

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YAPISAL GÖÇME OLASILIKLARININ İKİNCİ  
MOMENT YAKLAŞIMI İLE TAHMİN EDİLMESİ**

**İnşaat Mühendisi Ömer YOKMAÇ**

**FBE İnşaat Mühendisliği Yapı Anabilim Dalı Programında  
Hazırlanan**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Sema Noyan Alacalı**

## İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	iii
KISALTMA LİSTESİ.....	v
ŞEKİL LİSTESİ.....	vi
ÇİZELGE LİSTESİ.....	vii
ÖNSÖZ.....	viii
ÖZET.....	ix
ABSTRACT.....	x
1 GİRİŞ.....	1
1.1 Güvenilirliğin üçüncü düzey yaklaşımıyla belirlenmesi.....	2
1.1.1 Monte Carlo Yaklaşımı.....	3
1.2 Kısmi güvenlik katsayısı yaklaşımı.....	4
1.2.1 Malzeme mukavemetlerine ilişkin kısmi güvenlik katsayılarının belirlenmesi.....	5
1.2.2 Zamanla-değişmeyen yüklere ilişkin kısmi güvenlik katsayılarının belirlenmesi.....	6
1.2.3 Zamanla-değişen yüklere ilişkin kısmi güvenlik katsayılarının belirlenmesi.....	7
2 İkinci moment yaklaşımları.....	9
2.1 Güvenilirlik indeksinin doğrudan belirlenmesi.....	10
2.2 Güvenilirlik indeksinin iterasyonla belirlenmesi.....	13
2.2.1 Eşdeğer normal dağılımlar.....	21
2.2.1.1 Lognormal dağılıma eşdeğer normal dağılım.....	23
2.2.1.2 Tip I asimptotik dağılıma eşdeğer normal dağılım.....	24
3 Sayısal uygulamalar.....	28
3.1 Sayısal uygulama 1.....	28
3.1.1 Doğrudan çözüm.....	29
3.1.2 İterasyonla çözüm.....	32
3.2 Sayısal uygulama 2.....	35
3.3 Sayısal uygulama 3.....	36
3.4 Sayısal uygulama 4.....	37
4 Sonuçlar ve öneriler.....	39
5 Akış şemaları.....	41
5.1 Doğrudan çözüm akış şeması.....	41
5.2 İterasyonlu çözüm akış şeması.....	42
5.3 Normal, Lognormal ve Tip I Asimptotik Dağılımlar İçin Akış Şeması.....	43
KAYNAKLAR.....	44

EKLER .....	46
ÖZGEÇMİŞ .....	47

## SİMGE LİSTESİ

$D$	Göçme yüzeyi üzerindeki indirgenmiş değişkenler sistemi noktalarının orijine olan minimum uzaklığı
$E$	Olay
$E(X)$	X rastgele değişkeninin beklenen değeri
$f(.)$	Olasılık yoğunluk fonksiyonu
$g(x)$	X rastgele değişkeninin genel fonksiyonu
$G$	Zamanla değişmeyen yükler ve bu yükleri belirten alt notasyon
$L(.)$	Olabilirlik fonksiyonu, lagrange çarpanlar yöntemine ilişkin fonksiyon
$m_x$	Performans fonksiyonu değişkenlerine ait ortalama değer
$m_z$	Performans fonksiyonuna ait ortalama değer
$n$	Örnek büyüklüğü
$N$	Parametrenin normal dağılıma ilişkin olduğunu belirten üst notasyon
$N(.)$	Normal dağılım yoğunluk fonksiyonu
$p_f$	Sistemin göçme olasılığı
$p_s$	Sistemin kalıcılık olasılığı
$Q$	Zamanla değişen yükler ve bu yükleri belirten alt notasyon
$R$	Mukavemet (kapasite)
$s$	Standart normal rastgele değişkenin değeri
$S$	Örnek uzay, standart normal rastgele değişken, standart ekstrem değişken, yük ya da yük etkisi bileşeni (talep, istem)
$u$	Tip I asimptotik dağılıma ilişkin yer parametresi
$V$	Varyasyon katsayısı
$Var$	Varyans
$x,y,z$	X,Y,Z değişkenlerine ilişkin değerler
$x'^*$	$(x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$ en olası göçme noktası
$x_i^*$	$x_{id}=X_i$ değişkeninin tasarım değeri

$X, Y, Z$	Rastgele değişkenler (genel)
$X$	$(X_1, X_2, X_3, X_n)$ rastgele değişkenlerinin vektöryel bileşkesi
$X$	$(X_1, X_2, X_3, X_n)$ rastgele değişkenlerinin vektöryel bileşkesi
$X'$	$(X_1', X_2', X_3', X_n')$ indirgenmiş değişkenlerinin vektöryel bileşkesi
$X^t$	$X$ matrisinin transpozesi
$Z=g(X)$	Sistemin durumunu ya da performansını belirten fonksiyon katsayısı
$\alpha$	Duyarlılık katsayısı parametresi, tip I asimptotik dağılımla ilgili ölçek parametresi
$\alpha_i^*$	İndirgenmiş değişkenler sisteminde en olası göçme noktasına ilişkin doğrudan kosinüsleri ( $x_i^*$ lere ilişkin duyarlılık katsayıları)
$\beta$	Güvenirlilik indeksi
$\sigma_x$	Performans fonksiyonu değişkenlerine ait standart sapma değeri
$\sigma_z$	Performans fonksiyonuna ait standart sapma değeri
$\lambda$	Lagrange çarpanlar yönteminde bir parametre
$\zeta$	Parametre
$\Delta$	Fark
$\gamma$	Kısmi güvenlik katsayısı
$\Phi(.)$	Standart normal dağılım fonksiyonu
$\phi(.)$	Standart normal yoğunluk fonksiyonu

## **KISALTIMA LİSTESİ**

DIN	Deutsches Institut für Normung (Alman Standartları Enstitüsü)
et al.	Et alii (ve ötekiler. Latince)
JCSS	Joint Committee on Structural Safety (Yapısal Güvenlik Ortak Komitesi)

## ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1 Göçme ve kalıcılık olasılıklarının tam-olasılıksal yöntemle belirlenmesi.....	3
Şekil 1.2 Malzeme mukavemetleri için kısmi güvenlik katsayıları .....	6
Şekil 1.3 Zamanla-değişmeyen yükler için kısmi güvenlik katsayıları .....	7
Şekil 1.4 Zamanla-değişen yüklere ilişkin kısmi güvenlik katsayıları.....	8
Şekil 2.1 İkinci-moment yaklaşımlarıyla $p_F$ ve $p_S$ olasılıklarının belirlenmesi .....	10
Şekil 2.2 İndirgenmiş değişkenler sistemi.....	15
Şekil 2.3 İki değişkenli bir fonksiyon için indirgenmiş değişkenler sisteminde güvenli ve güvensiz bölgeler .....	15
Şekil 2.4 İki değişkenli doğrusal olmayan bir performans fonksiyonu için güvenilirlik indeksinin belirlenmesi ( $x'^*$ noktasında $Z = 0$ ) .....	16
Şekil 2.5 Karakteristik en büyük değer, $u_n$ , tanımlanması .....	25

## ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 3.1 Değişkenlerin istatistiksel değerleri .....	28
Çizelge 3.2 Varyasyon katsayısı ve standart sapmanın belirlenmesi için kısmi türevler .....	29
Çizelge 3.3 İndirgenmiş değişkenler sistemine göre kısmi türevler .....	49
Çizelge 3.4 Yeni göçme noktaları $x_i^*$ lerin belirlenmesi .....	30
Çizelge 3.5 İkinci moment yaklaşımına göre iterasyon aşamaları .....	31
Çizelge 3.6 İndirgenmiş değişkenler sistemine göre kısmi türevler .....	33
Çizelge 3.7 Yeni göçme noktaları $x_i^*$ lerin belirlenmesi .....	33
Çizelge 3.8 İkinci moment yaklaşımına göre iterasyon aşamaları .....	33
Çizelge 3.9 Değişkenlerin istatistiksel değerleri .....	35
Çizelge 3.10 Değişkenlerin istatistiksel değerleri .....	36
Çizelge 3.11 Değişkenlerin istatistiksel değerleri .....	37
Çizelge 3.12 Sayısal uygulamalara ilişkin $p_F$ göçme olasılıklarının karşılaştırılması .....	38



## ÖNSÖZ

Göçme, mühendislik sistemlerinin içerdği fiziksel parametrelerin yapısında varolan rastgelelikten kaynaklanan bir risktir. Bir ölçüde azaltılabilir, ancak yok edilemez. Mühendislik etkinlikleri göçme riskinin ortadan kaldırılamaması nedeniyle bir belirsizlikler ortamında çözümler. Bu nedenle yapısal sistemler potansiyel göçme riskleri kabul edilebilir düzeyleri aşmayacak şekilde tasarlanmalıdır.

Bu çalışmada yapısal güvenirliliğin belirlenmesinde uygulanan yaklaşımlar kısaca tanıtılmış, bu yaklaşımlardan "İkinci Moment Yaklaşımı" üzerinde durulmuş ve hazırlanan bilgisayar programı yardımıyla hızlı ve etkin bir çözüm elde edilmeye çalışılmıştır.

Bu tezin hazırlanmasında bana her konuda yardımcı olan, manevi desteğini esirgemeyen tez danışmanım Sn. Yrd. Doç. Dr. Sema Noyan ALACALI 'ya, bilgisayar programının hazırlanması ve kaynak taraması esnasındaki katkılarından dolayı arkadaşlarım Araştırma Görevlisi Muzaffer BÖREKÇİ ve Kadir MENTEŞ'e teşekkür ederim.

Aralık 2007

Ömer YOKMAÇ  
İnşaat Mühendisi

# YAPISAL GÖÇME OLASILIKLARININ İKİNCİ MOMENT YAKLAŞIMI İLE TAHMİN EDİLMESİ

Ömer YOKMAÇ  
İnşaat Mühendisliği, Yüksek Lisans Tezi

Bir yapısal sisteme ait göçme riskinin hesaplanması sistemin göçme durumunu oluşturan potansiyel göçme modlarının bilinmesi, tanımlı olması halinde bile oldukça zordur. Çünkü mevcut sayısal yöntemler yapıya ait performans fonksiyonlarının yeterli duyarlılıkta olmasını, potansiyel göçme modları arasındaki korelasyonun bilinmesini ve temel tasarım noktalarının tanımlanmasını gerektirir.

Başka bir deyişle yapısal güvenilirlik problemlerinin çözümünde karşılaşılan temel sorun farklı göçme mekanizmalarını tanımlayan karmaşık performans fonksiyonlarının sağlanamaması ve bunlara ait ortak olasılık yoğunluk fonksiyonlarını belirleyen çok katlı integrallerin çözümündeki zorluklardır. Göçme riskinin hesaplanmasında karşılaşılan bu sorun yaklaşık tahmin yöntemlerinin ortaya çıkmasına neden olmuştur. Göçme ve kalıcılık olasılıkları adını varyanstan alan ikinci moment yaklaşımları ile belirlenebilir. Bu yaklaşımlar yaklaşık-olasılıksal yöntemlerdir.

Bu tez çalışmasında farklı mühendislik problemlerinin çözümünde, yapısal güvenirliliğin belirlenmesinde ikinci moment yaklaşımı konusu ele alınmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** ikinci moment yaklaşımı, güvenirlilik indeksi, göçme ve kalıcılık olasılıkları

ESTIMATION BY SECOND-MOMENT APPROACH  
OF STRUCTURAL FAILURE PROBABILITIES

Ömer YOKMAÇ  
Civil Engineering, M.S. Thesis

Estimation of the failure probability for a system is generally difficult even if the potential failure modes are known or can be identified, because available analytical methods require determination of the sensitivity of performance functions, information on mutual correlations among potential failure modes, and determination of design points.

A fundamental problem encountered in structural reliability theory is the computation of failure probability described as a multifold probability integral. The difficulty in computing this probability has led to the development of various estimation methods. Of interest here is the second ordered reliability method which is usually used to improve the accuracy of the first-order reliability method when the performance function has strong nonlinearity and the first order estimation is not sufficiently accurate.

In this thesis it is taken up the subject of second moment reliability method for estimation of structural failure probabilities on different engineering problems.

**Key Words:** second-moment approach, reliability index, failure and survival probabilities.

## 1. GİRİŞ

Güvenilirlik olasılıksal bir kavramdır. Bir sistemin kalıcılık olasılığı, istenmeyen bir durumun oluşmaması ihtimalini gösterir. Güvenilirlik teorisinde, bir riskin gerçekleşmesini ifade eden durum, limit durum, limit duruma ulaşılması ihtimali de göçme riski ya da göçme olasılığı terimiyle adlandırılır. Göçme, mühendislik sistemlerinin içerdiği fiziksel parametrelerin yapısında varolan rastgelelikten kaynaklanan bir risk olduğu için bir ölçüde azaltılabilir, ama tamamiyle ortadan kaldırılamaz. Bu nedenle mühendislik sistemleri, potansiyel göçme riskleri, kabul edilebilir düzeyleri aşmayacak şekilde tasarlanmalıdır.

Bir mühendislik sisteminin güvenilirliği, sistemin göçme ya da kalıcılık olasılığı ile değerlendirilir. Sistemin sağlanan performansı kapasite (R) ve gereken performansı istem (S) terimiyle adlandırılabilir. ( $R>S$ ) olması sistemin ya da elemanın kullanım ömrü süresince güvenilir olduğunu, ( $R<S$ ) ise güvenilir olmadığını gösteren bir ölçüdür.

Yapısal sistemlere ilişkin güvenilirlik teorisi oldukça yavaş gelişmektedir. Bu, kısmen teorinin olasılıksal bölümünde karşılaşılan güçlüklerden ve kısmen de, çoğu kez seri ve paralel sistemlerin birleşmesinden oluşan yapısal sistemler için çeşitli göçme mekanizmalarını tanımlayan karmaşık matematiksel modellere olan gereksinimden kaynaklanmaktadır (Ang and Tang, 1984, Gündüz, 1996).

Bununla birlikte basit yapısal sistemlerin güvenilirliği ikinci-moment yaklaşımları ile yaklaşık biçimde çözümlenebilir. Farklı göçme modlarına ilişkin matematiksel modelleri türetilmiş karmaşık yapısal sistemlerin göçme ve kalıcılık olasılıkları ise Monte Carlo yöntemi (Hammersley and Handscomb 1965, Sobol 1984, Vahidi, 1991) ile tahmin edilebilir. Betonarme yapısal sistemlerin monolitik davranışından dolayı, sistemi oluşturan elemanların göçme risklerinden biri ya da güvenilir yaklaşımla en büyüğü sistemin göçme riski kabul edilebilir. Elemanların göçme riskleri, ikinci-moment yaklaşımlarıyla güvenilir şekilde tahmin edilebilir.

Yapısal güvenilirlik problemlerinin çözümü için “Joint Committee on Structural Safety/Yapısal Güvenlik Ortak Komitesi” tarafından üç yöntem önerilmiştir (JCSS 1981). Bu yöntemler; göçme ya da kalıcılık olasılıklarını tanımlayan integrallerin kesin çözümünü içeren üçüncü düzey/tam olasılıksal yöntemler; göçme ya da kalıcılık olasılıklarının yaklaşık hesabını içeren ikinci düzey/yaklaşık olasılıksal yöntemler ve yapısal güvenilirliğin yüklere ve malzeme mukavemetlerine ait karakteristik değerlerle ve kısmi güvenlik katsayılarıyla sağlandığı birinci düzey/yarı-olasılıksal yöntemlerdir. Üçüncü ve ikinci düzey yöntemlerde

riskin hesaplanmasına karşın, kısmi güvenlik katsayısı yönteminde göçme riski hesaplanmaz, riskin bu katsayıların belirlenmesinde kabul edilen düzeyde olduğu varsayılır.

Bu çalışmada öncelikle yapısal sistemlerin göçme olasılıklarının belirlenmesiyle ilgili üçüncü ve birinci düzey yaklaşımlar kısaca tanıtılmış, çalışmanın konusunu oluşturan ikinci düzey/ikinci moment yaklaşımı hakkında ayrıntılı bilgi verilmiştir. Ayrıca çalışmada göçme olasılıklarının ikinci moment yaklaşımı ile belirlenmesinde uzun ve yorucu hesaplamaları gerektiren işlemlerin çok kısa sürede yapılmasını sağlayan bir bilgisayar programı geliştirilmiş, farklı mühendislik problemlerinin göçme olasılıkları elle ve bilgisayar programı ile çözümlenerek sonuçlar karşılaştırılmıştır. Çözümlemelerde rasgele değişkenlerin istatistiksel bağımsız olduğu kabul edilmiştir.

### 1.1 Güvenilirliğin üçüncü düzey yaklaşımla belirlenmesi

Bir sistemin performansı, durum fonksiyonu ya da davranış fonksiyonu adı verilen bir matematiksel modelle belirtilir.

$$Z = g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (1.1)$$

$X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ , sistemin temel değişkenlerinin ya da tasarım temel değişkenlerinin vektörel bileşkesi;

$Z = g(X)$  sistemin performansını ya da durumunu belirten fonksiyon

Yapısal sistemler için gözönüne alınan temel değişkenler yükler, malzeme mukavemetleri ve boyutlardır (Gündüz, 1996).

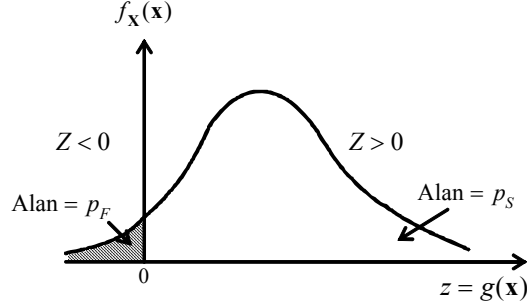
Genel olarak sistemin limit durumu  $Z = 0$  ile tanımlanabilir.  $Z > 0$  güvenli durumu ve  $Z < 0$  göçme durumunu ifade eder. Limit durum denklemi  $Z=0$ , geometri yönünden “n-boyutlu” bir yüzeyi gösterir. Bu yüzeye limit-durum veya göçme yüzeyi adı verilir. Göçme yüzeyi, güvenli bölge ( $Z > 0$ ) ile göçme yüzeyini ( $Z < 0$ ) birbirinden ayırır.

Bir yapısal sisteme ya da elemana ait performans fonksiyonu değişkenlerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu  $f_X(x)$  ile gösterilirse bu durumda göçme ya da kalıcılık olasılığı, ortak olasılık yoğunluk fonksiyonunun  $Z < 0$  ya da  $Z > 0$  uzayında entegre edilmesiyle belirlenebilir (Şekil 1.1)

$$f_X(x) = f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1.2)$$

$$p_F = \int_{Z < 0} \dots \int f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n = \int_{Z < 0} f_X(x) dx \quad (1.3)$$

$$p_S = 1 - p_F = \int_{Z > 0} f_X(x) dx \quad (1.4)$$



Şekil 1.1 Göçme ve kalıcılık olasılıklarının tam-olasılıksal yöntemle belirlenmesi

Göçme olasılığının (1.3) ve (1.4) denklemleriyle çözümü güvenilirliğin belirlenmesiyle ilgili yaklaşımların içindeki en ideal çözümdür. Ancak bu çözümün gerçekleştirilebilmesi performans fonksiyonu değişkenlerinin olasılıksal yoğunluk fonksiyonlarının bilinmesi ve bunlara ait istatistiksel bilgilerin sağlanmış olmasını gerektirir. Ancak pratikte bu değişkenlere ait sağlanabilen bilgiler  $m_X$  ortalama değerleri ve  $\sigma_X$  standart sapmalarıyla sınırlıdır. Ayrıca istatistiksel bilgiler sağlanmış olsa bile farklı göçme mekanizmalarını ifade eden karışık performans fonksiyonlarının sağlanamaması veya sağlanmış olsalar bile bunlara ait ortak olasılıksal yoğunluk fonksiyonlarını belirleyen çok katlı integrallerin çözümü için kapsamlı bilgisayar programları gerekir. Bunların dışında rastgele değişkenler arasında korelasyon olması durumunda karşılaşılan güçlükler nedeniyle de üçüncü düzey (tam olasılıksal) yaklaşım nadiren kullanılan bir yöntemdir.

### 1.1.1 Monte Carlo Yaklaşımı

Günümüzde olasılıksal sorunların çözümünde yöntem sınıflandırmasında üçüncü düzeye dahil edilebilen bir yaklaşım olarak Monte Carlo yönteminden söz etmek mümkündür. Monte Carlo yaklaşımı bir benzeşim (simulation) yöntemidir. En genel çizgileriyle şöyle özetlenebilir: Bir yapısal sisteme ilişkin performans fonksiyonları ne kadar karmaşık ve içerdiği değişkenler ne kadar fazla olursa olsun anılan rasgele değişkenlerin ( $X_i$ ) olasılık dağılımları tanımlanabiliyor ve istatistikleri ( $m_i, \sigma_i$ ) belirlenebiliyorsa, bu değişkenlerin herbiri için rastgele sayılar üretilebilir. Bu rasgele sayı takımları performans fonksiyonlarında yerlerine yazılarak, fonksiyona ilişkin yapay örnekler oluşturulur. Büyüklüğü  $n$  olan bir örnekte  $Z \leq 0$  olan örnek noktalarının sayısı  $n_F$  ise, göçme olasılığının nokta tahmini  $\hat{p}_F = n_F / n$  olur. Sağlanabilen tüm  $n$  boyutlu örneklerin yinelenmesi halinde,  $\hat{p}_F$  tahminlerinin ortalama değeri  $p_F$  göçme

olasılığını verir;  $E(\hat{p}_F) = p_F$ . Böylece  $p_F$  tahmininin standart sapması ( $\sigma_{\hat{p}_F}$ ), standart hata terimiyle adlandırılabilir ve aşağıdaki denklemle belirlenebilir.

$$\sigma_{\hat{p}_F} = \left[ p_F (1 - p_F) / n \right]^{1/2}; \sigma_{\hat{p}_F} \cong \left[ \hat{p}_F (1 - \hat{p}_F) / n \right]^{1/2} \quad (1.5)$$

Standart hata küçültülerek tahminin duyarlılığı artırılabilir. Ancak, standart hatanın 10 kat küçültülebilmesi için örnek boyutunun  $10^2 = 100$  kat artırılması ya da aynı boyutlu örneklerin 100 kez tekrarlanması gerekir. Tahminin duyarlılığı, örnek boyutunun büyütülmesinin yanı sıra “varyans indirgeyici” teknikler kullanılarak da artırılabilir (Hammersley and Handscomb 1965, Rubinstein 1981, Vahidi 1991).

Göçme olasılığının  $(1 - \alpha)$  düzeyindeki güven aralığı,  $n$  boyutlu bir örnekten elde edilen  $\hat{p}_F$  nokta tahmini kullanılarak aşağıdaki denklemle belirlenebilir;

$$\langle p_F \rangle_{1-\alpha} = \left\{ \hat{p}_F - k_{\alpha/2} \left[ \hat{p}_F (1 - \hat{p}_F) / n \right]^{1/2}; \hat{p}_F + k_{\alpha/2} \left[ \hat{p}_F (1 - \hat{p}_F) / n \right]^{1/2} \right\} \quad (1.6)$$

Örnek değerlendirilerek  $p_F$  ve  $p_S$  belirlenir. Kısaca bu yaklaşım, bilgisayarla rasgele sayıların üretildiği, yapay örneklerin oluşturulduğu bir rastgele örnekleme yöntemidir.

Monte Carlo yönteminin kullanımı ekonomi ve bilgisayar kapasitesiyle sınırlıdır. Bu yüzden Monte Carlo yöntemi yapısal güvenilirlik problemlerinde çözümsel yöntemlerin yetersiz kaldığı durumlarda veya çözümsel yöntemlerden elde edilen sonuçların geçerliliğinin kontrolünde kullanılabilir. Sonuç olarak Monte Carlo yöntemi yapısal güvenilirlik problemlerinin çözümünde üçüncü düzey yaklaşımlara dahil edilebilir.

## 1.2 Kısmi güvenlik katsayısı yaklaşımı

Betonarme yapıların tasarımında yapısal güvenlik kısmi güvenlik katsayıları yaklaşımıyla sağlanmaktadır. Katsayıların ilgili standartlardaki değeri götürü (global) olup, uluslararası kabul gören göçme risklerine göre tespit edilmiştir. Bu yaklaşımdaki güvenlik elemanları temel tasarım değişkenleri olan malzeme ve yük katsayılarıyla karakteristik değerler için kabul edilen güvenliklerdir. Yaklaşımda göçme riski hesaplanmamakta; riskin kısmi güvenlik katsayılarının belirlenmesinde kabul edilen düzeyde olduğu varsayılmaktadır. Bu nedenle yaklaşım birinci düzeydedir, yarı olasılıksaldır. Kısmi güvenlik katsayılarının değeri, belirli bir göçme riski için, malzeme mukavemetlerine ve yüklere ilişkin varyasyon katsayılarının

fonksiyonu olarak olasılıksal yolla belirlenebilir. Yapısal tasarımda işlemsel göçme olasılığı kabul edilen nominal göçme riskidir. Göçme nedeniyle oluşması muhtemel can kaybı sayısı ve zarar maliyetine göre işlemsel göçme olasılığı  $10^{-5}$  ( $\beta = 4.27$ ),  $10^{-6}$  ( $\beta = 4.75$ ) ve  $10^{-7}$  ( $\beta = 5.20$ ) kabul edilebilir. İşletilebilme limit durumlarına göre tasarımda ise riskin  $10^{-3}$  ( $\beta = 3.09$ ) alınması uygundur (DIN 1981). Kısmi güvenlik katsayılarının bulunmasıyla ilgili işlemlerde işlemsel göçme olasılığı için belirtilen  $\beta$  değerleri kullanılacaktır.

### 1.2.1 Malzeme mukavemetlerine ilişkin kısmi güvenlik katsayılarının belirlenmesi

Malzeme mukavemetlerindeki istatistiksel değişimler genellikle lognormal dağılım ile tanımlanır (Ang and Tang 1975, Gündüz 1986-1, 1988-2, 1996).

Olasılık dağılımı lognormal olan bir X değişkenini gözönüne alalım. Dağılımı lognormal ve  $V_i \leq 0.30$  olan bir  $X_i$  malzeme mukavemetinin  $s = -\alpha_i\beta = -0.75\beta$  karşılığı basitleştirilmiş ikinci-düzyen tasarım değeri aşağıdaki bağıntıyla belirlenebilir.

$$f_{id} = m_i \exp(-0.75\beta V_i - 0.5V_i^2) \quad (1.7)$$

Bir  $X_i$  malzeme mukavemetinin karakteristik değeri ise,  $s = \frac{(x_i - m_i)}{\sigma_i}$  ilişkisinden yararlanarak şöyle olur.

$$f_{ik} = m_i + s\sigma_i = m_i(1 + sV_i) \quad (1.8)$$

O halde sözkonusu malzeme mukavemetinin birinci-düzyen tasarım değeri;

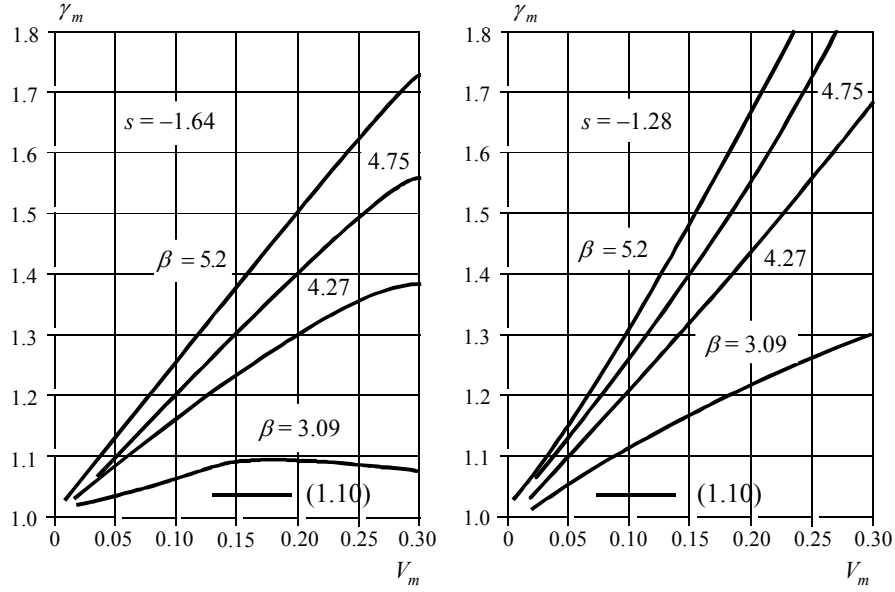
$$f_{id} = \frac{f_{ik}}{\gamma_{mi}} = \frac{m_i(1 + sV_i)}{\gamma_{mi}} \quad (1.9)$$

Böylece malzeme mukavemetlerine ilişkin kısmi güvenlik katsayıları (1.7) ve (1.9) bağıntıları eşitlenerek aşağıdaki bağıntı ile bulunur.

$$\gamma_{mi} = \frac{1 + sV_i}{\exp(-0.75\beta V_i - 0.5V_i^2)} \quad (1.10)$$

% 5 risk için  $s = -1.64$ ; % 10 risk için  $s = -1.28$  olur. Çeşitli güvenilirlik indeksleri ve varyasyon katsayıları ( $V_m$ ) için malzeme mukavemetlerine ilişkin kısmi güvenlik katsayıları, karakteristik mukavemetin farklı tanımlarına göre ( $s = -1.64, s = -1.28$ ) (1.10) denkleminle hesaplanmış ve Şekil 1.2 deki abaklarda gösterilmiştir (Gündüz 1986-1, 1988-2, 1996).





Şekil 1.2 Malzeme mukavemetleri için kısmi güvenlik katsayıları

### 1.2.2 Zamanla-değişmeyen yüklere ilişkin kısmi güvenlik katsayılarının belirlenmesi

Zamanla-değişmeyen yüklerdeki (hareketsiz yükler, G) istatistiksel değişimler normal dağılımlı olarak kabul edilebilirler. (Ang and Tang 1984, Gündüz 1983, 1986-1, 1988-2, 1996). Bu kabullere göre “ikinci-düzy” ve “birinci-düzy” tasarım değerleri, sırayla, şöyle olur.

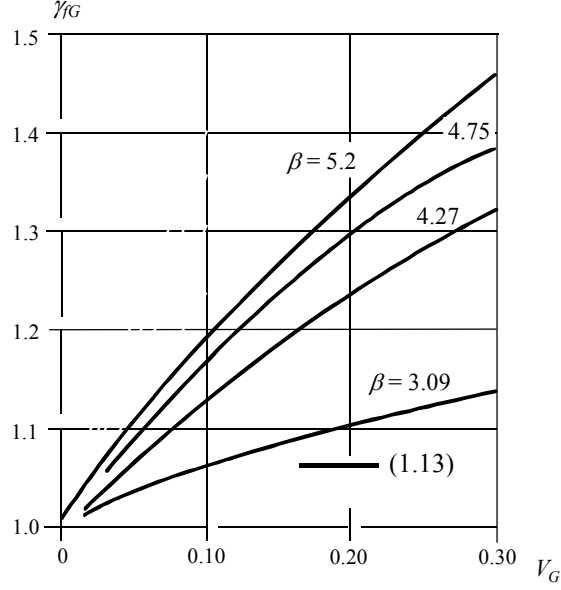
$$G_d = m_G + 0.75\beta\sigma_G = m_G(1 + 0.75\beta V_G) \quad (1.11)$$

$$G_d = \gamma_{fG} G_k = \gamma_{fG}(m_G + 1.64\sigma_G) = \gamma_{fG} m_G(1 + 1.64V_G) \quad (1.12)$$

Zamanla-değişmeyen yüklere ilişkin kısmi güvenlik katsayıları (1.11) ve (1.12) bağıntıları eşitlenerek aşağıdaki bağıntıyla belirlenebilir.

$$\gamma_{fG} = \frac{1 + 0.75\beta V_G}{1 + 1.64V_G} \quad (1.13)$$

Farklı güvenilirlik indeksleri ve varyasyon katsayıları için zamanla-değişmeyen yüklere ait kısmi güvenlik katsayıları (1.13) bağıntısıyla hesaplanmış ve Şekil 1.3’deki abakta gösterilmiştir (Gündüz 1986-1, 1988-2, 1996).



Şekil 1.3 Zamanla-değişmeyen yükler için kısmi güvenlik katsayıları

### 1.2.3 Zamanla-değişen yüklerle ilişkin kısmi güvenlik katsayılarının belirlenmesi

Zamanla-değişen yüklerle (örneğin hareketli yükler, Q) ilişkin ekstrem değer dağılımları için çoğunlukla Tip I asimptotik dağılım model esas alınabilir (Galambos et al 1982, Gündüz 1986-1, 1986-2, 1996). Çünkü yapısal güvenilirlikte zamanla-değişen yüklerin maksimum değerleri dikkate alınır.

Zamanla-değişen yüklerle ilişkin ikinci düzey tasarım değeri,

$$Q_d = m_Q \left\{ 1 - \left( \frac{\sqrt{6}}{\pi} \right) V_Q \left\{ 0.577 + \ln \left[ -\ln \Phi(0.75\beta) \right] \right\} \right\} \quad (1.14)$$

bağıntısı ile; birinci düzey tasarım değeri ise

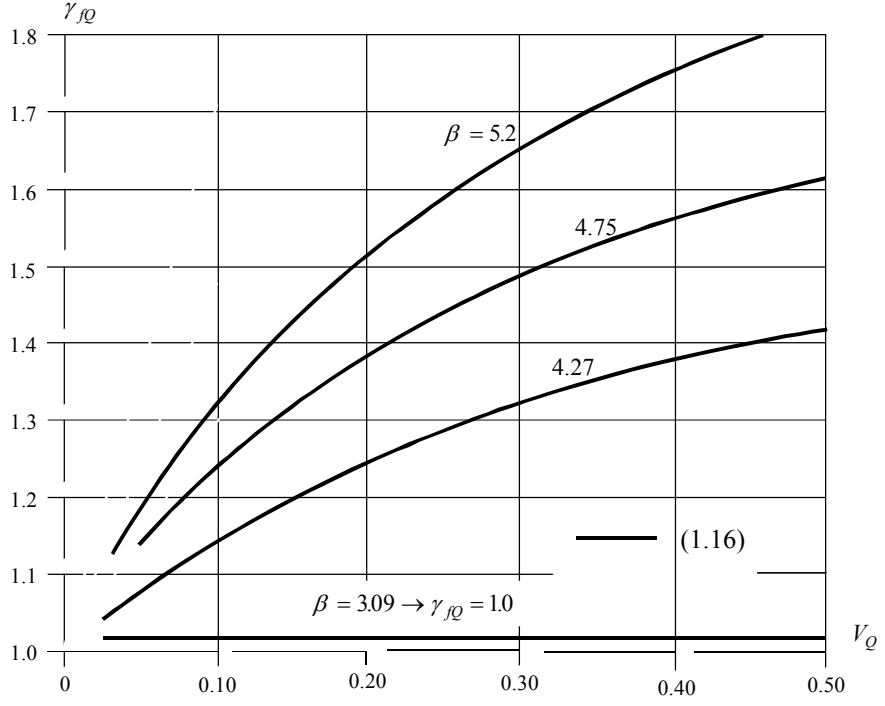
$$Q_d = \gamma_{fQ} Q_k = \gamma_{fQ} \left\{ m_Q \left\{ 1 - \left( \frac{\sqrt{6}}{\pi} \right) V_Q \left[ 0.577 + \ln(-\ln 0.99) \right] \right\} \right\} \quad (1.15)$$

ile tanımlanırsa, (1.14) ve (1.15) bağıntıları eşitlenerek Q yüküne ilişkin kısmi güvenlik katsayısı

$$\gamma_{fQ} = \frac{1 - \left( \frac{\sqrt{6}}{\pi} \right) V_Q \left\{ 0.577 + \ln \left[ -\ln \Phi(0.75\beta) \right] \right\}}{1 - \left( \frac{\sqrt{6}}{\pi} \right) V_Q \left[ 0.577 + \ln(-\ln 0.99) \right]} \quad (1.16)$$

ile elde edilebilir.

Çeşitli güvenilirlik indeksleri ve varyasyon katsayıları için zamanla-değişen yüklere ilişkin kısmi güvenlik katsayıları (1.16) bağıntısıyla hesaplanmış ve Şekil 1.4'de gösterilmiştir (Gündüz 1986-2, 1987, 1988-1, 1988-2, 1996).



Şekil 1.4 Zamanla-değişen yüklere ilişkin kısmi güvenlik katsayıları

## 2 İKİNCİ MOMENT YAKLAŞIMLARI

Bu bölümde çalışmanın konusunu oluşturan, göçme olasılıklarının ikinci moment yaklaşımı ile belirlenmesinde izlenecek algoritmalar hakkında bilgi verilecektir. Adını varyanstan alan ikinci moment yaklaşımı daha önce de belirtildiği gibi yaklaşık-olasıksal yöntemler sınıfına girmektedir. Bu çalışmada ikinci moment yaklaşımı ile göçme ve kalıcılık olasılığının belirlenmesinde değişkenler arasındaki korelasyonun etkisi ihmal edilecek, diğer bir anlatıyla rastgele değişkenlerin istatistiksel bağımsız oldukları kabul edilecektir.

Göçme olasılığının hesaplanması, rasgele değişkenlerin olasılık dağılımlarının bilinmesini gerektirir. Uygulamada ise performans fonksiyonu değişkenlerine ait istatistiksel bilgilerin yetersizliği yüzünden anılan bilgi çoğu zaman sağlanamaz ya da sağlanması güç olur, elde edilebilen bilgiler, ilgili rasgele değişkenlerin ortalama değerleri (birinci moment) ve standart sapmaları (ikinci moment) ile sınırlı kalabilir. Bu nedenle  $X_i$  rastgele değişkenlerine ait  $f_{X_i}(x_i)$  yoğunluk fonksiyonları ve  $f_X(x)$  ortak olasılık fonksiyonu tam olarak belirlenemez. Bu nedenle çalışmada, anılan istatistiksel veriler esas alınarak, göçme olasılığının değerlendirilmesine ilişkin ikinci moment yaklaşımı sunulacaktır.

İkinci moment yaklaşımında performans fonksiyonunu oluşturan değişkenlerin ortalama değerleri ( $m_{X_i}$ ) ve standart sapmaları ( $\sigma_{X_i}$ ) kullanılarak performans fonksiyonuna ( $Z$ ) ait ortalama değer ( $m_Z$ ) ve standart sapma ( $\sigma_Z$ ) değerleri hesaplanır. Doğrusal olmayan performans fonksiyonları Taylor serisine açılır ve istatistiksel veri yetersizliği nedeniyle sadece doğrusal terimler dikkate alınır. Diğer bir anlatımla  $Z$  performans fonksiyonu doğrusallaştırılır. Böylece performans fonksiyonunun birinci aşama yaklaşık ifadesi elde edilir. Daha sonra performans fonksiyonuna ait ortalama değer ( $m_Z$ ) ve standart sapma ( $\sigma_Z$ ) hesaplanır (Ang and Tang 1984, Ranganathan 1990, Gündüz 1996).

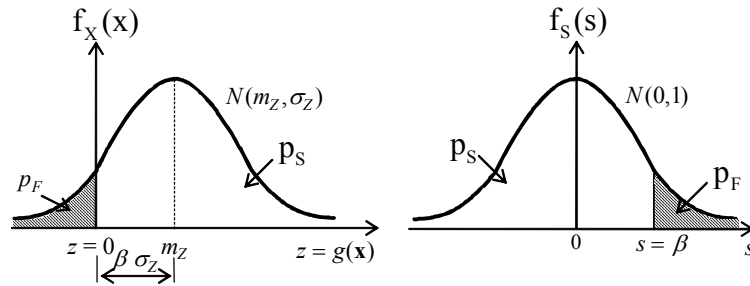
Performans fonksiyonunu oluşturan rastgele değişkenlerin herbiri normal dağılımlı ise performans fonksiyonu da normal dağılımlı olur. Ayrıca performans fonksiyonunu oluşturan değişkenler doğrusal olmasa bile merkezsiz limit teoremi nedeniyle normal dağılıma yaklaştığı kabul edilebilir. Bunun dışında performans fonksiyonunun içerdiği normal dağılımlı olmayan değişkenler “Rosenblatt dönüşümü (transformation)” (Hohenbichler and Racwitz, 1981) adı verilen yöntemle eşdeğer normal dağılıma dönüştürülerek performans

fonksiyonunun dağılımı ortalama değeri ( $m_Z$ ) ve standart sapması ( $\sigma_Z$ ) olan normal dağılıma dönüştürülebilir  $N(m_Z, \sigma_Z)$ .

$Z = 0$  limit durumu için standart normal dağılım değişkeninin değeri  $s = \frac{(0 - m_Z)}{\sigma_Z} = \frac{-m_Z}{\sigma_Z}$

olur. Performans fonksiyonuna ilişkin varyasyon katsayısının inversi  $\frac{1}{V_Z} = \frac{m_Z}{\sigma_Z} = \beta$ ,

güvenilirlik indeksi terimiyle adlandırılabilir. Buna göre göçme ve kalıcılık olasılıkları;  $p_F = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta)$  ve  $p_S = 1 - p_F = \Phi(\beta)$  olur (Şekil 2.1). Belirtilen olasılıkların güvenilirlik indeksine göre belirlenmesi nedeniyle ikinci-moment yaklaşımlarına güvenilirlik indeksi yaklaşımları ya da beta yaklaşımları adı da verilebilir.



Şekil 2.1 İkinci-moment yaklaşımlarıyla  $p_F$  ve  $p_S$  olasılıklarının belirlenmesi

Malzeme mukavemetleri ve yükler göçme ya da kalıcılık olasılıklarının belirlenmesinde dikkate alınan temel değişkenlerdir. Uluslararası istatistiksel verilere göre: malzeme mukavemetleri normal ya da tercihen lognormal; zamanla-değişmeyen yükler normal; zamanla-değişen yükler Tip I asimptotik; rüzgâr ve deprem Tip I ya da Tip II asimptotik; kar Tip I asimptotik ya da Weibull dağılımlarıyla belirlenir (Galambos et al. 1982, Ang and Tang 1984, Gündüz 1986-1, 1988-2, 1983). Önce de belirtildiği gibi, normal olmayan dağılımlar eşdeğer normal dağılıma dönüştürülerek hesap yapılabilir.

## 2.1 Güvenilirlik indeksinin doğrudan belirlenmesi

Yapısal sistemlerin ya da yapısal elemanların davranışını matematiksel olarak gösteren  $Z = g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$  performans fonksiyonları, genelde, doğrusal olmayan (nonlinear) fonksiyonlardır. Olasılık teorisine göre bu fonksiyonların birinci ve ikinci momentleri aşağıdaki bağıntılarla bulunur.

$$m_Z = E(Z) = \int_{-\infty}^{\infty} g(X)f_X(x)dx \quad (2.1)$$

$$\sigma_Z^2 = \text{Var}(Z) = \int_{-\infty}^{\infty} [g(X) - E(Z)]^2 f_X(x)dx \quad (2.2)$$

İstatistiksel veri yetersizliği nedeniyle yukarıda verilen integrallerin çözümü yerine birinci aşama yaklaşımla performans fonksiyonunun ortalama değeri ve standart sapması elde edilebilir.

- **Birinci-aşama yaklaşım**

Bir  $Z = g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$  performans fonksiyonunda rasgele değişkenlerin ortalama değerleri  $(m_1, m_2, \dots, m_n)$  ve standart sapmaları  $(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$  ile gösterilmiş olsun.  $m_i = m_{X_i}$   $\sigma_i = \sigma_{X_i}$ . Fonksiyon değişkenlerin ortalama değerlerine göre Taylor serisine açılır ve kısmi türevler  $m_i$  lere göre belirlenirse;

$$Z = g(m_1, m_2, \dots, m_n) + \sum_{i=1}^n (X_i - m_i) \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right) + \left( \frac{1}{2} \right) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (X_i - m_i)(X_j - m_j) \left( \frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} \right) + \dots \quad (2.3)$$

elde edilir. Daha önce de ifade edildiği gibi  $X_i$  ve  $X_j$  ler arasında korelasyon bulunmadığı; değişkenlerin istatistiksel bağımsız oldukları kabul edilecektir. Açılımın yalnızca doğrusal terimleri gözönüne alınırsa performans fonksiyonunun “doğrusallaştırılmış” birinci-aşama yaklaşık ifadesi aşağıdaki bağıntı ile elde edilebilir.

$$Z = g(m_1, m_2, \dots, m_n) + \sum_{i=1}^n (X_i - m_i) \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right) \quad (2.4)$$

$Z$  performans fonksiyonunun birinci-aşama yaklaşık ortalama değeri, sabit bir sayının beklenen değeri kendisine eşit olduğu için,

$$\begin{aligned} m_Z = E(Z) &= E \left\{ g(m_1, m_2, \dots, m_n) + \sum_{i=1}^n (X_i - m_i) \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right) \right\} \\ &= g(m_1, m_2, \dots, m_n) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right) E(X_i - m_i) \\ &= g(m_1, m_2, \dots, m_n) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right) (m_i - m_i) \end{aligned}$$

$$= g(m_1, m_2, \dots, m_n) \quad (2.5)$$

olur.

Birinci aşama yaklaşık varyansı ise, sabit bir sayının varyansı sıfır olduğuna göre,

$$\sigma_Z^2 = \text{Var}(Z) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^2 \text{Var}(X_i) \quad (2.6)$$

bağıntısıyla belirlenir.

Buna göre Z performans fonksiyonunun birinci-aşama standart sapması varyansın karekökü alınarak aşağıdaki bağıntıyla bulunabilir.

$$\sigma_Z = \left\{ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^2 \text{Var}(X_i) \right\}^{1/2} \quad (2.7)$$

Ayrıca bu yaklaşım, Taylor açılımının doğrusal olmayan terimleri gözönüne alınarak geliştirilebilir. İkinci-aşama yaklaşık ortalama değeri  $m_z$ , Taylor açılımının ilk üç terimi gözönüne alınarak elde edilebilir.  $X_i$  ve  $X_j$  değişkenleri arasında korelasyon bulunmadığı varsayıldığı için;

$$m_Z = E(Z) = g(m_1, m_2, \dots, m_n) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial^2 g}{\partial X_i^2} \right) \text{Var}(X_i) \quad (2.8)$$

olarak elde edilir. Varyansın ikinci-aşama yaklaşık ifadesi ise değişkenlerin üçüncü ve dördüncü momentlerini içerir. Ancak pratikte sağlanabilen bilgiler değişkenlerin ortalama değerleri ve varyanslarıyla sınırlı kaldığı için performans fonksiyonu Z nin ortalaması (2.5) ya da (2.8) varyansı ise (2.7) bağıntısıyla tahmin edilebilir.

Performans fonksiyonunun ortalama değeri ve varyansı belirlendikten sonra güvenilirlik indeksi (2.9) bağıntısıyla, göçme ve kalıcılık olasılıkları da (2.10) ve (2.11) bağıntıları ile elde edilir (Şekil 2.1).

$$\beta = \frac{m_Z}{\sigma_Z} \quad (2.9)$$

$$p_F = 1 - \Phi(\beta) \quad (2.10)$$

$$p_S = \Phi(\beta) \quad (2.11)$$

(2.6) bağıntısı incelenecek olursa performans fonksiyonunun belirsizliğinin  $\text{Var}(Z)$ , performans fonksiyonunu oluşturan değişkenlerin varyansı (belirsizliği) ile orantılı olduğu görülmektedir. Değişkenlerin performans fonksiyonu üzerindeki bu etkisini ifade etmek için boyutsuz ( $\alpha_i$ ) duyarlılık katsayısı kullanılabilir (Ang and Tang 1984, Ranganathan 1990, Gündüz 1996, Nowak and Collins 2000).

$$\alpha_i = \left[ \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^2 \frac{\text{Var}(X_i)}{\text{Var}(Z)} \right]^{1/2} = \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right) \frac{\sigma_i}{\sigma_Z} \quad (2.12)$$

$\alpha_i$  duyarlılık katsayısı,  $\left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)$  teriminin işaretine bağlı olarak pozitif ya da negatif değer alır.

Ayrıca duyarlılık katsayılarının karelerinin toplamının  $\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 = 1$  olduğu ispatlanabilir.

$\alpha_i \sigma_Z = \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right) \sigma_i$  yazılırsa ve  $\alpha_i \sigma_Z$  terimlerinin kareleri toplanırsa;

$$\alpha_1^2 \sigma_Z^2 + \dots + \alpha_n^2 \sigma_Z^2 = \left( \frac{\partial g}{\partial X_1} \right)^2 \sigma_1^2 + \dots + \left( \frac{\partial g}{\partial X_n} \right)^2 \sigma_n^2 = \sigma_Z^2 \quad \text{O halde;}$$

$$\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \dots + \alpha_n^2 = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 = 1 \quad (2.13)$$

olur.

- **Performans fonksiyonu değişkenlerinin tasarım değerleri**

Ortalaması  $m_i$ , standart sapması  $\sigma_i$  ve duyarlılık katsayısı  $\alpha_i$  olan herhangi bir  $X_i$  rasgele değişkeni için  $X_i$  nin olasılık dağılımı normalse, belirli bir göçme olasılığı ve dolayısıyla  $\beta$

güvenilirlik indeksi için  $s = -\alpha_i \beta$  olur ve değişkenin  $x_{id}$  tasarım değeri  $s = -\alpha_i \beta = \frac{(x_{id} - m_i)}{\sigma_i}$

bağıntısından elde edilebilir.

$$x_{id} = m_i - \alpha_i \beta \sigma_i \quad (2.14)$$

## 2.2 Güvenilirlik indeksinin iterasyonla belirlenmesi

- $Z = R - S$  şeklinde tanımlanmış ve değişkenleri R mukavemet ve S yük etkisi olan performans fonksiyonu gözönüne alınır, performans fonksiyonunun  $Z > 0$  olması



güvenli durumu,  $Z < 0$  göçme durumunu ve  $Z = 0$  ise limit durumu tanımlar. İndirgenmiş değişkenler;

$$R' = \frac{(R - m_R)}{\sigma_R} \text{ ya da } R = m_R + \sigma_R R',$$

$$S' = \frac{(S - m_S)}{\sigma_S} \text{ ya da } S = m_S + \sigma_S S'.$$

şeklinde tanımlanabilir. İndirgenmiş değişkenler sistemine göre güvenli durum ve göçme durumu Şekil 2.2'de gösterilmiştir. Limit durum denklemi ( $Z = 0$ ) indirgenmiş değişkenlere göre yazılırsa;

$$Z = R - S = m_R + \sigma_R R' - m_S - \sigma_S S' = 0$$

$$m_R - m_S + \sigma_R R' - \sigma_S S' = 0 \quad (2.15)$$

denklemi elde edilir. Bu denklem Şekil 2.2'de bir doğru çizgiyi gösterir. Doğrusal göçme çizgisinin indirgenmiş değişkenler eksenlerini kestiği noktaların koordinatları ise;

$$R' = 0 \text{ için } S' = \frac{(m_R - m_S)}{\sigma_S} \text{ ve } S' = 0 \text{ için } R' = \frac{-(m_R - m_S)}{\sigma_R} \text{ şeklinde yazılabilir. Doğrusal}$$

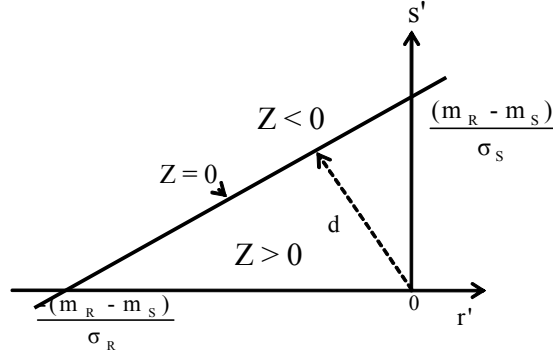
göçme çizgisinin indirgenmiş değişkenler sisteminin orijininden (0 noktası) uzaklığı ise analitik geometri kurallarına göre şöyle belirlenir.

$$d = \frac{(m_R - m_S)}{(\sigma_R^2 + \sigma_S^2)^{1/2}} \quad (2.16)$$

Mukavemetin ve yükün normal dağılımlı olması halinde bu uzaklığın,

$$\beta = \frac{m_Z}{\sigma_Z} = \frac{(m_R - m_S)}{(\sigma_R^2 + \sigma_S^2)^{1/2}} \quad (2.17)$$

bağıntısıyla belirli güvenilirlik indeksine eşit olduğu görülür;  $d = \beta$ . Dolayısıyla kalıcılık olasılığı  $p_S = \Phi(d)$  olarak ifade edilebilir (Ang and Tang 1984, Ranganathan 1990, Gündüz 1996, Nowak and Collins 2000).

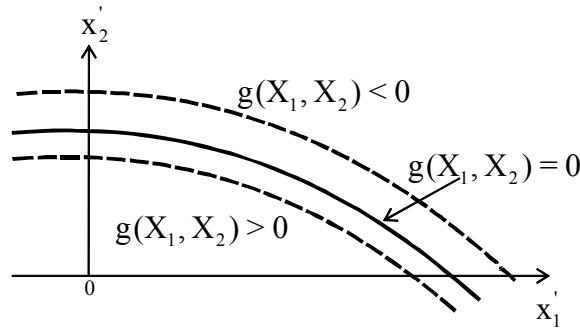


Şekil 2.2 İndirgenmiş değişkenler sistemi

- Performans fonksiyonunun  $Z = g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$  şeklinde genel biçimi gözönüne alınırsa;  $Z > 0$ ,  $Z < 0$  ve  $Z = 0$  sırayla, güvenli, göçme ve limit durumları belirtir. Korelasyonsuz indirgenmiş değişkenler takımı da şöyle yazılabilir;

$$X'_i = \frac{(X_i - m_{X_i})}{\sigma_{X_i}}; i = 1, 2, \dots, n \quad (2.18)$$

Limit durum denklemini ifade eden “sınır yüzey” indirgenmiş değişkenler uzayında güvenli duruma ve göçme durumuna ait bölgeleri birbirinden ayırır. İki değişkenli bir durumda göçme durumu, güvenli durum, ve limit durum Şekil 2.3’de gösterilmiştir.



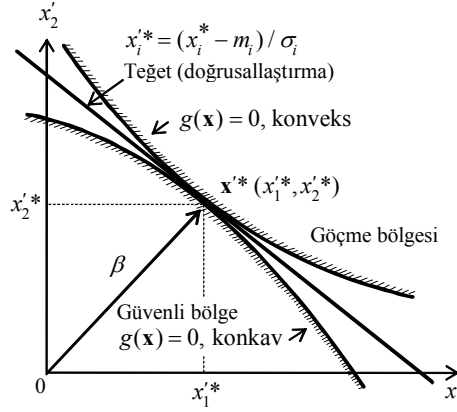
Şekil 2.3 İki değişkenli bir fonksiyon için indirgenmiş değişkenler sisteminde güvenli ve güvensiz bölgeler

Limit durum denklemini indirgenmiş değişkenler sistemine  $(X'_i)$  göre şöyle ifade edilebilir.

$$g(m_{X_1} + \sigma_{X_1} X'_1, \dots, m_{X_n} + \sigma_{X_n} X'_n) = 0 \quad (2.19)$$

Limit durum yüzeyinin (göçme yüzeyinin)  $g(X) = 0$  orijinden olan uzaklığı güvenli bölgenin büyümesi veya küçülmesi anlamına gelir. Yani göçme yüzeyinin indirgenmiş değişkenler sisteminin orijin noktasına göre bağlı konumu sistemin güvenilirliğini ifade eder. İndirgenmiş

değişkenlerin orijine olan minimum uzaklığı göçme yüzeyinin yerini ( $g(X) = 0$ ) belirler (Ang and Tang 1984, Ranganathan 1990, Gündüz 1996, Nowak and Collins 2000). Göçme yüzeyi üzerinde bulunan orijine minimum uzaklıkta olan ( $x'^*$ ) noktası en olası göçme noktasıdır. En olası göçme noktası limit durum denklemini en büyük olasılıkla sağlayan nokta şeklinde tanımlanabilir (Şekil 2.4).



Şekil 2.4 İki değişkenli doğrusal olmayan bir performans fonksiyonu için güvenilirlik indeksinin belirlenmesi ( $x'^*$  noktasında  $Z = 0$ )

En olası göçme noktasının orijine olan uzaklığı ise minimum uzaklıktır. Analitik geometri kurallarına göre minimum uzaklık  $d_{\min}$  aşağıdaki bağıntıyla belirlenebilir.

$$D = (X_1'^2 + X_2'^2 + \dots + X_n'^2)^{1/2} = (X'^t X')^{1/2} \quad (2.20)$$

Bu bağıntıda yer alan  $X'^t$ ,  $X'$  matrisinin transpozesidir.

Göçme yüzeyi üzerinde ve orijinden minimum uzaklıkta bulunan  $x'^* = (x_1'^*, x_2'^*, \dots, x_n'^*)$  noktası, hem  $D$  fonksiyonunu minimum yapmalı hem de  $g(X) = 0$  koşulunu sağlamalıdır. Bu amaçla “Lagrange çarpanlar yöntemi” kullanılabilir. Yönteme ilişkin fonksiyon;

$$L = D + \lambda g(X)$$

$$L = (X'^t X')^{1/2} + \lambda g(X)$$

$$L = (X_1'^2 + X_2'^2 + \dots + X_n'^2)^{1/2} + \lambda g(X_1, X_2, \dots, X_n),$$

şeklinde tanımlanır.

$L$  nin minimum olması için şu koşullar gerçekleşmelidir.

$$\frac{\partial L}{\partial X'_i} = \frac{X'_i}{(X_1'^2 + X_2'^2 + \dots + X_n'^2)^{1/2}} + \lambda \frac{\partial g}{\partial X'_i} = 0; i = 1, 2, \dots, n \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (2.22)$$

Yukarıdaki (n+1) bilinmeyenli (n+1) denklemden oluşan denklem takımı çözülerek indirgenmiş değişkenler sistemine ilişkin en olası göçme noktası  $(x_1'^*, x_2'^*, \dots, x_n'^*)$  belirlenebilir.

Aşağıdaki gradyan vektörü gözönüne alınırsa;

$$G = \left( \frac{\partial g}{\partial X'_1}, \frac{\partial g}{\partial X'_2}, \dots, \frac{\partial g}{\partial X'_n} \right).$$

$\frac{\partial g}{\partial X'_i}$  terimleri  $X_i = m_{X_i} + \sigma_{X_i} X'_i$  ilişkisinden yararlanılarak belirlenebilir.

$$\frac{\partial g}{\partial X'_i} = \frac{\partial g}{\partial X_i} \frac{dX_i}{dX'_i} \text{ ve } \frac{dX_i}{dX'_i} = \sigma_{X_i} \text{ olduğu için;}$$

$$\frac{\partial g}{\partial X'_i} = \sigma_{X_i} \frac{\partial g}{\partial X_i}$$

(2.21) denklem takımı matris formunda yazılırsa;

$$\frac{X'}{(X^t X')^{1/2}} + \lambda G = 0 \quad (2.23)$$

elde edilir. Bu bağıntıda  $(X^t X')$  yerine (2.20) bağıntısıyla belirli değeri yazılırsa;

$$X' = -\lambda DG \quad (2.24)$$

bulunur.  $X'$  nün bu değerine göre (2.20) bağıntısı şu şekilde yazılabilir;

$$D = \left[ (\lambda DG^t)(\lambda DG) \right]^{1/2} = \lambda D(G^t G)^{1/2} \quad (2.25)$$

Bu bağıntıdan  $\lambda$  değeri çekilirse;

$$\lambda = (G^t G)^{-1/2} \quad (2.26)$$

olur.  $\lambda$  nın bu değeri (2.24) bağıntısında yerine yazılırsa;

$$X' = \frac{-GD}{(G^t G)^{1/2}} \quad (2.27)$$

ve bu bağıntının iki tarafı  $G^t$  ile çarpılırsa;

$$G^t X' = \frac{-(G^t G)D}{(G^t G)^{1/2}} = -(G^t G)^{1/2} D. \quad (2.28)$$

elde edilir. Bu bağıntıdan D değeri çekilirse;

$$D = \frac{-G^t X'}{(G^t G)^{1/2}} \quad (2.29)$$

dolayısıyla  $\beta$  değeri,

$$\beta = \frac{-G^{*t} X'^*}{(G^{*t} G^*)^{1/2}} \quad (2.30)$$

bulunur.

En olası göçme noktasındaki gradyan vektörü  $G^* = \left( \frac{\partial g}{\partial X_1'}, \frac{\partial g}{\partial X_2'}, \dots, \frac{\partial g}{\partial X_n'} \right)_*$  değeri, (2.30)

bağıntısında yerine yazılırsa güvenilirlik bağıntısı aşağıdaki bağıntıyla bulunabilir.

$$\beta = \frac{-\sum_{i=1}^n x_i' * \left( \frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_*}{\left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_*^2 \right]^{1/2}} \quad (2.31)$$

Bağıntıdaki  $\left( \frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_*$  kısmi türevleri, en olası göçme noktasına  $(x_1'^*, x_2'^*, \dots, x_n'^*)$  göre

değerlendirilir. Göçme yüzeyi üzerindeki en olası nokta; (2.27) bağıntısındaki D yerine (2.31) bağıntısıyla belirli  $d_{\min} = \beta$  değeri yazılarak belirlenebilir.

$$X'^* = \frac{-G^* \beta}{(G^{*t} G^*)^{1/2}} \quad (2.32)$$

$X'^*$  vektörü bileşenlerinin skaler biçimi;

$$x_i'^* = -\alpha_i * \beta; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.32)$$

$$\alpha_i^* = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)_*}{\left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)_*^2 \right]^{1/2}} \quad (2.33)$$

$\alpha_i^*$  ler, indirgenmiş değişkenler sistemine ilişkin boyutsuz duyarlılık katsayıları olup  $\beta$  nin  $x_i^*$  eksenlerine göre doğrultu kosinüsleridir. Bu nedenle;

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i^{*2} = 1 \quad (2.34)$$

• (2.31) bağıntısı ile tanımlı  $\beta$  güvenilirlik indeksi  $Z = g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$  performans fonksiyonunun, göçme yüzeyi üzerinde bulunan  $x^*$  noktasına göre Taylor serisine açılması, ve bu açılımın yalnızca doğrusal terimlerinin gözönüne alınmasıyla da belirlenebilir.

$$Z = g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) (\partial g / \partial X_i)_* \\ + (1/2) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (X_i - x_i^*) (X_j - x_j^*) (\partial^2 g / \partial X_i \partial X_j)_* + \dots \quad (2.35)$$

Performans fonksiyonunun birinci-aşama yaklaşık ifadesi açılımın sadece doğrusal terimleri gözönüne alınarak elde edilebilir;

$$Z \cong \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)_* \quad (2.36)$$

Bağıntıdaki  $(X_i - x_i^*)$  ve  $\left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)_*$  terimleri şu şekilde ifade edilebilir;

$$X_i - x_i^* = (m_{X_i} + \sigma_{X_i} X_i') - (m_{X_i} + \sigma_{X_i} x_i'^*) = \sigma_{X_i} (X_i' - x_i'^*)$$

$$\frac{\partial g}{\partial X_i} = \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right) \left( \frac{dX_i'}{dX_i} \right). \text{ Öte yandan } X_i = m_{X_i} + \sigma_{X_i} X_i' \text{ olduğu için } \left( \frac{dX_i'}{dX_i} \right) = \sigma_{X_i} \text{ Dolayısıyla;}$$

$$\frac{\partial g}{\partial X_i} = \left( \frac{1}{\sigma_{X_i}} \right) \left( \frac{\partial g}{\partial X_i'} \right) \text{ bulunur. Şu halde;}$$

$$Z \cong \sum_{i=1}^n (X_i' - x_i'^*) \left( \frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_* \quad (2.37)$$

Bu bağıntı şu şekilde yazılabilir;

$$Z \cong \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^* X_i' - \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^* x_i' \quad (2.38)$$

Öyleyse Z nin ortalama değeri ve varyansı şöyle belirlenebilir.

$$m_Z \cong \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^* E(X_i') - \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^* x_i' \quad (2.39)$$

ve  $E(X_i') = 0$  olduğu için;  $N(m, \sigma) = N(0, 1)$

$$m_Z \cong - \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^* x_i' \quad (2.40)$$

$$\text{Var}(Z) = \sigma_Z^2 \cong \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^* \text{Var}(X_i') - 0 \quad (2.41)$$

ve  $\text{Var}(X_i') = 1$  olduğu için;

$$\sigma_Z^2 \cong \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^* \quad (2.42)$$

Şu halde;

$$\frac{m_Z}{\sigma_Z} = \frac{- \sum_{i=1}^n x_i' \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^*}{\left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^* \right]^{1/2}} \quad (2.43)$$

(2.31) ile (2.43) bağıntıları özdeştir. Buna göre  $\frac{m_Z}{\sigma_Z}$  oranı, yine indirgenmiş değişkenler

sisteminde, göçme yüzeyi üzerinde olan  $x_i'$  noktasından geçen teğet düzlemin orijine uzaklığına eşittir. Bir başka anlatımla göçme yüzeyinin, indirgenmiş değişkenler sisteminin orijinine olan minimum uzaklığıdır. O halde güvenilirlik indeksi şöyle yazılabilir.

$$\beta = \frac{m_Z}{\sigma_Z} \quad (2.44)$$

Yukarıdaki bağıntılar esas alınarak güvenilirlik indeksi, aşağıdaki iteratif algoritmayla belirlenebilir (Racwitz 1976, Ang and tang 1984, Ranganathan 1990).

- **Algoritma**

(1)  $x_i^*$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) ler için değişkenlerin ortalama değerleri ( $m_i$ ), başlangıç değerleri

kabul edilerek  $x_i'^* = \frac{(x_i^* - m_{X_i})}{\sigma_{X_i}}$  değerleri hesaplanır.

(2)  $x_i^*$  için  $(\frac{\partial g}{\partial X_i})^*$  ve  $\alpha_i^*$  değerleri belirlenir.

(3)  $x_i^* = m_{X_i} - \alpha_i^* \sigma_{X_i} \beta$  bağıntıları oluşturulur.

(4) (3)'te  $\beta$  türünden elde edilen  $x_i^*$  değerleri  $g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0$  limit-durum denkleminde yerlerine konulur ve denklem çözümlenerek  $\beta$  belirlenir.

(5) (4) de belirlenen  $\beta$  değerine göre  $x_i'^* = -\alpha_i^* \beta$  yeniden hesaplanır.

(6) (2) den (5)'e kadar olan işlemler  $\beta$  değerlerinde yakınsaklık sağlanana dek tekrarlanır.

### 2.2.1 Eşdeğer normal dağılımlar

Bundan önceki bölümlerde göçme ve kalıcılık olasılıklarının belirlenmesinde  $Z$  performans fonksiyonunu oluşturan rastgele değişkenlerin normal dağılımlı olduğu ifade edilmişti. Ancak bir  $Z = g(X)$  performans fonksiyonundaki rastgele değişkenlerin dağılımları normal değilse  $p_F$  göçme olasılığı ve  $p_S$  kalıcılık olasılıkları en genel anlamda (1.3) ve (1.4) bağıntılılarıyla belirlenebilir. Bununla birlikte  $p_F$  göçme olasılığı ve  $p_S$  kalıcılık olasılıkları daha önce de belirtildiği gibi “Rosenblatt dönüşümü” adı verilen yöntemle eşdeğer normal dağılımlara dönüştürülebilir. Normal dağılımlı değişkenlerden oluşan performans fonksiyonu için önerilen iteratif işlemler eşdeğer normal dağılım için de geçerlidir.

Göçme yüzeyi üzerindeki bir  $x_i^*$  noktasında normal olmayan dağılım ve buna karşı gelen eşdeğer normal dağılıma ait birikimli olasılıkların ordinatları birbirine eşittir.

Bu nedenle birikimli olasılıklar  $x_i^*$  göçme noktasında eşitlenirse;

$$\Phi \left( \frac{x_i^* - m_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N} \right) = F_{X_i}(x_i^*) \quad (2.45)$$

yazılabilir.



(2.45) bağıntısında  $m_{X_i}^N$  ve  $\sigma_{X_i}^N$  sırasıyla  $X_i$  değişkeninin eşdeğer normal dağılımına ait ortalama değer ve standart sapma değerlerini göstermektedir.

$F_{X_i}(x_i^*)$ ;  $X_i$  değişkeninin orijinal birikimli dağılım fonksiyonunun  $x_i^*$  noktası için belirlenen değeridir.

$\Phi(\cdot)$ ; standart normal dağılıma ilişkin birikimli dağılım fonksiyonu

(2.45) bağıntısından;  $\left( \frac{x_i^* - m_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N} \right) = \Phi^{-1} [F_{X_i}(x_i^*)]$  değeri çekilirse;

$$m_{X_i}^N = x_i^* - \sigma_{X_i}^N \Phi^{-1} [F_{X_i}(x_i^*)] \quad (2.46)$$

elde edilir.

Ayrıca olasılık yoğunluk ordinatlarının  $x_i^*$  noktasındaki eşitliğinden;

$$\frac{1}{\sigma_{X_i}^N} \phi \left( \frac{x_i^* - m_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N} \right) = f_{X_i}(x_i^*) \quad (2.47)$$

yazılabilir. Burada  $\phi(\cdot)$ ; standart normal dağılıma ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonunu ifade etmektedir.

(2.45) bağıntısından elde edilen  $\left( \frac{x_i^* - m_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N} \right) = \Phi^{-1} [F_{X_i}(x_i^*)]$  değeri (2.47) bağıntısında

yerine yazılırsa;

$$\phi \left( \frac{x_i^* - m_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N} \right) = \sigma_{X_i}^N f_{X_i}(x_i^*) \quad (2.48)$$

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{\phi \left\{ \Phi^{-1} [F_{X_i}(x_i^*)] \right\}}{f_{X_i}(x_i^*)} \quad (2.49)$$

bağıntısı elde edilir.

Yukarıdaki belirlemelere göre, normal olmayan dağılıma sahip bir performans fonksiyonu değişkeninin eşdeğer normal dağılıma dönüştürülmesi için ortalama değer ve standart sapmanın da eşdeğer normal dağılıma dönüştürülmesi gerekir. Bu dönüşüm (2.46) ve (2.49)

bağıntılarıyla yapılır. Daha sonra, belirlenen  $m_{X_i}^N$  ve  $\sigma_{X_i}^N$  değerleri kullanılarak  $\beta$  güvenilirlik indeksi hesaplanır ve  $p_S = \Phi(\beta)$  olasılığı belirlenir.

### 2.2.1.1 Lognormal dağılıma eşdeğer normal dağılım

Lognormal dağılımlı bir X değişkenine ilişkin eşdeğer normal dağılımın ortalaması ve standart sapması şu yol izlenerek belirlenebilir. Öncelikle logaritmik normal dağılıma ilişkin  $\ln X$  in ortalama değeri  $\lambda_X$  ve standart sapması  $\zeta_X$  aşağıdaki bağıntılarla hesaplanır.

$$\lambda_X = \ln m_X - 0.5\zeta_X^2 \quad (2.50)$$

$$\zeta_X^2 = \ln\left(1 + \frac{\sigma_X^2}{m_X^2}\right) \quad (2.51)$$

$x_i^*$  göçme noktasında dağılıma ilişkin birikimli olasılık ve olasılık yoğunluk fonksiyonları aşağıdaki bağıntılarla belirlenebilir (Ang and Tang 1984, Ranganathan, R. 1990, Gündüz 1996, Nowak and Collins 2000).

$$F_X(x_i^*) = \Phi\left(\frac{\ln x_i^* - \lambda_X}{\zeta_X}\right) \quad (2.52)$$

$$f_X(x_i^*) = \left(\frac{1}{x_i^* \zeta_X}\right) \phi\left(\frac{\ln x_i^* - \lambda_X}{\zeta_X}\right) \quad (2.53)$$

(2.52) ve (2.53) bağıntılarıyla belirli değerler (2.49) bağıntısında yerine yazılırsa lognormal dağılıma eşdeğer dağılımın standart sapması;

$$\begin{aligned} \sigma_X^N &= \left(\frac{1}{f_X(x_i^*)}\right) \phi\left\{\Phi^{-1}\left[\Phi\left(\frac{\ln x_i^* - \lambda_X}{\zeta_X}\right)\right]\right\} \\ &= \left(\frac{1}{f_X(x_i^*)}\right) \phi\left(\frac{\ln x_i^* - \lambda_X}{\zeta_X}\right) \end{aligned}$$

$$\sigma_X^N = x_i^* \zeta_X \quad (2.55)$$

ve, (2.52) bağıntısı ile belirli birikimli olasılık yoğunluk fonksiyonu (2.46) bağıntısında yerine yazılırsa eşdeğer normal dağılıma ilişkin ortalama değer de,

$$m_X^N = x_i^* - \sigma_X^N \Phi^{-1} \left[ \Phi \left( \frac{\ln x_i^* - \lambda_X}{\zeta_X} \right) \right] =$$

$$= x_i^* - x_i^* \zeta_X \left( \frac{\ln x_i^* - \lambda_X}{\zeta_X} \right) =$$

$$m_X^N = x_i^* (1 - \ln x_i^* + \lambda_X) \quad (2.56)$$

olarak bulunur.

### 2.2.1.2 Tip I asimptotik dağılıma eşdeğer normal dağılım

Olasılıksal problemlerin irdelenmesinde çoğu zaman rasgele değişkenlerin maksimum ya da minimum değerlerinin belirlenmesi gerekir. Bu değerler ekstrem değerler terimiyle adlandırılır (Ang and Tang 1984). Örneğin yapısal güvenlik bağlamında yüklerin en büyük ve malzeme mukavemetlerinin en küçük değerleri; bir yapının güvenliğinin güvence altına alınmasında ya da güvenilirlik düzeyinin belirlenmesinde kullanılan hâkim değerlerdir. Olasılık dağılımları farklı toplumlara ilişkin ekstrem dağılımların kolayca, sistemli bir şekilde belirlenebilmesi için araştırmalar yapılmıştır. Ekstremlerin dağılım ve yoğunluk fonksiyonlarının yapısı nedeniyle araştırmalar, n nin büyük olması olgusu üzerinde yoğunlaşmış; dağılımların bu bağlamdaki özelliklerinin belirlenmesine çalışılmıştır. Araştırmalar, özellikle, örnek boyutunun sonsuza yaklaşması halinde; ekstrem değerlerin dağılım ve yoğunluk fonksiyonlarının limitteki ifadelerinin belirlenmesine yönelik olmuştur. Böylece çalışmalar sonunda istatistiksel ekstremlerin asimptotik teorisi geliştirilmiştir (Ang and Tang 1984).

Bir topluma ilişkin ekstrem değerlerin asimptotik dağılımları, orijinal dağılımın ilgilenilen ekstrem değer doğrultusundaki kuyruk (uç) bölümünün davranışına -biçimine- büyük ölçüde bağlıdır. Orijinal dağılımın merkezsel bölümünün asimptotik dağılımlar üzerindeki etkisi çok azdır. Buna karşılık ekstrem dağılım parametreleri, orijinal dağılımın biçimine bağlı olur.

Gumbel (1958) asimptotik dağılımları, irdelenen toplumun kuyruk bölümünün biçimine göre üç sınıfa ayırmıştır: Tip I, Tip II ve Tip III asimptotik dağılımları (Ang and Tang 1984).

Burada sadece, yapısal güvenilirlik teorisinde çoğu kez model alınan Tip I asimptotik dağılım hakkında kısa bilgi verilecektir. Dağılım, özellikle, zamanla-değişen yükler, deprem yükleri ve eğilme momentleri gibi maksimum değerlerin sözkonusu olduğu durumlarda model

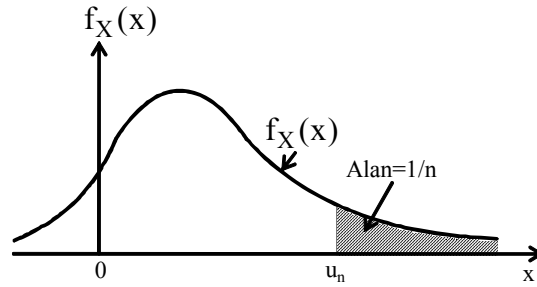
alınabilir (Galambos et al. 1982, Ang and Tang 1984). Bu nedenle anılan bilgi en büyük değerle ilgili olacaktır.

Tip I asimptotik dağılımın en büyük değere ilişkin dağılım fonksiyonu şöyledir.

$$F_{X_n}(x) = \exp\left[-e^{-\alpha_n(x-u_n)}\right] \quad (2.57)$$

$u_n$  ve  $\alpha_n$ , sırayla, yer (location) ve ölçek (scale) parametreleri.  $X_n$ , en büyük değere ilişkin ekstrem değişken.

$u_n$ , ilgilenilen orijinal  $X$  değişkeninin karakteristik en büyük değeridir. Karakteristik en büyük değer; olabilir en büyük değerlerin yoğunlaştığı yerin (merkezsiz yer) belirlenmesine elverişli bir ölçüdür. Bir orijinal  $X$  değişkenine ilişkin büyüklüğü  $n$  olan bir örnek için, isteğe bağlı bir  $x$  değerinden büyük olan örnek değerlerinin beklenen sayısı  $n[1-F_X(x)]$  dir. Bu bağlamda karakteristik en büyük değer,  $u_n$ : orijinal  $X$  toplumundan sağlanan  $n$  boyutlu bir örnekte,  $u_n$  den büyük olması beklenen örnek değerleri sayısının “bir” olduğu özel  $X$  değeridir;  $n[1-F_X(u_n)]=1.0$  ya da  $F_X(u_n)=1-(1/n)$ . Başka bir anlatımla  $u_n$ ,  $X$  in aşılması olasılığı  $1/n$  olan değeridir (Şekil 3.27).  $u_n$ , aynı zamanda  $X_n$  nin modal (en muhtemel) değeri,  $1/\alpha_n$ , ise  $X_n$  nin dağılışının ölçüsüdür.



Şekil 2.5 Karakteristik en büyük değerin,  $u_n$ , tanımlanması

$X_n$  ekstrem değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu şöyledir (Şekil 2.5),

$$f_{X_n}(x) = \alpha_n e^{-\alpha_n(x-u_n)} \exp\left[-e^{-\alpha_n(x-u_n)}\right] \quad (2.58)$$

- Standart ekstrem değişken. Bir değişken dönüşümü yapılabilir ve Tip I e ilişkin en büyük değer için standartlaştırılmış bir  $S$  değişkeni tanımlanabilir.

$$S = \alpha_n (X_n - u_n) \quad (2.59)$$

Standart ekstrem değişkenin olasılık dağılım ve olasılık yoğunluk fonksiyonları aşağıda verilmiştir.

$$F_S(s) = \exp(-e^{-s}) \quad (2.60)$$

$$f_S(s) = e^{-s} \exp(-e^{-s}) \quad (2.61)$$

(2.60) ve (2.61) bağıntıları S nin, parametreleri  $u_n = 0$  ve  $\alpha_n = 1.0$  olan Tip I asimptotik dağılımlı olduğunu belirtir.

Standart ekstrem değişken, standart normal değişkene benzer kolaylığı sağlar. Bir başka anlatımla, S nin çeşitli değerleri karşılığı birikimli olasılıklar (2.60) bağıntısıyla hesaplanır, (2.59) ilişkisi kullanılarak, herhangi bir  $X_n$  ekstrem değişkenine ilişkin birikimli olasılıklar şu bağıntıyla belirlenebilir.

$$F_{X_n}(x) = F_S[\alpha_n(x - u_n)] \quad (2.62)$$

S nin ortalaması ve varyansı Tip I standart ekstrem değişkene ilişkin moment-üreten fonksiyon kullanılarak türev alma yoluyla belirlenebilir  $m_S = \gamma = 0.577216...$  (Euler sayısı);  $\sigma_S^2 = \pi^2 / 6$  (Ang and Tang 1984).

Tip I ekstrem değişkeninin momentleri, (2.59) bağıntısı ile S nin ortalama değeri ve varyansı kullanılarak belirlenebilir. (2.59) bağıntısına göre  $X_n = u_n + S/\alpha_n$  olduğundan,  $X_n$  nin ortalaması ve varyansı şöyle olur.

$$m_{X_n} = u_n + \gamma/\alpha_n \cong u_n + 0.577/\alpha_n \quad (2.63)$$

$$\sigma_{X_n}^2 = \sigma_S^2/\alpha_n^2 = \pi^2/6\alpha_n^2 \cong 1.645/\alpha_n^2 \quad (2.64)$$

$\alpha_n$  ve  $u_n$  parametreleri, (2.63) ve (2.64) bağıntılarından elde edilir.

$$\alpha_n = \pi/(\sigma_{X_n} \sqrt{6}) \quad (2.65)$$

$$u_n = m_{X_n} - 0.577/\alpha_n = m_{X_n} - (0.577)(\sqrt{6})\sigma_{X_n} / \pi \quad (2.66)$$

$X_n$  nin değeri, (2.59), (2.64) ve (2.66) bağıntılılarıyla bulunabilir.  $X_n$  nin varyasyon katsayısı;

$V_{X_n} = \sigma_{X_n} / m_{X_n}$  olduğuna göre;

$$X_n = m_{X_n} \left[ 1 - (\sqrt{6}/\pi) V_{X_n} (0.577 - S) \right] \quad (2.67)$$

olarak elde edilir.

Dolayısıyla ikinci moment yaklaşımında eşdeğer normal dağılıma ilişkin  $m_X^N$  ve  $\sigma_X^N$  değerleri, (2.57) ve (2.58) bağıntıları ile belirli birikimli olasılık dağılım ve olasılık fonksiyonlarının (2.46) ve (2.49) bağıntılarında yerine yazılması ile elde edilir.

### 3. SAYISAL UYGULAMALAR

Bu bölümde farklı mühendislik problemlerinin göçme ve kalıcılık olasılıklarının, ikinci bölümde açıklanan algoritmalarla ve hazırlanan bilgisayar programı yardımıyla çözümünü içeren sayısal uygulamalar verilmiştir. Anılan uygulamalar doğrudan yaklaşım ve iterasyonlu ikinci moment yaklaşımları ile çözülmüştür. İteratif ikinci moment yaklaşımında performans fonksiyonunu içeren rasgele değişkenlerin tümünün normal dağılımlı ve kendine özgü dağılımlı (normal, lognormal, Tip I asimptotik) olması durumları ayrı ayrı irdelenmiştir. Göçme ve kalıcılık olasılıklarının belirlenmesinde rastgele değişkenler arasındaki korelasyonun etkisi ihmal edilmiş, değişkenlerin istatistiksel bağımsız oldukları kabul edilmiştir.

#### 3.1 Sayısal uygulama 1

Eğilme momenti etkisinde kalan, özdeş profil çelik kirişlerin oluşturduğu bir gruptan rasgele örnekleme sonucu elde edilen istatistikler ve ilgili performans fonksiyonu aşağıda verilmiştir. Performans fonksiyonunu oluşturan değişkenler istatistiksel bağımsız kabul edilmiş,  $p_F$  ve  $p_S$  olasılıkları doğrudan ve iteratif çözümle belirlenerek elde edilen sonuçlar bilgisayar programı sonuçları ile karşılaştırılmıştır (Çizelge 3.12) (Noyan, 2000);

$$Z = g(X) = Wf_y - M$$

$W$  = mukavemet momenti

$f_y$  = çeliğin akma mukavemeti

$M$  = eğilme momenti

Çizelge 3.1 Değişkenlerin istatistiksel değerleri

$X_i$	$m_i$	$\sigma_i$
$W$ (cm <sup>3</sup> )	732	36.6
$f_y$ (MPa)	276	27.6
$M$ (kNm)	100	20.0

## Çözüm

### 3.1.1 Tüm değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre,

- Doğrudan çözüm

$$m_z = g(m_1, m_2, \dots, m_n)$$

$$m_z = [(732)(276)] \times 10^{-3} - 100 = 102.032 \text{ kNm}$$

Çizelge 3.2 Varyasyon katsayısı ve standart sapmanın belirlenmesi için kısmi türevler

$X_i$	$\left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^2 \text{Var}(X_i) \text{ (kN)}^2$	
W (cm <sup>3</sup> )	$(f_y)^2 \text{Var}(W) = (276)^2 (36.6)^2 \times 10^{-6}$	= 102.0423
$f_y$ (MPa)	$(W)^2 \text{Var}(f_y) = (732)^2 (27.6)^2 \times 10^{-6}$	= 408.1693
M (kNm)	$(-1)^2 \text{Var}(M) = (-1)^2 (20)^2$	= 400

$$\sigma_z^2 = \text{Var}(Z) = 910.2116$$

$$\sigma_z = 30.1697 \text{ kNm}$$

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} = 3.3819$$

$$p_F = 1 - \Phi(3.3819) = 0.00036$$

$$p_S = 0.99964$$

Aynı örnek Ek-1'de verilen bilgisayar programı yardımıyla çözülmüş ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

$$\beta = 3.3819 \quad p_f = 0.000359 \quad p_s = 0.99964$$

Görüldüğü gibi program yardımıyla bulunan sonuçlarla elle çözüm sonuçları birbirine çok yakındır. Mevcut küçük farklılıklar sayı yuvarlatmalarından kaynaklanmaktadır.



- İterasyonla çözüm,

### 1. İterasyon

Değişkenlerin ortalama değerleri başlangıç değerleri kabul edilirse;

$$\left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right) = \sigma_i \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)$$

Çizelge 3.3 İndirgenmiş değişkenler sistemine göre kısmi türevler

$X_i$	$\left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)$	
W (cm <sup>3</sup> )	(36.6)(276)×10 <sup>-3</sup>	= 10.1016
f <sub>y</sub> (MPa)	(27.6)(732)×10 <sup>-3</sup>	= 20.2032
M (kNm)	(20)(-1)	= -20

$$\alpha_i^* = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^*}{\left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^* \right]^{1/2}} \quad x_i^* = m_{X_i} - \alpha_i^* \beta \sigma_{X_i}$$

Çizelge 3.4 Yeni göçme noktaları  $x_i^*$  lerin belirlenmesi

$X_i$	$\alpha_i$	$x_i^*$
W (cm <sup>3</sup> )	0.3348	732-12.2537β
f <sub>y</sub> (MPa)	0.6697	276-18.4837β
M (kNm)	-0.6629	100+13.2580β

$$Z = g(x^*) = [(732-12.2537\beta)(276-18.4837\beta)] \times 10^{-3} - (100+13.2580\beta) = 0$$

Limit durum denkleminde deneme-yanılma ile  $\beta = 3.472$  bulunur. Bu ve sonraki iterasyonlara ilişkin sonuçlar aşağıdaki tabloda özetlenmiştir.

Çizelge 3.5 İkinci moment yaklaşımına göre iterasyon aşamaları

$X_i$	$x_i^*$	$\left(\frac{\partial g}{\partial X_i^*}\right)$	$\alpha_i$	Yeni $x_i^*$
<b>1. İterasyon</b>				
W (cm <sup>3</sup> )	732	10.1016	0.3348	732-12.2537 $\beta$
$f_y$ (MPa)	276	20.2032	0.6697	276-18.4837 $\beta$
M (kNm)	100	-20	-0.6629	100+13.2580 $\beta$
$\beta = 3.472$				
<b>2. İterasyon</b>				
W (cm <sup>3</sup> )	689.448	7.7527	0.2704	732-9.8966 $\beta$
$f_y$ (MPa)	211.824	19.0288	0.6636	276-18.3154 $\beta$
M (kNm)	146.037	-20	-0.6975	100+13.9500 $\beta$
$\beta = 3.463$				
<b>3. İterasyon</b>				
W (cm <sup>3</sup> )	698	7.7801	0.2698	732-9.8747 $\beta$
$f_y$ (MPa)	213	19.2574	0.6679	276-18.4340 $\beta$
M (kNm)	148	-20	-0.6936	100+13.8720 $\beta$
$\beta = 3.463$				

$$p_F = 1 - \Phi(3.463) = 0.00027$$

$$p_S = 0.99973$$

$$w^* = 697.8039 \text{ cm}^3 \quad f_y^* = 212.1631 \text{ MPa} \quad m^* = 148.0387 \text{ kNm}$$

### Limit durum denklemi

$$Z = g(x) = [(697.8039)(212.1631)] \times 10^{-3} - (148.0387) = 0.0095 \cong 0 \text{ kabul edilebilir.}$$

Aynı örnek Ek-1'de verilen bilgisayar programı yardımıyla çözülmüş ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

$$\beta = 3.4633 \quad p_f = 0.00026683 \quad p_s = 0.99973$$

Görüldüğü gibi program yardımıyla bulunan sonuçlarla elle çözüm sonuçları birbirine çok yakındır. Mevcut küçük farklılıklar sayı yuvarlatmalarından kaynaklanmaktadır.

### 3.1.2 $f_y$ lognormal dağılımlı, $W$ normal ve $M$ tip I asimptotik dağılımlı olduğuna göre

- İterasyonla çözüm

Lognormal dağılıma ilişkin parametreler,

$$\xi_{f_y} = \left\{ \ln \left[ 1 + (0.10)^2 \right] \right\}^{1/2} = 0.09975$$

$$\lambda_{f_y} = \ln 276 - 0.5(0.09975)^2 = 5.6154$$

Tip I asimptotik dağılıma ilişkin parametreler;

$$\alpha = \frac{\pi}{(20\sqrt{6})} = 0.064127$$

$$u = 100 - \left( \frac{0.577}{0.064127} \right) = 91.002$$

Lognormal dağılımlı  $f_y$  için;

$$\sigma_{f_y}^N = 0.09975 f_y^*$$

$$m_{f_y}^N = f_y^* (1 - \ln f_y^* + 5.6154)$$

Tip I asimptotik dağılımlı  $M$  için;

$$F_M(m^*) = \exp \left\{ -\exp \left[ (-0.064127)(m^* - 91.002) \right] \right\}$$

$$f_M(m^*) = (0.064127) \exp \left\{ (-0.064127)(m^* - 91.002) - \exp \left[ (-0.064127)(m^* - 91.002) \right] \right\}$$

#### 1. İterasyon

Değişkenlerin ortalama değerleri başlangıç değerleri kabul edilirse;

$$W^* = 732 \quad f_y^* = 276 \quad M^* = 100$$

$$\sigma_{f_y}^N = 27.531 \quad m_{f_y}^N = 274.62$$

$$F_M(m^*) = 0.5703, \quad f_M(m^*) = 0.02054.$$

$$\sigma_M^N = \frac{\phi \left[ \Phi^{-1}(0.5703) \right]}{0.02054} = \frac{\phi(0.177)}{0.02054}$$

$$= \frac{(2\pi)^{-1/2} \exp[-0.5(0.177)^2]}{0.02054} = 19.121$$

$$m_M^N = 100 - (19.121)(0.177) = 96.616$$

Çizelge 3.6 İndirgenmiş değişkenler sistemine göre kısmi türevler

$X_i$	$\left(\frac{\partial g}{\partial X_i'}\right)_*$
W (cm <sup>3</sup> )	10.102
f <sub>y</sub> (MPa)	20.153
M (kNm)	-19.121

$$\alpha_i^* = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial X_i'}\right)_*}{\left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'}\right)_*^2\right]^{1/2}} \quad x_i^* = m_{X_i} - \alpha_i^* \beta \sigma_{X_i}$$

Çizelge 3.7 Yeni göçme noktaları  $x_i^*$  lerin belirlenmesi

$X_i$	$\alpha_i$	$x_i^*$
W (cm <sup>3</sup> )	0.342	732-12.517 $\beta$
f <sub>y</sub> (MPa)	0.682	274.62 -18.776 $\beta$
M (kNm)	-0.647	96.616+12.371 $\beta$

$$\beta = 3.638$$

Bu ve diğer iterasyonlar aşağıdaki tabloda özetlenmiştir.

Çizelge 3.8 İkinci moment yaklaşımına göre iterasyon aşamaları

$X_i$	$x_i^*$	$\sigma_i^N$	$m_i^N$	$\left(\frac{\partial g}{\partial X_i'}\right)_*$	$\alpha_i$	Yeni $x_i^*$
<b>1. İterasyon</b>						
W (cm <sup>3</sup> )	732	36.6	732	10.102	0.342	732 -12.517 $\beta$
f <sub>y</sub> (MPa)	276	27.531	274.620	20.153	0.682	274.62 -18.776 $\beta$

Çizelge 3.8 İkinci moment yaklaşımına göre iterasyon aşamaları (devamı)

$X_i$	$x_i^*$	$\sigma_i^N$	$m_i^N$	$\left(\frac{\partial g}{\partial X_i}\right)^*$	$\alpha_i$	Yeni $x_i^*$
M (kNm)	100	19.121	96.616	-19.121	-0.647	$96.616 + 12.371\beta$
$\beta = 3.638$						
<b>2. İterasyon</b>						
W (cm <sup>3</sup> )	686.46	36.6	732	7.551	0.198	$732 - 7.247\beta$
$f_y$ (MPa)	206.31	20.579	265.319	14.127	0.371	$265.319 - 7.635\beta$
M (kNm)	141.62	34.554	80.383	-34.554	-0.907	$80.383 + 31.340\beta$
$\beta = 2.942$						
<b>3. İterasyon</b>						
W (cm <sup>3</sup> )	710.68	36.6	732	8.889	0.181	$732 - 6.625\beta$
$f_y$ (MPa)	242.86	24.225	272.711	17.733	0.361	$272.711 - 8.745\beta$
M (kNm)	172.59	44.896	57.934	-44.896	-0.915	$57.934 + 41.080\beta$
$\beta = 2.885$						
<b>4. İterasyon</b>						
W (cm <sup>3</sup> )	712.89	36.6	732	9.058	0.181	$732 - 6.625\beta$
$f_y$ (MPa)	247.48	24.686	273.235	17.598	0.351	$273.235 - 8.665\beta$
M (kNm)	176.45	46.100	54.815	-46.100	-0.919	$54.815 + 42.366\beta$
$\beta = 2.883$						
<b>5. İterasyon</b>						
W (cm <sup>3</sup> )	712.89	36.6	732	9.086	0.181	$732 - 6.625\beta$
$f_y$ (MPa)	248.25	24.763	273.314	17.654	0.351	$273.314 - 8.692\beta$
M (kNm)	176.96	46.236	54.448	-46.236	-0.919	$54.448 + 42.491\beta$
$\beta = 2.883$						

$$p_F = 1 - \Phi(2.883) = 0.001969$$

$$p_S = 0.9980306$$

### Göçme noktaları / tasarım değerleri

$$w^* = 712.90 \text{ cm}^3 \quad f_y^* = 248.25 \text{ MPa} \quad m^* = 176.95 \text{ kNm}$$

### Limit durum denklemi

$$Z = g(x^*) = \{(712.9)(248.25) \times 10^{-3} - (176.95)\} = 0.0274 \cong 0 \text{ kabul edilebilir.}$$

Aynı örnek Ek-1'de verilen bilgisayar programı yardımıyla çözülmüş ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

$$\beta = 2.8942 \quad p_f = 0.0019 \quad p_s = 0.9981$$

Görüldüğü gibi program yardımıyla bulunan sonuçlarla elle çözüm sonuçları birbirine çok yakındır. Mevcut küçük farklılıklar sayı yuvarlatmalarından kaynaklanmaktadır.

### 3.2 Sayısal uygulama 2

Eksenel yük etkisinde kalan dikdörtgen kesitli, simetrik donatılı, görünürde özdeş betonarme kolonların oluşturduğu bir toplumdaki rasgele örnekleme sonucu elde edilen istatistikler ve ilgili performans fonksiyonu aşağıda verilmiştir. Değişkenlerin korelasyonsuz olduğu kabul edilerek  $p_F$  ve  $p_S$  olasılıkları doğrudan ve iteratif çözümle belirlenerek (Gündüz 1996) elde edilen sonuçlar bilgisayar programı sonuçları ile karşılaştırılmıştır (Çizelge 3.12).

$$Z = 0.85bhf_c + A_s f_y - N$$

Çizelge 3.9 Değişkenlerin istatistiksel değerleri

$X_i$	$m_i$	$\sigma_i$	$V_i$
b (mm)	300	3	0.01
h (mm)	500	5	0.01
$f_c$ (MPa)	25	3.5	0.14
$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	2200	100	0.045
$f_y$ (MPa)	250	25	0.10
N (kN)	1500	450	0.30

### 3.3 Sayısal uygulama 3

Eğilme momenti etkisinde kalan ve yalnızca çekme donatısı bulunan, dikdörtgen kesitli, görünürde özdeş betonarme kirişlerin oluşturduğu bir toplumdaki rasgele örnekleme sonucu elde edilen istatistikler ve ilgili performans fonksiyonu aşağıda verilmiştir. Değişkenlerin korelasyonsuz olduğu kabul edilerek  $p_F$  ve  $p_S$  olasılıkları doğrudan ve iteratif çözümlerle belirlenerek (Gündüz 1996) elde edilen sonuçlar bilgisayar programı sonuçları ile karşılaştırılmıştır. (Çizelge 3.12)

$$Z = A_s f_y d - \frac{0.59 A_s^2 f_y^2}{b f_c} - M$$

$A_s$  = çekme donatısı enkesit alanı

$f_y$  = çeliğin akma mukavemeti

$d$  = etkili derinlik (çekme donatısı ağırlık merkezinin betonun basınç yüzünden uzaklığı)

$b$  = kesit genişliği

$f_c$  = betonun basınç mukavemeti

$M$  = eğilme momenti.

Çizelge 3.10 Değişkenlerin istatistiksel değerleri

$X_i$	$m_i$	$\sigma_i$	$V_i$
$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	1005	50	0.05
$f_y$ (MPa)	220	22	0.10
$d$ (mm)	450	7	0.16
$b$ (mm)	300	0	0
$X_i$	$m_i$	$\sigma_i$	$V_i$
$f_c$ (MPa)	20	3	0.15
$M$ (kNm)	30	15	0.50

### 3.4 Sayısal uygulama 4

Görünürde özdeş prefabrike betonarme kirişlerin oluşturduğu bir toplumdaki rasgele örnekleme sonucu elde edilen istatistikler ve kirişlerin kesme güvenilirliğine ilişkin performans fonksiyonu (Gündüz 1996) aşağıda verilmiştir. Değişkenlerin korelasyonsuz olduğu kabul edilerek  $p_F$  ve  $p_S$  olasılıkları doğrudan ve iteratif çözümle belirlenerek (Gündüz 1996) elde edilen sonuçlar bilgisayar programı sonuçları ile karşılaştırılmıştır. (Çizelge 3.12)

$$Z = 0.52f_{ct}b_wd + \frac{A_{sv}f_{yv}d}{s} - F$$

$f_{ct}$  = betonun aksel çekme mukavemeti

$b_w$  = kiriş genişliği

$d$  = etkili derinlik

$A_{sv}$  = etriye kolu enkesit alanı

$f_{yv}$  = etriye çeliğinin akma mukavemeti

$F$  = tekil yük

Çizelge 3.11 Değişkenlerin istatistiksel değerleri

$X_i$	$m_i$	$\sigma_i$	$V_i$
$f_{ct}$ (MPa)	1.6	0.2	0.125
$b_w$ (mm)	250	3	0.012
$d$ (mm)	450	3	0.007
$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	56	2	0.036
$f_{yv}$ (MPa)	220	10	0.045
$s$ (mm)	100	2	0.02
$F$ (kN)	40	20	0.50



Çizelge 3.12 Sayısal uygulamalara ilişkin  $p_F$  göçme olasılıklarının karşılaştırılması

Sayısal uygulamalar	Doğrudan çözüm (Normal dağılım)	İterasyonla çözüm (Normal dağılım)	İterasyonla Çözüm (Normal, lognormal ve Tip I asimptotik dağılım)
	$p_F$	$p_F$	$p_F$
Sayısal uygulama 1 (Noyan 2000)	0.0003600	0.0002700	0.0019690
Bilgisayar programı (Ek 1)	0.0003598	0.0002670	0.0019000
Sayısal uygulama 2 (Gündüz 1996)	0.0002276	0.0002224	0.0019817
Bilgisayar programı (Ek 1)	0.0002275	0.0002232	0.0018910
Sayısal uygulama 3 (Gündüz 1996)	0.0001802	0.0001596	0.0031670
Bilgisayar programı (Ek 1)	0.0001790	0.0001598	0.0029580
Sayısal uygulama 4 (Gündüz 1996)	0.0000017	0.0000017	0.0007086
Bilgisayar programı (Ek 1)	0.0000017	0.0000016	0.0006743

#### 4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Yapısal güvenlik yalnızca göçme olasılığı belirlenerek güvence altına alınabilir. Göçme olasılığının üçüncü düzey/tam olasılıksal yöntemle belirlenmesi en ideal çözümdür. Ancak pratikte, performans fonksiyonlarının içerdiği rasgele değişkenlerin olasılık dağılımlarının tam olarak tanımlanamaması ve istatistiksel bilgilerin yetersizliği nedeniyle göçme olasılıklarının üçüncü düzey yaklaşımıyla belirlenmesi çoğu zaman mümkün olmamaktadır. Performans fonksiyonunu içeren rasgele değişkenlerin ortalama değerleri ve standart sapmaları biliniyorsa göçme olasılıkları ikinci düzey/yaklaşık olasılıksal yöntem olan ikinci moment yaklaşımları ile belirlenebilir. Betonarme yapısal sistemlerin monolitik davranışından dolayı, sistemi oluşturan elemanların göçme risklerinden biri ya da güvenilir yaklaşımla en büyüğü sistemin göçme riski kabul edilebilir. Elemanların göçme riskleri, ikinci-moment yaklaşımlarıyla güvenilir şekilde tahmin edilebilir.

Bu çalışmada farklı mühendislik problemleri için yapısal sistem elemanlarının göçme ve kalıcılık olasılıkları, ikinci moment yaklaşımı esas alınarak hazırlanan bilgisayar programı yardımıyla çözülmüş, sonuçlar elle çözüm sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

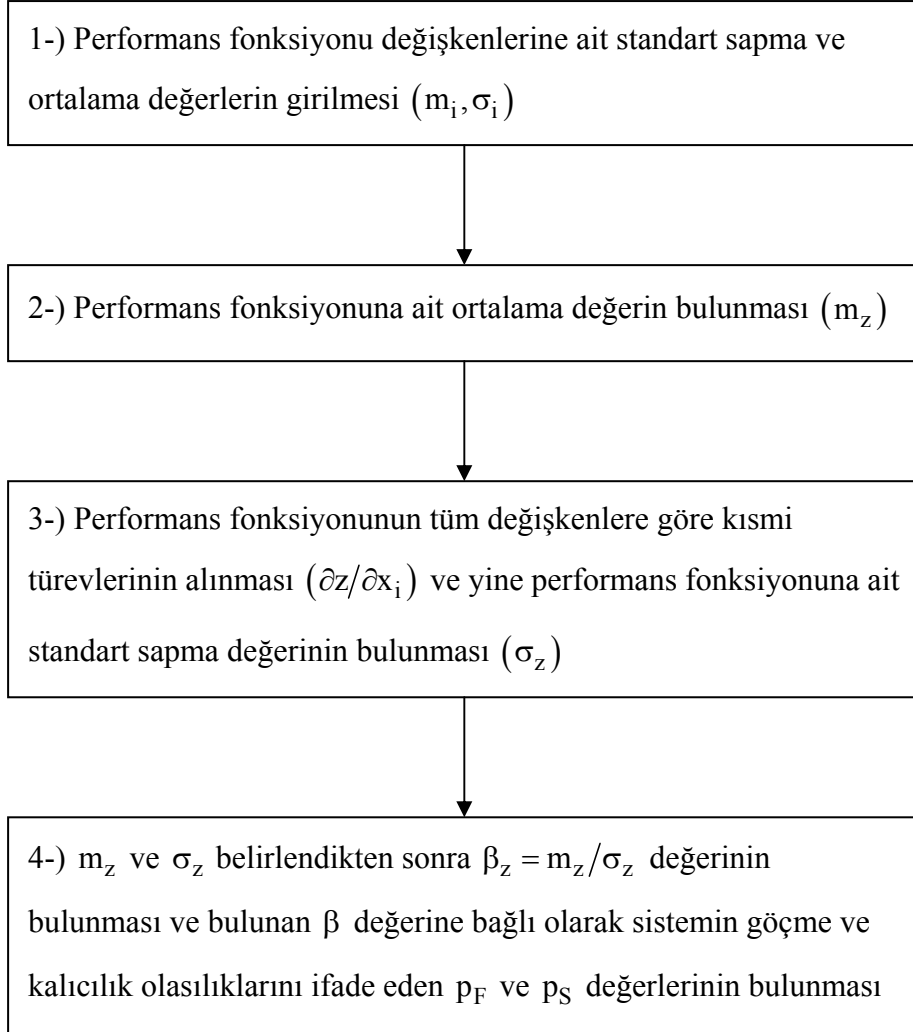
- Çizelge 3.12' den görüleceği gibi rastgele değişkenlerin kendi yapılarına özgü dağılımlı (Normal, lognormal ve Tip I asimptotik) olması durumunda gerek elle ve gerekse bilgisayar programı ile elde edilen göçme olasılıklarının, normal dağılıma göre belirlenenlerden 7 ila 420 kat daha fazla olduğu görülmektedir. Bu farklılık hem performans fonksiyonlarının yapısına hem de rastgele değişkenlerin olasılık dağılımı tiplerinin farklı olmasından kaynaklanmaktadır. Bu durum, güvenilirlik açısından göçme olasılıklarının değişkenlerin kendi yapılarına özgü dağılımlara göre iteratif yaklaşım ile belirlenmesi gerektiğini göstermektedir. Çizelgenin ikinci ve üçüncü sütununda yer alan sırasıyla doğrudan çözüm ve tüm değişkenlerin normal olduğu iterasyonla çözüm sonuçlarının birbirine yakın olduğu görülmektedir. Dolayısıyla doğrudan yaklaşım da göçme olasılığı hakkında yaklaşık bilgi edinilmesinde kullanılabilir. Özetle göçme olasılıklarının performans fonksiyonu değişkenlerinin kendilerine özgü dağılımları esas alınarak iterasyonlu ikinci moment yaklaşımıyla tahmin edilmesi, doğrudan yaklaşımın ise göçme olasılığı hakkında yaklaşık bir fikir edinilmesinde kullanılması uygun olur.

- İterasyonlu uzun ve yorucu işlemleri gerektiren elle çözüm sonuçlarının bilgisayar programı yardımı ile elde edilen sonuçlara oldukça yakın olduğu gözlenmektedir (Çizelge 3.12). Çizelgenin son sütununda yer alan kendine özgü dağılımlı elle çözümün iterasyon

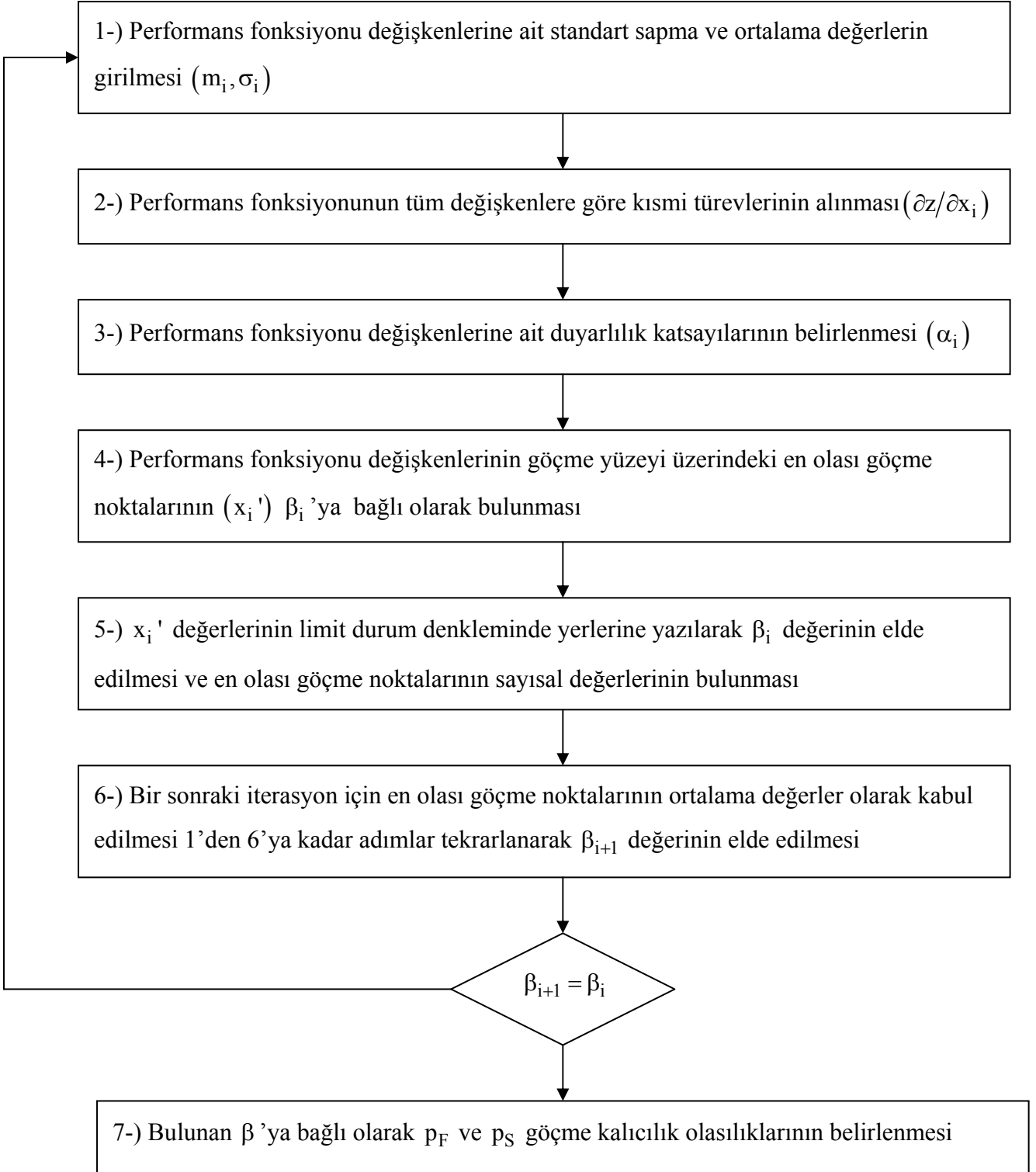
sonuçları ile bilgisayar programı ile elde edilen sonuçlar arasında küçük farklılıklar oluşmuştur. Bu farklılıklar, elle çözümde standart normal dağılım tablosu üzerinde enterpolasyon yapılmasından kaynaklanmaktadır. Oysa bilgisayar programının hazırlanmasında gerçek standart normal dağılım fonksiyonu kullanılmıştır.

- Sonuç olarak, hazırlanmış bilgisayar programı sayesinde yapısal sistem elemanlarının  $p_F$  göçme ve  $p_S$  kalıcılık olasılıkları, gerek doğrudan çözüm ve gerekse iterasyonlu çözüm ile çok kısa sürede hesaplanabilir. Ayrıca benzer şekilde farklı mühendislik problemleri de hazırlanmış bilgisayar programı sayesinde daha hızlı ve hassas şekilde çözülebilir.

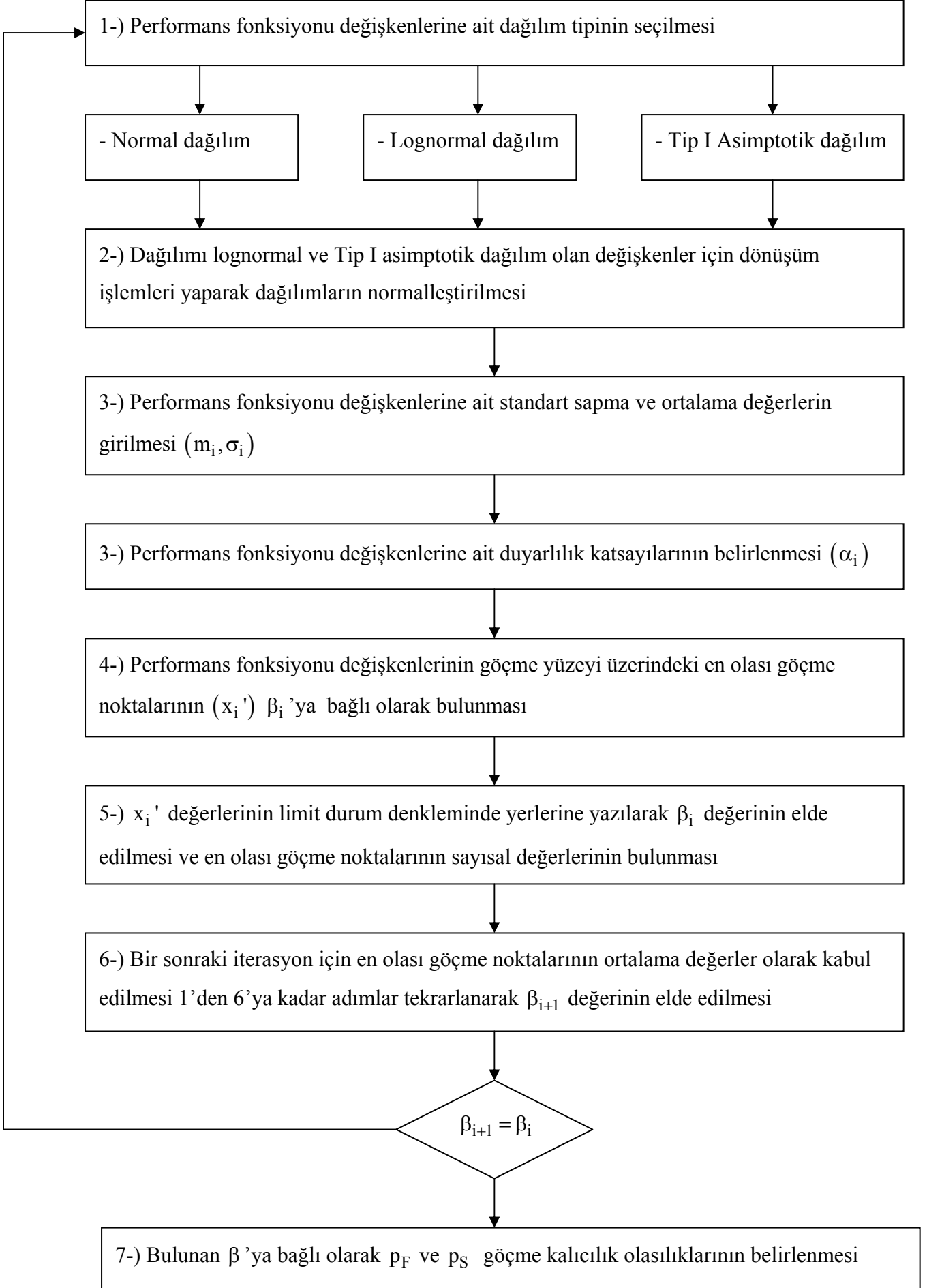
PERFORMANS FONKSİYONUNA AİT TÜM DEĞİŞKENLERİN NORMAL DAĞILIMLI  
OLMASI HALİNDE DOĞRUDAN ÇÖZÜM AKIŞ ŞEMASI



PERFORMANS FONKSİYONUNA AİT TÜM DEĞİŞKENLERİN NORMAL DAĞILIMLI  
OLMASI HALİNDE İTERASYONLU ÇÖZÜM AKIŞ ŞEMASI



PERFORMANS FONKSİYONUNA AİT DEĞİŞKENLERİN NORMAL, LOGNORMAL ve  
TİP I ASİMOTOTİK DAĞILIMLI OLMASI HALİNDE AKIŞ ŞEMASI



## KAYNAKLAR

Ang, A. H-S., and Tang, W. H. (1975), "Probability concepts in engineering planning and design", V.I, Basic principles, Wiley, New York.

Ang, A. H-S., and Tang, W. H. (1984), "Probability concepts in engineering planning and design", V.II, Decision, risk, and reliability, Wiley, New York.

DIN/Deutsches Institut für Normung e.V. (1981), "General Principles on the Specification of Safety Requirements for Structures", Beuth Verlag, Berlin (West), 62 pp.

Galambos, T. V., *et al.* (1982), "Probability based load criteria: Assessment of current design practice," Proceedings ASCE, V.108, ST5, May, pp.959-977.

Gündüz, A. (1983), "Yapısal göçme olasılığının belirlenmesiyle ilgili bir yaklaşım," YÜ Dergisi, Sayı 3-4, İstanbul, ss.25-32

Gündüz, A. (1986-1), "Yapısal tasarımda kısmi güvenlik katsayılarının belirlenmesiyle ilgili bir yaklaşım," YÜ Dergisi, Sayı 1, İstanbul, ss.29-38

Gündüz, A. (1986-2), "An algorithm for the evaluation of partial safety factors associated with time variant loads," YÜ Dergisi, Sayı 3, İstanbul, ss.51-60

Gündüz, A. (1987), "Betonarme yapıların güvenilirliğe dayanan tasarımı," Türkiye Mühendislik Haberleri, Cilt 33, Sayı 328, Ocak-Şubat, Ankara, ss.10-15

Gündüz, A. (1988-1), "Beton mukavemetinin betonarme yapıların göçme riski üzerindeki etkisi," Ülkemizin Kalkınmasında Mühendisliğin Rolü Sempozyumu, Yıldız Üniversitesi, 24-26 Haziran, İstanbul, Bildiriler Kitabı, ss.153-161

Gündüz, A. (1988-2), "Structural risk analysis and reliability based design of reinforced concrete structures," Bulletin of the Technical University of İstanbul, V.41, No.3, pp.387-399.

Gündüz, A., ve Noyan, S. (1995), "Betonarme kiriş plastik mafsallı kesimleri plastik dönme güvenilirliğinin tahmin edilmesi üzerine," 3. Ulusal Deprem Mühendisliği Konferansı, 27-31 Mart, İstanbul, Bildiriler Kitabı, ss. 181-188

Gündüz, A. (1996), "Mühendislikte olasılık, istatistik, risk ve güvenilirlik", Küre basım yayını, İstanbul, ss. 373.

Hammersley, J. M., and Handscomb, D. C. (1965), "Monte Carlo Methods", Methuen, London.

Hohenbichler, M., and Racwitz, R. (1981), "Non-normal dependent vectors in structural safety," Proceedings ASCE, V.107, EM6, December, pp.1227-1238.

JCSS/Joint Committee on Structural Safety (1981), "General principles on quality assurance and on reliability for structural design," Report, International Association for Bridge and Structural Engineering/IABSE Publication, April, Zurich.

Nowak, A.S and Collins, K.R. (2000), "Reliability of structures", The McGraw-Hill Companies.

Noyan, S. (2000), "Yapısal Göçmenin iteratif bir ikinci-moment yaklaşımıyla tahmin edilmesi", YTÜD 2000/4, ss. 93-103

Racwitz, R. (1982), "First-order structural reliability" CEB Bulletin d'Information 147, February, Paris, pp.1-26

Ranganathan, R. (1990), Reliability analysis and design of structures, tata McGraw-Hill offices, New Delhi, ss 349.

Reid, S. G. (1992), "Acceptable Risk," Engineering Safety, Edited by David Blockley, McGraw-Hill, London, pp. 138-166.

Rubinstein, R. Y. (1981), "Simulation and Monte Carlo Method", Wiley, New York.

Vahidi, E. K. (1991), "Betonarme yapısal eleman göçme risklerinin tahmin edilmesiyle ilgili yaklaşımlar," Doktora Tezi, YÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 251 s.



## **EKLER**

Ek 1 Matlab yazılımı yardımıyla hazırlanmış bilgisayar programı (CD)

## ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	01.12.1983	
Doğum yeri	İstanbul	
Lise	1997-2001	Bağcılar Lisesi (YDA)
Lisans	2001-2005	Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fak. İnşaat Mühendisliği Bölümü
Yüksek Lisans	2005-2007	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Yapı Anabilim Dalı

## Çalıştığı kurumlar

2005-2007	İmar İnşaat Mühendislik Ltd Şti.
2007-Devam ediyor	Emre İstikam Proje ve İnşaat Hizmetleri Ltd Şti.