

**34745**

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**

**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**PLANET MEKANİZMALARINDA GÜÇ VE  
MOMENT ANALİZİ VE ÖRNEKLER**

**Mak. Müh. Bedriye Ermantaş**

**F.B.E. Makina Mühendisliği Anabilim Dalı  
Konstrüksiyon Programında hazırlanan**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Tez Danışmanı : Prof. Suat ÇAKMAK**

**T.C. YÖKSEKÖĞRETİM KURULU  
DOĞUMANTASYON MERKEZİ**

**İstanbul, 1994**

# **İÇİNDEKİLER**

ÖNSÖZ

ÖZET

ZUSAMMENFASSUNG

## **I. GİRİŞ**

## **II. SİKLOİD ÇEŞİTLERİNE VE ZARF EĞRİLERİNE BAKIŞ**

1. Silkloidin Tarifi
2. Sıvrlıtilmiş, Kısaltılmış ve Uzatılmış Sikloid
3. Dış ve iç äquidistantlar
4. sikloid eğrilerinin çizimi
5. Sikloid Hareketiyle oluşan zarf eğrisi

## **III. SİKLOİDLER VE ZARF EĞRİLERİİNİN MATEMATİK İFADESİ**

1. Genel kavramlar
2. Episikloid
  - 2.1 Episikloidin äquidistantı
  - 2.2 Tepe ve Çukur başlangıcının farkı
  - 2.3 Kavrama açısı
  - 2.4  $m=1$  için özel durum
3. Hiposikloid
  - 3.1 Kavrama açısı
  - 3.2  $m=1$  için özel durum
4. Perisikloid
  - 4.1 Kavrama açısı
5. Sikloidlerde kavis ilişkileri

## **IV. SİKLOİD DİŞLEME**

1. Diş yanağının genel oluşumu
  - 1.1 Takım çarklar
  - 1.2 Dişdibi formunun doğru olması
  - 1.3 Nokta dişleme
  - 1.4 Tek taraflı nokta dişleme
  - 1.5 Başlık dişleme

2. Yuvarlanma dairesinin seçimiyle özel formlar
3. Hipo ve perisikloidlerde tektaraflı nokta dişleme
4. Eşit aks mesafesinde farklı çarkların çiftlenmesi
5. Birleşik mekanizma

## V. CYCLO MEKANİZMASI

1. Kısaltma oranının değişmesi
2. Aquidistantların değişmesi
3. Sikloid tiplerinin değişimi
4. Dış sayısı farkının değişimi
5. Cyclo mekanizmasının kinematiği
6. Cyclo makanizmasında kuvvetlerin hesaplanması
  - 6.1 Kuvvet planının araştırılmasına giriş
    - 1.1 Semboller
    - 1.2 Kuvvetlerin bulunması için temel eşitlikler
      - 1.2.1 Eksantrik kuvvetin  $P_v$  giriş bileşeni
      - 1.2.2 Ni dış eleman - normal kuvvet
      - 1.2.3 Çıkış pim kuvveti  $K_i$
      - 1.2.4 Türetilen Eksantrik Kuvvet  $P_{Ex}$
    - 6.2. 6.11'lik bir Cyclo mekanizması için hesap sonuçları
      - 2.1 Giriş açısına bağlı dış elaman - Normal kuvvet  $N$  in değişimi
      - 2.2 Giriş açısı  $\beta$ 'ya bağlı çıkış pim kuvveti  $K$ 'nın değişimi
      - 2.3 Giriş açısı  $\beta$ 'ya bağlı  $P_{Ex}$  eksantrik kuvvetinin değişimi
    - 6.3 Özet ve sonuç
  - 7 Cyclo makanizmasında eğri levhasının imalat Prensibi
  8. Örnek uygulama

SONUÇ

KAYNAKLAR

*Tez konumun seçiminde ve hazırlanması  
esnasında benden birçbir yardımı  
esirgemeyen ve beni destekleyen  
Sayın Hocam **Suat Çakmak**'a burada  
teşekküriü bir borç bilirim.*

**Bedriye Ermantaş**

## ÖZET

Bu çalışmada sikloidlerin kinematiği ve buna bağlı problemler incelenmiştir.

İlk bölümde sikloid eğrileri tanıtıcı bilgeler verilmiştir. Sonraki bölümde Sikloid dişlemede mümkün olan diş formları ve dişlemenin özel formları tartışılmıştır. Burada Sikloid dişlilerin pratikte anlamının çok az olduğu vurgulanmıştır. Gerçekten yararlı tek kullanımı olarak; eğri levhalarının bir pim kovanı için de hareket ettiği Cyclo makânızması adlandırılmıştır. Cyclo makânızması dişlemeörneğinde mekanizmanın çeşitli parametrelerinin değişimiyle oluşan çeşitli varyasyonlar gösterilmiştir. ayrıca makânızmada oluşan kuvvetlerin hasaplanması gösterilerek, kuvvet planı oluşturulmuştur. En son bölümde örnek bir uygulama üzerinde pratik olarak gösterilmiştir.

Çalışmanın tamamına mümkün olduğu kadar resim kullanılmaya çalışılmıştır. Bunda amacım Sikloidlerin anlaşılmasıının kolaylaştırılmasıdır.

# ZUSAMMENFASSUNG

Die vorliegende arbeit wurde die Kinematik der Zykloiden und die damit verbundenen Probleme untersucht.

In dem ersten kapitel wurde eine Generalinformation der Zyklischen Kurven gegeben. In dem nächsten kapitel werden mögliche Zahnformen und sonderformen von verzahnungen diskutiert. Dabei muß betont werden, daß die praktische bedeutung der Zykloiden verzahnung gering ist. Als einzige wirklich wesentliche Anwendung ist das Cyclo-Getrsebe zu nennen. bei den kurvenscheiben in einem bolzenring bewegen.

Am Beispiel der verzahnung des Cyclo-Getriebes werden die Variationen gezeigt, die entsteht, indem die verschiedene Parametern von dem Getrieb geändert werden . Außerdem wird die Berechnung der Krâfte gezeigt und die Krâfteplane gebildet.

In dem letzten Kapitel wird ein praktisches Beispiel gegeben.

In der ganzen Arbeit habe ich mich bemüht, so oft wie möglich Zeichnungen zu nützen. Mein Ziel dabei ist, die Zykloiden anschaulich und verständlich zu machen.

## I. GİRİŞ

Bir eğri sabit bir düzlemdeki bir başka eğri üzerinde yuvarlandığında, hareketli eğrinin her noktası ve hareketli düzlemin diğer bütün noktaları yuvarlanma hattını (yörunge) tanımlar. Bu sabit ve hareketli eğriler, daire veya doğru olduğunda özel yörüngeler oluşur. Bu tür yörüngeler Sikloid olarak tanımlanır.

Yuvarlanan eğriler Eski Çağ Geometircileri tarafından da bilinmekteydi. M.Ö. 200 yıllarında Perga'lı Appolonius ve M.Ö. 150 yıllarında Nikara'lı Hipparchos Gezegenlerin hareketlerini "Episikloid" olakak açıklamışlardır. Daha sonra Alman kardinal ve matematikçi Nikolaus Cusanus 1451 yılında Galileo tarafından 1600 yılında Sikloidler olarak isimlendirilecek olan yuvarlanan eğrileri incelemiştir. 1634 yılında Sikloidlerin yüzey ölçümelerini hesaplayan Fransız Matematikçi Gilles Roberval ilk olarak "Trochoiden" adını kullanmıştır. Bu tanımlama, yunanca "o trochos" kökünden olup, bugünde oldukça fazla kullanılmaktadır.

Bu zamana kadar Eğrilerin tanımlanmasıyla Matematikçiler ilgilenmişlerdir. bundan sonraki dönemde yeni bilgilerin pratiğe uygulanma imkanı bulunmuştur. Bunun sebebi, Gemicilik ve astronomi için zamanı tam olarak ölçülecek, mümkün olabildiğince hatasız dişlilerin gerekliliğidir. Yaklaşık 17. yüzyılın başlangıcından itibaren bilim adamları dişli çark problemlerinin araştırılmasına başlamışlardır.

İk olarak Geometrici Gerard Desargues Matematikçilerin sonuçlarını pratikte kullanılmasını düşünmüştür. episikloid formundaki ilk dişli çark onun tarafından ortaya atılmıştır. Christian Huygens (1629-1695) yuvarlanan eğrilerin teorisini incelemiştir, 1673 yılında Evolut ve Evolvent kavramlarını ortaya atmıştır. Olaf Roemer dişli çarklarda düzgün iletim yapabilmesi için Sikloidleri önermiştir.

Philippe de la Hire 1694 yılında Episikloidler hakkındaki eserinde, pompalar rüzgar tesisleri ve değirmenlerinde dişli çarklar için epi ve hiposikloid teorisini geliştirmiştir.

1762 yılında Leonhard Euler Evolventlerin dişli formu için uygun olduğunu farkeder. Yaklaşık 1806 yılında İngiliz John Isaac Hawkins Sikloid dişlilere karşılık Evolvent dişlilerin özelliğine işaret eder. Bu tarihten itibaren Evolvent ve Sikloid temel olmak üzere diş formlarının iki yönlü gelişmesi başlar. 20. yüzyılın ilk yarısında Evolvent dişliler Sikloidlerin önüne geçmeye başlamıştır. Bugün Sikloid dişliler yalnızca özel yerlerde - özel kinematiğe sahip birkaç makina kullanılmaktadır. Bunun sebepleri; Sikloidlerin imalatının zorluğu, eksen aralıkları iyi ayarlanmadığında ortaya çıkan periyodik dönme hatalarıdır. Ayrıca yatak kuvvetlerinin büyülüğu ve yönünün değişmeside dezavantajdır.

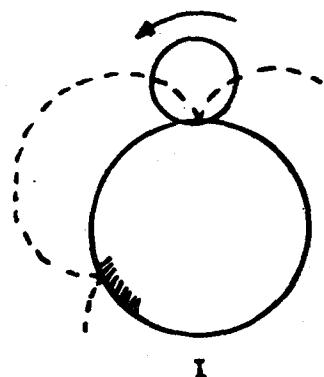
Eğer bir mühendis Sikloid dişlilerle ilgelenmek isterse, dişli çarklar veya makina elemanları kitaplarında çok kısıtlı bilgi bulabilecektir. bu çalışmada Sikloid çeşitleri, äquidistantları ve zarf eğirileri incelenmiştir.

## II. SİKLOİD ÇEŞİTLERİNE VE ZARF EĞRİLERİNE BAKIŞ

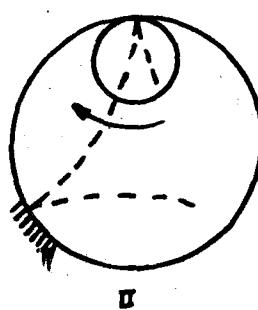
### 1. SİKLOİDİN TARİFİ

Sikloid dişlemede diş formu, periyodik eğriler tarafından veya onların äquidistantları tarafından belirlenir. Bu periyodik eğriler bir dairenin ( $\delta$  çaplı yuvarlanması dairesi), başka bir daire (d çaplı temel daire) üzerinde veya içinde yuvarlanmasıyla oluşur.

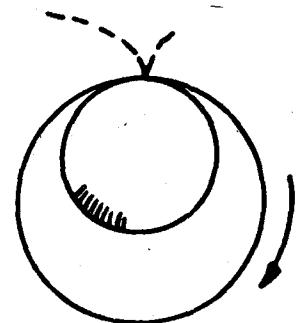
- Episikloid: Temel dairenin dışında yuvarlanan bir yuvarlanması dairesi üzerinde alınan bir noktanın oluşturduğu eğri.
- Hiposikloid: Temel dairenin içinde yuvarlanan bir yuvarlanması dairesi üzerinde alınan bir noktanın oluşturduğu eğri. Ancak Temel daire yuvarlanması dairesinin içinde bulunmaktadır. Eğer temel dairenin çapı  $\infty$ 'a gidiyorsa, yani yuvarlanması dairesi bir doğru üzerinde yuvarlanıyorsa, Episikloidin özel hali olan Ortosikloid oluşur. Yuvarlanması dairesi bir doğru ise, yeni bir dairenin üzerinde yuvarlanan bir doğru üzerinde alınan bir noktanın oluşturduğu eğri, Evolventtir.



I. Episikloid



II. Hiposikloid



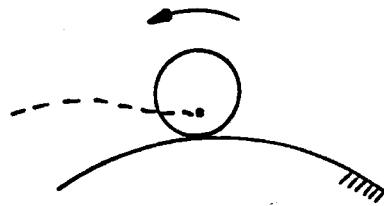
III. Perisikloid eğrisi

## 2. SİVRİLTİLMİŞ, KISALTILMIŞ VE UZATILMIŞ SİKLOİD

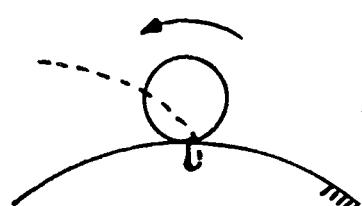
Sikloid eğrileri eğriyi oluşturan noktanın konumuna görede sınıflandırılabilir. Nokta yuvarlanma dairesinin üzerinde bulunursa sivriltilmiş sikloid oluşur. Bu tür sikloid basit, normal, adı sikloid olarak adlandırılmaktadır. Eğer nokta yuvarlanma dairesinin içinde bulunursa kısaltılmış sikloid, dışında bulunursa uzatılmış sikloid oluşur.



Şekil 2.



I. Sivriltilmiş

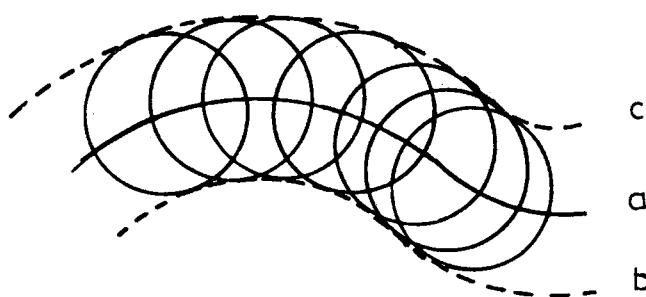


II. Kisaltimis

III. Uzatimis Sikloid

## 3. DIŞ VE İÇ ÄQUIDISTANTLAR

Eğer bir dairenin merkezi bir sikloid üzerinde hareket ettirilirse, zarf eğrileri olarak sikloidlerin iç ve dış äquidistantları oluşur. İç äquidistant olarak sikloidin tepesinden itibaren temel dairenin merkezine doğru olan zarf eğrisi alınır. Tepe olarak sikloidin merkezden en uzak noktası alınır.



Şekil 3.

a) Sikloid

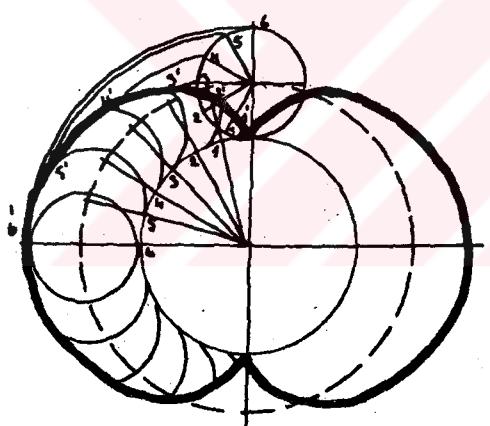
b) İç äquidistant

c) Dış äquidistant

#### **4. SİKLOİD EĞRİLERİİNİN ÇİZİMİ**

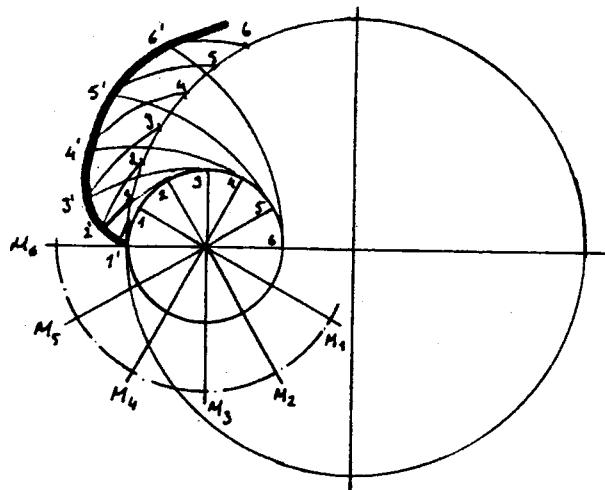
## **EPİSİKLOİD EĞİRİSİNİN ÇİZİMİ**

Epistikloid eğrisi çizmek için; bir temel daire ve bu daireye bir noktada teget bir yuvarlanma dairesi alınır. Temel daire ve yuvarlanma dairesinin uzunlukları eşit olmak üzere parçalara ayrılır ve numaralandırılır. Temel daireye paralel yaylar alınır. Merkezileri  $1, 2, 3, \dots$  şeklinde numaralandırılan noktaları temel çember merkeziyle birleştirilerek bulunur. Pergel bulunan merkez noktalarına konur ve çizilen yaylarla  $1', 2', \dots$  noktaları bulunur. Bu noktalar birleştirildiğinde Epistikloid eğrisi oluşmuş olur.

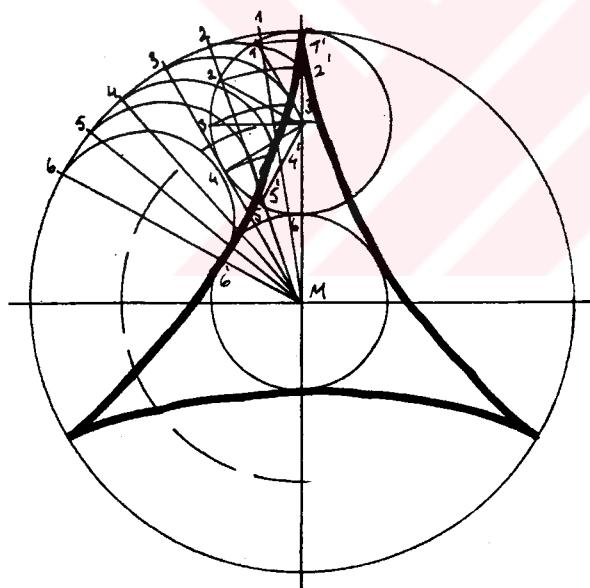


Şekil 4. Episikloid Eğrisinin Çizimi

Hipo ve Perisikloidleri çizmek için aynen episikloid çizimindeki metod uygulanmalıdır. Aşağıdaki 5 ve 6 nolu resimlerde peri ve hopisikloidlerin nasıl yapılacağı görülmektedir.



Şekil 5. Periskloid eğrisinin çizimi



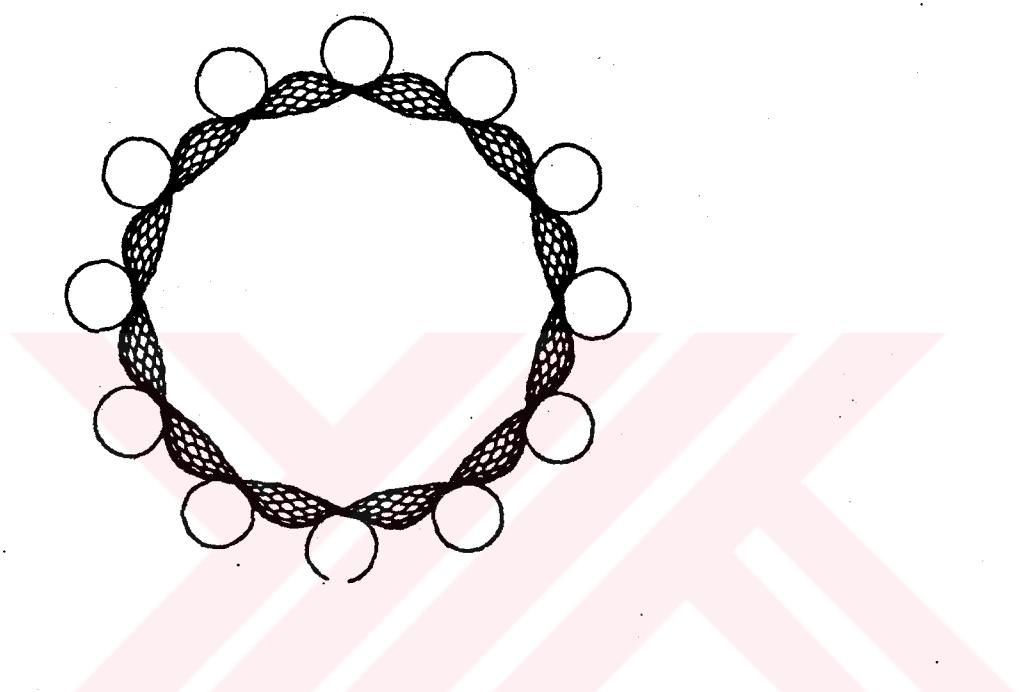
Şekil 6. Hiposikloid eğrisinin çizimi

## 5. SİKLOİDİN HAREKETİYLE OLUŞAN ZARF EĞRİSİ

Bir sikloid veya sikloide ait bir äquidistant karşılık çarkı içinde veya etrafında hareket ederse, bir kaymалı yuvarlanma hareketi oluşur. Buna örnek olarak

Cyclo mekanizmasının eğri levhasının (Sikloid dişli Çark) pim kovarı içinde yaptığı hareket verilebilir.

Eğri levhasının hareketiyle:



Şekil 7. Eğri levhasının yaptığı hareketle oluşan iç ve dış zarf eğrileri

### III. SİKLOİDLER VE ZARF EĞRİLERİNİN MATEMATİK İFADESİ

#### 1. GENEL KAVRAMLAR

- Temel Daire  $\rightarrow \varnothing 2a$
- Yuvarlama Dairesi  $\rightarrow \varnothing 2b$
- Eksantirklik  $\rightarrow$  Noktanın yuvarlanma dairesi merkezinden olan uzaklığı  $e$

$$\text{- Kisaltma Oranı} \rightarrow \frac{\text{Eksantirklik}}{\text{Yuvarlanma dairesi yarıçapı}} \rightarrow m = \frac{e}{b}$$

- Sivriltilmiş Sikloid  $\rightarrow |m| = 1$
- Kısıtlımlı Sikloid  $\rightarrow |m| < 1$
- Uzatılmış Sikloid  $\rightarrow |m| > 1$
- äquidistant  $\rightarrow \varnothing 2q$  çaplı bir dairenin Sikloid üzerinde hareketliyle oluşan zarf eğrisi
- Dış äquidistant  $\rightarrow$  Sikloidin dışında tepede bulunan zarf eğrisi
- İç äquidistant  $\rightarrow$  Sikloidin içinde tepede bulunan zarf eğrisi
- Envelop  $\rightarrow$  Sikloid ve äquidistantın kinematik devamlılıkta karşılık çarkıyla taradığı zarf eğrisi
- Tepe  $\rightarrow$  Temel dairenin merkezinden Sikloidin en uzak noktası ( $s$ )
- Çukur  $\rightarrow$  Temel dairenin merkezinden Sikloidin en yakın noktası ( $T$ )
- Dış Yanağı  $\rightarrow$  Çukur ve Tepe arasındaki eğri parçası
- Eğri Kesiti  $\rightarrow$  Tepeden tepeye veya çukurdan çukura simetrik olarak tekrarlanan eğri parçası
- Dış Sayısı  $\rightarrow$  Temel daire çevresindeki eğri kesit sayısı

$$Z = \frac{a}{b}$$

- Kavrama açısı  $\rightarrow$  Eğri normali ile temel daire ve yuvarlanma dairesi merkezlerini birleştiren doğru arasındaki
- Dönüm Noktası  $\rightarrow$  Dış yanağı üzerinde eğriliğin konkavdan konveks'e değiştiği yer  $W$

- Eğrilik yarıçapı → Sikloidin veya äquidistantının eğrilik yarıçapı  $\delta_1 \delta_A$
- Parametre → Yuvarlanma dairesinin temel daire üzerinde yuvarlanması esnasında, yuvarlanma dairesindeki yuvarlanma açısı  $\beta$ .
  - Yuvarlanma şartları  $a \alpha = b \beta$

$$\alpha = \beta \frac{b}{a} = \beta/z$$

$\beta$  açısı  $\beta = 0^\circ$  (Tepe) dan  $\beta = 180^\circ$  (Çukur)ye kadar devam ediyorsa, Tepeden çukura bir Sikloid dış yanağı tarif edilir.

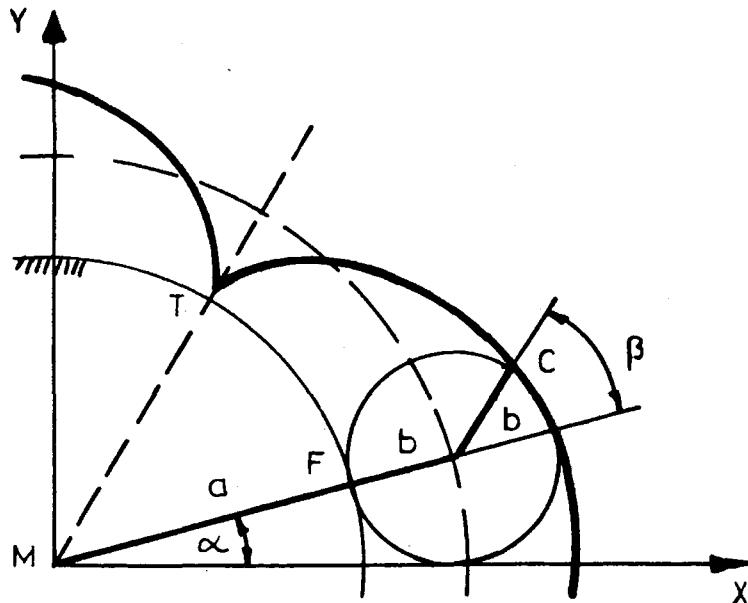
## 2. EPİSİKLOİD

Aşağıdaki 8,9,10 ve 11 nolu resimlerde Episikloid tarif edilmiştir. İlk olarak Koordinat sisteminde eğrinin başlangıcı tepede ve çukurda olan Episikloid gösterilmiştir.

Eğriyi oluşturan nokta yuvarlanma dairesinin çevresi üzerinde olmadığı zaman kısaltılmış veya uzatılmış sikloid oluşur. 10 ve 11 nolu resimlerde başlangıcı tepe ve çukurda olan kısaltılmış episikloidin oluşumu gösterilmiştir. Uzatılmış sikloid aynı şekilde yuvarlanma dairesi yarıçapı  $b$ 'den daha büyük olan bir e mesafesi için gerçekleşir. Bütün resimlerde parametre ifadesi  $x(\beta)$  ve  $y(\beta)$  cinsindendir. Eşitlikler taslakta işaretlenmiş büyülüklükler yardımıyla kolayca anlaşılabilir. Uzunluklar ve açılar, işaretler dikkate alınmadan miktar olarak yazılmıştır.

### 2.1 EPİSİKLOİDİN ÄQUİDISTANTİ

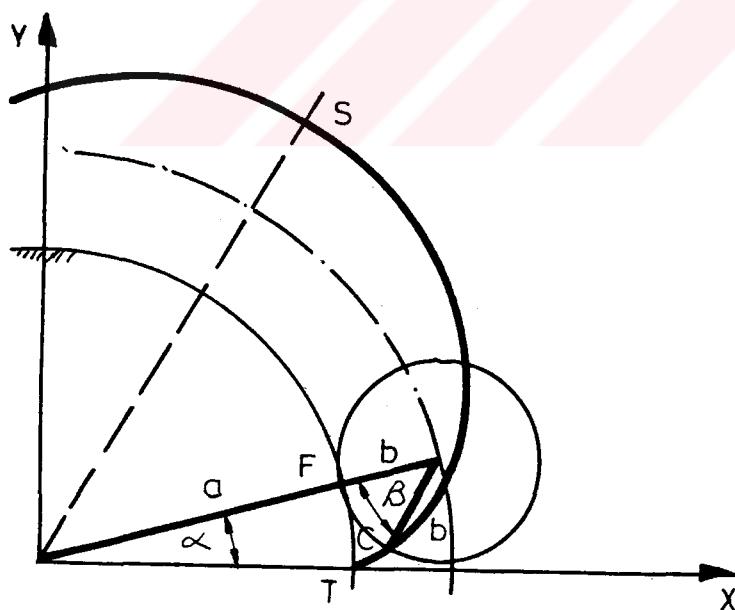
12 ve 13 nolu resimlerde kısaltılmış episikloidin dış ve iç äquidistantları tarif edilmiş ve parametre eşitlikleri verilmiştir. Veriler  $e = b$  için sivriltilmiş Sikloid ve  $e > b$  için uzatılmış sikloide kolaylıkla dönüştürülebilir. 12 nolu resim tepede başlayan eğriyi, 13 nolu resim ise çukurda başlayan eğriyi gösterir.



Şekil 8. Tepede başlayan sıvırılmış episikloid

$$x = (a+b) \cos\alpha + b\cos(\alpha+\beta)$$

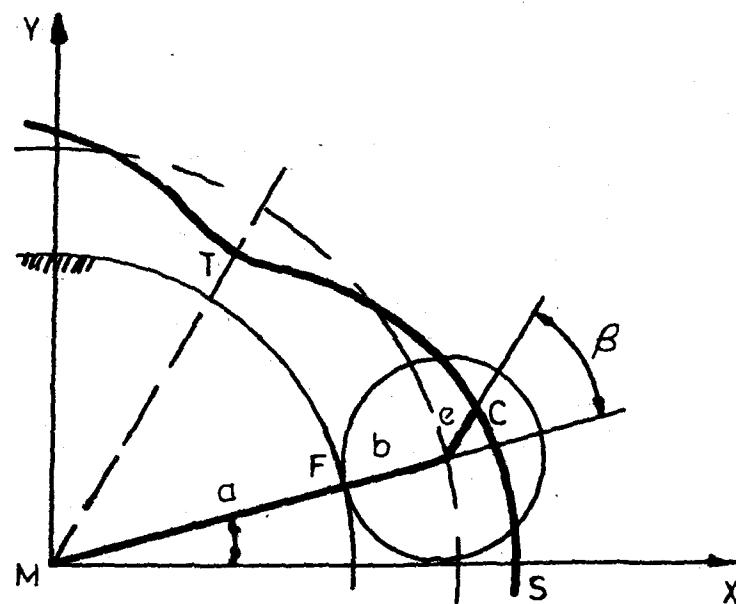
$$y = (a+b) \sin\alpha + b\sin(\alpha+\beta)$$



Şekil 9. Çukurda başlayan sıvırılmış episikloid

$$x = (a+b) \cos\alpha - b\cos(\alpha+\beta)$$

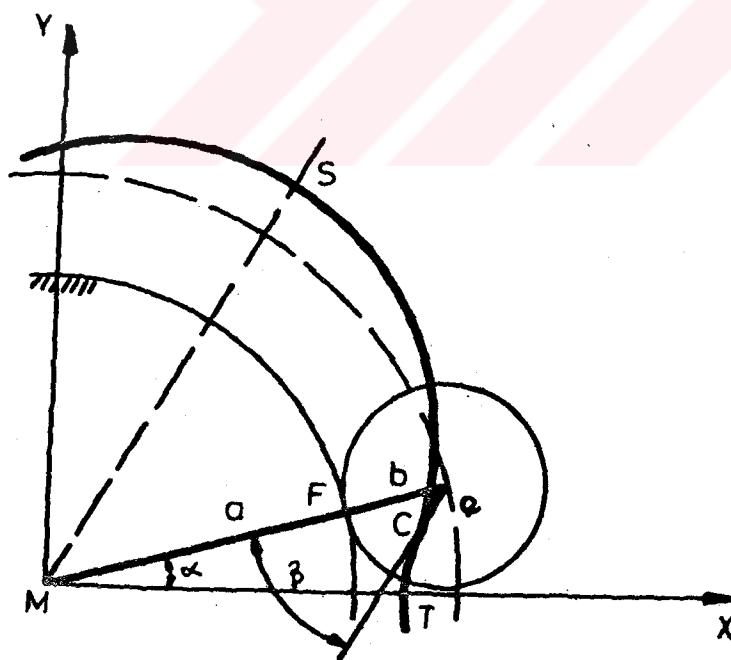
$$y = (a+b) \sin\alpha - b\sin(\alpha+\beta)$$



Şekil 10. Tepede başlayan kısaltılmış episikloid

$$x = (a+b) \cos \alpha + e \cos (\alpha+\beta)$$

$$y = (a+b) \sin \alpha + e \sin (\alpha+\beta)$$



Şekil 10. Çukurda başlayan kısaltılmış episikloid

$$x = (a+b) \cos \alpha - e \cos (\alpha+\beta)$$

$$y = (a+b) \sin \alpha - e \sin (\alpha+\beta)$$

$\alpha$  ( $\beta$ ),  $y(\beta)$  parametreleri 12 ve 13 nolu resimler yardımcı ile daha kolay anlaşılabilir.

C noktası Sikloidi tanımlar. İç ve dış äquidistantların bağıl noktaları. C noktasından dolayı eğri normali üzerinde bulunmalıdır. Bu eğri normali "F" ani dönme merkezi yardımıyla çok kolay bulunabilir.

q äquidistant mesafesi bu F ani dönme merkezi ile M merkezinden geçen kutup işini üzerinde C noktasından içeriye veya dışarıya taşınır. açısı  $\beta$  yuvarlanma açısının fonksiyonudur. Ve 14 nolu resme göre belirlenir.

Bu geometrik inceleme yanında, äquidistantlar sikloid üzerinde hareket eden dairenin zarf eğrisi olarak analitik yoldanda bulunabilir. Yani äquidistantların belirlenmesinde karmaşık sayılar metoduda uygulanabilir.

## **2.2 TEPE VE ÇUKUR BAŞLANGICININ FARKI**

Geçen konuda; 8....13 nolu resimlerde tepe ve çukur başlangıç yerleri arasındaki farklar gösterildi. Tabii olarak her iki başlangıç noktası, çevre yönünde birbirine göre farklı bükülmüş bulunan, benzer eğrilerdir.

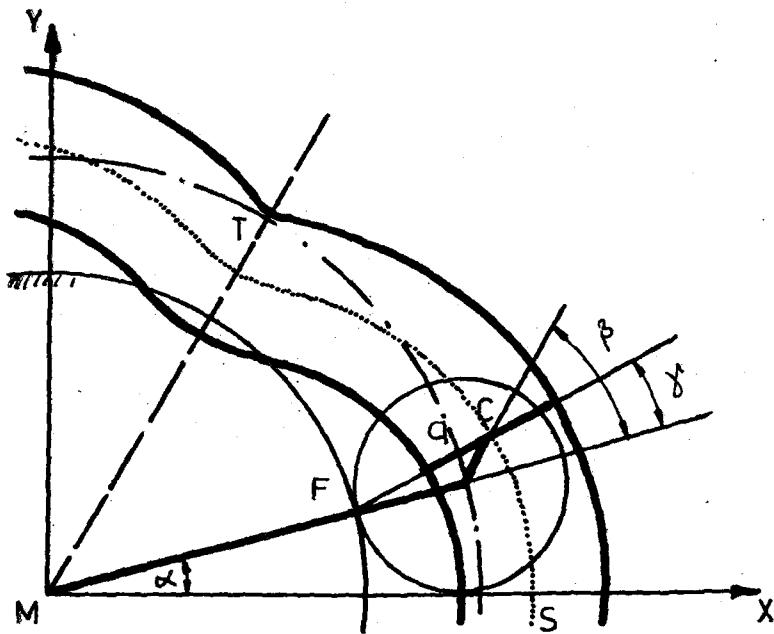
Denklemelerin ayrıntılı bir şekilde ifade edilebilmesi için tepede ve a çukurda başlangıç önem kazanır. Ortaya çıkan denklemler birbirine dönüştürülebilir. Bunun için ya  $\beta$  yuvarlanma açısına  $\beta = 180^\circ$  faz açısı eklenir.

$$\beta_T = \beta_s + 180^\circ$$

Veya; eksantriklik ters işaretle yerleştirilir;

$$\epsilon_T = -\epsilon_s$$

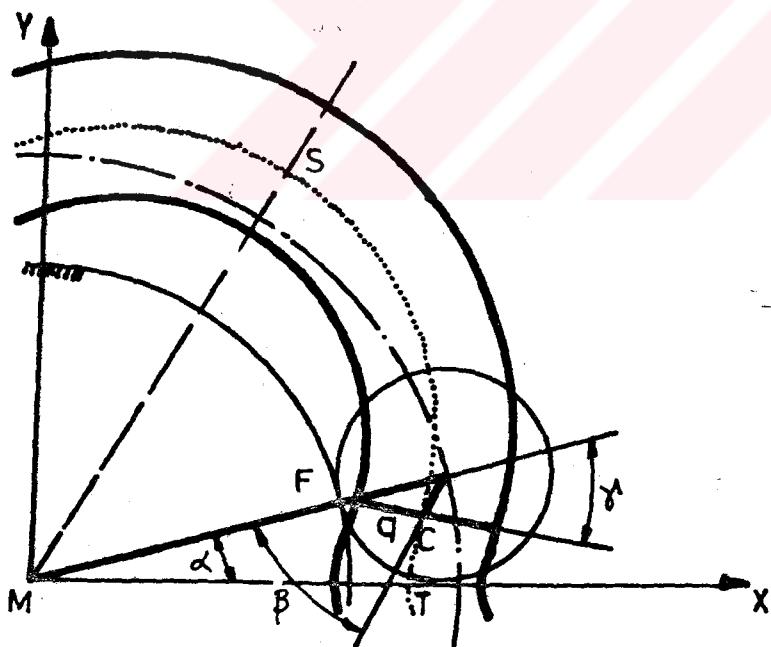
Burada  $\tau$  indisi çukur,  $s$  indisi ise tepe başlangıcını gösterir.



Şekil 12. Tepede başlayan episikloidin äquidistantları

$$x = (a+b) \cos \alpha + e \cos (\alpha + \beta) \pm q \cos (\gamma + \alpha)$$

$$y = (a+b) \sin \alpha + e \sin (\alpha + \beta) \pm q \sin (\gamma + \alpha)$$



Şekil 13. Çukurda başlayan episikloidin äquidistantları

$$x = (a+b) \cos \alpha - e \cos (\alpha + \beta) \pm q \cos (\gamma - \alpha)$$

$$y = (a+b) \sin \alpha - e \sin (\alpha + \beta) \pm q \sin (\gamma - \alpha)$$

Eşitliklerin daha kullanışlı olması bakımından, tepe ve çukur başlangıcı arasındaki bu ilişki kullanılabilir.

Tepede başlangıç  $(\epsilon_s)$  veya  $\epsilon > 0$

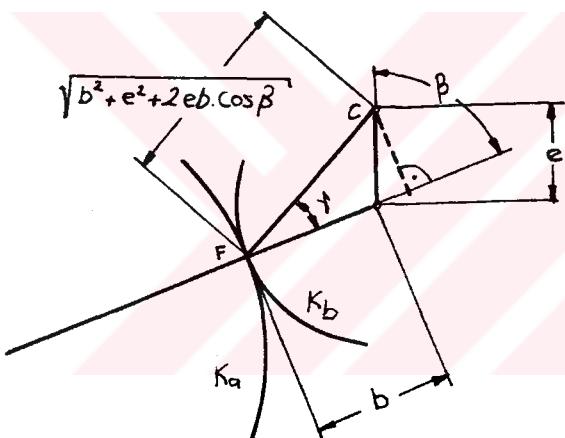
Çukurda başlangıç  $(\epsilon_T = -\epsilon_s)$  veya  $\epsilon < 0$

Parametre işaretleri  $a > 0 \quad b > 0$

$\alpha > 0 \quad \beta > 0$

### 2.3. KAVRAMA AÇISI

Eğri normali ile, temel daire ile yuvarlanma dairesi merkezlerini birleştiren doğru arasındaki açı, kavrama açısı olarak adlandırılır. Eğri mormali, yuvarlanma dairesi  $K_b$  ve temel daire  $K_a$ 'nın temas noktası  $F$  ile Sikloidi oluşturan  $C$  noktasından geçer.



Şekil 14. Kavrama açısının geometrisi

Yukarıdaki şeviden Cosinüs ifadesine göre:

$$CF = \sqrt{b^2 + e^2 + 2eb \cos \beta} = b \sqrt{1 + m^2 + 2m \cos \beta}$$

$$CF \alpha \sin \gamma = e \sin \beta$$

$$\sin \gamma = \frac{\frac{e}{b} \sin \beta}{\sqrt{1 + m^2 + 2m \cos \beta}} = \frac{m \sin \beta}{\sqrt{1 + m^2 + 2m \cos \beta}}$$

Ayrıca;

$$CF \cos \gamma = b + e \cos \beta$$

$$\cos \gamma = \frac{1 + m \cos \beta}{\sqrt{1 + m^2 + 2m \cos \beta}} \text{ olur.}$$

Bununla;

$$\tan \gamma = \frac{m \sin \beta}{1 + m \cos \beta} = \frac{\sin \beta}{\frac{1}{m} + \cos \beta} \text{ bulunur.}$$

Bu eşitliklerde; Tepe ve çukur başlangıç noktalarında  $m = e/b$  oranının incelenmesi için e eksantrikliğinin işaretine dikkat edilmelidir.

Şekil 15'te tepe başlangıçlı eğriler için episikloidin, yuvarlanma açısına bağlı olarak,  $\gamma$  kavrama açısının gelişimi gösterilmiştir. Şekil 14'e göre; Eksantriklik e,  $CF$  doğrusuna dik olduğunda kavrama açısının max. değeri  $\gamma_{\max}$  oluşur.

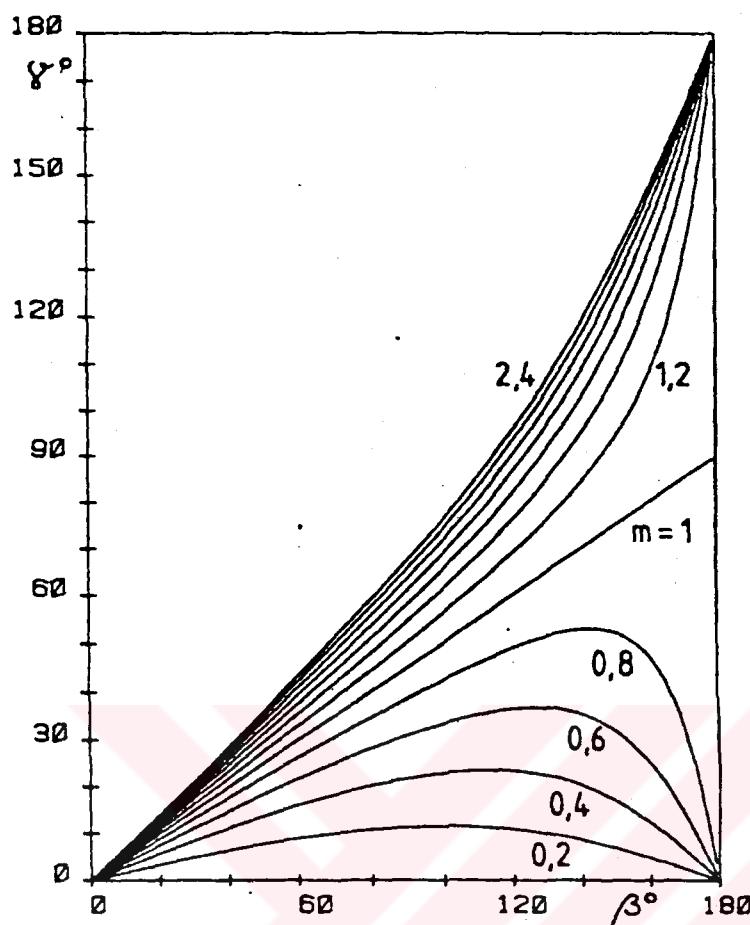
Böylece;

$$\sin \gamma_{\max} = \frac{e}{b} = m \text{ olur.}$$

Max kavrama durumunda yuvarlanma açısı değeri  $\beta_E$  dir.

14 nolu resme göre:

$$180^\circ = \gamma_{\max} + 90^\circ + (180^\circ - \beta_E)$$



Şekil 15. Episikloidlerdeki kavrama açısının durumu

$m < 1$  : Kısaltılmış episikloid

$m + 1$  : Sivri tılmış episikloid

$m > 1$  : Uzatılmış episikloid

(1.2, 1.4, ..., 2.4)

$\beta E = \gamma_{\max} + 90^\circ$  olur.

Veya;

$\cos \beta E = \cos (\gamma_{\max} + 90^\circ)$  olur.

$\cos \beta E = -\sin \gamma_{\max} = -m$

Sivriltilmiş episikloid ( $m=1$ ) için max kavrama açısı  $\gamma_{\max}=90^\circ$   $\beta E=180^\circ$  dendir.

Uzatılmış sikloid ( $m>1$ ) için yukarıdaki ilişki artık geçerli değildir. Çünkü C noktası yuvarlanma dairesinin dışındadır, ve eksantrikliğin CF'ye dik olduğu yerde kavrama açısının max olduğu söylenenemez. bunun nedeni eksantrikliğin CF'e hiçbir zaman dik olmamasıdır. En büyük kavrama açısı çukurdadır.

$$\gamma(\beta = 180^\circ) = 180^\circ.$$

Böylece bütün episikloidler ve onların bütün zarf eğrileri aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$x = (a+b) \cos \alpha + e \cos (\beta + \alpha) + q \cos (\gamma + \alpha)$$

$$y = (a+b) \sin \alpha + e \sin (\beta + \alpha) + q \sin (\gamma + \alpha)$$

Burada:  $e > o$  : Tepede başlangıç

$e < o$  : Çukurda başlangıç

$|e| = b$  : Sivriltilmiş Sikloid

$|e| < b$  : Kısaltılmış Sikloid

$|e| > b$  : Uzatılmış Sikloid

$q > o$  : Dış aquidistant

$q < o$  : İç aquidistant

Uzatılmış sikloidlerde kavrama açısı  $\gamma > 90^\circ$ 'dir. Formüle göre:

$$\gamma = \arctan \frac{\sin \beta}{\frac{1}{m} + \cos \beta}$$

Burada  $-90^\circ < \gamma < 90^\circ$  olmalıdır.

Buna göre  $\text{arc} \leftrightarrow \tan$  ifadesinin değeri  $-90^\circ$  ile  $+90^\circ$  arasındadır.

Bu yüzden elde edilen işlem sonucu kullanılamaz.  $m>1$  olan sikloid eşitliklerinde  $\gamma > 90^\circ$  değerleri mevcuttur.

Eğer doğru açı  $\gamma > 90^\circ$  yerine, ana değer  $\gamma < 0^\circ$  kullanılırsa, aquidistant tanımda gözönüne alınan açı toplamı ( $\gamma + \alpha$ ) tamamen farklıdır.

Bu zorluklar mevcut bulunan trigonometrik ifadeler;

$\cos(\gamma + \alpha)$  ve  $\sin(\gamma + \alpha)$  yerine;

$$\cos(\gamma + \alpha) = \cos \gamma \cos \alpha - \sin \alpha \sin \gamma$$

$$\sin(\gamma + \alpha) = \sin \gamma \cos \alpha + \cos \gamma \sin \alpha$$
 ifadeleri yerleştirilerek önlenir.

Bu denklemlerdeki  $\cos \gamma$  ve  $\sin \gamma$  'nın nasıl bulunacağı daha önce incelenmiştir.

## 2.4 $m=1$ İÇİN ÖZEL DURUM

Sivriltilmiş episikloidin  $m=1$  için özel durumunda  $\gamma^1$  kavrama açısı için eşitlik şöyle yazılır:

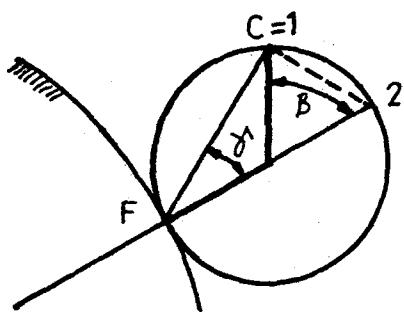
$$\tan \gamma = \frac{\sin \beta}{1 + \cos \beta}$$

Trigonometrik dönüşüm yoluyla eşitlik:

$$\tan \frac{2\gamma}{2} = \frac{\sin(2\gamma)}{1 + \cos(2\gamma)} = \frac{\sin \beta}{1 + \cos \beta}$$

veya  $2\gamma = \beta$ ,  $\gamma = \beta/2$  şeklinde yazılır.

Bu sonuç şekil 16'ya bakarak açıklanabilir.



Şekil 16  $m=1$  için  $\alpha$  ve  $\beta$  arasındaki ilişki

Yuvarlanma dairesindeki  $12^{\circ}$  doğrusunun kestiği çevre yayını gören  $\beta$  merkez açısı, aynı yayı gören  $\alpha$  açısının iki katı olduğu açıkça görülür. O halde Sivriltilmiş Sikloid için  $\alpha$  ve  $\beta$  arasında lineer bir ilişki oluşur.

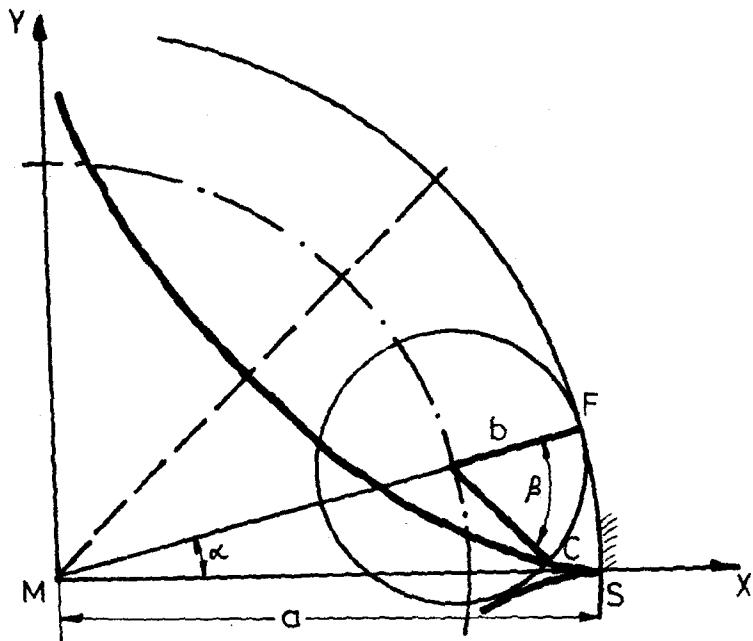
$\alpha$  açısının, dış sayılarından, yuvarlanma ve Temel dairenin mutlak büyüklüğünden bağımsız olduğuna dikkat edilmelidir.

### 3. HİPOSİKLOİD

Hiposikloidler ve onların zarf eğrilerinin incelenmesinde, formüllerin türetilmesi için, sadece "Tepede başlangıç" formu incelenenektir. Bir önceki konuda ele alınan, episikloidin çukurdaki başlangıcı için ortaya konulan düşünceler hiposikloid içinde geçerlidir. Burada yine temel dairenin merkezinden en uzak nokta Tepe olarak anlaşılmalıdır. 17 ve 18 nolu resimlerde sivriltilmiş ve kısaltılmış hiposikloidlerin oluşumu, aynı şekilde iç ve dış äquidistantları gösterilmiştir.  $X(\beta)$  ve  $y(\beta)$  eşitlikleri bir önceki bölümde gösterildiği gibidir.

#### 3.1 KAVRAMA AÇISI

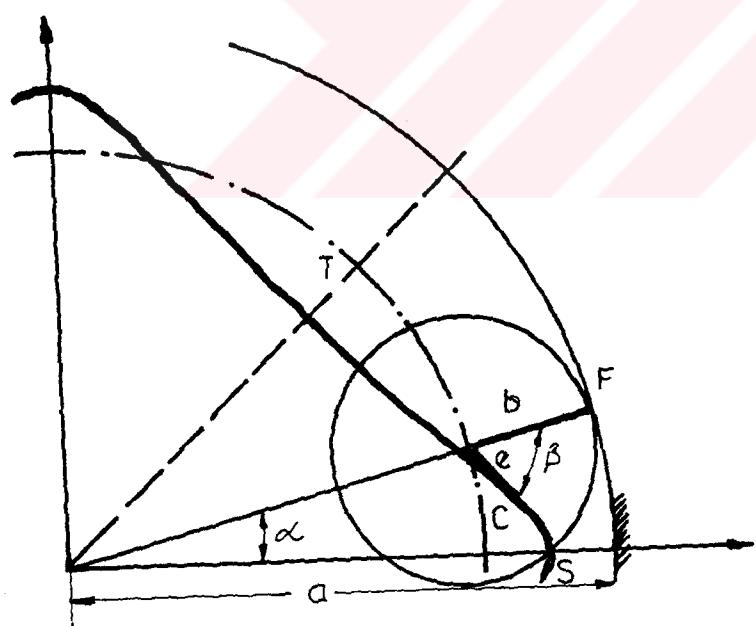
Hiposikloidlerde de kavrama açısı, temel daire ve yuvar-



Şekil 17 Sivriltilmiş hipo sikloid

$$x = (a - b) \cdot \cos \alpha + b \cdot \cos (\beta - \alpha)$$

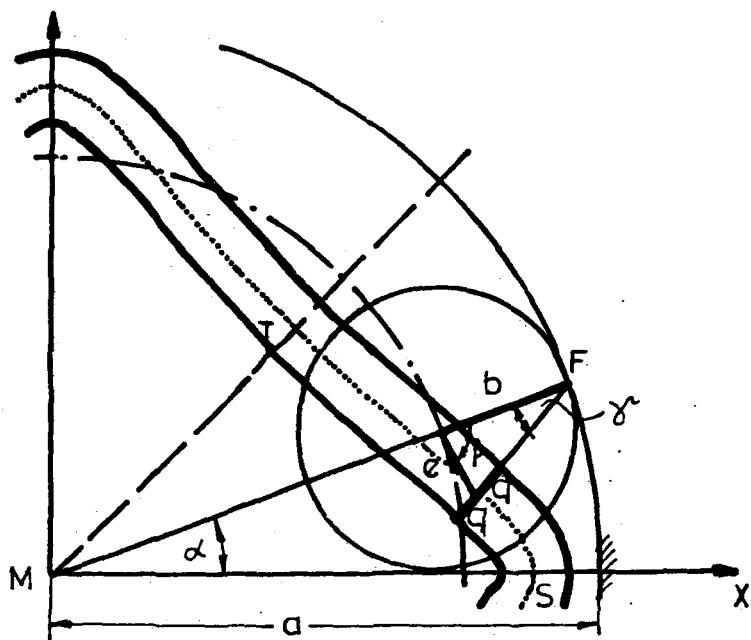
$$y = (a - b) \cdot \sin \alpha - b \cdot \sin (\beta - \alpha)$$



Şekil 18 Kısaltılmış hiposikloid

$$x = (a - b) \cdot \cos \alpha + e \cdot \cos (\beta - \alpha)$$

$$y = (a - b) \cdot \sin \alpha - e \cdot \sin (\beta - \alpha)$$



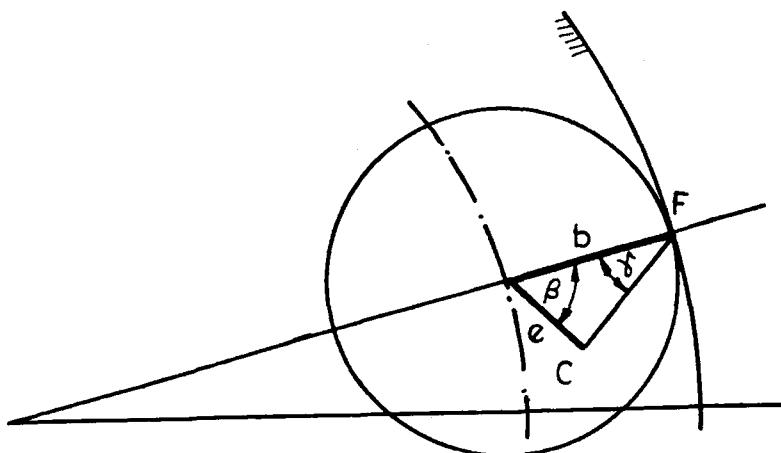
Şekil 19. Hiposikloidin äquidistantları

$$x = (a - b) \cdot \cos \alpha + e \cos (\beta - \alpha) \pm q \cdot \cos (\gamma + \alpha)$$

$$y = (a - b) \sin \alpha - e \sin (\beta - \alpha) \pm q \cdot \sin (\gamma + \alpha)$$

İanma dairesi merkezlerinden geçen doğru ile değme noktası F'ten geçen eğri normali arasındaki açı olarak tanımlanır.

Şekil 20' de eğrinin tepede başlangıcı için kavrama açısının durumu görülebilir.



Şekil 20. Hiposikloidlerde kavrama açısının geometrisi

Koinüs teoremine göre:

$$CF = \sqrt{b^2 + e^2 - 2e b \cos \beta} = b \sqrt{1 + m^2 - 2m \cos \beta}$$

$$\sin \gamma = \frac{m \cdot \sin \beta}{\sqrt{1 + m^2 - 2m \cos \beta}}$$

$$\cos \gamma = \frac{1 - m \cos \beta}{\sqrt{1 + m^2 - 2m \cos \beta}}$$

$$\tan \gamma = \frac{m \cdot \sin \beta}{1 - m \cos \beta} = \frac{\sin \beta}{1/m - \cos \beta} \text{ olur.}$$

Max. kavrama açısı  $\gamma_{\max}$ , Şekle göre:

$$\sin \gamma_{\max} = \frac{e}{b} \quad \beta_{E,H} = 90^\circ - \gamma_{\max, H} \text{ dir.}$$

Şekil 21 de  $\gamma$  kavrama açısının yuvarlanma açısı  $\beta$ 'ya bağlı olarak nasıl değiştiği gösterilmiştir. Hiposikloidlerin kavrama açısı eşitliklerinin episikloidlerin  $\gamma$  kavrama açısı eşitliklerinden yalnızca işaretlerle ayrılabildiği görülür. Bu fark dönme yönüne dikkat edilmeksızın  $b, e$  doğrularının ve  $\beta$  açısının dikkate alınarak tamamen geometrik inceleme sonucunda ortaya çıkar.

Parametrelerin işaretlerinin

$$a > 0 \quad b < 0$$

$$\alpha > 0 \quad \beta < 0 \quad \text{olduğuna dikkat edilmelidir.}$$

Bunlarla epískloidler için olanlarla benzer eşitlikler elde edilir.

$$x = (a + b) \cos \alpha + e \cdot \cos (\beta + \alpha) + q \cdot \cos (\gamma + \alpha)$$

$$y = (a + b) \sin \alpha + e \cdot \sin (\beta + \alpha) + q \cdot \sin (\gamma + \alpha)$$

### 3.2. $m = 1$ İÇİN ÖZEL DURUM

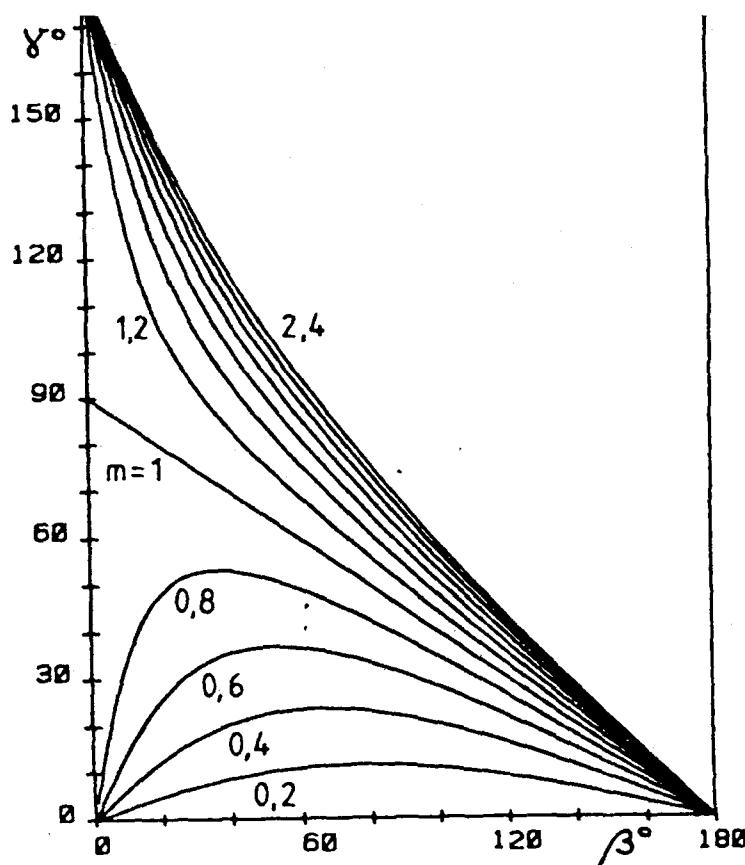
Sikloidi oluşturan C noktası, yuvarlanma dairesinin çevresinde olursa sivriiltilmiş hiposikloid oluşur.

$$\tan \gamma = \frac{\sin \beta}{1 - \cos \beta} \quad \text{eşitliğinden trigonometrik dönüşüm yoluyla:}$$

$$\tan \gamma = \cot (90 - \gamma) \quad [2(90 - \gamma)] \quad \frac{\sin [2(90 - \gamma)]}{1 - \cos [2(90 - \gamma)]}$$

$$\cot (90 - \gamma) = \cot \frac{[2(90 - \gamma)]}{2} = \frac{\sin [2(90 - \gamma)]}{1 - \cos [2(90 - \gamma)]}$$

$$2(90 - \gamma) = \beta ; \quad \gamma = 90 - \beta/2 \quad \text{elde edilir.}$$



Şekil 21. Hiposikloidlerdeki kavrama açısının durumu

Bu sonuç, yine yuvarlanma dairesinin incelenmesi sonucu daha açık anlaşılabilir. Yuvarlanma çemberindeki 12 doğru parçasının kestiği çember yayının merkez açısı  $180^\circ - \beta$  dir. Aynı çember yayının çevre açısı, merkez açısının yarısına eşittir. O halde;

$$\gamma = \frac{180 - \beta}{2} = 90 - \frac{\beta}{2} \text{ dir}$$

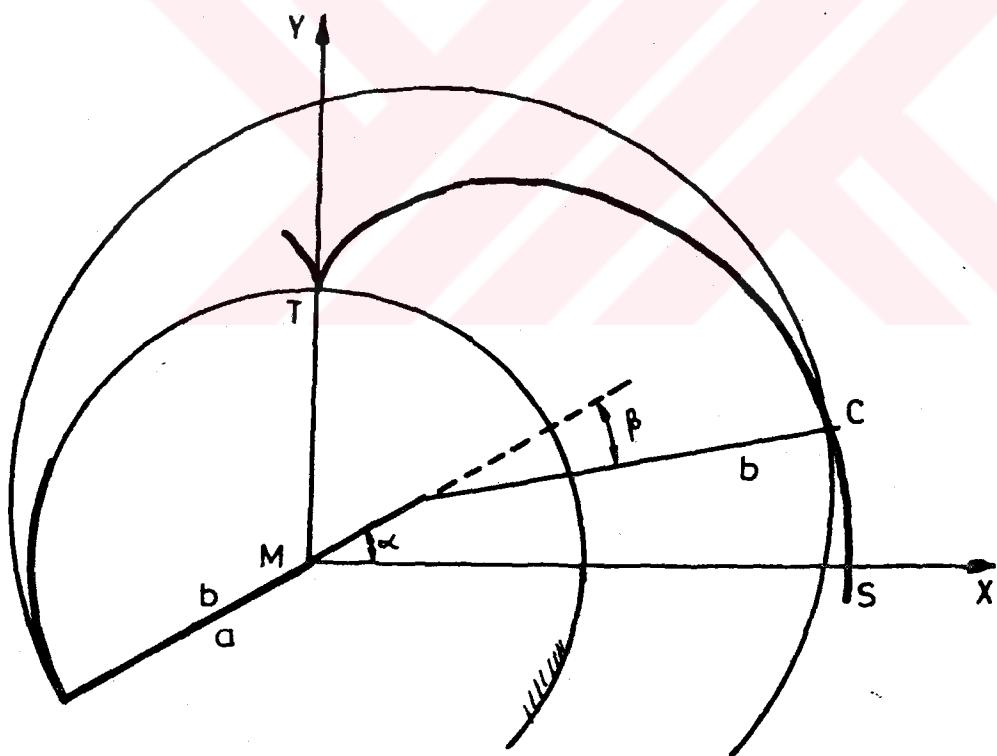
Sivriltilmiş hiposikloidler içinde  $\gamma$  ve  $\beta$  arasında lineer bir ilişki oluşur.

## 4. PERİSİKLOİD

Bütün perisikloidler, episikloid olarak ifade edilebildiği için bu eğriler birçok kitapta incelenmemiştir. Bu düşünce tarzı doğru olmasına karşın tamamen anlamlı değildir. Çünkü episikloidin temelde perisikloiden farklı temel ve yuvarlanma dairesi vardır. Aşağıdaki resimlerde perisikloidler ve aqirdistantları tanımlanmıştır. Eğrilerin parametre ifadeleri  $x(\beta)$  ve  $y(\beta)$  cinsindendir.

### 4.1 KAVRAMA AÇISI

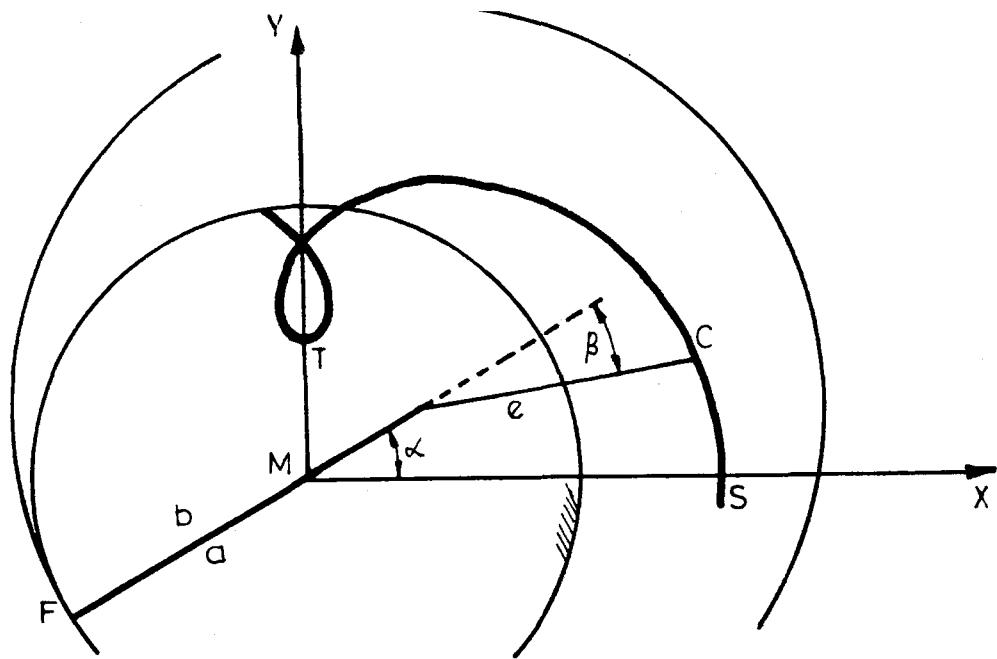
Kavrama açısı; eğri normali ile Temel ve Yuvarlanma daireleri merkezinden geçen doğru olarak arasındaki açı olarak tanımlanır. Eğri normali yuvarlanma dairesi ile temel dairenin değme noktasından geçmelidir.



Şekil 22. Sivriltilmiş perisikloid

$$x = (b - a) \cdot \cos \alpha + b \cdot \cos (\alpha - \beta)$$

$$y = (b - a) \cdot \sin \alpha + b \cdot \sin (\alpha - \beta)$$

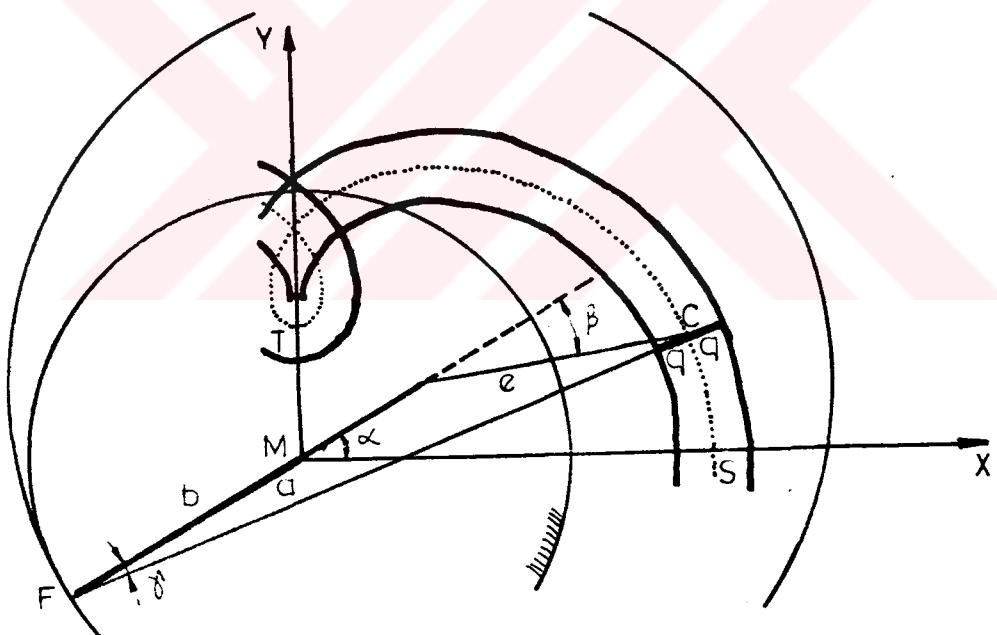


Şekil 23.

Kısaltılmış perisikloid

$$x = (b - a) \cdot \cos \alpha + e \cdot \cos(\alpha - \beta)$$

$$y = (b - a) \cdot \sin \alpha + e \cdot \sin(\alpha - \beta)$$

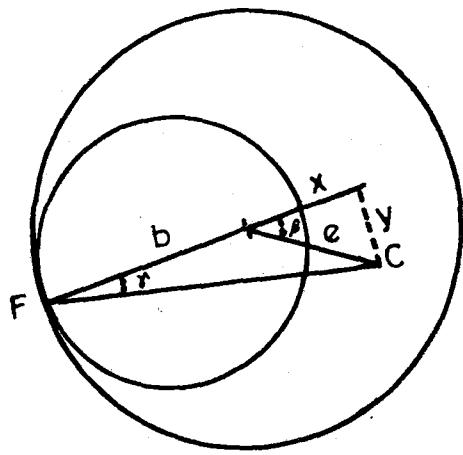


Şekil 24.

Perisikloidin aquidistantları

$$x = (b - a) \cdot \cos \alpha + e \cdot \cos(\alpha - \beta) \pm q \cdot \cos((\alpha - \gamma))$$

$$y = (b - a) \cdot \sin \alpha + e \cdot \sin(\alpha - \beta) \pm q \cdot \sin(\alpha - \gamma)$$



Şekil 25. Periskloidlerde kavrama açısının geometrisi

$$CF = \sqrt{(b + x)^2 + y^2}$$

$$x = e \cdot \cos \beta \quad y = e \cdot \sin \beta$$

$$CF = \sqrt{(b + e \cos \beta)^2 + e^2 \sin^2 \beta}$$

$$CF = \sqrt{b^2 + e^2 \cos^2 \beta + 2 \cdot e \cdot b \cdot \cos \beta + e^2 \sin^2 \beta}$$

$$= \sqrt{b^2 + e^2 (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) + 2eb \cdot \cos \beta}$$

$$= \sqrt{b^2 + e^2 + 2eb \cdot \cos \beta} = b \sqrt{1 + m^2 + 2m \cos \beta}$$

$$C.F. \sin \gamma = e \cdot \sin \beta$$

$$\sin \gamma = \frac{\frac{e}{b} \sin \beta}{\sqrt{1 + m^2 + 2m \cos \beta}} = \frac{m \sin \beta}{\sqrt{1 + m^2 + 2m \cos \beta}}$$

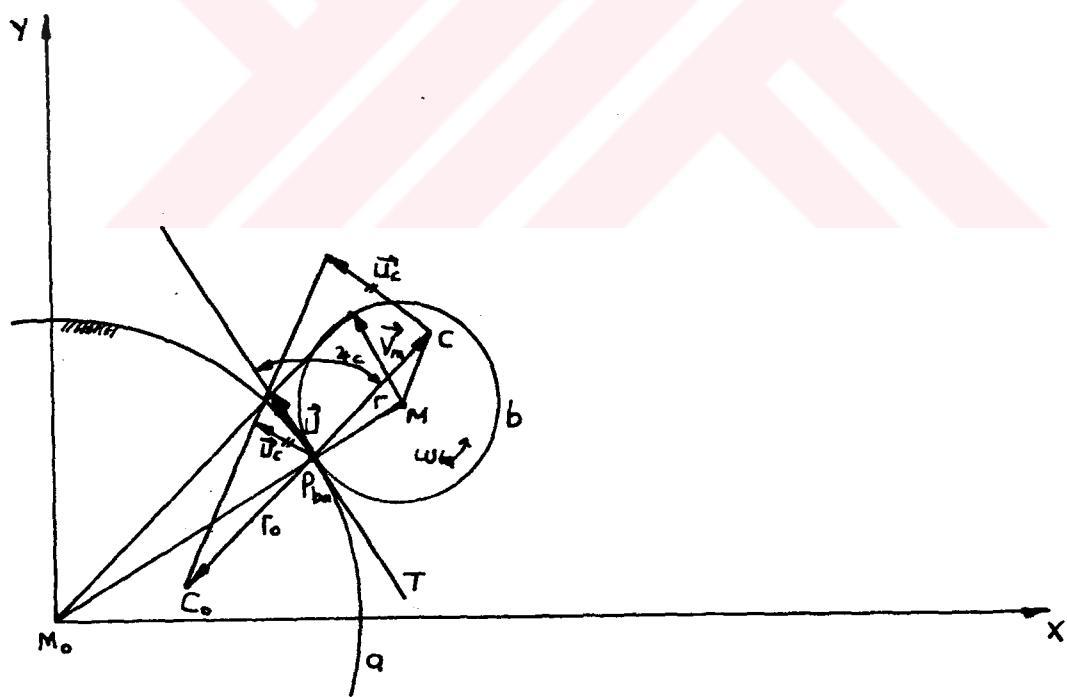
$$C.F. \cos \gamma = b + e \cdot \cos \beta$$

$$\cos \gamma = \frac{1 + m \cdot \cos \beta}{\sqrt{1 + m^2 + 2m \cos \beta}} \text{ olur}$$

Buradan  $\tan \gamma = \frac{m \cdot \sin \beta}{1 + m \cdot \cos \beta} = \frac{\sin \beta}{\frac{1}{m} + \cos \beta}$  bulunur

## 5. SİKLOİDLERDE KAVIS İLİŞKİLERİ

Sikloidlerde kavis yarıçaplarının bulunması grafik yoldan kolaylıkla yapılabilir. Bunun için Bobillier, Hartman veya Euler - Savary metodu kullanılabilir. Aşağıdaki resimde; Episikloid eğrinin C noktası için, eğri merkezi Co in oluşumu Hartman'a göre gösterilmiştir. Ani dönme merkezi Pba. Teğet T, kutup değişim hızları  $U_c$ ,  $U_c$ 'unun  $V_e$  ye paralel bileşenidir.



Şekil 26. Eğri Yarıçapının grafik yolla bulunması

Aynı resme göre; Euler - Savary kanunundan yola çıkılarak da bir ilişki kurulabilir.

$$\frac{W_{ba}}{u} = \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) \cdot \sin \gamma_{ac}$$

$r = \overline{PbaC}$ ,  $r_0 = \overline{PbaCo}$  (Kutuptan itibaren  $r$ 'ye ters yönde yerleştirildiğinde  $r_0$ 'ın (-) işaretine dikkat edilmelidir)

$\gamma_{ac} = T$  teğeti ile  $PbaC$  arasındaki açı

Grafik metod çok basit bir kavis çapı araştırmasına müsaade eder. Kavis devamının tartışması; kavis çapı hesap yoluya karakteristik yuvarlanma açısı  $\beta$ 'ya bağlı olarak araştırıldığında daha kolaydır.

sikloid parametre ifadeleri: (a quidistantlara dikkat edilmeksiz)

$$x = (a + b) \cdot \cos \left( \frac{b}{a} \beta \right) + e \cdot \cos \left( \frac{a + b}{a} \beta \right)$$

$$y = (a + b) \cdot \sin \left( \frac{b}{a} \beta \right) + e \cdot \sin \left( \frac{a + b}{a} \beta \right)$$

$x = x(\beta)$ ,  $y = y(\beta)$  eşitlikleriyle verilen bir eğrinin kavis yarıçapı aşağıdaki formüle göre hesaplanabilir.

$$\rho = \frac{\left[ \left( \frac{\partial x}{\partial \beta} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \beta} \right)^2 \right]^{3/2}}{\frac{\partial x}{\partial \beta} - \frac{\partial^2 y}{\partial \beta^2} - \frac{\partial^2 x}{\partial \beta^2} \frac{\partial y}{\partial \beta}}$$

$$\frac{\partial x}{\partial \beta} = - (a + b) \frac{b}{a} \sin \left( \frac{b}{a} \cdot \beta \right) - e \left( \frac{a + b}{a} \right) \sin \left( \frac{a + b}{a} \cdot \beta \right)$$

$$\frac{dx}{d\beta} = - (a + b) \frac{b^2}{a^2} \cos \left( \frac{b}{a} \beta \right) - \frac{e}{a^2} (a + b)^2 \cos \left( \frac{a + b}{a} \beta \right)$$

$$\frac{dy}{d\beta} = (a + b) \frac{b}{a} \cos \left( \frac{b}{a} \beta \right) + e \left( \frac{a + b}{a} \right) \cos \left( \frac{a + b}{a} \beta \right)$$

$$\frac{d^2y}{d\beta^2} = - (a + b) \frac{b^2}{a^2} \sin \left( \frac{b}{a} \beta \right) - \frac{e}{a^2} (a + b)^2 \sin \left( \frac{a + b}{a} \beta \right)$$

Bu değerleri formüle yerleştirip düzenleyerek Sikloid kavis yarıçapı  $\rho$  için bir eşitlik elde edilir. Daha basit bir ifade için eksantriklik  $e$  ve yuvarlanma dairesi yarıçapı  $b$  yerine kısaltma oranı  $m = \frac{b}{a}$  yerleştirilir.

$$\rho = (a + b) \frac{[1 + m^2 + 2m \cos \beta]^{3/2}}{1 + m^2 \left( \frac{a}{b} + 1 \right) + m \left( \frac{a}{b} + 2 \right) \cos \beta}$$

Bu eşitlik sikloidin kavis yarıçapını  $\beta$ 'ya bağlı olarak verir. Aynı eşitlik aqidistanlar içinde geçerlidir. Bununla  $q$  mesafesindeki bir aqidistant eğrisi için:

$$\rho_A = \rho + q \quad q > 0 \text{ (dış aqidistant)} \\ q < 0 \text{ (İç aqidistant)}$$

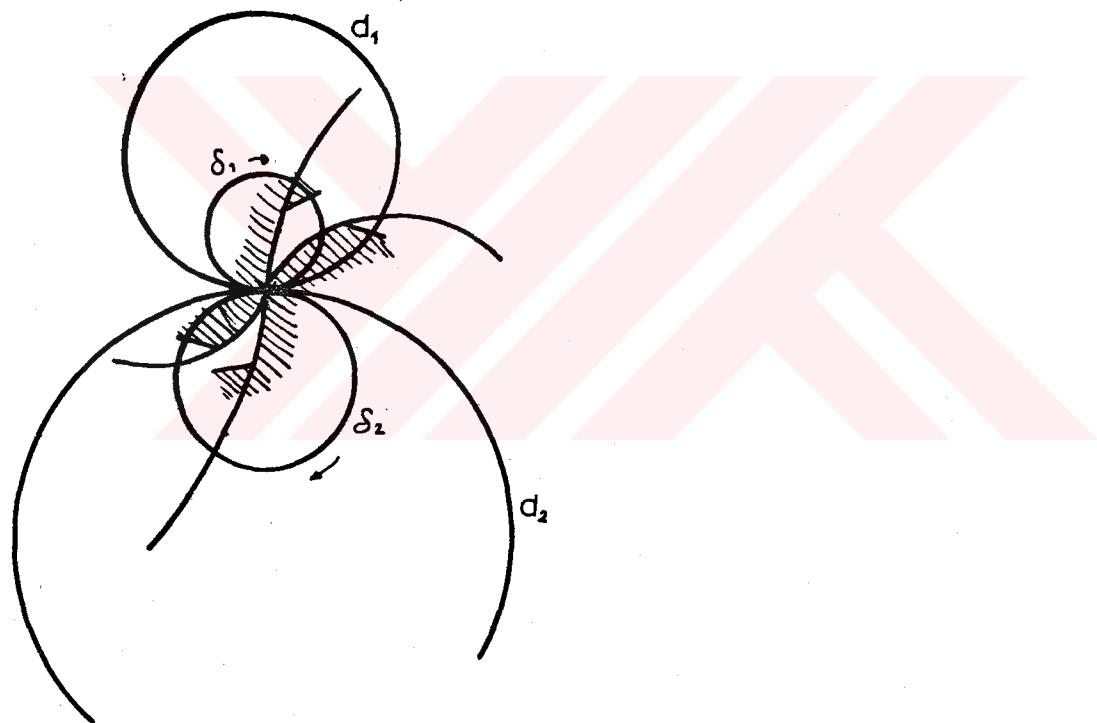
#### IV. SIKLOİD DİŞLEME

Sikloid dişlemenin pratikte çok büyük yeri yoktur. Sikloid profillerin özellikle eşlenik eğri prensiplerine göre normal çalışabilmesi için, dış profillerinin çok hassas işlenmesi ve montajlarının da keza son derece hassas yapılması

gerekir. eksen mesafelerinde meydana gelebilecek hatalar, işletme açısından rahatsız edici durumlar doğurur, buda ekonomik açıdan elverişsiz bir husustur. Yalnızca Cyclo - Mekanizmasında sikloid dişlemenin özel bir şekli kullanılır. Sikloid diş yanlığının genel oluşumundan gidilerek, bu bölümde özel formlar geliştirilmiştir.

## 1. DİS YANAĞININ GENEL OLUŞUMU

Diş formunun oluşumu için iki tane bağımsız olarak seçilebilen, dişli çarkın bölüm dairesine eşit olan, temel daire üzerinde yuvarlanan  $\delta_1$  ve  $\delta_2$  daireleri kullanılır.



Şekil 27

Sikloid diş formunun oluşumu

İçte bulunan yuvarlanma dairesi  $\delta_1$ , dış ayağını hiposikloid olarak oluşturur; dışta bulunan yuvarlanma dairesi  $\delta_2$  dış başını episikloid olarak oluşturur. Karşı çarkın dış yanağı, aynı yuvarlanma dairelerinin uygun temel daire  $d_2$  üzerindeki yuvarlanmasıyla oluşur ve  $\delta_1$  dış başını episikloid olarak  $d_2$  ise dış ayağını hiposikloid olarak oluşturur. Keyfi olarak seçilen yuvarlanma dairelerine dayanan sikloid dişleme, dişli çarkta diş formlarının taksimat mesafesinde tekrarlanmasıyla oluşur.

Kavrama eğrisi, yuvarlanma daireleri üzerinde bulunur ve dişbaşı daireleriyle sınırlanır. Birbirleriyle eş çalışan iki çark için, yuvarlanma dairelerinin büyülüğu esasen serbest seçilebilir. Literatürde bölüm dairesi çapının  $1/3$  olarak seçilebileceği verilmiştir.

$$\delta \approx 1/3 \text{ } d$$

## 1.1 TAKIM ÇARKLAR

Dişli Çark çiftlerinin dişlenmesinde; bir dişli çark sadece belirli bir çift karşı çarkla çalışabilirken, takım çarklar karşılıklı çiftlenebilir.

Bunun için şu şartlar gerçekleştirilmelidir.

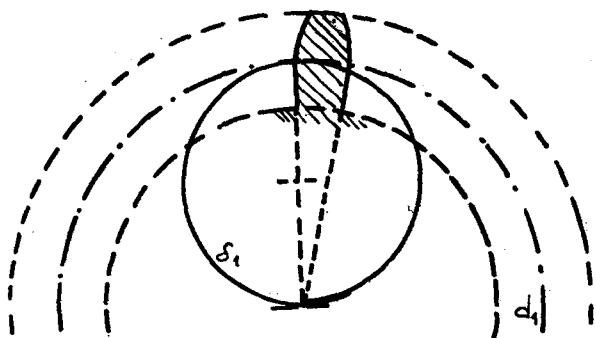
- Taksimat eşit olmalı
- Kavrama eğrisi, yuvarlanma noktasına göre simetrik olmalıdır.

Bu sikloid dişleme için; Bütün takım dişlilerde dişbaşı ve dişayağı formunun oluşumu için, yuvarlanma dairelerinin çaplarının eşit olması gereklidir.

$$\delta_1 = \delta_2$$

## 1.2 DİŞDİBİ YANAĞININ DOĞRU OLMASI

Çarkta; dışdibi yanağını tanımlayan yuvarlanma dairesi temel dairenin yarısı kadar olduğunda, dejener olmuş hiposikloid olarak bir doğru oluşur. Bu özel bir durumdur. Özellikle saat dişlerinde kullanılır.

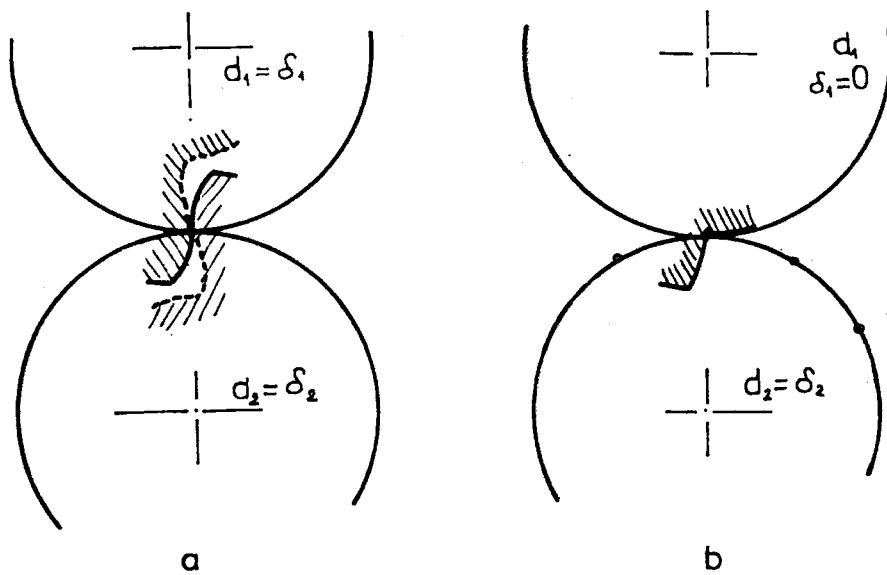


Şekil 28      Doğru dışdibi yanağı

## 1.3 NOKTA DİŞLEME

Sikloid dişlemede; yuvarlanma dairesi tam temel daire büyüklüğünde olduğunda, diş dibi profili olarak, yalnızca bir nokta oluşur. Diş başı geçerli tarzda ikinci yuvarlanma dairesi tarafından oluşturulur.

Yalnızca bir yuvarlanma dairesi uygun temel daire büyüklüğünde olduğunda basit nokta dişleme, ikinci yuvarlanma dairesi de ikinci temel daire büyüklüğünde olduğunda çift nokta dişlemeden bahsedilir. Diş ayağı (dışdibi); dişlemenin bu çeşidinde izafî dişbaşı çapının iç kısmında olmalıdır.



Şekil 29. a) Nokta dişleme b) Tek taraflı nokta dişleme

Dişdibi formu bu dişlemede sadece bir nokta yoluyla kurulduğu için karşı çarkın dişbaşı her defasında bu noktaya kayarak kavramaya girer. Bundan çıkan sonuç; bölüm dairesinin bu bölgesinde özellikle kuvvetli bir aşındırma olduğunu.

#### 1.4 TEK TARAFLI NOKTA DİŞLEME

Tek taraflı nokta dişleme; sadece dişdibi bir noktaya dejenere olduğunda değil ( $d_2 = \delta_2$ ), bilakis dişbaşıda aynı nokta tarafından kurulduğunda oluşur. ( $d_1 = 0$ )

Şekil 29 b'de  $d_1$  çarkında,  $\delta_2$  yuvarlanma dairesi  $d_2$  çarkının bu noktasıyla kavramaya giren dişbaşı yanağını oluşturur.

#### 1.5 BAŞLIK DİŞLEME

Bir nokta şeklindeki diş formu pratikte kullanılamaz. Nokta bundan dolayı pimlere genişletilir. Karşı yanakta

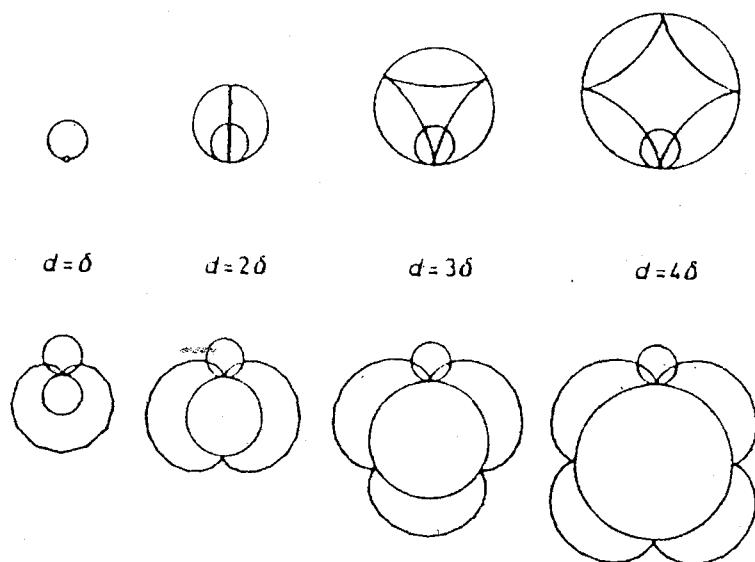
bununla eğrinin aquidistantı yoluyla kurulur.

## 2. YUVARLANMA DAİRESİNİN SEÇİMİYLE ÖZEL FORMLAR

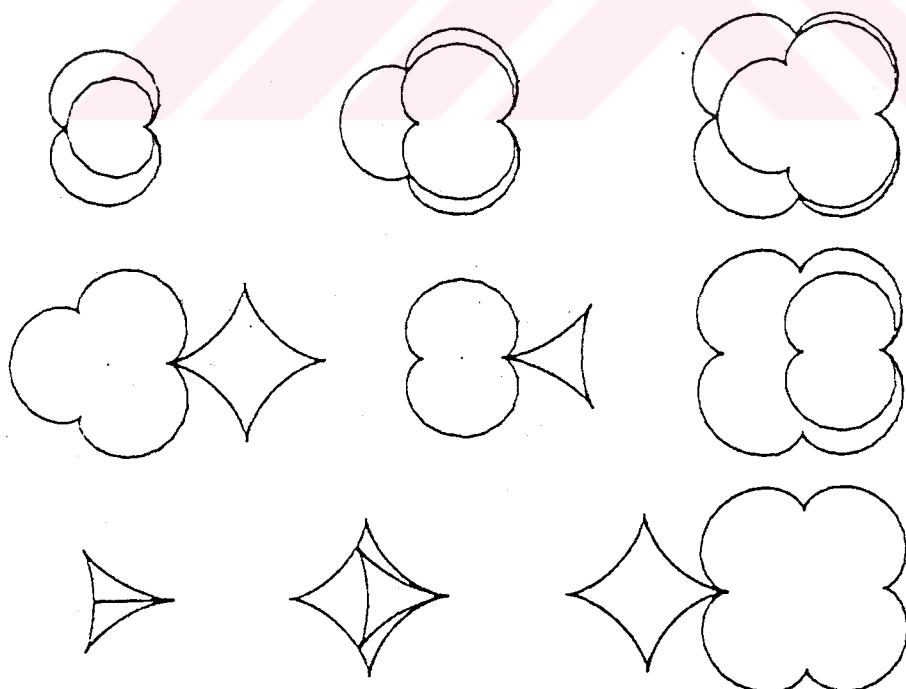
Her iki temel dairede ( $d_1$  ve  $d_2$ ) dış yanakları sadece bir tek yuvarlanma dairesi  $\delta_1$  tarafından oluşturulduğunda ( $\delta_2 = 0$ ) bir tek taraflı sikloid dişleme oluşur. Bu kavrama, yuvarlanma noktasının sadece bir tarafında oluşur demektir. Bir sonraki adımda, her iki bölüm daireleri (veya temel daire) artık yuvarlanma dairesi  $\delta$ 'nın tamsayılı tekrarı olduğu kabul edilir. Bu arada oluşan hipo veya episikloidler bölüm dairesi etrafında uzunluklarının tamamında direkt diş formu olarak kullanılabilen kapalı eğriler kurarlar. Şekil 30.1'da bu tip eğriler ifade edilmiştir. İki dişli Çarkın çiftlenmesi için bu eğrilerin yuvarlanma çemberlerinin temasta bulunması gereklidir. Bu şu demektir; hiposikloidlerden herbiri, diğer bütün episikloidlerle çalışabilirler. Bundan başka hiposikloidler ve episikloidler içice çalışabilirler. Böyle küçük diş sayılı birkaç çift Şekil 30.2'de gösterilmiştir.

Bu arada özellikle ilginç olanı; iki aynı tür  $n$  ve  $n-1$  dişli içice dişlemedir. Şekil 30.3'de bu çarklar örnek olarak (4 veya 3 dişli Epi veya hiposikloid olarak) ifade edilmiştir. Eğrilerin 4 veya 3 noktada birbirine dokundukları ve bu yolla 4 veya 3 tane, birbirinden ayrılmış yüzey oluştuğu anlaşılabılır. Bu yüzden bu tür eğri çevreler, pompalar veya pistonlu makinalar için enine kesit olarak düşünülebilir.

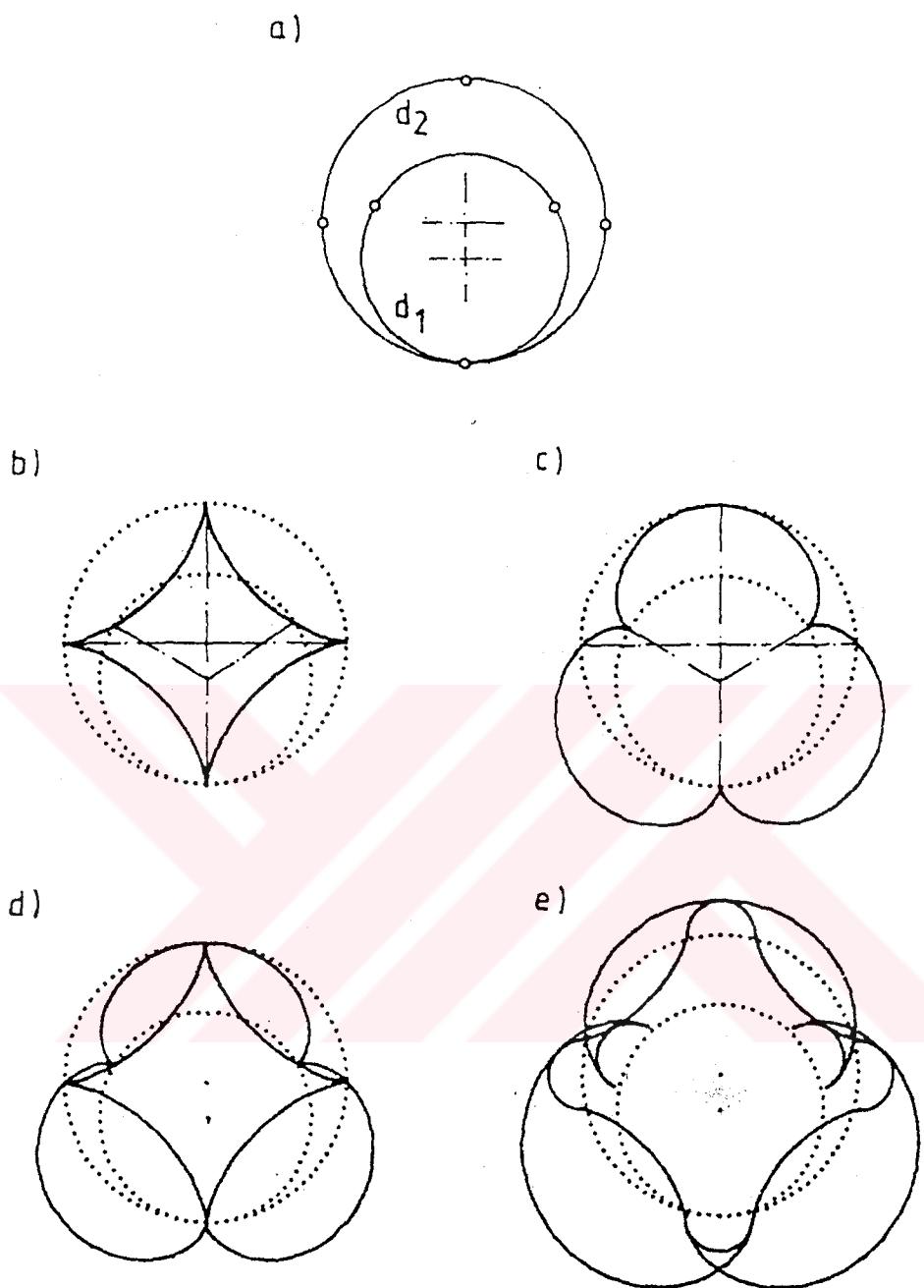
Bundan başka bir diğer özel durumda;  $d = \delta$  için hiposikloid dişlemede, bölüm daresinin çevresinde herhangi



Şekil 30.1 Normal sikloidlerden oluşan dış şekilleri



Şekil 30.2 Mümkün olan eşleştirmeler (Şekil 30.1'e göre)



Şekil 30.3 Hipo - Periskloid eşleşmesi

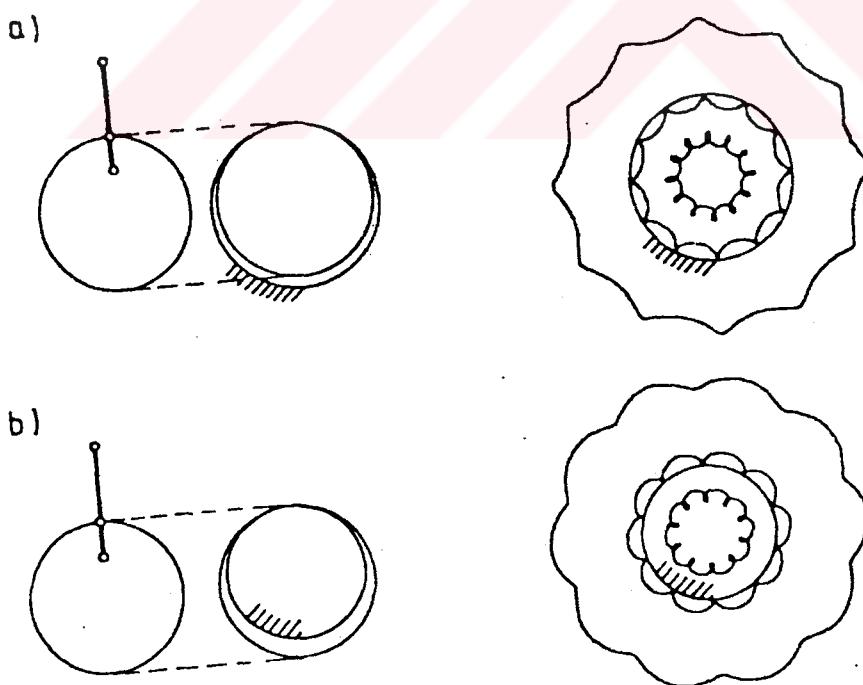
- a)  $d_1 / d_2 = k / (k + 1) = 3/4$
- b) dört kollu hiposikloid
- c) üç kollu periskloid
- d) b ve c'nin eşleşmesi
- e) eşleştirmenin dış eşdurumu

bir nokta oluşur, episikloid dışlemede kardiod olur.  $d = 2\delta$  için, içte yuvarlanma durumunda, bir çift doğuya dejenere olmuş hiposikloid olur.  $d = 4\delta$  için oluşan hiposikloid literatürde astroid olarak geçer.

Diğer mümkün olabilecek dış formları nokta yuvarlanma dairesinde kısaltılmış olarak bulunduğuunda bulunur.  $d = 2\delta$  için kısaltılmış hiposikloidin özel formu olarak elips olur. Uzatılmış sikloid durumunda göz önüne alınması gereken husus, teorik olarak mümkün olabilen dış formlarının oluşturduğudur. Oluşan sikloid eğriler düğümler içerdiginden, dışların tamamının pratikte gerçekleştirilemesi mümkün değildir.

Yuvarlanma dairesi temel daire ile aynı olduğunda dış formu olarak, daire çevresinde, uzatılmış veya kısaltılmış olarak bulunan bir nokta olur.

Yuvarlanma dairesi ve temel daire çapta sadece çok küçük farklılığında hiposikloid ( $\delta < d$ ) veya perisikloid ( $\delta > d$ ) olur. Oran  $d/d = k / (k \pm 1)$  ( $k$  bir tamsayı) olduğunda her ikisi de kapalı bir eğri oluştururlar.

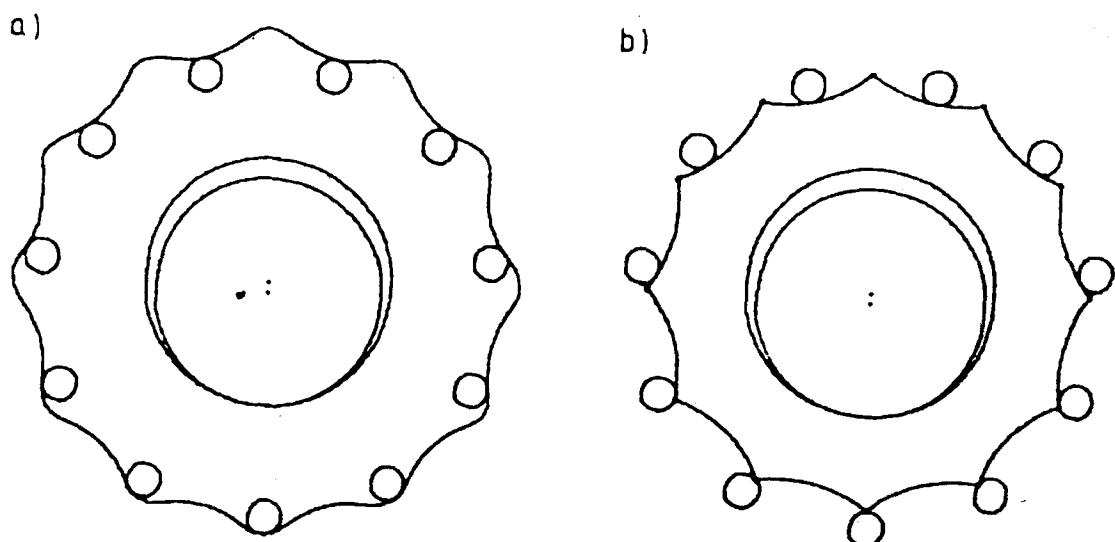


Şekil 30

Temel çember ~ yuvarlanma çemberi için dış şekli

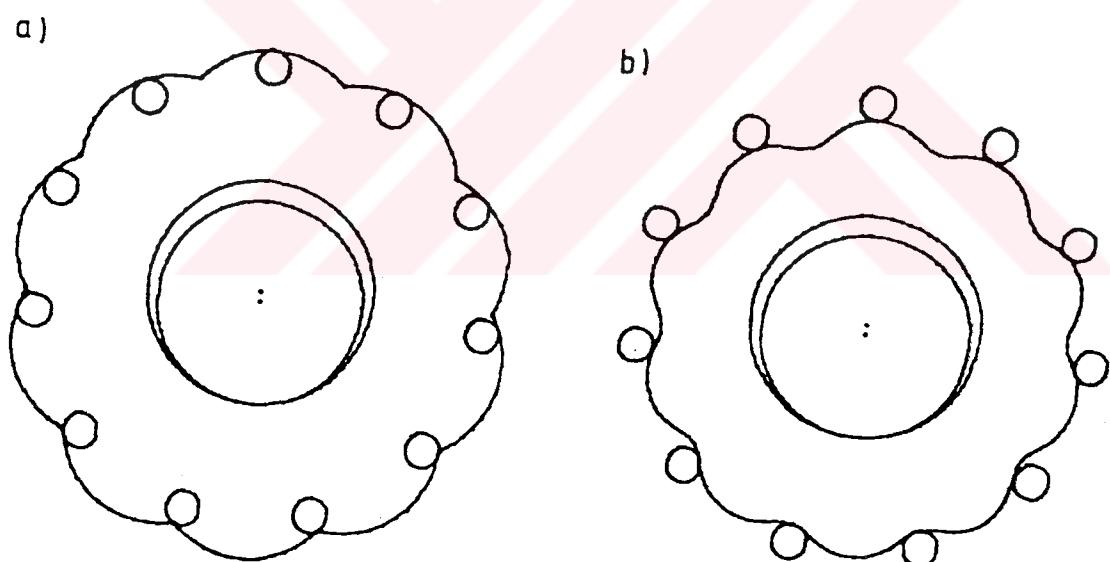
a)  $\delta < d$  Hiposikloid

b)  $\delta > d$  Perisikloid



Şekil 30 c Hiposikloid ile burçların eşleşmesi

a) Dış äquidistant      b) İç äquidistant



Şekil 30 d Perisikloid ile burçların eşleşmesi

a) Dış äquidistant      b) İçäquidistant

Bölüm daireleri (Temel daire)  $d_1 = \delta$ ,  $d_2 = [(k + 1) / k] \delta$  olan iki dişli çark çiftlendiğinde 1. çark için disformu olarak nokta, 2. çark için bağıl basit, kısaltılmış veya uzatılmış hiposikloid elde edilir. Yuvarlanma dairesi çapı temel dairesi çapından daha büyük olduğu için kısaltılmış hiposikloidin ilmiği vardır. Bundan dolayı bir dişleme için kullanılmaz.

Bir tek yuvarlanmadan sonra dairelerin birbirleriyle asıl durumlarına erişildiğinde nokta 1 nolu çarkta  $2\pi/k$  kadar yer değiştirir. Şimdi başlangıç yerinde bulunan yeni bir nokta, tamamen aynı hiposikloidi tanımlar.

Böylece çevrede  $k + 1$  adet hiposikloid elde edilir. Bu  $k$  noktaları sürekli hiposikloid üzerindedir.

$d_1 = \delta$  ve  $d_2 = [(k-1) / k] \delta$  olan bir dişli çark çifti için  $k$  noktaları basit, kısaltılmış veya uzatılmış persikloid olan 1 nolu çarkta, 2 nolu karşılık Çarkı olarak kavramadadır. Bu durumda yuvarlanma dairesi yarıçapı temel daire yarıçapından büyük olduğu için, kısaltılmış perisikloidler girift (girişik) eğri kurarlar. O halde bunlar bir dişleme için kolaylıkla kullanılamazlar.

Bir dişleme için noktalar disformu olarak uygun değildirler. Bundan dolayı pimlere büyütülürler. Sikloidin äquidistantı bundan sonra bağıl karşı çapı kurar. Bundan sonra 30 nolu resimlerde tarif edilen toplam 4 varyant bulunabilir.

- Hiposikloidin dış äquidistantı - Pim kovanı
- Hiposikloidin iç äquidistantı - Pim kovanı
- Perisikloidin dış äquidistantı - Pim kovanı
- Perisikloidin iç äquidistantı - Pim kovanı

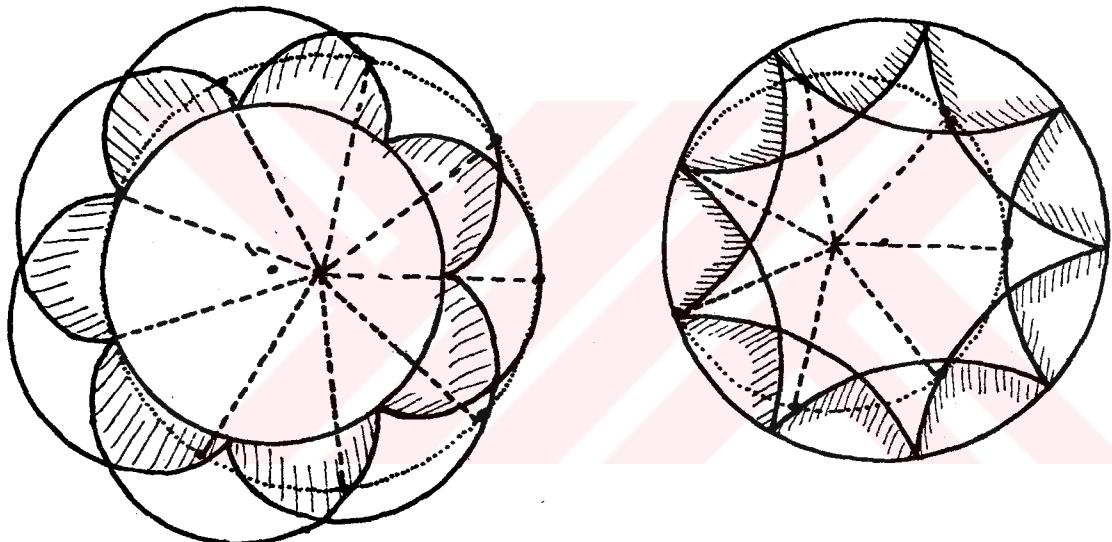
Bunlardan şimdiye kadar yalnızca "Uzatılmış periskloidin iç aquidistantı - Pim kovarı" çift olarak Cyclo - Mekanizmasında gerçekleştirilmiştir.



#### 4.1 1'DEN BÜYÜK DİŞ SAYISI FARKI

Sikloid dişli çiftlerinin bölüm daireleri  $d_1/d_2 = k / (k + 1)$  oranında olduğunda çeşitli formlar oluşur. Bölüm daireleri  $d_1/d_2 = k / (k + n)$  tam sayılı oranında bulunduğuunda da diş formları türetilebildiği kolaylıkla düşünülebilir. Bu oluşan sikloidler için şu demektir. Eğri çevre yuvarlanma dairesinin n dönüşünden sonra kesişir.

Böyle oluşan bir kaç işleme aşağıdaki resimlerde gösterilmiştir ve 31 nolu resimlerde küçük çarkın diş sayısı 2 diş daha az olan sivriltilmiş sikloid gösterilmiştir. ( $d_1/d_2 = 7/9$ ). Bu şu demektir. Sikloid ancak iki dönüşten sonra kesişir.



Şekil 31a.7 Perisikloid eğri kesiti  
9 nokta diş

Şekilb 7 nokta diş, 9 hiposikloid eğri kesiti

Geçerleştirilen bir işleme için nokta olarak tarif edilen dişler pimlere genişletilmektedir. Bu arada karşı profil olarak diş veya iç aquidistantlar oluşur. Sikloid kolları kesiştiği için, eğrinin bir kısmı kuvvet iletimine katılmaz.

## 5. EŞİT AKS MESAFESİNDE FARKLI ÇARKLARIN ÇİFTLENMESİ

1 ve 2 Çarklarının dış sayıları herhangi bir değerle ayrılabilir.

$$(d_1 / d_2 = Z_1 / Z_2 = k / (k + n))$$

Örn: Büyük çarkın bir  $r$  yarıçapı üzerinde bulunan  $(k+n)$  noktadan kurulduğu kabul edilirse, bir devam eden ilişki kurulabilir. Bu çarka 1,2,3 daha az dişı olan eğri levhaları aranması istendiğinde, bu istek çarkların aks mesafelerinin saklı kalması şartıyla bağlanır. Açıklama için 9 noktadan oluşan bir çarka, 8 veya 7 eğri kesiti olan iki Eğri levhası aranmalıdır. Dış sayıları isteğe bağlıdır, aks mesafesi e saklı kalmalıdır.

a durumu için

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{8}{9} \Leftrightarrow d_1 = d_2 \cdot \frac{8}{9}$$

$$\frac{d_2 - d_1}{2} = \bar{e} \quad \frac{d_2}{2} = 9 \cdot \bar{e} \quad \frac{d_1}{2} = 8 \cdot \bar{e}$$

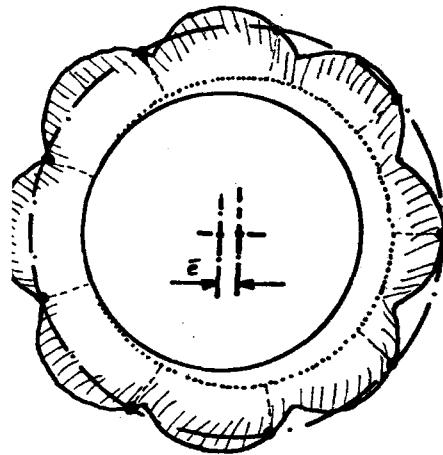
b durumu için

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{7}{9} \Leftrightarrow d_1 = d_2 \cdot \frac{7}{9}$$

$$\frac{d_2 - d_1}{2} = \bar{e} \quad \frac{d_2}{2} = 4.5 \cdot \bar{e} \quad \frac{d_1}{2} = 3.5 \cdot \bar{e}$$

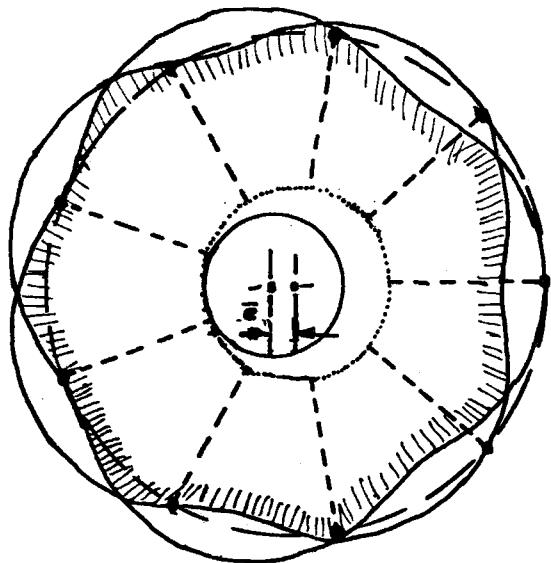
Nokta her iki durumda  $d_2$  çarkının merkezinden  $r$  mesafesinde bulunur.  
Oluşan eğri levhaları 32 nolu

resimlerde görülmektedir.



Şekil 32a

9 Nokta dışı ,  
8 Uzatılmış perisikloid eğri kesiti



Şekil 32b 9Nokta dışı, 7 uzatılmış  
perisikloid eğri kesiti

O halde ileri sürülen bir çarka aynı aks mesafesinde farklı diş sayıları olan çeşitli eğri levhaları oluşturulabileceği görüülür.

Bu ilginç sonuç; noktalardan oluşan çarkta sadece taksimat ve noktaların çark merkezinden mesafesinin tesbit edilmesine dayanır. Hangi yuvarlanma dairesinin düşünüleceği karşı çarka bağlıdır. Vites kutusu için bu tarz çevrim değişiklikleri çok az yapı elemanlarıyla mümkündür.

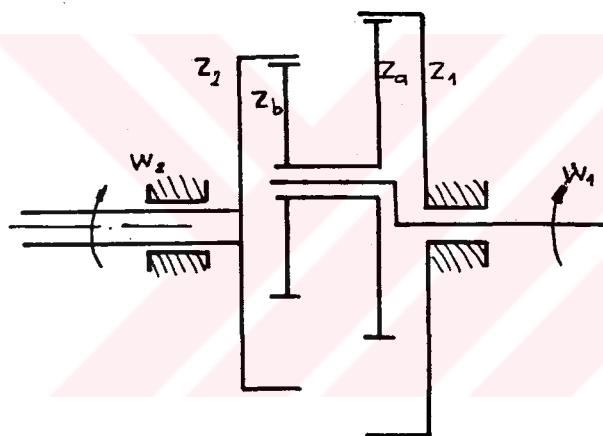
## 6. BİRLEŞİK MEKANİZMA

Mekanizmada yüksek çevrim oluşumunun bir olanağı aşağıdaki resimde görülen; alın çarklarının diferansiyel düzenlenmesidir.

Şöyle bir çevrim oluşur:

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{Z_a \cdot Z_2}{Z_a \cdot Z_2 - Z_b \cdot Z_1}$$

Bu prensip sikloid dışlıların kullanımına uygundur. Çünkü gerekli dış sayısı farklı kolaylıkla kullanılabilir.



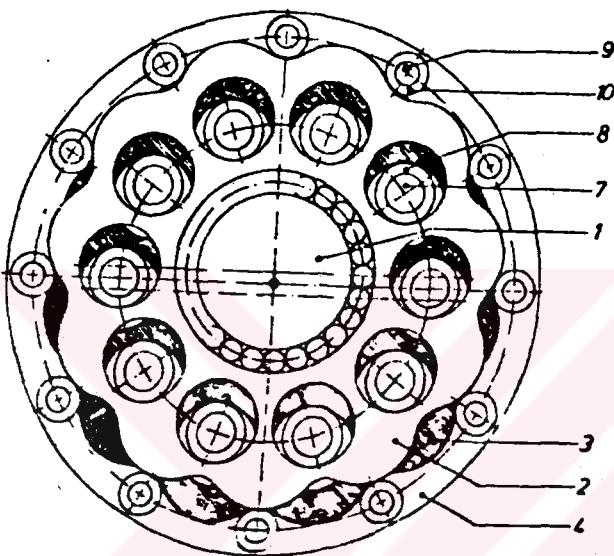
Şekil 33 Diferansiyel alın dişli Mekanizması

Örneğin; pim çarkı  $Z_1 = 12$  ve  $Z_2 = 11$  ve periskloid levhası  $Z_b = 10$  ve  $Z_a = 11$  olan bir mekanizma düşünüldüğünde, çevrim şöyle olur:

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{11 \cdot 11}{11 \cdot 11 - 10 \cdot 12} = 121$$

## V. CYCLO MEKANİZMASI

Dişler tek taraflı nokta dişlemeye göre  $d_1 = \delta$  ve  $d_2 = [(k - 1) / k] \delta$  ile oluşur. Bununla beraber nokta yuvarlanması dairesinin dışında bulunur ve 2 nolu çark üzerinde uzatılmış periskloid oluşturur. 1 nolu çarkta noktalar pimlere genişler, karşı çap uzatılmış periskloid için iç aquidistanttır. Bir Cyclo Mekanizmasının fonksiyonu aşağıdaki resimler vasıtasyyla tarif edilebilir.



Şekil 34 Cyclo Mekanizmasının Görünüşü

180° farkla yerleştirilmiş, eşit büyüklükteki iki eğri levhası (2) tahrik eksantriği (1) vasıtasyyla, kovan (4) içine tespit edilmiş pimler (9) üzerinde yuvarlanır. Eğri levhalarının dış sayısı pim kovanından 1 eksik olduğu için, tahriğin ( $n$ ) dönme sayısına karşılık  $\frac{n}{Z}$  dönme sayısıyla ters yönde dönerler. Bu azaltılmış dönme hareketini çıkış miline taşımak için, çıkış pimleri eğri levhalarının delikleri içinde yuvarlanan eş eksenli sevk diski.

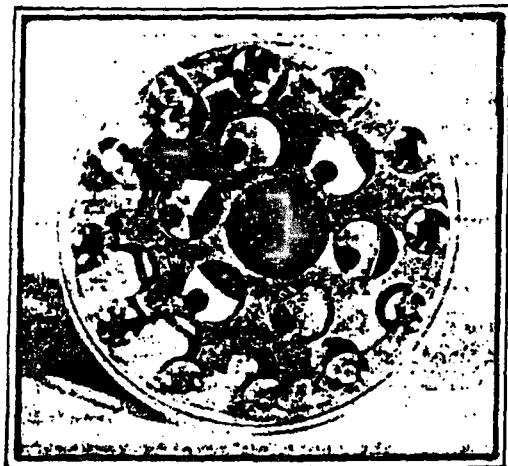
kullanılır. Sürtünmeden dolayı oluşan güç kaybı ve aşınmayı mimimuma indirmek için, dış pimler üzerinde dönebilen burçlar vasıtasyyla, eğri levhası ile pim kovanı arasında yuvarlanma hareketi ile kuvvet iletimi sağlanır.

## **1. KISALTMA ORANININ DEĞİŞİMİ**

e Eksantriklik eğri formunu kesin olarak etkiler. Büyük eksantrikliğin avantajı; aynı tahrik momentlerinde, tahrik eksantriği üzerine gelen kuvvet daha küçüktür. Çünkü kuvvet daha büyük kaldırma kolunda karşılanmaktadır. Konveks dış elemanların (pimler) konkav eğri parçalarıyla kavramaya girmesi uygundur. Konvex'in konkav'a alışması yağ filminin oluşumunu olumlu etkiler ki bu durumda Hertz basıncı daha küçülür. Buna karşın kapalı eğrinin tamamı artık kullanılmadığı için sadece daha az dış eleman eğri levhasıyla kavramaya girmesi dezavantajdır. Bu bağlamda dış yanak toleransının oluşumu için doğru düzeltme ölçüleri alınması önemlidir. Bu yolla kavramanın geriye kalan dış yan yüzü parçasına da kaydırılması mümkün olur. Bu sessiz çalışma için mutlaka gereklidir.

Büyük eksantriklikteki bir diğer dezavantaj: Eş eksenli çıkış levhası karşısındaki eğri levhasının hareketini ayarlamak için, tahrik sisteminde büyük delikler içinde ince pimler gereklidir. Bu ince pimler yuvarlanma sürtünmesinin avantajlarını çıkış sisteminde muhafaza etmek için daha büyük deliklerde paylaşılmalıdır. Bu çeşit ince pimlerin sadece daha düşük çıkış momentine dayanabildiği açıkça görülebilir.

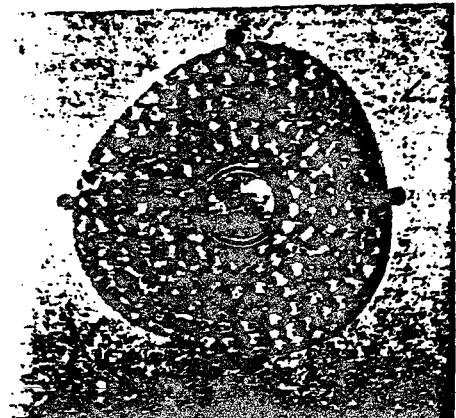
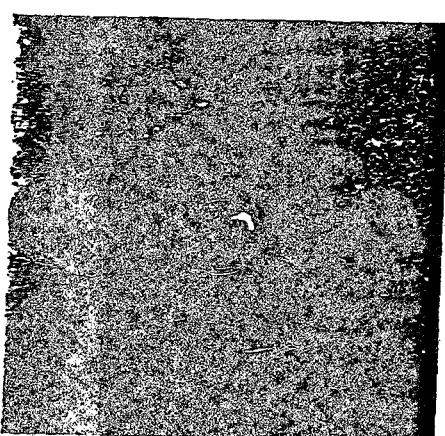
İnce pimler tahrik deliklerine çok iyi uymadıkarı için yüzey basıncı etkilenmesi dezavantajdır. Bu bölgede eksantrikliğin yuvarlanma dairesi çapına eşit olması gerektiği söz konusudur.



Şekil 35      Uzatılmış Sikloid

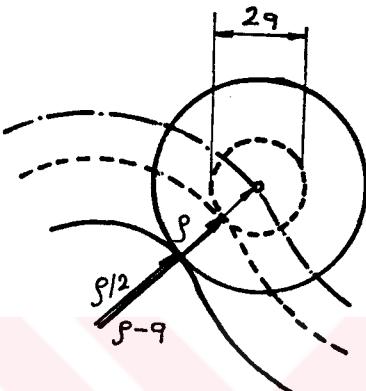
## 2 AQUİDISTANTLARIN DEĞİŞİMİ

Aşağıdaki resimlerde dış pim yarı çaplarının ( $q$ ) eğri formu üzerindeki etkisi gösterilmiştir.



Şekil 36      aquidistantlar arasındaki fark

Bu değişim olanağı herseyden önce, dış elemanlarla eğri levhası arasındaki yüzey basıncının en uygun seviyeye getirilmesi gerekiğinde önemlidir. Örnek olarak eğri levhaları uzatılmış episikloid formunda olan bir mekanizmayı inceleyelim. Episikloid dış yüzü burada nokta şeklindeki dış elemanlarla kavramada olmalıdır. Bu noktalar  $q$  yarıçapıyla dış pimlere dönüşür. Aynı zamanda oluşan eğri levhasında eğrilik yarıçapı ( $\rho - q$ ) kadar küçülür.



Şekil 37 Dış pimlerin eğrilik yarıçapının araştırılması

Hertz basıncının hesaplanmasında, her iki teğet düzlemin  $q$  ve  $\rho - q$  eğriliklerini hesaba katan  $r$  yedek eğrilik yarıçapına ihtiyacı duyulur. Bu yedek eğrilik yarıçapı ne kadar büyük olursa (sabit kuvvette) oluşan yüzey basıncı o kadar küçük olur. Yedek eğrilik yarıçapı şu formüle göre hesaplanır.

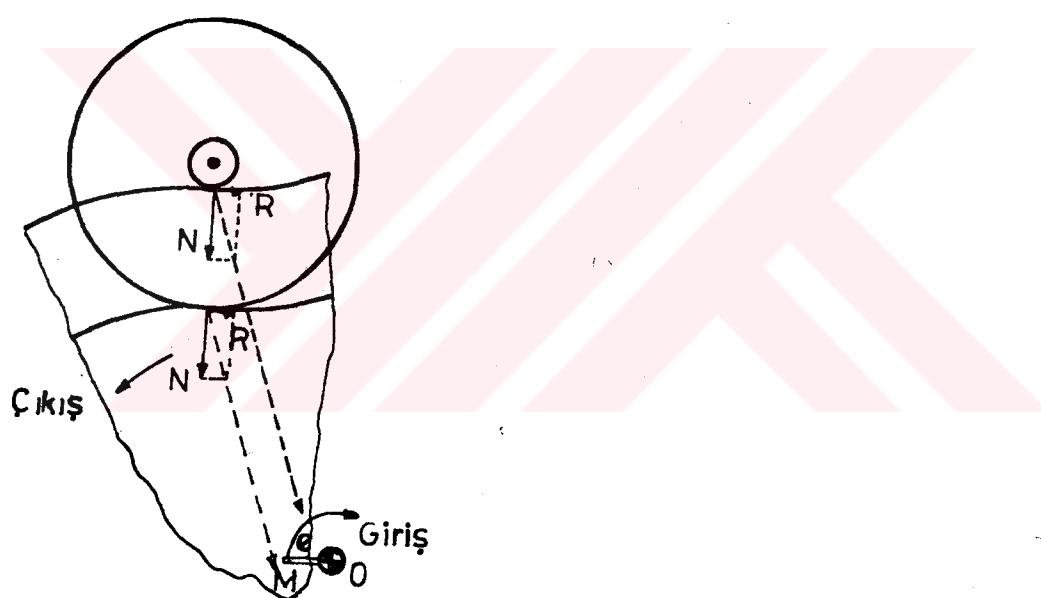
$$\frac{1}{r} = \frac{1}{q} + \frac{1}{\rho - q} + \quad r = q - \frac{q^2}{\rho}$$

Bu eşitlige göre  $q = \rho/2$  için bir maximum yedek

eğrilik yarıçapı elde edilir. Bu şu anlama gelir; episikloidin eğrilik yarıçapı dış pimlerle eğri levhası arasında yarı yarıya paylaştırılır.

Aquidistant ( $q$ ) seçimi için; yaklaşık episikloid tepesindeki eğrilik yarıçapının yarısı kadar büyülüktे olması gereken veya daha iyisi yaklaşık episikloid yüzündeki minimum konveks eğrilik yarıçapının yarısı kadar olan bir değer oluşur. Çünkü bu bölgede dişlerdeki maximum kuvvette oluşur.

Verilen örnekte daha geniş bir etkiye işaret edilmelidir.: Aşırı küçük diş sayılarında (Örn:  $Z=3$ ) aquidistantlar çok küçük yapıldığında, mekanizma sıkışabilir. Bunu açıklamak için bir diş elemanı, bir parça eğri levhası diş yanağı bulunan aşağıdaki taslak incelenirse:



Şekil 38 İki aquidistantın kıyaslanması

Dış eleman ile eğri levhası arasındaki normal kuvvet N kabul edilirse, bu kuvvet äquidistant q'nun büyüklüğünden bağımsızdır. Normal kuvvet eğri levhasında bir sürtünme kuvveti oluşturur. ( $R = N \cdot \mu$ ). Normal ve sürtünme kuvvetinin bileşkesinin akışı incelenirse, bileşkenin çok küçük äquidistantlar için eksantriklik e ( $= \bar{OM}$ )' dan geçtiği görülür. Bu durmda eğri levhasının çıkış yönünde dönüşü artık mümkün değildir. Mekanizma tersinmez olur. Buna karşın büyük äquidistant kabul edilirse, bileşke çıkış dönme hareketini önlemeyecek şekilde devam eder. Diğer değişim imkanları dış äquidistantların iç bölgede kullanılmasıyla oluşur.



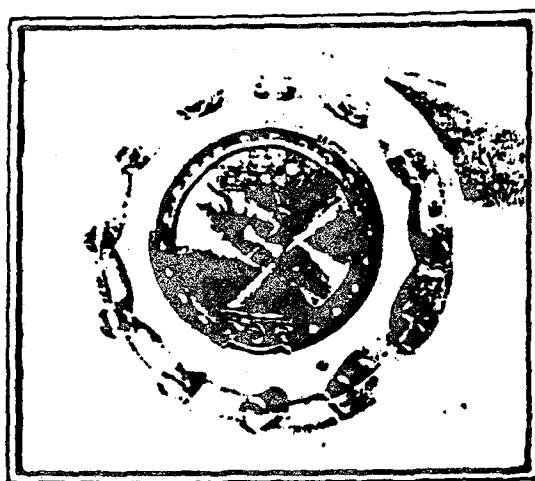
Şekil 39 Episkloidin dış äquidistantı

Yukarıdaki resimde bir pim kovanının bir episkloidin dış äquidistantı ile kavramada bulunduğu bir mekanizma modelini göstermektedir. Aynı zamanda bir durum değişimi başlar. Bunun anlamı; eğri levhasının tespit edildiğiidir. Pim kovanı eksantrik üzerinde hareket ettirilir. Pim kovanının

12 dişi vardır, dışta bulunan eğri levhasının 11 dişi vardır. 12 Dişli bir çarkın sadece 11 dişi olan bir iç dişlinin içinde yuvarlanması bir mekanizma için alışılmadık bir durumdur. Giriş ve Çıkış aynı doğrultuya yönelmiştir. Çevrim  $i = (+) 12$  dir. Bu mekanizma tipinde teknik olarak ilginç olanı pim kovanının dönmesinde pimlerdeki Merkez kaç kuvveti diş kuvvetlerine karşılıktır. Delik ve pimler arasındaki yağlama bu yolla düzelttilir. Pimlerin bu arada direkt tahrik sistemi için kullanılabilirlik ilginçtir. Yine de herseyden önce içeriye yöneltilmiş eğrinin imalatının çok zor olması dezavantajdır.

### 3. SÍKLOÏD TİPLERİNİN DEĞİŞİMİ

Genelde kullanılan düzenlemeler episikloidin veya perisikloidin kullanımına dayanır. Hiposikloid durumunda da çok ilginç diş profilleri bulunabilir. Dişlemede diş sayısının değişimi, eksantrikliğin ve äquidistant mesafesi değişimi vasıtıyla geniş bir çeşitlilik imkani oluşur.



Şekil 40

Hiposikloidin iç äquidistantı

#### 4. DİŞ SAYISI FARKININ DEĞİŞİMİ

Bu konu daha önce IV4 nolu konuda ele alındı. Burada bir örnekle açıklama yapmak yeterli olacaktır. 11 Dişli bir pim kovası ve 9 dişli periskloid iç äquidistantı olan bir mekanizma ele alalım.



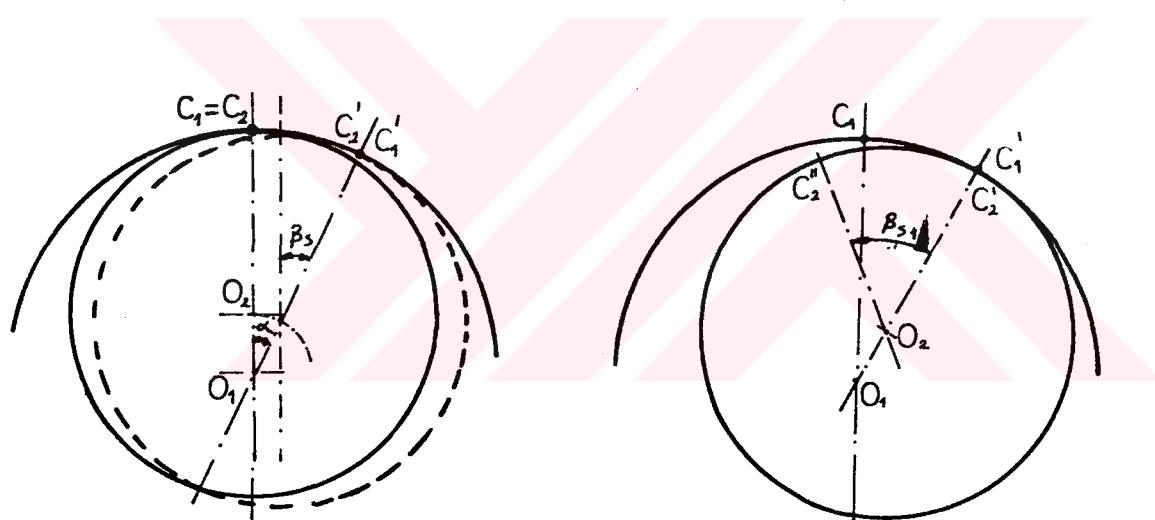
Şekil 41      Diş sayısı farkı 2

Diş uçları çok sivri olacaktır. Ancak pimlerin kavrama başlangıcında ve bu sivri ucun çok az boşluk ve imalat hatasında, çarpmayı ve kentelenmeyi veya birden kavramayı önlemek için diş başları yuvarlatılmalıdır. Sikloidin parçaları kesildiği için daha az pim kavramadadır. Fakat tamamıyla kullanılabilen geniş bir diş ayağı oluşur. Bu yolla diğer eğri levhalarında olduğu gibi zorlama kırılması emniyeti yüksektir. Böyle bir mekanizmada çevrim  $Z / 2$  dir.

## 5. CYCLO MEKANİZMASININ KİNEMATİĞİ

Cyclo Mekanizması prensipte; planet Çarkı yaklaşık güneş çarkı çapında olan bir planet Mekanizmasıdır. Farklı olarak Cyclo Mekanizmasında planet çarkı kapalı bir sikloid eğrisine sahiptir ve güneş çarkı bir iç dişli değil, bir pim kovanıdır.

Normal planet dişli mekanizmalarında  $O_1$  merkezine göre dönme hareketi yapan  $S$  koluna yataklanmış olan  $O_2$  merkezinden hareket almak mümkün değildir. Oysa Cyclo Mekanizmasında, giriş  $S$  kolundan verilir ve bu dönme momenti eğri levhasının dış pimler üzerinde yuvarlanmasıyla eğri levhasına aktarılır ve eğri levhasının deliklerinde yuvarlanan pimlerden çıkış momenti olarak alınır.



Şekil 42 Cyclo mekanizmasında hareketin analizi

Eğri levhasının hareketini bir t anı için inceleyelim. Saat ibresi yönündeki dönme hareketini (+), aksi yönü (-), kabul

edelim.

İlk adımda eğri levhasının kendi ekseni etrafında dönemediğini düşünelim.

Bu durumda S kolunun  $\alpha$  kadar dönmesiyle eğri levhası kendi ekseni etrafında  $\beta_s$  kadar döner.  $\alpha = \beta_s$  'tir.

Bir sonraki adımda eğri levhası kendi ekseni etrafında serbest donebildiğinde; S kolunun t anında O<sub>1</sub> merkezi etrafında  $\alpha$  kadar dönmesiyle eğri levhası pim kovanına göre yuvarlanma hareketi yapar. Bu harekette eğri levhası O<sub>2</sub> merkezine göre (-) yönde  $\beta_{s1}$  kadar döner. Buna göre  $\widehat{C_1 C_1'} = \widehat{C_2 C_2''}$  yazılabilir.

$$\alpha \cdot r_{01} = -\beta_{s1} \cdot r_{02} \text{ 'dir.}$$

Sonuç olarak bu açılar arasındaki bağıntılar şöyledir.

$$\beta_s = \alpha$$

$$-\beta_{s1} = \beta_s \frac{Z_1}{Z_2}$$

Hareketin toplamını yazarsak

$$\beta_2 = \beta_s - \beta_{s1} = \beta_s - \beta_s \frac{Z_1}{Z_2} \text{ bulunur.}$$

Denklemde açılar yerine dönme sayıları yazılabılır.

$$n_2 = n_s - n_s \frac{Z_1}{Z_2}$$

Bir düzenlemeyle:

$$n_2 = n_s \left( 1 - \frac{Z_1}{Z_2} \right) = - n_s \left( \frac{Z_1 - Z_2}{Z_2} \right) \text{ eşitliği elde edilir.}$$

Bu eşitlik şunu gösterir: En büyük çevrim oranına dış sayıları arasındaki fark 1 olduğunda erişilir. Eşitlikte  $(Z_1 - Z_2)$  yerine 1 yazarak:

$$n_2 = - n_s \frac{1}{Z_2} \text{ oranı elde edilir.}$$

Cyclo Mekanizmasında çevrim oranı eğri levhasının dış sayısıyla belirlenir.  $(-)$  işaretini giriş ve çıkış dönme yönlerinin ters olduğunu gösterir.

## 6. CYCLO MEKANİZMASINDA KUVVETLERİN HESAPLANMASI

Cyclo Mekanizması şaşırtıcı görünüşüne rağmen, çok basit bir kinematiğe dayanır. Yani çapları çok az farklı iki çarkın birbiri üzerinde yuvarlanması. Cyclo mekanizmasında iki tane  $180^\circ$  farkla yerleştirilmiş eğri levhası kullanılır. Bu düzenleme çok sayıda planet çarkının alışılmış planet mekanizmasında kullanılmasına karşılık gelir ve asıl fonksiyona etkisi yoktur. Eğri levhaları; dış sayıları pim kovanından bir dış daha az olduğu için, n giriş dönme sayısına karşılık, n/z dönme sayısıyla, ters yönde dönerler. Çevrim  $\dot{\epsilon} = \frac{W_{an}}{W_{ab}} = - Z$  tir. Sürtünme kayıplarını ve aşınmayı mimimuma indirmek için pimler etrafında dönen burçlar yardımıyla eğri levhasıyla pimler arasındaki yuvarlanma kuvvet传递 sağılanır. Yine çıkış pimleri üzerinde burçların kullanılmasıyla, eğri levhasıyla çıkış sistemi arasında da yuvarlanma kuvvet传递 sağılanır.

Mekanizmada belirli bir dönme momentinde hangi kuvvetlerin olduğu ve bu kuvvetlerin nasıl hesaplandığı aşağıdaki konuda tarif edilmiştir.

## 6.1. KUVVET PLANININ ARAŞTIRILMASI

### 1.1. SEMBOLLER

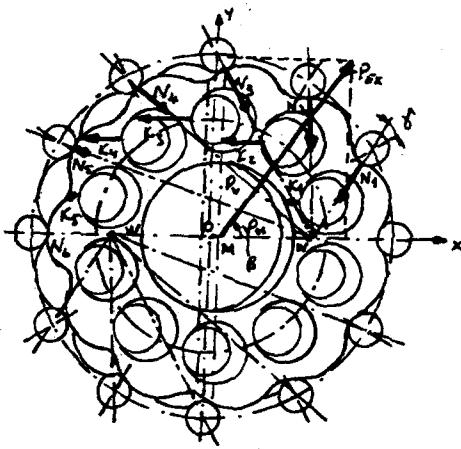
- B<sub>i</sub> - Eğri levhasıyla dış elemanların değme noktası
- C - Dış elemanın yay sabiti
- C - Çıkış piminin yay sabiti
- D<sub>ab</sub> - Eğri levhasındaki çıkış deliklerinin bölüm dairesi Çapı =  
Çıkış levhasındaki çıkış pimlerinin bölüm dairesi çapı
- D<sub>cycl</sub> - Eğri levhasındaki çıkış deliklerinin çapı
- D<sub>bo</sub> - Çıkış pimlerinin çapı
- e - Eksantriklik = Om
- f<sub>i</sub> - Bir dış elemanın eğilmesi
- f<sub>i</sub> - Bir çıkış piminin eğilmesi
- K<sub>i</sub> - Çıkış kuvveti
- M - Eğri levhaları merkezi
- M<sub>an</sub> - Giriş dönme momenti
- M<sub>ab</sub> - Çıkış dönme momenti
- M<sub>i</sub> - Bir dış elemanın merkezi
- M<sub>ki</sub> - Bir çıkış kuvveti dolayısıyla oluşan moment
- n<sub>i</sub> - Giriş dönme sayısı
- N<sub>H*i*</sub> - Dış eleman-Normal kuvvetin Giriş eksantriği yönündeki bileşeni
- N<sub>i</sub> - Dış eleman - Normal kuvvet
- N<sub>n</sub> - Adsal Güç
- N<sub>vi</sub> - Dış eleman - Normal kuvvetin Giriş eksantriğine dik yönündeki bileşeni

$P_{ex}$ -	Türetilmiş eksantrik kuvvet
$P_H$ -	Türetilmiş eksantrik kuvvetin giriş eksantriği yönündeki bileşeni
$P_i$ -	Eğri levhasıyla çıkış pimlerinin değme noktası
$P_v$ -	Türetilmiş eksantrik kuvvetin Giriş eksantriğine dik yöndeki bileşeni
$q$ -	Dış eleman yarıçapı (äquidistant mesafesi)
$r$ -	Dış pim bölüm dairesi yarıçapı
$r_i$ -	Bi M mesafesi
$\bar{r}_i$ -	Pi M mesafesi
$u$ -	Çıkış pimi sayısı
$W$ -	Yuvarlanma noktası
$Z$ -	Dış sayısı
$\beta$ -	Giriş kol açısı
$\gamma_i$ -	Kavrama açısı $OM_i W$
$\epsilon$ -	PEX ve eksantrik (OM) arasındaki açı
$\phi_0$ -	İlk çıkış piminin başlangıç yeri ( $\beta = O$ )
$X_i$ -	Dış eleman - Normal kuvvet ile Eksantrik yönüne dikme arasındaki açı
$\gamma_i$ -	$WB_i M$ açısı
$\gamma_i$ -	$\bar{r}_i$ ve Eksantrik yönü arasındaki açı
$\triangle \phi$ -	Rijit eğri levhasının sonsuz dönme açısı (Pim kovanında)
$\triangle \bar{\phi}$ -	Rijit eğri levhasının sonsuz dönme açısı (Çıkış pimlerinde)

## 1.2 KUVVETLERİN BULUNMASI İÇİN TEMEL EŞİTLİKLER

Aşağıdaki formül çıkarımlarını açıklamak için 43 nolu resimdeki 6 - 11 (Büyüklük-dış sayısı) , yaklaşık 4 kW güç ve  $n_1 = 750 \text{ sn}^{-1}$  giriş dönme sayısında bir Cyclo-Mekanizmasının

kuvvet planı ifade edilmiştir. Çıkış dönme momenti  $M_{ab} \cong 560 \text{ N.m}'dir. Çizilen kuvvetlerin öndeeki eğri levhasına etkileri izah edilmiştir.$



Şekil 43 Bir Cyclo Mekanizmasının kuvvet planı

### 1.2.1 EKSANTRİK KUVVETİN Pv GİRİŞ BİLEŞENİ

Her iki  $180^\circ$  farkla yerleştirilmiş eğri levhası dönme momentinin yarısını taşıır. Giriş kolunun e eksantrikliğine dik bileşeni  $P_v$ ,  $M_{ex}$  Giriş dönme momenti ve e eksantrikliğinden hesaplanır.

$$P_v = \frac{M_{ex}}{2e} \quad (1)$$

### 1.2.2 Ni DİS ELEMAN - NORMAL KUVVET

Bütün dış eleman - Normal kuvvet  $N_i$ ' ler W dönme noktasına (anj dönme merkezi) yönelir. W noktası eğri levhası merkezi M den e,z mesafesinde bulunur yani pim

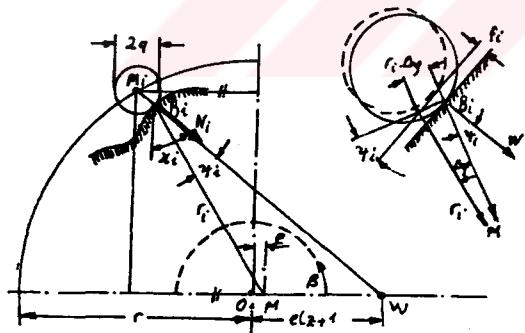
kovanı merkezi O'dan  $e(z+1)$  mesafesinde bulunur.

Eğri levhasında birden çok eleman kavramada bulunduğu için, dış Eleman - Normal kuvvetin dağılımı statik belirsiz sistemlerin elastisite teorisi metoduna göre yapılır.

R. Unterberger tarafından önerilen bir yönteme göre pim kovanına ilişkin rıjît eğri levhaları kendi M merkezleri etrafında bir  $\Delta\varphi$  kadar döndükleri düşünülür; bu arada oluşan fi dış eleman eğilmesi, Ni dış Eleman - Normal kuvvete doğru orantılı kabul edilir.

$$N_i = C \cdot f_i \quad (2)$$

fi eğilmesinin büyüklüğü ilgili kavrama durumundan bulunur.



Şekil 44. Bir dış elemanın fi eğilmesinin oluşumu

$$f_i = r_i \cdot \Delta\varphi \text{ Sin}\varphi \quad (3)$$

$$N_i = (c \cdot \Delta\varphi) \cdot r_i \cdot \text{Sin}\varphi \quad (4)$$

Giriş eksantiriği OM'e dik bileşen Nvi'nin toplamı eksantrik kuvvetin giriş bileşeni Pv ile dengede bulunur.

$$N_i = (c \cdot \Delta\phi) \cdot r_i \sin \varphi_i \cos x_i \quad (5) \quad Nvi = N_i \cos x_i$$

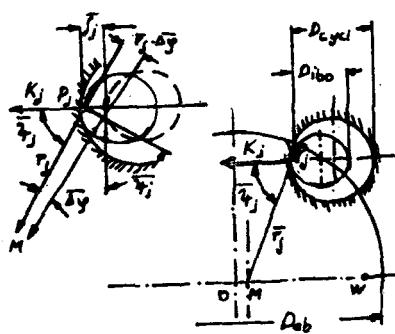
$$\sum_i Nvi = Pv \quad (6)$$

$$(c \cdot \Delta\phi) = \frac{Pv}{\sum_i r_i \sin \varphi_i \cos x_i} \quad (7)$$

Bu yolla ortaya çıkan orantı faktörüyle dış Eleman - Normal kuvveti Ni (4) nolu eşitlik gereğince kendi gerçek büyüklüğünde ortaya çıkar. Ni dış Eleman - Normal kuvvetin max. büyüklüğü  $\gamma$  açısının max. değerinde bulunur.

### 1.2.3. ÇIKIŞ PİM KUVVETİ $K_i$

Aynı yönteme göre eğri levhanın çıkış sistemine ilişkin  $\Delta\phi$  açısı kadar döndüğü düşünülür. Ortaya çıkan  $f_i$  çıkış pimi eğilmesi ilgili çıkış pimi kuvveti  $K_i$  ile orantılıdır.



Şekil 45. Bir çıkış piminin fi sehiminin oluşumu.

Geometrik sebeplerden çıkış pimleri kuvvet hattı daima birbirine paraleldir ve  $e = OM$  eksantriğine de paraleldir.

$$K_i = (\bar{c} \cdot \bar{\Delta\varphi}) \cdot \bar{r}_i \cdot \sin \bar{\psi}_i \quad (8)$$

Mekanizma merkezine ilişkin çıkış pimi kuvvetini oluşturan bütün dönme momentlerinin toplamı çıkış dönme sayısının yarısıyla  $\frac{M_{ab}}{2}$  dengededir.  
(Her eğri levhası çıkış dönme momentinin yarısı taşır.)

$$\sum_i M_{ki} = \frac{M_{ab}}{2} = P_v \cdot e \cdot z \quad (9)$$

$$M_{ki} = K_i \cdot r_i \cdot \sin \bar{\psi}_i \quad (10)$$

$$M_{ki} = (\bar{c} \cdot \bar{\Delta\varphi}) \cdot \bar{r}_i^2 \cdot \sin^2 \bar{\psi}_i \quad (11)$$

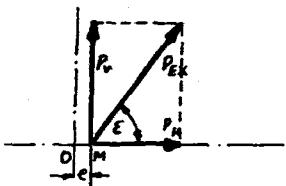
$$(\bar{c} \cdot \bar{\Delta\varphi}) = \frac{P_v \cdot e \cdot z}{\sum_i (\bar{r}_i \cdot \sin \bar{\psi}_i)^2} \quad (12)$$

Böylece oluşan orantı faktörü ( $c \cdot \Delta \varphi$ ) ile çıkış pim kuvveti  $K_i$  (8) nolu eşitlik gereğince kendi gerçek büyüklüğünde ortaya çıkar.

#### 1.2.4. TÜRETİLEN EKSANTRİK KUVVET $P_{Ex}$

Türetilen eksantrik kuvvet  $P_{Ex}$ , giriş bileşeni  $P_v$  ve eksantrik yönündeki bir bileşen  $P_H$ 'ın vektör toplamıdır.

$$\vec{P}_{Ex} = \vec{P}_v + \vec{P}_H \quad (13)$$



Şekil 46. Türetilmiş eksantrik kuvvet  $P_{Ex}$

$P_H$  bileşeninin oluşumu için bir eğri levhasında eksantrilik yönündeki kuvvet dengesi düzenlenir.

$$P_H = \sum_i N_{Hi} + \sum_i K_i \quad (14)$$

$$N_{Hi} = N_i \cdot \sin x_i \quad (15)$$

Bununla türetilmiş eksantrik kuvvet  $P_{Ex}$  büyüklük ve yöne göre belliidir.

$$P_{Ex} = \sqrt{Pv^2 + P_H^2} \quad (16)$$

$$\epsilon = \arctan (Pv / P_H) \quad (17)$$

Açıklanan bu hesap yolu ani dış eleman - Normal kuvveti ve çıkış pimi kuvveti hem de eksantrik kuvvet belirli bir eksantrilik durumu için ve bu konumdaki Mekanizma geometrisi için bulunabilir. (Burada  $\beta = 0^\circ$ )

Kullanılan doğrular ve açılar  $r_i$ ,  $\bar{r}_i$ ,  $\psi_i$ ,  $\bar{\psi}_i$ ,  $x_i$ ;  $\beta$ 'ya bağlı mekanizma parametreleriyle ifade edilebilen geometrik büyüklüklerdir. Her mekanizma için

her eksantriklik konumunda ( $\beta \neq 0$ ) aynı şekilde hızlı hesaplama yapabilmek için, hesap yolu genel olarak bir ALGOL - Hesap programında formülize edilmelidir.

## **2.6.11'lik bir CYCLO MEKANİZMASI İÇİN HESAP SONUÇLARI**

Aşağıdaki bölümde kabul edilen hatasız bir mekanizma için bulunan hesap sonuçları bir hesap programıyla ifade edilmiştir.

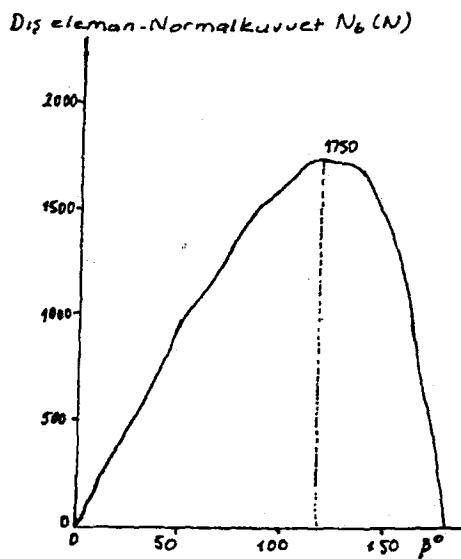
6.114'lik bir Cyclo - Mekanizması sözkonusudur. (Büyüklük 6 , $r = 109$  mm, çevrim oranı =11) Çıkış dönme momenti  $M_{ab} = 575$  Nm işletme değişkeni olarak giriş açısı  $\beta = 0^\circ \sim 180^\circ$  arasından bir dış eleman arasında tepeden çukura kusursuz bir kavrama olur.

Sonuçlar özellik bakımından diğer çevrim oranlarına ve diğer yüklerle taşınabilir.

## **2.1. GİRİŞ AÇISINA BAĞLI DIŞ ELEMAN - NORMAL KUVVETİNİN DEĞİŞİMİ**

Dış eleman - Normal kuvvet  $\beta = 0^\circ$ 'lik bir giriş açısında  $N_6 = 0$  dan (dış elemanın tam eğri kesitinin tepesinde durduğu: Kavrama başlangıcı) eğri yanağındaki dönme noktası bölgesinde bir maksimum'a yükselir ve tekrar  $\beta = 180^\circ$  de  $N_6 = 0^\circ$  düşer. (Dış eleman eğri kesidinin tam çukurunda bulunur, kavrama sonu)

Değişimde,  $\beta = i \cdot 30^\circ$  deki ( $= i \cdot 30^\circ / (z+1)$ ) zayıf çıkışlıklar bilinmelidir. Bu olay;  $i \cdot 30^\circ$  den sonra taşımaya ortak olan dış elemanlardan birinin kavrama dışı kalmasına dayanır, buarada tam yeni bir dış eleman yük taşımaya başlamıştır.



Şekil 47. Dış eleman - Normal kuvvet N<sub>6</sub> ( $\beta$ )

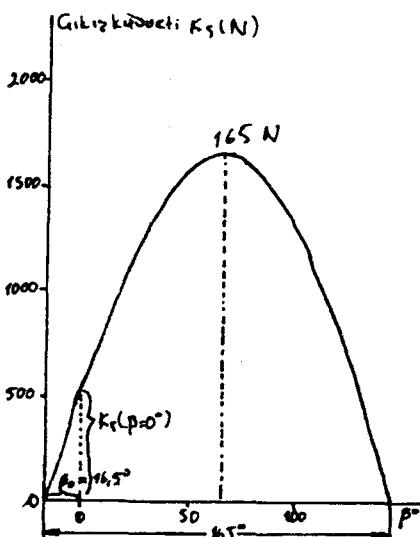
O halde kuvvet iletiminde bir an bir dış elaman eksik olarak taşıma geçeklesir, bu arada diğer elemanların taşımaya katılımı uygun büyülüktedir. Kuvvetin değişimi bütün dış elemanlar için aynıdır, bununla beraber taksimata uygun olarak

$$\beta_N = \frac{360^\circ}{(z+1)} = 30^\circ \text{ de faz dışıdır.}$$

## 2.2 GİRİŞ AÇISI $\beta$ 'YA BAĞLI ÇIKIŞ PİM KUVVETİ K'NIN DEĞİŞİMİ

Cıkış pim kuvveti K<sub>5</sub>'in değişimi resimde gösterilmiştir. Bu kuvvet değişimi resim 3'e göre çizilen konumda ( $\beta = 0^\circ$ ) tam K<sub>5</sub> kuvvetini taşıyan 5 nolu çıkış pimi için geçerlidir.

Bu çıkış pimi giriş açısı  $\beta_0 = -16.5^\circ$  olan bölgede kuvvet taşımaya başlar. Kuvvet taşımanın sona ermesi, giriş, çıkış pimi eksntrik yönüne gelecek uzaklığı kadar ilerlediğinde olur.

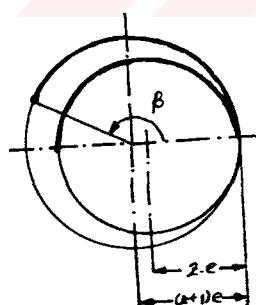


Şekil 48. Çıkış kuvveti K5

Kuvvet iletimi sırasında vuku bulan bütün açılar Cyclo eğri levhası için yuvarlanma şartlarına göre hesaplanır.

$$\beta(z+1)e = 180^\circ \quad (z.e)$$

$$\beta = \frac{180^\circ.z}{z+1}$$



Şekil 49. Çıkış pimlerinin kavrama süresinde yuvarlanma şartları

Güzönüne alınan mekanizmada ( $z = 11$ )  $\beta = 165^\circ$  'lik bir açı oluşur.

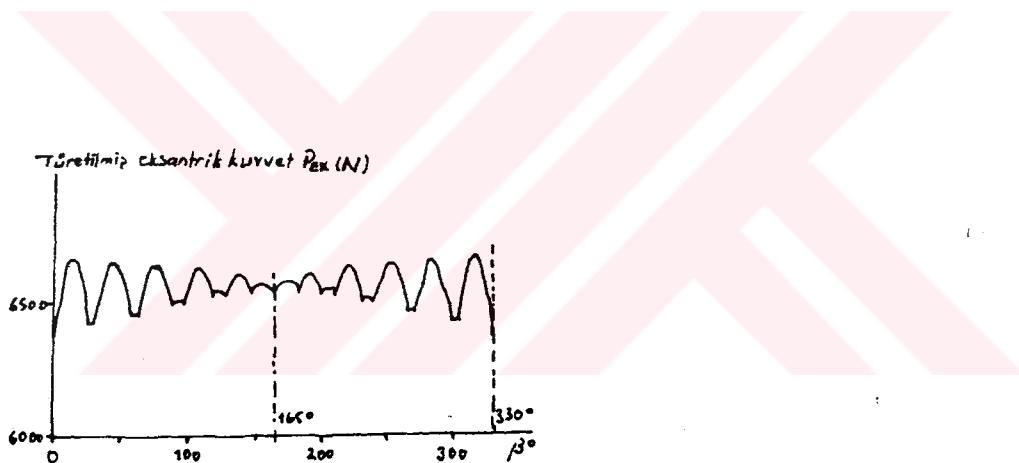
Çıkış sistemi içinde dış eleman - Normal kuvvetindeki gibi bütün çıkış pimlerinde kuvvetin akışı eşit fakat fazlıdır.

Faz açısı; iki birbirini takip eden çıkış pimi  $j$  ve  $(j-1)$ 'in kuvvet iletim başlangıcı için giriş açılarının farkı yoluyla belirlenir.

$$\beta_k = \frac{360^\circ \cdot z}{u(z+1)} \quad u : \text{Çıkış pimi sayısı}$$

Ele alınan mekanizma için  $\Delta \beta = 33^\circ$ 'lik bir faz açısı oluşur.

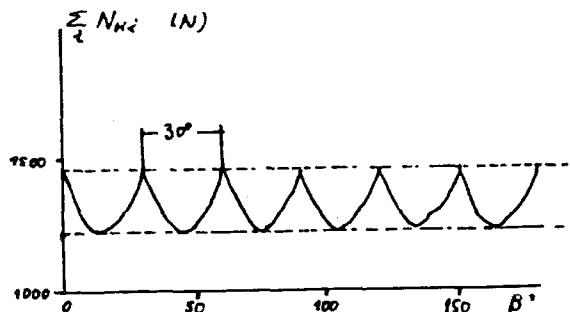
### 2.3. GİRİŞ AÇISI $\beta$ 'YA BAĞLI $P_{ex}$ EKSANTRİK KUVVETİNİN DEĞİŞİMİ



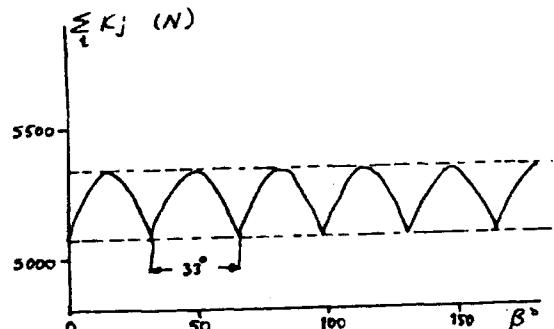
Şekil 50.  $0^\circ < \beta < 360^\circ$  bölgesinde eksantrik kuvvet  $P_{ex}$

Yukarıdaki resim türetilmiş eksantrik kuvvet  $P_{ex}$ 'in değişimini gösterir. Bu orijinal bir askılı akış olarak bilinir. Giriş bileşeni  $P_v$  sabit olduğu için (sabit giriş momenti) yatay bileşen  $P_h$  buna sebeptir. Yatay bileşen  $P_h$  (14) nolu kuvvet dengesi formülüne göre yatay yönde  $\sum N_{hi}^x$  ve  $\sum K_i$  kısımlarından oluşur.

51 ve 52 nolu resimler bu iki kısmı  $\beta$  giriş açısının fonksiyonu olarak gösterir.



Şekil 51 Dış eleman - Normal kuvvetin yatay bileşen toplamı



Şekil 52. Çıkış kuvvetinin toplamı

$\Sigma N_{hi}$ , dış eleman bölüm dairesindeki taksimat gereğince

$$\Delta \beta_N = \frac{360^\circ}{(z+1)} = 30^\circ \text{ açısıyla periyodik bir akışı gösterir. Aynı şekilde}$$

$\Sigma K_i$  toplamı  $\Delta \beta_k = 33^\circ$  (18) açısıyla periyodik bir akışı gösterir. Resim 52'a göre  $P_{Ex}$  için periyodu  $\Delta \beta_p = 330^\circ$  olan bir girişim olarak gözönüne alınabilecek bir akış oluşur.

### 3. ÖZET VE SONUÇ

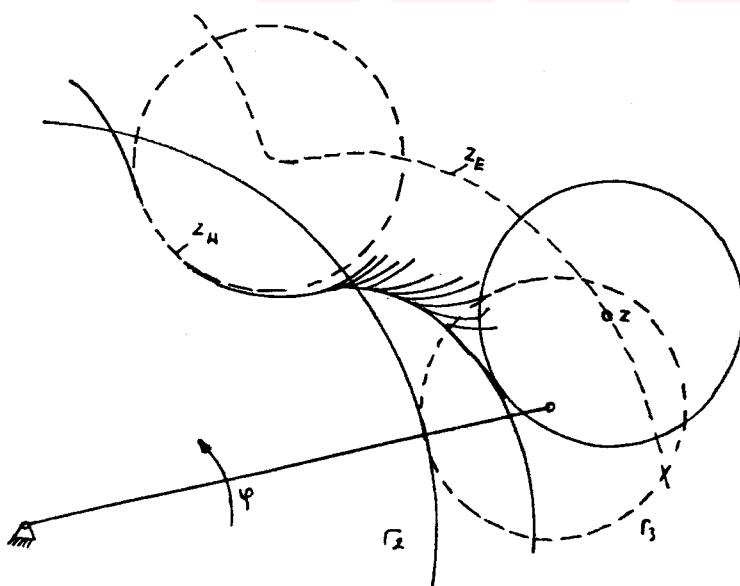
Bir Cyclo - Mekanizmasındaki kuvvetlerin burada anlatılan hesabı çıkış dönme momentinin etkisi altındaki kuvvet iletimine ortak elemanların elastik şekil değişiminin kabulünden çıkar. Mekanizmanın geometrisinden ortaya çıkabilen eğilme, meydana gelen kuvvete orantılı olarak yerleştirilir. Eğri levhalarında kuvvet ve momentin denge şartları dış elamanlarda, çıkış pimlerinde ve eksantrikte kuvvetler oluşturur. Bu kuvvetler  $\beta$  giriş kol açısına bağlı olarak diyagramda ifade edilmiştir. Kuvvet akışı bir toleranssız ve hatasız mekanizma için geçerlidir. Kuvvet iletimine ortak olan eleman sayısının değişimi yoluyla verilen eşitliklerle toleranslı mekanizmalarda hesaplanabilir. Böyle bir mekanizmada da benzer kuvvet akışları oluşur.

Kuvvetin maximum değeri toleranslı mekanizmalarda daha yüksektir, tek tek dış elemanlar ve çıkış pimleri çıkış açısı  $\beta$ 'nın daha küçük bölgelerinde kuvvet iletimine ortaktırlar. Ölçme yoluyla hesaplar onaylanabilir.

## 7. CYCLO MEKANİZMASINDA EĞRİ LEVHASININ İMALAT PRENSİBİ

Normal sikloid dişlilerin birbirinden farklı iki eğriden oluşan diş profilleri nedeni ile imalatları oldukça zordur. Yuvarlanma metoduna göre imal edilemediklerinden, özel frezeler kullanılması gereklidir. Bundan başka kramayer profilinin bir eğri olması, kramayer dişini bıçak profili olarak almak işi basitleştirmemektedir.

Cyclo mekanizmasında kullanılan sikloid diş profilleri, normal sikloid dişlilerden farklılık göstermektedir. Temel daire üzerinde yuvarlanan temel daireden çok az büyük yuvarlanma dairesi, teme daire üzerinde kapalı bir eğri oluşturur. Karşı profil olarak oluşan nokta äquidistant mesafesinde pimlere büyütülür. Eğrinin oluşum prensibi eğrinin imalatı için de kullanılabilir.



Şekil 53. Sikloid dişli imalat prensibi

Yukarıdaki resimde sabit  $r_2$  dairesinin üzerinde yuvarlanan  $r_3$  dairesinin Z noktası  $Z_E$  episikloidini tanımlar. Yuvarlanma dairesi  $r_3$ 'e, merkezi Z noktasında bulunan freze bıçağı bağlandığında,  $Z_E$  sikloidinin  $Z_H$  zarf eğrisi oluşur. Bu  $Z_H$  zarf eğrisi eğri levhası formuna karşılık gelir. Freze, Cyclo mekanizması dış eleman çapında olmalıdır. Bu URG prensibi olarak (umlaufrädergetriebe) adlandırılabilir. Resimde episikloid için gösterilen prensib kinematik dönüşümle peristikloidler için de kullanılabilir.



## 8. ÖRNEK UYGULAMA

Kabul edilen değerler:

$$k = 43$$

$$2 \cdot q = 10 \text{ mm}$$

$$D_1 = 215 \text{ mm}$$

$$P = 5.51 \text{ kw}$$

$$n_1 = 1500 \text{ d/d}$$

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{Z}{Z+1} = \frac{k}{k+1}$$

$$\frac{215}{D_2} = \frac{43}{44} \rightarrow D_2 = 220 \text{ mm}$$

Eksantriklik miktarı

$$e = \frac{D_2 - D_1}{2} = \frac{220 - 215}{2} = 2.5 \text{ mm bulunur.}$$

Cyclo mekanizmasında hız eşitliği

$$n_2 = n_s - n_s \left( \frac{Z_1}{Z_2} \right) = n_s \left( 1 - \frac{Z_1}{Z_2} \right) = -n_s \left( \frac{Z_1 - Z_2}{Z_2} \right) = -n_s \frac{1}{Z} \text{ idi.}$$

$$n_1 = 1500 \text{ d/d için} \quad n_2 = n_s \frac{1}{Z} = \frac{1500}{43} = 35 \text{ d/d çıkış devir sayısı bulunur.}$$

$$\text{Giriş Momenti: } M_s = \frac{9.55 \cdot P}{n} = \frac{9.55 \cdot 5.510}{1500} = 35.08 \text{ Nm.}$$

$$\text{Çıkış Momenti : } M_2' = M_s \cdot Z = 35.08 \cdot 43 = 1508.44 \text{ Nm}$$

Ancak % 90 ~ 94 verim hesaba katıldığında ( % 91 )

elde edilebilecek çıkış momenti:

$$M_2 = 1508,44 \cdot 091 = 1370 \text{ Nm}$$

Cyclo mekanizmasında maksimum dış eleman - Normal kuvvet,  $\gamma_{\max}$  kavrama açısı bölgesinde oluşur. Peristikloid eğrilerde kavrama açısı eşitliği  $\beta$  yuvarlanma açısına bağlı olarak;

kısaltma oranı:

$$\tan \gamma = \frac{\sin \beta}{\frac{1}{m} + \cos \beta} \quad \text{idi}$$

$$m = \frac{e}{b} = \frac{153}{110} = 1,39 \text{ mm}$$

Maksimum kavrama açısı  $\beta = 90^\circ$  de oluşur.

$$\tan \gamma = \frac{\sin 90}{\frac{1}{1,39} + \cos 90^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{1,39} + 0} = 1,39$$

$$\gamma_{\max} = \arctan 1,39 = 54,267^\circ$$

Eğri levhasının kavis yarıçapı

$$r = (a+b) \frac{[1+m^2 + 2m \cos \beta]^{3/2}}{1 + m^2 \left( \frac{a}{b-a} + 1 \right) + m \left( \frac{a}{b-a} + 2 \right) \cos \beta} \quad \text{formülüyle hesaplanır.}$$

Maksimum dış eleman - Normal kuvvetin olduğu kavis yarıçapı  $\beta = 90^\circ$  için

$$m = 1,39 \text{ mm}$$

$$a = 107,5 \text{ mm}$$

$$b = 110 \text{ mm}$$

$$e = 153 \text{ mm}$$

$$\rho_{90^\circ} = (107,5 + 110) \frac{[1+1,39^2]^{3/2}}{1+1,39^2 \left( \frac{107,5}{110-107,5} + 1 \right)} = 12,69 \text{ mm}$$

Bu değer sikloid eğrinin gerçek yarıçapını gösterir. Bu değerden q äquidistant miktarı çıkarıldığında eğri levhası dış formunun yarıçapı bulunabilir.

$$\rho = \rho_{90^\circ} - q = 12,69 - 5 = 7,69 \text{ mm}$$

Bir dış elemanın (pim) bir eğri kesitiyle kavramada bulunmasında dış eleman-Normal kuvvet oluşur. Bu kuvvetin etkileri Hertz-formülü ile hesaplanır.

$$P_{\max} = \sqrt{\frac{N.E}{2,86.b.\delta}} \text{ daN/mm}^2$$

$$E = 2,1 \cdot 10^4 \text{ daN/mm}^2 \text{ (Elastisite modülü St/St için)}$$

$$b = 15 \text{ mm (kalınlık)}$$

$$\frac{1}{\delta} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{q} + \frac{1}{\rho} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{7,69} \right) \quad \delta = 6,061 \text{ mm (yedek eğrilik yarıçapı)}$$

$$N = \frac{m_2}{2.r} \quad r = 153,848 \text{ mm (Şekilden)}$$

$$N = \frac{1370}{2,0,153848} = 4452,446 \text{ N}$$

Bu değerler Hertz formülündeki yerlerine yerleştirilerek:

$$P_{\max} = \sqrt{\frac{445,2446 \times 2,1 \cdot 10^4}{2,86 \cdot 15,6 \cdot 061}} = 189,63 \text{ daN/mm}^2 \text{ lik bir basınç değeri bulunur.}$$

Emniyetli basınç değeri  $P_{em} = (0,2 \sim 0,3) \cdot H \cdot B = 0,3 \cdot 65 = 195 \text{ daN/mm}^2$  olan 16 MnCr5 malzeme seçilir. Ancak yukarıda hesaplanan değer bütün yükün tekbir eğri kesiti (diş) tarafından karşıladığı düşünürlerek hesaplanan değerdir. Kavrama oranı hesaplanarak tek bir dişe gelebilecek max. Normal kuvvet bulunabilir.

Şekil.....

$$\widehat{AB} = \frac{\alpha}{360^\circ} 2\pi d = \frac{285^\circ}{360^\circ} 2\pi \cdot 150,5 = 748,61 \text{ mm}$$

$$\widehat{COD} = \alpha' = \frac{\widehat{AB} \cdot 360^\circ}{2\pi \cdot 153} = \frac{280,343^\circ}{280,343^\circ / 8,1818^\circ} = 34,264$$

$$\frac{\widehat{CD}}{34,264} = to = 21,848 \text{ mm}$$

Buradan kavrama oranı:

$$\epsilon = \frac{748,61}{to} = 34,264 \text{ bulunur. Bu değerin \% 85'ini almak uygun olacaktır.}$$

$$\epsilon_{\text{gerçek}} = 0,85 \cdot \epsilon = 0,85 \cdot 34,264 = 29,124$$

Maksimum Normal kuvvet kavrama oranına bölünerek oluşacak basınç bulunur.

$$\frac{N}{\text{Eğerçek}} = \frac{4452,446}{29,124} = 152,879 \text{ N}$$

$$P_{\max} = \sqrt{\frac{15,2879.2,1,104}{2,86.15,6,061}} = 35,138 \text{ daN/mm}^2$$

Yukarıdaki sonuçtanda anlaşılabileceği gibi Cyclo- Mekanizması diğer mekanizmalarda dış kırılmalarına sebep olan yüksek zorlanmalara dayanıklıdır. Bu; çarpma zorlanma emniyetli eğri dişlerinin en az 2/3'üne dağıtıldığı için mümkündür. Buna karşılık bu zorlanmalar diğer mekanizmalarda 1 yada 2 dış tarafından karşılanır. Burada 195 daN/mm<sup>2</sup>'lik Pem değeriyle 16 MnCr5 malzeme uygundur.

Momentler:

$$\text{Giriş Momenti} \quad M_1 = 35,08 \text{ Nm}$$

$$\text{Çıkış Momenti} \quad M_2 = 1370 \text{ Nm}$$

Moment kuvvetleri :

$$P_v = \frac{M_1}{2.e} = \frac{35,08}{2.00025} = 7010 \text{ N} \quad (\text{Eksantrik kuvveti})$$

$$N_{\max} = \frac{M_2}{2.r} = \frac{1370}{2.0,153848} = 4452,446 \quad (\text{Dış eleman - Normal kuvveti})$$

$$K_{\max} = \frac{1370}{2.0,110} = 6227,27 \text{ N} \quad (\text{Çıkış pimlerine gelen kuvvet})$$

Giriş Mili boyutlandırılması:

$$d_1 = 134,4 \sqrt[3]{\frac{P}{n_1}} = 134,4 \sqrt[3]{\frac{7,45}{1500}} = 22,9 \quad d_1 = 30 \text{ mm seçilir.}$$

Çıkış Mili St 50 Malzeme için  $\sigma_{em} = 400 \text{ daN/cm}^2$

$$d_{min} = \sqrt[3]{m_d / 0,2 \cdot \sigma_{bem}} = \sqrt[3]{\frac{1058,45}{0,2 \cdot 400}} = 5,73 \text{ cm}$$

$d = 60 \text{ mm seçilir.}$

Çıkış pimlerinin boyutlandırılması:

Çıkış pimleri eğilmeye çalışmaktadır. Pimlere gelen kuvvet:

$$K_{MAX} = \frac{1370}{2,0,110} = 6227,27 \text{ N} \quad \text{idi.}$$

Pim sayısı  $u = 10$  kabul edilirse bir pime gelen kuvvet:

$$F = \frac{K_{MAX}}{u} = \frac{6227,27}{10} = 622,727 \text{ N}$$

Pim boyu  $l = 35 \text{ mm}$

Eğilme Momenti:

$$M_e = F \cdot l = 622,727 \times 0,035 \text{ mm} = 21,795 \text{ Nm}$$

Pimler tam değişken gerilme etkisi altındadır. ( $R = 0$ ) St - 50

Malzeme için  $\sigma_{e_{em}} = 26 \text{ daN/mm}^2$

$$\sigma_e = \frac{M_e}{W_e} \leq \sigma_{e_{em}}$$

$$\pi d^3$$

$$We = \frac{\pi d^3}{32}$$

$$= \frac{Me}{\frac{\pi d^3}{32}} = \sqrt[3]{e_{em}}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot Me}{\pi T e_{em}}} = \sqrt[3]{\frac{32.2179,5}{\pi 26}} = 9,487 \text{ mm}$$

$d = 20 \text{ mm}$  seçildi.

# **SONUÇ**

Yaptığımız çalışmada sikloid eğri ailesini tanıtmaya çalıştık. Sikloid eğrilere Cyclo mekanizmasının araştırılması amacıyla başladık. Sonuç olarak Cyclo mekanizmasında kullanılan sikloid türleri artaya konulmuştur. Araştımanın bu kısmı Cyclo mekanizmasının kinematik ilişkisinin temelini oluşturmaktadır. Ayrıca kullanılan eğrinin geometrisi de kendiliğinden ortaya çıkmıştır. Çalışmanın son bölümünde Cyclo mekanizmasının projelendiğinden ortaya çıkmıştır.

Burada Sikloid eğrilerinin denklemleri parametrik olarak verilmiştir. Bunun yanında kutupsal koordinatlar veya kompleks sayılar ile bu denklemler ortaya konulabilir. Ayrıca mekanizmalarda oluşan äquidistant eğrileri daha ayrıntılı olarak incelemeye alınabilir. Bunlar araştımanın devamı ve tamamlayıcı boyutlarıdır.

## KAYNAKLAR

- 1 - LEHMANN, M Die Beschreibung der Zykloiden, ihrer Äquidistanten und Hüllkurven, Technische Universität München, 1981.
- 2 - LEHMANN, M Berechnung der Kräfte im Trochoiden Getriebe, Antriebstechnik 18, 1979, H. 12, S.613 - 616.
- 3 - LEHMANN, M Sonderformen der Zykloiden Verzahnung, Konstruktion 31, 1979, H.11. S.429 - 433.
- 4 - NEUMANN, R Technische Anwendungen des Umlaufrâder - prinzips - Maschinenbau technik 25, 1976 S.50-57
- 5 - FIRMA KATALOGLARI Cyclo - Getriebbau, Lorenz Braren Gmb H Markt Indersdorf, D - 806 2.
- 6 LEHMANN, M "Berechnung und Messung der Kräfte in einem Zykloiden - Kuvvenscheiben - Getriebe" Technischen Universität München 1976.

T.C. YÜKSEKOĞRETİM KURULU  
DOKÜMANASYON MERKEZİ