

33573

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

KARDAN - OLDHAM TÜMLEMESİ

Makina Müh. Aynur SÖNMEZ

**FBE Makina Mühendisliği Anabilim Dalı Konstrüksiyon Bilim Dalı'nda
hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMENTASYON MERKEZİ**

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Atilla BOZACI

İstanbul, 1994

TEŞEKKÜR

Bugüne kadar yetişmemizde büyük emeği geçen değerli hocalarıma en içten duygularıyla teşekkür ederim.

Ayrıca tez çalışmalarımı yönlendiren ve yardımlarını esirgemeyen değerli hocam Sayın Atilla BOZACI'ya teşekkür eder, saygılarımı sunarım.

Aynur SÖNMEZ
Mak. Müh.

Türkçe Özet

Bu çalışmada, oldham, kardan kavraması incelenerek ve bu iki kavrama birleştirilerek yeni bir kavrama bulunmaya çalışıldı.

Oldham kavraması makina parçalarının konstrüksiyonunda, paralel eksenleri arasında a gibi mesafe olan millerin moment iletiminde kullanılır.

Kardan kavraması ise yine eksenleri arasında α gibi bir açı olan millerin moment iletiminde kullanılır.

Kardan-oldham kavraması ise aralarında hem paralel eksenleri arasında a gibi bir mesafe olan, hem de α gibi bir mesafe olan makina parçalarının moment iletiminde kullanılır.

Oldham-kardan kavraması iki mil ve üç diskten oluşur. Biz millerden birini giriş, diğerini ise çıkış mili olarak kullanırız. Disklerden biri ise giriş mili üzerine, diğeri çıkış mili üzerine monte edilir. Üçüncü disk ise giriş ve çıkış milleri arasında girinti ve çıkıntılarla bağlanır.

İngilizce Özet

In this work. We were to deal with oldham, kardan and Oldham-Kardan coupling.

The oldham coupling is a machine component designed to transmit torque between shafts having parallel displacement (a), and the kardan coupling is a machine component designed to transmit torque between shafts having unparallel displacement (α).

The oldham-kardan coupling is a machine component designed to transmit torque between shaft having parallel (a) and unparallel (α) displacement.

The oldham-kardan coupling consist two shaft and three discs. We use one of the shaft input, the other of the shaft output. At one side the outerdisc is connected to the input and at the other side to the output. The third disc is situated between the input and output discs and connected to them by the links.

İÇİNDEKİLER

I. GİRİŞ	1
I. 1. Kavramaların sınıflandırılması	2
I. 1.1 Rijit kavramalar	2
I. 1.1.a. Zarflı kavrama	2
I. 1.1.b. Flanşlı kavrama	3
I. 2. OYNAK KAVRAMALAR	4
I. 2.1. Elastik kavramalar	5
I. 2.1.1 Lastik elemanlı kavramalar	5
I. 2.1.2 Kinematik bağlı kavramalar	6
I. 3. HİDROLİK KAVRAMALAR	7
I. 4. MEKANİK KAVRAMALAR	11
I. 5. SÜRTÜNME Lİ KAVRAMALAR	11
I. 5.1. Düz sürtünmeli kavramalar	12
I. 5.2. Konik kavramalar	14
II. OLDHAM KAVRAMASI	15
III. KARDAN KAVRAMASI	17
III. 1. Kardan kavramasında hız iletimi	17
III. 2. Kardan kavramasında moment iletimi	19
III. 3. İki Kardan kavramasının birlikte kullanılması	20
IV. OLDHAM KARDAN TÜMLEMESİ	20
IV. 1. Oldham kardan tümlemesinde hız iletimi	22
IV. 2. Oldham kardan tümlemesinde dinamik etkiler	25
V. ÇEŞİTLİ KAVRAMLARA ÖRNEKLER	31

GİRİŞ

Kavramalar diğ er bir adıyla kap ınler günümüzde gerek imalat, gerekse konstrüksiyon açısından oldukça fazla yer tutan elemanlardır. Kavramalar bir milden diğ er bir mile veya bir makina elemanından başka bir elemana hareket ve moment ileten parçalardır. Bunlar çok değiş şekillerde sınıflandırılır ve imal edilirler.

Kavramanın olmadığı bir makina imalatı düşünülemez. Bu nedenle kavramaların yeri özellikle makina konusunda çok önemlidir. Buradan yola çıkılarak bir çalışma yapılmıştır. Ayrıca makina konstrüksiyonunda en büyük problem olarak düşünülen eksen kaçıklıkları, eksen farklılıkları da gözönüne alınmıştır.

Bu tez    bölümden oluşmaktadır. I. bölümde kavramalar hakkında genel bir bilgi verilmiştir. II. bölümde ise tezin esas konusunu oluşturan oldham ve kardan kavraması ele alınmıştır. II. bölüm ise bizim için önemli olan oldham kardan tümlemesi gerçekleştirilmiştir.

Aynur SÖNMEZ

I. GENEL TANIMLAR VE KAVRAMLAR

Kavramalar ve kaplinler, milden mile, motordan iş makinasına veya döndüren bir elemandan döndürülen elemana hareket ve moment iletimini sağlayan elemanlardır. Kavramalar çözülen ve çözülmeyen kavramalar olarak ikiye ayrılırlar.

Çözülebilir kavramalar, hareketin ve momentin iletimi esnasında istenildiğinde iletim durdurulabilir.

Çözülmeyen kavramalar ise ancak hareket ve moment iletimi durdurulduğunda sökülebilen kavramalardır. Bunlara diğer bir deyişle kaplinler de denir. Kaplinlerde hareket ve moment iletimi ancak hareketin kaynağı durdurulduğunda kesilebilir.

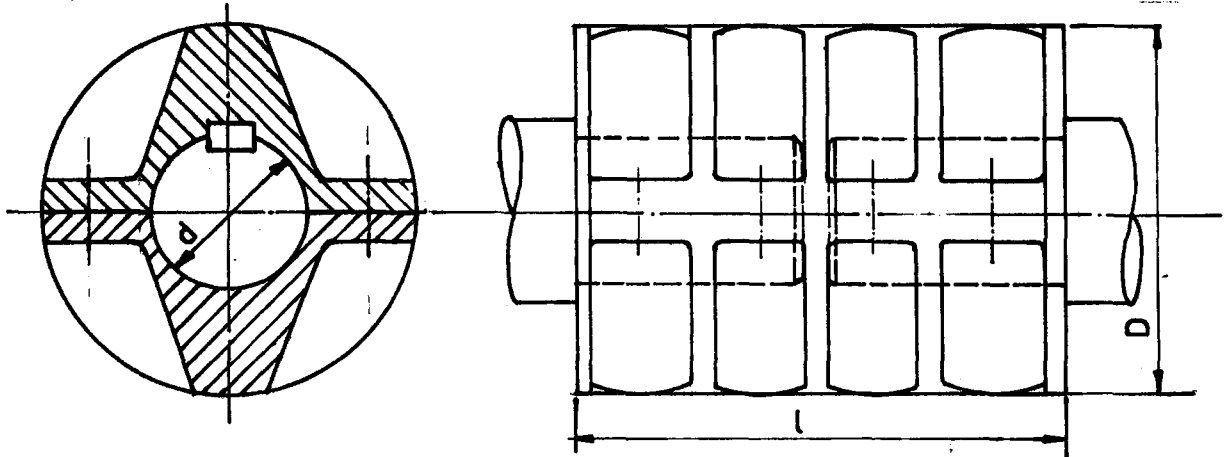
I. 1. KAVRAMALARIN SINIFLANDIRILMASI

I. 1.1. RİJİT KAVRAMALAR

Aynı eksende bulunan millerin başlarının birbirine bağlanmasını sağlarlar. Miller arasındaki düzgünsüzlüklerden dolayı hem millerde, hem de kaplinlerde büyük bir zorlanma meydana gelir. İki elemandan biri bu zorlamayı kaldıramaz. Bu nedenle bu kavramaların bağlanmasında büyük bir dikkat söz konusudur. Özellikle eksen kaçıklıklarına dikkat edilmelidir.

I. 1.1. a) ZARFLI KAVRAMA

Bu kavramalara kovanlı kavramalarda denir. Mil bağlantısı uzun ve iki yarı kovanlı oluşan bir parça ile sağlanır. Bu kovanlar miller üzerine geçirilir ve civatalar ile sıkılarak milleri kavraması sağlanır. Burada moment iletimi sürtünme ile yapılır. Burada miller üzerine kama yuvası açılarak zarflar aynı zamanda kamalı bağlantıyla da gerçekleştirilir. Böylece kovanlar ile miller arasındaki kayma problemi ortadan kaldırılmış olur.



Şekil 1: Zarflı kaplin.

Buradaki sürtünme momentini M_s ile gösterirsek

$$M_s = \Pi \epsilon F_c \frac{Z}{2} \frac{d}{2} \text{ olur. Aynı zamanda; } \quad (1)$$

$$M_s = k M_b \text{ de denebilir} \quad (2)$$

Burada:

ϵ : Sürtünme katsayısı (0.2~0.25)

F_c : Civataları çekmeye çalışan kuvvet

z : Civata sayısı

d : Mil çapı

k : Emniyet katsayısı

$$M_b: 71620 \frac{N}{n} \text{ veya } M_b = 95500 \frac{N}{n} \quad (3)$$

N : Motor gücü

n : Mil devir sayısı (d/d)

b) FLANŞLI KAVRAMA

Bu kavramalar millerin ucuna takılan disklerden oluşur. Fakat disklerin bir taraflarında flanşlar vardır. Diskler birbirlerine flanşlardaki civatalar ile bağlanır. Bu şekilde milden mile iletim sağlanır. Diskler yine aynı şekilde mile kamalar ile sabitlenir.

Civatalar boşluklu veya boşluksuz geçirilebilir. Boşluklu civatalarda; moment iletimi disklerin yüzeylerinin birbirine sürtünmesi ile sağlanmış olur. Sürtünme momentini:

$$M_s = \epsilon Z F_n \frac{d}{2} \geq M_{kb} \quad (4)$$

olur.

F_n : Civataların sıkma kuvveti

Z : Civata sayısı

ϵ : Sürtünme katsayısı

d_o : Temas yüzeylerinin ortalama çapı (Civataların montaj dairesi çapı)

Aynı zamanda

$$M_{kb} = k M_b \quad (5)$$

dir.

M_b : Döndürme momentini

Boşluksuz geçme de ise moment iletimi tamamen civatalarla yapılır. Bu durumda ise civatalar kesmeye çalışır.

$$F_c = \frac{2Mkb}{Z d_o} \quad (6)$$

F_c : Civatayı kesmeye çalışan kuvvet

Z : Civata sayısı

d_o : Civata montaj dairesi çapı

M_b : Döndürme momenti

$$M_{kb} = k M_b \quad (7)$$

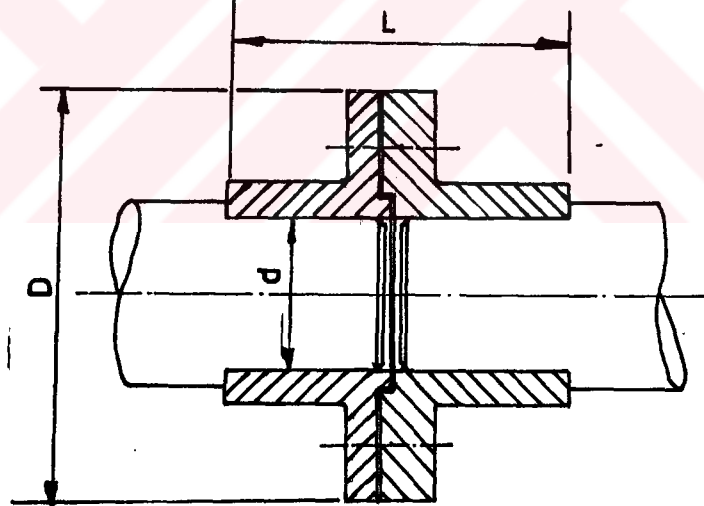
k : Emniyet katsayısı

$$\tau = \frac{F_c}{(\pi d^2/4)} \leq \tau_{em} \quad (8)$$

d : Civata çapı

τ : Kesme gerilmesi

τ_{em} : Kesme emniyet gerilmesi



Şekil 2: Flanşlı kavrama.

I. 2. OYNAK KAVRAMALAR

Bunlara esnek kavramalar da denir. Bu kavramaların amacı, eksenleri çakışık olmayan yani eksenler arasında bir miktar kaçıklık olan millerin bağlanması sağlanmasıdır. Aynı zamanda millerin bir miktar esneme yapmasına da imkan verirler. Bu amaç için millerin eksen yönündeki kaçıklığa, mil eksenine dik yöndeki farka, millerin eksenleri arasındaki açığa bağlı olarak çeşitli kavra-

malar üretilmiştir. Bu arada gözönüne alınması gereken bir konuda kaçıklıklardan meydana gelen titreşim, darbeli burulmadır. Bu değerlerde gözönüne alınarak o şekilde kavramalar seçilmelidir ki, milin yataklanmasında yataklara gelen kuvvetler belirli değerler arasında kalsın.

Oynak kavramaların bir kısmı titreşimleri sönümleyerek iletim sağlarlar bunlara elastik kavramalar denir. Bir kısmı ise titreşimleri sönümleyemez bunlara da kinematik bağlı kavramalar adı verilir.

I. 2.1 ELASTİK KAVRAMALAR

Daha önce de anlatıldığı gibi bu kavramalar miller arasındaki düzgünsüzlüğü yok etmek, titreşimleri ortadan kaldırmak amacıyla kullanılır. Bu amaçla rijit kavramalardaki gibi flanşlı diskler yapılır ve bu disklerde irtibatı sağlayan civatalar yerine elastik malzemeler kullanılır. Elastik malzeme olarak ise kösele, kauçuk, dokunmuş malzeme, çelik yaylar kullanılır.

Kavramaların hareket ve moment iletiminde göstermiş olduğu dinamik ve kinematik davranış özellikleri bu malzemelerin özelliklerine göre değişir. Bu arada deformasyonla birlikte kuvvet artışı, sürekli mukavemet ve ömür gözönünde tutulmalıdır.

I. 2.1.1. Lastik Elemanlı Kavramalar:

Montaj kolaylığı, imalatının basit olması ve maliyet bakımından uygun olması tercih sebebidir. Bu kaplinler çok az miktardaki (1.5~2°) eksen kaçıklıklarına izin verirler.

Lastik elemana gelen kuvvet: (Civata veya perno)

$$F = \frac{M_{bmax}}{Z.Dm} \quad (9)$$

Elastik elemanlar yüzey basıncına göre kontrol edilirler.

$$P = \frac{F}{d_s L} \leq P_{em} \quad (10)$$

d_s : Elastik elemanın iç çapı

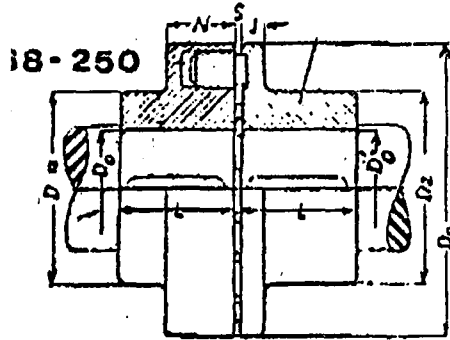
L : Elastik elemanın uzunluğu

P_{em} : yüzey emniyet basıncı

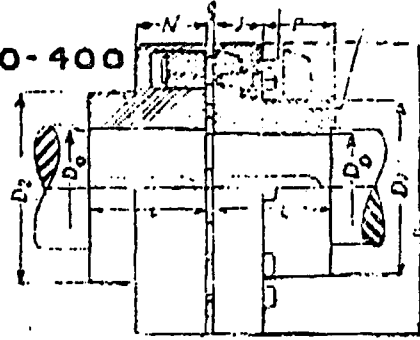
$$M_{bmax} = (C_1 + C_2) M_b \quad (11)$$

C_1 ve C_2 : Dinamik faktör

TİP B

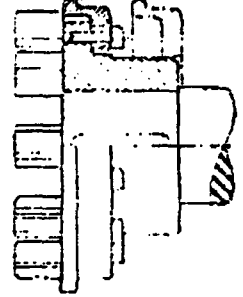


280 - 400



TİP A

280 - 400



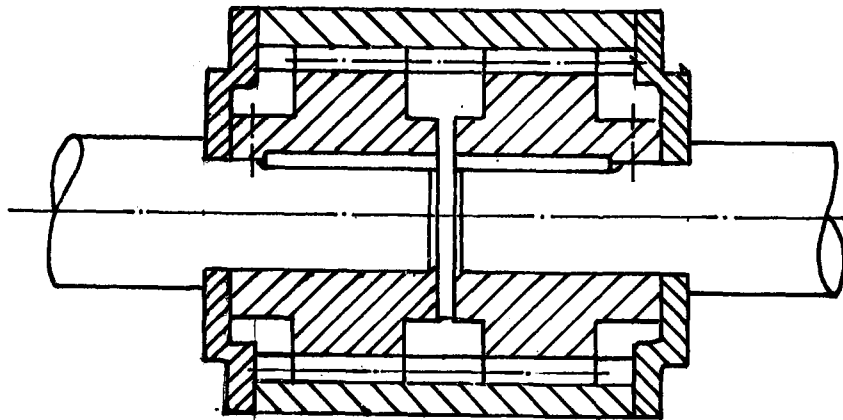
Şekil 3: Lastik elemanlı kavrama

I. 2.1.2. Kinematik Bağlı Kavramalar

Bu kavramalar oldham kavraması, kardan kavraması ve dişli kavrama olmak üzere üçe ayrılırlar. Oldham ve kardan kavramaları ileride detaylı bir şekilde anlatılacağı için, burada sadece dişli kavrama ele alınacaktır.

Dişli Kavrama:

Millerin uçlarına üzerine diş açılmış diskler geçirilir. Ayrıca bunların üzerine içine diş açılmış bir kovan geçirilir. Böylece kavrama bir iç, iki dış dişliden oluşan dişli sistem ile yapılmış olur.



Şekil 4: Dişli kavrama.

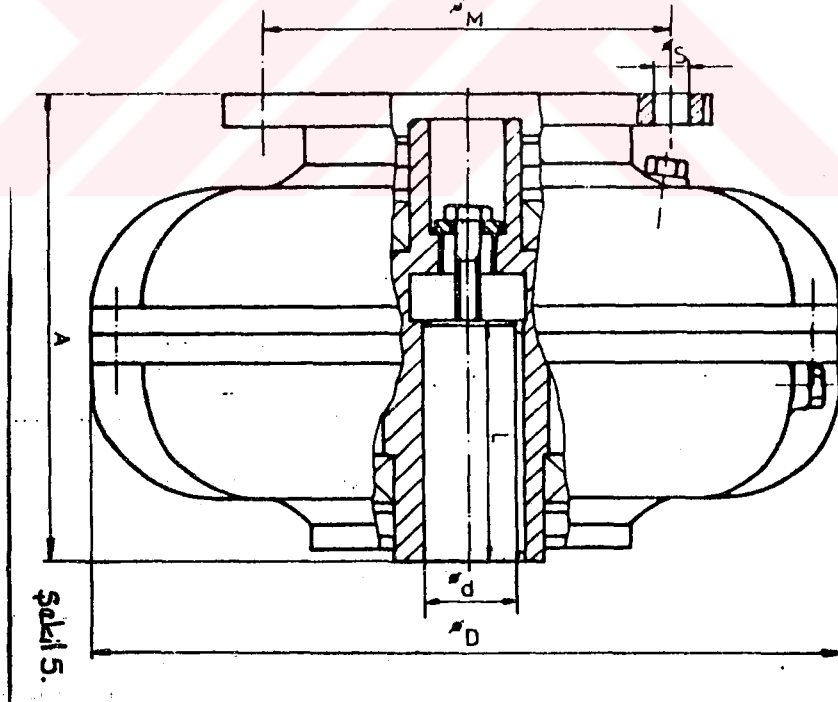
Üste geçen kovan flanşlı iki parçadan veya sadece tek parçadan da yapılabilir. Bu tür kavramalar 1~2 eksen farklılıklarına ve eksenler arasındaki bir miktar kaymalara müsaade ederler.

Fakat bundan daha fazla olan farklılıklarda millere ve yataklara oldukça fazla kuvvetler gelir. Bu ise istenmeyen bir durumdur.

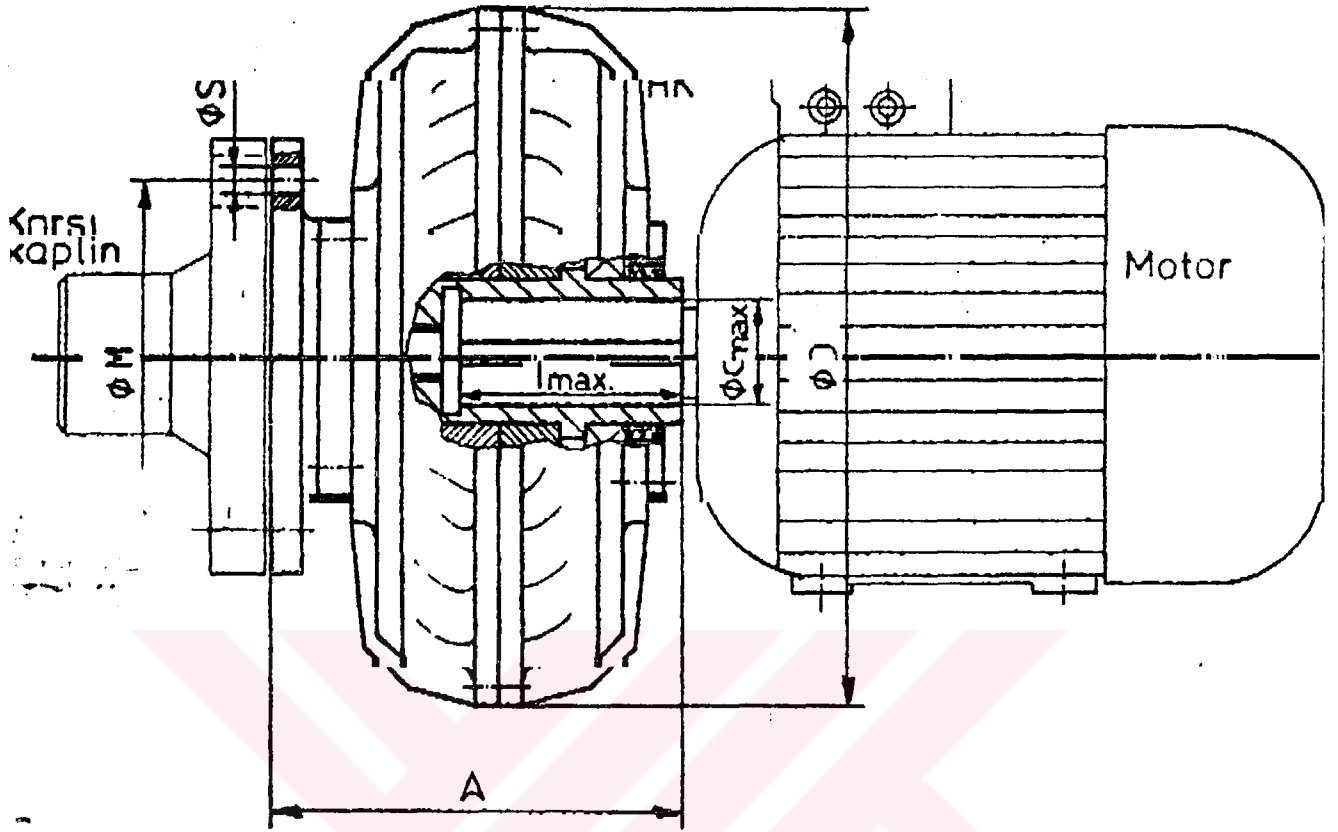
I. 3. HİDROLİK KAVRAMALAR

Hidrolik kavrama alüminyum döküm gövdede türbin kanatlarını haiz ve içine konan özel yağ ile hareketi bir taraftan diğer tarafa ileten bir turbo kaplıdır.

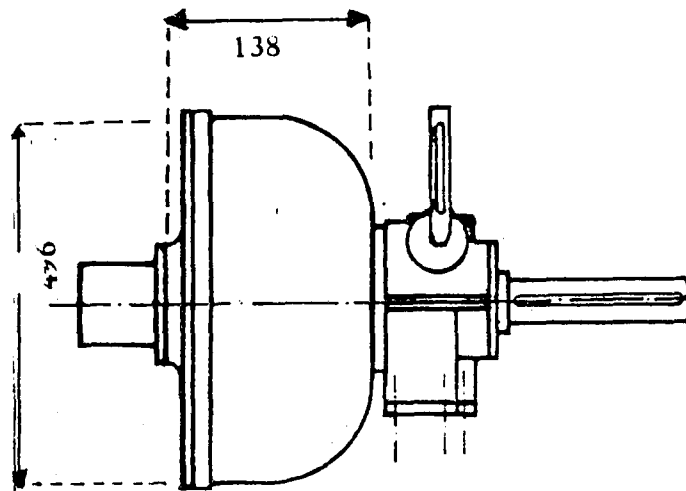
Bu kavramanın kullanılması ile elektrik motoru ve redüktör arasındaki mekanik bağlantı kalkmış olmaktadır. Bu suretle elektrik motoru ilk anda boşta hareket etmekte nominal devre erişilince hareket hidrolik kavrama içindeki özel yağın türbin kanatlarına sürtünmesi ile karşı tarafa iletilmektedir. Böylece sıfırdan başlayarak son hıza kadar kesintisiz bir hız artışı olmakta ve ilk anda vukuu muhtemel darbelerin önüne geçilmektedir. Bu kavramada kademeler şeklinde bir hız ayarı söz konusu değildir. Ancak kavrama içindeki yağ miktarının ayarlanması ile kaymanın artırılması, ilk harekette daha yumuşak bir kalkış ve nakledilen güç miktarının azaltılıp çoğaltılması kısmen mümkün bulunmaktadır.



Şekil 5: Hidrolik kavrama.



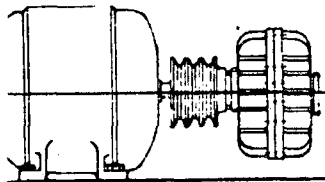
Şekil 6: Hidrolik kavrama motor bağlantısı.



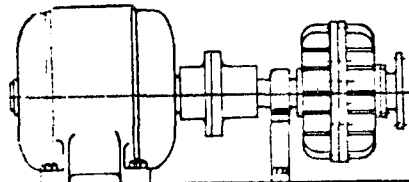
Güç: 45 KW

Devir Ayarı: 0 - 1500 d/dk.

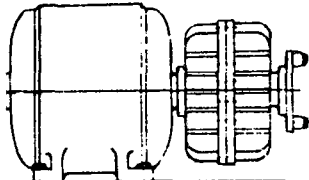
Şekil 7: Turbo ayar kavrama.



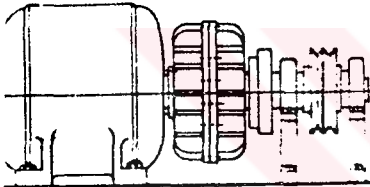
ekt Motor Miline
Çayış Kasnağı ile Tahrik



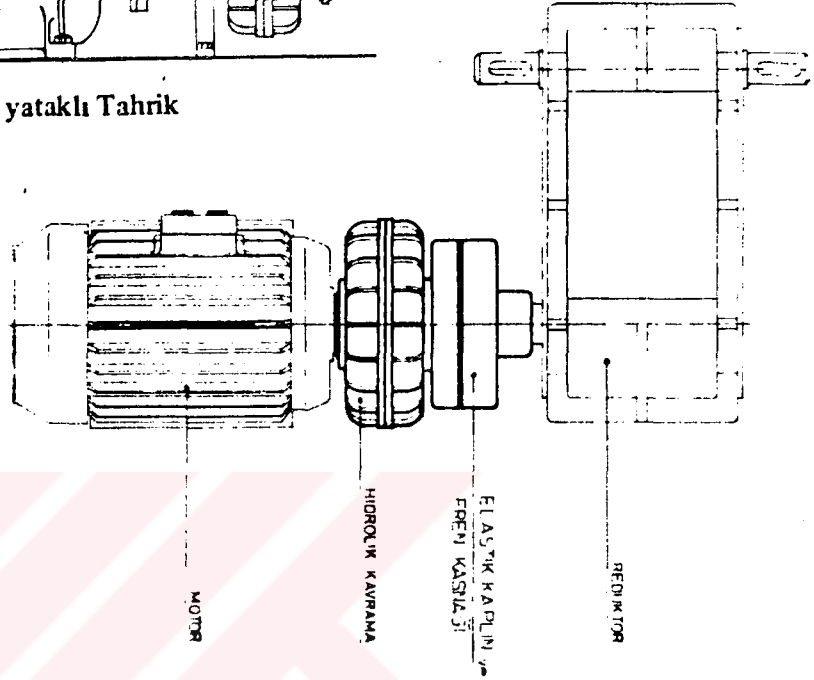
Ara yataklı Tahrik



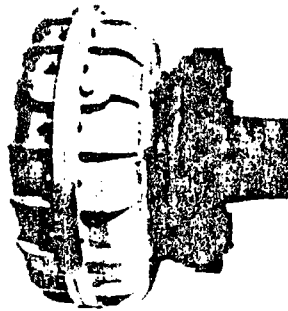
ekt motor miline
stik Kaplin ile Tahrik.



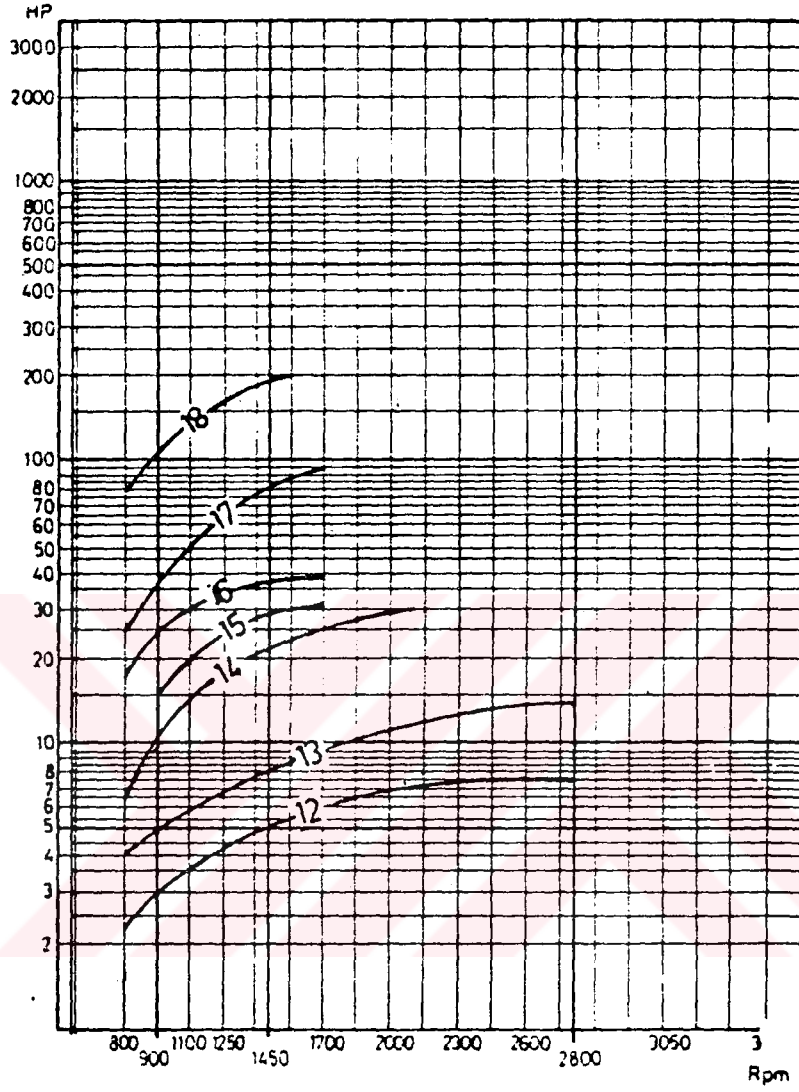
ekt motor miline



Şekil 8: Hidrolik kavrama bağlantı şekilleri.



Şekil 9: Hidrolik kavrama.

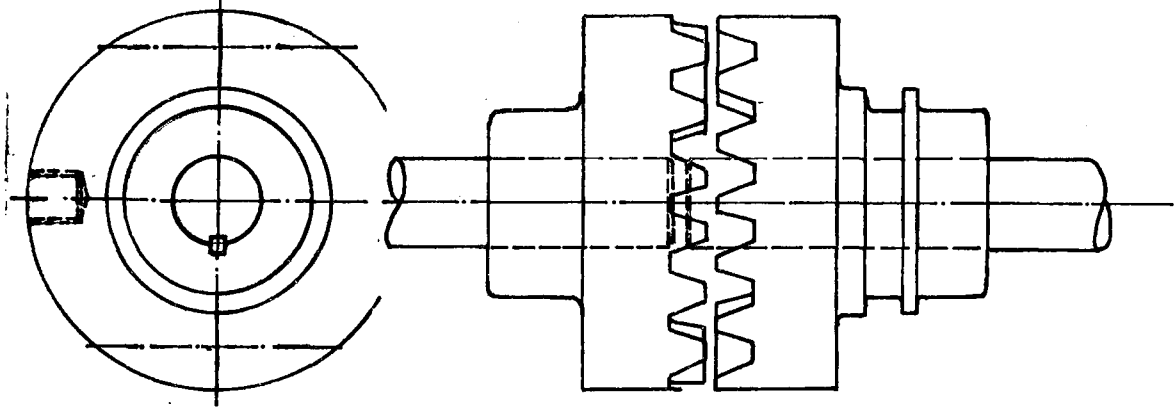


HİDROLİK KAVRAMA SEÇİM GRAFİĞİ

Şekil 10:

I. 4. MEKANİK KAVRAMALAR

Mekanik kavramalarda iki adet disk vardır. Bu disklerin herbiri bir mil üzerine geçirilir. Ve disklerin yüzeylerinde de girintiler ve çıkıntılar mevcuttur. Montajda bu girinti ve çıkıntılar birbirine geçerek hareket ve moment iletimini gerçekleştirilir.



Şekil 11: Çeneli mekanik kavramalar.

I. 5. SÜRTÜNMELİ KAVRAMALAR

Sürtünmeli kavramalar, mil uçlarına takılan flanşlı disklerden bir tanesi diğerinin üzerine doğru belirli bir kuvvetle bastırılarak iki yüzey arasında belirli bir sürtünme momenti oluşturularak moment ve hareket ileten kavramalardır. Burada oluşan sürtünme momenti döndürme momentine eşit veya büyükse hareket ve moment iletimi gerçekleşir.

Sürtünmeli kavramaların çok önemli iki avantajı vardır. Moment ve hareket iletimi oldukça yumuşak bir şekilde gerçekleşir ve devreye girip çıkma istenilen hızla kolay bir şekilde gerçekleştirilebilir. Bunun yanında dezavantaj olarak da disklerin yüzeylerindeki kayma sonunda oluşan ısınmayı gösterebiliriz. Sürtünmeli kavramalar düz sürtünmeli kavramalar, konik sürtünmeli kavramalar olmak üzere ikiye ayrılırlar.

Düzgün basınç yayılışına göre yüzeylerde meydana gelen basınç

$$P = \frac{F_a \cdot 4}{\pi (D_d^2 - D_i^2)} \quad (12)$$

dur. Buradan sürtünme momenti:

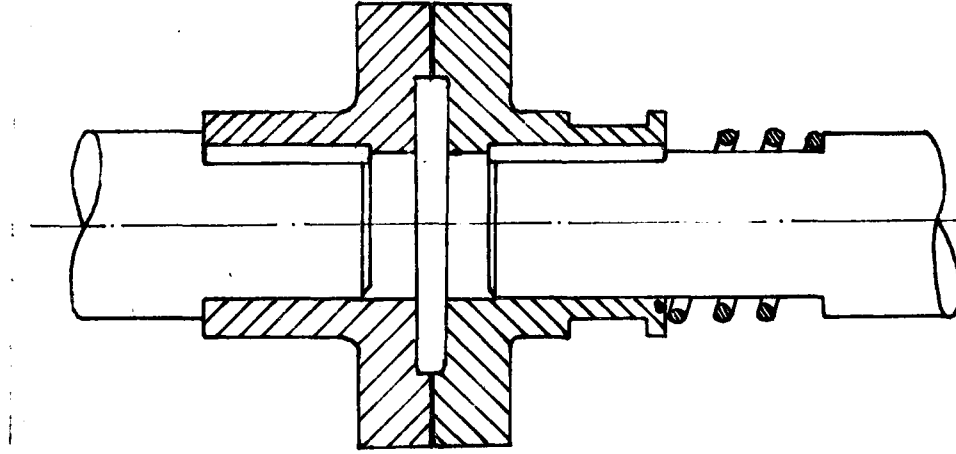
$$M_s = M \cdot F_a^{1/3} \left(\frac{D_d^3 - D_i^3}{D_d^2 - D_i^2} \right) \quad (13)$$

bulunur.

F_a : Eksenel kuvvet

D_d, D_i : Sürtünme yüzeylerinin dış ve iç çapları

M : Sürtünme katsayısı



Şekil 12: Sürtünmeli kavrama.

I. 5.1. DÜZ SÜRTÜNMELİ KAVRAMALAR

Lamelli kavramalar da denir. Burada sürtünme yüzeyi ince plakalar halinde bulunan lameller ile oluşturulur. Gövde üzerine bir disk geçirilir ve bu disk üzerine kanallar açılır. Ayrıca lamellerin de içine kanallar açılır. Diğer bir kısımda lamellerin dışına kanallar açılır. Bunlar da üste geçirilen kovandaki kanallara geçirilir. Lameller bir iç ve bir dış olmak üzere dizilir. Herhangi bir eksenel kuvvetin uygulanması ile lameller kanallardan kayarak birbirinin yüzeyine sürtünür ve iletimi sağlar.

Sürtünme momenti:

$$M_s = M. Fa. \dot{I} D/2 \geq Mb \quad (14)$$

dir.

D : Ortalama sürtünme yüzeyi çapı

$$D = \frac{D_d + D_i}{2} \quad (15)$$

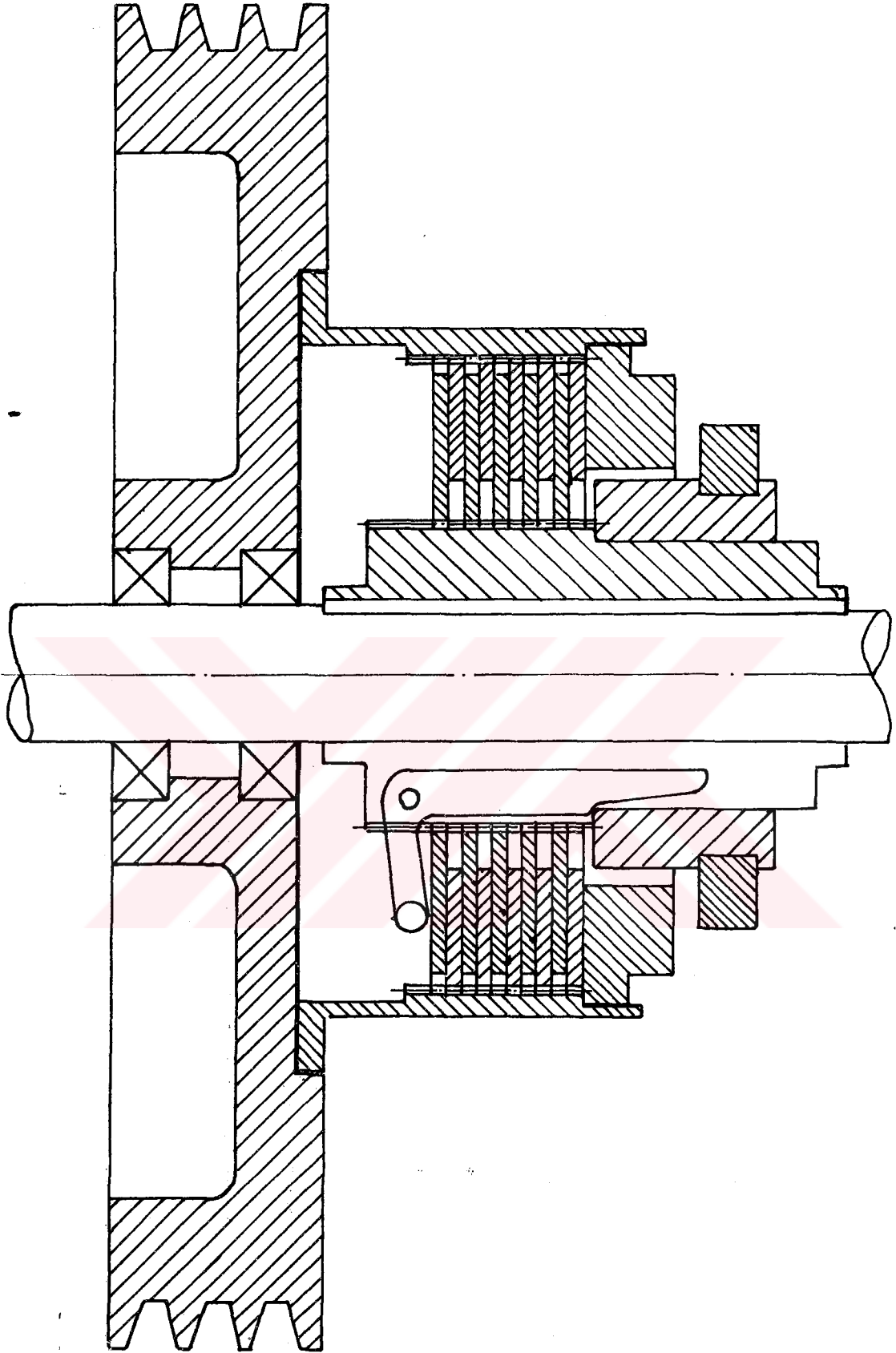
alınır.

$$P = \frac{Fa}{\pi b D} \geq Pem \quad (16)$$

yüzey basıncı oluşur.

$$b = \frac{D_d + D_i}{2} \quad (17)$$

dir.



Şekil 13: Sürtülmeli kavrama.

I. 5.2. KONİK KAVRAMALAR

Sürtünme yüzeyleri konik bir şekilde imal edilerek birbirine geçer.

Sürtünme momenti:

$$M_s = (C_1 + C_2) M_b = \mu F_n \frac{D}{2} \quad (18)$$

dir.

C_1 - C_2 : Dinamik faktör

$$D = \frac{1}{2} (D + D_0) \quad (19)$$

dur.

F_n : Konik yüzeylerdeki normal kuvvet.

Yüzey basıncı:

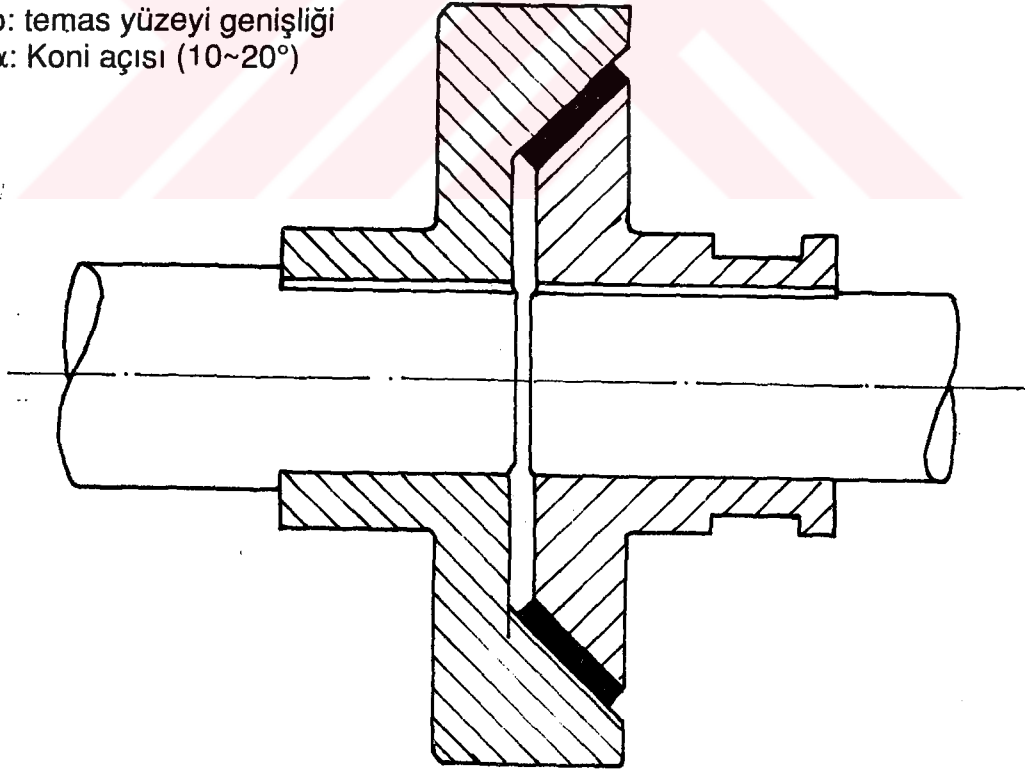
$$P = \frac{F_n}{\pi D b} = \frac{2 M_s}{\mu \pi D^2 b} \leq P_{em} \quad (20)$$

bulunur.

$$b = \frac{2 \sin \alpha}{D - D_0} \quad (21)$$

b : temas yüzeyi genişliği

α : Koni açısı ($10^\circ \sim 20^\circ$)



Şekil 14: Konik kavrama.

Çakma kuvvet: (Eksenel kuvvet)

$$F_a = \frac{2M_s}{\mu D} = (\sin\alpha + \mu \cos\alpha) \quad (22)$$

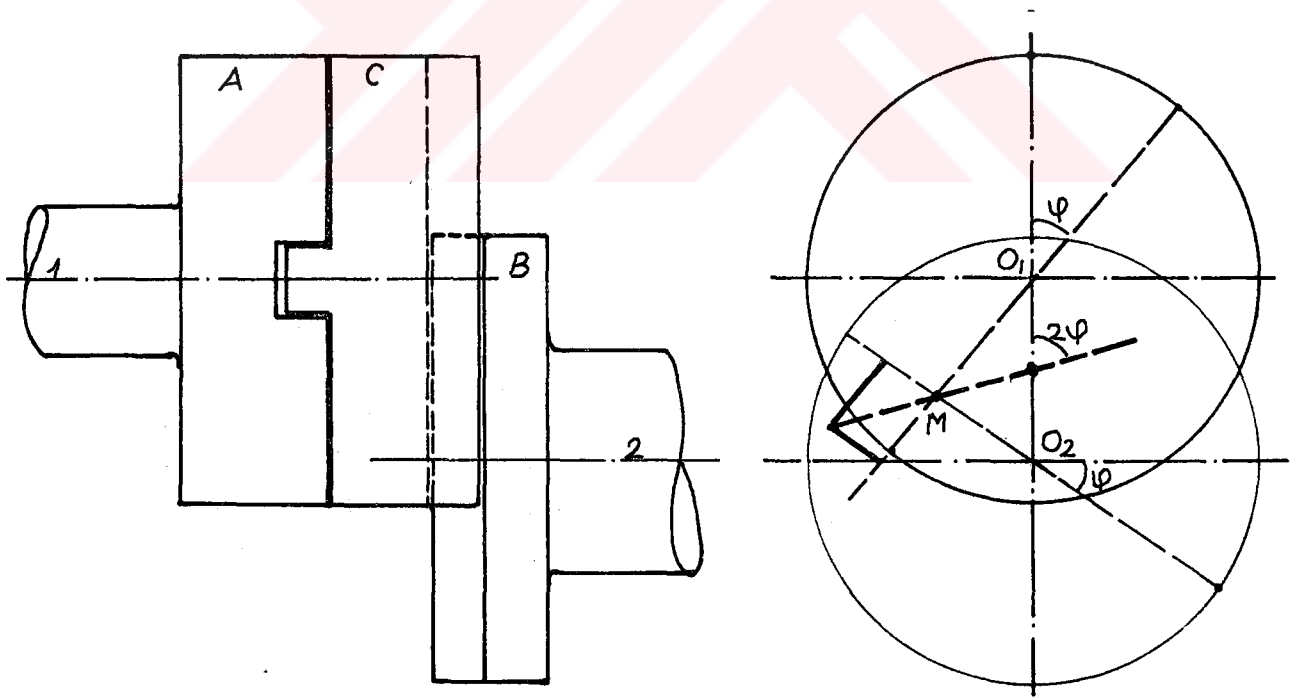
dir.

II. OLDHAM KAVRAMASI

Oldham kavraması eksenleri arasında çok az miktarda mesafe olan millerin bağlanmasında, hareket ve moment iletiminde kullanılan kaplındır.

Oldham kavraması, birbirine dik girinti olan iki adet disk ile, her iki tarafında birbirine dik bir şekilde çıkıntı bulunan 3. bir diskten oluşur. Bu girinti ve çıkıntılar ile eksenel ve radyal yönde kaymaların olabilmesi sağlanır. Bundan da anlaşıldığı gibi, oldham kaplinleri 1° civarındaki radyal düzgünlükler ile $a=0.05 d$ civarındaki eksenel düzgünlükleri karşılayabilir.

Yukarıda da anlatıldığı gibi oldham kavraması iki yan disk ve bir aradiskten oluşmuştur. Hareket ve moment iletimini gerçekte sağlayan diskte bu ara disklerdir. Eksenler arasında a gibi bir kayma varsa, aradisklerin merkezi olan O noktası da, a mesafesini kendine çap kabul ederek, çalışma esnasında a çaplı bir daire çizer. Ara disklerin merkezinin hareketli olmasından dolayı diskin ağırlığına bağlı kuvvetler meydana gelir. Bu kuvvetler kendini merkezkaç kuvveti olarak gösterecektir.



Şekil 15: Oldham kavraması.

Eğer A diskini ϕ kadar döndürecek olursak B diski de ϕ kadar dönmek zorundadır. Şekilden de görüldüğü gibi A ve B disklerinin girinti ve çıkıntıları arasında 90° fark vardır. Bu nedenle A ve B disklerinin arasında da 90° fark olmalıdır. Bunu şu şekilde açıklayabiliriz.

A diskinin dönme eksenini AA, B diskininki ise BB eksenidir. Bu halde AA ϕ kadar dönerse BB eksenini de ϕ kadar döner. O_1O_2C üçgeninin iç açıları toplamı 180° olacağına göre

$$\phi + 90 - \phi + C = 180^\circ \quad (23)$$

tür. Buradan $C = 90^\circ$ bulunur.

C diskinin merkezi C noktası ise A ve B diskinin merkezlerini 90° altında görür ve C diski 2ϕ kadar döner.

Burada A ve B diskleri sabit kendi merkezleri etrafında döndüğü halde C diskinin merkezi dairesel bir yörünge izlemektedir. Dolayısıyla ağırlığı sebebi ile bir merkezkaç kuvveti oluşur.

Bilindiği gibi merkezkaç kuvveti

$$F_c = M \cdot R \cdot W_c^2 \quad (24)$$

idi.

M: diskin kütlesi (kg)

R: Dönme eksenini yarıçapıdır. Ve

$$R = \frac{a}{2} \text{ dur.}$$

W: açısal hız. Buradaki açısal hız.

$W_c = 2W_A = 2W_B$ 'dir şu halde.

$$F_c = M_c \cdot \frac{a}{2} \cdot (2W_A)^2 \quad (25)$$

şeklını alır.

$$F_A = M_c (2W_A)^2 \cdot \frac{a}{2} \cos \phi \quad (26)$$

$$F_B = M_c \frac{a}{2} \cdot (2W_A)^2 \cdot \sin \phi \quad (27)$$

Burada yolun türevinin hız olduğunu düşünürsek bu yoldan hareketle:

$$\phi' = W \rightarrow \phi = W \cdot f(t)$$

bulunur. Dolayısıyla $F = F(t)$ 'dir. Yani merkezkaç kuvveti zamana bağlı olarak değişime uğramaktadır. Bu da millerde titreşimlere sebep olmaktadır. Bu durum millerin yataklanmasında ve boyutlandırılmasında gözönüne alınmalıdır.

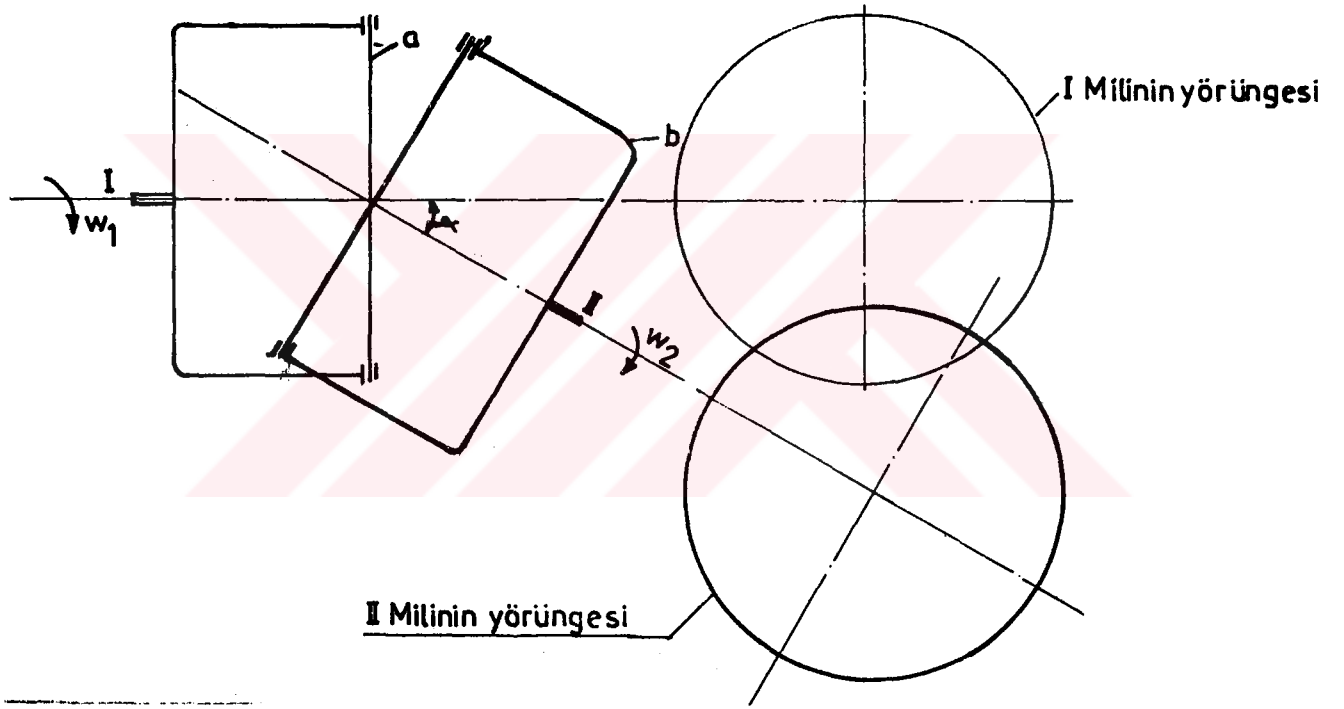
III. KARDAN KAVRAMASI

Kardan kavraması millerin ucuna takılan birbirine dik iki mafsaldan oluşan kavramadır. Bu mafsallar sayesinde kardan kavraması, aralarında belirli bir ($0 \sim 15^\circ$) açı olan iki milin birleştirilmesinde kullanılır.

Kardan kaplininde hareketi veren mil dönme eksenini etrafında, hareketi alan mil ise bu mile dik olan iki eksen etrafında olmak üzere üç hareket serbestliği vardır. Mafsalların yatakları kaymalı veya rulmanlı (özellikle iğneli) yatak olabilir.

III. 1. KARDAN KAVRAMASINDA HIZ İLETİMİ:

Bu kavramaya aynı zamanda Hook mafsalı da denir. En önemli özelliği ise düzgün bir hız iletememesidir.



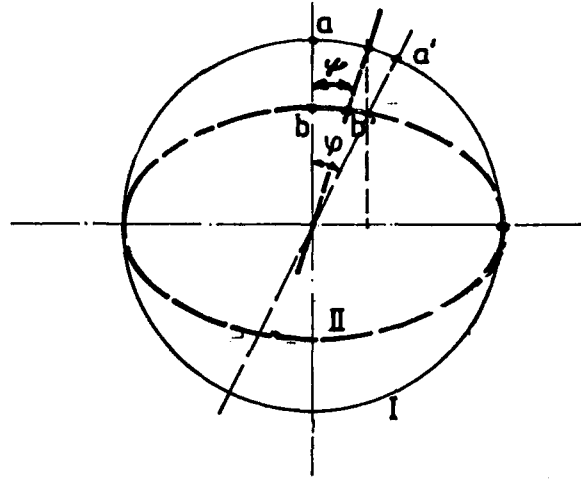
Şekil 16: Kardan kavraması prensip şeması.

I milini W_1 hızı ile çevirdiğimizi düşünelim. Yani I milinin açısal hızı W_1 olsun.

Eğer I. mili W_1 hızı ile ϕ kadar dönerse II mili de I milinin izdüşüm düzleminde ϕ kadar döner. Fakat II mili kendi düzleminde, ϕ kadar dönmüş olur. Bu durumda

$$\tan \phi = \tan \psi \cdot \cos \alpha \quad (28)$$

olur.



II Milinin I üzerindeki
izdüşümü.

Şekil 17: Kardan kavramasında II milinin yörüngesi.

Yukarıdaki eşitlikten hareketle yolun türevinin hızı verdiğini daha önceden biliyoruz.

$$(\operatorname{tg} \varphi)' = (\operatorname{tg} \psi)' \cos \alpha + (\cos \alpha)' \operatorname{tg} \psi$$

(α sabit olduğundan α 'nın türevi 0'dır)

$$\varphi' \frac{d(\operatorname{tg} \varphi)}{d\varphi} = \psi' \frac{d(\operatorname{tg} \psi)}{d\psi} \cdot \cos \alpha$$

$$\varphi' = W_I$$

$$\psi' = W_{II}$$

$$(\operatorname{tg} \varphi)' = \frac{1}{\cos^2 \varphi}$$

$$(\operatorname{tg} \psi)' = \frac{1}{\cos^2 \psi}$$

bu eşitlikleri yukarıdaki formülde yerine yerleştirirsek

$$\frac{W_{II}}{W_I} = \frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi} \quad (29)$$

elde edilir.

φ açısı 0 ile 2π arasında değişmektedir. Bu limit noktalarını gözönüne alırsak

$$\varphi = 0 \text{ için } \frac{W_{II}}{W_I} = \frac{\cos\alpha}{1} = \cos\alpha \quad (30)$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \text{ için } \frac{W_{II}}{W_I} = \frac{\cos\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$\frac{W_{II}}{W_I} = \frac{1}{\cos\alpha} \quad (31)$$

bulunur.

I milinin hızı sabit ve düzgün olduğu halde II mili aynı peryotta bir minimum, bir de maksimum hıza sahiptir. Yani bir düzgünlük söz konusudur.

III. 2. KARDAN KAVRAMASINDA MOMENT İLETİMİ

Kardan kavramasında; hareket ve moment iletimi dönmeden meydana gelen bir döndürme momenti, II milinin yörüngesinin sabit olmamasından dolayı II milindeki kütlelerin meydana getirdiği kütle eylemsizlik momenti söz konusudur.

M_b = Döndürme momenti

Eylemsizlik momenti ise:

$$M = I \cdot \alpha \quad (32)$$

M: Moment

I: Atalet momenti

α : Açısal ivme

$$I = mk^2 \quad (33)$$

m: Eylemsizlik momentini meydana getiren cismin kütlesi

k: Eylemsizlik yarıçapı

$$M_{d2} = mk^2 \alpha_2 \quad (34)$$

$$\alpha_2 = \frac{d(W_{II})}{dt} \text{ dir.}$$

$$\frac{W_{II}}{W_I} = \frac{\cos\alpha}{1 - \sin^2\alpha \sin^2\varphi}$$

olduğu daha önce bulunmuştu.

$$W_I = W_{II} \frac{\cos\alpha}{1 - \sin^2\alpha \sin^2\varphi}$$

$$\begin{aligned}
& d \left[\frac{W_I \cdot \cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi} \right] \frac{d}{dt} \left[1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi \right] \\
& = \frac{W_I^2 \cos \alpha \left[- (-2 \sin \varphi \cos \varphi \sin \alpha) \right]}{(1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi)^2} \\
& \alpha_2 = \frac{W_I^2 \cdot \sin^2 \varphi \sin 2\alpha \cdot \sin \alpha}{2 (1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi)^2} \\
& \alpha_1 = 0 \quad (W_I = \text{Sabit})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{W_{II}}{W_I} &= \frac{M_{d1}}{M_{d2}} \\
\frac{M_{d1}}{M_{d2}} &= \frac{\cos \alpha \cdot \cos^2 \varphi}{\cos^2 \varphi} \\
\frac{M_{b1}}{M_{bII}} &= \frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \varphi} \quad (35)
\end{aligned}$$

Bu kavramanın gerekli momenti iletebilmesi için

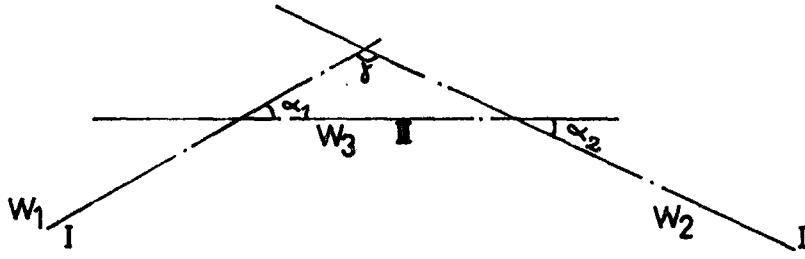
$$(-M_{dII}) + (+M_{dI}) = M_T > 0 \quad (36)$$

olmalıdır. Yani iletilmek istenen döndürme momenti eylemsizlik momentinden büyük olmalıdır. Bu durumda titreşimlerin olması önlenmiş olur.

III. 3. İKİ KARDAN KAVRAMASININ BİRLİKTE KULLANILMASI:

Yukarıda bahsettiğimiz gibi kardan kavramasında milden mile hareket ve moment aktarılırken düzgünsüzlükler olmaktadır. Bu nedenle iki kardan kavramasının peşpeşe bağlanılarak kullanılması tercih edilir.

Bu şekilde bağlanmış kardan kavramalarındaki moment ve hız iletimini inceleyelim.



Şekil 18: İki kardan kavramasının birlikte kullanılması.

$$\frac{W_{III}}{W_I} = \frac{\cos \alpha_1}{1 - \sin^2 \alpha_2 \sin^2 \varphi_1} \quad (37)$$

$$\frac{W_{III}}{W_{II}} = \frac{\cos \alpha_2}{1 - \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \varphi_2} \quad (38)$$

I milini φ_1 , II milini de φ_2 kadar döndürdüğümüzü düşünelim. Yukarıdaki eşitlikleri taraf tarafa bölersek giriş mili ile çıkış mili hızları oranını bulmuş oluruz. Bu oran:

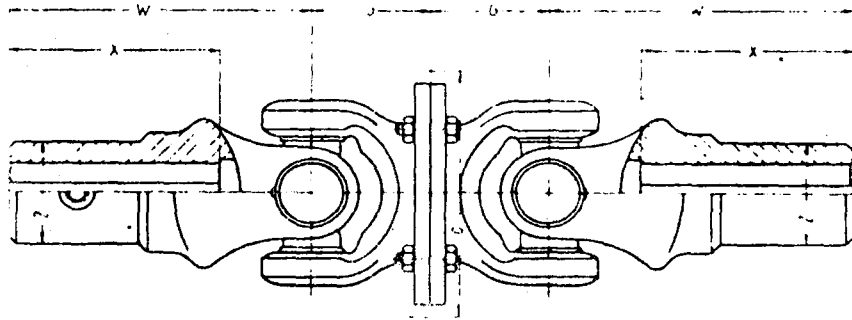
$$\frac{W_{II}}{W_I} = \frac{\cos \alpha_1 \cdot (1 - \sin^2 \alpha_2 \sin^2 \varphi_2)}{\cos \alpha_2 \cdot (1 - \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \varphi_1)} \quad (39)$$

olmaktadır. Daha önce söylediğimiz düzgünsüzlüklerin olmaması için $W_{II}=W_I$ olmalıdır.

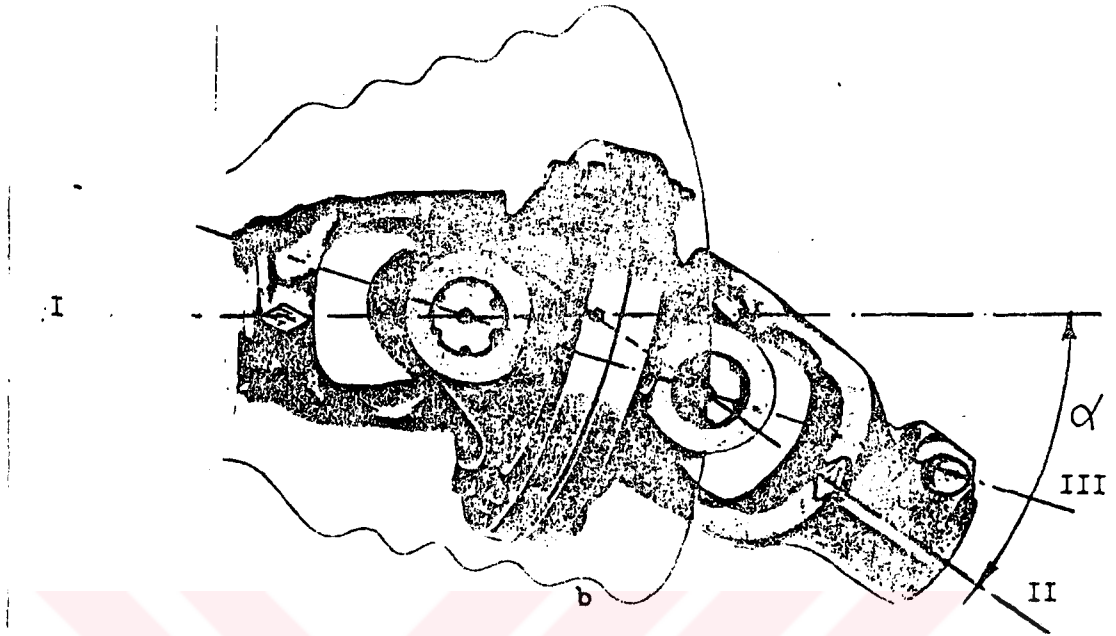
Bu durumda:

$$\cos \alpha_1 \cdot (1 - \sin^2 \alpha_2 \sin^2 \varphi_2) = \cos \alpha_2 \cdot (1 - \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \varphi_1)$$

bulunur.



Şekil 19: İki kardan kavraması.



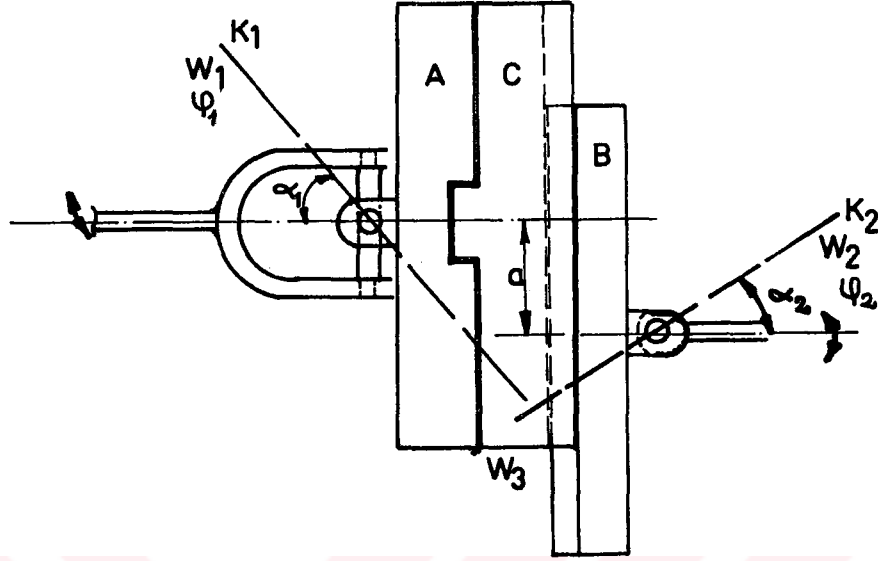
Şekil 20: Kısa ara milli çift kordon sistemi. ($\alpha=70^\circ$)

Bu eşitlikte ancak ve ancak $\alpha_1 = \alpha_2$, $\varphi_1 = \varphi_2$ olduğu zaman sağlanabilir.

IV. OLDHAM KARDAN TÜMLEMESİ

Oldham kardan tümlemesi bir oldham ve iki kardan kavramasının birleştirilmesi ile elde edilen bir kavramadır. Bu şekilde yapılan konstrüksiyonda hem paralel fakat aralarında (a) gibi bir mesafe olan iki milin arasındaki moment ve hız bağlantısının yapılması, hem de açısal farklılıkların karşılanması gerçekleşmiş olur. Bu arada eksenlerden eksene geçerken hareket düzgünlükleri de yok edilmiş olur. Böylece ortaya çok amaçlı kullanılabilecek bir kavrama çıkmış olacaktır.

IV. 1. OLDHAM KARDAN TÜMLEMESİNDE HIZ İLETİMİ



Şekil 21: Oldham kardan tümlemesi.

Yukarıdaki şekilden de görüldüğü gibi bu kavrama ile her yönde hareket ve moment iletimi sağlanabilir.

K_1 kavramasındaki 1 milini φ_1 kadar döndürürsek buna bağlı olan A diski, 1 mili düzleminde φ_1 kadar fakat kendi düzleminde ψ_1 kadar dönecektir.

Bu iki açı arasındaki ilişki ise:

$$\tan \psi_1 = \tan \varphi_1 \cos \alpha_1$$

olacaktır. Aynı şekilde A diski ile 1 mili arasındaki hız oranı da:

$$\frac{W_A}{W_1} = \frac{\cos \alpha_1}{1 - \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \varphi_1}$$

olacaktır. Buradaki ilişkiyi aynı şekilde 2 mili ile B diskine de uygulayabiliriz:

$$\frac{W_B}{W_{II}} = \frac{\cos \alpha_2}{1 - \sin^2 \alpha_2 \sin^2 \varphi_2}$$

bulunur. Buradaki B ve A diski birbirine paralel ve bağlı bulunduğu için hızları da birbirine eşittir. Yukarıdaki eşitlikleri oranlarsak.

$$\frac{W_{II}}{W_1} = \frac{(1 - \sin^2 \alpha_2 \cdot \sin^2 \varphi_2) \cdot \cos \alpha_1}{(1 - \sin^2 \alpha_1 \cdot \sin^2 \varphi_1) \cdot \cos \alpha_2}$$

oranı elde edilir. Bu eşitlikten de görüldüğü gibi iletilecek olan hız ve moment düzgünlüğünün sağlanması için yine:

$\alpha_1 = \alpha_2, \varphi_1 = \varphi_2$ koşulları sağlanmalıdır.

Şimdi arada bulunan C diskinin durumunu inceleyelim.

$$W_A = W_I \frac{\cos \alpha_1}{1 - \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \varphi_1} \quad (40)$$

$$W_A = W_I \frac{\cos \alpha_1}{1 - \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \varphi_1} \quad (41)$$

olduğunu bulmuştuk.

A ve B disklerinin hızlarının eşit olduğunu OLDHAM kavramasını incelerken görmüştük. Bu durumda:

$$W_A = W_B = W_I \frac{\cos \alpha_1}{1 - \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \varphi_1} = W_{II} \frac{\cos \alpha_2}{1 - \sin^2 \alpha_2 \sin^2 \varphi_2}$$

olur. W_C ise bunların iki katı olmalıydı. Yani:

$$W_C = 2W_A = 2W_B = 2W_I \frac{\cos \alpha_1}{1 - \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \varphi_1} = 2W_{II} \frac{\cos \alpha_2}{1 - \sin^2 \alpha_2 \sin^2 \varphi_2}$$

$$W_C = 2W_{II} \frac{\cos \alpha_2}{1 - \sin^2 \alpha_2 \sin^2 \varphi_2} \quad (41)$$

Eğer iki adet kardan kavraması kullanmasaydık, durum çok farklı bir hale gelecekti. Şöyle ki:

A diski dönme esnasında bir max, bir de min dönme hızına sahip olacaktı.

$$\left(\frac{W_A}{W_I} \right)_{\max} = \frac{1}{\cos \alpha_1}$$

$$\left(\frac{W_A}{W_I} \right)_{\min} = \frac{1}{\cos \alpha_1}$$

olur. Burada C diskinin geçerse:

$$(W_C)_{\max} = \frac{2}{\cos \alpha_1} \quad (W_C)_{\min} = \cos \alpha_1 \quad (42)$$

olur. Görüldüğü gibi düzgünsüzlük var. K_2 kavraması ile bunu yoketmiş oluyoruz.

IV. 2. OLDHAM-KARDAN TÜMLEMESİNDE DİNAMİK ETKİLER

Bilindiği gibi oldham, kardan tümlemesi bilindiği gibi iki kardan ve bir aldham kavramasından oluşuyor. Birinci kardan kavramasından hareket girişinin olduğunu varsayarsak.

$W_1 = sb.$ olacaktır. Dolayısıyla $\alpha_1 = 0$ olmalıdır.

Buradan kardan kavramasının II miline geçerken hız:

$$W_2 = W_1 \times \frac{(\cos \alpha_1)}{1 - \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \varphi_1} \text{ olur.}$$

Buradan α_2 (açısal ivme):

$$\alpha_2 = W_2' (t) = W_1 \cdot \frac{(1 - \sin 2\varphi_1 \sin 2\alpha_1 \sin \alpha_1)}{2 \cdot (1 - \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \varphi_1)^2} \quad (42)$$

bulunur. Buradan hareketle II. milin kütleli momenti:

$$M_{B2} = M \cdot k^2 \cdot W_2^2 \cdot \frac{\sin 2\alpha_1 \sin 2\varphi_1 \sin \alpha_1}{2 \cdot (1 - \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \varphi_1)^2} \quad (43)$$

elde edilir.

M_{B2} momenti aynı zamanda A diskinin de atalet momentidir.

$$W_A = W_1 \cdot \frac{(\cos \alpha_1)}{1 - \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \varphi_1}$$

$$M_A = M \cdot k^2 \cdot W_A^2 \cdot \frac{\sin 2\alpha_1 \sin 2\varphi_1 \sin \alpha_1}{2 \cdot (1 - \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \varphi_1)^2} \quad (44)$$

$$M_A = \left(\frac{1 - \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \varphi_1}{\cos \alpha_1} \right) M d_1 \quad (45)$$

bulunur.

C diski ise, A diskinin 2 katı hızla döndüğü ve merkezkaç kuvvetine sahip olduğu için:

$$W_C = 2W_A = 2W_2 = 2W_1 \left(\frac{\cos \alpha_1}{1 - \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \varphi_1} \right)$$

$$P_C = M_C \cdot W_C^2 = M_C \cdot (2W_2)^2 \cdot a_1$$

$$P_C = M \cdot (2W_1)^2 \left(\frac{\cos \alpha_1}{1 - \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \varphi_1} \right) \quad (46)$$

bulunur.

II. kardan kavramına geçelim. II. kardan kavramasından çıkan W_{k2} hızı da sabit bir hız olmalıdır. Bu nedenle:

$$W_{k2} = Sb \alpha_{k2} = 0$$

olur.

W_{k1} ise:

$$W_{k1} = W_{k2} \cdot \frac{\cos \alpha_2}{1 - \sin^2 \alpha_2 \sin^2 \varphi_2}$$

bulunur. W_{k1} hızı aynı zamanda B diskinin de hızıdır. Böylece:

$$W_B = W_{k2} \cdot \frac{\cos \alpha_2}{1 - \sin^2 \alpha_2 \sin^2 \varphi_2}$$

elde edilir. Aynı zamanda:

$$\alpha_B = W_{k2} \cdot \frac{\sin 2\varphi_2 \sin 2\alpha_2 \sin \alpha_2}{2 (1 - \sin^2 \alpha_2 \sin^2 \varphi_2)^2}$$

olur. Ve:

$$W_C = 2W_{k2} \cdot \frac{\cos \alpha_2}{1 - \sin^2 \alpha_2 \sin^2 \varphi_2} \quad (47)$$

dir. C diskinin hızı hem K_1 'den, hem K_2 'den gelen hızların birleşim noktasıdır. Yani:

$$2W_1 \frac{\cos \alpha_1}{1 - \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \varphi_1} = 2W_{k2} \frac{\cos \alpha_2}{1 - \sin^2 \alpha_2 \sin^2 \varphi_2}$$

olur. Bu eşitlik ise ancak ve ancak:

$W_{k21} = W_1$, $\alpha_1 = \alpha_2$, $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ olduğu zaman gerçekleşir. Bütün bu eşitlikler sağlandığında zaten giriş ve çıkış hızları eşit olur. Bunun anlamı da moment ve hareketin düzgün bir şekilde iletileceğidir.

Elde edilen bütün sonuçlar bir diyagramda birleştirelim.

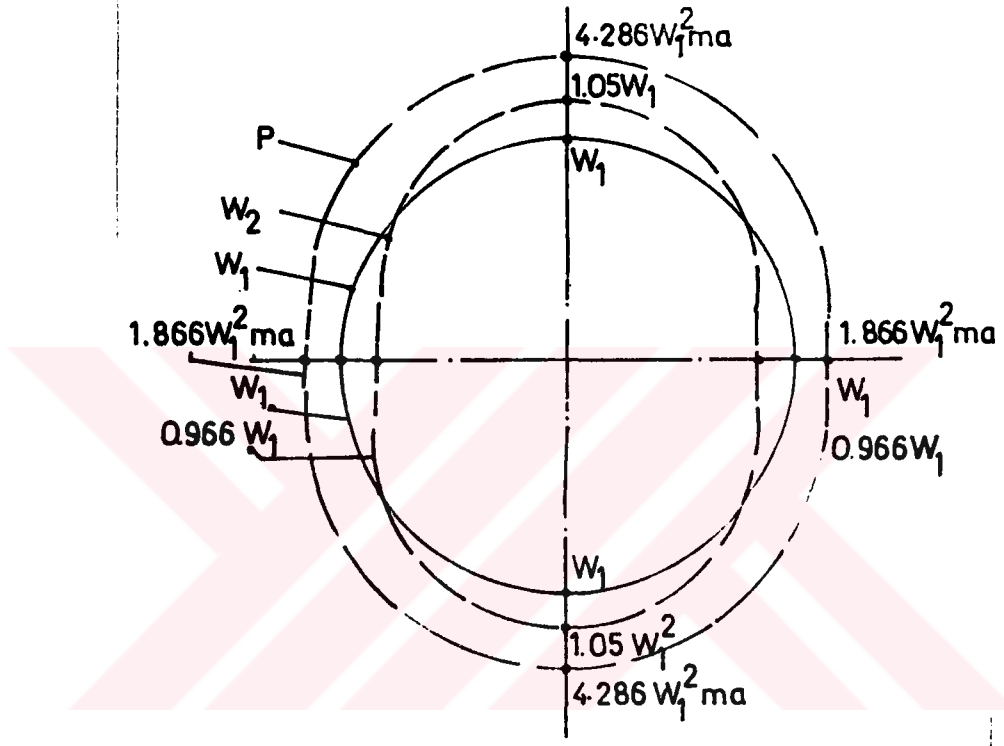
$$W_2 = W_1 \frac{\cos \alpha_1}{1 - \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \varphi_1} = W_C = 2W_1 \frac{\cos \alpha_1}{1 - \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \varphi_1}$$

$$W_C \min = 2W_1 \cos \alpha_1 \quad (48)$$

$$W_C \max = \frac{2W_1}{\cos \alpha_1} \quad (49)$$

$$P_C = (2W_2) m \cdot a = P_C \min = 4W_1^2 \cos^2 \alpha_1 ma \quad (50)$$

$$P_C \max = \frac{4W_1^2}{\cos^2 \alpha_1} ma \quad (51)$$



Şekil 23: Kavramada açısallapmanının etkisi.

Yukarıdaki diyagramda bulunan değerler $\alpha_1=15^\circ$ için elde edilmiştir. Görüldüğü gibi W_1 hızı sabit olduğu halde yani hareket başlangıçta sabit hızla başlamasına rağmen C diskine gelindiğinde bir max ve bir de min hız elde edilmektedir. Bu hız aynı zamanda buradaki α_1 açısına da bağlıdır. Şayet $\alpha_1 = 0$ olsaydı hiçbir zaman bu max. ve min. noktalar olmazdı. Açıdan meydana gelen hız farklılıkları aynı zamanda merkezkaç kuvvetlerine de etki etmektedir. Bu durumda yataklara düzgün bir yük gelmez. Bütün bu mahsurlar 2. bir kardan kavraması kullanılarak önlenmiş bulunmaktadır.

Meydana gelecek olan düzgünsüzlükleri bir tablada daha açık bir şekilde görebiliriz.

$$W_2 = \frac{W_1 \cos \alpha_1}{1 - \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \varphi_1} \text{ idi:}$$

$\sin\phi = 0$ için.

$$W_2 = W \cdot \cos\alpha_1$$

$\sin\phi = \pm 1$ için.

$$W_2 = \frac{W}{\cos\alpha_1} \text{ idi:}$$

$$P_{\min} = (2W \cos\alpha)^2 \text{ ma.}$$

$$P_{\max} = \left(\frac{2W}{\cos\alpha} \right)^2 \text{ ma. bulunmuştur.}$$

Eğer $W_1 = 2W_2$ olursa bu durumda:

$$W_2_{\min} = 2W \cos\alpha \quad W_2_{\max} = \frac{2W}{\cos\alpha}$$

$$P_{\min} = (4W \cos\alpha)^2 \text{ ma.}$$

$$P_{\max} = \left(\frac{4W}{\cos\alpha} \right)^2 \text{ ma.}$$

$$W_1 = 3W \text{ için}$$

$$W_2_{\min} = 3W \cos\alpha$$

$$W_{\max} = \frac{3W}{\cos\alpha}$$

$$P_{\min} = (6W \cos\alpha)^2 \text{ ma.}$$

$$P_{\max} = \left(\frac{6W}{\cos\alpha} \right)^2 \text{ ma.}$$

Tablo 1. W_1 'in değişik değerleri için W_2 ve merkezdeki kuvvetin değişimi.

	W_1	W_2	$P=(2W_2)^2 \text{ ma.}$
min max	W	$W \cos\alpha$ $W/\cos\alpha$	$(2W \cos\alpha)^2 \text{ ma.}$ $(2W/\cos\alpha)^2 \text{ ma.}$
min max	$2W$	$2W \cos\alpha$ $2W/\cos\alpha$	$(4W \cos\alpha)^2 \text{ ma.}$ $(4W/\cos\alpha)^2 \text{ ma.}$
min max	$3W$	$3W \cos\alpha$ $3W/\cos\alpha$	$(6W \cos\alpha)^2 \text{ ma.}$ $(6W/\cos\alpha)^2 \text{ ma.}$

Tablo 2. $W=W$ için açısal sapmaları değerlendirirsek:

α	$\text{Cos}\alpha$	Pmin	Pmax
1	0.9998	$3.9984W^2 \text{ ma.}$	$4W^2$
5	0.9962	$3.969W^2 \text{ ma.}$	$4.03W^2$
10	0.9848	$3.879W^2 \text{ ma.}$	$4.18W^2$
15	0.966	$3.732W^2 \text{ ma.}$	$4.28W^2$
20	0.9397	$3.532W^2 \text{ ma.}$	$4.5298W^2$
25	0.9063	$3.2855W^2 \text{ ma.}$	$4.87W^2$

Tablo 3: $W_1 = W_2$ için:

	$\text{Cos}\alpha$	Pmin	Pmax
1	0.9998	$15.9936W^2 \text{ ma.}$	$16W^2 \text{ ma.}$
5	0.9962	$15.875W^2 \text{ ma.}$	$16.12W^2 \text{ ma.}$
10	0.9848	$15.516W^2 \text{ ma.}$	$16.72W^2 \text{ ma.}$
15	0.9397	$14.928W^2 \text{ ma.}$	$17.12W^2 \text{ ma.}$
20	0.9063	$14.128W^2 \text{ ma.}$	$18.1192W^2 \text{ ma.}$

Elde edilen bu sonuçlara göre şu şekilde bir mukayese yapalım. $ma=5$

Tablo 4

$$W = \frac{Tdn}{60} = 9 \text{ rad/sn için.}$$

α	Pmin	Pmax
1	6477.165	6480
5	6429.78	6528.6
10	6283.98	6771.6
15	6045.84	6933.6
20	5721.84	7338.276

Tabloya baktığımızda şu sonuç açıkça görülüyor: Küçük açılarda (1°) min ve max kuvvetler hemen eşit, oysa açı arttıkça yani iki mil arasındaki açısal fark büyüdükçe min ve max kuvvetler arasındaki dikkat edilmesi gereken bir şekilde artmaktadır. İşte bu farkı çift kardan kavraması kullanarak yok etmekteyiz.

28. sayfadaki şekli de sayısal bir örnekle irdeleyelim:

$m_a: 5$

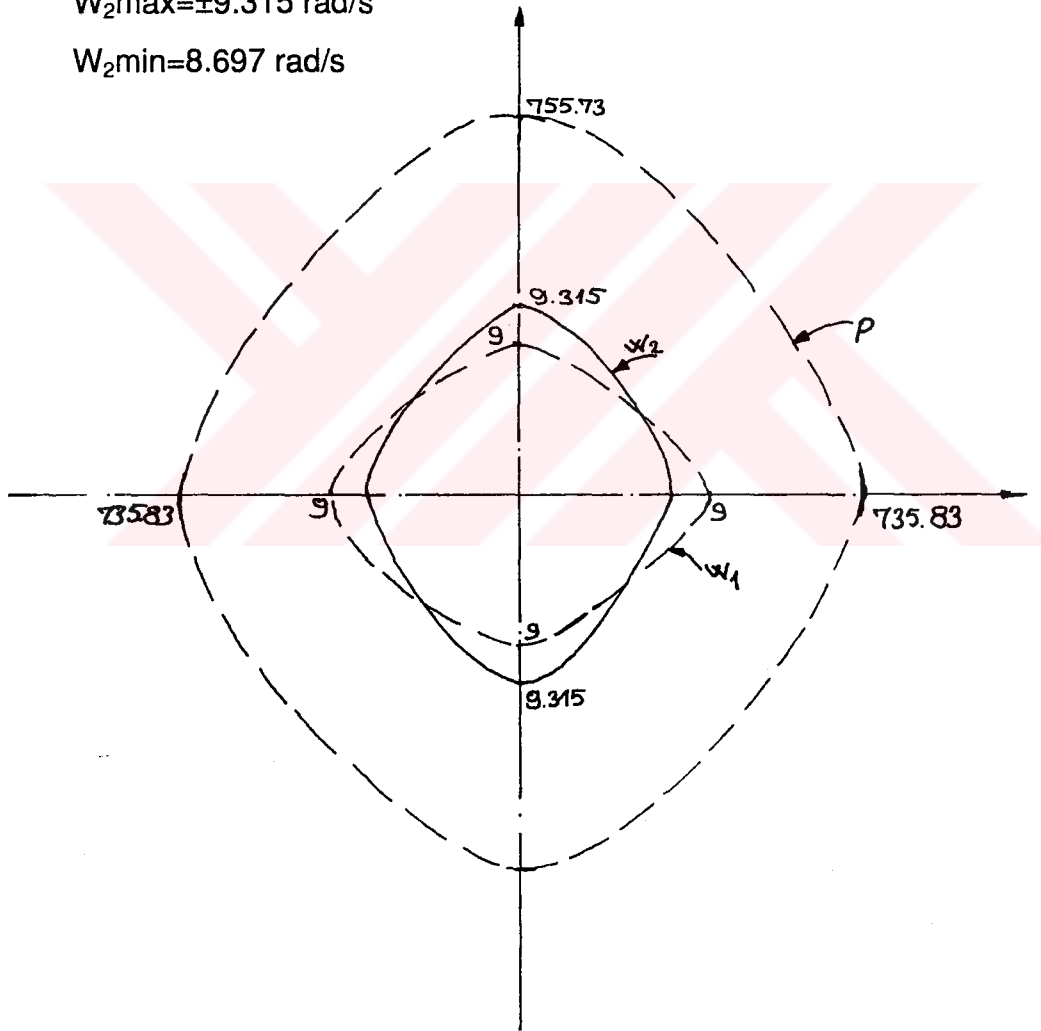
$W_1=9$ demiştik.

$P_{min}=1.866.9^2.5=\pm 755.73$

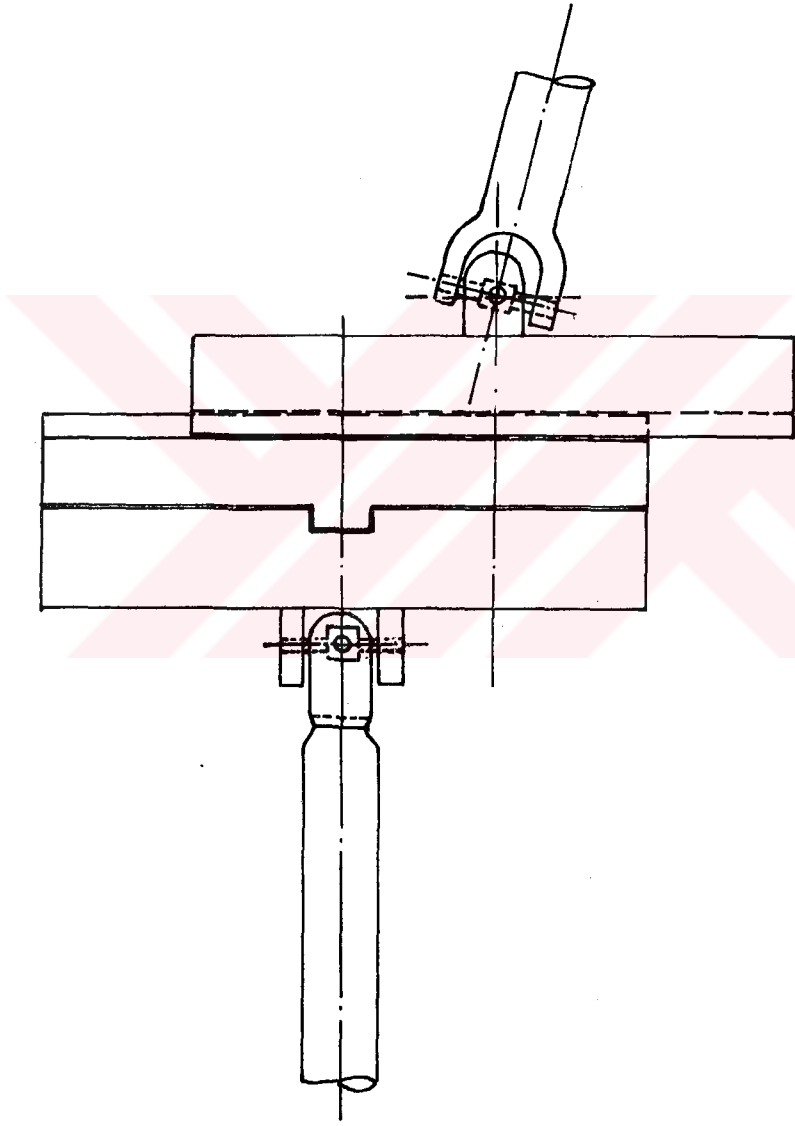
$P_{max}=4.286.5.9^2=\pm 1735.83$

$W_{2max}=\pm 9.315 \text{ rad/s}$

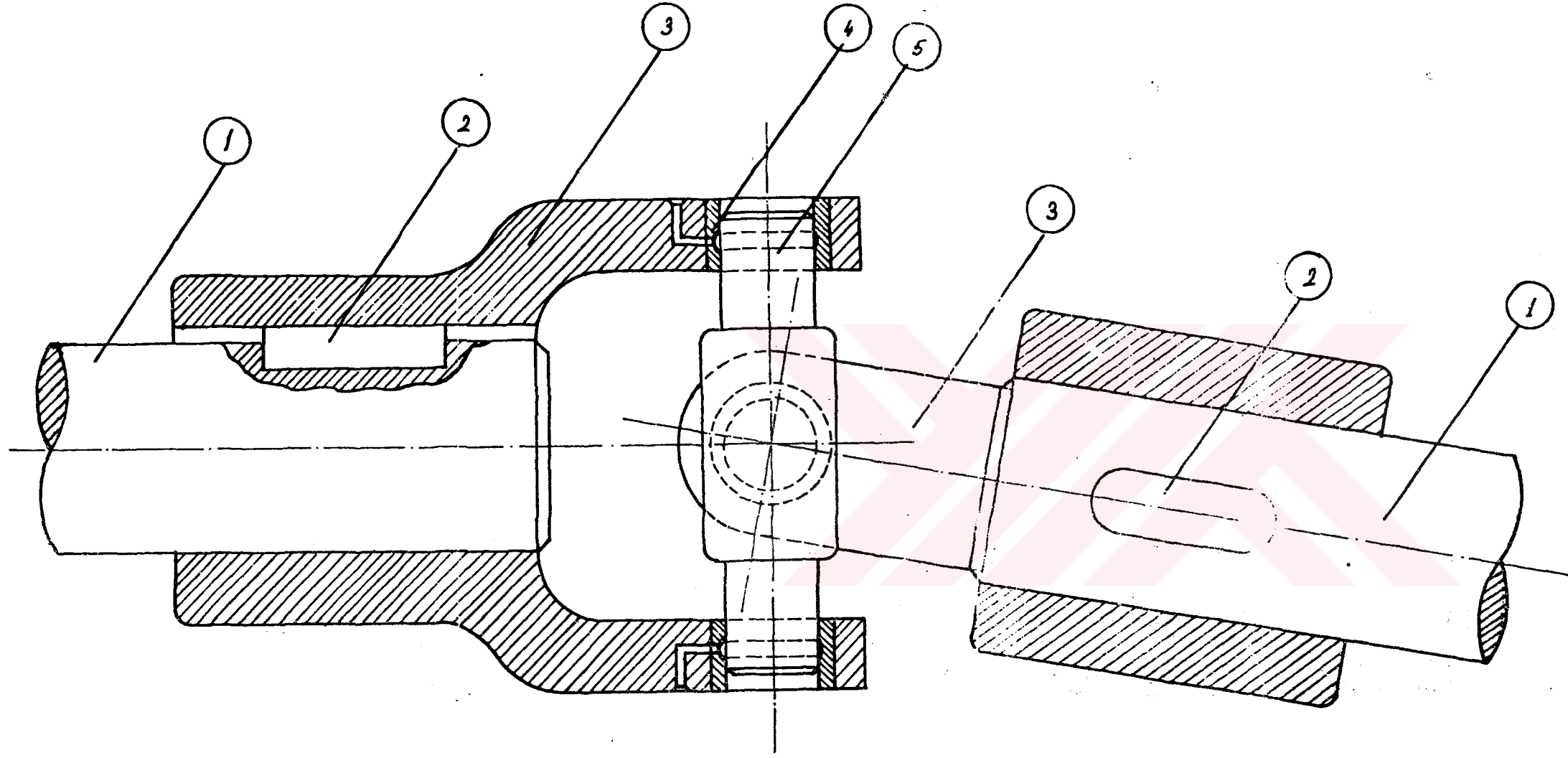
$W_{2min}=8.697 \text{ rad/s}$



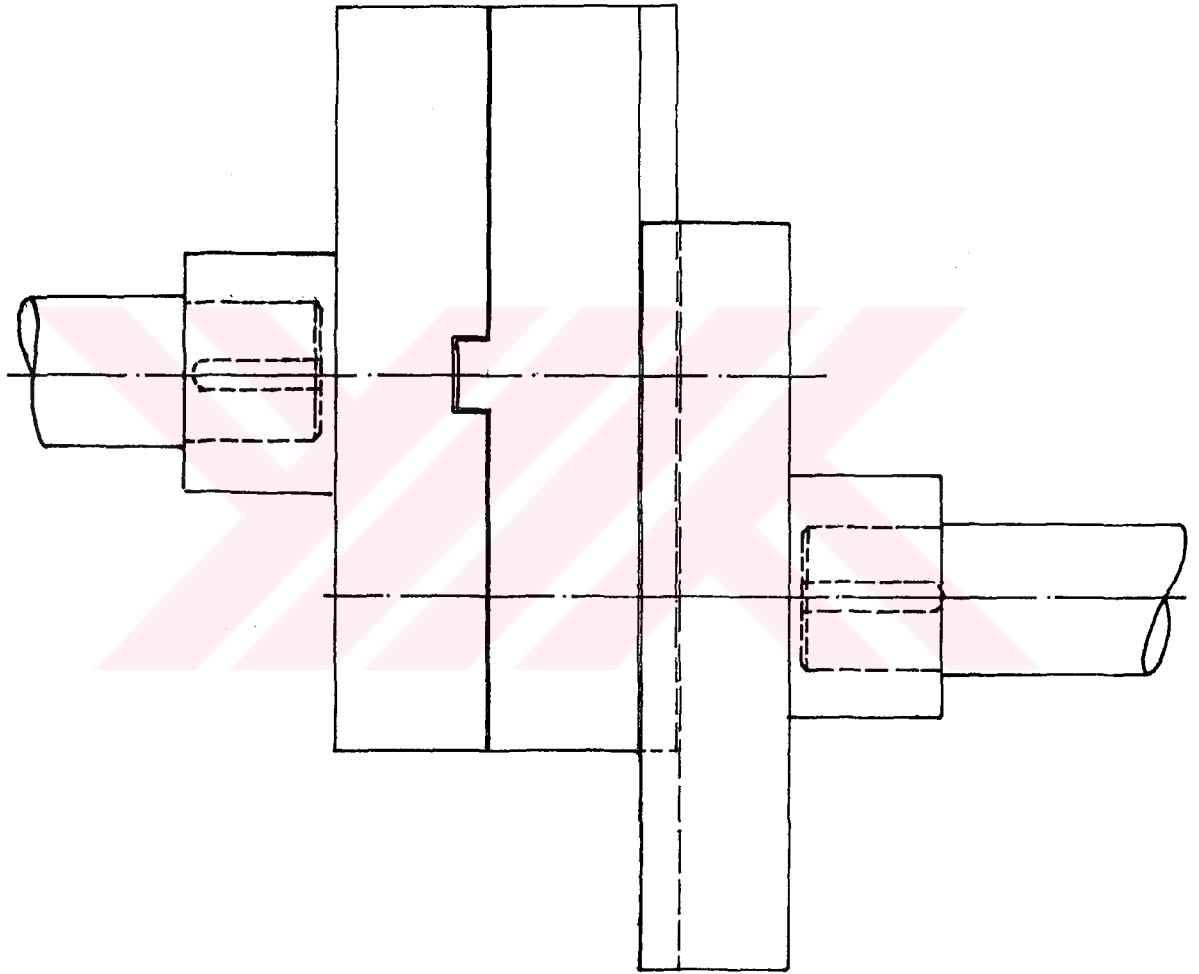
Şekil 24: Oldham-kardan Tümlemesinde açısal sapmaya sayısal örnek.



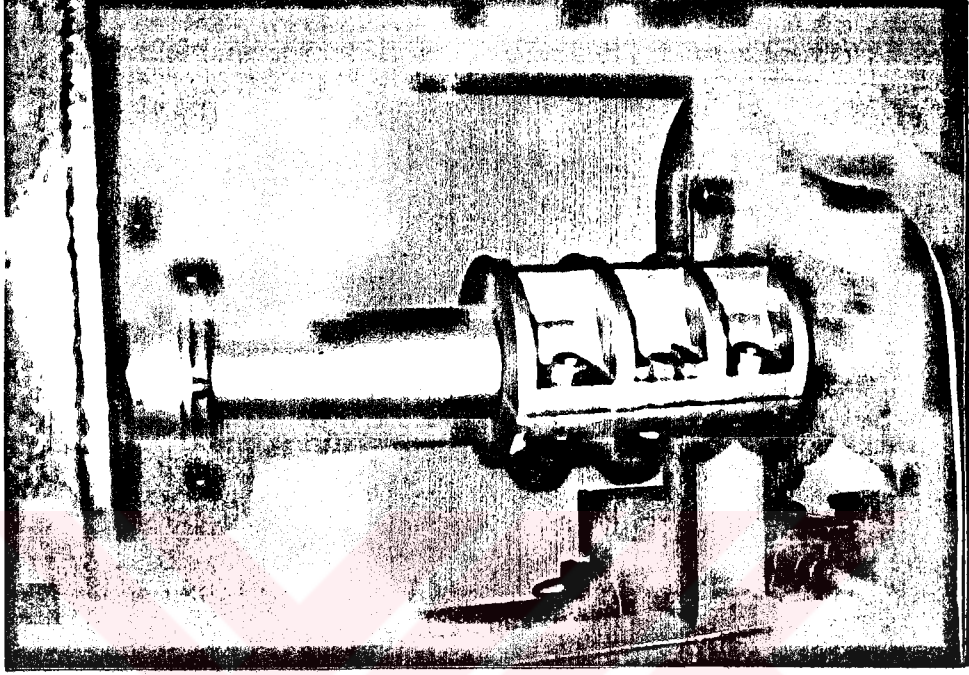
KARDAN OLDHAM KAVRAMASI



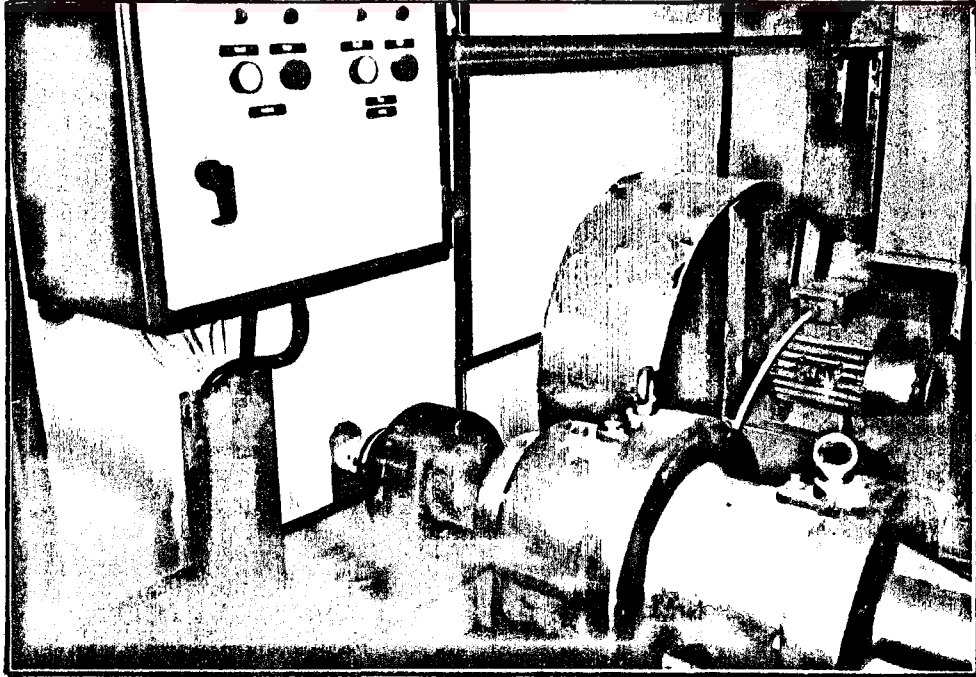
5	Mıvna		1	Ck 15	
4	Mıvna Yatağı		4	Beyaz 10 mader	Çatala sıkı geçme
3	Çatal		2	Fe 70	
2	Kama (Gömme)		2	Fe 70	A 14x9x40 TS 147/5
1	Mil		2	Fe 50	
Sıra No	Parçanın Adı	Res.No	Adet	Malzeme	Açıklama
KARDAN KAVRAMA					
Ölçek 1/1	Adı	Sayı	Fakülte No		
	Tarih				



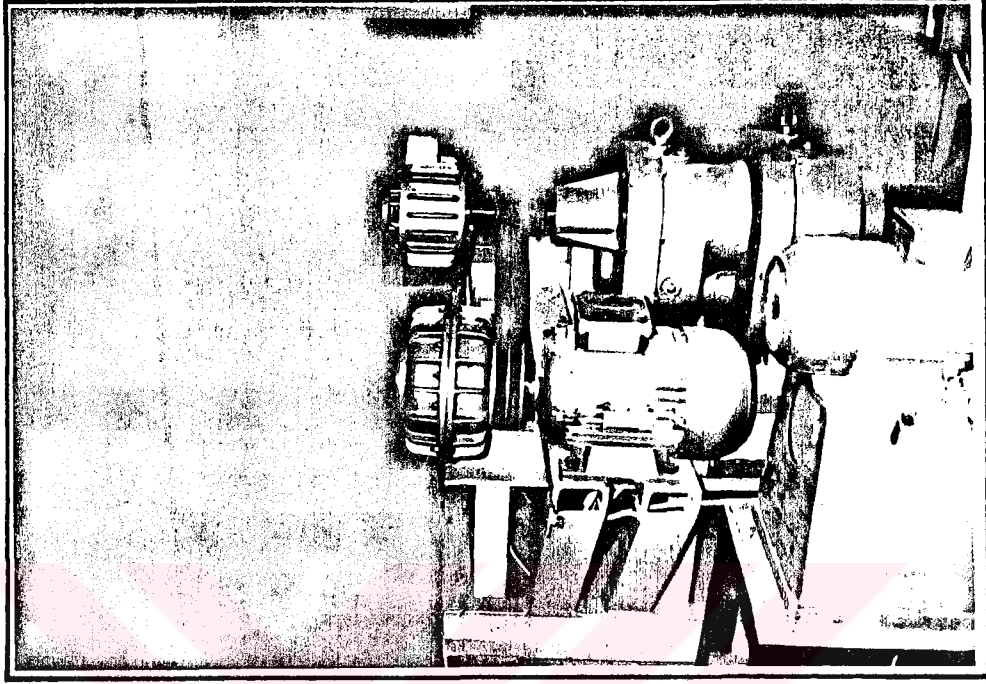
OLDHAM KAVRAMASI



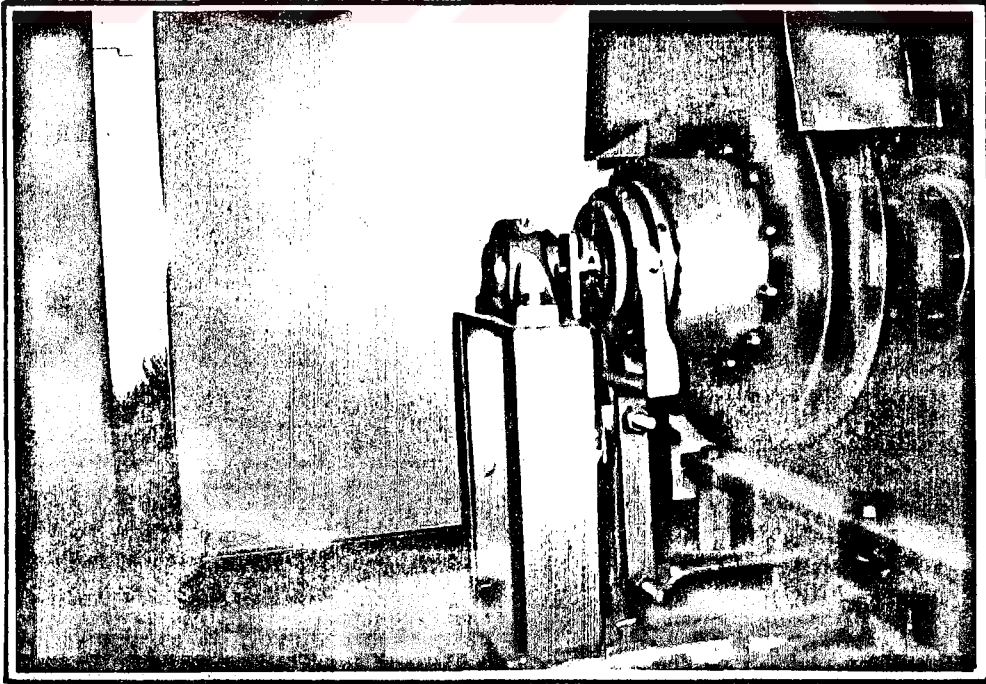
Zarflı Kavrama



Flanşlı Kavrama



Hidrolik Kavrama



Lamelli Kavrama

Kaynaklar

1. Prof.Dr. Mustafa Akkurt, 1990. Makina elemanları.
2. Prof.Dr. İng. G.Niemann, Doç.Dr. Gazanfer HARZADIN, Mak.Yük.Müh. Süleyman YURDAKONAR; 1973.
Makina elemanları.

