

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FAZ DEĞİŞTİREN MALZEME İLE ISIL DEPOLAMANIN
SAYISAL MODELLENMESİ

Haluk AĞUSTOS

DOKTORA TEZİ
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı
Isı Proses Programı

Danışman
Prof. Dr. Galip TEMİR

Temmuz, 2020

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FAZ DEĞİŞTİREN MALZEME İLE ISIL DEPOLAMANIN
SAYISAL MODELLENMESİ

Haluk AĞUSTOS tarafından hazırlanan tez çalışması 14/07/2020 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Isı Proses Programı **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Galip TEMİR
Yıldız Teknik Üniversitesi
Danışman

Jüri Üyeleri

Prof. Dr. Galip TEMİR, Danışman
Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Z. Dürriye BİLGE, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. İ. Cem PARMAKSIZOĞLU, Üye
Gedik Üniversitesi

Prof. Dr. Derya Burcu ÖZKAN, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Ebru MANÇUHAN, Üye
Marmara Üniversitesi

Danışmanım Prof. Dr. Galip TEMİR sorumluluğunda tarafımca hazırlanan “Faz Değiştiren Malzeme İle Isıl Depolamanın Sayısal Modellenmesi” başlıklı çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Haluk AĞUSTOS

İmza

Eşim Semra, Kızım Berilsu ve Aileme

TEŐEKKÖR

Kendisine her başvurduğumda, sabır ve büyük bir ilgiyle kıymetli zamanını bana ayırıp bilgilerini benimle paylaşan, tezin çerçevesi ve ilerlemesine bilgi ve tecrübeleri ile yön veren, her görüşmemizde güler yüz, içtenlik ve nezaketini esirgemeyen, danışman olmanın yanısıra bir büyüğüm olarak hafızamda yer alan danışmanım sayın Prof. Dr. Galip TEMİR beyefendiye sonsuz şükranlarımı sunarım.

Yine, bu çalışma konusunu kapsayan yenilenebilir enerji alanına yönelenmemi özendiren, bilgi ve tecrübelerini esirgemedi bana aktaran sayın Prof. Dr. Olcay KINCAY hanımefendiye, bazı konularda bilgisine başvurduğum Doç. Dr. Uğur AKBULUT beyefendiye, Matlab programı kod yazımında bilgi ve tecrübesi ile yol gösteren sayın Dr. Y. Müh. Orçun TOKUÇ beyefendi ve Yazılım Uzmanı Barış Köse beyefendiye teşekkürlerimi sunarım.

Ölkeme, mensubu olduğum Yıldız Teknik Üniversitesi'ne, lisans, yüksek lisans ve doktora öğrenimim sırasında bana emeğİ geçen, isimlerini burada sayamadığım, nice kıymetli hocalarıma ayrı ayrı teşekkürlerimi borç bilirim.

Beni yetiştiren ve varlığını her zaman yanımda hissettiğim aileme, çalışmalarım sırasında gösterdiği sabır, anlayış ve desteğİ için, sevgili eşim Semra AĞUSTOS hanımefendiye ve biricik kızım Berilsu'ya şükran ve minnetlerimi sunarım.

Haluk AĞUSTOS

İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ	ix
KISALTMA LİSTESİ	xi
ŞEKİL LİSTESİ	xii
TABLO LİSTESİ	xiv
ÖZET	xv
ABSTRACT	xvi
1 GİRİŞ	1
1.1 Literatür Özeti.....	1
1.1.1 Faz Değiştiren Malzemeler (FDM) ve Isıl Depolama (ID).....	1
1.1.2 Isıl depo sistemlerinde deneysel, analitik ve sayısal çözümler.....	13
1.2 Tezin Amacı	27
1.3 Hipotez.....	27
1.4 Tezin İçeriği.....	28
2 SİLİNDİRİK ISIL DEPO SİSTEMİNDE ISI İLETİMİ	29
2.1 Silindirik ısı iletim denklemi.....	29
2.2 Silindirin V birim hacminde ısı enerjisi denklemi.....	29
2.3 Katılarda ısı iletim denklemi.....	31
2.3.1 İçinde ısı üretimi olan kararsız hal, $\frac{\partial}{\partial t} \neq 0$	31
2.3.2 İçinde ısı üretimi olmayan kararsız hal, $\frac{\partial}{\partial t} = 0$	31
2.3.3 İçinde ısı üretimi olan kararlı hal, $\frac{\partial}{\partial t} = 0$	31
2.3.4 İçinde ısı üretimi olmayan kararlı hal, $\frac{\partial}{\partial t} = 0$	32
2.4 Isı iletiminde sınır koşulları.....	32
2.4.1 Birinci tür sınır koşulu.....	32

2.4.2	İkinci tür sınır koşulu.....	32
2.4.3	Üçüncü tür sınır koşulu.....	32
3	FAZ DEĞİŞİMİNDE ISI İLETİM BÖLGELERİ	33
3.1	Ergime yönünde faz değişimi ve ısı iletimi.....	34
3.1.1	Katı bölgesinde ısı iletim denklemi.....	35
3.1.2	Sıvı bölgesinde ısı iletim denklemi.....	35
3.1.3	Arayüz bölgesinde faz değişim denklemi.....	35
3.2	Faz diyagramında bölgelerdeki ısı davranışlar.....	36
4	FAZ DEĞİŞİM MODELİ	40
4.1	Dikey silindirik FDM'nin r eksenı boyuca ergime kinetiği.....	40
4.2	Ergime sürecinde ısı iletim denklemleri.....	43
4.2.1	Katı fazın ısı iletim denklemi.....	44
4.2.2	Sıvı fazın ısı iletim denklemi.....	44
4.2.3	Arayüzde faz değışim denklemi.....	45
4.3	Boyutsuz ısı iletim denklemleri.....	45
4.3.1	Boyutsuz sayılar.....	45
4.3.2	Boyutsuz sayıların tanımları.....	46
4.3.3	Katı fazın boyutsuz ısı iletim denklemi.....	47
4.3.4	Sıvı fazın boyutsuz ısı iletim denklemi.....	47
4.3.5	Arayüzde faz değışimin boyutsuz denklemi.....	47
5	FAZ DEĞİŞİM MODELİ SONLU FARKLAR YÖNTEMİ İLE AYRIKLAŞTIRMA	48
5.1	Kabuller ve yaklaşım.....	48
5.2	Arayüz dışında kalan, katı ve sıvı fazların ısı iletimi.....	48
5.2.1	Arayüz dışında kalan “sıvı fazın” ısı iletim denklemi.....	49
5.2.2	Arayüz dışında kalan “katı fazın” ısı iletim denklemi.....	50

5.3 Arayüzün komşu düğüm noktalarındaki ısı iletimi	50
5.3.1 Katı bölgesi $j = q + 1$ düğüm noktasında ısı iletim denklemi.....	51
5.3.2 Sıvı bölgesi $j = q - 1$ düğüm noktasında ısı iletim denklemi.....	52
5.3.3 $j = q$ düğüm noktasında ısı iletim denklemi.....	52
5.3.4 Arayüzde faz değişim denklemi	53
5.3.5 Sonlu farklar yöntemi ile ayrılaşan sayısal denklemlerin listesi.....	54
5.4 Sayısal denklemlerin deney verileri ile çözümü ve karşılaştırma.....	54
5.4.1 Eşdeğer modelde örnek bir deneysel çalışma	54
5.4.2 Sayısal denklemlerin MATLAB programına uyarlanması ve çözüm.....	55
6 SAYISAL ÇÖZÜM SONUÇLARI	56
6.1 Sayısal çözümleri ifade eden grafiklerin listesi.....	56
6.2 η boyutsuz yarıçapa bağlı θ boyutsuz sıcaklık dağılımı.....	57
6.3 η_i katmanların sıcaklık dağılımı, eşzamanda katmanların $T_{r(\eta_i)}$ değerleri.....	58
6.4 η_i boyutsuz yarıçapta sıcaklık dağılımı, eşsıcaklıkta η_i - t_i değerleri.....	60
6.5 S^+ boyutsuz arayüz ve η boyutsuz yarıçapın t zamana göre konumu.....	61
6.6 η boyutsuz yarıçap sıcaklık eğrilerinde (S^+)boyutsuz arayüzlerin konum.....	62
6.7 η boyutsuz yarıçap ekseninde β boyutsuz enerji değişimi, tam grafik.....	64
6.8 η boyutsuz yarıçap ekseninde β boyutsuz enerji değişimi ısı depo bölgesi.....	64
6.9 η boyutsuz yarıçap ekseninde ısı enerji değişimi	64
6.10 η boyutsuz yarıçap ekseninde ısı depo bölgesi	65
7 SAYISAL ÇÖZÜM İLE DENEY SONUÇLARIN KARŞILAŞTIRILMASI	65
8 SONUÇ VE ÖNERİLER	67
KAYNAKÇA	75
TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR	81

SİMGE LİSTESİ

$S(t)$	arayüzün konumu, m
r	çap eksen, m
$T_{r,t}$	çap – zamana bağlı değişken sıcaklık, K
v	çizgisel hız, $\frac{m}{s}$
r_i	değişken yarıçap, m
L	ergime ısı katsayısı, $\frac{J}{kg}$
T_m	ergime sıcaklığı, K
m_T	FDM'nin toplam kütlesi, m
T_0	ısıtıcı kaynak sıcaklığı, K
k	ısı iletim katsayısı, $\frac{W}{mK}$
$\dot{g}$	ısı üretimi, $\frac{W}{m^3}$
$\bar{\beta}$	ısı genleşme katsayısı, $\frac{1}{K}$
α	ısı difüzyon katsayısı, $\frac{m^2}{s}$
α	ısı yayılım katsayısı, $\frac{W}{m^2K}$
$m_{sıvı}$	karışımdaki sıvı FDM kütlesi, kg
$m_{katı}$	karışımdaki katı FDM kütlesi, kg
γ	kinematik vizkozite, $\frac{m^2}{s}$
c_p	özellik ısı, $\frac{J}{kgK}$
T_{ini}	silindirik FDM'nin başlangıç sıcaklığı, K
R_0	silindir yarıçapı, m

g yerçekimi ivmesi, $\frac{m}{s^2}$

ρ yoğunluk, $\frac{kg}{m^3}$

t zaman, s

Boyutsuz Sayılar

Bi biot sayısı, $h \frac{R_0}{k_{siv1}}$

η boyutsuz yarıçap, $\frac{r}{R_0}$

τ boyutsuz zaman, $t \frac{\alpha_{siv1}}{R_0^2}$

S^+ boyutsuz arayüz konum sayısı, $\frac{S}{R_0}$

$\theta(\eta, \tau)$ boyutsuz sıcaklık, $\frac{T(r,t)-T_m}{T_0-T_m}$

β boyutsuz enerji sayısı, $(1 - \xi) \frac{\Delta S^+}{\Delta \tau}$

γ katı-sıvı ısı iletkenlik oranı, $\frac{k_{kat1}}{k_{siv1}}$

κ katı-sıvı ısıl yayılım oranı, $\frac{\alpha_{kat1}}{\alpha_{siv1}}$

ξ sıvı FDM kütlesinin toplam FDM kütlesine oranı, $\frac{m_{siv1}}{m_{siv1}+m_{kat1}}$

Ste_{siv1} stefan sayısı, $\frac{C_{p,siv1}}{L} (T_0 - T_m)$

Alt, üst Simgeler

ini başlangıç

m ergime

$kat1, siv1$ faz tanımı

n iterasyonda adım–zaman değişkeni

j sonlu farklar kafes sıra sayısı

KISALTMA LİSTESİ

FDM	Faz değıştiren malzeme
ID	Isıl depo
IDS	Isıl depo sistemi
MATLAB	MATrix LABoratory

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1	Isıl depolama yöntemleri.....	12
Şekil 1.2	Isıl depolama amaçlı (FDM)'lerin sınıflandırılması.....	12
Şekil 1.3	Bir ısı depo sisteminde (IDS) temel süreç elemanları.....	13
Şekil 1.4	Aktif bir sistemde ısı depolama.....	17
Şekil 1.6	Ergime yönünde faz değişimin zamana bağlı arayüz evreleri.....	23
Şekil 1.7	Zamana ve konuma bağlı sıcaklık dağılımı ve sıcaklık gradyeni.....	23
Şekil 1.8	Silindirik FDM'nin merkezden dışa doğru ergime modeli.....	25
Şekil 1.9	Silindirik FDM'nin ergime modeli.....	27
Şekil 1.10	Silindirik FDM'nin yarıçap ekseninde sıcaklık profilleri.....	27
Şekil 1.11	Fraklı FDM'lerin ergime sürecinde arayüz hareketleri.....	28
Şekil 1.12	İzotermal sınır koşulları.....	30
Şekil 1.13	Farklı ısı kaynağında, $R=2$ cm yarı çaptaki silindirin sıcaklık eğrileri.....	30
Şekil 1.14	Farklı düğüm sayılarında ergime hızının davranışı.....	31
Şekil 1.15	Deney Düzeneği.....	31
Şekil 1.16	Zamana bağlı ergime oranı eğrisi.....	32
Şekil 1.17	Deneyssel, sayısal ve analitik çözümlerin karşılaştırılması.....	32
Şekil 3.1	Herhangi bir zamanda faz değişimin şematik gösterimi.....	40
Şekil 3.2	Sıcaklık–zaman ekseninde faz değişimin ısı iletim bölgeleri.....	42
Şekil 3.3	Dikey silindirin yarıçap katmanları ve sınır koşulları.....	43
Şekil 3.4	Dikey silindirin yarıçap–zaman ekseninde faz değişim davranışı.....	44
Şekil 4.1	Yarı sonlu dikey silindirik FDM'nin faz değişim evreleri.....	46
Şekil 4.2	Dikey silindirik FDM'nin r ekseninde zamana bağlı ısı aktarım modeli.....	47
Şekil 4.3	Sıcaklık–zaman grafiğinde ergime yönünde faz değişim davranışı.....	48

Şekil 4.4 Yarı çap – zaman ekseninde arayüz ve katmanların gösterimi.....	49
Şekil 4.5 $S(t)$, arayüz ilerleme modeli	50
Şekil 5.1 Sonlu farklar ile ısı ve arayüz katmanları ayırıklaştırma	54
Şekil 5.2 Katı–sıvı arayüzün hareketi	57
Şekil 5.3 DSC cihazında ölçülen parafinin ısı davranış eğrisi	60
Şekil 5.4 Deneysel elde edilen ergime sıcaklık eğrisi	62
Şekil 6.2 η boyutsuz yarıçapa bağlı θ boyutsuz sıcaklık dağılımı.....	65
Şekil 6.3 η_i katmanların sıcaklık dağılımı, eşzamanda $T_{r(\eta_i)}$ değerleri.....	65
Şekil 6.4 η_i boyutsuz yarıçaplarda sıcaklık dağılımı, eşsıcaklıkta η_i - t_i değerleri.....	66
Şekil 6.5 S^+ boyutsuz arayüz ve η boyutsuz yarıçapın t zamana göre konumu.....	67
Şekil 6.6 η boyutsuz yarıçap sıcaklık eğrilerinde S^+ boyutsuz arayüz konumu.....	68
Şekil 6.7 η boyutsuz yarıçap ekseninde β boyutsuz enerji değişimi, tam grafik.....	69
Şekil 6.8 η boyutsuz yarıçap ekseninde β boyutsuz enerji değişimi, ısı depo blg.....	70
Şekil 6.9 η boyutsuz yarıçap ekseninde ısı enerji değişimi (J).....	70
Şekil 6.10 η boyutsuz yarıçap ekseninde ısı depo bölgesi (J).....	71

TABLO LİSTESİ

Tablo 1.1 Uygulamada kullanılacak FDM'lerin Özellikleri	16
Tablo 5.1 Deney ısııl koşulları ve kullanılan parafin maddesinin özellikleri.....	62
Tablo 7.1 Deneysel ve sayısal sonuçları karşılaştırma tablosu.....	66
Tablo 8.1 S^+ boyutsuz arayüz tabakaların varlık süreleri.....	70
Tablo 8.2 Deneysel ve sayısal sonuçların düzeltilmiş verilerle karşılaştırma tablosu....	73

Faz Değiştiren Malzeme İle Isıl Depolamanın Sayısal Modellenmesi

Haluk AĞUSTOS

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Isı Proses Programı

Doktora Tezi

Danışman: Prof. Dr. Galip TEMİR

Endüstride oluşan atık ısı, güneşin sağladığı doğrudan ısı ve ısı pompalarının avantajlı koşullarda ürettiği ısı enerji kaynaklarından sağlanan ısıl enerjiyi geri kazanmak amacıyla ısıl depolama (ID) sistemlerin kullanımı ve geliştirilmesi, enerji ekonomisi ve çevre değerleri bakımından gün geçtikçe önemi artmaktadır. Faz değiştiren maddenin (FDM) ergime evrelerindeki kinetiğin belirlenmesi, ID sistemlerin ısı tekniği ve ekonomisi yönünden optimum tasarımın gerçekteşmesinde oldukça önemli olduğu düşünöldü. FDM'nin faz değişim sırasında gelişen evreleri, ısı iletim denklemleri ile tanımlanarak incelendi. Türdeş, hareketsiz ve silindir geometrideki katı FDM'nin matematik modeli, silindirik koordinatlarda (r) bir boyutlu, (t) zamana bağlı, homojen olmayan, kararsız, eliptik kısmi türevli diferansiyel denklemlerle ifade edildi. Ergime evreleri için geliştirilen ısı iletim denklemleri sonlu farklar yöntemi ile sayısal (lineer) biçimde yazıldı. Sayısal notasyonlu denklemler MATLAB\R2017a2 programında kodyazımı ile çözüm algoritmasına dönüştüröldü.

Literatürde bilinen bir deneysel çalışmanın termofiziksel ve ısı koşullarına ait verileri, elde edilen çözüm algoritmasında kullanılarak Matlab’de çözüldü. Çözüm kümesinden elde edilen verilerle ergime oranının zaman göre maksimum–minimum değerleri belirlendi. Burada, toplam ergime süresi, boyutsuz arayüz’ün (S^+) ergime evre sayıları, evrelerin bulunduğu konumları, her bir arayüz evresinin ergime süreleri, açığa çıkan ergime ısı enerjileri ve sıcaklık değişimleri, η boyutsuz yarıçapa bağlı sıcaklık değişimleri ve ısı enerji üretimi hesaplandı. Isıl enerjinin değişimi ergime süreci ile birlikte değerlendirildi. (S^+)₂–(S^+)₁ arayüz aralığında 0.426 (%46) oranı ile en hızlı ergimenin gerçekleştiği görüldü. (S^+)₅ arayüz noktasından itibaren ergimenin 1/10.000 oranı kadar yavaşladığı hesaplandı. (S^+)₃ arayüz noktasında $t=0.29$ saatte ergimenin 0.86 (%86) oranına ulaştığı bulundu. (β) Boyutsuz ısı enerji sayısının (η) yarıçap eksenine göre değişiminden elde edilen hesaplara göre optimum ısıl deponun ($\eta_7=0.778-0.89$) aralığında gerçekleştiği, boyutsuz enerji sayısının ise $\beta=00312$ olduğu görüldü. $R_0=0.01$ m yarıçapındaki FDM’nin $\beta=00312$ boyutsuz enerji sayısının gerçek enerji karşılığı, 486 J kadar ısı enerjisi olduğu hesaplanarak bu değer kadar ısı enerjisi depolandığı belirlendi. Burada optimum ($\eta;\beta$) koordinatının, optimum ergimenin arayüz evre (S^+)₃=0.86 sayısına karşılık geldiği anlaşıldı. Böylelikle, hem η boyutsuz yarıçapta, hemde (S^+) boyutsuz arayüzde optimum sonuçların birbirine yakın olduğu test edildi. Bu sonuçlara göre, ergime sürecindeki evrelerin davranışına ait sayısal hesapların belirlenmesi, optimum ısıl depo tasarımında belirleyici olduğunu ortaya konuldu.

Anahtar kelimeler: Faz değiştiren madde, ergime, ısıl depolama, ısı iletimi, arayüz kinetiği, sonlu farklar yöntemi, matlab.

Numerical Modeling Of Heat Storage With Phase Change Material

Haluk AĞUSTOS

Department of Mechanical Engineering

Doctor of Philosophy Thesis

Advisor: Prof. Dr. Galip TEMİR

The importance of to develop thermal energy storage (TES) systems in order to recover thermal energy from the sources such as waste heat generated in the industry, direct heat provided by the sun, and heat generated by heat pumps when working at advantageous times, is increasing in terms of energy economy and environmental values nowadays. Determination of the melting phases kinetics of PCM is priority in order to perform an optimum design for TES systems in terms of heat technique and economy.

In this thesis, phase change steps of the PCM are defined and analyzed by heat conduction equations. The mathematical model of homogeneous, immobile and cylindrical geometry solid FDM is expressed in cylindrical coordinates (r) with a dimensional, (t) time dependent, inhomogeneous, unstable, elliptical partial differential equation. The developed heat conduction equations for the melting phases were written numerically (linearly) using the finite difference method. Numerical notation equations were converted to solution algorithm by coding in MATLAB \ R2017a2 program.

The data of an experimental study whose thermophysical properties and thermal conditions are known were solved in Matlab by using the obtained solution algorithm.

The maximum-minimum values of the melting rate over time were determined using the data obtained from the solution set.

In this context, the total melting time, the number of melting phases of the dimensionless interface (S^+), the locations where the phases are located, the melting times of each interface phase, the melting heat energies and temperature changes that occur, the temperature changes depending on the dimensionless radius (η) and heat energy production were calculated. The change of thermal energy was evaluated with the melting process. The fastest melting was observed at $(S^+)_2$ – $(S^+)_1$ interface as 0.426 (42.6%). It was calculated that the melting slowed down by 1/10.000 after the $(S^+)_5$ interface point. It was found that the melting rate reached to 0.86 (86%) at $(S^+)_3$ interface point while $t = 0.29$ hours.

According to the calculations obtained from the change of the dimensionless thermal energy number (β) with respect to the radius axis (η), it was observed that the optimum thermal storage took place in the range of ($\eta_7=0.778$ – 0.89) while the dimensionless thermal energy number was $\beta = 00312$. It was determined that PCM with $R_0=0.01$ m radius stored 486 J real energy equivalent of dimensionless thermal energy number $\beta = 00312$. It was understood that the optimum (η ; β) coordinate corresponds to the number of interface melting interface $(S^+)_3=0.86$. Thus, it was tested that the optimum results are close to each other both in the dimensionless radius (η) and in the dimensionless interface (S^+). According to these results, it was revealed that determining the behaviors of the phases in the melting process by numerical methods is priority for the optimum thermal storage design.

Keywords: phase change materials, melting, heat storage, heat conduction, interface kinetics, finite difference method, matlab

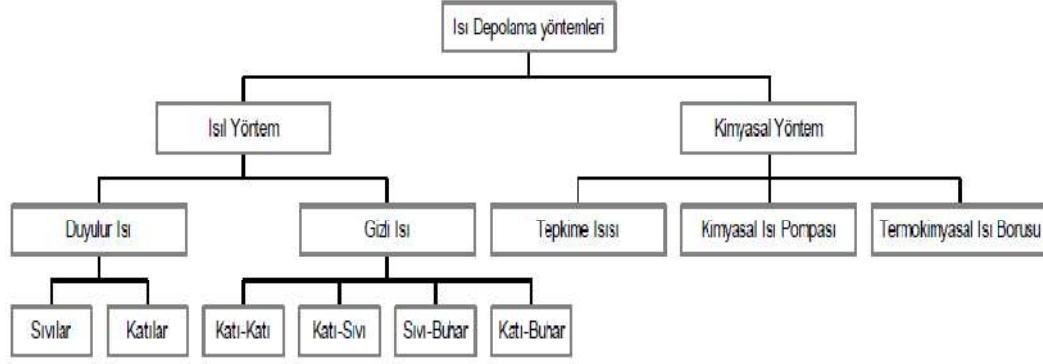
1.1 Literatür Özeti

1.1.1 Faz Değiştiren Malzemeler (FDM) ve Isıl Depolama

Bir faz değiştiren malzemede (FDM) aranan özellikler; termodinamiksel, fiziksel, kimyasal ve ekonomik özellikler olarak aşağıdaki gibi sıralanmıştır. **Termodinamik özellikler;** Kullanılacağı yere uygun faz değiştirme sıcaklığında olması. gizli ısı, ısı iletkenliği ve ısı yayılım değerlerinin yüksek değerde olması ve ısı kararlılığına sahip olması. **Fiziksel özellikler;** Faz değişimi sırasında yoğunluk değişimi çok küçük, yüksek yoğunluğun yüksek olması, katılaşma sırasında aşırı soğuma eğiliminde olmaması. **Kimyasal özellikler;** Kimyasal kararlılığına sahip, faz ayrılması gerçekleşmeyen, yanıcı ve zehirleyici etkisi olmayan, havada asılı maddelerle kimyasal ve fiziksel reaksiyona girmemesi. **Ekonomik özellikler;** Ucuz ve kolay elde edilebilir olması gibi özellikler olarak belirtilmiştir [1] [2].

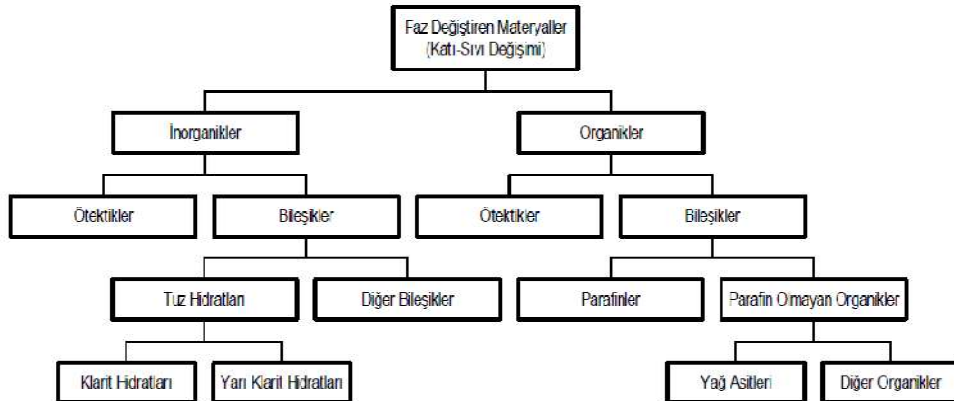
Periyodik ısı enerji kaynağı olan güneşten enerjisinden faydalanarak, parafin maddesi ile ısı depolama gerçekleştirilmiş. $T_m=58^{\circ}\text{C}-60^{\circ}\text{C}$ erime sıcaklık aralığındaki parafin ile ısı depolama deneyi yapılmış, ısı şarj ve deşarj süreleri incelenmiş. Deneyde, parabolik güneş ısı yoğunlaştırıcı yöntemiyle sıcak su elde edilmiş, sıcak su serpantinli bir ısı depo içinde bulunan parafin tamamen eritilmiş. Ergimiş parafin içeren ısı depo bulunduğu yerden alınarak tamamen yalıtılmış bir kap içinde muhafaza edilmiş. Yapılan ölçümlerde, parafin maddesinin erimesi ile elde edilen ısı şarj süresi 3 saat 7 dakika, ısı deşarj süresinin 15 saat 28 dakikada gerçekleştiği, bu süre boyunca ergimiş parafin sıcaklığının 69.9°C 'den 20.86°C 'ye düştüğü tespit edilmiş. Parafin maddesi ile ısı depolama yapılan bu ünite, deşarj süresi şarj süresinin 5 katı kadar olduğu ifade edilmiş [3].

Isı depolama sistemlerinde $T=0^{\circ}\text{C}$ ile $T=90^{\circ}\text{C}$ sıcaklık aralığı düşük sıcaklık rejimi olarak bilinmektedir. Aşağıda Şekil 1.1'de tüm ısı depolama yöntemleri şematik olarak gösterilmiştir.



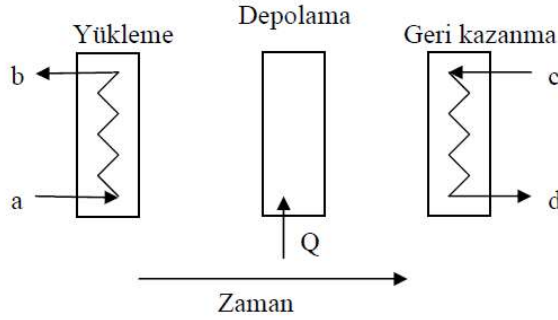
Şekil 1.1 Isıl depolama yöntemleri [4].

Kayıtlı olan tarihsel bilgilere göre, FDM ile ilk ısıtma uygulaması 1800’lü yıllarda İngiliz demir yollarında kullanılmış. Soğuk kış aylarında vagondaki yolcuların oturaklarını sıcak tutmak için kauçuk ya da metal paketler içinde, ergime noktası 44,5°C olan sodyum-tiyosülfat-pentahidrat maddesi yerleştirilmiş. Dünyadaki ilk deneysel uygulama ise 1948 yılında Dover-Massachusetts’de Dr. Telkes tarafından yapılmış, yapılan çalışmada gluber tuzu karışımından elde edilen FDM maddesini bir binanın güneş enerji kaynağı ile ısıtılmasında kullanmış [4]. Faz değişimi ile ısı depolama gücü, katı maddenin birim kg başına düşen ergime gizli ısı değerine bağlı olduğu ifade edilmiş. Bir FDM kütlelerinin tamamı ergidikten sonra sıvı faza aktarılan ısı enerjisi, maddenin özgül ısı (C_p) değerine bağlı olarak sıcaklığını arttırdığı, özgül ısı değerinin genellikle ergime ısı değerine göre oldukça küçük değerde olduğu bildirilmiş. Bu nedenle ısı depo uygulamalarında, genellikle, özgül ısı üzerinden depolamaya devam etmenin verimsizlik olarak kabul edildiği kabul edilmiş.



Şekil 1.2 Isıl depo amaçlı (FDM) faz değiştiren maddelerin sınıflandırması [5].

Duyulur ısı üzerinden ısı depolamanın, yeraltı sularında (Akifer), yer altı mağaralarında ve kayaların iç boşluklarında uygun olacağı, ayrıca daha çok uzun süreli ısı enerjisinin depolanabildiği anlatılmış, IDS'nin temel ilkesinin, ısı enerjisinin depolanması ve ihtiyaç halinde ısı enerjisinin geri kazanım olarak sağlandığı ifade edilmiş. Özetle, IDS'nin *yükleme, depolama ve geri kazanma* süreçlerinden oluştuğu açıklanmış [5].



Şekil 1.3 Bir ısı depo sisteminde (IDS) temel süreç elemanları [5].

FDM seçiminde, ergime, katılaşma ve ısı iletkenlik katsayı değerlerini ile yoğunluğun yüksek olmasının önemli olduğu anlatılmış, FDM'nin homojen bir ergime davranışı göstermesi, faz değişiminde hacim değişimin en az olması gibi fiziksel özelliklerin de önemli olduğu ifade edilmiş. Kinetik yönden, donma sırasında aşırı soğuma etkisinin en az olması, katılaşma sırasında çekirdek ve kristal oluşum hızlarının büyük olması gerektiği belirtilmiştir.

Kimyasal özellikler yönünden özellikleri değişmeyen (kararlı), kullanım (çevrim) süresi uzun, depo malzemesi ile kimyasal reaksiyona girmeyen, yanıcı, zehirli ve patlayıcı olmayan özelliklere sahip olması gerektiği anlatılmıştır [4], [5].

Silindir ve dikdörtgen çekilde kapsüllenmiş faz değişim malzemesinin, izotermal koşullarda faz değişimini incelemek için bir matematik model ile deney düzeneği tasarlanmış. Matematik modelde tek değişkenin PCM'nin zamana göre sıcaklığı olduğu kabul edilerek entalpi yöntemi ile eşitlikler yazılmış. Deney çalışmalarından elde edilen verilerle ile matematik model ile hesaplanan sonuçlar karşılaştırılmış ve her iki yöntem sonuçlarının birbiri ile çok uyumlu olduğu ifade edilmiş. FDM'ye iletimle ısı transferi gerçekleşirken, kabın duvarındaki ısı direnç ile ergimiş FDM içindeki doğal taşınımına ait etkilerin ihmal edilebileceği sonucuna varılmış.

Aynı hacim ve ısı transfer alanına sahip dikdörtgen ve silindir kaplardaki FDM'nin ergime süreleri, sayısal analizi ile hesaplandığında, dikdörtgen kaptaki FDM'nin ergime süresi, silindirik kap içindeki FDM'nin ergime süresinin $\frac{1}{2}$ 'si kadar olduğu sonucu elde edilmiş [6].

Yenilenebilir kaynaklardan fayda sağlayabilmek için enerjiyi depolamak gerektiği ifade edilmiş. Isı depolama sistemleri (IDS) kullanılarak sürekli olmayan enerji kaynaklarından, ihtiyaç halinde kullanma amaçlı günlük, haftalık, aylık mevsimlik, dönemlik gibi zaman aralıkları için ısı enerjisinin depolanabileceği anlatılmış [7]. Kısa süreli ısı depolamada faz değiştiren madde kullanımının daha yaygın olduğu, uzun süreli ısı depolamada ise duyulur ısı üzerinden uygulamaların tercih edildiği ifade edilmiş. Gizli ısı depolamada, amaca uygun (FDM)nin bulunması, FDM ısı özelliklerinin kesin olarak belirlenmesi, FDM'nin ısı iletkenliğini artırma ve uygulama alanlarının belirlenmesi gibi temel sorunların olduğu belirtilmiş [8].

Gizli ve duyulur ısı depolama teknikleri farklı iki yöntem olmasına rağmen her ikisini bir arada kullanarak ısı depolama verimini artırmaya yönelik çalışmalar yapılmış [9], [10]. *Isıl enerji* bir maddeyi oluşturan atom veya moleküllere ait *kinetik ve potansiyel enerjilerin toplamı* olduğu, *atomik veya moleküler titreşimler*'in etkisi ile oluşan ısı enerjisinin bir başka ortama aktarımı için sıcaklık farkının olması gerektiği ifade edilmiş [11].

IDS tasarımında ısı depo kapasitesi, sistemin kullanım ömrü, boyutların taşınabilirliği, güvenlik standartlarına uygunluğu, kurulum kolaylığı, çevreye uyumluluk, ısı depolama sıcaklığı, ısı depo kapların korozyona dirençli olması, zehirli ve yanıcı olmaması, ısı depolama (şarj) ve geri kazanım (deşarj) hızlarının kullanım amacına uygun olması, ısı depolama (şarj) ve geri kazanım (deşarj) çevrim sayısının yüksek olması, FDM'nin çok miktarda bulunabilmesi ve ekonomik olmaması gibi olguların önemli olduğu açıklanmış. Isıl enerjiyi depolamak için temelde üç yöntem bulunduğu ve bunların; duyulur, gizli ve termokimyasal ısı depolama olduğu tanımlanmış. Isı depolayan bir maddenin duyulur ısı ve gizli ısı değerlerinin iç enerji değişimini ifade ettiği, birim hacimde ısı enerji değişimi ne kadar yüksek olursa tasarlanan ısı depo hacminin daha küçük boyutlu olacağı ifade edilmiş [12].

Tablo 1.1 Uygulamada kullanılacak FDM’lerin Özellikleri [12].

Termal Özellikler	İstenen faz değişim sıcaklığı
	Yüksek ergime gizli ısı
	Yüksek ısı iletim katsayısı
Fiziksel özellikler	Uygun faz dengesi
	Düşük buhar basıncı
	Düşük hacim değişimi
	Yüksek yoğunluklu
Kinetik Özellikler	Aşırı soğuma göstermeyen
	Yeterli kristalleşme hızı
Kimyasal özellikler	Uzun süreli kimyasal kararlı
	Yapı malzemelerine uygun
	Zehirleyici ve Yanıcı olmayan
	Çevresi ile tepkimeye girmeyen
Ekonomi	Kolay bulunabilir
	Düşük maliyet

FDMde brim sıcaklık değişimine göre depolanan ısı miktarı, deponun ısıl kapasitesi, toplam sıcaklık değişimi, FDM termofiziksel özellikleri ve miktarı ısıl depolama sisteminin temel parametreleri olduğu anlatmış. Duyulur ısı ile ısıl depolamanın katı veya sıvı maddelerle yapılabildiği, kullanılan sıvı maddelerin genellikle, su, etilen glikol, su-etilen glikol (%50-%50), bazı alkol çeşitleri ile alkol karışımlarının kullanıldığı ifade edilmiş [13]. Günümüzde bu yöntemle ilgili verimli sistemlerin tasarlandığı, bu IDS’nin mevcut ısı teknolojileri ile kolay uygulama yapılabildiği açıklanmış. Kullanılan ısıl depolama maddelerine bağlı olarak, sıvı, katı ve sıvı-katı kombine sistemlerin tasarlanmasının mümkün olduğu açıklanmış [14].

Isı depolama ve geri kazanım işlemini sağlayan çift yönlü ısıl depolarda FDM sıcaklığının geniş aralıkta değiştiği, bu nedenle depolama ve geri kazanım çevrim sayısının malzeme yorulmasına neden olabileceği, ayrıca kullanılan FDM’nin hem sıcak hem soğuk depolama yapabilmesi gibi özellikler ısıl depolama sistemlerin tasarımında değerlendirilmesi önemli konular olduğu açıklanmış. Diğer yandan, gereksinim duyulan ısıl depo hacminin büyük olmasının dezavantaj olduğu da ifade edilmiştir [15].

Maddenin faz değişimi sırasında aldığı ya da verdiği ısı enerjisi, katı-sıvı, katı-katı, sıvı-buhar ve buhar-katı faz dönüşümleri ile sağlanacağı ifade edilmiş. Ancak uygulanabilir olması açısından en çok tercih edilen dönüşüm katı-sıvı faz değişimi olduğu açıklanmış. Diğer yandan, farklı kristal yapıları sahip katıların bir kristal yapısından diğerine geçmesi katı-katı dönüşümü olarak tanımlanmış, bu dönüşüm sırasında ısı enerjisi alıp verdikleri belirtilmiş ve bu tür maddelerin ısı depolama sistemlerinde kullanılabildiği ifade edilmiştir [16].

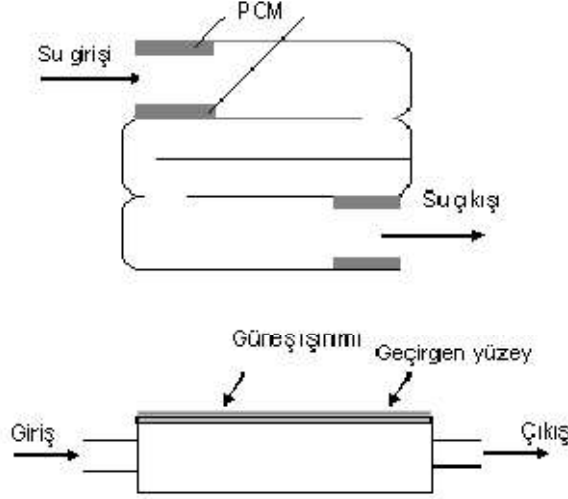
Bir FDM'nin gizli ve duyulur ısı üzerinden ısı depolaması, depo hacmi yönünden karşılaştırıldığında, duyulur ısı üzerinden ısı depolama için gerekli depo hacmine göre, gizli ısı ile ısı depolama için gerekli depo hacmi daha küçüktür. Gizli ısı, ancak faz değiştiren maddelerin sabit sıcaklıkta faz değişimi ile ortaya çıkar, sabit bir sıcaklık aralığında depolama olanağı sağlar ve erime sıcaklığına bağlı olarak hem ısıtma hem soğutma amaçlı kullanıldığı anlatılmış [17]. Gizli ısı depolama yöntemi; bir ısı kaynağından bir maddeye aktarılan ısı enerjisiyle ergime veya katılaşma sırasında, maddenin kütlesinde biriken ısı enerjisini muhafaza etme ilkesine dayanır.

FDM ergime yönünde ilerliyorsa “ergime ısı depolama” katılaşma yönünde ilerliyorsa “donma ısı depolama” tekniği olarak tanımlanmıştır [18].

Maddelerin ısı depo özelliklerinin araştırılması son 50 yıldan buyana artmaktadır. Bu kapsamda tuz hidratlar, parafinler, yağ asitleri, organik ve inorganik maddelerin ötektik halleri ile ilgili çalışmaların yapıldığı açıklanmıştır [19], [20], [21]. FDM kullanarak ısıtma, soğutma, sıcak su eldesi ile çeşitli maddelerin sabit sıcaklıkta korunması gibi birçok uygulamaların varlığı anlatılmıştır [22], [23], [24]. Düşük sıcaklık rejimleri için kullanılan FDM'lerin ısı transfer özelliklerin geliştirilmesi üzerine yapılan çalışmada, erime sıcaklığı sırasıyla 7 C (Rubiterm RT5), 0 C (su) ve -6 C (potasyum hidrojen karbonat) kullanılmış. Isı transfer özellikleri geliştirmek için ortama sırasıyla paslanmaz  elik, bakır ve grafit eklenerek ısı transferinin değişimi incelenmiş. Sonuçta grafit karışımı kullanıldığında ısı transfer özelliklerin en iyi oranda iyileştiği belirtilmiş [23].

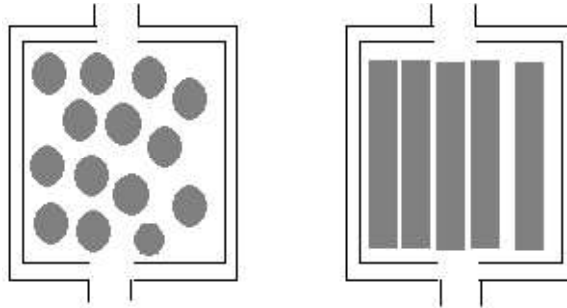
Güneş, toprak, yeraltı suları, hava ve atık ısı kaynakları ile FDM ile ısı enerjisi depolanmış, ısıtma, ısınma, sıcak su temini, sera ısıtması ve soğutma sistemlerinde kullanılması gibi birçok alanda kullanıldığı ifade edilmiş [25] [26] [27] [28].

Şekil 1.4'deki sistemde, sıcak su elde etmek için iç içe geçmiş iki borunun arasındaki boşluğa FDM doldurulmuş, güneş ışığı dış cıdardan nüfuz ederek FDM'yi ertitmesi ile gizli ısı depolama sağlanmış, böylelikle boru iç cıdarından akan düşük sıcaklıktaki suyun sıcaklığında artış olduğu açıklanmış [29].



Şekil 1.4 Aktif bir sistemde ısı depolama [29].

Şekil'de görülen ısı değıştirici il, faz değıştiren maddeler küçük hacimli olmak üzere küre, silindir veya küp şeklinde et kalınlığı ince kaplara doldurulmuş. Bu kaplar PVC tüpler içerisinde yatay ve dikey olarak farklı şekilde depolara yerleştirilmiş. Böylelikle, FDM'in daha hızlı erimesinin sağlandığı, ısı depolama ve geri kazanım çevriminin yüksek olduğu belirtilmiş [30].



Şekil 1.5 FDM ısı depo üniteleri [30].

uygulamada faz değıştiren maddelerin kapsüllenmeside, çelik kaplar, plastik şişeler, polietilen - polipropilen şişeler, yüksek yoğunluklu polietilen borular, esnek paketlenme filmleri ve plastik tüpler kullanılmış. Bunlara ek olarak, mikro kapsülleme ya da jel içinde hapsetme gibi uygulamaların varlığı ifade edilmiş.

FDM'lerin bulunduğu kaplar üzerindeki olası olumsuz etkilerin etkilerin, korozyon, kimyasal tepkimeye girme yada dışarı sızma şeklinde olacağı belirtilmiş. Ayrıca inorganic FDM'lerin korozif olduğu, organik FDM'lerin organik kapları esnettiği, bu nedenlerle depo malzemesi seçilirken bu özelliklerin düşünülmesi gerektiği vurgulanmıştır [31], [32].

FDM'nin içinde biriken ısı enerjisi kullanmak için ısı değiştiricisine gerek olduğu ifade edilmiştir. Isı değiştiricisinde FDM'den ısı enerjisi almak için bir taşıyıcı akışkana ihtiyacı oluğu, birçok FDM'nin ısı iletimi düşük olduğundan büyük ısı değiştirici yüzeyler gerektiği bildirilmiş. ısı depolama ve geri kazanım çevrimini hızlı yapabilmesi için, ısı depo sisteminde kullanılan ısı değiştiricinin, ısı iletkenliği yüksek, sıcaklık farkı çok küçük, ısı yayılımı yüksek olması gerektiği anlatılmıştır [33].

FDM olarak kullanılacak maddelerin yüksek ısı iletkenliğe sahip olması gerektiği açıklanmış [34]. Ancak FDM ısı iletkenlik değerlerinin, ısı değiştirici ile ısı transfer akışkanı arasında etkin ısı transfer yapabilecek kapasitede olmadıkları ifade edilmiş, bu nedenle FDM'lerin ısı iletkenliğinin artırılması gerektiği ortaya konulmuştur [35]. Isı iletkenliği arttırmak için çeşitli uygulamalar yapılmış. Bunlar; metal plakalar ekleme, FDM'yi bir metal yapı içine ekleme, FDM içine yüksek ısı iletkenlikte toz maddeler karıştırma, FDM'yi mikrokapsülleme, FDM–grafit karışımları hazırlama gibi v.b. yöntemler olduğu belirtilmiş [36], [37], [38]. Gizli ısı depolama sisteminde faz değişimi sırasında katı–sıvı arayüzeyin ısı transfer yüzeyinden uzaklaştığı, bu arayüzün kalınlığı arttıkça artan ısı dirençten dolayı yüzeydeki ısı akışının düştüğü anlatılmış. Donma sürecinde sadece iletim yoluyla ısı transferin olduğu ve taşınım ısı transferinin çoğunlukla gerçekleşmediği belirtilmiş. Ergime sürecinde ise ısının doğal taşınım yoluyla da taşınabildiği, bu nedenle ergime sırasındaki ısı transfer hızının, donma işlemindeki ısı transfer hızına göre daha yüksek olduğu belirtilmiş. Ancak, uygulamada FDM üzerinde gerçekleşen ısı transfer hızının değeri, sistemin etkin olması için yeterli koşul olmadığı ifade edilmiş [39].

Organik bileşiklerin ısı depolama işleminde kullanılmasının olumlu ve olumsuz yönlerinin olduğu bildirilmiş. Yoğunluğu düşük, hacim değişimi yüksek, yanıcı ve düşük ısı iletkenliği gibi olumsuz özelliklerin yanı sıra ergime yönündeki homojenliği, kararlı kristalleşme, aşırı soğumadan donabilme ve bilinen depo tiplerine uygun olma gibi üstünlükleri de belirtilmiş.

İnorganik FDM'ler grubunda bulunan tuz hidratları, ısı depolamaya uygun ergime sıcaklık aralığı, ergime gizli ısı ve düşük hacim değişimi nedeni ile tercih edildikleri anlatılmıştır.

FDM'lerin düşük ısı iletkenliği en önemli problemlerden biridir. Düşük ısı iletkenlik, ısı depolama ve geri kazanım çevrim zamanını arttırmakta, ısı depolama etkinliğini düşürdüğü [40], bu sorunu aşmak için ortama ısı iletkenliği arttıracak maddeler eklendiği belirtilmiştir. Isı iletkenliği arttırmakla ilgili birçok yöntem üzerinde çalışmalar yapıldığı, sonuçta ortama farklı formlarda grafit eklenmesi ile ısı iletkenliği artırma birçok araştırmacı tarafından önerildiği ifade edilmiştir [41].

Yapılan bir deneysel çalışmada, ticari satılan asetamid, stearik asit ve parafin kullanarak 1500 ergime ve donma çevrimi gerçekleştirilmiş ve çevrimler boyunca ergime aralığı ve ergime gizli ısını kontrol eden deney yaptıklarını anlatmış, sonuçta stearik asitin ergimesinin çok geniş bir aralıkta gerçekleştiğini, fakat farklı zamanlarda ergimenin iki bölgede olduğu belirtilmiştir. Parafin ve asetamid'in ergimenin kararlı bir aralıkta gerçekleştiği kaydedilmiştir [42]. FDM ve iletkenliği arttırmak amaçlı FDM-grafit karışımı kullanarak güneş enerji kaynaklı ısı depolama amaçlı bir deneysel çalışmanın verileri kullanılarak, TRNSYS programında sayısal olarak ısı depo'nun depolama etkinliği hesaplanmış, sonuçta deneysel verilerle sayısal verilerin uygunluk gösterdiği ifade edilmiş [43].

1.1.2 Isı depo sistemlerinde deneysel, analitik ve sayısal çözümler

Literatürde ısı depolama sistemleri ile ilgili çalışmalarda, FDM'nin erime ve katılaşma süreci, ısı depolamanın karakteristik özellikleri, ısı depoların tasarımına yönelik yaklaşımlar, analitik ve sayısal çözümler ile deneysel yöntemlere ait çalışmalar görülmektedir. Kaynaklarda, analitik ve sayısal çözümler için bir çok yöntemlerin kullanıldığı, farklı geometrideki kaplar ve FDM'ler ile ısı depolamaya yönelik deneylerin gerçekleştiği makaleler bu kısımda incelendi.

Faz değiştirme problemlerinin analitik çözümleri ile ilgili ilk çalışmalar 1831'de **Lame ve Claperyon ile Stefan** tarafından yapılmış. Fakat analitik çözümler, faz değişim modelin yapısı gereği, lineer olmayan (non-linear) ve homojen olmayan matematik model denklemler basit sınır ve başlangıç koşulları altında sonsuz veya yarı sonsuz geometriler için elde edilmiştir [44].

FDM içindeki eksenel ısı iletimini ihmal ederek integral metodu ile yarı analitik olarak çözülmüş. FDM’de taşınım ve iletimin birbiri ile ilişkili olduğu düşünülerek, boru uzunluğu boyunca, radyal yöndeki katı-sıvı ara yüzünün ilerleyiş davranışı incelenmiş, borunun giriş bölgesinde Nusselt sayısının büyük değerler almasına bağlı olarak bu bölgede arayüz’ün daha fazla ilerlediği belirlenmiş. Ayrıca, artan Peclet sayısı, arayüz’ün daha hızlı ilerlediğini gösterilmiş [45]. Erime problemi, çift cidarlı boru tipi ısı esanjöründe incelenmiş. FDM iki boru arasındaki boşluğa yerleştirilmiş, iç borudan akışkanın geçmesi ile iki boru cidar aralığındaki FDM’nin faz değişimi sağlanmıştır. FDM’nin yerleştirildiği aralığın yan duvarları ve dış duvarı yalıtılmıştır. Akışkan sıcaklığının hiçbir zaman tam gelişmiş rejime ulaşamayacağı düşüncesinden hareketle, faz değişiminde ısı iletim problemi ile iç borudaki zorlanmış taşınım problemi birbiri ile bağlantılı olarak çözülmüş [46].

Silindirik ve küresel kaplar içerisinde katılaşma problemi incelenmiş, ele alınan problemde eksenel yöndeki ısı iletimi ile duvarlarda ısı direnç ihmal edilmiştir. Elde edilen sonuçlar, toplam katılaşma zamanı biot sayısı ve Stefan sayısı boyutsuz sıcaklığın fonksiyonunu veren bir bağıntı geliştirmiş [47].

Aynı hacimde, biri silindirik diğeri dikdörtgen prizma şeklindeki iki depoya yerleştirilen FDM, ergime zamanı açısından karşılaştırılmış. Model, ergime sürecindeki doğal taşınım ile eksenel yöndeki ısı iletimi ihmal edilmiş ve entalpi metodu ile çözülmüş. Küçük boyutlu silindirik ve dikdörtgen prizma şeklindeki ısı depolarında, ergime süreleri arasındaki farkın ihmal edilecek kadar çok küçük olduğu, ancak boyutların büyümesi ile dikdörtgen depodaki FDM’nin çok daha hızlı eridiği sonucu ortaya çıkmıştır. Ayrıca, hava gibi küçük ısı taşınım katsayısına sahip ısı transfer akışkanları kullanıldığında, FDM’nin eksenel yönünde ısı iletimin ihmal edilebilir olduğu sonucuna varılmış [48].

İki borulu silindirik bir ısı depo sisteminde, iç borudan hava akımı geçtiği, iki boru cidar aralığına da FDM’nin yerleştirilmiş ve FDM’in ergime davranışı incelenmiştir. Bunun için, ergime sıcaklıklarının ortalaması 50°C olan üç farklı FDM kullanmış ve bunlardan ergime sıcaklığı 50°C olan FDM referans olarak seçilmiş. FDM karışımı içinde diğer her iki FDM kütleye eşit ve değişmeyen miktarda bulunmakta, referans FDM ise değişik karışım içine farklı ağırlıklarda eklenmiş. Bu karışımlar ısı depoya yerleştirilmiştir.

Isıl depolama sürecinde, referans FDM oranının az olduğu karışımda arayüz'ün daha çabuk ilerlediği görülmüş, bu durum, düşük sıcaklıkta ergiyen madde oranının karışım içinde artmasıyla açıklanmış. Yapılan deneylerde, ısı depo süresi, depolanan ısı enerjisi ve referans FDM kullanım miktarı arasında optimum bir oranın ortaya çıktığı belirtilmiştir [49].

Faz değişiminde bilinen iki Stefan problemi sayısal yöntemle ele alınmış, bu iki problem için yapılan çalışmalar sonunda elde edilen, ergime hızı, hareketli sistem ve faz bölgesine ait sonuçlar birbiri ile uyumu karşılaştırılmış. Katı/sıvı (ikili) karışımlarda ergime yönünde faz değişimin zor olduğu belirtilmiş, hareketli sistemlerde fazın ilerlemesi ve fazın konumları sayısal çözüm ile elde edilmiş. Bu karşılaştırmada; faz değişimlerinin sayısal çözümündeki zorlukların katılma veya ergime yönüne göre değişebildiği ifade edilmiş. Son olarak, sıvıdan katıya faz değişimin, katıdan sıvıya faz değişimini sınırlandırabildiği, hem sayısal hem de analitik olarak gösterilmiştir [50].

Faz değişimini ifade eden denklemler aşağıda gösterilmiştir [50].

Sıvı faz ısı iletim denklemi,

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_L \frac{\partial u}{\partial x} \right) x \in \Omega_L(t) \quad (1.1)$$

Katı faz ısı iletim denklemi,

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_S \frac{\partial u}{\partial x} \right) x \in \Omega_S(t) \quad (1.2)$$

Sabit ısı kaynağında (Neumann) sınır koşulları,

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = 0, \quad x \in \Omega(t) \quad (1.3)$$

$$u(x, 0) = u_L, \quad x \in \Omega_L(t) = [0, S_0] \quad (1.4)$$

$$u(x, 0) = u_L, \quad x = S_0 \quad (1.5)$$

$$(x, 0) = u_L, \quad x \in \Omega_S(t) = (S_0, L] \quad (1.6)$$

Tek boyutlu iki fazlı ergime modeli için yaklaşık bir analitik çözüm sunulmuş. Katılma sırasında hareketli arayüz'ün konumu araştırılmış, elde edilen sonuçlar grafikler ile ifade edilmiştir.

Katı fazdaki stefan sayısının artışı ile arayüzün hareketinde hızın arttığı, diğer yandan sıvı fazdaki stefan sayısının artışı ile arayüz hareketinde hızın yavaşladığı tespit edilmiş [51].

Faz değişimini ifade eden denklemler aşağıda gösterilmiştir [51].

Katı faz ısı iletim denklemi,

$$\frac{\partial T_1}{\partial t}(x, t) = \alpha_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2}(x, t), \quad 0 < x \leq S(t) \quad (1.7)$$

Sıvı faz ısı iletim denklemi,

$$\frac{\partial T_2}{\partial t}(x, t) = \alpha_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2}(x, t), \quad S(t) < x < l \quad (1.8)$$

Sınır değerleri,

$$T(x, t) = T_1(x, t) < T_f, \quad 0 < x \leq S(t) \quad (1.9)$$

$$T(x, t) = T_f, \quad x = S(t) \quad (1.10)$$

$$T(x, t) = T_2(x, t) > T_f, \quad x > S(t) \quad (1.11)$$

Başlangıç koşulları;

$$T_2(x, 0) = T_i \quad (1.12)$$

$$T_1(0, t) = T_0 \quad (1.13)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial t}(l, t) = 0 \quad (1.14)$$

$$S(0) = 0 \quad (1.15)$$

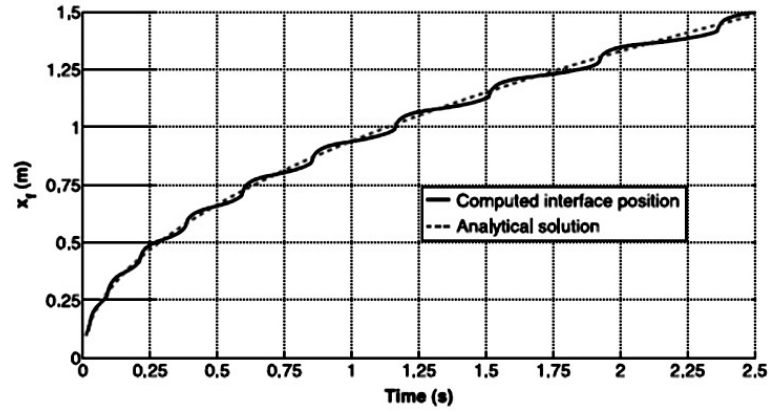
Arayüz enerji denklemi ve sınır koşulları,

$$k_1 \frac{\partial T_1}{\partial x}(S, t) - k_2 \frac{\partial T_2}{\partial x}(S, t) = \rho L \frac{dS}{dt} \quad (1.16)$$

$$T_1(S, t) = T_2(S, t) = T_f \quad (1.17)$$

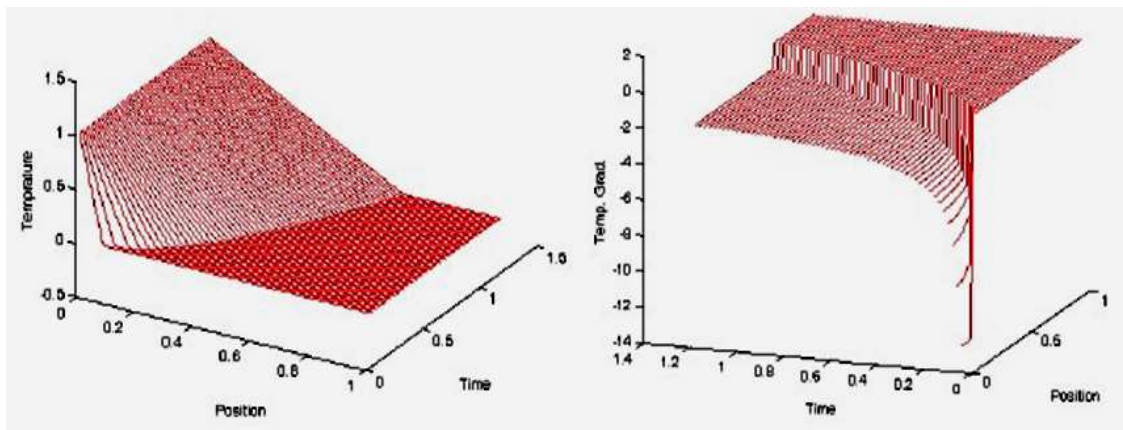
İzotermal bir faz değişiminde ısı aktarımını ifade eden bir matematik modelin simülasyonu için, ergimenin her aşamasında entalpi değerini hesaplayan sonlu eleman algoritması geliştirilmiş. Yapılan simülasyon sonucu, arayüz hareketin davranışını herhangi bir eğri uydurma tekniği kullanmadan açıklamıştır.

Sonuçta, izotermik faz değişimlerinde ısı aktarımını simüle etmek için kesin bir teknik önerilmiş, bu teknikle, arayüzdeki entalpi değeri sonlu eleman yaklaşımı ile hesaplanmıştır [52].



Şekil 1.6 Ergime yönünde faz değişimin zamana bağlı arayüz evreleri [52].

Hareketli sınır problemlerini çözmek için “mobil least squares” (hareketli en küçük kareler) yöntemi ele alınmış. Bu yeni sayısal yöntem Taylor açılımına dayandırılarak türetilmiş. Bu yaklaşımın, hareketli sınır modeline sahip bir boyutlu ergime (stefan) problemini hızlı ve doğru olarak çözebildiği ifade edilmiş. Deneylerden elde edilen sayısal sonuçlar ile bu yöntemin çözüm sonuçları karşılaştırıldığında “mobil least squares” yöntemin doğruluğu ve kararlılığı gösterilmiştir. Bu yöntemin bir çok hareketli sınır problemlerine kolayca uygulanabileceği de ifade edilmiştir [53].



Şekil 1.7 Zamana ve konuma bağlı sıcaklık dağılımı (sol)–sıcaklık grad. (sağ), [53].

Faz değiştiren maddelerin (FDM) ergime (şarj) ve katılaşma (deşarj) evrelerinde ısı aktarım mekanizmaları ele alınmış. İletim ve/veya taşınımla ısı aktarımına dayalı bir, iki ve üç boyutlu yaygın matematik çözümleri analiz edilmiştir.

Daha sonra, büyük ve küçük tüplerde kapsüllenlen FDM'ler için çeşitli sayısal modeller incelenmiş, faz değişimini temsil eden ısı iletim denklemlerin, kendi koşullarındaki, sayısal çözümlerinin birbirine yaklaşık değerlere sahip oldukları belirtilmiş [54].

Yarı düzlemde belirtilen FDM'nin ergime ve arayüz hareketi için bir adi diferansiyel denklem elde edilmiş, integral yöntemi, pertürbasyon yöntemi ve sayısal yöntemle elde edilen çözümler karşılaştırılmış, sonuçta, tek fazlı ergime (stefan) problemin çözümü için yeni bir analitik ifade elde edilmiştir. Bu analitik ifade ile sınır sıcaklığının zamana bağlı olduğu durumlarda, katı-sıvı arayüz hareketini izlemek için kullanılmıştır.

Sonuçlar, sonlu fark yöntemiyle elde edilen sonuçlarla iyi uyum sağlamış, fakat bu yaklaşımın, iki ve üç boyutlu geometrilerde uygulanması için her hangi bir kanıt elde edilememiştir [55].

Isı iletim denklemleri aşağıda gösterilmiştir [55].

Boyutsuz ısı iletim denklemi,

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} ; \quad 0 < \eta < \Delta(\tau); \quad \tau > 0 \quad (1.18)$$

Boyutsuz sınır koşulları,

$$\theta(0, \tau) = F(\tau); \quad \eta = 0 \quad (1.19)$$

$$(\Delta, \tau) = 0; \quad \eta \geq \Delta(\tau) \quad (1.20)$$

Boyutsuz başlangıç koşulları,

$$\Delta(0) = 0; \quad \tau = 0 \quad (1.21)$$

Boyutsuz Stefan eşitliği,

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right)_{\Delta} = - \frac{1}{Ste} \frac{d\Delta}{d\tau} \quad (1.22)$$

Farklı geometriler için zamana bağlı sınır koşullarına sahip ergime problemlerini çözmek için pertürbasyon yöntemi kullanılmış, elde edilen sonuçların diğer sayısal yöntemlerle elde edilen sonuçlarla iyi uyuşmakta olduğu ifade edilmiştir.

Sunulan sonuçlar sadece belirli α (ısı yayılım katsayısı) değerleri için iyi performans göstermiş. Literatürde bulunan, zamandan bağımsız sınır koşulları için elde edilen çözümlerin, test edilmesi için bazı bulgular elde edilmiştir.

Pertürbasyon serilerine daha fazla koşulun dahil edilmesi durumunda, yöntemin daha büyük α (ısı yayılım katsayısı) değerleri için iyi sonuç vermesi gerektiği belirtilmiş. Cebirsel ifadelerin daha karmaşık hale gelmesine rağmen, farklı sınır koşullarında da kullanılabileceği ve uygulanmaya değer olduğu ifade edilmiş [56].

Yarı düzlem için ısı iletim denklemleri aşağıda gösterilmiştir [56].

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < x < y(t), \quad t > 0 \quad (1.23)$$

$$T(x = 0, t) = f(t), \quad T(x = y(t), t) = 0 \quad (1.24)$$

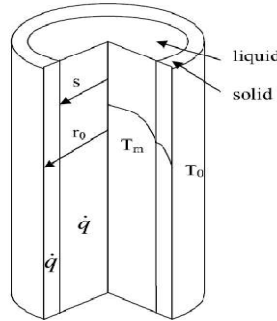
$$\frac{\partial y}{\partial t} = -\alpha \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=y(t)} \quad (1.25)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\alpha \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{x=y} \quad (1.26)$$

Silindir şeklinde bulunan FDM'nin ergimesi, silindir dahilindeki ısı üretimi ile sağlanmış, bu süreçte katıdan sıvıya doğru faz değişimine ait sonuçlar sunulmuş. Ergime modelinde, birden küçük ($St < 1$) stefan sayıları için yarı analitik ve sayısal çözümler elde edilmiş, elde edilen çözüm verileri karşılaştırıldığında sonuçların birbiri ile uyumlu olduğu görülmüştür [57].

Silindirik koordinatta, zamana bağlı, içinde enerji üretimi olan ısı iletim denklemi [57].

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\dot{q}}{\rho c_p} + \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (1.27)$$



Şekil 1.8 Silindirik FDM'nin merkezden dışa doğru ergime modeli [57].

Silindirik geometride zamana bağlı, tek boyutlu ve ısı üretimi olan genel ısı iletim denklemi, faz değişimini temsil etmek üzere, katı ve sıvı fazlar için özelleştirilerek ısı iletim denklemleri yazılabileceği bildirilmiştir. Bu denklemlerde yer alan ρ , c_p , k , $\dot{q}$ ifadelerin, sırasıyla, yoğunluk, özgül ısı, ısı iletim katsayısı ve ısı üretimi ifade ettiği belirtilmiştir. Silindirik geometriye sahip, tek boyutlu, zamana bağlı, ısı üretimi olan ısı iletim denklemi ile katı ve sıvı fazlar için ısı iletim denklemleri aşağıdaki gibi yazılmıştır [57].

r yarıçapında, t zamana bağlı, içinde $\dot{q}$ ısı üretimi olan ısı iletim denklemi.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.28)$$

Denklem (1.28) ile katı ve sıvı fazlar için ısı iletim denklemleri aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k_{katı} r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \dot{q} = \rho_{kat} c_{p,katı} \frac{\partial T_{katı}}{\partial t} \quad (1.29)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k_{sıvı} r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \dot{q} = \rho_{sıvı} c_{p,sıvı} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.30)$$

Katı–sıvı arayüzde ısı enerjisi denklemi,

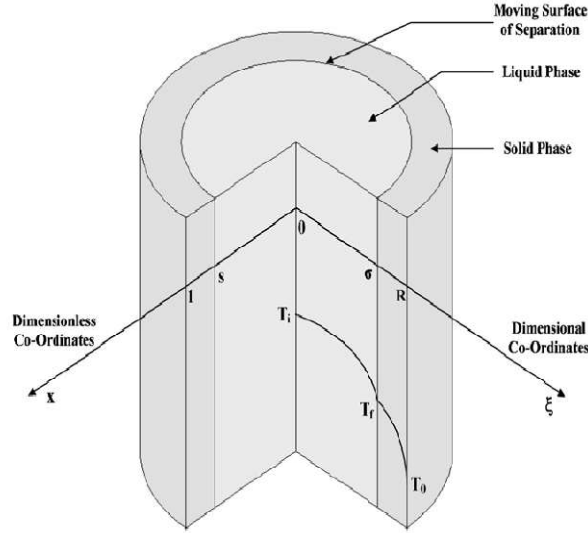
$$k_{sıvı} \frac{\partial T_{sıvı}}{\partial r} \Big|_{r=s} + \rho_{katı} \Delta h_f \frac{ds}{dt}_{kat} = k_{katı} \frac{\partial T_{katı}}{\partial r} \Big|_{r=s} \quad (1.31)$$

Tek fazlı stefan (ergime) modelinin çok sayıdaki uygulamalar için bir yaklaşım biçimi olduğu, bu yaklaşımla, fazlar arası arayüz konumun belirlendiği ve ergime ve katılaşma sürelerinin hesaplanabildiği sonucuna varılmıştır [57], [58].

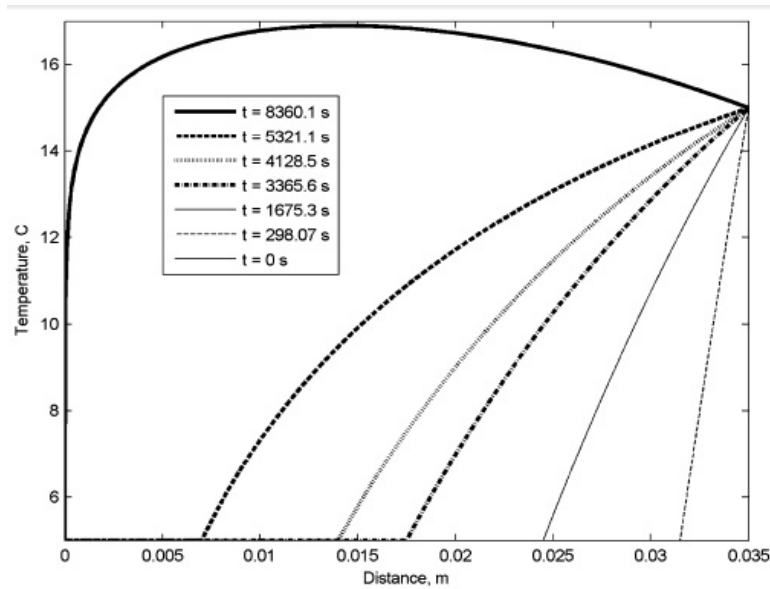
Stefan (ergime) modelinde, entalpi yöntemi ve sonlu farklar (ayırıklaştırma) yaklaşımı ile ayrı ayrı çözümler aranmıştır. Çözüm için kabul edilen koşullar, neumann tipi (sabit ısı kaynağı) sınır koşulu, hareketli sınır yapısı ve tek boyutlu ısı iletim denklemi ele alınarak sayısal çözümler elde edilmiştir. Sayısal çözümün beklenenden daha iyi yakınsama sağladığı gösterilmiştir [59].

Faz değiştiren maddeler silindirik kaplar içine kapsüllenmiş, katılaşma ve ergime işlem sonuçlarında analizler yapılmıştır. Zamana göre arayüz’ün konumlarını tespit etmek için analitik çözümler elde edilmiştir. geçici arayüz pozisyonları, faz değişim zamanı, katılaşma ve ergime için toplam beş farklı model kullanılmış. Isı üretimin varlığı, ergimeyi hızlandırırsa da silindirin toplam katılaşma süresini artırmıştır.

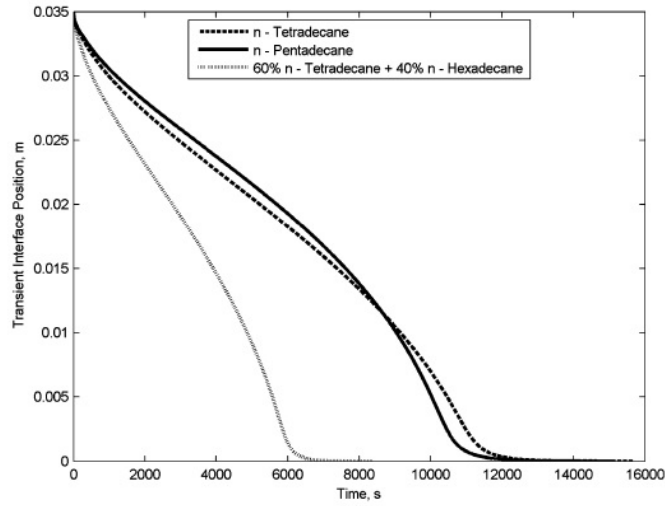
Toplam ergime süresi ısı iletkenlik katsayısına bağlı iken, toplam katılaşma süresinin stefan ve β ısı üretim sayısına bağlı olduğu ifade edilmiş. Model, ısı üretimini dikkate aldığından, yapılan analitik tahminlerde, ergimiş tuz reaktörlerinde nükleer yakıt katılaşması, mikrodalga ve vakum dondurucuda kurutma işlemleri gibi uygulamalar için sonuçlar elde edildiği belirtilmiştir [60].



Şekil 1.9 Silindirik FDM'nin ergime modeli [60].



Şekil 1.10 Silindirik FDM'nin yarıçap ekseninde sıcaklık profilleri [60].



Şekil 1.11 Fraklı FDM'lerin ergime sürecinde arayüz hareketleri [60].

Silindirik yapıdaki bir ısı enerji depo sisteminde, ergime sıcaklığı T_m , 34°C–36°C sıcaklık aralığında bulunan RT–35 ticari isimli FDM kullanılmış, ergime olayı sayısal ve deneysel olarak incelenmiştir. Isıl depo, 45°C sabit sıcaklıkta bulunan su haznesi içine dikey olarak yerleştirilmiştir. Silindirin alt ve üst kesit alanları ısı ve kütle geçişine karşı yalıtılmıştır. Bu deney düzeneğinde ergime'nin ısıl davranışını hem izlemek hem de veri sağlamak için “COMSOL multiphysics simulation” yazılımı kullanılmıştır.

Zamana bağlı sıcaklık değişimi ile ısı akısının, ısı transferi, katı–sıvı arayüz hareketi ve ergime oranını belirlediği ifade edilmiştir. Deneysel çalışmadan elde edilen ergime ve arayüz hareketine ait veriler sayısal sonuçlar ile karşılaştırılmış, her iki yöntemle ait sonuçların birbiri ile uyum sağladığı ifade edilmiştir [61].

Katı–sıvı faz değişim modeli için sonlu farklar yöntemi uygulanmış, bu yöntemle göre sabit kafes (grid) sistemi oluşturularak, ortaya çıkan düğüm noktaları üzerinde konumlar belirlenmiş. Zaman değişimleri bu konumlar üzerinde örtük (implicit) olarak tanımlanmıştır. Kurgulanan sonlu fark modeli tek boyutlu Stefan (ergime) problemi için uygulanmış ve kesin çözüm sağlayan bir yöntem olduğu sonucuna varılmıştır [62].

Elektronik cihazlarda ısı üretiminin kaynaklanan sıcaklık artışlarını kontrol altında tutabilmek amacıyla dört farklı FDM ile deneyler yapılmış.

Bu FDM'lerin ticari isimleri RT47, RT50, RT55, RT58 olarak tanımlanmış. Bu dört farklı FDM kullanılarak üç ayrı kompozit FDM yapılar oluşturulmuş. Bu kompozit yapılar sırasıyla, (RT50–RT55), (RT58–RT47), (RT47–RT58) olarak ifade edilmiş.

Farklı ısı kaynaklarında herbirinin ergime sıcaklıkları ile erime zamanları ölçülmüş. Yapılan çalışmalalar sonucunda; 2W gücündeki elektronik cihazın çalışmasında, (RT50–RT55) kompozit FDM'nin, tek başına RT50 ve RT55'e göre, sırasıyla 110 dakika ve 130 dakika ek süre ile ısı kararlılığı arttırdığı bildirilmiş, bununla birlikte soğutma sıcaklığını, sırasıyla 10.3°C ve 6.1°C sıcaklık değeri kadar azalttığı ifade edilmiş. (RT50–RT55) kompozit FDM, elektronik cihazın ısı değişimlerini düzenli biçimde dengelediği ve bu nedenle soğutma rejiminde kararlılık sağladığı bildirilmiş. Diğer yandan, işlem sonunda bu karışımın daha düşük sıcaklık rejiminde çalıştığı sonucuna varılmış.

(RT58–RT47) kompozit FDM, dizim sırası değiştirilerek oluşturulan (RT47–RT58) kompozit FDM'ye göre elektronik cihazdaki maksimum sıcaklığı azalttığı bildirilmiş. Diğer yandan kompozit FDM kalınlığının 30 mm'den 60 mm'ye yükseldikçe ısı düzenliliğinin iyileştiği ve soğutma periyodunu 50 dakika artırdığı ifade edilmiş [63].

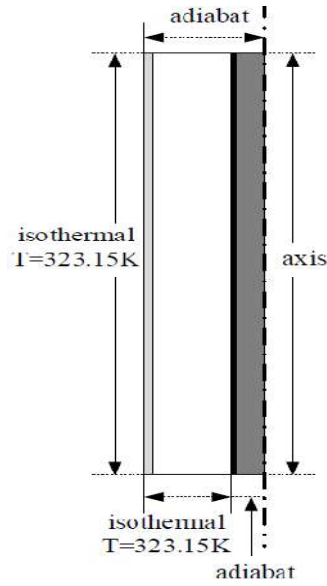
Katı–sıvı arasında gerçekleşen faz değişimlerin, doğada fiziksel olarak yaygın görüldüğü, iklimlerin oluşumunda belirleyici olduğu ifade edilmiş [64] [65]. Katı–sıvı faz değişimine ait olayların iki önemli özelliğe sahip olduğunu, birinci özelliğin katı ve sıvı fazları ayıran arayüz'ün zamanla geliştiği, arayüzde gerçekleşen ergime sırasında açığa çıkan gizli ısı, arayüzün katı tarafında yeni bir katı tabakanın ergimesini sağladığı belirtilmiştir. Bu ergime işlemini tekrarlayan mekanizmanın, faz değişimi sonlanıncaya kadar, sıvı–katı karışımında ergime sıcaklığının sabit kalmasına neden olduğu anlatılmıştır.

Arayüz'ün konumunu önceden belirlemenin ve arayüz'ün gelişimini ısı transferiyle eşleştirmenin zor olduğunu, katı–sıvı fazların farklı termodinamik özelliklerinin de sayısal simülasyonun zorluğunu arttırdığı belirtilmiş. Katı–sıvı faz değişimi sırasında arayüzün kinetik davranışını izlemek için, “Ginzburg Landau” teorisinin öngördüğü enerji korunum denklemlerinin önemli bir yöntem oluşturduğu ifade edilmiştir [66], [67].

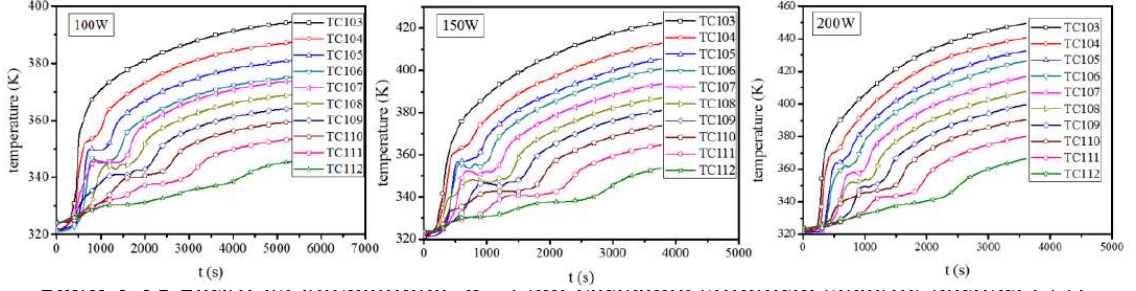
Faz dağılımı ve faz arayüzünde gelişen olayları örtük (implicit) olarak izlemek amacıyla faz değişim denklemlerinin kullanıldığı, sıcaklık ve faz değişimin ayrı ayrı hesaplandığı belirtilmiş. Isıl enerji denklemleri ile faz değişim denklemleri yapısal olarak karşılaştırılmış ve ısı enerji denklemlerinin daha anlaşılır olduğu ifade edilmiştir.

Bu nedenle katı-sıvı faz değişimin simülasyonunda yaygın olarak kullanıldığı belirtilmiştir. Enerji denklemlerini çözmek için sonlu farklar yaklaşımı gibi benzer sayısal yöntemlerin kullanılabildiği açıklanmıştır [68], [69], [70].

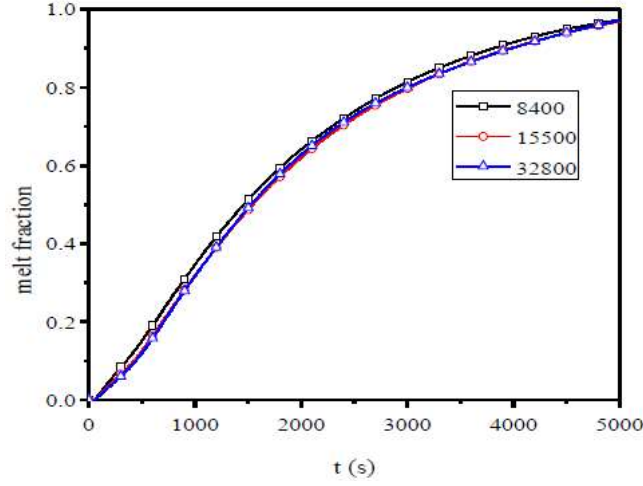
Merkezinde sabit ısı kaynağı bulunan silindirin dış çeperi sabit sıcaklıktaki bir su banyosu içindedir. Silindirin merkezi ile dış çeperi arasındaki hacimde FDM yerleştirilmiştir. Simülasyon için eksenel simetri üzerinden sınır koşulları belirlenmiş ve hesaplamalar yapılmıştır. Hesaplama sırasında, hem katı hem de sıvı fazların homojen ve izotropik olduğu, erime işleminin eksenel simetrik olduğu, ergimiş PCM'nin sıkıştırılmaz Newtonian akışkan olduğu, silindirin merkezinde sabit sıcaklığı sağlayan ısıtıcı akışkanın doğal taşınım ile laminar akışta olduğu kabul edilmiştir. Su deposuna yerleştirilen silindirin dış çeperi ile temas halindeki sınır sıcaklığın $T_o=323.15$ K'de sabit olduğu, silindirik çubuğun taban ve üst kesitin adyabatik koşulda bulunduğu, tüm FDM'de başlangıç sıcaklığının $T_{ini}=323.15$ K olduğu belirtilmiştir. Deneyde, farklı parafinler kullanılmış, sabit sıcaklıktaki ısı kaynağına yakın olan farklı özellikteki parafinlerde sıcaklık değişimlerin kararlı olması doğal taşınımın olduğu sonucuna varılmıştır [72].



Şekil 1.12 İzotermal sınır koşulları [72].

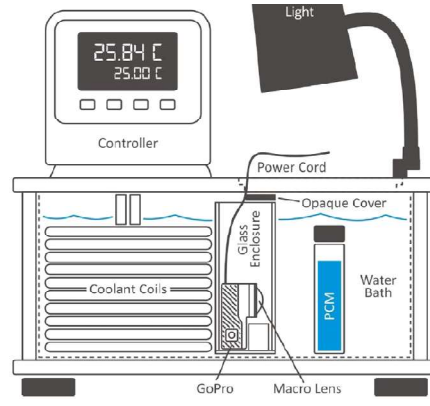


Şekil 1.13 Farklı ısı kaynağında, $R-Z$ cm yarıçapla silindirin sıcaklık eğrileri [72].

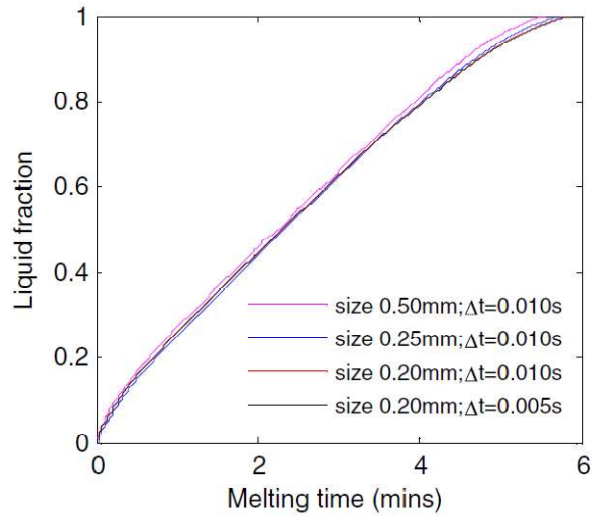


Şekil 1.14 Farklı düğüm sayılarında erime hızının davranışı [72].

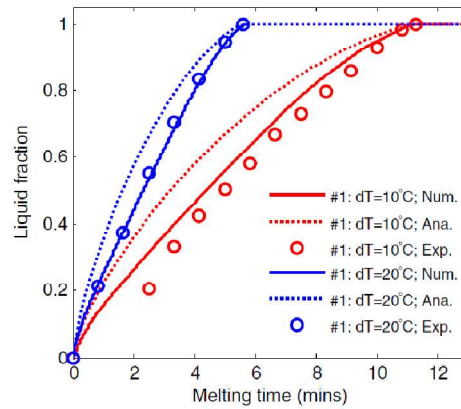
Calcium Chloride hexahydrate ($\text{CaCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$) bileşiği olan FDM, yüksekliği 9.5 cm, çapı 2.258 cm ve cidar kalınlığı 0.008 cm olan silindirik cam tüpün içine yerleştirilmiştir. Ergime deney düzeneği; ısı kontrolü sağlanabilen su banyosu, GoPro hareket kamerası, kontrol paneli, aydınlatma kaynağı ve FDM içeren bir cam tüpten oluştuğu tanımları yapılmış. Deney sırasında FDM ile dolu cam tüp, dikey askıda su banyosuna daldırılmış. GoPro hareket kamerası her 10 saniyede FDM'nin ergime evresinin fotoğraflarını kaydetmiştir. Deneylerde 10 g ve 20 g kütlelerinde iki FDM örneği kullanılmış, deneyden önce ise FDM sıcaklığı 24°C 'de sabit tutulan su banyosunda sıcaklığı 24°C 'de stabil olana kadar bekletilmiş ve deneyin başlangıç sıcaklığı olarak kabul edilmiştir. Silindirin taban ve yan duvarının sabit sıcaklıkta olduğu, tavanının kapalı ve adyabatik olduğu, ergime sıcaklığının 301K–303K aralığında bulunduğu ifade edilmiştir [73].



Şekil 1.15 Deney Düzenegi [73].



Şekil 1.16 Zamana bağılı ergime oranı eğrisi [73].



Şekil 1.17 Deneysel, sayısal ve analitik çözümlerin karşılaştırılması [73].

Deneyisel olarak tasarlanan ergime modelinden elde edilen deney sonuçları ile analitik yaklaşımla geliştirilen denklemlerden elde edilen çözüm verileri grafik olarak ifade edilmiştir. Bu erime modelin sayısal çözüm (ANSYS/Fluent) verileri ise literatürden elde edilmiştir. Deneyisel, analitik ve sayısal çözümlere ait sonuçlar Şekil 1.17'deki grafikte gösterilmiştir. Diğer açıklama ise, katı-sıvı karışım halindeki arayüz bölgesinde, tamamen ergimeyen katılar doğal konveksiyon ile dibe çöktüğü, bu durumda arayüz bölgesinde sıvıyla temas halindeki katının ergime eğilimine girdiği ve ısı transferini artırdığı ifade edilmiştir [73].

1.2 Tezin amacı

Isıl enerji depolama sistemlerinde faz değişim süreçlerini inceleyen, literatürdeki deneyisel ve sayısal çalışmalar incelendiğinde, her iki yöntemin birbirilerine göre üstünlükleri ve zayıf yönlerinin olabildiği anlaşılmaktadır. Isıl depo amaçlı yapılan deneyisel çalışmalardan elde edilen sonuçlar, genellikle, ısı depolama kapasitesi, ergime zamanı ve ergimenin davranış karakteri gibi deneyisel amaçlı kurulan sisteme özgü değerlerin incelendiği görüldü [60], [61], [63], [72], [73].

Bir ısı deponun fiziksel modelini tanımlayan analitik denklemlerin, sayısal yöntemle çözüldüğü, sonlu farklar, sonlu hacimler ve sonlu elemanlar gibi sayısal çözüm yöntemlerinin, ısı depolama hesaplarında yaygın olarak kullanıldığı anlaşıldı. Bu sayısal yöntemlerden elde edilen sonuçlar, ergime sürecinde gerçekleşen, katı-sıvı arayüz hareketi ve ısı depo enerji değişimleri gibi ergimenin kinetiğine ait değerlerin elde edildiği görüldü [45], [46], [50], [51], [52], [53], [55], [59]. Yapılması planlanan bu çalışmada, Katı bir FDM'nin ergime sürecindeki evreleri tanımlayan ısı iletim denklemlerin geliştirilmesi ve sonlu farklar yöntemi ile sayısal olarak çözümün sağlanması amaçlandı.

Sayısal çözüm için Matlab programının kullanılması öngörüldü. Elde edilmesi beklenen çözüm kümesinde, katı-sıvı arayüz hareketi, ısı depolama kapasitesi, katı-sıvı fazlarda sıcaklık dağılımları ve arayüzde sıcaklık değişimleri gibi olguların ortaya çıkarılması hedeflendi.

Literatürden sağlanan bir ısı depolama deneyinde kullanılan FDM'nin termofiziksel özelliklerine ait değerlerin sayısal modelde kullanılmasıyla elde edilecek

bulguların, deneysel yöntemden elde edilen bulgularla karşılaştırılması yapılarak bir sonuca varılacak. Bu çalışmada gerçekleştirilecek sayısal modelin deneysel modele hangi oranda yaklaştığı, sayısal değerlerle ifade edilen yargılar halinde belirtilecek.

1.3 Hipotez

Literatürden sağlanan bilgilere göre, ısı depo sistemlerin tasarımında incelenmesi gereken en önemli olgu, FDM'nin ergime sürecindeki evrelerin ısı ve kinetik davranışlarını ortaya çıkarmaktır. Bir ergime modelin deneysel incelenmesi sonucunda, ısı ve kinetik davranışlara ait bulgular elde edildiği gibi, sayısal yöntemle de ergime modelin çözümü sağlanır. Deneysel çalışmalarda, genellikle, deney sistemine özgü sonuçlar elde edilmektedir. Bir ısı enerji depolama deney sistemin üzerinde amaçlanandan farklı bir deney yapmak için, sistemi oluşturan FDM'nin cinsi, geometrisi ve ısı koşullarını değiştirmek çoğu zaman mümkün olmadığı gibi ek maliyetler gerektirmektedir.

Diğer yandan, Isı depo deneylerinde ergime evreleri ile ısı davranışlar arasındaki ilişkilerin belirlenmesi bazı zorluklar içerebilmektedir. Buna karşın sayısal yöntemler, iyi kurgulanmış fiziksel ve matematik modellerle bazı avantajlar sağlamaktadır. Depo geometrisi, ısı depo kapasitesi ve kullanılan FDM'nin cinsi gibi değişkenlerin belirlediği ısı depo sistemi sayısal yöntemle incelendiğinde, ısı deponun tasarımında, ilgili deneysel çalışmalarında ve imalat sürecinde yüksek oranda destek sağladığı gibi olabilecek hataları da en az düzeye indireceği düşünülmektedir.

1.4 Tezin içeriği

Bir FDM'nin ergime sürecine ait evrelerin ısı iletimi yönünden modellenmesi, sayısal çözümün gerçekleştirilmesi ve elde edilecek verilerin incelenmesi amaçlanan bu çalışma, sırasıyla şu aşamalarla gerçekleşeceği düşünüldü. **i).** Isı enerji depolama ve ergime süreçlerine ait literatürden sağlanan makalelerin incelenmesi, tezin amacı, hipotez ve tezin içeriği, **ii).** enerji üretimi içeren ısı iletim denkleminin silindirik ısı enerji depo modeli için analizi, **iii).** faz değişim sürecindeki evreler ve ısı iletim denklemleri arasındaki ilişkiler, **iv).** faz değişim modelin tanımlanması ve fazlarda ve arayüzde ısı iletim denklemlerin yazılması, **v).** Isı iletim denklemlerin sonlu farklar sayısal yöntemine göre ayrıklaştırılması,

vi). bu çalışma kapsamındaki ergime modeline benzer bir deneysel çalışmanın literatürden elde edilmesi ve incelenmesi, **vii).** deneysel çalışmada kullanılan FDM'nin termofiziksel özelliklerinin sayısal denklemlerde tanımlanması, **viii).** MATLAB\R2017a2 programı ile sayısal denklemlerin çözülmesi. **ix).** Sayısal ve deneysel sonuçların karşılaştırılması ve değerlendirilmesi, **x).** Sonuç ve önerilerin yazılması, planlandı.

SİLİNDİRİK ISIL DEPO SİSTEMİNDE ISI İLETİMİ

2.1 Silindirik ısı iletim denklemi

Isı iletim problemlerinde sıcaklık ve ısı akısı (heat flux) önemli iki ölçektir. Katının içinde herhangi bir noktadaki sıcaklığın değeri o noktada tanımlı skaler bir büyüklüktür. Isı akısı o noktanın değeri ve yönü olarak tanımlanır.

$$q(r, t) \quad (2.1)$$

Katı fazın içinde sıcaklık dağılımı her noktada eşdeğer (uniform) değildir. Değerlendirmelere göre katının içindeki ısı akısı sıcaklığın artışı yönündedir. Isı akısının büyüklüğü (magnitute) ve yön (direction) sıcaklık dağılımına bağlıdır. r özel pozisyonunda sıcaklık değişimi ve yönü, sıcaklık artışının hızını temsil eden büyüklük sıcaklık gradyeni $\nabla T(r, t)$ olarak tanımlanır.

$$q(r, t) = -k\nabla T(r, t) \quad (2.2)$$

Denklem (2.2)'de negatif işaret, herhangi bir $q(r, t)$ noktasından itibaren ısı akısını pozitif yapmak için bulunmaktadır. k , maddenin ısıl iletkenlik katsayısı olarak tanımlanır. Denklem (2.2)'de ifade edilen ısı akısı ile sıcaklık değişimi arasındaki ilişki, J.B.J. Fourirer (1768-1830) tarafından ısı iletimin temel yasası olarak tanımlanmıştır [44].

2.2 Silindirin V birim hacminde ısıl enerji denklemi

$$\left[\begin{array}{c} V \text{ hacminde} \\ \text{depolanan ısıl enerji} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} V \text{ hacmin sınır yüzeyinden} \\ \text{giren ısıl enerji} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} V \text{ hacmi içinde} \\ \text{üretilen ısıl enerji} \end{array} \right] \quad (2.3)$$

Burada, yoğunluk (ρ) ve özgül ısı (c_p) değerlerinin sabit olduğu kabul edilmektedir.

V hacminde özgül ısı ile depolanan ısıl enerji;

$$\left[\begin{array}{c} V \text{ hacminde} \\ \text{depolanan ısıl enerji} \end{array} \right] = \int \rho c_p \frac{\partial T(r, t)}{\partial t} dV \quad (2.4)$$

V hacmin yüzey sınırından giren ısı enerjisi;

$$\left[\begin{array}{c} V \text{ hacmin sınır yüzeyinden} \\ \text{giren ısı enerjisi} \end{array} = - \int q \cdot dA \right] \quad (2.5)$$

Eksi (-) işareti, ısı enerjisinin hacim elemanı V'nin tüm sınırlarından içeriye doğru giriş yaptığını belirtmek için kullanılır.

İçinde ısı üretimi olan, sabit özellikli (izotropik), türdeş (homojen), hareketsiz (stabil), katı için ısı iletim diferansiyel denklemin ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir. Isı üretimi, konum ve zamanın bir fonksiyonu olabilecek nitelikte nükleer, elektrik, kimyasal, gizli ısı veya kızılötesi enerji gibi kaynaklardan oluşmaktadır. W/m^3 birimi ile tanımlanır ve $g(r, t)$ simgesi ile gösterilir.

V hacimde ısı enerjisi üretimi;

$$\left[\begin{array}{c} V \text{ hacimde} \\ \text{üretilen ısı enerjisi} \end{array} = \int g(r, t) dV \right] \quad (2.6)$$

Gerekli düzenleme yapıldığında aşağıdaki 2.17 eşitliği elde edilir.

$$\rho c_p \frac{\partial T(r, t)}{\partial t} = \nabla [k \nabla T(r, t)] + g(r, t) \quad (2.7)$$

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(r, t)}{\partial t} = \left[\frac{\partial^2 T(r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} \right] + \frac{1}{k} g(r, t) \quad (2.8)$$

Denklem 2.8'de yer alan termofiziksel özelliklerin (ρ , c_p , k , α) sabit (izotropik), türdeş (homojen) ve içinde ısı üretimi olan, hareketsiz (stabil) bir katının, "ısı iletim denklemi" olarak tanımlandı. Denklemin matematik modeli, silindirik koordinatlarda r bir boyutlu, t zamana bağlı, homojen olmayan, eliptik özelliklere sahip kısmi türevli diferansiyel denklem olarak belirlendi [74] [75]. Denklem 2.8'de yer alan termofiziksel özelliklerin birimleri sırasıyla, $\rho \left(\frac{kg}{m^3} \right)$, $c_p \left(\frac{J}{kgK} \right)$, $k \left(\frac{W}{mK} \right)$, $\alpha \left(\frac{m^2}{s} \right)$, $T(K)$ ve enerji üretim parametresi $g(r, t)$ 'nin biriminin $\frac{W}{m^3}$ olduğu belirtildi.

2.3 Katılarda ısı iletim denklemi

Denklem (2.7) farklı koşullar için aşağıda gösterildiği gibi ifade edilebilir. Bu koşullar fizik modelin tanımına, başlangıç ve sınır koşullarındaki kabullere göre değişmektedir.

2.3.1 İçinde ısı üretimi olan kararsız hal, $\frac{\partial}{\partial t} \neq 0$

$$\rho C_p \frac{\partial T(r, t)}{\partial t} = \nabla[k \nabla T(r, t)] + \dot{g}(r, t) \quad (2.9)$$

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(r, t)}{\partial t} = \nabla^2 T(r, t) + \frac{\dot{g}(r, t)}{k} \quad (2.10)$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} \quad (2.11)$$

Katı maddenin üç termofiziksel özelliği ρ, k, C_p , arasında oluşan bağıntı, α sembolü ve $\frac{m^2}{s}$ birimi ile ifade edilir, denklem (2.11) de belirtilen bu ifade “*ısı yayılım katsayısı*” olarak tanımlanır.

2.3.2 İçinde ısı üretimi olmayan kararsız hal $\frac{\partial}{\partial t} \neq 0$

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(r, t)}{\partial t} = \nabla^2 T(r, t) \quad (2.12)$$

Denklem (2.12) “*Fourier*” ısı iletim denklemi veya “*difüzyon*” denklemi olarak tanımlanır.

2.3.3 İçinde ısı üretimi olan kararlı hal $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

$$\nabla^2 T(r) + \frac{\dot{g}(r)}{k} = 0 \quad (2.13)$$

Denklem (2.13) “*Poisson*” denklemi olarak tanımlanır.

2.3.4 İçinde ısı üretimi olmayan, kararlı hal $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

$$\nabla^2 T(r) = 0 \quad (2.14)$$

Eşitlik (2.14) “*Laplace*” denklemi olarak tanımlanır [44].

2.4 Isı iletiminde sınır koşulları

Zamana bağlı ısı iletim denklemlerin çözümünde başlangıç ve sınır koşulları belirlenmez ise denklemin çözüm kümesi çok geniş ve ilgisiz değerlere sahip olacaktır. Isı iletimine konu olan bölgenin sınır yüzeyindeki koşullar doğrusal yada doğrusal olmayabilir. Doğrusal olmayan sınır koşulları bu tezin çalışma konusu değildir. Doğrusal sınır koşulları üç gruba ayrılır.

2.4.1 Birinci tür sınır koşulu

Sıcaklık, genel olarak, hem zaman hem de konumun bir fonksiyonudur. $T(r, t)$ 'nin sabit sıcaklıkta bir yüzey olduğu kabulü yapıldığında, bu durum aşağıdaki denklem 2.15 de yazıldığı gibi olur.

s_i , sınır yüzeyinde,

$$T = f_i(r_s, t) \quad (2.15)$$

Sınır yüzeyindeki sıcaklık $f_i(r_s, t)$ özel durumlarda, denklem (2.16)'da yazıldığı gibi $f_i(r_s)$ sadece konumun fonksiyonu, denklem (2.17)'de yazıldığı gibi sadece zamanın $f_i(t)$ fonksiyonu olabildiği gibi, denklem (2.18)'de gösterilen sabit bir değeri de alabilir.

$$T = f_i(r_s) \quad (2.16)$$

$$T = f_i(t) \quad (2.17)$$

$$T = a \quad (2.18)$$

s_i , sınır yüzeyinde sıcaklık sabit ise,

$$\Delta T = 0 \quad (2.19)$$

Bu durum **“birinci tür homojen sınır koşulu”** olarak tanımlanır. Sıfır sıcaklığındaki bir sınır yüzeyi *birinci tür homojen sınır koşulunu* sağlamaktadır. Sabit bir sıcaklıkta tutulan sınır yüzeyinde, sıcaklık T_0 ' dan büyük ölçülse de bu durum yine *birinci tür homojen sınır koşulunu* ifade etmektedir [75].

2.4.2 İkinci tür sınır koşulu

Sınır yüzeyinde sıcaklığın normale göre türevi, hem zaman hem de konumun bir fonksiyonu olabilir. Ortogonal bir koordinat sistemindeki bir sınır yüzeyi için denklem (2.20)'de yazılan kısmi türev tanımı yazılır.

s_i , sınır yüzeyinde,

$$\frac{\partial T}{\partial n_i} = f_i(r, t) \quad (2.20)$$

s_i sınır yüzeyinde normalin türevi $\frac{\partial}{\partial n_i}$ olarak ifade edilir. Sınır yüzeyinde sıcaklığın normale olan türevi $(\frac{\partial T}{\partial n_i})$, $f_i(r)$ herhangi bir konumun veya $f_i(t)$ herhangi bir zamanın fonksiyonu olabildiği gibi, $\frac{\partial T}{\partial n_i} = a$ sabit bir değer de alabilir.

Sınır yüzeyinde sıcaklığın normale göre türevi ($\frac{\partial T}{\partial n_i}$) sıfır ise, sınır yüzeyin hiçbir yerinde sıcaklığın değişmediği denklem (2.21)'de gösterilir.

s_i , sınır yüzeyinde,

$$\frac{\partial T}{\partial n_i} = 0 \quad (2.21)$$

Sınır yüzeyinde sıcaklığın normale olan türevin ($\frac{\partial T}{\partial n_i}$), yukarıda açıklanan, dört farklı koşulunu kapsayan durumu “*ikinci tür homojen sınır koşulu*” olarak tanımlanır [75].

2.4.3 Üçüncü tür sınır koşulu

Sıcaklığın çizgisel değişimi üzerinden normal türevi yazılarak, ortogonal bir koordinat sistemin bir sınır yüzeyinde sınır koşulu aşağıdaki gibi yazılır.

s_i sınır yüzeyinde,

$$k \frac{\partial T}{\partial n_i} + h_i T = f_i(r, t) \quad (2.22)$$

Denklem (2.22), “*newton’un soğuma yasası*”na göre bir sınır yüzeyinden çevreye doğru taşınım ile ısı aktarımını ifade eder.

$$-k \frac{\partial T}{\partial n_i} = h_i (T - T_a) \quad (2.23)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial n_i} + h_i T = h_i T_a = f_i(r, t) \quad (2.24)$$

Yüzeyde, sıcaklığın türevinin sıfır olduğu özel durumda aşağıdaki denklem elde edilir;

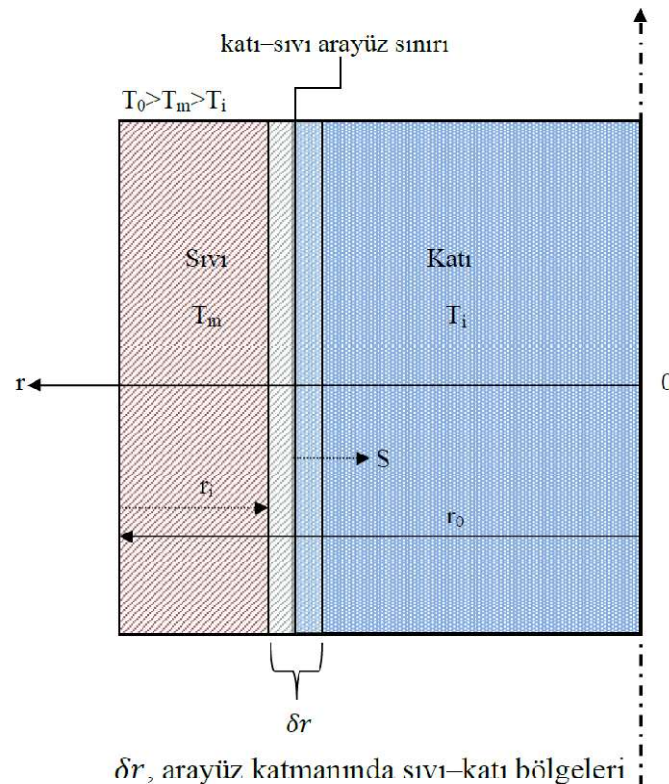
$$-k \frac{\partial T}{\partial n_i} + h_i T = 0 \quad (2.25)$$

Denklem (2.25), “*üçüncü tür homojen sınır koşulu*” olarak tanımlanır. Sınır yüzeyden “*sıfır*” sıcaklıktaki çevreye ısı taşınım olayını tanımlar [75].

FAZ DEĞİŞİMİNDE ISI İLETİM BÖLGELERİ

3.1 Ergime yönünde faz değişimi ve ısı iletimi

Dış çeper yüzeyine dik olarak sabit sıcaklıktaki bir ısı kaynağından, iletim ve doğal taşınım ile ısı aktarılan, silindirik bir katının ergimesi incelenmektedir. Silindirin r eksen doğrultusunda ve merkezine doğru ısı aktarımı sürekli rejimde gerçekleşmektedir. Zamana bağlı katının sıcaklığındaki artış, dış çeperden merkeze doğru azalarak ilerlemektedir, bu nedenle ilk ergime dış çeperde gerçekleşmektedir. İlk olarak dış çidar T_m ergime noktasına ulaştığında δr kalınlığında bir tabaka merkeze doğru ergimektedir. Sıvılaşmanın başlamasından sonra, silindirin merkezi yönünde hareket eden katı-sıvı bir arayüzey oluşmaktadır. Şekil 3.1’de ergime başladıktan sonra herhangi bir zamandaki katı-sıvı arayüzün konumunu göstermektedir.



Şekil 3.1 Herhangi bir zamanda faz değişimin şematik gösterimi

3.1.1 Katı bölgesinde ısı iletim denklemi

Başlangıç sıcaklığı T_i olan katı silindirin dış cidarı T_0 çevre sıcaklığı ile temas halinde iken, t zamana bağlı, r çap ekseninde ve g içinde ısı enerji depolama yapan, $\alpha_{katı}$ ısı yayılım katsayısı ve $k_{katı}$ ısı iletim katsayılarının sabit olduğu ısı iletim denklemi aşağıda denklem 3.1’de ifade edilmektedir.

$$\frac{1}{\alpha_{katı}} \frac{\partial T_{katı}}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_{katı}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{katı}}{\partial r} + \frac{\dot{g}(r, t)}{k_{katı}} \quad (3.1)$$

3.1.2. Sıvı bölgesinde ısı iletim denklemi

$t > 0$ ve $(T_0 > T_m)$ koşulunda erime başladığında T_m sıcaklığına ulaşan ilk sıvı tabakasından katı faz yönüne doğru ısı aktarımını sağlayan ısı iletim denklemi eşitlik 3.2’de ifade edilmektedir. Burada, $\alpha_{sıvı}$ ısı yayılım ve $k_{sıvı}$ ısı iletim katsayıları sabit olup, katı faz ile sürekli temas halinde bulunan sıvı faz sıcaklığı T_m sıcaklığındadır.

Burada T_0 çevre sıcaklığından T_m erime sıcaklığındaki sıvıya aktarılan ısı enerjisinden oluşan ısı enerji, $(T_{i(n)} < T_m) T_{i(n)}$ sıcaklığındaki katı yüzeyine aktarılmaktadır. İlerleyen zamanda katının ergimesi sonlanıncaya $(T_{i(n)} \leq T_m)$ kadar $(T_0 > T_m > T_{i(n)})$ ısı eşitsizlik koşulu devam etmektedir.

$$\frac{1}{\alpha_{sıvı}} \frac{\partial T_{sıvı}}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_{sıvı}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{sıvı}}{\partial r} + \frac{\dot{g}(r, t)}{k_{sıvı}} \quad (3.2)$$

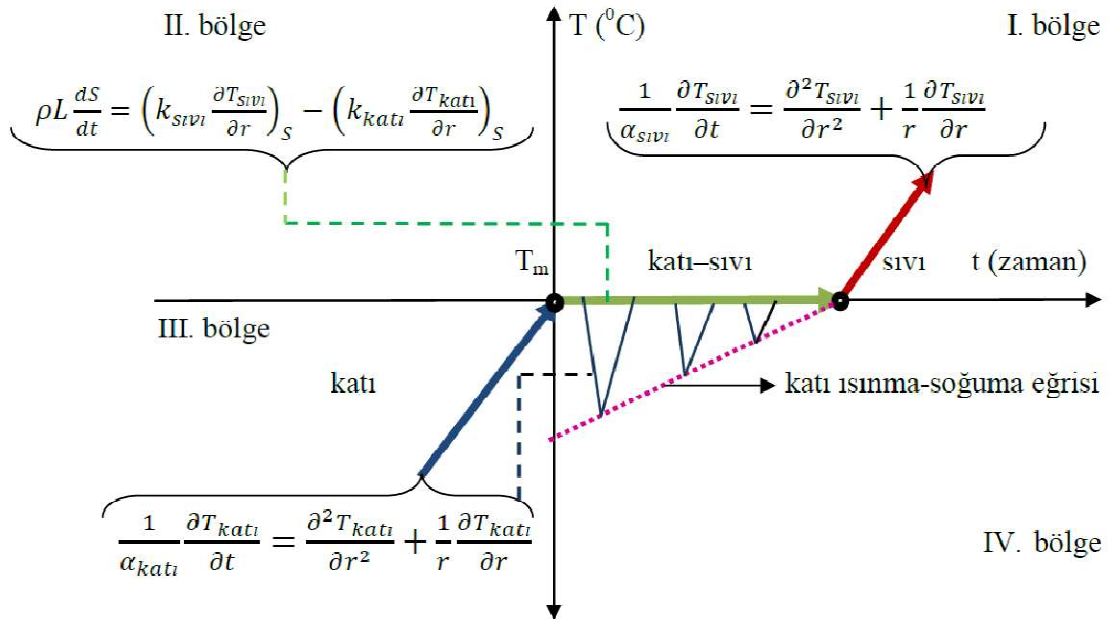
3.1.3. Arayüzde faz değişim enerji denklemi

$t > 0$ ve $(T_0 > T_m)$ koşulunda, T_m sıcaklığındaki sıvı T_0 çevre sıcaklığı ile temas halinde iken, t zamanı δt kadar arttığında T_m sıcaklığı da δT kadar artmaktadır. Bu anlık $(t + \delta t)$ zamandaküçük sıcaklık farklarından oluşan $(T_m + \delta T)$ ısı enerjisi, katı faz sıcaklığını $(T_{i(n)})$ arttırmaktadır. Bu sıcaklık artışının r çap’a göre türevi $[(T_m + \delta T) - (T_{i(n)}) / \delta r]$, S katı-sıvı arayüz hareketini sağlamaktadır. Şekil 3.3 de ifade edilen denklem, arayüzde ısı enerji aktarımını tanımlamakla birlikte (t) zamanında S arayüzün değişiminide ifade etmektedir. (δr) sonsuz küçük artışlarla ilerleyen ergime işlemi sonrasında her yeni r_i katı yüzeyinde S_i yukarıda anlatılan süreç tekrarlanmaktadır. Her katı katmanın ergime sonrasında sıcaklığı zamana bağlı olarak artmaktadır. Bu tekrar işlemi katının ergimesi sonlanıncaya kadar devam etmektedir.

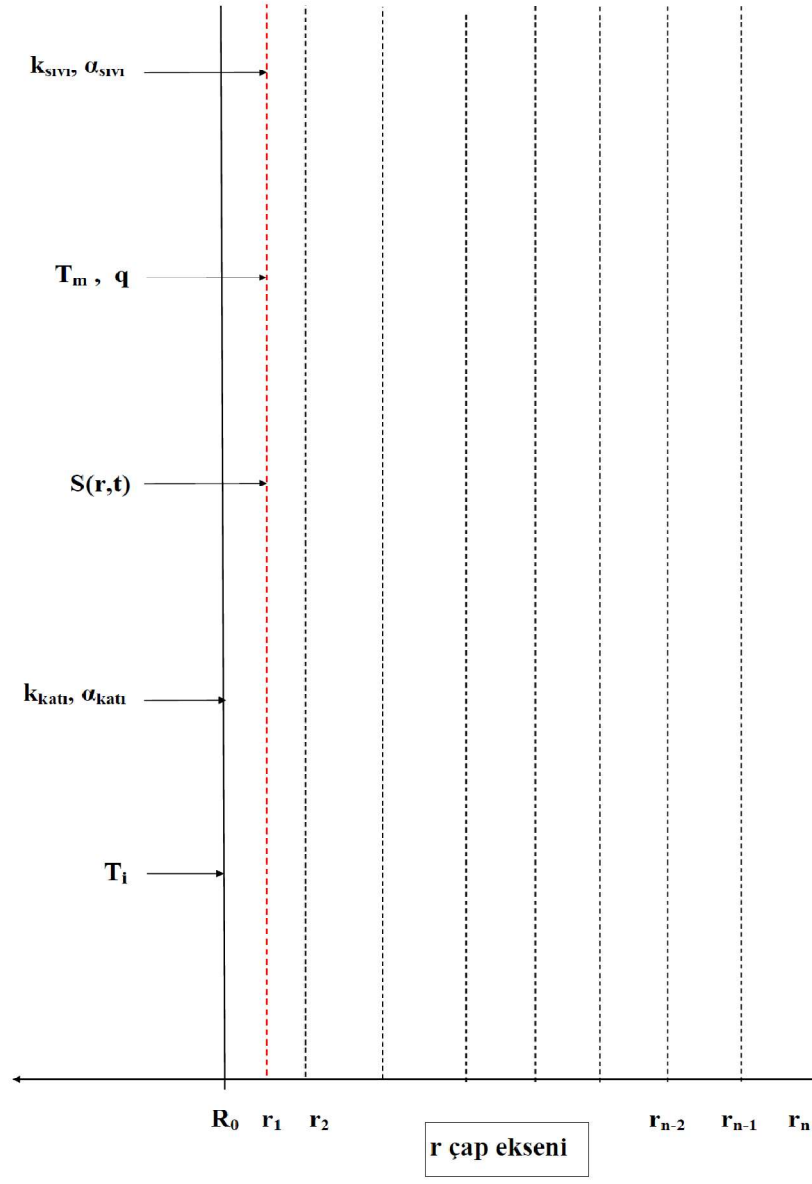
$$\rho L \frac{dS}{dt} = \left[\left(k_{sıvı} \frac{\partial T_{sıvı}}{\partial r} \right)_S - \left(k_{katı} \frac{\partial T_{katı}}{\partial r} \right)_S \right] \quad (3.3)$$

3.2 Faz diyagramının bölgelerinde ısı davranışlar

Katı fazdaki FDM bir harici bir ısı kaynağın etkisi altındadır. Şekil 3.2’ de gösterilen sıcaklık–zaman grafiğinde belirtilen III. bölgede katı fazın sıcaklığı zamana göre artmaktadır. Katı FDM bir t_m zamanında T_m ergime sıcaklığına ulaştığında faz değişim süreci I. bölgede başlamaktadır. 3.3 eşitliğinde ifade edilen ısı enerji denkleminde, S arayüzün sıvı tarafında sıcaklığın küçük ($T_m + \delta T$) bir artışı sağlandığında, arayüzün katı tarafına iletimle ısı aktarımı olmaktadır. δT sıcaklık farkının sağladığı ısı enerji, katının belirli bir δr katmanının ergimesini sağlamakta ve bu katmanının ergimesinden sonrasını sıcaklığı tekrardan T_m sıcaklığına kadar azalmaktadır. Katının ergimesi sonlanana kadar devam eden her bir tekrar sonunda katı yüzey sıcaklığında bir artış olmaktadır ($T_{i(n-1)} < T_{i(n)}$). IV. bölge içinde tekrarlayan adımlarla, $[(T_m + \delta T) - (T_{i(n)})]$, periyodik değişen bir evre oluşmaktadır. Her yeni evrede katı fazın sıcaklığı artmaktadır. Böylelikle bu periyodik evre I. bölgede katının ergimesi duruncaya kadar devam etmektedir. Şekil 3.3’de Sıcaklık (T) zaman (t) grafiğinde ısı iletim bölgeleri gösterilmektedir.

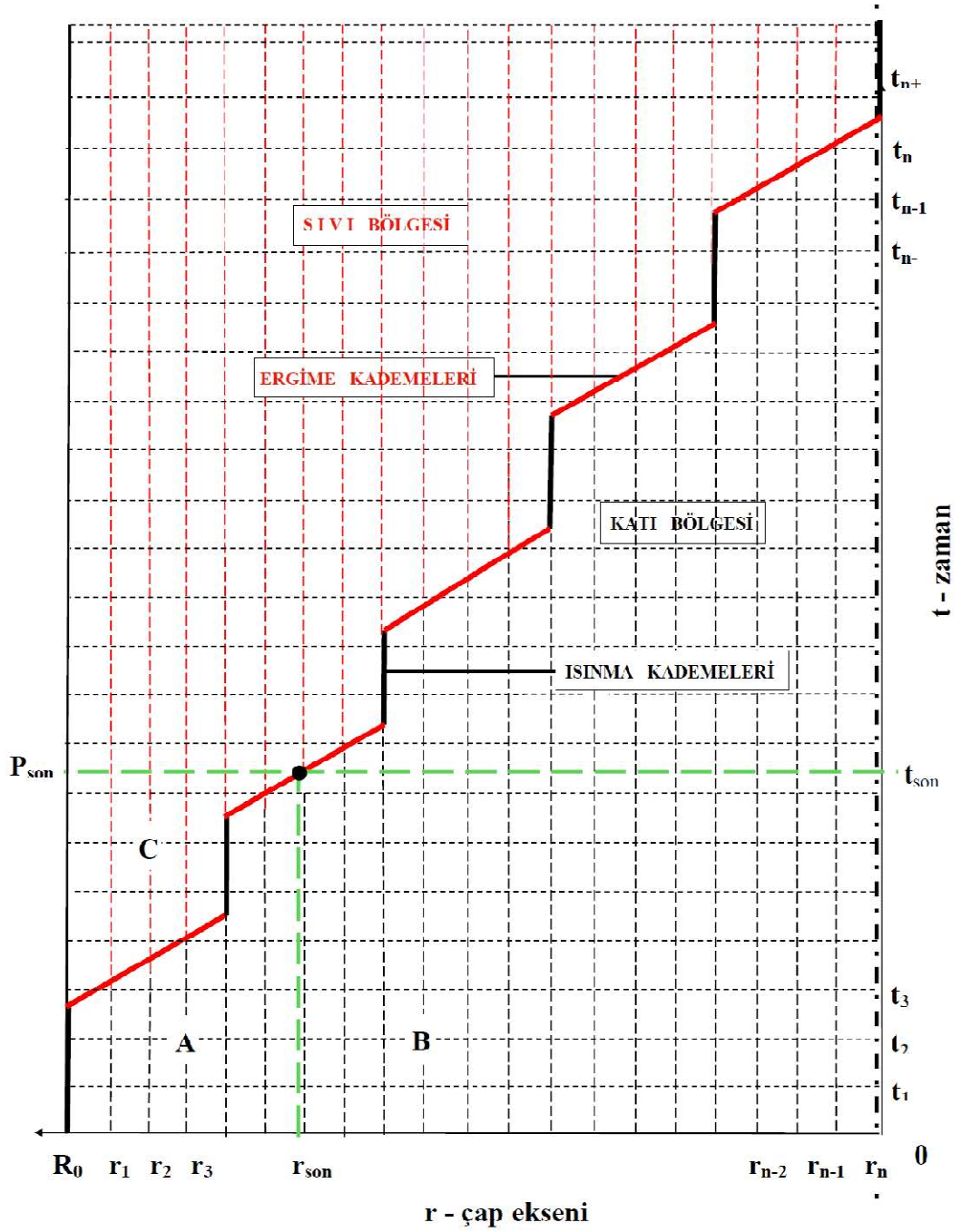


Şekil 3.2 Sıcaklık–zaman ekseninde faz değişimin ısı iletim bölgeleri



Şekil 3.3 Dikey silindirin yarıçap katmanları ve sınır koşulları

Ergime yönünde gerçekleşen faz değişiminde, T_i başlangıç sıcaklığı, katının sıcaklığıdır ve her noktasında aynıdır. Ergime başladıktan sonra, her oluşan yeni katı yüzey sıcaklığı T_i sıcaklığından büyük olacaktır. T_m , ergime sıcaklığı sabit olup tüm katı eriyinceye kadar katının sıcaklığından büyük olacaktır, $T_m > T_{(i(n))}$. Katı ergimeye ilk başladığı δt zamanında, ergimiş sıvı ile yeni katı yüzey arasında oluşan sınırdaki gelişen arayüz $S(t)$, r ekseninde hareket etmektedir. $S(t)$ arayüzün, sıvı ile katı katmanı arasındaki ısı etkileşimleri $\dot{q}$ ısı enerjisi değişimini sağlamaktadır.

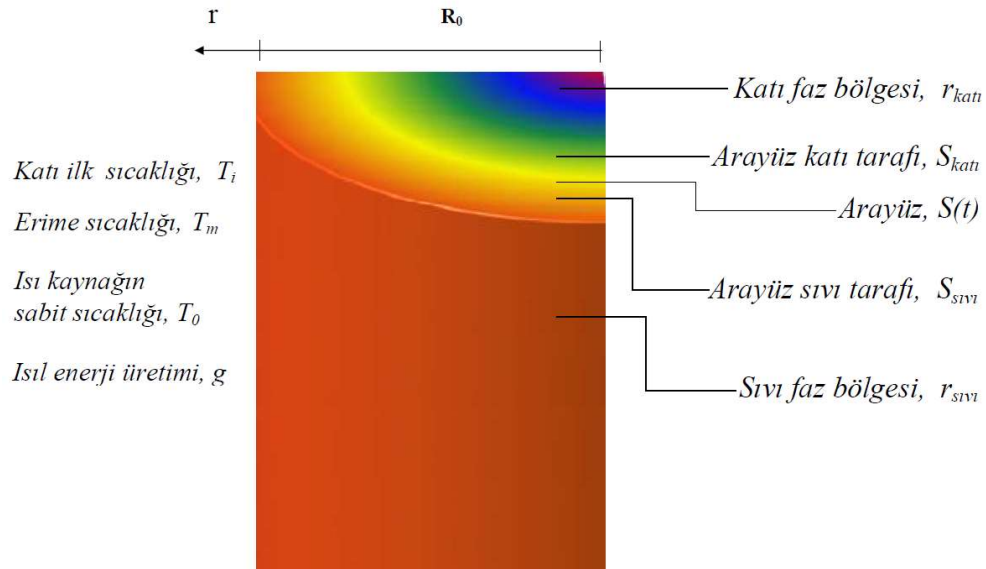


Şekil 3.4 Dikey silindirin yarıçap–zaman ekseninde faz değişim davranışı

Katı dikey yarı silindirin yarıçap ekseninde ergimesinin zamana göre ilerlemesi Şekil 3.4’de gösterildi. Bu grafikteki eğrinin siyah renkli dikey çizgiler, katının bulunduğu çaptaki sıcaklık artışını gösterir. Eğimli kırmızı çizgiler, katının δr kadar kısmında ergimenin gerçekleştiğini ifade eder. P_{son} , yeşil renkle belirtilen yatay çizgi, ergime işleminin sonlandığı herhangi bir t_{son} zamanı ve r_{son} çap değerini ifade eder. P_{son} yatay çizginin altındaki alan sıvı ve katı faz bölgeleri tanımlar.

r_{son} noktasından P_{son} yatay çizgisine çizilen dikme ile A, B, C bölgeri oluşur. P_{son} yatay çizginin altında oluşan B bölgesi katı faz bölgesini gösterir. A bölgesi, R_0 'dan r_{son} noktasına kadar olan kısım ergimiş olan katı kütlesini tanımlar. C bölgesi ise R_0 'dan r_{son} noktasına kadar ergiyen sıvı fazı ifade etmektedir. A'da ergiyen katı ile C'de bulunan sıvının kütleleri birbirine eşittir.

4.1. Dikey silindirik FDM'nin r eksenini boyunca ergime kinetiği



Şekil 4.1 Yarı sonlu dikey silindirik FDM'nin yatay kesitinde faz değişim evreleri.

Yarı sonlu dikey silindirik geometriye sahip katı FDM'nin dış çeperi, sabit T_0 sıcaklığındaki bir ısı kaynağı ile temas halindedir. Silindirin taban ve üst yüzeyleri ısı madde geçişine karşı yalıtılmış olduğu, katı silindir FDM'nin başlangıçta R_0 yarıçapında ve T_1 sıcaklığında olduğu kabul edildi. T_0 sabit sıcaklıktaki ısı kaynağı ile katı FDM yüzeyi arasında tanımlanan süreçler aşağıda anlatıldı.

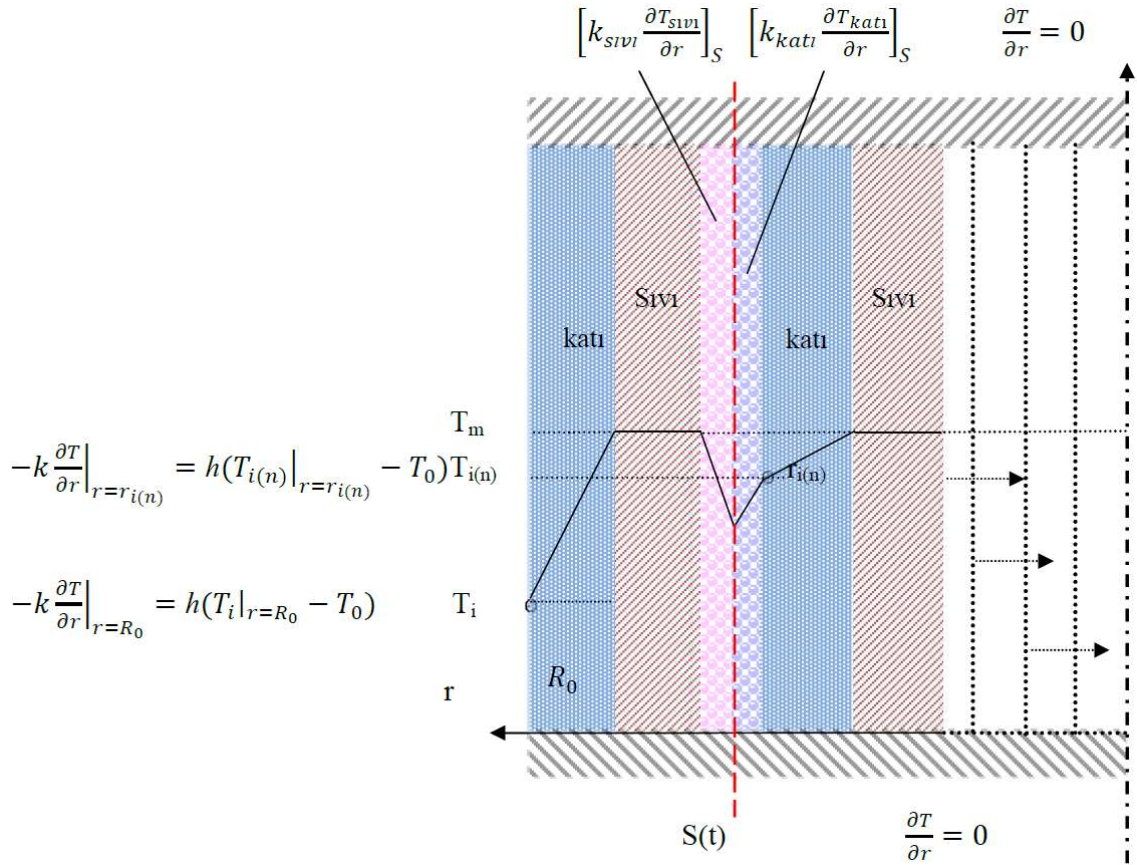
Silindirik katı FDM, (R_0) dış yüzeyden (0) silindirin merkezine doğru erime hareketi yapmaktadır. (R_0) dış yüzey ile (0) silindir merkezi arasında hareket ettiği varsayılan bir r_i hareket değişkeni tanımlandı.

$T_0 > T_i$ koşulunda, R_0 'da T_{ini} dış çeper sıcaklığında bulunan FDM, sabit T_0 sıcaklığında bulunan ısı kaynağı ile sürekli temas etmekte ve R_0 'dan (0) merkez yönüne doğru ısı iletimi gerçekleştiği kurgulandı.

($n=0, 1, 2, 3, 4, \dots$) olmak üzere, dış çeper, başlangıçta $t_{n=0}=0$ ve $T_i < T_m < T_0$ koşulunda iken T_0 sıcaklığındaki ısı kaynağı ile temas halinde bulunmaktadır. İlk temastan sonra herhangi bir $t=t_n$ zamanında katının sıcaklığı $T_{(i+n)}$ olmaktadır, $[T_i < T_{(i+n)} < T_m]$.

Böylelikle katı silindirin merkezine doğru sıcaklık artışı sağlanmaktadır. Herhangi bir $t=t_n$ zamanında yarıçapın $r=r_n$ 'e ilerlediği noktada sıcaklık değeri $T_{i+n}=T_m$ değerine ulaştığında ilk sıvı faz katmanı oluşmaktadır, Bu sıvı katman ile katı arasındaki temas yüzeyi, birinci arayüz, $S(t)$, olduğu kabul edildi. Hemen sonrasında $S_1(t)$ arayüzün sıvı tarafından $\rightarrow$ katı tarafına iletimle ısı aktarımı gerçekleşmesi ile ergime sürecinin ilerlediği tanımlandı. $S(t)$ arayüzde, düşük sıcaklıktaki ergime rejimi nedeni ile taşınım ile ısı aktarımı ihmal edildi.

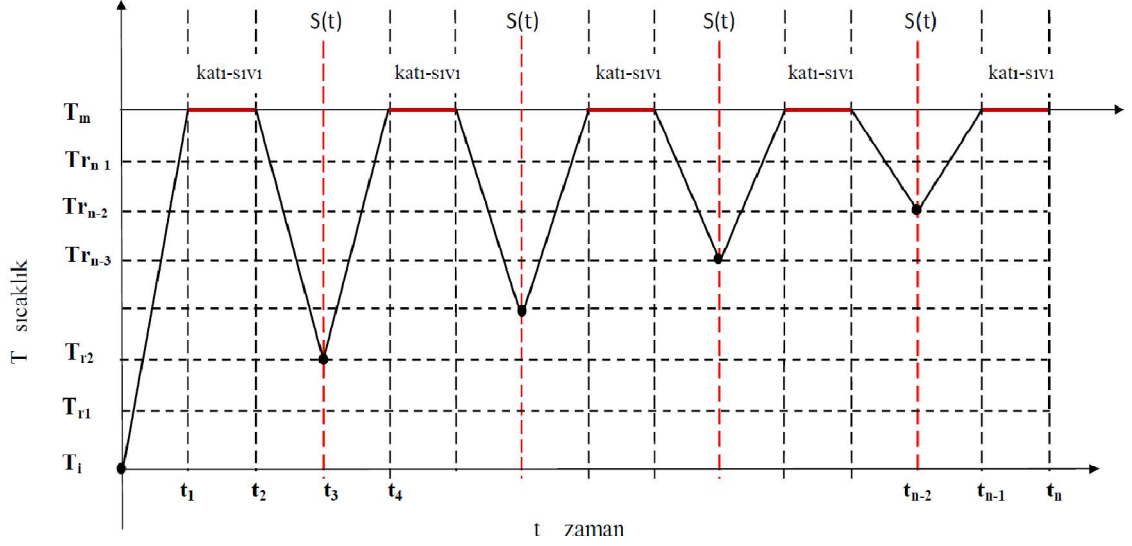
Arayüz $S(t)$ 'nin oluşumu ve hareketi ısı aktarımının gerçekleştiğini ifade ettiği gibi ergimenin gerçekleştiğinin de en belirgin göstergesidir. Başlangıç T_i sıcaklığındaki artış T_m ergime sıcaklığına eşit yada büyük olduğunda arayüz $\delta S(t)$ kadar yerdeğiştirmekte ve δr kalınlığındaki katı faz ergimektedir.



Şekil 4.2 Dikey silindirik FDM'nin r ekseninde zamana bağlı ısı aktarım modeli

Arayüz $S(t)$ 'nin her birim ilerlemesinden sonra, T_m sıcaklığında bulunan sıvı faz ile temas halindeki katı fazın yüzey sıcaklığı T_i sıcaklığından büyük ($T_i + \delta T$) olmalıdır.

İlk katı tabakanın ergimesinden sonra sıvı faz ile temas halindeki katı yüzeyinde ($T_i + \delta T$) yeni sıcaklığı oluşmaktadır. Bu sıcaklık, T_m sıcaklığına ulaştığında ise ($T_i < (T_i + \delta T) \leq T_m$) koşulu oluşmakta ve katı fazın bir sonraki $(n+1)$.ci katmanı ergimektedir. Bu periyodik ergime mekanizması ergime sonlanıncaya kadar devam etmektedir.



Şekil 4.3 Sıcaklık–zaman grafiğinde ergime yönünde faz değişim davranışı.

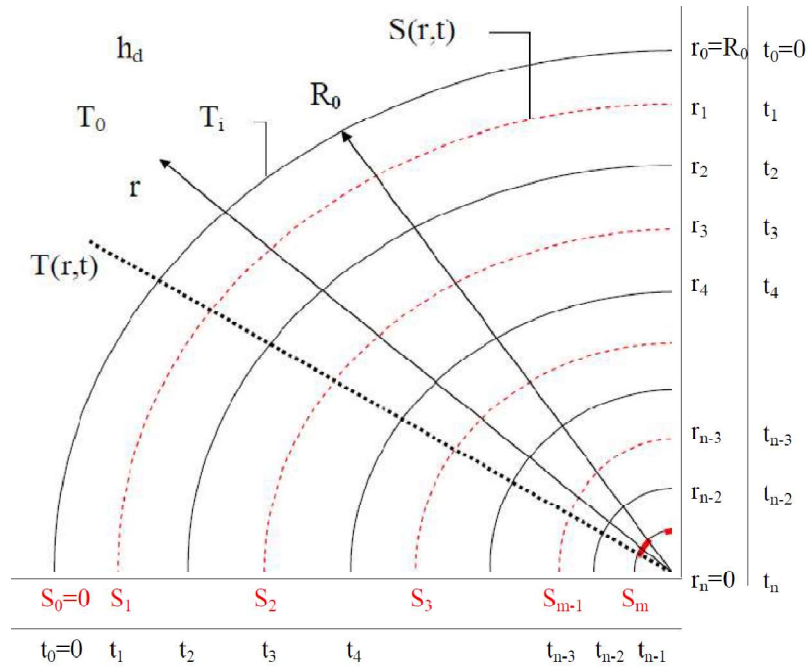
Benzer davranışla birbirini takip eden ardışık ergime sürecinin sonlanması ile ilgili üç olası koşuldandır ancak birinin gerçekleşebileceği düşünülmektedir. Başlangıç koşullarında, t_0 zamanı ve T_i sıcaklığından itibaren katı silindirik FDM yüzeyinden ısı aktarımı başladığından itibaren ergime süreci sonuna kadar beklenen olası son durumlar aşağıda açıklanmaktadır.

- i). Katının kısmen ergidiği,
- ii). Katının tamamen ergidiği,
- iii). Katı tamamen ergidikten sonra, (c_p) özgül ısı etkisinde, sıvının T_m ergime sıcaklığının üzerine çıkabileceği, olasılıkları söz konusudur.

Birincisi, T_m katının ergime sıcaklığında kendi sıvısı ile ısı dengede bulundukları halidir. İkincisi, katının tamamının ergimesi ile T_m ergime sıcaklığında bulunan sıvı faz halidir. Üçüncüsü ise ergime işlemi bittikten sonra, c_p ısınma ısısının etkisi ile sıvının sıcaklığında artış olmasıdır. Ergime sürecinde birden fazla parametre bulunmaktadır.

Bunlar, katının kütlesi, L ergime ısısı, T_i başlangıç sıcaklığı, c_p ısınma ısısı, k ısı iletim katsayısı, h taşınım katsayısı, ρ yoğunluk, α ısıl yayılım katsayısı gibi parametrelerdir.

Ayrıca, ısı kaynağının T_0 sıcaklığı, ısı akısının sürekli yada süreksiz olduğu, sıcaklığın sabit yada değişken olduğu gibi koşullar ergime sürecini belirlemektedir. Bu koşullar FDM'nin hangi oranda ergidiği, toplam ergime süresinin ne kadar süre olduğu sonuçlarını sağlamaktadır.



Şekil 4.4 Yarı çap–zaman ekseninde arayüz ve katmanların gösterimi.

4.2 Ergime sürecinde ısı iletim denklemleri

Isı iletim denklemlerinin başlangıç ve sınır koşulları, ergime kinetiği hesapları için oldukça önemlidir. Ergimenin gerçekleştiği arayüzün sıvı ve katı tarafındaki ısı davranışlar, arayüz $S(t)$ 'nin hareketine ait hesaplamalar, ısı iletim denklemlerinin çözümü ile ilişkilidir.

$$\frac{\partial^2 T_{katı}(r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{katı}(r, t)}{\partial r} + \frac{\dot{g}}{k_{katı}} = \frac{1}{\alpha_{katı}} \frac{\partial T_{katı}(r, t)}{\partial t}, \quad t > 0 \quad S(t) > r > 0 \quad (4.1)$$

$$\left. \frac{\partial T_{katı}(r, t)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad t > 0 \quad (4.2)$$

$$\partial T_{katı}(r, t) = T_m, \quad t > 0 \quad r = S(t) \quad (4.3)$$

$$\partial T_{katı}(r, t) = T_i, \quad t = 0 \quad R_0 > r > 0 \quad (4.4)$$

4.2.2 Sıvı fazın ısı iletim denklemi

$$\frac{\partial^2 T_{sıvı}(r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{sıvı}(r, t)}{\partial r} + \frac{\dot{g}}{k_{sıvı}} = \frac{1}{\alpha_{sıvı}} \frac{\partial T_{sıvı}(r, t)}{\partial t}, \quad t > 0 \quad R_0 > r > S(t) \quad (4.5)$$

$$h[T_{sıvı}(r, t) - T_0] = -k_{sıvı} \frac{\partial T_{sıvı}(r, t)}{\partial r}, \quad t > 0 \quad r = R_0 \quad (4.6)$$

$$T_{katı}(r, t) = T_m, \quad t > 0 \quad r = S(t) \quad (4.7)$$

4.2.3 Arayüzde faz değişim denklemi

$$\rho L \frac{\partial S(t)}{\partial t} = \left[\left[k_{sıvı} \frac{\partial T_{sıvı}(r, t)}{\partial r} \right]_S - \left[k_{katı} \frac{\partial T_{katı}}{\partial r} \right]_S \right] \quad (4.8)$$

$$t > 0 \quad r = S(t), \quad t = 0 \quad S(t) = R_0$$

4.3 Boyutsuz ısı iletim denklemleri

4.3.1 Boyutsuz sayılar

Boyutsuz sayılar, faz değişimi, sıcaklık dağılımı ve arayüzün hareketini parametrik olarak incelenmesini sağladığı gibi, erime modelinin nümerik çözümünde hızlı sonuca ulaşmayı sağlayabilir. η boyutsuz çap sayısı, yarıçapın zamana göre hangi oranda değiştiğini ifade etmektedir, alacağı değerler ise $[0, \dots, 1]$ aralığındadır. τ boyutsuz zaman sayısı, (Fo) Fourier sayısı olarak bilinir, bir katıdaki ısı iletimin, ısı enerjisi depolama hızına oranıdır. S^+ , S arayüz konumunun R_0 yarıçapa oranıdır. S arayüzün herhangi bir t anında yarıçapın hangi noktasında bulunduğunu ifade eder. γ , küçük gama, katı faz ısı iletim katsayısının sıvı faz ısı iletim katsayısına oranıdır. Hangi fazda daha hızlı ısı iletimin olduğunu ifade etmektedir.

κ , kappa, katı faz ısı yayılım katsayısının sıvı faz ısı yayılım katsayısına oranıdır. Hangi fazda ısının daha hızlı yayıldığını ifade eder.

Bi, Biot sayısı, bir katıda, katının ısıl direncinin sınır tabaka ısıl direncine oranıdır. θ , boyutsuz sıcaklık, T_m ergime sıcaklığı ile temastaki katının herhangi bir $T(r,t)$ sıcaklığı arasındaki farkın, ısı kaynak sıcaklığı T_0 ile erime sıcaklığı T_m arasındaki farka oranıdır. Ste, stefan sayısı, özgül ısıнын gizli ısıya oranı olarak tanımlanır. β , beta boyutsuz enerji sayısını tanımlar. ξ boyutsuz sayısı, Şekil 4.5’de gösterilen δr aralığında yeralan $S(t)$ arayüz bölgesinde, katı–sıvı karışımındaki sıvının oranı olarak tanımlanır.

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{r}{R_0} \\ \tau &= t \frac{\alpha_{sıvı}}{R_0^2} \\ S^+ &= \frac{S}{R_0} \\ \gamma &= \frac{k_{katı}}{k_{sıvı}} \\ \kappa &= \frac{\alpha_{katı}}{\alpha_{sıvı}} \\ \xi &= \frac{m_{sıvı}}{m_{sıvı} + m_{katı}} \\ Ste_{sıvı} &= \frac{C_{p,sıvı}}{L} (T_0 - T_m) \\ Bi &= h \frac{R_0}{k_{sıvı}} \\ \theta(\eta, \tau) &= \frac{T(r, t) - T_m}{T_0 - T_m} \\ \beta &= (1 - \xi) \frac{\Delta S^+}{\Delta \tau}\end{aligned}$$

4.3.2 Boyutsuz sayıların tanımları

Burada elde edilen boyutsuz sayılardan β , θ , η , τ , S^+ , ξ ifadeleri değişkendir. Diğer κ , γ , Ste ve Bi boyutsuz sayıları ise sabit kabul edilmektedir. β , boyutsuz enerji sayısı, S^+ arayüzün katı tarafındaki tabakanın $(1-\xi)$ oranı kadar ergimesi ile üretilen ısıl enerjiyi tanımlar. θ , boyutsuz sıcaklık, T_m erime sıcaklığı sınır değeri ve (T_0-T_m) sabit sıcaklık potansiyelinde, $T(r,t)$ ’nin değişim oranını belirtir. η , boyutsuz çap, yarıçap ekseninde herhangi bir konum olan r ’nin R_0 ’a oranını tanımlar. τ , boyutsuz zaman sayısı, diğer ifade ile katı taraftaki ısı iletimin ısıl enerji depolanma hızına oranıdır. S^+ , boyutsuz arayüz sayısı, R_0 yarıçap ekseninde arayüzün konumunu belirtir. ξ boyutsuz sayısı, $S(t)$ arayüz bölgesinde yeralan katı–sıvı karışımın sıvı oranı olarak tanımlanır.

Herhangi bir noktada gelişen arayüzün başlangıçtaki ξ boyutsuz sayı değeri 0'dır. Arayüzdeki ergime sona erdiğinde ξ boyutsuz sayısı 1 olur. (Şekil 4.5) de gösterilen her bir arayüz'ün geriye ve ileriye doğru toplam mesafesi bir "1" birim kabul edildi. ξ boyutsuz sayısının alacağı değerler her bir arayüzde (0–1) aralığındadır. Arayüzün sıvı tarafı ile temas eden kısmın kalınlığı ξ olduğunda, katı tarafı ile temas eden kısmın kalınlığı (1– ξ) kadar olmaktadır. Arayüzün (1– ξ) kalınlığındaki kısmın ergimesi ile o arayüze ait ısı enerji depolanır. Her bir arayüz tabaka kalınlıklarının farklı olabildiği, bu nedenle ξ ve (1– ξ) değerlerinin değişim gösterdiği anlaşılmaktadır.

4.3.3 Katı fazın boyutsuz ısı iletim denklemi

$$\frac{\partial^2 \theta_{katı}(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \theta_{katı}(\eta, \tau)}{\partial \eta} + \frac{\beta}{\gamma} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial \theta_{katı}(\eta, \tau)}{\partial \tau}, \quad \tau > 0, 0 < \eta < S^+(\tau) \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial \theta_{katı}(\eta, \tau)}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} = 0, \quad \tau > 0 \quad \eta = 0 \quad (4.12)$$

$$\theta_{katı}(\eta, \tau) = 0, \quad \tau > 0 \quad \eta = S^+(\tau) \quad (4.13)$$

$$\theta_{katı}(\eta, \tau) = \theta_i, \quad \tau = 0 \quad 0 > \eta > 1 \quad (4.14)$$

4.3.4 Sıvı fazın boyutsuz ısı iletim denklemi

$$\frac{\partial^2 \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \eta} + \beta = \frac{\partial \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \tau}, \quad \tau > 0 \quad S^+(\tau) < \eta < 1 \quad (4.15)$$

$$-\frac{\partial \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \eta} = Bi[\theta_{sıvı}(\eta, \tau) - 1] \quad (4.16)$$

$$\tau > 0 \quad \eta = 1, \quad \theta_{sıvı}(\eta, \tau) = 0, \quad \tau > 0 \quad \eta = S^+(\tau) \quad (4.17)$$

4.3.5 Arayüzde faz değişimin boyutsuz denklemi

$$\frac{\partial \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \eta} + \gamma \frac{\partial \theta_{katı}(\eta, \tau)}{\partial \eta} = \frac{1 - \xi}{Ste} \frac{\partial S^+(\tau)}{\partial \tau}, \quad \tau > 0 \quad \eta = S^+(\tau) \quad (4.18)$$

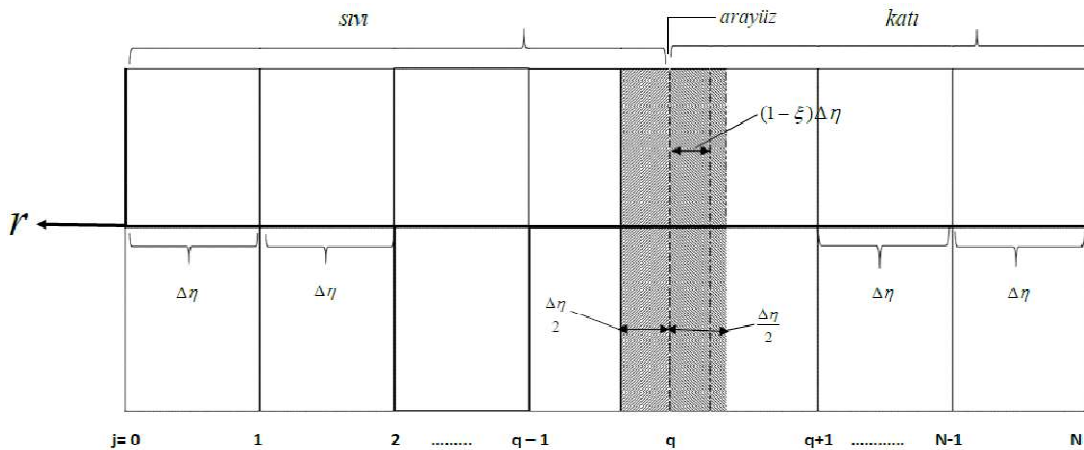
$$\tau > 0 \quad S^+(\tau) = 1 \quad (4.19)$$

FAZ DEĞİŞİM MODELİ SONLU FARKLAR YÖNTEMİ İLE AYRIKLAŞTIRMA

5.1 Kabuller ve yaklaşım

Bu çalışmada zamana bağlı, içinde ısı üretim olan, tek boyutlu kısmi türevli diferansiyel denklemlerin ayrıklaşması için sonlu farklar yaklaşımı kullanıldı. Model denklemler sonlu fark yaklaşımına göre *merkezi fark*, *ileriye fark* ve *geriye fark uygulaması* ile sayısal denklemler haline dönüştürüldü. 4. bölümde, ilgili ısı iletim ve enerji denklemleri açıklanan yarı sonlu dikey silindirik katı FDM modelinde, silindirin dış çeperi sabit T_0 sıcaklığındaki ısı kaynağı ile temas halindedir. Silindirin R_0 yarıçapında, T_i başlangıç sıcaklığındadır, taban ve üst yüzeyler ısı ve kütle geçişine karşı yalıtımlıdır. FDM'nin ergime sürecinde, sıcaklık değişimleri, arayüz hareketi, r ekseninde ergimenin davranışı zamana bağlı olarak hesaplanması ve ergime süreci sonunda üretilen enerjinin hesaplanması için sonlu farklar yöntemi ile ayrıklaştırma yapılarak sayısal bir çözüm yöntemi belirlendi.

Sonlu farklar ile ayrıklaştırma yöntemine göre, r yarıçap eksenine dik tabakaların eksen boyunca ergimesini belirleyen ayrıklaştırmamodelindenoktaların yerleri tanımlandı. Faz değişimindeki ısı iletimi katı-sıvı arayüzün hareketi üzerine kurulmaktadır. S^+ boyutsuz arayüzün hareketi, arayüz bölgesindeki sıvı ve katı tabakasında gerçekleşen ısı aktarım olaylarına bağlıdır.



Şekil 5.1 Sonlu farklar ile ısı ve arayüz katmanları ayrıklaştırma.

Şekil 5.1’de kafes sistemi üzerinde gösterilen notasyonlar sırasıyla tanımlandı, q katı-sıvı arayüze yakın düğüm noktasının koordinatıdır ($j=q$), $\xi\Delta\eta$ katı-sıvı arayüzün q düğüm noktasından uzaklığı, ξ değer aralığı ise $-0.5 \leq \xi \leq 0.5$ biçiminde tanımlandı. Boyutsuz yarıçap η_0 ve boyutsuz zaman τ değerleri dikey çizgilerle belirtildi. Dik silindir simetride r eksenı boyunca $\theta(\eta,\tau)$ ’nın değişimi tanımlandı. Bu değişimlerin temelinde gerçekleşen ısı olaylar üzerinden faz değişim modelini temsil eden matematik denklemler sayısal matematik model haline dönüştürüldü.

η_0 yarıçap ekseninde değişim aralıklarını tanımlayan hücre genişlikleri $\Delta\eta_q$, $q=1, \dots, N$ biçiminde sayısal bir ağa bölündü. $\Delta\eta$ aralığında geriye doğru sınır ($\eta = \eta_-$) sıvı tarafı, ileriye doğru sınır ($\eta = \eta_+$) katı tarafı olarak tanımlandı. Burada kafes genişliklerinin toplamı, η_0 boyutsuz yarıçap değeri olan 1 sayısına eşit olduğu kabul edildi.

S^+ boyutsuz arayüzün konum noktası belirlenirken, ileriye ve geriye farkların tanımı gereği, 2 birim ileri ($q+2$) ve 2 birim geri ($q-2$)’den başlatıldı. Ergime sırasında boyutsuz arayüz S^+ ’ in bölünmüş olan $\Delta\eta$ aralıkların hangisinde gelişeceğini, sürece ait ısı enerji değişimlerin belirlediği öngörüldü. Şekil 5.1 de gösterilen kafes sisteminde η ve $\Delta\eta$ ’nın konumları, aşağıdaki 5.1 ve 5.2 denklemleri ile tanımlandı.

$$\sum_{q=1}^N \Delta\eta_i = \eta_+ - \eta_- \quad (5.1)$$

$$\eta_1 = \eta_- + \frac{\Delta\eta_1}{2} \eta_i = \eta_{i-1} + \frac{\Delta\eta_{i-1}}{2} + \frac{\Delta\eta_i}{2}, \quad i = 2 \dots \dots N \quad (5.2)$$

5.2 Arayüz dışında kalan, katı ve sıvı fazların ısı iletimi

4. bölümde, arayüz dışında kalan, T_m ergime sıcaklığında bulunan sıvı bölgesi ile değişken $T_i(r,t)$ sıcaklığa sahip katı bölgesini temsil eden boyutsuz ısı iletim denklemleri sırasıyla, (4.15) ve (4.11) numara ile aşağıda gösterildi.

5.2.1. Arayüz dışında kalan “sıvı fazın” ısı iletim denklemi

Aşağıda yazılan (4.15) denklemi üzerinde, şekil (5.1)’de gösterilen arayüzün sol tarafındaki sıvı bölgesi yönünde, *geriye fark* yaklaşımı ile sonlu fark notasyonu yazıldı.

Aşağıda (4.15) denklemi gösterilmektedir,

$$\frac{\partial^2 \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \eta} + \beta = \frac{\partial \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\theta_j^{n+1} - \theta_j^n}{\Delta \tau} \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \eta} = \frac{\theta_{sıvı,(j+1)}^n - \theta_{sıvı,(j-1)}^n}{2\Delta \eta} \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} = \frac{\theta_{sıvı,(j-1)}^n + \theta_{sıvı,(j+1)}^n - 2\theta_{sıvı,j}^n}{(\Delta \eta)^2} \quad (5.5)$$

$$\frac{\theta_{sıvı,(j-1)}^n + \theta_{sıvı,(j+1)}^n - 2\theta_{sıvı,j}^n}{(\Delta \eta)^2} + \frac{1}{\Delta \eta} \frac{\theta_{sıvı,(j+1)}^n - \theta_{sıvı,(j-1)}^n}{2\Delta \eta} + \beta = \frac{\theta_j^{n+1} - \theta_j^n}{\Delta \tau} \quad (5.6)$$

5.2.2 Arayüz dışında kalan “katı fazın” ısı iletim denklemi

Aşağıda yazılan (4.11) denklemi üzerinde, şekil (5.1)’de arayüzün sağ tarafındaki katı bölgesinde sonlu fark notasyonu yazıldı.

Aşağıda (4.11) denklemi gösterilmektedir,

$$\frac{\partial^2 \theta_{katı}(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \theta_{katı}(\eta, \tau)}{\partial \eta} + \frac{\beta}{\gamma} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial \theta_{katı}(\eta, \tau)}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial \theta_{katı}(\eta, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\theta_j^{n+1} - \theta_j^n}{\Delta \tau} \quad (5.7)$$

$$\frac{\partial \theta_{katı}(\eta, \tau)}{\partial \eta} = \frac{\theta_{katı,(j+1)}^n - \theta_{katı,(j-1)}^n}{2\Delta \eta} \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_{katı}(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} = \frac{\theta_{katı,(j-1)}^n + \theta_{katı,(j+1)}^n - 2\theta_{katı,j}^n}{(\Delta \eta)^2} \quad (5.9)$$

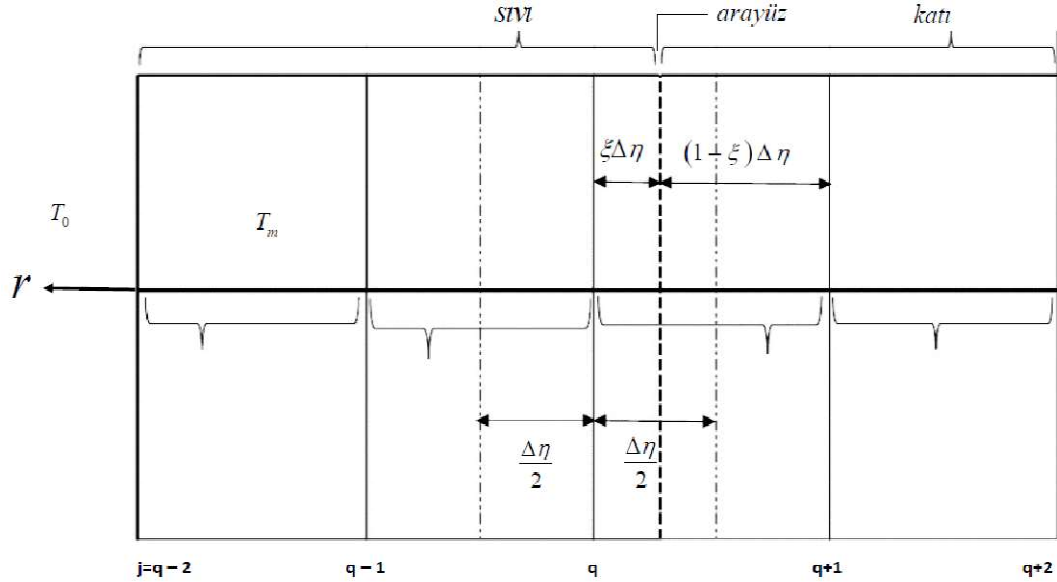
$$\frac{\theta_{katı,(j-1)}^n + \theta_{katı,(j+1)}^n - 2\theta_{katı,j}^n}{(\Delta \eta)^2} + \frac{1}{\Delta \eta} \frac{\theta_{katı,(j+1)}^n - \theta_{katı,(j-1)}^n}{2\Delta \eta} + \frac{\beta}{\gamma} = \frac{1}{\kappa} \frac{\theta_j^{n+1} - \theta_j^n}{\Delta \tau} \quad (5.10)$$

5.3 Arayüzün komşu düğüm noktalarındaki ısı iletimi

Şekil 5.2’de gösterilen j=q düğüm noktasında bulunan arayüzün, sıvı bölgesinde $\xi \Delta \eta$ uzunluğu ile arayüzün katı bölgesindeki $(1-\xi) \Delta \eta$ uzunluğu arasında $\left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta}\right)$ sıcaklığın konuma göre türevleri olduğu düşünüldü. (q-1), q ve (q+1) düğüm noktalarında

sıcaklığın konuma göre birinci $\left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta}\right)$ ve ikinci $\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2}\right)$ türevleri Taylor serisi açılımı yapılarak elde edildi. İlk iki terim alınarak denklemler düzenlendi.

Elde edilen denklemler, sonlu farklar yaklaşımı ile geri ve ileri farklar uygulanarak aşağıda 5.3.1 ve 5.3.2 maddelerde görülen denklemlerle ifade edildi.



Şekil 5.2 Katı-sıvı arayüzün hareketi.

5.3.1 Katı bölgesi $j = q + 1$ düğüm noktasında ısı iletim denklemi

Şekil (5.2)'de gösterilen, S^+ arayüz sınırı $j=q$ ile katı bölgesi $j=q+1$ düğüm noktaları arasında, (4.15) ısı iletim denklemi üzerinde, ileriye fark yaklaşımı ile aşağıdaki ifadeler elde edildi.

Denklem (4.11) aşağıda gösterilmektedir,

$$\frac{\partial^2 \theta_{katı}(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \theta_{katı}(\eta, \tau)}{\partial \eta} + \frac{\beta}{\gamma} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial \theta_{katı}(\eta, \tau)}{\partial \tau}, \quad j = q \geq N - 2$$

$$\frac{\partial \theta_{katı}(\eta, \tau)}{\partial \eta} = \frac{1}{\Delta \eta} \left(\frac{2 - \xi}{1 - \xi} \theta_{katı, (j+2)}^n - \frac{1 - \xi}{2 - \xi} \theta_{katı, (j+1)}^n \right) \quad (5.11)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_{katı}(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} = \frac{1}{(\Delta \eta)^2} \left(\frac{1}{2 - \xi} \theta_{katı, (j+2)}^n - \frac{1}{1 - \xi} \theta_{katı, (j+1)}^n \right) \quad (5.12)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(\Delta\eta)^2} \left(\frac{1}{2-\xi} \theta_{katı,(j+2)}^n - \frac{1}{1-\xi} \theta_{katı,(j+1)}^n \right) \\ & + \frac{1}{\Delta\eta} \left(\frac{2-\xi}{1-\xi} \theta_{katı,(j+2)}^n - \frac{1-\xi}{2-\xi} \theta_{katı,(j+1)}^n \right) + \frac{\beta}{\gamma} = \frac{1}{\kappa} \frac{\theta_j^{n+1} - \theta_j^n}{\Delta\tau} \end{aligned} \quad (5.13)$$

5.3.2 Sıvı bölgesi $j = q - 1$ düğüm noktasında ısı iletim denklemi

Şekil (5.2)'de gösterilen, S^+ arayüz sınırı $j=q$ düğüm noktası ile sıvı bölgesi $j=q-1$ düğüm noktaları arasında, (4.15) numaralı ısı iletim denklemi üzerinden geriye fark ifadeleri yazılarak aşağıdaki denklemler elde edildi. Burada geliştirilen ısı iletim denklemi, katı yüzey T_i başlangıç sıcaklığının T_m ergime sıcaklığına ulaşması sürecini ifade ettiği öngörüldü.

Eşitlik (4.15);

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \eta} + \beta = \frac{\partial \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \tau}, \quad j = q \leq 2 \\ & \frac{\partial \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \eta} = \frac{1}{\Delta\eta} \left(\frac{1+\xi}{2+\xi} \theta_{sıvı,(j-1)}^n - \frac{1-\xi}{1+\xi} \theta_{sıvı,(j-2)}^n \right) \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} = \frac{1}{(\Delta\eta)^2} \left(\frac{1}{2+\xi} \theta_{sıvı,(j-2)}^n - \frac{1}{1+\xi} \theta_{sıvı,(j-1)}^n \right) \quad (5.15)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(\Delta\eta)^2} \left(\frac{1}{2+\xi} \theta_{sıvı,(q-2)}^n - \frac{1}{1+\xi} \theta_{sıvı,(q-1)}^n \right) + \\ & \frac{1}{\Delta\eta} \left(\frac{1+\xi}{2+\xi} \theta_{sıvı,(q-1)}^n - \frac{1-\xi}{1+\xi} \theta_{sıvı,(q-2)}^n \right) + \beta = \frac{\theta_j^{n+1} - \theta_j^n}{\Delta\tau} \end{aligned} \quad (5.16)$$

5.3.3 $j = q$ düğüm noktasında ısı iletim denklemi

Şekil (5.2)'de gösterilen q düğüm noktasında $j = q - 1$ ve $j = q + 1$ noktaları arasında sonlu fark yaklaşımı ile ileriye ve geriye fark uygulanarak aşağıdaki denklemler elde edildi.

Eşitlik (4.15);

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \eta} + \beta = \frac{\partial \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \tau}, \quad 2 \leq q \leq N - 1 \\ & \frac{\partial \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \eta} = \frac{1}{2\Delta\eta} (\theta_{sıvı,(j-2)}^n - 4\theta_{sıvı,(j-1)}^n + 3\theta_{sıvı,j}^n) \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} = \frac{1}{(\Delta \eta)^2} (\theta_{sıvı,(j-2)}^n - 2\theta_{sıvı,(j-1)}^n + \theta_{sıvı,j}^n) \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(\Delta \eta)^2} (\theta_{sıvı,(j-2)}^n - 2\theta_{sıvı,(j-1)}^n + \theta_{sıvı,j}^n) + \\ & \frac{1}{2\Delta \eta} (\theta_{sıvı,(j-2)}^n - 4\theta_{sıvı,(j-1)}^n + 3\theta_{sıvı,j}^n) + \beta = \frac{\theta_j^{n+1} - \theta_j^n}{\Delta \tau} \end{aligned} \quad (5.19)$$

5.3.4 Arayüzde faz değişim denklemi

Katı-sıvı arayüzün sıvı duvarından katı yüzeye iletilen ısı enerjisi ile katı tabakanın ergimesini ifade eden 4.18 denklemi aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \eta} + \gamma \frac{\partial \theta_{katı}(\eta, \tau)}{\partial \eta} &= \frac{1 - \xi}{Ste} \frac{\partial S^+(\tau)}{\partial \tau} \\ S_{j=q}^+(\tau) &= q\Delta \eta + \xi\Delta \eta \end{aligned} \quad (5.20)$$

$$\xi\Delta \eta = S_{j=q}^+(\tau) - \delta\Delta \eta \quad (5.21)$$

5.12 ve 5.16 denklemleri 4.18 denkleminde yerine konularak

$$\frac{Ste}{1 - \xi} \left(\frac{\partial \theta_{sıvı}(\eta, \tau)}{\partial \eta} - \gamma \frac{\partial \theta_{katı}(\eta, \tau)}{\partial \eta} \right) = \frac{\partial S^+(\tau)}{\partial \tau} \quad (5.22)$$

Elde edilen 5.25 denklemi, ergime gizli ısısından sağlanan ısı enerjisinin depolanmasını ifade etmektedir. Sonlu farklar yaklaşımı ile, S^+ arayüzün τ boyutsuz zamana göre türevi ile boyutsuz sıcaklık θ 'nın boyutsuz çap η 'ya göre birinci ve ikinci türevleri için Taylor serisi açılımı yapıldı, açılımdaki ilk iki terimleri alındı.

Bu terimler üzerinden geri ve ileri farklar uygulanarak denklemlerin sonlu farklar notasyonu aşağıdaki gibi ifade edildi.

$$\frac{dS^+(\tau)}{d\tau} = \frac{S_j^{+(n+1)}(\tau) - S_j^{+(n)}(\tau)}{\Delta \tau} \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{S_j^{+(n+1)}(\tau) - S_j^{+(n)}(\tau)}{\Delta \tau} &= \frac{Ste}{(1 - \xi)\Delta \eta} \left(\frac{1 + \xi}{2 + \xi} \theta_{sıvı,(q-1)}^n - \frac{1 - \xi}{1 + \xi} \theta_{sıvı,(q-2)}^n \right) - \\ & \gamma \left(\frac{2 - \xi}{1 - \xi} \theta_{katı,(j+2)}^n - \frac{1 - \xi}{2 - \xi} \theta_{katı,(j+1)}^n \right) \end{aligned} \quad (5.24)$$

Burada n zaman notasyonu olmak üzere $(n+1)$.ci zamanda sıvıdan katıya iletimle ısı aktarımı gerçekleştiği ifade edildi. Katı tabakada erime gerçekleştiğinde, boyutsuz S^+ arayüzün (n) .ci zamandan $(n+1)$.ci zamana giderken ergime yönünde boyutsuz ΔS^+ kadar ilerlediği tanımlandı.

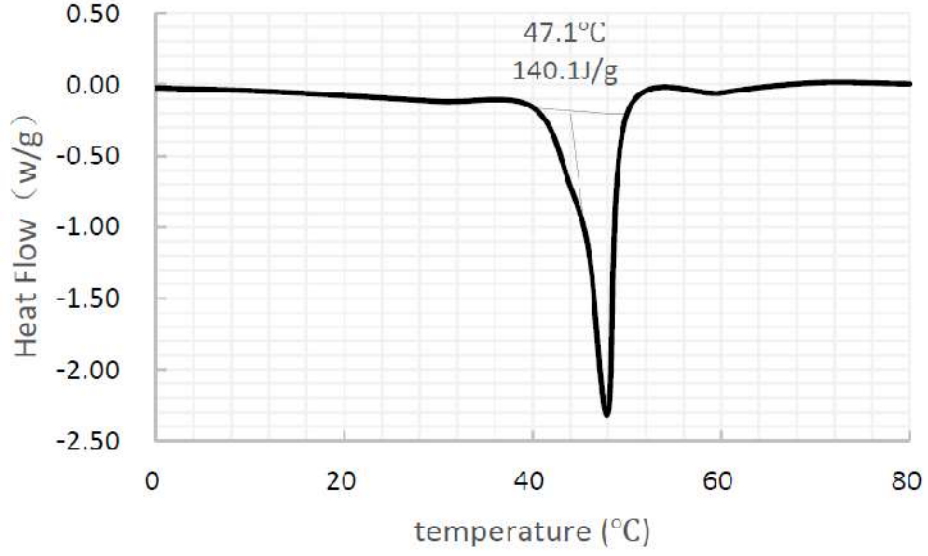
5.3.5 Sonlu farklar yöntemi ile ayrıklaşan sayısal denklemlerin listesi

- i. arayüz dışında kalan “sıvı fazın” ısı iletim denklemi, (5.6).
- ii. arayüz dışında kalan “katı fazın” ısı iletim denklemi, (5.10).
- iii. arayüz katı bölgesi $j = q + 1$ düğüm noktasında ısı iletim denklemi, (5.13).
- iv. arayüz sıvı bölgesi $j = q - 1$ düğüm noktasında ısı iletim denklemi, (5.16) .
- v. arayüz sınırda $j = q$ düğüm noktasında ısı iletim denklemi, (5.19).
- vi. arayüzde faz değişim denklemi, (5.24).

5.4 Sayısal çözüm ile deneysel çalışma sonuçlarının karşılaştırılması

5.4.1 Faz değişim modeline eşdeğer olan örnek bir deneysel çalışma

4.cü bölümde tasarlanan faz değişim modeline benzer koşullar içeren uygun bir deneysel çalışma örnek olarak literatürden sağlandı [76]. Madde 5.3.5’de faz değişim modelini temsil eden matematik model denklemlerin sayısal çözümü için literatürden sağlanan deneysel çalışmanın verileri kullanıldı. Deneysel çalışmada Fushun petrokimya araştırma enstitüsü(Çin) tarafından, Diferansiyel Tarama Kalorimetresi (DSC) ile ergime sıcaklığı ve ergime ısısı ölçülen parafin maddesi kullanılmış. Şekil 5.3 de görülen ölçüm grafiğinde, ergime sıcaklığının $T_m=47.1^\circ\text{C}$ ve ergime ısısının $L=140.1$ KJ/kg olduğu ölçülmüş. Parafinin, ısınma ve soğuma karşısında hacimsel değişimin ihmal edilebildiği, kararlı ısı davranışı ve yapısal homojenliğe sahip olduğu belirtilmiş.



Şekil 5.3 DSC cihazında ölçülen parafinin ısı davranış eğrisi [76].

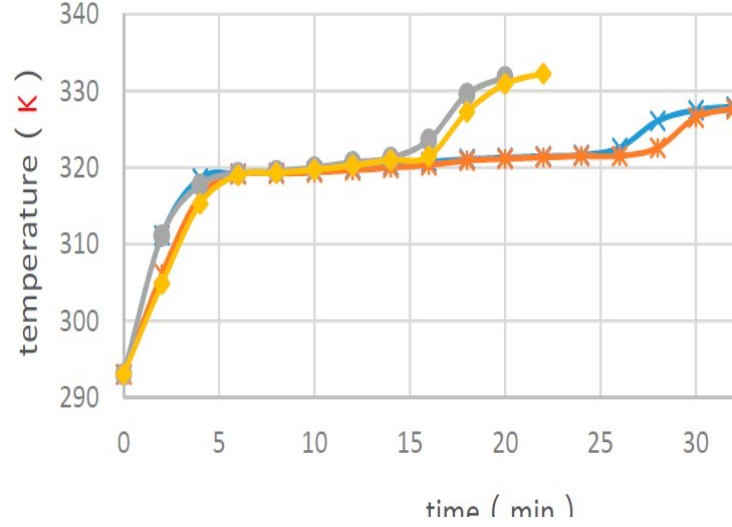
Deneyde kullanılan parafin, çapı $2R_o=0.02$ m olan silindir şeklindeki polietilen bir kabın içine yerleştirilmiştir. FDM'nin termofiziksel özellikleri $L=140.1$ KJ/kg, $c_{par}=1.8$ KJ/kgK, $\rho_{kati}=840$ kg/m³, $\rho_{sivi}=750$ kg/m³, $k_{sivi}=0.19$ W/mK, $k_{kati}=0.19$ W/mK olarak verilmiştir.

Bölüm 4 madde 4.3.1'de yer alan boyutsuz sayılar, deneysel çalışmada verilen parafin özellikleri ile ısı koşulları verileri kullanılarak hesaplandı. Bu boyutsuz sayılar sırasıyla, ısı yayılım katsayıları (alfa) $\alpha_{kati}=k_{kati}/(c_{par}\cdot\rho_{kati})$ m²/h ve $\alpha_{sivi}=k_{sivi}/(c_{par}\cdot\rho_{sivi})$ m²/h, ısı iletim katsayı oranı (gama) $\gamma=k_{sivi}/k_{kati}$, ısı yayılım katsayı oranı kappa (κ)= $\alpha_{kati}/\alpha_{sivi}$, stefan sayısı $Ste=c_{par}(T_0-T_{ini})/L$ olarak tanımlandı.

Tablo 5.1 Deney ısııl koşulları ve kullanılan parafin malzemesinin özellikleri [76].

ergime gizli Isısı	$L=140100$	J/Kg
özgül Isı	$c_{par}=1800$	J/KgK
katı faz yoğunluk	$\rho_{katı}=840$	kg/m ³
sıvı faz yoğunluk	$\rho_{sıvı}=750$	kg/m ³
ısı iletim katsayısı	$k_{sıvı}=0.19$	W/mK
ısı iletim katsayısı	$k_{katı}=0.19$	W/mK
ısı yayılım katsayısı	$\alpha_{katı}=k_{katı}/(c_{par}\cdot\rho_{katı})$	m ² /h
ısı yayılım katsayısı	$\alpha_{sıvı}=k_{sıvı}/(c_{par}\cdot\rho_{sıvı})$	m ² /h
sıvı fazın katı faza oranı	$\gamma=k_{sıvı}/k_{katı}$	boyutsuz
katı fazın sıvı faza oranı	$\kappa=\alpha_{katı}/\alpha_{sıvı}$	boyutsuz
stefan sayısı	$Ste=c_{par}(T_0-T_{ini})/L$	boyutsuz
katının başl. sıcaklığı	$T_{ini}=20.0$	°C
çevre sıcaklığı	$T_o=55.0$	°C
ergime sıcaklığı	$T_m=47.1$	°C

Deneyde, içi FDM ile doldurulmuş silindir kapsül alt ve üst kapakları ultrasonik kaynak ile kapatılarak yalıtılmıştır. Plastik kapsül modülde ergime ve katılaşma çevrimi 50 kez tekrarlanarak sızdırmazlık testi yapılmıştır. Başlangıçta katı parafinle dolu kapsül $T_{ini}=20^{\circ}\text{C}$ sıcaklığındadır ve $T_o=55^{\circ}\text{C}$ sıcaklıktaki su haznesine aniden dikey olarak yerleştirilmiştir. Bu koşullardaparafın maddesindeki sıcaklık değişimleri PT100 termokupl ile ölçülerek kaydedilmiştir. Ayrıca, deney koşulları ve parafin özellikleri kullanılarak CFD (Computational fluid dynamics) yazılımında simülasyon yapılmıştır. Parafin FDM dolu $Ro=0.01$ m yarıçapındaki silindir kapsülün ergime sürecini veren, deneysel ve simülasyon sonuçları, şekil 5.4’de gösterilmektedir.



Şekil 5.4 Deneyel elde edilen ergime sıcaklık eğrisi (turuncu renk) [76].

Şekil 5.4 deki grafikte deneyel olarak zamana göre sıcaklığın değişimi turuncu renk ile gösterilmektedir. Parafinin $T_m=47.1^\circ\text{C}$ ergime sıcaklığı ulaşması yaklaşık 5 dakika zamanında gerçekleşmiştir. Ergimenin tamamlanması ise yaklaşık 28. dakikaya kadar devam etmiştir.

Bu durumda ergime işlemi $t_{\text{net-erg}}=23$ dakikada gerçekleşmiştir. Grafiğe göre ergime tamamlandıktan sonra 36. dakikada $T_{\text{son}}=55^\circ\text{C}$ sıcaklığa ulaşmıştır.

5.4.2 Sayısal denklemlerin çözümünde deneyel verilerin kullanılması.

Madde 5.3.5’de özetle belirtilen sayısal ısı iletim denklemleri ve ısı enerjisi denklemin çözümünde deneyel veriler kullanıldı. Çözüm için MATLAB\R2017a2 programı kullanıldı. 4.cü bölümde anlatılan faz değişim modelin algoritması matlab’de kodlandı. elde edilen sayısal sonuçlar deneyel sonuçlarla karşılaştırıldı. Çözüm yaklaşımı için, boyutsuz çap $\Delta\eta$ ile boyutsuz zaman $\Delta\tau$ arasında tanımlanan (5.29) eşitsizlik testi kullanıldı [75]. Çözüm kümesinde yakınsama veya ıraksama hatalarını önlemek için bu eşitsizliğin sağladığı kriter gözönüne alındı.

$$0 < \frac{\Delta\tau}{(\Delta\eta)^2} \leq \frac{1}{2} \quad (5.28)$$

$\Delta\tau$ aralığı her bir $\Delta\eta_i$ katmana karşılık tanımlıdır. Önerilen $\Delta\eta$ sayısına karşılık $\Delta\tau$ aralıkların hangi değer alacağı Matlab’de yazılan kod algoritmanın iterasyonu sırasında belirlenmektedir.

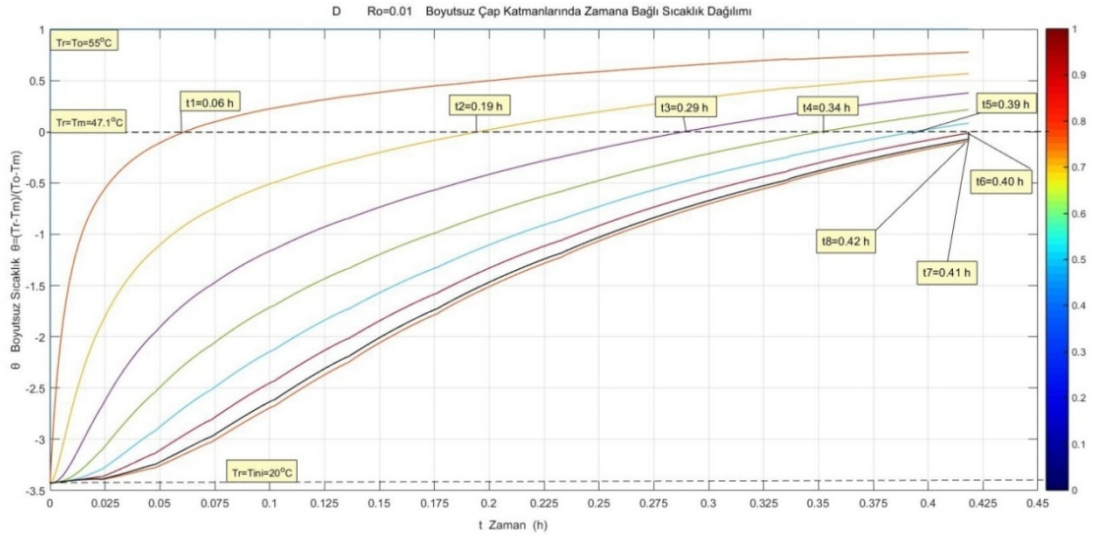
Her bir $\Delta\eta_i$ katmanının aralığı farklı olabileceği gibi bunlara karşılık gelen $\Delta\tau$ aralığı da farklı oranlarda ilerleyecektir. Tahmini önerilen η 'nın bölüm sayısının doğru olup olmadığı, çözüm grafiğindeki sapmalardan anlaşıldı. Eğer önerilen η 'nın bölüm sayısı doğru değilse çözümü veren eğriler başlangıç ve sınır koşulların dışına çıktıktı ya da (0–1) boyutsuz aralığın dışında kaldığı görüldü. Bu nedenlerle, denklem (5.28)'de ifade edilen kararlılık kriteri için, η 'nın tahmini bölünme sayısının belirlenmesi deneme–yanılma ile elde edildi. Farklı sayılarda η bölünme sayısı atamaları denklem (5.28)'da belirtilen kriter sağlanana kadar tekrarlandı. $R_0=0.01$ m yarıçapı için η 'nın 8 kısıma bölünmesi ve her bir adım için iterasyon sayısı N'nin ise 100 olduğu sonucuna varıldı.

6.1 Sayısal çözümleri ifade eden grafiklerin listesi

Matlab/R2017a2 programında model denklemlerin kodlanması ile oluşan algoritmanın sayısal çözümünden elde edilen sonuçlar, aşağıda isimleri verilen grafiklerle ifade edildi.

- i. η boyutsuz yarıçapa bağlı θ boyutsuz sıcaklık dağılımı.
- ii. η_i katmanların sıcaklık dağılımı, eşzamanda katmanların $T_{r(\eta_i)}$ değerleri
- iii. η_i boyutsuz yarıçap katmanların sıcaklık dağılımı, eşsıcaklık $T(\eta_i, t_i)$ ekseninde katmanların η_i ve t_i değerleri.
- iv. S^+ boyutsuz arayüzün, η boyutsuz yarıçapta, t zamana göre değişimi.
- v. S^+ boyutsuz arayüzlerin, η boyutsuz yarıçap ekseninde, sıcaklık eğrileri.
- vi. η boyutsuz yarıçap ekseninde β boyutsuz enerji değişimi (tam grafik).
- vii. η boyutsuz yarıçap ekseninde β boyutsuz enerji değişimi (ısıl depo bölgesi).
- viii. η boyutsuz yarıçap ekseninde ısıl enerji değişimi (Joule)
- ix. η boyutsuz yarıçap ekseninde ısıl depolama bölgesi (Joule)

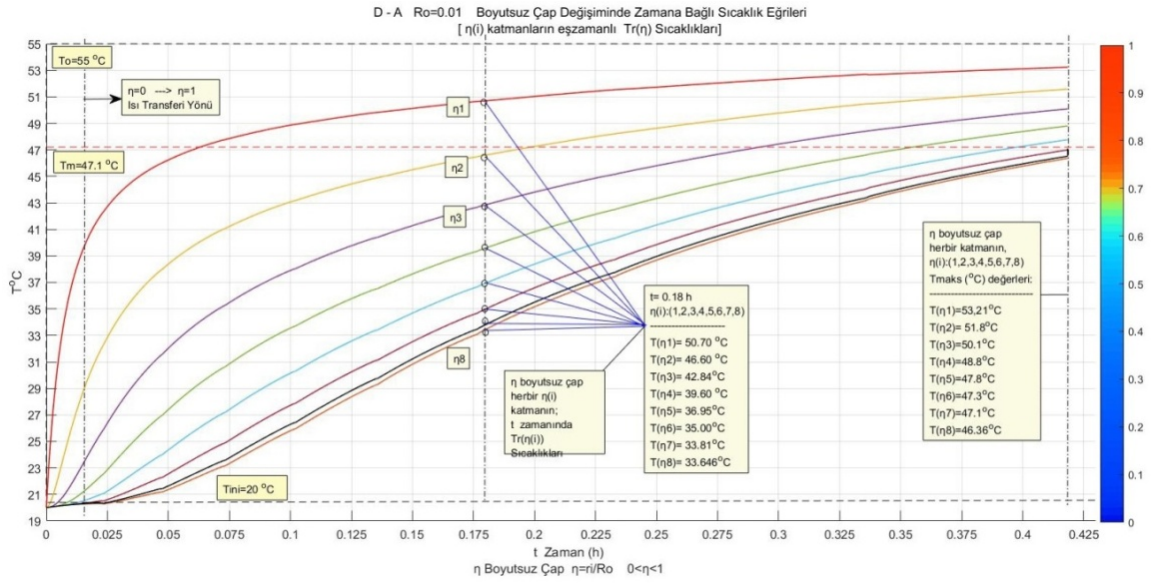
6.2 η boyutsuz yarıçapa bağlı θ boyutsuz sıcaklık dağılımı



Şekil 6.1 η boyutsuz yarıçapa bağlı θ boyutsuz sıcaklık dağılımı.

Yapılan hesaplamalar sonunda, Şekil 6.2’de elde edilen grafikte, zamana bağlı boyutsuz sıcaklık eğrileri gösterilmektedir. η_i katmanların $\theta=0$ ($T_m=47.1^\circ\text{C}$) ergime noktasına hangi zamanda ulaştıkları, ergimiş olan her bir katmana ait kalınlıkların birbirinden farklı olduğu ve buna bağlı olarak katmanların ergime sürelerinin farklılık gösterdiği anlaşıldı. İlk katman η_1 ’in $t=0.06$ saatte ergidiği ve η_8 katmanının ise $t=0.42$.ci saatte ergime noktasına yakın bir noktada bulunduğu görüldü.

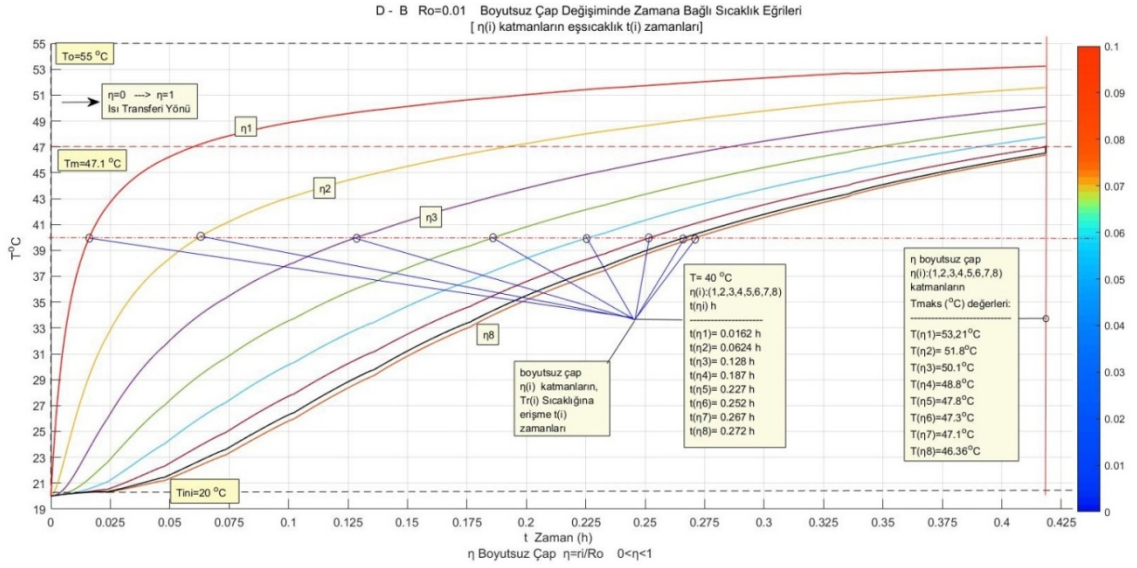
6.3 η_i katmanların sıcaklık dağılımı, eşzamanda katmanların $T_{r(\eta_i)}$ değerleri.



Şekil 6.2 η_i boyutsuz yarıçap katmanların sıcaklık dağılımı, t_i eşzamanda katmanlardaki $T_{r(\eta_i)}$ değerleri.

Boyutsuz yarıçapın (η_i) her bir katmanındaki sıcaklık dağılımını veren grafik Şekil 6.3'te gösterilmektedir. Bu grafik üzerinde, katmanlarda ergimenin başlangıcından ergimenin sonlanmasına kadar olan süreçte her hangi bir eş zamanda katman sıcaklıklarının nasıl değiştiği incelendi. Silindirin yarıçap ekseninde, dış cidardan merkeze doğru η_1 'den η_8 'e kadar her bir katmanın sıcaklıkları, $t_1=0.18$ ci saat için incelendiğinde, η_1 'in $T_{(\eta_1)}=50.70^{\circ}\text{C}$ sıcaklığında bulunduğu, silindir merkezine en yakın katman olan η_8 de ise sıcaklığın $T_{(\eta_1)}=33.646^{\circ}\text{C}$ olduğu görülmektedir. ergimenin sonlandığı t_{son} zamana karşılık gelen katmanların en büyük sıcaklığı, η_1 'de $T_{(\eta_1)son}=53.21^{\circ}\text{C}$ ve η_8 'de $T_{(\eta_8)son}=46.36^{\circ}\text{C}$ olarak okunmaktadır. Grafikten okunan $T_{(\eta_9)son}=46.36^{\circ}\text{C}$ sıcaklığı $T_m=47.1^{\circ}\text{C}$ ergime sıcaklığına çok yakındır. Bu durum, silindirin merkezine yakın bir bölgede ergimemiş fakat ergime haline yakın lapa (pulp) özelliğinde FDM'nin varlığı anlaşılmaktadır. (η_9)_{son} katmanının içinde kalan pulp bölgesinin sınırı, şekil 6.5'deki arayüz – η grafiğinde $\eta=0.907$ olarak okundu. Sonuçta silindir şeklindeki FDM'nin r eksenini boyunca %90.7 oranında ergidiği ve %9.3 oranındaki kalan katı FDM'nin ergime sıcaklığında bulunan sıvı FDM ile ısı dengede olduğu anlaşıldı.

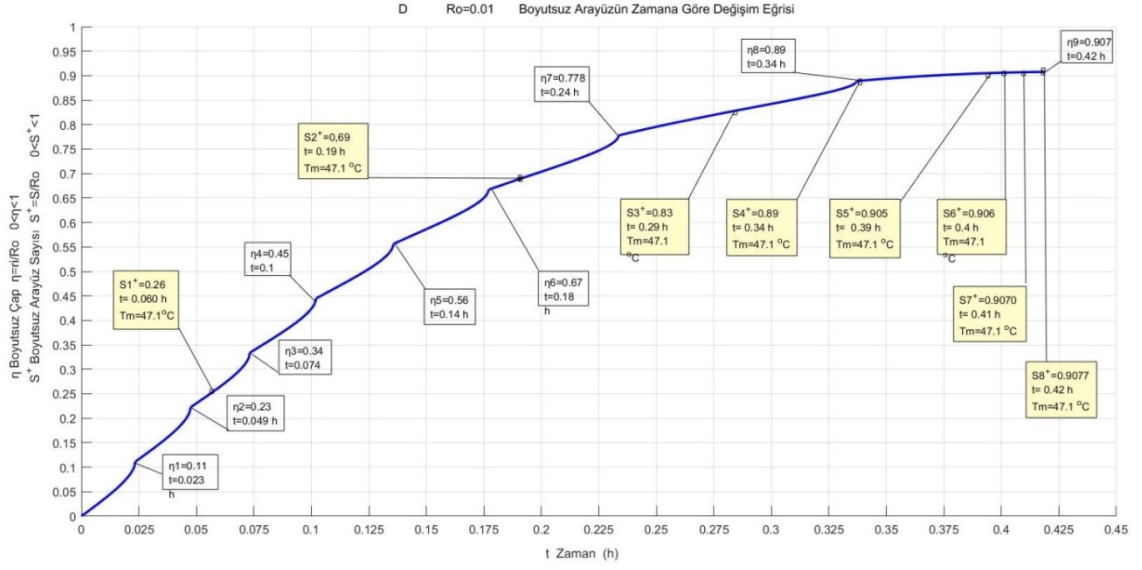
6.4 η_i boyutsuz yarıçap katmanların sıcaklık dağılımı, eşsıcaklıkta η_i ve t_i değerleri.



Şekil 6.3 η_i boyutsuz yarıçap katmanların sıcaklık dağılımı, eşsıcaklık $T(\eta_i, t_i)$ ekseninde katmanların η_i ve t_i değerleri.

Boyutsuz yarıçapın (η_i)'nin her bir katmanındaki sıcaklık dağılımını veren grafik şekil 6.4'te gösterilmektedir. Silindirin dış çeperinden silindirin merkezine doğru $T_i=40^\circ\text{C}$ sabit sıcaklık ekseninde bulunan η_i katmanları ile bu katmanların $T_i=40^\circ\text{C}$ sıcaklığa ulaşma zamanları incelendi. Sırasıyla, ilk olarak dış çeperde η_1 'in $t_1=0.0162$ h, η_2 'nin $t_2=0.0624$ h ve son katman η_8 'in $t_8=0.272$ h'te $T_i=40^\circ\text{C}$ sıcaklığa ulaşabildikleri grafikte görüldü. Bu yaklaşımla, grafik üzerinde her bir katmanın $T_m=47.1^\circ\text{C}$ ergime sıcaklığına ulaştıkları boyutsuz yarıçap noktaları incelendi. Her bir η katmanının $T_m=47.1^\circ\text{C}$ ergime sıcaklığına ulaştığı konumun, ergimenin gerçekleştiği arayüz bölgesini belirttiği düşünüldü. Bu nedenle, bu noktanın katman içindeki konumu, şekil 6.5'deki 'arayüz- η boyutsuz çap' eğrisini gösteren konum-zaman grafiğinde elde edildi.

6.5 S^+ boyutsuz arayüz ve η boyutsuz yarıçapın t zamana göre konumu.



Şekil 6.4 S^+ boyutsuz arayüz ve η boyutsuz yarıçapın t zamana göre konumu.

Bölüm 4.3.2’ de, S^+ boyutsuz arayüz sayısı, katı–sıvı fazları birbirinden ayrıldığı ve faz değişimin sağlandığı tabaka arayüz olarak tanımlanmıştı. Şekil 6.5’te zamana göre değişen η boyutsuz yarıçap ile S^+ boyutsuz arayüz hareketleri, konum –zaman eğrisi biçiminde gösterildi. Burada, optimum olarak bölümlendirilen η boyutsuz yarıçap katmanların başlangıç ve bitiş konumları gösterildi. Aynı zamanda, S^+ boyutsuz arayüz konumlarının hangi katman aralıklarında gerçekleştiği gösterildi.

Matlab’de oluşturulan çözüm algoritmasında, aralıkların optimum olarak belirlendiği η ’nın 8 aralığa bölünmesi ile oluşan 9 katmanın silindirin dış çeperinden merkeze doğru kalınlaştığı görüldü. S^+ arayüzlerin her katmanda oluşmadığı anlaşıldı. Burada katmanların hangi ölçülerde olduğu önceden bilinmemektedir. η ’nın kaç adet kısma bölüneceği konusu, FDM’nin ergime modeli, iterasyondaki yakınsama, ıraksamanın optimum olmasına bağlı olarak belirlendi. S^+ arayüzlerin hangi katman aralıklarında oluşacağı FDM’nin termofiziksel özellikleri, ısı koşulları ile başlangıç ve sınır koşullarının belirlediği anlaşıldı. Grafikte görüldüğü gibi, η ’nın birbirine eşit olmayan ve artan aralık değerleri ile katmanlara bölünmesinin nedeni düşünüldüğünde, FDM sıcaklığının zamanla artması ile ısıtıcı kaynakla arasındaki sıcaklık farkının azalması, ısı kaynağı ile FDM arasında ısı transfer hızının düşmesine neden olduğu düşünüldü.

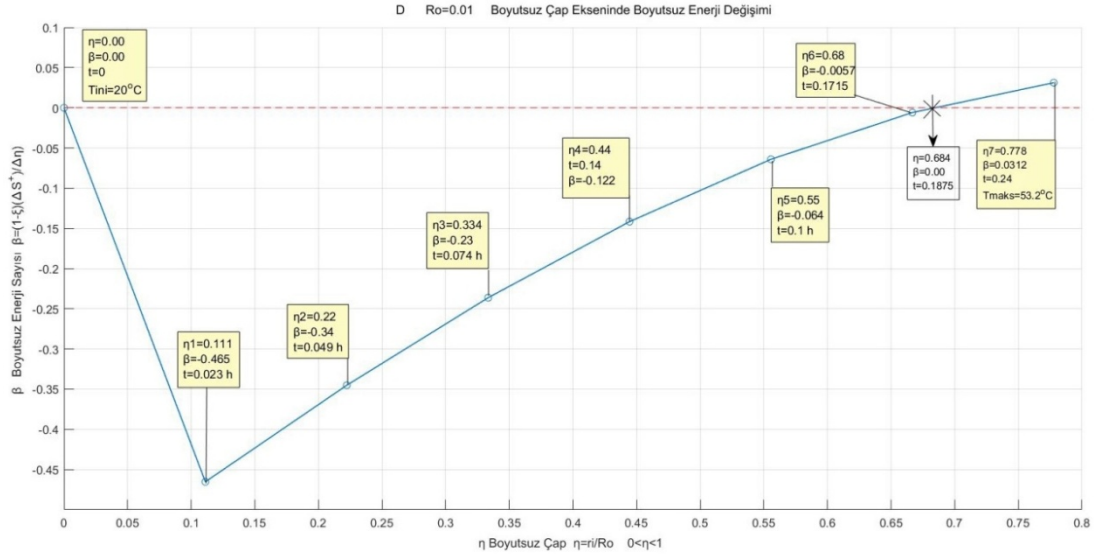
S^{+} ’in konumları Şekil 6.5’de eğri üzerinde gösterilmektedir. İlk arayüz $(S^{+})_1$ ’nın 3.cü katmanı içinde, $(S^{+})_2$ ’nin 7.ci katmanı içinde, $(S^{+})_3$ ve $(S^{+})_4$ ’nin 8.ci katmanı içinde gerçekleştiği görüldü. $(S^{+})_5$, $(S^{+})_6$, $(S^{+})_7$ ve $(S^{+})_8$ arayüzleri η ’nın son 9.cu katmanı içinde birbirine çok yakın aralıklarla olduğu görüldü.

şekil 6.6'daki grafik, η katmanların sıcaklık eğrilerinde S^+ arayüzlerin konumu gösterilmektedir. Katmanlar T_m ergime sıcaklığına eriştikleri noktada arayüz olduğu görüldü. η katmanlar üzerinde arayüzlerin konumları karşılaştırıldığında, ilk arayüzün $(S^+)_1=0.26$ konumunda gerçekleştiği, son arayüzün ise $(S^+)_8=0.907$ konumunda gerçekleştiği görüldü. İlk arayüz 0.26'da gerçekleşirken ikinci arayüz $\Delta S_1^+=(S^+)_2 - (S^+)_1=0.426$ 'da gerçekleşmiştir. Her bir arayüzün bir önceki arayüze göre ne kadar farkla olduğu aşağıdaki gibi yazıldı.

$$\begin{aligned}
\Delta S_0^+ &= (S^+)_1 - (S^+)_0 = 0.26 & \Delta S_1^+ &= (S^+)_2 - (S^+)_1 = 0.426 & \Delta S_2^+ &= (S^+)_3 - (S^+)_2 = 0.14 \\
\Delta S_3^+ &= (S^+)_4 - (S^+)_3 = 0.06 & \Delta S_4^+ &= (S^+)_5 - (S^+)_4 = 0.015 & \Delta S_5^+ &= (S^+)_6 - (S^+)_5 = 0.001 \\
\Delta S_6^+ &= (S^+)_7 - (S^+)_6 = 0.001 & \Delta S_7^+ &= (S^+)_8 - (S^+)_7 = 0.0007
\end{aligned}$$

η ekseninde dış cidardan silindirin merkezine doğru arayüzlerin küçülen farklarla ilerlediği sonucuna varıldı.

6.7 η boyutsuz yarıçap ekseninde β boyutsuz enerji değişimi, tam grafik.



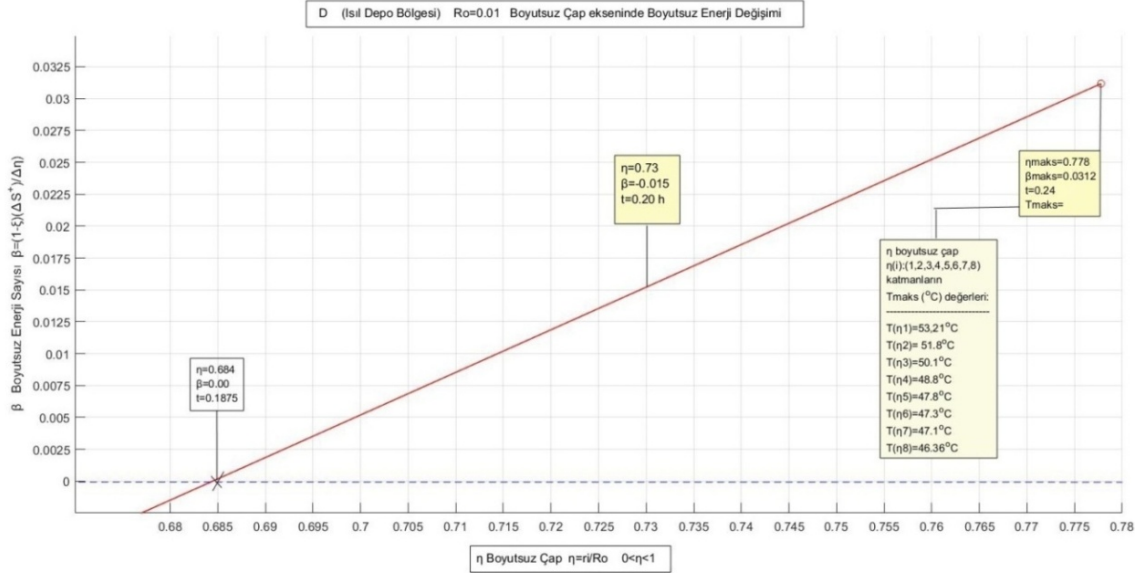
Şekil 6.6 η boyutsuz yarıçap ekseninde β boyutsuz enerji değişimi, tam grafik.

β boyutsuz enerji sayısı, ergime ısısından elde edilen enerjiyi ifade etmektedir. Başlangıçta, $t=0$ zamanında, β sıfır (0) dır. Isı aktarımının başlamasından sonra katı FDM'nin sıcaklığı artmaya başlar. Ergime modeline göre, arayüz tabakasında gerçekleşen ergime sonucu arayüzün sıvı tarafında enerji birikmektedir. Katı fazla temas halindeki sıvı arasında, ($T_m > T(r_i, t_i)$), ısı aktarımı gerçekleşerek katının sıcaklığı artmar. İlk ısınma tabakası η_1 ısı kaynağından aldığı enerjiyi iç sıcaklığın artışına harcadığı görünmektedir. Bu durum β sayısı yönünden kayıp olarak hesaplanır. Bu nedenle β sayısı aşağı yönde (-) negatif değer alır.

Bu değer FDM'nin bulunduğu ısı koşullarda ihtiyacı olduğu en büyük ısı enerji değeridir. İç sıcaklık arttıkça sıcaklığın artışına ihtiyaç duyulan enerji miktarı azalmaya başlamakta ve β sayısının artmasına neden olmaktadır.

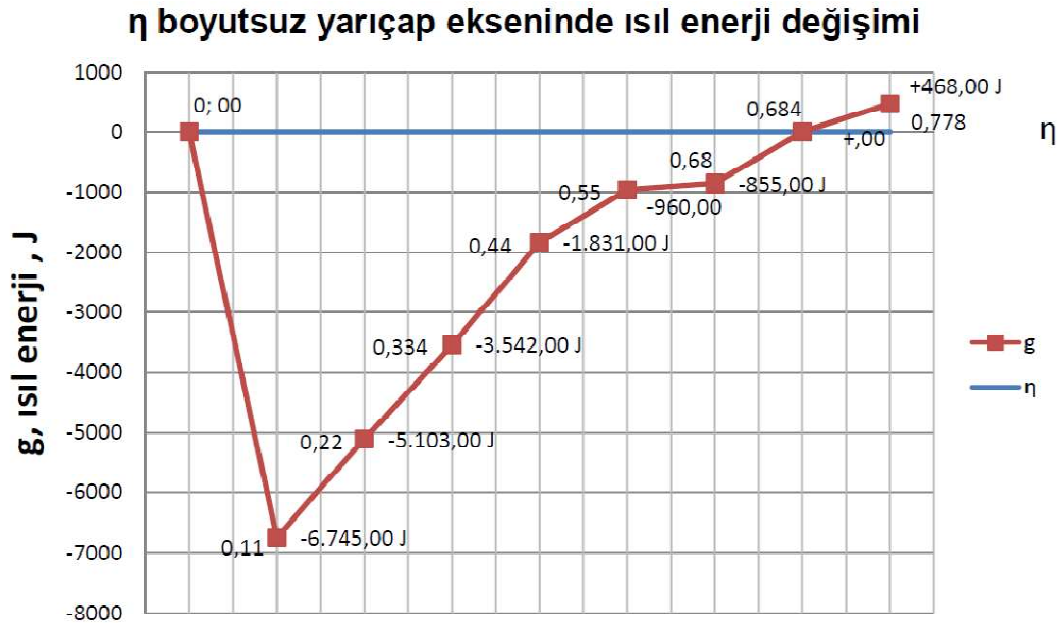
($\eta=0.684$; $\beta=0$) noktasından sonra, (S^+)₃ ve (S^+)₄ arayüzlerin gerçekleştiği η_7 katmanına kadar β 'nın (+) pozitif değer aldığı görülmektedir. ($\eta=0.684$; $\beta=0$) noktası ile ($\eta_7=0.778-0.89$); $\beta=0.0312$) noktası arasındaki bölge ısı depolamanın gerçekleştiği alan olduğu sonucuna varılmaktadır.

6.8 η boyutsuz yarıçap ekseninde β boyutsuz enerji değişimi, ısı depo bölgesi.



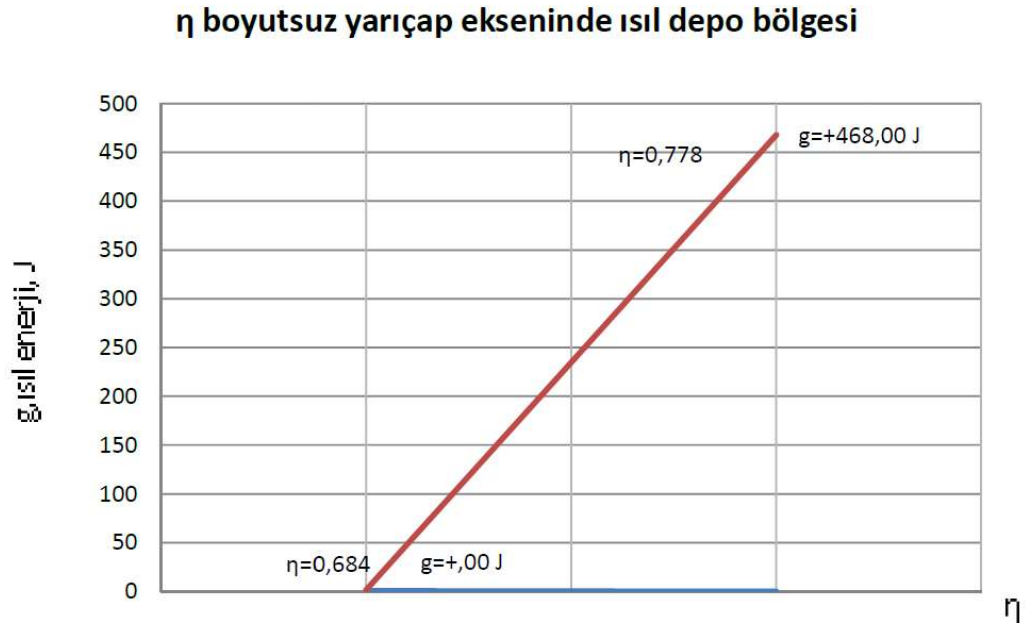
Şekil 6.7 η boyutsuz yarıçapta β boyutsuz enerji değişimi, ısı depo bölgesi.

6.9 η boyutsuz yarıçap ekseninde ısı enerji değişimi (J)



Şekil 6.8 η boyutsuz yarıçap ekseninde ısı enerji değişimi, tam grafiği (J)

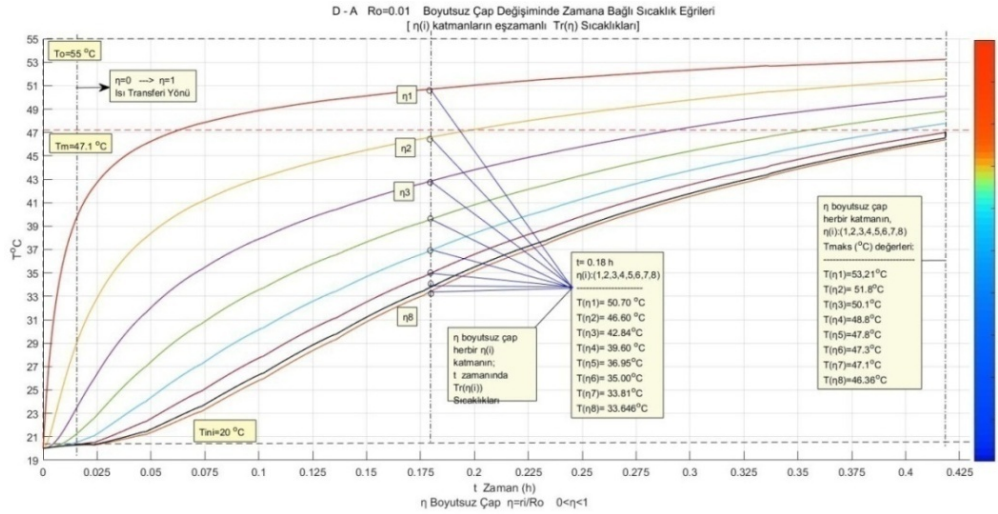
6.10 η boyutsuz yarıçap ekseninde ısı depo bölgesi



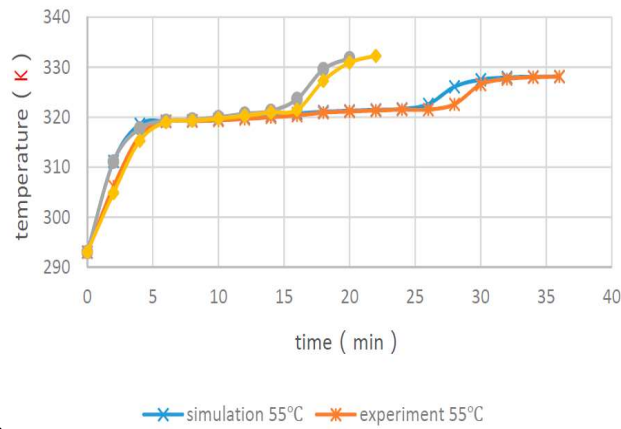
Şekil 6.9 η boyutsuz yarıçap ekseninde ısı depo bölgesi (j).

SAYISAL ÇÖZÜM İLE DENEY SONUÇLARININ KARŞILAŞTIRILMASI

Bölüm 5'in 5.4 kısmında, literatürden sağlanan deneysel çalışmanın koşul ve özellikleri anlatıldı. Deneysel çalışma verileri ile sayısal çözüm sonuçları bu bölümde karşılaştırıldı. Şekil 6.3'de sayısal çözümde elde edilen ergimenin sıcaklık-zaman eğrisi ile şekil 5.4'de deneysel çalışma sonucu elde edilen ergimenin sıcaklık-zaman eğrisi karşılaştırma yapmak için incelendi. 6.cı bölümdeki sayısal çözüm grafiği, şekil 6.3, karşılaştırma için aşağıda tekrar gösterildi.



5.ci bölümdeki deneysel sonuç grafiği, şekil 5.4, [76], aşağıda tekrar gösterildi.



Yapılan sayısal hesaplamaların literatürde yapılmış deneysel çalışma sonuçları ile karşılaştırılması aşağıda Tablo 7.1’de gösterildi.

Tablo 7.1 Deneysel ve sayısal sonuçları karşılaştırma tablosu

	Parafin Ergime Süreci	Deneysel	Sayısal	Farklar	% Fark
i	$T_{ini}=20^{\circ}\text{C}$ sıcaklığından $T_m=47.1^{\circ}\text{C}$ sıcaklığa erişme süresi	5 dk	3.8 dk	1.2 dk	%24
ii	$T_m=47.1^{\circ}\text{C}$ sabit sıcaklıkta toplam ergime süresi	23 dk	21.1 dk	1.9 dk	%8.2
iii	ergime sonrası sıvı fazda en yüksek sıcaklık	55.0°C	53.21°C	1.79°C	%3.3
iv	ergime sonrası sıvı fazın en yüksek sıcaklığa erişim zamanı	13 dk	1.8.dk	11.2 dk	%86
v	toplam ısınma ve ergime süresi	36 dk	26.7 dk	9.3 dk	%25.8

Şekil 5.4 deki grafikte ifade edilen deneysel çalışma sonucunda zamana göre sıcaklığın değişimi turuncu renk ile gösterilmiştir. Parafinin dış cidarında oluşan ilk tabakanı ergime sıcaklığına ($T_m=47.1^{\circ}\text{C}$) ulaşması yaklaşık $t=5$ dakika sürdüğü görülmüştür. Ergimenin tamamlanması ise yaklaşık 23.cü dakikaya kadar devam etmiş ve ergimiş FDM’nin 36. dakikaya kadar yaklaşık $T_{son}=55^{\circ}\text{C}$ sıcaklığa ulaşmış olduğu görülmektedir. Bu durumda, ısınma işlemi $T_{ini}=20^{\circ}\text{C}$ sıcaklıktan $T_m=47.1^{\circ}\text{C}$ sıcaklığa 5 dakikada yükselmiş, ergime işlemi ise $T_m=47.1^{\circ}\text{C}$ sabit sıcaklıkta $t_{net-erg}=20$ dakikada gerçekleşmiştir.

Sayısal çözümle elde edilen şekil 6.3’deki grafikte, FDM’nin zamana göre sıcaklık değişimi, η boyutsuz çap katmanları üzerinde gösterildi. Parafinin dış cidarında oluşan η_1 ilk tabakanın ($T_m=47.1^{\circ}\text{C}$) ergime sıcaklığına ulaşması yaklaşık $t=3,8$ dakika sürdüğü görüldü. Ergime işleminin yaklaşık $t=21.1$ dakikada tamamlandığı grafikten anlaşıldı. $t=21.1$ dakikada oluşan sıvı fazın ise $t=1.8$ dakika sonra $T=53.1^{\circ}\text{C}$ sıcaklığa ulaştığı anlaşıldı.

Ergime model denklemleri ve sonlu farklar yöntemine göre ayrıklaştırma.

Isıl enerji depolama sistemi için belirlenen bir FDM'nin, T_0 sabit sıcaklık kaynağın etkisi altında, FDM'nin ergime süreci incelendi. Silindirik geometrideki FDM'nin ergime sürecindeki katı ve sıvı fazları ile katı-sıvı arayüz katmanları, (r) tek boyutlu-(t) zaman bağlı-($\dot{g}$) ısı üretimi içeren ısı iletim denklemlerine uyarlandı. Uyarlanan ısı iletim denklemleri boyutsuz hale getirildi. Tasarlanan silindirik FDM ergime modeli, sonlu farklar yöntemine göre tanımlandı ve ayrıklaştırıldı.

Ayrıklaşan ergime modeli için türetilen sayısal faz denklemleri sırasıyla;

“arayüz dışında kalan sıvı faz bölgesi” (5.6), **“arayüz dışında kalan katı faz bölgesi”** (5.10), **“arayüz katı bölgesinde $j = q + 1$ düğüm noktası”** (5.14), **“arayüz sıvı bölgesinde $j = q - 1$ düğüm noktası”** (5.18), **“arayüz sınırında $j = q$ düğüm noktası”** (5.22) ve **“katı-sıvı arayüzde ısı enerji denklemi”** (5.27) olarak geliştirildi.

Ayrıklaşan ergime modelini temsil eden sayısal faz denklemlerin çözümü yapıldı. Sayısal çözüm için, ergime modeline benzeyen literatürde bulunan [76] bir deney sisteminin verileri kullanıldı. Sayısal faz denklemleri ile ifade edilen ergime modelin işleyişine göre MATLAB\R2017a2 programında kodlanarak bir çözüm algoritması oluşturuldu.

Sayısal model denklemlerin matlab'e uyarlamasında karşılaşılan zorluklar.

Faz değişim modelin ergime davranışını temsil eden sayısal denklemler, matlab programında kodlanarak oluşturulan çözüm algoritması çalıştırıldığında, yakınsama ve ıraksama sonucu veren hatalı iterasyonlar gerçekleşti. Faz değişim modelin ergime davranışı sıralı/ardışık olarak tanımlanmış ve denklemler sıralı/ardışık işlemler biçiminde ifade edilmiş olsa da, sürecin her yöndeki değişimini, eşzamanlı olarak hesaplayan kodlama yaklaşımına gerek olduğu anlaşıldı. Elde edilen bu yargı ile, hem

ısı iletim denklemlerin sayısallaştırılması hem de algoritmayı oluşturan komut dizinleri tekrar tasarlanarak çözüm sağlayan bir algoritma elde edildi.

Sayısal çözümden elde edilen bulgular

Elde edilen çözümler aşağıda isimleri belirtilen grafiklerle ifade edildi; Algoritmanın optimum çözümü sağlamak için sayısal olarak bölünen (η_i) boyusuz yarıçap katmanların ($\theta = 0$); ($T_m = 47.1^\circ\text{C}$) ergime noktasına erişim hızlarında, dış çeperden merkeze doğru azalma olması ve ergime sürelerinin artması, ($T_0=55^\circ\text{C}$) sabit sıcaklık kaynağın etkisi ile ısı aktarım hızında azalmalar olduğu görüldü.

Katmanlardaki ergimenin başlangıç ve sonlanmasına kadar, her hangi bir zamanda dış cıardan merkeze doğru katman sıcaklıkları incelendiğinde, sıcaklıkların azalan farklarla düşüş gösterdiği, ergime sürecinin homojen hızda ilerlemediği, ergime–zaman yönünden verimin azaldığı anlaşıldı. Bu nedenle ısı depo sistemlerinde tüm FDM’nin ergimesini hedeflemenin zaman kayıplarına neden olabileceği düşünüldü.

Örnek olarak, $t_1=0.18$ saatte, η_1 ’in $T_{(\eta_1)}=50.70^\circ\text{C}$ sıcaklıkta bulunduğu, silindir merkezine en yakın katman olan η_8 de ise sıcaklığın $T_{(\eta_8)}=33.646^\circ\text{C}$ olduğu, aynı zamanda $t_1=0.18$ saatte $\eta_6=0.67$ katmanın, diğer ifadeyle FDM’nin %67 oranında ergidiği (şekil 6.5)’de görünmektedir. Ergimenin sonlandığı $t_{\text{son}}=0.42$ saat gözönüne alındığında η_1 ’de $T_{(\eta_1)\text{son}}=53.21^\circ\text{C}$, η_8 ’de $T_{(\eta_8)\text{son}}=46.36^\circ\text{C}$ olup $\eta=0.907$ olarak grafikten okunmaktadır. Bu durumda, $t_1=0.18$ saatten $t_{\text{son}}=0.42$ saate kadar ($\Delta t=0.24$ saat) geride kalan ($\Delta \eta=t_{\text{son}}-t_1=0.237$) %23.7 oranındaki katı FDM’nin ergimesini beklemek, ısıl deponun kullanım amacına göre verilmesi gereken bir tercih olabilir.

Ergime sıcaklığına göre grafikler incelendiğinde, katmanların ergime sıcaklığına hangi sürede ve hangi noktada eriştiği belirgin biçimde anlaşılmaktadır. Ayrıca, katı faz halindeki her katmanın herhangi bir T_i sıcaklığına ulaşma sürelerinin, azalan farklarla zamanın ilerlediği görülmektedir. Bu durumda, ergimiş madde miktarı arttıkça henüz ergimemiş katının yüzeyinden silindirin merkezine doğru sıcaklık artışı olduğu anlaşılmaktadır. Örnek olarak, Şekil 6.4 deki grafiğe göre, her katman aralığının $T_i=40^\circ\text{C}$ sıcaklığına ulaşma süreleri sırasıyla, $\Delta t_{\eta_0 \rightarrow \eta_1}=0.0162$ saat, $\Delta t_{\eta_1 \rightarrow \eta_2}=0.0462$ saat, $\Delta t_{\eta_2 \rightarrow \eta_3}=0.0656$ saat, $\Delta t_{\eta_3 \rightarrow \eta_4}=0.059$ saat ve son katman aralığı $\Delta t_{\eta_7 \rightarrow \eta_8}=0.005$ saattir. Dış çeperden merkeze doğru, her katman aralığının $T_i=40^\circ\text{C}$ sıcaklığına erişim sürelerinin

azalan farklar ile gerçekleşmesi, ardışık katmanlar arasında sıcaklık farklarının da azaldığını göstermektedir.

S^+ boyutsuz olarak tanımlanan, katı-sıvı fazları birbirinden ayıran ve faz değişimin gerçekleştiği tabaka olan arayüzün hareketi η boyutsuz yarıçap eksenini üzerinde yeralmaktadır. Ergime sürecinde sonlu farklar yöntemine göre bölünen/kesiklendirilen η boyutsuz yarıçap aralıklarının hangi uzunluklarda olduğu, S^+ boyutsuz arayüzlerinin hangi η katmanlarında ve kaç kez gerçekleşeceği Matlab'te geliştirilen algoritma ile hesaplanarak elde edilen S^+ ve η 'nin zamana bağlı değişim grafiğinde, η 'nin optimum olarak 8'e bölüldüğü ve S^+ arayüzlerinin konumları görülmektedir. Ergime sürecinde, FDM'nin başlangıçtan itibaren sıcaklığında artış olduğu bu nedenle ısıtıcı kaynakla arasındaki sıcaklık farkının azalması ile ısı aktarım hızının düşmesi nedeniyle η 'nin eşit olmayan ve artan aralıklarla katmanlara bölüldüğü sonucuna varıldı.

S^+ boyutsuz arayüzlerinin gelişmesi η 'nin değişiminden bağımsız olduğu görüldü. S^+ 'in tanımı gereği, katı tabakanın ergime noktasına geldiği anda arayüz oluştuğu bu nedenle sayısal hesaplamalarda S^+ 'in sayısının belirlenmesinde bir kriter denklemin olmadığı fakat η 'nin bölünme kriteri ile S^+ 'in genel bir sınırlama altına alındığı sonucuna varıldı.

T_m ergime sıcaklık eksenini üzerinde gelişen S^+ arayüz tabakaların, sırasıyla, $(S^+)_1=0.26$, $(S^+)_2=0.69$, $(S^+)_3=0.83$, $(S^+)_4=0.89$, $(S^+)_5=0.905$, $(S^+)_6=0.906$, $(S^+)_7=0.907$, $(S^+)_8=0.9077$ konumunda gerçekleştiği görülmektedir. Ergime sürecinin sürücüsü olan arayüz gelişimi ısı depolama süresini belirlemektedir. Burada ilk arayüz 0.26'da gerçekleşmektedir. Her bir arayüzün bir önceki arayüze göre ne kadar farkla oluştuğu aşağıdaki gibi yazıldığında, ΔS_4^+ 'den sonra oluşan arayüz tabakaların 7/10.000 oranına kadar çok küçük oranda ergime sağladığı görülmektedir.

$$\begin{aligned} \Delta S_0^+ &= (S^+)_1 - (S^+)_0 = 0.26, & \Delta S_1^+ &= (S^+)_2 - (S^+)_1 = 0.426, & \Delta S_2^+ &= (S^+)_3 - (S^+)_2 = 0.14, \\ \Delta S_3^+ &= (S^+)_4 - (S^+)_3 = 0.06, & \Delta S_4^+ &= (S^+)_5 - (S^+)_4 = 0.015, & \Delta S_5^+ &= (S^+)_6 - (S^+)_5 = 0.001, \\ \Delta S_6^+ &= (S^+)_7 - (S^+)_6 = 0.001, & \Delta S_7^+ &= (S^+)_8 - (S^+)_7 = 0.0007 \end{aligned}$$

Aşağıdaki tabloda, arayüz tabaka kalınlıkları ve oluşma süreleri belirtilmektedir. Tablo 7.1'de, arayüz tabakasının ΔS_3^+ 'den sonra ihmal edilecek kadar küçük kalınlıklarda gerçekleştiği görülmektedir. $(S^+)_3=0.83$ noktasında FDM'nin %83 ü ilk $t=0.29$ saatte ergimektedir. $(S^+)_8=0.9077$ son ergime oranı gözönüne alındığında ergimesi beklenen

katı oranı %7'dir. Bu %7 oranı için $t=0.13$ saat fazladan beklemek ısıl deponun kullanım amacına göre bir tercih konusudur.

Tablo 8.1 S^+ boyutsuz arayüz tabakaların varlık süreleri.

	ΔS_0^+	ΔS_1^+	ΔS_2^+	ΔS_3^+	ΔS_4^+	ΔS_5^+	ΔS_6^+	ΔS_7^+
ΔS_i^+	0.26	0.426	0.14	0.06	0.015	0.001	0.001	0.0007
Δt_i (saat)	0.06	0.13	0.10	0.05	0.04	0.01	0.01	0.01

Başlangıçta, $T_0=55^\circ\text{C}$ sabit sıcaklıkta bulunan ısı kaynağı, $T_{\text{ini}}=20^\circ\text{C}$ sıcaklığında silindirik katı FDM'nin dış cidarından ısı aktarımı sağlamaya başladığı $t=0$ zamanında, boyutsuz enerji sayısı β sıfır (0) dır. Isı aktarımın başlamasından sonra katı FDM'nin sıcaklığı artmaya başlamaktadır.

Ergime modeline göre arayüz tabakasında gerçekleşen ergime sonucu sıvı fazda enerji birikmektedir. Katı fazla temas halindeki sıvı arasında, $(T_m > T(r_i, t_i))$, ısı aktarımı gerçekleşerek katının sıcaklığı artmaktadır.

Şekil 6.7'deki grafikte, β enerji sayısı, $\eta_1=0.11$ noktasına kadar aşağı yönde (-) negatif değer aldığı, bu noktadan sonra β 'nin yukarı yönlü hareketle artış sağladığı ve $\eta=0.684$ noktasına geldiğinde $\beta=0$ değerine ulaştığı anlaşılmaktadır.

β enerji sayısı, ergime ısısından elde edilen enerji sayısını ifade etmektedir. $(\eta=0.684; \beta=0)$ noktasına kadar $(S^+)_1$ ve $(S^+)_2$ olmak üzere iki arayüz tabakasında ergime gerçekleştiği şekil 6.5'de görülmektedir ve burada kazanılan ergime enerjisinin katı sıcaklığının artışına harcadığı ifade edilebilir. $(\eta=0.684; \beta=0)$ noktasından sonra, $(S^+)_3$ ve $(S^+)_4$ arayüzlerin oluştuğu η_7 katmanına kadar β 'nin (+) pozitif değer aldığı görülmektedir. $(\eta=0.684; \beta=0)$ noktası ile $(\eta_7=0.778-0.89)$; $\beta=0.0312$ noktası arasında ısıl depolamanın gerçekleştiği bölge olduğu sonucuna ulaşıldı.

Isı kaynağın sıcaklığı, ID sisteminin kullanım periyodu, ihtiyaç kapasitesi, ID geometrisi ve kullanılan FDM'nin özellikleri optimum ID sistemin tasarımında belirleyici faktörlerdir.

Bu çalışmada elde edilen sayısal denklemlerin çözüm algoritmasında, bilinen bir deneysel çalışmaya ait termofiziksel ve ısısal koşul verileri kullanıldı.

Sayısal çözüm kümesinden elde edilen verilerle ergimenin maksimum–minimum değerleri belirlendi. Bu değerlerin, toplam ergime süresi, ergime arayüzlerin (S^+) sayıları, bulundukları konumları ve her bir arayüzün ergime süreleri hesaplandı.

(S^+)₂–(S^+)₁ arayüz katman aralığında 0.426 (%46) oranı ile en hızlı ergimenin gerçekleştiği görüldü. (S^+)₅ arayüz noktasından itibaren ergimenin 1/10.000 oranı kadar yavaşladığı hesaplandı. (S^+)₃ arayüz noktasında ergimenin 0.86 (%86) oranına $t=0.29$ saatte ulaştığı bulundu. Boyutsuz ısısal enerji sayısının yarıçap eksenine göre değişiminden elde edilen hesaplara göre optimum ısısal deponun ($\eta_7=0.778-0.89$) aralığında gerçekleştiği, boyutsuz enerji sayısının ise $\beta=0.0312$ olduğu görüldü. bu optimum ($\eta;\beta$) koordinatı, ergimenin gerçekleştiği optimum arayüz (S^+)₃=0.86 değerine karşılık geldiği görüldü. Böylelikle, ergime sürecindeki davranışlara ait ayrıntıların hesaplanması, optimum ısısal deponun tasarlanmasında belirleyici bir yaklaşım olduğu açıklandı.

Deneysel çalışma sonuçları ile sayısal çözüm sonuçlarının karşılaştırılması

Sayısal çözümden elde edilen ‘*ergimenin sıcaklık-zaman eğrisi*’ (şekil 6.3) ile literatürden sağlanan [76] deneysel çalışmadaki ‘*ergimenin sıcaklık-zaman eğrisi*’ (şekil 5.4), bölüm 7’de karşılaştırıldı. Sayısal ve deneysel sonuçların karşılaştırılması beş (5) kriter ile gerçekleştirildi . Bunlar sırasıyla;

i). Katı faz başlangıç sıcaklığı $T_{im}=20^0C$ den ergime sıcaklığı $T_m=47.1^0C$ ye “erişim süresi”nin deneysel olarak 5 dakikada gerçekleştiği, sayısal sonucun ise 3.8 dakika olduğu, **ii).** Ergime sıcaklığı $T_m=47.1^0C$ de “toplam ergime süresinin” deneysel olarak 23 dakika gerçekleştiği, sayısal sonucun ise 21.1 dakika olduğu, **iii).** “ergime sonrası sıvı fazda en yüksek sıcaklığın”deneysel olarak 55^0C , sayısal olarak ise 53.21^0C hesaplandığı, **iv).** “ergime sonrası sıvı fazın en yüksek sıcaklığa erişim zamanı”nın deneysel olarak (55^0C) 13 dakikada ulaştığı, sayısal olarak (53.21^0C) 1.8 dakika hesaplandığı, **v).** “ toplam ısınma ve ergime süresi”nin deneysel olarak 36 dakikada gerçekleştiği, sayısal olarak ise 26.7 dakika olduğu hesaplandı.

Toplam ergime süresi, deneysel çalışmada 23.cü dakika iken sayısal yöntemle 21.1 dakika hesaplandı. Sayısal yöntemin deneysel yönteme göre %8.2 oranında daha kısa süre hesapladığı görüldü. Sayısal çözümle ergime sıcaklığına erişme zamanı, deneysel sonuca göre 1.2 dakika daha kısa olduğu anlaşıldı.

Deneysel çalışma sonucu elde edilen (şekil 5.4) '*sıcaklık-zaman eğrisi*' üzerinde, sayısal yöntemle hesaplanan en yüksek sıcaklık değerin 53.21°C (326 K)'e karşılık gelen zaman değeri 28 dakikadır. Deneysel sonuç grafiğinde, 28. ci dakikada (53.21°C) 326 K sıcaklık değerinde bulunan sıvı faz, 36. cı dakikada (55 °C) 328 K sıcaklığına ulaşmaktadır. Diğer bir ifade ile sıvı fazdaki FDM'nin sıcaklığı 8 dakikada yaklaşık 2°C arttığı görülmektedir. Sıvı fazın sıcaklığını 2°C arttırmak için 8 dakika beklemek verimli görünmemektedir.

Matlab ile sayısal çözüm gerçekleşirken, zamana göre sıcaklığın değişimi küçülen farklarla artmaya devam etmektedir. Bu artış, algoritmaya göre oluşan farkın sıfır (0) olduğu noktada iterasyon işlemi durmaktadır. Sayısal çözüm grafiğine göre (şekil 6.3) iterasyonunu kesildiği nokta 53.21°C dir.

Böylelikle sayısal yöntemin, yaklaşık 2°C sıcaklık artışı için 8 dakika daha iterasyon işlemini sürdürmediği söylenebilir. Bu nedenle, iv. cü kriterde, 'ergime sonrasında en yüksek sıcaklığa erişim zamanı' karşılaştırıldığında, deneysel çalışmaya göre sayısal yöntemin %86 oranında daha kısa süre olduğu görünmektedir.

Sayısal yöntemle hesaplanan sıvı fazdaki en fazla sıcaklık değeri 53.21°C (26.cı dakika) referans alındığında, deneysel sonuç grafiği üzerinde bu değere karşılık gelen sürenin 28 dakika olduğu açıktır. Bu nedenle 'toplam ısınma ve ergime süresi' deneysel olarak 28 dakika, sayısal sonucun ise 26.7 dakika olduğu ifade edilir. Sayısal sonuca göre, 53.21°C sıcaklığına erişimin, deneysel sonuca göre, %4,6 oranı kadar daha kısa sürede olabileceği düşünülür.

Tablo 7.1'de verilen karşılaştırma tablosundaki deneysel ve sayısal sonuçlar eşdeğer ölçeğe getirilerek, Tablo 8.2'de 'deneysel ve sayısal sonuçların düzeltilmiş verilerle karşılaştırma tablosu' biçiminde hazırlandı. Sayısal çözüm sonuçlarından elde edilen 'ergime sıcaklığına erişim süresi', deneysel sonuçlara göre, %24 oran ile en yüksek sapmayı, 'ergime sonrası sıcaklık artış süresi' hesabı ise %3.3 oran ile en düşük sapmayı gösterdiği anlaşıldı.

Tablo 8.2 de karşılaştırma kriterlerinden elde edilen verilere göre, tasarlanan silindirik faz değişim modeli ve onu temsil eden ısı iletim denklemlerin sayısal çözüm algoritması, literatürden sağlanan deneysel çalışmayı [76] temsil edebildiği söylenebilir.

Tablo 8.2 Deneysel ve sayısal sonuçların düzeltilmiş verilerle karşılaştırma tablosu

	Parafin Ergime Süreci	Deneysel	Sayısal	Farklar	% Fark
i	$T_{ini}=20^{\circ}\text{C}$ sıcaklığından $T_m=47.1^{\circ}\text{C}$ sıcaklığa erişme süresi	5 dk	3.8 dk	1.2 dk	%24
ii	$T_m=47.1^{\circ}\text{C}$ sabit sıcaklıkta toplam ergime süresi	23 dk	21.1 dk	1.9 dk	%8.2
iii	ergime sonrası sıvı fazda en yüksek sıcaklık	53.21°C	53.21°C	1.79°C	%3.3
iv	ergime sonrası sıvı fazın en yüksek sıcaklığa erişim zamanı	2.3 dk	1.8 dk	0.5 dk	%21
v	toplam ısınma ve ergime süresi	28 dk	26.7 dk	1.3 dk	%4,6

Öneriler

Yenilenebilir enerji kaynakları ile farklı proseslerin atık ısı enerjileri depolanarak geri kazanılabilir. Düşük maliyetli enerji kaynakları, güneş ve toprak ısı kaynağı, farklı proses ısı atıklarından sağlanan ısı enerjisi FDM yöntemiyle depolanarak enerji maliyetinden tasarruf sağlayacaktır. Ülkemizin de tarafı olduğu, Viyana sözleşmesi, Montreal protokolü, BM iklim değişikliği ve Kyoto protokolü gibi uluslararası çevre/iklim sözleşmeleri gereği karbon emisyon miktarını kontrol etmek ve yenilenebilir enerji kaynaklarını kullanmak bir zorunluluk olmuştur.

Isıl enerjinin depolanarak geri kazanımın ulusal ölçekte artması, enerji ihtiyacının önemli bir kısmını ithalatla karşılayan ülkemizin dışa bağımlılığını önemli oranda azaltacağı tahmin edildi. Aynı zamanda, sağlanan öngörülerle, ısı depolama amaçlı bir deney sistemin kurulmasına ön bilgiler sağlayacağı, böylelikle zaman ve maliyetten tasarruf elde edileceği, ısı depoda FDM'nin ergime süresi, ergime oranı ve depo ısı kapasitesi gibi değerlerin hesaplanmasında tahminler sağlayabileceği düşünüldü.

Konuyla ilgili literatürdeki diğer çalışmalar göz önüne alındığında, ısı depolama hakkında yapılması öngörülen çalışmalardan söz edilebilir.

Bunlar, ısıtma deponun ergime–katılma çevriminde verim kavramı, ısıtma deponun ısıtma–soğutma çevrimine katkısı, ısıtma depoların termodinamik ve termoeconomik analizleri, ısıtma depolarda ergime ve katılmanın ekzerji analizleri ve verimlilikleri gibi çalışmaların yapılması sıralanabilir.

Diğeryandan, ısıtma depolama amaçlı ergime–katılma süreçlerin, hesap, analiz ve tasarımlarını gerçekleştiren sayısal programların üretilmesi de yenilenebilir enerji sahası açısından önemli olduğı düşünöldü.

- [1] Dinçer I, Rosen, M. A., *Thermal Energy Storage: Systems and Applications*, John Wiley&Sons, West Sussex, 2002.
- [2] Xie L., Tian L., Yang L., Lv, Y., Li, Q., “Review on application of phase change material in water tanks” *Advances in Mechanical Eng.*, Vol. 9(7) 1–13, 2017.
- [3] Vinod K. N. P., Ajay M. N., “Analysis of Paraffin Wax as a Phase Change Material” , *International Journal of Current Engineering and Technology*, Vol.8, No.1, Jan/Feb 2018.
- [4] Abhat, A., “Low Temperature Latent Heat Thermal Energy Storage Materials” , *Solar Energy* 30, 313-332, 1983.
- [5] Dinçer, I., Rosen, M. A., *Thermal Energy Storage, Systems And Applications*, John Wiley & Sons. Chicheser UK, 2002.
- [6] Zalba, B., Marin, J. M., Cabeza, L. F., Mehling, H., “Review On Thermal Energy Storage With Phase Change: Materials, Heat Transfer Analysis And Applications” , *Applied Thermal Engineering*, 23, Pp. 251-283, 2003.
- [7] Farid, M. M., Khudhair, A. M., Razack, S. A. K., Al-Hallaj, S., “A Review on Phase Change Energy Storage: Materials and Applications” , *Energ Conversion & Management*, 45, Pp. 1597-1615, 2004.
- [8] Velraj, R., Seeniraj, R.V., Hafner B., Faber, C., Schwarzer K., “Experimental Analysis and Numerical Modelling of Inward Solidification on a Finned Vertical Tube for a Latent Heat Storage Unit” , *Solar Energy*, 60, 5 281-290, 1997.
- [9] Martin, V., Rydstrand, M., “On The Effective Desing of a PCM Cool Storage in Comfort Cooling Applications-The Importance of Narrow Phase Change Temperature Ranges”, Tokyo, Japan, 2002.
- [10] Mehling, H., Cabeza, L. F., Hippeli, S., Hiebler, S., PCM-Module to improve Hot Water Heat Stores With Stratification, *Renewable Energy*, 28 (5), Pp. 699-711, 2003.
- [11] Dikici, D., Nordell B, Paksoy H.Ö., “Cold Extraction from Winter Air in Different Climates for Seasonal Storage” , *8th International Conference on Thermal Energy Storage*, Stuttgart, Germany, 28 August-1 September, Vol.2, 515-521, 2000.
- [12] Lane, G. A., *Solar Heat Storage Latent Heat Material*, Volume I, Crc Pres Inc. Boca Raton/Florida, 450, 1983a.
- [13] Paksoy, H.Ö., Mazman, M., “Telekomünikasyon Santrallerinde Termal Enerji Depolamayla Soğutma” , *Türkiye 8. Enerji Kogresi*, 8–12 Mayıs, Cilt 2, 215–226, 2000.

- [14] Lane, G.A., “Low Temperature Heat Storage With Phase Change Materials” , *Int. J. Ambient Energy I*, 155-168, 1980.
- [15] Paksoy, H.Ö., Mazman, M., Turgut, B., Konuklu, Y., “Cooling With Thermal Energy Storage in Different Climates” , *World Renewable Energy Congress VII*, 29 June–5 July, 963, Cologne, Germany, 2002.
- [16] Lane G. A., *Solar Heat Storage Latent Heat Material*, Volume II, Crc Pres Inc. Boca Raton/Florida, 450, 1983b.
- [17] Feldman, D., Shapiro M. M., Banu D., 1986, “Organic Phase Change Materials For Thermal Energy Storage” , *Solar Energy Mater* 13, 1-10, 1986.
- [18] Kauranen, P., Peippo, K., Lund P.D., “An Organic Pcm Storage System With Adjustable Melting Temperature” , *Solar Energy* 46, 275-278, 1991.
- [19] Sarı, A., Kaygusuz, K., 2001a, “Thermal Energy Storage System Using Some Fatty Acids As Latent Heat Energy Storage Materials” , *Energy Sources* 23, 275–285, 2001a.
- [20] Bilir, L. ve Alken, Z., “Total Solidification Time of a Liquid Phase Change Material Enclosed in Cylindrical/Spherical Containers” , *Applied Thermal Engineering*, 25, 10, 1488-1502, 2005.
- [21] Dimaano, M.N.R., Watanabe T., “The Capric - Lauric Acid And Pentadecane Combination As Phase Change Material For Cooling Applications” , *Applied Thermal Engineering* 22, 365-377, 2002.
- [22] Sarı, A., Kaygusuz, K., “Thermal Performance Of Palmitic Acid As Phase Change Energy Storage Material” , *Energy Conversion & Management* 43, 863-876, 2002.
- [23] Cabeza, L.F., Mehling, H., Hieber, S., Ziegler, F., “Heat Transfer Enhancement In Water When Used As Pcm In Thermal Energy Storage” , *Applied Thermal Engineering* 22, 1141-1151, 2002.
- [24] Baştencecik, A., Paksoy, H.Ö., Öztürk, H., “Greenhouse Heating With Solar Energy and Pcm Storage”, *Acta Horticulturae* 443, 63-70, 1996.
- [25] Mazman, M., Paksoy, H.Ö. ve Evliya, H., “Güneş Enerjisinin Organik Kimyasallarda Depolanması” , *Güneş Günü Sempozyumu*, 25-27 Haziran, Kayseri, Türkiye 181–188, 1999.
- [26] Paksoy, H.O., Andersson, O., Evliya, H., Abacı, S., “Heating And Cooling Of A Hospital Using Solar Energy Coupled With Seasonal Thermal Energy Storage In Aquifer” . *Renewable Energy*, 117-122, 2000a.
- [27] Paksoy, H.O., Hellstrom, G., Enlund, S., “Direct Cooling Of Telephone Switching Exchanges Using Borehole Heat Exchangers In Different Climates. Proceedings Of Terrastock 2000” , *8th International Conference On Thermal Energy Storage*, Stuttgart, Germany (1) 509-514, 2000b.

- [28] Mazman, M., Cabeza, L. F., Mehling, H., Evliya, H., Paksoy, H.Ö., “Güneş Enerjisiyle Su Isıtma Sistemlerinde Faz Değiştiren Madde Kullanımı” , *Utes, V. Ulusal Temiz Enerji Sempozyumu*, İstanbul, 26-28 Mayıs, 107-117. İstanbul, Türkiye, 2004.
- [29] Dharuman, C., Arakeri, J. H., Srinivasan, K., “Performance Evaluation of An Integrated Solar Water Heater As An Option For Building Energy Conservation” , *Energy And Buildings* 38, 214-219, 2006.
- [30] Buchlin, J. M., “Experimental And Numerical Modeling Of Solar Energy Storage İn Rockbed And Encapsulated Phase Change Material Packings” , *Energy Storage Systems, Nato Ası Series E: Appleid Science*, Kluwer Academic Publishers, 249-301, 1989.
- [31] Özonur, Y., Mazman, M. and Paksoy, H., “Termal Enerji Depolama İçin Parafinin Mikrokapsüllenmesi” , *Türkiye 9. Enerji Kongresi*, İstanbul, 24-27 Eylül, 223-230, 2003.
- [32] Özonur, Y., Mazman, M., Paksoy, H.Ö., and Evliya H., “Microencapsulation of Coco Fatty Acid Mixture for Thermal Energy Storage With Phase Change Materials” , *International Journal Of Energy Research*, 2005.
- [33] Kakaç, S., Paykoç, E., Yener, Y., “Storage Of Solar Thermal Energy. Energy Storage Systems” , *Nato Asi Series E: Appleid Science*, 121-161, 1989.
- [34] Fang, M., Chen, G., “Effects of Different Multiple PCMs on the Performance of a Latent Thermal Energy Storage System” , *Applied Thermal Engineering*, 27, 994-1000, 2007.
- [35] Suppes, G.J., Goff, M.J., Lopes, S., “Latent Heat Characteristic of Fatty Acid Derivatives Pursuant Phase Change Material Applications” , *Chemical Engineering Science*, V.58, 1751-1763, 2003.
- [36] Chow, L.C., Zhong J.K., Beam, J.E., “Thermal Conductivity Enhancement or Phase Change Storage Media” , *Int. Comm. Heat Mass Trans.*, Vol. 23, 91–100, 1996.
- [37] Xiao, M., Feng, B., and Gong, K., “Preparation And Performance of Shape Stabilized Phase Change Thermal Storage Materials With High Thermal Conductivity” , *Energy Conversion And Management*, 43, 103-108, 2002.
- [38] Mulligan, J. C., “Microencapsulated Phase-Change Material Suspensions For Heat Transfer in Spacecraft Thermal Systems” , *Journal Of Spacecraft And Rockets* 33, 278–284, 1996.
- [39] Cabeza, L. F., Ibanez, M., Sole, C., Roca, J., Nogues, M., “Experimentation With A Water Tank Including A Pcm Module” , *Solar Energy Materials & Solar Cell*, Article in Pres, 2006.
- [40] Mehling, H., Hiebler, S., Ziegler, F., “Latent Heat Storage Using A PCM Graphite Composite Material” , *Proceedings Of Terrastock*, Stuttgart, Germany, 2000.

- [41] Fukai, J., Hamada, Y., Morozumi, Y., Miyatake, O., “Effect Of Carbon–Fiber Brushes On Conductive Heat Transfer in Phase Change Materials” , *Int. J. Heat And Mass Transfer* 45, 4781–4792, 2002.
- [42] Sharma, A., Sharma, S.D., Buddhi, D., “Accelerated Thermal Cycle Test of Applications” , *Energy Conversion And Management*, 43, 1923-1930, 2002.
- [43] Ibanez, M., Cabeza, L. F., Sole, C., Roca, J., Nogues, M., “Modelization of A Water Tank Including a PCM Module” , *Applied Thermal Engineering*, Article In Press, 2005.
- [44] Özişik, M. N., *Heat Conduction*, John Wiley&Sons, Kanada, 1980.
- [45] Zhang, Y. and Faghri, A., “Semi–Analytical Solution of Thermal Energy Storage System with Conjugate Laminar Forced Convection” , *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 39, 4, 717-724, 1996.
- [46] Cao, Y. and Faghri, A., “Performance Characteristics of a Thermal Energy Storage Module: A Transient PCM/Forced Convection Conjugate Analysis”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 34, 1, 93-101, 1991.
- [47] Bilir, L., Alken, Z., “Total Solidification Time of a Liquid Phase Change Material Enclosed in Cylindrical/Spherical Containers”, *Applied Thermal Engineering*, 25,10, 1488-1502, 2005.
- [48] Zivkovic, B., Fujii, I., “An Analysis of Isothermal Phase Change of Phase Change Material within Rectangular and Cylindrical Containers”, *Solar Energy*, 70, 1, 51-61, 2001.
- [49] Fang, M., Chen, G., “Effects of Different Multiple PCMs on the Performance of a Latent Thermal Energy Storage System”, *Applied Thermal Engineering*, 27, 994-1000, 2007.
- [50] Javierre, E., Vuik, C., Vermolen, F.J., Zwaag, S. “A comparison of numerical models for one-dimensional”, *Journal of Computational and Applied Mathematics* 192, 445–459, 2006.
- [51] Rajeev, S. D., “An approximate analytical solution of one-dimensional phase change problems in a finite domain”, *Applied Mathematics and Computation* 217, 6040–6046, 2011.
- [52] Feulvarch, E., Roux, J.C., Bergheau, J. M., “An enriched finite element algorithm for the implicit simulation of the Stefan problem”, *C. R. Mecanique* 339, 649–654, 2011.
- [53] YOON, Y., “Explicit and Implicit Extended MLS Difference Methods for Stefan Problems”, *Procedia Engineering* 14, 2751–2755, 2011.
- [54] Liu, S., Li, Y., Zhang, Y., “Mathematical solutions and numerical models employed for the investigations of PCMs phase transformations” *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 33, 659–674, 2014.
- [55] Sadoun, N., Si-Ahmed, E., Colinet, P., “On the refined integral method for the one-phase Stefan problem with time-dependent boundary conditions”, *Applied Mathematical Modelling* 30, 531–544, 2006.

- [56] Caldwell, J., Kwan, Y, “On the perturbation method for the Stefan problem with time-dependent boundary conditions”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46, 1497–1501, 2003.
- [57] Crepeau, J., Ali Siahpush S., “Solid–liquid phase change driven by internal heat generation”, *C. R. Mecanique* 340, 471–476, 2012.
- [58] Naaktgeboren, C., “The zero-phase Stefan problem”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50 4614–4622, 2007.
- [59] Esen, E., Kutluay, S., “A numerical solution of the Stefan problem with a Neumann-type boundary condition by enthalpy method”, *Applied Mathematics and Computation* 148, 321–329, 2004.
- [60] Kalaiselvam, S., Veerappan, M., Arul Aaron, A., Iniyan, S., “Experimental and analytical investigation of solidification and melting characteristics of PCMs inside cylindrical encapsulation”, *International Journal of Thermal Sciences*, 47, 858–874, 2008.
- [61] Ebadi, S., Al-Jethelah, M., Tasnim, S. H., and Mahmud, S., “An investigation of the melting process of RT-35 filled circular thermal energy storage system”, *De Gurayter J. Phys.*; 16:574–580, 2018.
- [62] Chun C. K., Park S. O., “A fixed-grid finite-difference method for phase-change problems”, *Numerical Heat Transfer, Part B*, 38:59-73, Taylor & Francis, 1040-7790 /00, 2000.
- [63] Al Siyabi I., Khanna S., Mallick T., Sundaram S., “Multiple Phase Change Material (PCM) Configuration for PCM-Based Heat Sinks—An Experimental Study”, *Energies Jour.*, 11, 1629, 2018.
- [64] Wang, S., Faghri, A., Bergman. A., “comprehensive numerical model for melting with natural convection”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53: 1986-2000, 2010.
- [65] Lopez, J., “A two–grid adaptive volume of fluid approach for dendritic solidification”, *Computers & Fluids* 2013; 86: 326-342, 2013.
- [66] Succi, S., Mansutti, D., Miller, W., “Lattice Boltzmann Model for Anisotropic Liquid-Solid Phase Transition” , *Physical Review Letters*, 86(16): 3578-3581, 2001.
- [67] Miller, W., Rasin I., “Phase-field lattice kinetic scheme for the numerical simulation of dendritic growth” , *Physical Review E.*, 2005; 72(6): 066705, 2005.
- [68] Danaila I., Moglan R., Hecht F., “A Newton method with adaptive finite elements for solving phase-change problems with natural convection” , *Journal of Computational Physics*, 274, 826-840, 2014.
- [69] Chakraborty S., “An enthalpy-based hybrid lattice-Boltzmann method for modelling solid-liquid phase transition in the presence of convective transport” , *Journal of Fluid Mechanics*, 592: 155-175, 2007.

- [70] Huang, R., H. Wu, P. Cheng, (2013), A new lattice Boltzmann model for solid–liquid phase change. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 59, 295–301, 2013.
- [71] Chatterjee, D., Chakraborty S., “A hybrid lattice Boltzmann model for solid–liquid phase transition in presence of fluid flow” , *Physics Letters A*, 351(4–5), 359–367, 2006.
- [72] Chen Y., Peng C., Guo Y., “Experimental And Numerical Study On Melting Process Of Paraffin In A Vertical Annular Cylinder” *Thermal Science*, vol. 23, no. 2A, pp. 525-535, 2019.
- [73] Pan C., Charles J., Vermaak N., Romero C., Neti S., Zheng Y., Chen C., “Experimental, numerical and analytic study of unconstrained melting in a vertical cylinder with a focus on mushy region effects”, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 124, 1015–1024, 2018.
- [74] Lienhard J. H., *Heat TransferTextbook*, third edition, Phlogiston Press Cambridge, Massachusetts, 54-57, 2008.
- [75] Özişik, M. N., *Boundary ValueProblems Of Heat Conduction*, Mechanical And Aerospace Engineering North Carolina State University, Dover publications, inc., Mineola, New York, 1.1-1.4,1968.
- [76] Huang, K., Liang, D., Feng, G., Jiang, M., “Macro-Encapsulated PCM Cylinder Module Based on Paraffin and Float Stones” *MDPI Materials*, 9, 361,2016.

TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR

İletişim Bilgisi: maviufuk@yahoo.com.tr

Konferans Bildirisi

1. H. Ağustos, G. Temir, “A Numerical Study; The Movement Of Interfaces In Phase Change At The Thermal Storage Systems”, *4th International Conference On Advances In Mechanical Engineering*, 19–21 December 2018, Istanbul, Turkey.