		
4	5	6	0.15	0.003125	3	0.00	-1.00			4		
5	7	8	0.15	0.003125	3	0.00	-1.00			5		
6	8	9	0.15	0.003125	3	0.00	-1.00			6		
7	2	5	0.15	0.003125	6	1.00	0.00			7		
8	3	6	0.15	0.003125	6	1.00	0.00			8		
9	5	8	0.15	0.003125	6	1.00	0.00			9		
10	6	9	0.15	0.003125	6	1.00	0.00			10		

***Sayisal Uygulama : 1**

*** Sistem Denge Matrisi**

$[c] =$

	1				2				3				4				5			
1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

*** Sayısal Uygulama : 1**

* Sistem Rijitlik Matrisi

$$[K_{el}] = \begin{bmatrix} 832917 & 416458 & 0 & 416458 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 416458 & 6E+06 & 0 & 0 & -3E+05 & 0 & -4E+05 & 0 & 0 & -5E+06 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2E+07 & -1E+05 & 0 & -1E+07 & 0 & 0 & 0 & -34705 & -1E+05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 416458 & 0 & -1E+05 & 2E+06 & 416458 & 0 & 416458 & 0 & 0 & 104115 & -1E+05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3E+05 & 0 & 416458 & 5E+06 & 0 & 416458 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5E+06 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1E+07 & 0 & 0 & 1E+07 & -1E+05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -34705 & -1E+05 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4E+05 & 0 & 416458 & 416458 & -1E+05 & 1E+06 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 104115 & 208229 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 832917 & 416458 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 416458 & 1E+07 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5E+06 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3E+05 & 0 & -1E+07 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -34705 & 104115 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2E+07 & 0 & 0 & -3E+05 & 416458 & 1E+07 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1E+05 & 208229 & 0 & 0 & 0 & 416458 & 0 & 2E+06 & 416458 & 0 & -1E+07 & 0 & 0 & 416458 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5E+06 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3E+05 & 0 & 0 & 1E+07 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -34705 & 104115 & 0 & -1E+05 & 0 & -4E+05 & 416458 & 0 & 2E+06 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5E+06 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 832917 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 416458 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1E+05 & 208229 & 0 & 0 & 416458 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5E+06 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -34705 & 104115 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1E+05 & 208229 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-5E+06	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-34705	-1E+05	0	0	0	0	0	0	0
0	104115	208229	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-5E+06	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-34705	-1E+05	0	0
0	0	0	0	0	0	104115	208229	0	0
416458	0	416458	0	0	0	0	0	0	0
6E+06	0	0	-3E+05	0	-4E+05	0	0	0	0
0	2E+07	104115	0	-1E+07	0	0	0	0	0
0	104115	2E+06	416458	0	416458	0	416458	0	0
-3E+05	0	416458	5E+06	0	416458	0	416458	0	0
0	-1E+07	0	0	1E+07	104115	0	0	0	0
-4E+05	0	416458	416458	104115	1E+06	0	0	0	0



* Sayısal Uygulama : 1

* Invers Matris

$$[K]^{-1} = \begin{bmatrix} 2,84E-06 & -3,48E-06 & 7,14E-09 & 1,73E-07 & -4E-06 & 8,8E-09 & 1,17E-07 & 1,52E-06 & -3,38E-06 & 2,4E-09 & 3,54E-07 & -4E-06 & 1,75E-09 & 4,5E-08 & 1,44E-06 \\ -3,45E-06 & 8,07E-06 & -2,47E-08 & -1,17E-06 & 9,87E-06 & -2,87E-08 & -1,75E-07 & -3,56E-06 & 7,94E-06 & -6,82E-10 & -8,18E-07 & 9,85E-06 & -1,3E-09 & -2,28E-07 & -3,35E-06 \\ 7,14E-09 & -2,47E-08 & 9,98E-08 & 1,04E-08 & -5,05E-08 & 9,96E-08 & 1,2E-08 & 8,34E-09 & -2,5E-08 & 5,62E-10 & 8,34E-09 & -5E-08 & 8,25E-10 & 8,34E-09 & 9,54E-09 \\ 1,73E-07 & -1,17E-06 & 1,04E-08 & 8,22E-07 & -1,87E-06 & 1,11E-08 & -5,99E-08 & 5,32E-07 & -1,17E-06 & -4,12E-09 & 1,09E-07 & -1,85E-06 & -2,21E-09 & 1,35E-07 & 4,67E-07 \\ -4E-06 & 9,87E-06 & -5,05E-08 & -1,87E-06 & 1,5E-05 & -6,75E-08 & -9,84E-07 & -4,28E-06 & 9,88E-06 & 8,63E-10 & -1,35E-06 & 1,49E-05 & -6,78E-07 & -4,01E-06 \\ 8,8E-09 & -2,87E-08 & 9,98E-08 & 1,11E-08 & -6,75E-08 & 1,99E-07 & 2,31E-08 & 1E-08 & -2,94E-08 & 8,25E-10 & 9,33E-09 & -6,88E-08 & 1,33E-09 & 1,58E-08 & 1,06E-08 \\ 1,17E-07 & -1,17E-06 & 1,2E-08 & -5,99E-08 & -9,84E-07 & 2,31E-08 & 1,1E-06 & 3,58E-08 & -2,21E-07 & -7,27E-09 & 1,49E-07 & -9,42E-07 & -1,65E-08 & -1,63E-08 & 5,72E-08 \\ 1,52E-06 & -3,56E-06 & 8,34E-09 & 5,32E-07 & -4,28E-06 & 1E-08 & 3,58E-08 & 2,95E-06 & -3,6E-06 & -1,09E-24 & 1,09E-07 & -4,28E-06 & 1,96E-24 & 1,3E-07 & 1,52E-06 \\ -3,38E-06 & 7,94E-06 & -2,5E-08 & -1,17E-06 & 9,88E-06 & -2,94E-08 & -2,21E-07 & -3,6E-06 & 8,01E-06 & 2,07E-24 & -8,17E-07 & 9,87E-06 & -4,55E-24 & -2,08E-07 & -3,38E-06 \\ 2,4E-09 & -6,82E-10 & 5,62E-10 & -4,12E-09 & 8,63E-10 & 8,25E-10 & -7,27E-09 & -1,09E-24 & 2,07E-24 & 9,89E-08 & -4,14E-25 & 3,31E-24 & 9,84E-08 & 8,27E-25 & -5,13E-08 & 3,54E-07 \\ 3,54E-07 & -8,18E-07 & 8,34E-09 & 1,09E-07 & -1,35E-06 & 9,33E-09 & 1,49E-07 & 1,09E-24 & -8,17E-07 & 9,89E-08 & -4,14E-25 & 3,31E-24 & 9,84E-08 & 8,27E-25 & -5,13E-08 & 3,54E-07 \\ -4E-06 & 9,85E-06 & -5E-08 & -1,85E-06 & 1,49E-05 & -6,88E-08 & -9,42E-07 & -4,28E-06 & 9,87E-06 & 3,31E-24 & -1,38E-06 & 1,49E-05 & -6,62E-24 & -6,94E-07 & -4E-06 \\ 1,75E-09 & -1,3E-09 & 8,25E-10 & -2,21E-09 & 1,41E-09 & 1,33E-09 & -1,65E-08 & 1,96E-24 & -4,55E-24 & 9,84E-08 & 8,27E-25 & -6,62E-24 & 1,97E-07 & -4,66E-25 & -1,75E-09 \\ 4,5E-08 & -2,28E-07 & 8,34E-09 & 1,35E-07 & -6,78E-07 & 1,58E-08 & -1,63E-08 & 1,3E-07 & -2,08E-07 & -3,88E-25 & -5,13E-08 & -6,94E-07 & -4,65E-25 & 7,41E-07 & 4,5E-08 \\ 1,44E-06 & -3,35E-06 & 9,54E-09 & 4,67E-07 & -4,01E-06 & 1,06E-08 & 5,72E-08 & 1,52E-06 & -3,38E-06 & -2,4E-09 & 3,54E-07 & -4E-06 & -1,75E-09 & 4,5E-08 & 2,84E-06 \\ -3,35E-06 & 7,88E-06 & -2,54E-08 & -1,17E-06 & 9,88E-06 & -3E-08 & -2,35E-07 & -3,56E-06 & 7,94E-06 & 6,82E-10 & -8,18E-07 & 9,85E-06 & 1,3E-09 & -2,28E-07 & -3,45E-06 \\ -9,54E-09 & 2,54E-08 & -2,81E-10 & -6,28E-09 & 4,96E-08 & -4,12E-10 & -4,7E-09 & -8,34E-09 & 2,5E-08 & 5,62E-10 & -8,34E-09 & 5E-08 & 8,25E-10 & -8,34E-09 & -7,14E-09 \\ 4,67E-07 & -1,17E-06 & 6,28E-09 & 2,4E-07 & -1,84E-06 & 8,93E-09 & 1,21E-07 & 5,32E-07 & -1,17E-06 & 4,12E-09 & 1,09E-07 & -1,85E-06 & 2,21E-09 & 1,35E-07 & 1,73E-07 \\ -4,01E-06 & 9,88E-06 & -4,96E-08 & -1,84E-06 & 1,49E-05 & -6,61E-08 & -9,3E-07 & -4,28E-06 & 9,88E-06 & -8,63E-10 & -1,35E-06 & 1,49E-05 & -1,41E-09 & -6,78E-07 & -4E-06 \\ -1,06E-08 & 3E-08 & -4,12E-10 & -8,93E-09 & 6,61E-08 & -8,39E-10 & -6,58E-09 & -1E-08 & 2,94E-08 & 8,25E-10 & -9,33E-09 & 6,88E-08 & 1,33E-09 & -1,58E-08 & -8,8E-09 \\ 5,72E-08 & -2,35E-07 & 4,7E-09 & 1,21E-07 & -9,3E-07 & 6,58E-09 & 1,93E-07 & 3,58E-08 & -2,21E-07 & 7,27E-09 & 1,49E-07 & -9,42E-07 & 1,65E-08 & -1,63E-08 & 1,17E-07 \end{bmatrix}$$

-3,35E-06	-9,54E-09	4,67E-07	-4,01E-06	-1,08E-08	5,72E-08
7,88E-06	2,54E-08	-1,17E-06	9,86E-06	3E-08	-2,35E-07
-2,54E-08	-2,81E-10	6,28E-09	-4,96E-08	-4,12E-10	4,7E-09
-1,17E-06	-6,28E-09	2,4E-07	-1,84E-06	-8,93E-09	1,21E-07
9,86E-06	4,96E-08	-1,84E-06	1,48E-05	6,61E-08	-9,3E-07
-3E-08	-4,12E-10	8,93E-09	-6,61E-08	-6,39E-10	6,58E-09
-2,35E-07	-4,7E-09	1,21E-07	-9,3E-07	-6,58E-09	1,93E-07
-3,56E-06	-8,34E-09	5,32E-07	-4,26E-06	-1E-08	3,58E-08
7,94E-06	2,5E-08	-1,17E-06	9,88E-06	2,94E-08	-2,21E-07
6,82E-10	5,62E-10	4,12E-09	-8,63E-10	8,25E-10	7,27E-09
-8,18E-07	-8,34E-09	1,09E-07	-1,35E-06	-9,33E-09	1,49E-07
9,86E-06	5E-08	-1,85E-06	1,49E-05	6,68E-08	-9,42E-07
1,3E-09	8,25E-10	2,21E-09	-1,41E-09	1,33E-09	1,65E-08
-2,26E-07	-8,34E-09	1,35E-07	-6,78E-07	-1,58E-08	-1,63E-08
-3,45E-06	-7,14E-09	1,73E-07	-4E-06	-8,8E-09	1,17E-07
8,07E-06	2,47E-08	-1,17E-06	9,87E-06	2,87E-08	-1,75E-07
2,47E-08	9,98E-08	-1,04E-08	5,05E-08	9,98E-08	-1,2E-08
-1,17E-06	-1,04E-08	8,22E-07	-1,87E-06	-1,11E-08	-5,99E-08
9,87E-06	5,05E-08	-1,87E-06	1,5E-05	6,75E-08	-9,84E-07
2,87E-08	9,96E-08	-1,11E-08	6,75E-08	1,98E-07	-2,31E-08
-1,75E-07	-1,2E-08	-5,99E-08	-9,84E-07	-2,31E-08	1,1E-06



*Sayısal Uygulama : 1

*Deformasyonlar

* Tekil ve Yaylı Yük

Eleman	Eleman Sol Ucu			Eleman Sağ Ucu		
	X-Def	Z-Def	Rotasyon	X-Def	Z-Def	Rotasyon
1	0	0	-0,0001785	0,0004387	-2,265E-06	-8,175E-05
2	0,000439	-2,26541E-06	-8,175E-05	0,0006637	-2,987E-06	-4,369E-05
3	0	0	-0,0001856	0,0004393	3,03E-06	-6,822E-05
4	0,000439	3,03007E-06	-6,822E-05	0,0006627	4,483E-06	-2,808E-05
5	0	0	-0,000183	0,0004388	3,738E-06	-7,289E-05
6	0,000439	3,73759E-06	-7,289E-05	0,0006632	4,507E-06	-4,58E-05
7	0,000439	-2,26541E-06	-8,175E-05	0,0004393	3,03E-06	-6,822E-05
8	0,000664	-2,98708E-06	-4,369E-05	0,0006627	4,483E-06	-2,808E-05
9	0,000439	3,03007E-06	-6,822E-05	0,0004388	3,738E-06	-7,289E-05
10	0,000663	4,48302E-06	-2,808E-05	0,0006632	4,507E-06	-4,58E-05

* Yük : $t^{\circ} = 30^{\circ}C$

Eleman	Eleman Sol Ucu			Eleman Sağ Ucu		
	X-Def	Z-Def	Rotasyon	X-Def	Z-Def	Rotasyon
1	0	0	0,00090925	-0,0020748	-0,0010511	0,0002563
2	-0,002075	-0,001051095	0,00025633	-0,002119	-0,0021048	-7,042E-05
3	0	0	1,6941E-18	-7,915E-18	-0,0010568	-6,505E-19
4	-7,91E-18	-0,001056809	-6,505E-19	-1,269E-17	-0,0021083	5,692E-19
5	0	0	-0,0009093	0,0020748	-0,0010511	-0,0002563
6	0,002075	-0,001051095	-0,0002563	0,002119	-0,0021048	7,042E-05
7	-0,002075	-0,001051095	0,00025633	-7,915E-18	-0,0010568	-6,505E-19
8	-0,002119	-0,002104841	-7,042E-05	-1,269E-17	-0,0021083	5,692E-19
9	-7,91E-18	-0,001056809	-6,505E-19	0,0020748	-0,0010511	-0,0002563
10	-1,27E-17	-0,002108318	5,6921E-19	0,002119	-0,0021048	7,042E-05

SAP2000 v7.10 File: SAYISALUYGULAMA-1 KN-m Units PAGE 1
6.12.00 7:11:18

-

JOINT DISPLACEMENTS

JOINT R2	LOAD R3	U1	U2	U3	R1
1	LOAD1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1,801E-04	0,0000				
1	LOAD2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000 -
8,955E-04	0,0000				
2	LOAD1	4,479E-04	0,0000	2,267E-06	0,0000
8,356E-05	0,0000				
2	LOAD2	-2,076E-03	0,0000	1,051E-03	0,0000 -
2,571E-04	0,0000				
3	LOAD1	6,814E-04	0,0000	2,992E-06	0,0000
4,516E-05	0,0000				
3	LOAD2	-2,119E-03	0,0000	2,105E-03	0,0000
6,493E-05	0,0000				
4	LOAD1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1,870E-04	0,0000				
4	LOAD2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000				
5	LOAD1	4,485E-04	0,0000	-3,033E-06	0,0000
6,938E-05	0,0000				
5	LOAD2	0,0000	0,0000	1,057E-03	0,0000
0,0000	0,0000				
6	LOAD1	6,804E-04	0,0000	-4,488E-06	0,0000
2,846E-05	0,0000				
6	LOAD2	0,0000	0,0000	2,109E-03	0,0000
0,0000	0,0000				
7	LOAD1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1,844E-04	0,0000				
7	LOAD2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
8,955E-04	0,0000				
8	LOAD1	4,480E-04	0,0000	-3,735E-06	0,0000
7,447E-05	0,0000				
8	LOAD2	2,076E-03	0,0000	1,051E-03	0,0000
2,571E-04	0,0000				
9	LOAD1	6,809E-04	0,0000	-4,505E-06	0,0000
4,711E-05	0,0000				
9	LOAD2	2,119E-03	0,0000	2,105E-03	0,0000 -
6,493E-05	0,0000				

SAP2000 v7.10 File: SAYISALUYGULAMA-1 KN-m Units PAGE 2
6.12.00 7:11:18

-

FRAME ELEMENT FORCES						
FRAME M2	LOAD M3	LOC	P	V2	V3	T
	1 LOAD1					
0,00	0,00	0,00	22,66	13,40	0,00	0,00
0,00	-20,10	1,50	22,66	13,40	0,00	0,00
0,00	-40,21	3,00	22,66	13,40	0,00	0,00
	1 LOAD2					
0,00	0,00	0,00	-19,26	-88,64	0,00	0,00
0,00	132,97	1,50	-19,26	-88,64	0,00	0,00
0,00	265,93	3,00	-19,26	-88,64	0,00	0,00
	2 LOAD1					
0,00	7,50	0,00	7,25	10,33	0,00	0,00
0,00	-8,00	1,50	7,25	10,33	0,00	0,00
0,00	-23,49	3,00	7,25	10,33	0,00	0,00
	2 LOAD2					
0,00	161,14	0,00	6,75	62,71	0,00	0,00
0,00	67,07	1,50	6,75	62,71	0,00	0,00
0,00	-27,00	3,00	6,75	62,71	0,00	0,00
	3 LOAD1					
0,00	0,00	0,00	-30,32	16,33	0,00	0,00
0,00	-24,50	1,50	-30,32	16,33	0,00	0,00
0,00	-49,00	3,00	-30,32	16,33	0,00	0,00
	3 LOAD2					
0,00	0,00	0,00	38,52	0,00	0,00	0,00
0,00	0,00	1,50	38,52	0,00	0,00	0,00
0,00	0,00	3,00	38,52	0,00	0,00	0,00
	4 LOAD1					
0,00	24,13	0,00	-14,55	21,77	0,00	0,00
0,00	-8,52	1,50	-14,55	21,77	0,00	0,00
0,00	-41,18	3,00	-14,55	21,77	0,00	0,00
	4 LOAD2					
0,00	0,00	0,00	-13,49	0,00	0,00	0,00
0,00	0,00	1,50	-13,49	0,00	0,00	0,00
0,00	0,00					

45

0,00	0,00	3,00	-13,49	0,00	0,00	0,00
	5 LOAD1	0,00	-37,34	15,26	0,00	0,00
0,00	0,00	1,50	-37,34	15,26	0,00	0,00
0,00	-22,90	3,00	-37,34	15,26	0,00	0,00
0,00	-45,79					
	5 LOAD2	0,00	-19,26	88,64	0,00	0,00
0,00	0,00	1,50	-19,26	88,64	0,00	0,00
0,00	-132,97	3,00	-19,26	88,64	0,00	0,00
0,00	-265,93					
	6 LOAD1	0,00	-7,70	12,90	0,00	0,00
0,00	13,65	1,50	-7,70	12,90	0,00	0,00
0,00	-5,70	3,00	-7,70	12,90	0,00	0,00
0,00	-25,05					
	6 LOAD2	0,00	6,75	-62,71	0,00	0,00
0,00	-161,14	1,50	6,75	-62,71	0,00	0,00
0,00	-67,07	3,00	6,75	-62,71	0,00	0,00
0,00	27,00					
	7 LOAD1	0,00	3,07	15,41	0,00	0,00
0,00	47,70	1,50	3,07	15,41	0,00	0,00
0,00	24,59	3,00	3,07	15,41	0,00	0,00
0,00	1,48	4,50	3,07	15,41	0,00	0,00
0,00	-21,64	6,00	3,07	15,41	0,00	0,00
0,00	-44,75					
	7 LOAD2	0,00	-151,36	-26,01	0,00	0,00
0,00	-104,80	1,50	-151,36	-26,01	0,00	0,00
0,00	-65,78	3,00	-151,36	-26,01	0,00	0,00
0,00	-26,77	4,50	-151,36	-26,01	0,00	0,00
0,00	12,24	6,00	-151,36	-26,01	0,00	0,00
0,00	51,25					
	8 LOAD1	0,00	-4,67	7,25	0,00	0,00
0,00	23,49	1,50	-4,67	7,25	0,00	0,00
0,00	12,61	3,00	-4,67	7,25	0,00	0,00
0,00	1,74					

46

		4,50	-4,67	7,25	0,00	0,00
0,00	-9,14	6,00	-4,67	7,25	0,00	0,00
0,00	-20,01					
	8 LOAD2	0,00	62,71	6,75	0,00	0,00
0,00	27,00	1,50	62,71	6,75	0,00	0,00
0,00	16,88	3,00	62,71	6,75	0,00	0,00
0,00	6,76	4,50	62,71	6,75	0,00	0,00
0,00	-3,36	6,00	62,71	6,75	0,00	0,00
0,00	-13,48					
	9 LOAD1	0,00	-2,36	-3,616E-01	0,00	0,00
0,00	28,39	1,50	-2,36	7,14	0,00	0,00
0,00	23,30	3,00	-2,36	14,64	0,00	0,00
0,00	6,97	4,50	-2,36	22,14	0,00	0,00
0,00	-20,61	6,00	-2,36	29,64	0,00	0,00
0,00	-59,45					
	9 LOAD2	0,00	-151,36	26,01	0,00	0,00
0,00	51,25	1,50	-151,36	26,01	0,00	0,00
0,00	12,24	3,00	-151,36	26,01	0,00	0,00
0,00	-26,77	4,50	-151,36	26,01	0,00	0,00
0,00	-65,78	6,00	-151,36	26,01	0,00	0,00
0,00	-104,80					
	10 LOAD1	0,00	2,10	7,70	0,00	0,00
0,00	21,17	1,50	2,10	7,70	0,00	0,00
0,00	9,61	3,00	2,10	7,70	0,00	0,00
0,00	-1,94	4,50	2,10	7,70	0,00	0,00
0,00	-13,50	6,00	2,10	7,70	0,00	0,00
0,00	-25,05					
	10 LOAD2	0,00	62,71	-6,75	0,00	0,00
0,00	-13,48	1,50	62,71	-6,75	0,00	0,00
0,00	-3,36	3,00	62,71	-6,75	0,00	0,00
0,00	6,76	4,50	62,71	-6,75	0,00	0,00
0,00	16,88	6,00	62,71	-6,75	0,00	0,00
0,00	27,00					

EK 2 - SAYISAL UYGULAMA 2'NİN ARA HESAPLARI

Düğ.Nok.Adedi : 9

Serbestlik Adedi : 23

Eleman Adedi : 10

Düğ. Nok.	x-koor.	z-koor.	Dü. Nok. T	Serbestlik
1	-6	0	sm	1
2	-6	-3		3
3	-6	-6		4
4	0	0	sm	1
5	0	-3		3
6	0	-6		3
7	6	0	sm	1
8	6	-3		3
9	6	-6		4

Elaş. Modülü : 2.E8

Eleman	Eleman Özellikleri										Moment Matrisi	
	Sol	Sağ	Kesit	Ala. Mo.	Uzunluk	Cos	Sin	Sol	Sağ	Eleman		
1	1	2	0.15	0.003125	3	0.00	-1.00			1		
2	2	3	0.15	0.003125	3	0.00	-1.00			2		
3	4	5	0.15	0.003125	3	0.00	-1.00			3		
4	5	6	0.15	0.003125	3	0.00	-1.00			4		
5	7	8	0.15	0.003125	3	0.00	-1.00			5		
6	8	9	0.15	0.003125	3	0.00	-1.00			6		
7	2	5	0.15	0.003125	6	1.00	0.00			7		
8	3	6	0.15	0.003125	6	1.00	0.00	1		8		
9	5	8	0.15	0.003125	6	1.00	0.00			9		
10	6	9	0.15	0.003125	6	1.00	0.00		1	10		

* Sayısal Uygulama : 2

* Invers Matris

[K1] =

2,87E-06	-3,5E-06	6,78E-09	1,95E-07	-4,3E-06	7,51E-09	3,09E-07	-3,8E-07	1,54E-06	-3,5E-06	3,11E-09	3,88E-07	-4,3E-06	3,1E-09	1,41E-07
-3,5E-06	8,31E-06	-2,5E-08	-1,2E-06	1,09E-05	-2,8E-08	-6,6E-07	9,02E-07	-3,6E-06	8,19E-06	3,45E-12	-9,1E-07	1,09E-05	-9,1E-07	1,09E-05
6,78E-09	-2,5E-08	9,99E-08	1,14E-08	-5E-08	9,98E-08	6,85E-09	1,38E-08	8,34E-09	-2,5E-08	3,65E-10	1,09E-05	1,65E-23	-1,7E-06	1,32E-23
1,95E-07	-1,2E-06	1,14E-08	8,57E-07	-2,2E-06	1,26E-08	3,98E-08	-1,9E-07	5,58E-07	-1,3E-06	8,27E-24	9,93E-08	-1,7E-24	1,65E-23	9,91E-08
-4,3E-06	1,09E-05	-5E-08	-2,2E-06	1,92E-05	-6E-08	9,7E-09	3,32E-08	-4,6E-06	-2,8E-08	-3,7E-06	-3,7E-07	4,5E-10	8,63E-09	-5,9E-08
7,51E-09	-2,8E-08	9,98E-08	1,26E-08	-6E-08	2E-07	9,7E-09	3,32E-08	9,46E-09	-2,8E-08	4,5E-10	8,63E-09	-5,9E-08	6,22E-10	1,38E-08
3,09E-07	-6,6E-07	6,85E-09	3,98E-08	-3,1E-06	9,7E-09	2,38E-06	-2,7E-06	1,94E-07	-7,3E-07	2,98E-09	3,45E-07	-3E-06	2,97E-09	5,48E-07
-3,8E-07	9,02E-07	1,38E-08	-1,5E-07	3,99E-06	3,32E-08	5,61E-06	-3E-07	-3E-07	9,72E-07	-2,8E-08	-3,7E-07	-2,8E-08	-3,7E-07	1,39E-07
1,54E-06	-3,6E-06	8,34E-09	5,58E-07	-4,6E-06	9,46E-09	1,94E-07	-3E-07	2,97E-06	-3,7E-06	8,27E-24	9,2E-07	-1,09E-05	3,31E-24	-4,9E-07
-3,5E-06	8,19E-06	-2,5E-08	-1,3E-06	1,09E-05	-2,8E-08	9,72E-07	9,72E-07	8,27E-06	8,27E-24	9,93E-08	-1,7E-24	1,65E-23	9,91E-08	-3,3E-24
3,11E-09	3,45E-12	3,65E-10	-6,2E-09	2,58E-10	4,9E-10	2,98E-09	-2,8E-08	-3,3E-24	8,27E-24	9,93E-08	-1,7E-24	1,65E-23	9,91E-08	-3,3E-24
3,88E-07	-9,1E-07	8,34E-09	1,39E-07	-1,7E-06	8,63E-09	3,45E-07	-3,7E-07	1,39E-07	-3,7E-06	6,37E-07	-1,7E-06	-1,7E-06	-1,2E-24	5,7E-08
-4,3E-06	1,09E-05	-5E-08	-2,2E-06	1,9E-05	-5,9E-08	3,89E-06	3,89E-06	-4,6E-06	1,09E-05	1,65E-23	-1,7E-06	1,9E-05	1,32E-23	-1,8E-06
3,1E-09	3,44E-12	4,5E-10	-6,2E-09	2,55E-10	6,22E-10	2,97E-09	-5,3E-08	2,17E-07	4,9E-07	9,91E-08	-1,2E-24	1,32E-23	1,99E-07	0
1,41E-07	-5E-07	8,34E-09	2,21E-07	-1,8E-06	1,38E-08	5,48E-07	-1,1E-06	2,17E-07	-2,8E-07	1,54E-06	-3,6E-06	-3,1E-09	3,88E-07	-4,3E-06
1,47E-06	-3,4E-06	9,89E-09	4,97E-07	-4,4E-06	1,06E-08	2,12E-07	-2,8E-07	1,54E-06	-3,6E-06	8,19E-06	-3,5E-12	-9,1E-07	1,09E-05	-3,4E-12
-3,4E-06	8,12E-06	-2,5E-08	-1,2E-06	1,09E-05	-2,8E-08	-7,5E-07	9,98E-07	-3,6E-06	8,19E-06	-3,5E-12	-9,1E-07	1,09E-05	-3,4E-12	-8,3E-09
-8,9E-09	2,5E-08	-1,9E-10	-5,2E-09	4,99E-08	-2,3E-10	-9,8E-09	1,38E-08	-8,3E-09	2,5E-08	3,65E-10	-8,3E-09	5E-08	4,5E-10	6,2E-09
4,97E-07	-1,2E-06	5,23E-09	2,52E-07	-2,2E-06	6,38E-09	3,3E-07	-4,4E-07	5,58E-07	-1,3E-06	6,22E-09	1,39E-07	-2,2E-06	6,2E-09	2,21E-07
-4,4E-06	1,09E-05	-5E-08	-2,2E-06	1,9E-05	-5,9E-08	-3E-06	3,87E-06	-4,6E-06	1,09E-05	-2,6E-10	-1,7E-06	1,9E-05	-2,5E-10	-1,8E-06
-1,1E-08	2,78E-08	-2,3E-10	-6,4E-09	5,93E-08	-3E-10	-1,3E-08	1,93E-08	-9,5E-09	2,75E-08	4,5E-10	-8,6E-09	5,95E-08	6,22E-10	-1,4E-08
2,12E-07	-7,5E-07	9,83E-08	3,3E-07	-3E-06	1,27E-08	9,47E-07	-1,2E-06	1,94E-07	-7,3E-07	-3E-09	3,45E-07	-3E-06	-3E-09	5,48E-07
-2,8E-07	9,98E-07	-1,4E-08	-4,4E-07	3,87E-06	-1,9E-08	-1,2E-06	1,73E-06	-3E-07	9,72E-07	2,77E-08	-3,7E-07	3,89E-06	5,25E-08	-1,1E-06

1,47E-06	-3,4E-06	-9,9E-09	4,97E-07	-4,4E-06	-1,1E-08	2,12E-07	-2,8E-07
-3,4E-06	8,12E-06	2,5E-08	-1,2E-06	1,09E-05	2,76E-08	-7,5E-07	9,98E-07
9,89E-09	-2,5E-08	-1,8E-10	5,23E-09	-5E-08	-2,3E-10	9,83E-09	-1,4E-08
4,97E-07	-1,2E-08	-5,2E-09	2,52E-07	-2,2E-08	-6,4E-09	3,3E-07	-4,4E-07
-4,4E-06	1,09E-05	4,99E-08	-2,2E-06	1,9E-05	5,93E-08	-3E-06	3,87E-06
1,06E-08	-2,8E-08	-2,3E-10	6,38E-09	-5,9E-08	-3E-10	1,27E-08	-1,9E-08
2,12E-07	-7,5E-07	-9,8E-09	3,3E-07	-3E-06	-1,3E-08	9,47E-07	-1,2E-06
-2,8E-07	9,98E-07	1,38E-08	-4,4E-07	3,87E-06	1,93E-08	-1,2E-06	1,73E-06
1,54E-06	-3,6E-06	-8,3E-09	5,56E-07	-4,6E-06	-9,5E-09	1,94E-07	-3E-07
-3,5E-06	8,19E-06	2,5E-08	-1,3E-06	1,09E-05	2,75E-08	-7,3E-07	9,72E-07
-3,1E-09	-3,5E-12	3,65E-10	6,22E-09	-2,6E-10	4,5E-10	-3E-09	2,77E-08
3,88E-07	-9,1E-07	-8,3E-09	1,39E-07	-1,7E-06	-8,6E-09	3,45E-07	-3,7E-07
-4,3E-06	1,09E-05	5E-08	-2,2E-06	1,9E-05	5,95E-08	-3E-06	3,89E-06
-3,1E-09	-3,4E-12	4,5E-10	6,2E-09	-2,5E-10	6,22E-10	-3E-09	5,25E-08
1,41E-07	-5E-07	-8,3E-09	2,21E-07	-1,8E-06	-1,4E-08	5,48E-07	-1,1E-06
2,87E-08	-3,5E-06	-6,8E-09	1,95E-07	-4,3E-06	-7,5E-09	3,09E-07	-3,8E-07
-3,5E-06	8,31E-06	2,5E-08	-1,2E-06	1,09E-05	2,76E-08	-6,6E-07	9,02E-07
-6,8E-09	2,5E-08	9,99E-08	-1,1E-08	5,02E-08	9,98E-08	-6,8E-09	-1,4E-08
1,96E-07	-1,2E-06	-1,1E-08	8,57E-07	-2,2E-06	-1,3E-08	3,98E-08	-1,5E-07
-4,3E-06	1,09E-05	5,02E-08	-2,2E-06	1,92E-05	5,96E-08	-3,1E-06	3,96E-06
-7,5E-09	2,76E-08	9,98E-08	-1,3E-08	5,98E-08	2E-07	-9,7E-09	-3,3E-08
3,09E-07	-6,6E-07	-6,8E-09	3,98E-08	-3,1E-06	-9,7E-09	2,38E-06	-2,7E-06
-3,8E-07	9,02E-07	-1,4E-08	-1,5E-07	3,96E-06	-3,3E-08	-2,7E-06	5,61E-06

*Sayısal Uygulama : 2

*Deformasyonlar

* Tekil ve Yayılı Yük

Eleman	Eleman Sol Ucu			Eleman Sağ Ucu		
	X-Def	Z-Def	Rotasyon	X-Def	Z-Def	Rotasyon
1	0	0	-0,0001909	0,0004729	-9,692E-07	-9,111E-05
2	0,000473	-9,69199E-07	-9,111E-05	0,0008106	-1,272E-07	-0,0001233
3	0	0	-0,000195	0,0004748	4,94E-06	-8,474E-05
4	0,000475	4,9399E-06	-8,474E-05	0,0008085	8,305E-06	-5,584E-05
5	0	0	-0,0001957	0,0004729	3,533E-06	-8,16E-05
6	0,000473	3,53305E-06	-8,16E-05	0,0008102	3,828E-06	-0,0001279
7	0,000473	-9,69199E-07	-9,111E-05	0,0004748	4,94E-06	-8,474E-05
8	0,000811	-1,27167E-07	-1,02E-05	0,0008085	8,305E-06	-5,584E-05
9	0,000475	4,9399E-06	-8,474E-05	0,0004729	3,533E-06	-8,16E-05
10	0,000809	8,30538E-06	-5,584E-05	0,0008102	3,828E-06	2,904E-05

* Yük : $t^0 = 30^{\circ}\text{C}$

Eleman	Eleman Sol Ucu			Eleman Sağ Ucu		
	X-Def	Z-Def	Rotasyon	X-Def	Z-Def	Rotasyon
1	0	0	0,0009063	-0,0020777	-0,0010503	0,0002651
2	-0,002078	-0,001050274	0,00026507	-0,0021165	-0,0021033	-0,0001131
3	0	0	5,9631E-18	-2,385E-18	-0,0010585	-2,697E-18
4	-2,39E-18	-0,001058451	-2,697E-18	-4,12E-18	-0,0021114	1,626E-18
5	0	0	-0,0009063	0,0020777	-0,0010503	-0,0002651
6	0,002078	-0,001050274	-0,0002651	0,0021165	-0,0021033	0,0001131
7	-0,002078	-0,001050274	0,00026507	-2,385E-18	-0,0010585	-2,697E-18
8	-0,002117	-0,002103281	2,039E-06	-4,12E-18	-0,0021114	1,626E-18
9	-2,39E-18	-0,001058451	-2,697E-18	0,0020777	-0,0010503	-0,0002651
10	-4,12E-18	-0,00211437	1,6263E-18	0,0021165	-0,0021033	-2,039E-06

SAP2000 v7.10 File: SAYISALUYGULAMA-2 KN-m Units PAGE 1
6.12.00 0:24:11

J O I N T D I S P L A C E M E N T S

JOINT R2	LOAD R3	U1	U2	U3	R1
1	LOAD1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1,929E-04	0,0000				
1	LOAD2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000 -
8,932E-04	0,0000				
2	LOAD1	4,839E-04	0,0000	0,0000	0,0000
9,375E-05	0,0000				
2	LOAD2	-2,078E-03	0,0000	1,050E-03	0,0000 -
2,647E-04	0,0000				
3	LOAD1	8,332E-04	0,0000	0,0000	0,0000
1,270E-04	0,0000				
3	LOAD2	-2,116E-03	0,0000	2,103E-03	0,0000
1,053E-04	0,0000				
4	LOAD1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1,975E-04	0,0000				
4	LOAD2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000				
5	LOAD1	4,858E-04	0,0000	-4,937E-06	0,0000
8,600E-05	0,0000				
5	LOAD2	0,0000	0,0000	1,058E-03	0,0000
0,0000	0,0000				
6	LOAD1	8,311E-04	0,0000	-8,300E-06	0,0000
5,599E-05	0,0000				
6	LOAD2	0,0000	0,0000	2,111E-03	0,0000
0,0000	0,0000				
7	LOAD1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1,975E-04	0,0000				
7	LOAD2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
8,932E-04	0,0000				
8	LOAD1	4,839E-04	0,0000	-3,533E-06	0,0000
8,406E-05	0,0000				
8	LOAD2	2,078E-03	0,0000	1,050E-03	0,0000
2,647E-04	0,0000				
9	LOAD1	8,328E-04	0,0000	-3,827E-06	0,0000
1,314E-04	0,0000				
9	LOAD2	2,116E-03	0,0000	2,103E-03	0,0000 -
1,053E-04	0,0000				

SAP2000 v7.10 File: SAYISALÖRNEK-2 KN-m Units PAGE 2
6.12.00 0:24:11

FRAME ELEMENT FORCES

FRAME M2	LOAD M3	LOC	P	V2	V3	T
	1 LOAD1					
0,00	0,00	0,00	9,68	13,77	0,00	0,00
0,00	-20,66	1,50	9,68	13,77	0,00	0,00
0,00	-41,32	3,00	9,68	13,77	0,00	0,00
	1 LOAD2					
0,00	0,00	0,00	-26,64	-87,27	0,00	0,00
0,00	130,90	1,50	-26,64	-87,27	0,00	0,00
0,00	261,81	3,00	-26,64	-87,27	0,00	0,00
	2 LOAD1					
0,00	13,85	0,00	-8,44	4,62	0,00	0,00
0,00	6,93	1,50	-8,44	4,62	0,00	0,00
0,00	0,00	3,00	-8,44	4,62	0,00	0,00
	2 LOAD2					
0,00	154,12	0,00	6,882E-02	51,37	0,00	0,00
0,00	77,06	1,50	6,882E-02	51,37	0,00	0,00
0,00	0,00	3,00	6,882E-02	51,37	0,00	0,00
	3 LOAD1					
0,00	0,00	0,00	-49,36	15,48	0,00	0,00
0,00	-23,22	1,50	-49,36	15,48	0,00	0,00
0,00	-46,44	3,00	-49,36	15,48	0,00	0,00
	3 LOAD2					
0,00	0,00	0,00	53,28	0,00	0,00	0,00
0,00	0,00	1,50	53,28	0,00	0,00	0,00
0,00	0,00	3,00	53,28	0,00	0,00	0,00
	4 LOAD1					
0,00	44,47	0,00	-33,62	33,82	0,00	0,00
0,00	-6,25	1,50	-33,62	33,82	0,00	0,00
0,00	-56,97	3,00	-33,62	33,82	0,00	0,00
	4 LOAD2					
0,00	0,00	0,00	-1,376E-01	0,00	0,00	0,00
0,00	0,00	1,50	-1,376E-01	0,00	0,00	0,00

59

0,00		4,50	-10,38	14,06	0,00	0,00
0,00	-12,63	6,00	-10,38	21,56	0,00	0,00
0,00	-39,34					
	8 LOAD2	0,00	51,37	6,882E-02	0,00	0,00
0,00	0,00	1,50	51,37	6,882E-02	0,00	0,00
0,00	-1,032E-01	3,00	51,37	6,882E-02	0,00	0,00
0,00	-2,065E-01	4,50	51,37	6,882E-02	0,00	0,00
0,00	-3,097E-01	6,00	51,37	6,882E-02	0,00	0,00
0,00	-4,129E-01					
	9 LOAD1	0,00	-9,18	2,38	0,00	0,00
0,00	37,35	1,50	-9,18	9,88	0,00	0,00
0,00	28,15	3,00	-9,18	17,38	0,00	0,00
0,00	7,70	4,50	-9,18	24,88	0,00	0,00
0,00	-24,00	6,00	-9,18	32,38	0,00	0,00
0,00	-66,95					
	9 LOAD2	0,00	-138,64	26,71	0,00	0,00
0,00	52,56	1,50	-138,64	26,71	0,00	0,00
0,00	12,50	3,00	-138,64	26,71	0,00	0,00
0,00	-27,56	4,50	-138,64	26,71	0,00	0,00
0,00	-67,62	6,00	-138,64	26,71	0,00	0,00
0,00	-107,68					
	10 LOAD1	0,00	8,43	2,94	0,00	0,00
0,00	17,63	1,50	8,43	2,94	0,00	0,00
0,00	13,22	3,00	8,43	2,94	0,00	0,00
0,00	8,82	4,50	8,43	2,94	0,00	0,00
0,00	4,41	6,00	8,43	2,94	0,00	0,00
0,00	0,00					
	10 LOAD2	0,00	51,37	-6,882E-02	0,00	0,00
0,00	-4,129E-01	1,50	51,37	-6,882E-02	0,00	0,00
0,00	-3,097E-01	3,00	51,37	-6,882E-02	0,00	0,00
0,00	-2,065E-01	4,50	51,37	-6,882E-02	0,00	0,00
0,00	-1,032E-01	6,00	51,37	-6,882E-02	0,00	0,00
0,00	0,00					

60

0,00	0,00	3,00	-1,376E-01	0,00	0,00	0,00
	5	LOAD1				
0,00	0,00	0,00	-35,32	15,75	0,00	0,00
0,00	0,00	1,50	-35,32	15,75	0,00	0,00
0,00	-23,62	3,00	-35,32	15,75	0,00	0,00
0,00	-47,24					
	5	LOAD2				
0,00	0,00	0,00	-26,64	87,27	0,00	0,00
0,00	0,00	1,50	-26,64	87,27	0,00	0,00
0,00	-130,90	3,00	-26,64	87,27	0,00	0,00
0,00	-261,81					
	6	LOAD1				
0,00	0,00	0,00	-2,94	6,57	0,00	0,00
0,00	19,70	1,50	-2,94	6,57	0,00	0,00
0,00	9,85	3,00	-2,94	6,57	0,00	0,00
0,00	0,00					
	6	LOAD2				
0,00	0,00	0,00	6,882E-02	-51,37	0,00	0,00
0,00	-154,12	1,50	6,882E-02	-51,37	0,00	0,00
0,00	-77,06	3,00	6,882E-02	-51,37	0,00	0,00
0,00	0,00					
	7	LOAD1				
0,00	0,00	0,00	9,16	18,12	0,00	0,00
0,00	55,17	1,50	9,16	18,12	0,00	0,00
0,00	27,99	3,00	9,16	18,12	0,00	0,00
0,00	8,075E-01					
0,00	0,00	4,50	9,16	18,12	0,00	0,00
0,00	-26,38	6,00	9,16	18,12	0,00	0,00
0,00	-53,56					
	7	LOAD2				
0,00	0,00	0,00	-138,64	-26,71	0,00	0,00
0,00	-107,68	1,50	-138,64	-26,71	0,00	0,00
0,00	-67,62	3,00	-138,64	-26,71	0,00	0,00
0,00	-27,56	4,50	-138,64	-26,71	0,00	0,00
0,00	12,50	6,00	-138,64	-26,71	0,00	0,00
0,00	52,56					
	8	LOAD1				
0,00	0,00	0,00	-10,38	-8,44	0,00	0,00
0,00	0,00	1,50	-10,38	-9,431E-01	0,00	0,00
0,00	7,04	3,00	-10,38	6,56	0,00	0,00
0,00	2,83					

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	18.03.1974	
Doğum yeri	İstanbul	
Lise	1985 - 1992	F. M. V. Özel Işık Lisesi
Lisans	1992 - 1997	Y. T. Ü. İnşaat Fak. İnşaat Mühendisliği Bölümü
Yüksek Lisans	1997 - 2000	Y. T. Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Müh. Anabilim Dalı, Yapı Programı

