

46 986

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÖZYİNELİ EN KÜÇÜK KARE
KAFES ALGORİTMASI KULLANARAK
KANAL DENGELEME

Elektronik ve Haberleşme Müh. Recep TÜRK

F.B.E. Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı
Elektronik Mühendisliği Programında hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Y.Doç . Dr. Soner ÖZGÜNEL

İSTANBUL, 1995

F.B.E. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
TEZ KURUMANTASYON MERKEZİ



Yüksek Lisans Tezimin hazırlanışında,
değerli bilgilerini ve yardımlarını esirgemeyen
Sayın Y.Doç.Dr. Soner ÖZGÜNEL 'e
teşekkürlerimi sunarım .

R . TÜRK

İÇİNDEKİLER

ÖZET	III
SUMMARY.....	V
BÖLÜM 1.GİRİŞ.....	1
BÖLÜM 2.DOĞRUSAL EN KÜÇÜK KARE PROBLEMİ.....	3
2.1.Vektöre Göre Türev Analizi.....	5
2.2.Deterministik Normal Denklem	8
2.3.Deterministik Normal Denklemin Düzenlenmesi.....	10
2.4.Karesel Hatanın En Küçük Değeri.....	11
BÖLÜM 3.DOĞRUSAL ÖNGÖRÜ.....	12
3.1.İleri Yönde Doğrusal Öngörü.....	13
3.2.Geri Yönde Doğrusal Öngörü.....	17
3.3.Özyineli İleri Yönde Öngörü Hatası.....	21
3.4.Özyineli Geri Yönde Öngörü Hatası.....	24
BÖLÜM 4.ÖZYİNELİ EN KÜÇÜK KARE KAFES ALGORİTMASI.....	26
4.1.Derece Güncelleme Özyinelemeleri.....	26
4.1.1 $\Delta_{m-1}(n)$ ile $\Delta'_{m-1}(n)$ Arasındaki İlişki.....	31
4.1.2.Ardıl Öngörü Hataları İçin Derece Güncelleme Özyinelemeleri.....	32
BÖLÜM 5.KAFES ALGORİTMASI KULLANARAK KANAL DENGELEME	36
5.1.Problemin çözümünde Kafes Algoritması Kullanımı.....	36
5.2.Simülasyon Sonuçları	39

BÖLÜM	6.SONUÇ.....	61
	EK	62
	KAYNAKLAR.....	64
	ÖZGEÇMİŞ.....	65



ÖZET

Doğrusal kanalların dengelenmesi birçok araştırmacının ilgi odağı haline gelmiştir. Bu konularda yapılan çalışmalar, yayınlarda oldukça fazla yer tutmaktadır.

Bu çalışmada, özyineli en küçük kare kafes algoritması kullanarak, doğrusal kanalların dengelenmesi problemi incelenmektedir. Doğrusal bir kanal modeli seçilerek, bu kanalın kafes algoritması yardımıyla dengelenmesine ilişkin bilgisayar simülasyonu yapılmakta ve algoritmanın başarımı incelenerek en küçük kareler (LMS) algoritmasıyla bir karşılaştırma yapılmaktadır.

Uyarlamalı süzgeçler günümüzde çok değişik amaçlar için çok değişik alanlarda kullanılmaktadır. Örneğin haberleşmede gürültü bastırımı ve gönderilen işaretin alıcı tarafında kestiriminde de uyarlamalı süzgeçler kullanılmaktadır. Ayrıca ses işleme, görüntü işleme gibi konularda da uyarlamalı süzgeç uygulamaları görülmektedir. Yine tıp alanında çeşitli hastalıkların teşhisinde kullanılan EP (Evoked Potential) analizinde son yıllarda uyarlamalı süzgeçler ile öngörü yoluna gidilmekte ve bu yöntem ile oldukça başarılı sonuçlar elde edilmektedir. Öngörü, sistem tanıma ve kanal dengeleme problemlerinde uyarlamalı süzgeçler oldukça yüksek bir başarımla oranına sahiptir.

Uyarlamalı Süzgeç kuramında temel olarak, Wiener Süzgeç Kuramı, Kalman Süzgeç Kuramı ve En Küçük Karesel Ortalama Hata Yöntemi diye adlandırılan üç yöntem kullanılmaktadır. Bu yöntemlerden Wiener Süzgeç Kuramı ve Kalman Süzgeç Kuramı istatistiksel kuramlardır. Yani istatistiksel ön bilgilere ihtiyaç vardır. Diğer bir yöntem olan En Küçük Karesel Ortalama Hata Yöntemi ise deterministiktir.

Bu çalışmada ele alınan özyineli kafes süzgeçlerde de en küçük karesel ortalama hata yaklaşımı söz konusudur. Bu süzgeçler ses işleme, gürültü bastırma, sistem tanıma ve kanal dengeleme gibi birçok problemin çözümünde kullanılmaktadır. Ayrıca modüler yapısı nedeniyle donanın olarak gerçekleştirilmede tercih edilmektedir.

Özyineli en küçük kare kafes süzgeçleri konusu incelenirken öncelikle en küçük kare yöntemi ele alınmakta, daha sonra bu algoritmaya temel teşkil etmesi bakımından ileri ve geri yönde doğrusal öngörü, doğrusal öngöründen yola çıkılarak incelenmektedir. Her iki öngörü için ayrı ayrı normal ve genişletilmiş denklemler çıkarılarak algoritmanın yapısı ortaya konulmaktadır.

Özyineli en küçük kare kafes algoritması oluşturulduktan sonra , bu algoritma kullanılarak kanal dengeleme problemi , örnek bir kanal modeli alınarak incelenmektedir. Elde edilen bilgisayar simülasyon sonuçları incelendiğinde , bu algoritmanın başarımının , en küçük karesel ortalama (LMS) algoritmasının başarımından daha iyi olduğu görülmektedir.



SUMMARY

In this work, channel equalization using recursive least squares adaptive lattice algorithms is investigated. A computer simulation for the equalization of a linear channel model is given and, the performance of the algorithm is investigated.

Adaptive filters are used in many areas for different purposes. For example, in communications, they are used in noise cancellation, estimation of received signals, speech processing, signal processing and image processing. Adaptive filters also have a high performance in prediction, system identification and channel equalization.

There are three basic approaches to adaptive filter theory, each of which offers desirable features of its own. Two of these are the approaches based on Wiener filter theory and Kalman filter theory. The theory of both filters is based on statistical concepts. The other approach, based on the classical method of least squares differs from these two in that it is deterministic in its formulation.

In the recursive least squares lattice filters used in this thesis, the approach considers the mean square error. These filters are used for the solutions to the problem of noise cancellation, speech and image processing and channel equalization. These filters are preferred since they have a modular structure.

In investigating the recursive least squares lattice filters, first we consider the method of least squares and then the forward and backward linear predictions are investigated.

The recursive least squares lattice algorithm is used here in the equalization of a linear channel equalization of a linear channel model. The performance of the algorithm is investigated by a computer simulation. From the results of the simulations it is seen that the lattice algorithms have a high performance. And also, when we compare our algorithm with the Least Means Square (LMS) algorithm, it is shown that the performance of the least squares lattice algorithm is higher than that of the LMS algorithm.

BÖLÜM 1.GİRİŞ

Bu çalışmada, özyineli en küçük kare kafes algoritması kullanarak, doğrusal kanalların dengelenmesi problemi incelenmektedir. Doğrusal bir kanal modeli seçilerek, bu kanalın en küçük kare kafes algoritması yardımıyla dengelenmesine ilişkin bilgisayar simülasyonu yapılmakta ve algoritmanın başarımı incelenerek en küçük kareler (LMS) algoritmasıyla bir karşılaştırma yapılmaktadır.

Uyarlamalı süzgeç kuramına genel olarak bakıldığında, üç farklı yaklaşım görmek mümkündür. Bunlar Wiener süzgeç kuramı, Kalman süzgeç kuramı ve En Küçük Kare yaklaşımıdır[1]. Bu yaklaşımlardan biri olan Wiener süzgeç kuramı, girişlerin durağan olması halinde iyi sonuçlar vermektedir. Ayrıca girişlerin istatistiksel bilgileri de bilinmelidir. Wiener süzgeç kuramının yetersiz olduğu, girişlerin durağan olmadığı durumlarda Kalman süzgeç kuramı kullanılır. Buradan da anlaşıldığı gibi, Wiener süzgeç kuramı, daha genel bir yaklaşım olan Kalman süzgeç kuramının özel bir halidir. Aynı zamanda bu iki yaklaşım doğrusal süzgeç yaklaşımını oluştururlar ve sürekli-zamanlı işaretler ile ayrık-zamanlı işaretler için geliştirilmişlerdir. Deterministik olma özelliğiyle diğer iki yaklaşımdan ayrılan En Küçük Kare yaklaşımında da Wiener süzgeç kuramındaki gibi normal denklem elde edilerek, bu denklemin çözümüyle en uygun katsayılar bulunmuş olur.

En Küçük Kare yaklaşımını kullanan birçok doğrusal süzgeç algoritması vardır. Bu algoritmalar çok benzer olup sadece süzgeç yapılarıyla birbirlerinden ayrılırlar. Bu çalışmada incelediğimiz özyineli kafes algoritmasına da temel teşkil eden bu yapı, öncelikle ele alınarak normal denklemler çıkarılacaktır.

Doğrusal kanalların dengelenmesi birçok araştırmacının ilgi odağı haline gelmiştir. Bu konularda yapılan çalışmalar, yayınlarda oldukça fazla yer tutmaktadır.

Kanal dengeleme probleminin çözümünde kullanılan uyarlamalı süzgeçler sistem tanıma, ses işareti işleme, yankı olayını önleme gibi problemlerin çözümünde de oldukça iyi sonuçlar vermektedir. Özellikle en küçük kare kafes süzgeç yapısı hem istenen sonuca yakınsama bakımından hem de doğru sonuca çabuk ulaşması bakımından daha çok tercih edilen bir süzgeç türüdür. Bu durum E.H Satorius ve T. Alexander'ın çalışmalarından açıkça görülmektedir [4]. D.D. Falconer ve L. Ljung'da diğer bir yöntem olan Kalman süzgeç kuramını kullanarak kanal dengeleme problemini çözmede başarılı olmuşlardır [8].

Tıp alanında hastalıkların teşhisinde kullanılan EP (Evoked Potentials) kestiriminde uyarlamalı süzgeç yapısı kullanımı N. V. Thakor'un makalesinde [6] görmek mümkündür. İncelenen makaleden de anlaşılabacağı gibi bu yapı EP kestiriminde oldukça başarılı olmuştur.

Bu tezin düzenleniş biçimi ve bölümlerin içerikleri şu şekildedir :

Bölüm 2’de bilinen en eski kestirim yöntemlerinden biri olan doğrusal en küçük kare yöntemi açıklanmaktadır.Bu yöntem açıklanırken deterministik normal denklem çıkarılmakta ve düzenlenmektedir.Ayrıca denklemin düzenlenmesinde gerekli olan matematiksel ifadeler de verilmektedir.

Bölüm 3’de doğrusal öngöründen yola çıkılarak , ileri ve geri yönde doğrusal öngörüler bulunmaktadır.Yine bu bölümde , özyineli ileri ve geri yönde öngörü hataları da açıklanmaktadır.

Bölüm 4’de ilk üç bölüm temel alınarak , derece güncelleme özyinelemeleri ve ardıl kestirim hataları için derece güncelleme özyinelemeleri bulunarak kafes yapısı oluşturulmaktadır.

Bölüm 5’de kanal dengeleme probleminin çözümünde kullanılan kafes algoritması verilmiştir.Ayrıca bilgisayar simülasyonu sonunda elde edilen grafik çıktıları da bu bölümde verilerek sonuçlar yorumlanmaktadır.

Sonuç kısmı olan 6.Bölümde ise bu çalışmada uygulanan yöntem ve elde edilen sonuçlar kısaca verilmektedir.

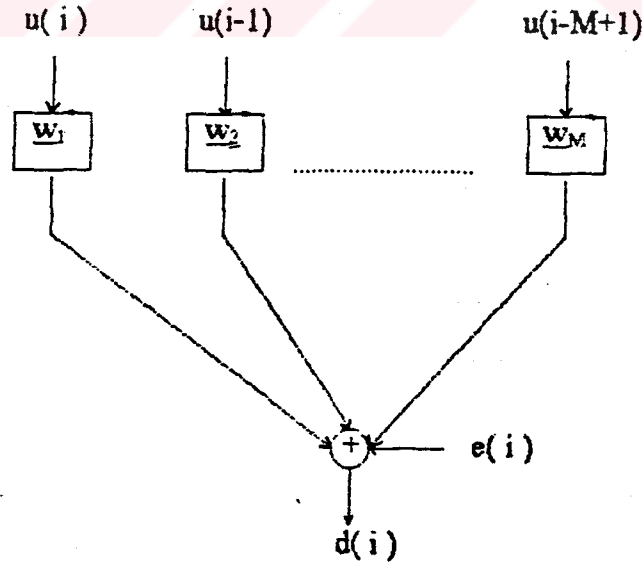
BÖLÜM 2.DOĞRUSAL EN KÜÇÜK KARE KESTİRİM PROBLEMİ

Doğrusal En Küçük Kare Yöntemi bilinen en eski kestirim metotlarından biridir. Doğrusal süzgeç problemlerinin çözümünde de kullanılan bu yöntemi, Wiener Süzgeç Kuramının deterministik bir şekli gibi de görebiliriz. Bu yöntem her bir giriş bilgisinin farklı toplulukları için farklı süzgeç yapısı ortaya çıkarır.

Biz öncelikle normal denklemlerin deterministik formlarını çıkararak işe başlayacağız. Bu nedenle iki değişken dizisiyle ifade edilen bir stokastik süreç ele alalım. Bu değişkenlerden biri $d(i)$; i anında gözlenen değer, diğeri ise $u(i)$; i anındaki giriş değeri olsun. Bu durumda, w_{ok} modelin bilinmeyen parametreleri olmak üzere $d(i)$ 'nin doğrusal ifadesi şöyle yazılabilir:

$$d(i) = \sum_{k=1}^M w_k^* u(i-k+1) + e(i) \quad (2.1)$$

Bu ifadenin en sağında görülen terim, $e(i)$ ölçüm hatasını temsil eder. Aslında (2.1) eşitliğinden $d(i)$ değişkenini, $u(i)$, $u(i-1)$, ..., $u(i-M+1)$ giriş değerlerinin doğrusal bir kombinasyonu şeklinde belirlemek mümkündür. Şekil 2.1 'de işaret akış diyagramı görülen bu modele çoklu doğrusal özbağlanımlı model adı verilir[1].



Şekil 2.1-Çoklu Doğrusal Özbağlanımlı Model

Ölçüm hatası $e(i)$ 'yi sıfır ortalamalı, σ^2 değişintili olarak alırsak :

$$E[e(i)] = 0, \text{ her } i \text{ için}$$

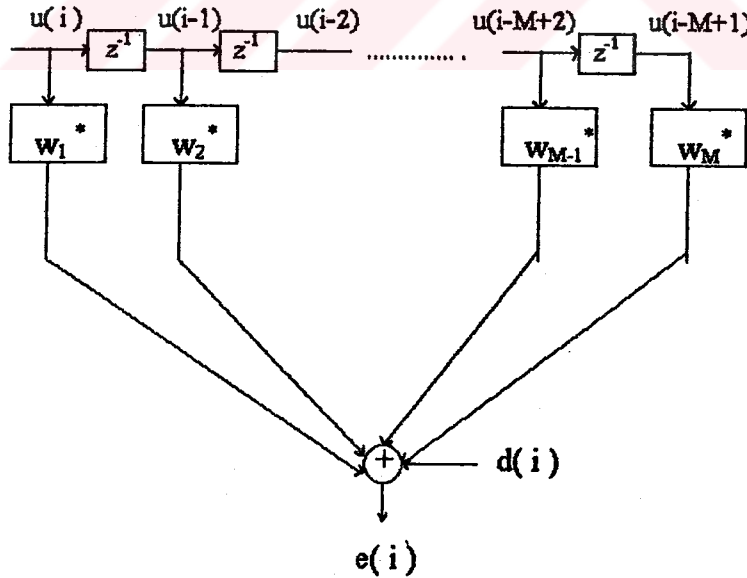
$$E[e(i)e^*(k)] = \begin{cases} \sigma^2, & i=k \\ 0, & i \neq k \end{cases}$$

Bu kabuller altında (2.1) ifadesi :

$$E[d(i)] = \sum_{k=1}^M w_k^* u(i-k+1) \quad (2.2)$$

şeklini alır. Buradaki problem $w_1, w_2, \dots, w_M$ parametrelerini en az hata yapacak şekilde hesaplamaktır. Bu modelde $u(i), u(i-1), u(i-2), \dots, u(i-M+1)$ bilinen değerler ve $d(i)$ 'nin ortalama değeri de belirlenebilen bir değerdir.

Bu problem bir enine süzgeç için düşünülürse, $d(i)$ arzulanan yanıt, toplamsal $u(i)$ süzgeç çıkışı ve $e(i)$ de kestirim hatasıdır. Şekil 2.2 'de bu enine süzgeç yapısı görülmektedir.



Şekil 2.2- Doğrusal Enine Süzgeç Modeli

Burada kestirim hatasını

$$e(i) = d(i) - \sum_{k=1}^M w_k^* u(i-k+1) \quad (2.3)$$

şeklinde yazabiliriz. En Küçük Kareler yöntemine göre arzulanan yanıtı çok yaklaştırmak için, belli sınırlar içinde toplam karesel hata en küçük yapılmalıdır :

$$\delta(w_1, w_2, \dots, w_M) = \sum_{i=i_1}^{i_2} |e(i)|^2 \quad (2.4)$$

i_1 ve i_2 hatanın en küçük olduğu aralıktır. Bu aralığa "Pencereleme" aralığı denir. Temel olarak, Kovaryans, Öz-ilişki (Autocorrelation), Ön-pencereleme (Prewindowing) ve Ardıl-pencereleme (Postwindowing) olmak üzere dört çeşit pencereleme yöntemi vardır.

Bu arada formüllerin çıkarılışında ihtiyacımız olacak olan matematiksel bazı ifadelerin açıklanışını verelim.

2.1 VEKTÖRE GÖRE TÜREV ALMA İŞLEMİ :

$M \times 1$ boyutlu w vektörünün skaler bir fonksiyonu g olsun. Bu durumda w vektörünün k . elemanı w_k , a_k ve b_k sırasıyla gerçel ve sanal kısımlar olmak üzere

$$w_k = a_k + j b_k \quad (2.5)$$

şeklinde yazılabilir. $k=1,2,3,\dots,M$ olmak üzere g, a_k ve b_k 'lerden oluşan $2M$ değişkenli bir fonksiyon olarak tanımlanırsa w 'ya göre türevi aşağıdaki şekilde yazılabilir :

$$\frac{\partial g}{\partial w} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial a_1} + j \frac{\partial g}{\partial b_1} \\ \dots\dots\dots \\ \frac{\partial g}{\partial a_M} + j \frac{\partial g}{\partial b_M} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Daha ileriki bölümlerde anlatılan deterministik normal denklemin çıkarılmasında kullanılacak olan bazı özel durumlar aşağıda verilmiştir :

1. Durum : $g = \underline{c}^H \underline{w}$ ($\underline{c}$ ve $\underline{w}$ $M \times 1$ vektörlerdir.)

Bu ifade açılarak yazılırsa

$$g = \sum_{k=1}^M c_k^* w_k$$

$$g = \sum_{k=1}^M c_k^* (a_k + j b_k) \quad (2.7)$$

elde edilir. Böylece

$$\frac{\partial g}{\partial a_k} = c_k^* , \quad k=1,2,\dots,M \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial g}{\partial a_k} = j c_k^*, \quad k=1,2,\dots,M \quad (2.9)$$

yazılabilir.

(2.6), (2.8) ve (2.9) ifadeleri birleştirilirse

$$\frac{d}{dw} (\underline{c}^H \underline{w}) = \underline{0} \quad (2.10)$$

ifadesi elde edilir. Buradaki $\underline{0}$, $M \times 1$ sıfır vektördür.

2. Durum:

$$g = \underline{w}^H \underline{c}$$

ifadesi açık olarak yazılırsa

$$\begin{aligned} g &= \sum c_k w_k^* \\ g &= \sum c_k (a_k - j b_k) \end{aligned} \quad (2.11)$$

elde edilir. Böylece

$$\frac{\partial g}{\partial a_k} = c_k, \quad k=1,2,\dots,M \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial g}{\partial b_k} = -j c_k, \quad k=1,2,\dots,M \quad (2.13)$$

bulunur. (2.6), (2.12) ve (2.13) ifadelerinden :

$$\frac{d}{dw} (\underline{w}^H \underline{c}) = 2 \underline{c} \quad (2.14)$$

ifadesi çıkarılır.

3. Durum :

$$g = \underline{w}^H Q \underline{w} \quad (Q : M \times M \text{ matris}) \quad (2.15)$$

$$\underline{c}_1 = Q \underline{w} \quad (2.15-a)$$

$$\underline{c}^H = \underline{w}^H Q \quad (2.15-b)$$

elde edilir. Bu ifade (2.15)' de yerine konursa

$$g = \underline{c}_1^H \underline{w} \quad (2.15-c)$$

elde edilir. Bu ifadede $\underline{c}_1^H$ sabit gibi düşünülerek , g $\underline{w}$ 'ya göre türetilirse

$$\frac{d}{d \underline{w}} (\underline{c}_1^H \underline{w}) = 0 \quad (2.16)$$

elde edilir.

$$\underline{c}_2 = Q \underline{w} \quad (2.16-a)$$

olarak tanımlanırsa

$$g = \underline{w}^H \underline{c}_2 \quad (2.16-b)$$

elde edilir. Bu ifadede $\underline{c}_2$ sabit gibi düşünülerek , g $\underline{w}$ 'ya göre türetilirse 2.durumdan faydalanılarak

$$\frac{d}{d \underline{w}} (\underline{w}^H \underline{c}_2) = 2 \underline{c}_2 \quad (2.17)$$

elde edilir. (2.16) ve (2.17) ' den :

$$\frac{d}{d \underline{w}} (\underline{w}^H Q \underline{w}) = 2 Q \underline{w} \quad (2.18)$$

ifadesi bulunmuş olur.

2.2 DETERMİNİSTİK NORMAL DENKLEM

Kovaryans pencereleme yöntemi kullanıldığı zaman (2.4) ifadesindeki toplam karesel hata şöyle olur[1]:

$$\xi (w_1, w_2, \dots, w_M) = \sum_{i=M}^N | e (i) |^2 \quad (2.19)$$

$$w_k \neq 0, \quad k=1, \dots, M$$

Daha önce de belirtildiği gibi , En Küçük Kareler yöntemine göre bu hata ifadesi en küçük yapılmalıdır. Matrisel yolla yapılan çözüm sonunda enine süzgecin en uygun katsayıları bulunacaktır.

Enine süzgecin $M \times 1$ boyutlu tap-ağırlık vektörü olan w

$$w^T = [w_1, w_2, \dots, w_M] \quad (2.20)$$

biçimindedir. Enine süzgecin $M \times 1$ boyutlu tap-giriş vektörü olan $u(i)$ giriş vektörü

$$u^T(i) = [u(i), u(i-1), \dots, u(i-M+1)] , M \leq i \leq N \quad (2.21)$$

olarak tanımlanırsa, bu durumda kestirim hatası şöyle tanımlanabilir :

$$e(i) = d(i) - w^H u(i) , \quad M \leq i \leq N \quad (2.22)$$

$(N-M+1) \times 1$ boyutlu kestirim hata vektörü , $M \leq i \leq N$ aralığında , şu şekilde tanımlanabilir :

$$\underline{e}^H = [e(M), e(M+1), \dots, e(N)] \quad (2.23)$$

Yine $M \leq i \leq N$ aralığında, arzu edilen yanıt vektörü

$$\underline{b}^H = [d(M), d(M+1), \dots, d(N)] \quad (2.24)$$

şeklinde tanımlanır.(2.22) eşitliği matris biçiminde yeniden yazılırsa

$$\underline{e}^H = \underline{b}^H - \underline{w}^H [\underline{u}(M), \underline{u}(M+1), \dots, \underline{u}(N)] \quad (2.25)$$

$$= \underline{b}^H - \underline{w}^H A^H$$

elde edilir.Burada

$$A^H = [\underline{u}(M), \underline{u}(M+1), \underline{u}(M+2), \dots, \underline{u}(N)] \quad (2.26)$$

biçimindedir.(2.25) ifadesinin her iki tarafına Hermitian Transpoz işlemi uygulanırsa :

$$\underline{\varepsilon} = \underline{b} - A w \quad (2.27)$$

elde edilir.Bu ifade vektörel formda yazılırsa :

$$\delta(w) = \underline{\varepsilon}^H \underline{\varepsilon} \quad (2.28)$$

(2.25), (2.27) ve (2.28) ifadelerinden :

$$\xi(w) = \underline{b}^H \underline{b} - \underline{b}^H A \underline{w} - \underline{w}^H A^H \underline{b} + \underline{w}^H A^H A \underline{w} \quad (2.29)$$

elde edilir. Bu ifadenin (2.10), (2.14), ve (2.18) ifadelerindeki sonuçları kullanılarak $\underline{w}$ 'ya göre türetilirse şu sonuç elde edilir:

$$\frac{d\xi(\underline{w})}{d\underline{w}} = -2 A^H \underline{b} + 2 A^H A \underline{w} \quad (2.30)$$

Toplam karesel hata yani $\xi(\underline{w})$ 'nın en küçük olması için $d\xi/d\underline{w}$ 'nın sıfıra eşit olması gerekir. Buradan deterministik normal denklem yazılır:

$$A^H A \underline{w} = A^H \underline{b} \quad (2.31)$$

Bu denklemdeki $\underline{w}$ katsayı vektörü toplam karesel hatayı en küçük yapan çözümdür.

2.3 DETERMİNİSTİK NORMAL DENKLEMİN DÜZENLENMESİ:

(2.31) ifadesindeki normal denklemde görülen $A^H \underline{b}$ ve $A^H A$ terimlerinin ,aşağıda görüldüğü gibi, özel anlamları vardır :

1- $(M \times 1)$ 'lik bir vektör olan $A^H \underline{b}$, enine filtrenin girişleri ile arzu edilen çıkış arasındaki deterministik çapraz-ilişki fonksiyonudur ve " θ " ile gösterilecektir.

$$\underline{\theta} = A^H \underline{b} \quad (2.32)$$

Bu ifadenin açılmış hali

$$\underline{\theta} = \sum_{i=M}^N \underline{u}(i) \underline{d}^*(i), \quad 0 \leq t \leq M-1 \quad (2.33)$$

şeklindedir. $\underline{\theta}$ 'nin t elemanı

$$\theta(t) = \sum_{i=M}^N u(i-t) d^*(i), \quad 0 \leq t \leq M-1 \quad (2.34)$$

biçiminde yazılabilir.

2- $(M \times M)$ 'lik bir vektör olan $A^H A$ tap-giriş vektörlerinin aralarındaki ilişki matrisidir ve " ϕ " ile gösterilecektir:

$$\phi = A^H A \quad (2.35)$$

Bu ifade şöyle de yazılabilir:

$$\phi = \sum_{i=M}^N \underline{u}(i) \underline{u}^H(i) \quad (2.36)$$

İlişki matrisinin t,k. elemanı

$$\phi(t, k) = \sum_{i=M}^N u(i-t) u^*(i-k), \quad 0 \leq t, k \leq M-1 \quad (2.37)$$

biçimindedir.(2.32) ve (2.35) ifadeleri birleştirilerek deterministik normal denklem yeniden yazılırsa

$$\phi \underline{w} = \underline{\theta} \quad (2.38)$$

elde edilir.Bu ifadenin genişletilmiş formu

$$\sum_{i=M}^N \underline{w}_k \phi(t, k) = \theta(t), \quad t = 0, 1, \dots, M-1 \quad (2.39)$$

biçimindedir.

2.4 KARESEL HATANIN EN KÜÇÜK DEĞERİ:

En Küçük Kareler kestirimini kullanan enine süzgece deterministik en küçük kareler süzgeci adı verilir.Bu süzgeç için hata karelerinin toplamı en küçük değerdedir:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\min} &= \epsilon_{\min}^H \epsilon_{\min} \\ &= (\underline{b}^H - \underline{w}^H A^H) (\underline{b} - A \underline{w}) \\ &= \underline{b}^H \underline{b} - \underline{w}^H A \underline{b} - \underline{b}^H A \underline{w} + \underline{w}^H A^H A \underline{w} \end{aligned} \quad (2.40)$$

(2.31) ve (2.40) ifadelerinden

$$\epsilon_{\min} = \underline{b}^H \underline{b} - \underline{b}^H \underline{A} \underline{w} \quad (2.41)$$

elde edilir. Buradaki ilk terim enerjiyi ifade etmektedir :

$$\epsilon_d = \underline{b}^H \underline{b}$$

Genişletilmiş formu ise

$$\epsilon_d = \sum_{i=M}^N |d(i)|^2 \quad (2.42)$$

şeklinde ifade edilebilir.

BÖLÜM 3. DOĞRUSAL ÖNGÖRÜ

Bu bölümde , en küçük kare enine süzgecin nasıl doğrusal bir öngörücü olarak kullanıldığını açıklamaya çalışacağız. Ayrıca buradan hareketle , ileri ve geri yönde doğrusal öngörücüleri kullanarak , kafes yapısının temelleri oluşturularak normal denklem ifadeleri çıkarılmaya çalışılacaktır. Bilindiği gibi ileri ve geri yönde öngörütüler kafes süzgeç yapısının temel bileşenleri sayılır. Bu özellikten yararlanarak , kafes süzgecin yansıma katsayıları , ileri ve geri yöndeki doğrusal öngörücünün hata ifadesi cinsinden ifade edilecektir.

Kısaca açıklamak gerekirse , ileri yönde doğrusal öngörücüde amaç , $u(i-1), u(i-2), \dots, u(i-M)$ giriş kümesinden $u(i)$ ifadesinin doğrusal öngörüsünü elde etmektir. Bunu gerçekleştirebilmek için öncelikle ileri yönde öngörü hatası , arzu edilen değer olan $u(i)$ ile $u(i-1), u(i-2), \dots, u(i-M)$ tap-girişleriyle elde edilen öngörücü çıkışı arasındaki fark olarak belirlenir. Bulunan bu hata ifadesini en küçük yapan süzgeç değerlerini bulma yöntemine İleri Yönde Öngörü (Forward Linear Prediction Method) Yöntemi denir.

Geri yönde doğrusal öngörücüde de durum çok farklı değildir. Burada amaç , $u(i-M+1), \dots, u(i-1), u(i)$ giriş kümesinden $u(i-M)$ 'in doğrusal öngörüsünü yapmaktır. Bunu gerçekleştirmek için bu sefer geri yönde öngörü hatası , arzu edilen değer olan $u(i-M)$ ile $u(i-M+1), \dots, u(i-1), u(i)$ tap girişleri tarafından üretilen öngörücü çıkışı arasındaki fark olarak belirlenir. İleri yönde öngörü yönteminde olduğu gibi burada da bulunan bu öngörü hatasını en küçük yapan süzgeç değerleri bulunur. Bu yöntemde de Geri Yönde Öngörü (Backward Linear Prediction Method) Yöntemi denir.

Yukarıda bahsedilen bu iki yöntemin birleştirilmesiyle yeni bir yöntem oluşturulabilir. Bu yöntem ile öyle tap değerleri seçilebilir ki , bu iki yöntemin birleştirilmesiyle oluşan İleri-geri yönde öngörünün hata başarımlarını en küçük yapar.

3.1 İLERİ YÖNDE DOĞRUSAL ÖNGÖRÜ

Şekil 3.1 'de görülen ileri yönde doğrusal öngörücüde katsayılar $w_1, w_2, \dots, w_M$ ile, tap girişleri ise $u(i-1), u(i-2), \dots, u(i-M)$ ile gösterilmektedir. $f_M(i)$ ile gösterilen ileri yönde öngörü hatası

$$f_M(i) = u(i) - \sum_{k=1}^M w_k^* u(i-k) \quad (3.1)$$

eşitliği ile belirlenmektedir. Bu ifadedeki $u(i)$ arzu edilen çıkışı, konvolüsyon toplamı ise süzgeç çıkışını göstermektedir. Bu ifade matrisel formda

$$f_M(i) = u(i) - \underline{u}^T(i-1) \underline{w}^* \quad (3.2)$$

biçiminde yazılabilir. Burada tap-ağırlık vektörü $\underline{w}$

$$\underline{w}^T = [w_1, w_2, \dots, w_M]$$

biçiminde, $u(i-1)$ tap-giriş vektörü ise

$$\underline{u}^T(i-1) = [u(i-1), u(i-2), \dots, u(i-M)]$$

şeklinde yazılabilir. Buradan görüldüğü gibi son giriş $u(i-M)$ 'dir. Bu nedenle alt sınır $M+1$ 'den başlamalıdır. Bu durumda $i, M+1$ ile N arasında değer alacaktır.

Şimdi ileri yönde doğrusal öngörücünün deterministik normal denkleminin çıkarılışını görelim:

İleri yönde doğrusal öngörücünün giriş vektörü

$$\underline{u}^T(i) = \underline{u}^T(i-1) = [u(i-1), u(i-2), \dots, u(i-M)] \quad (3.3)$$

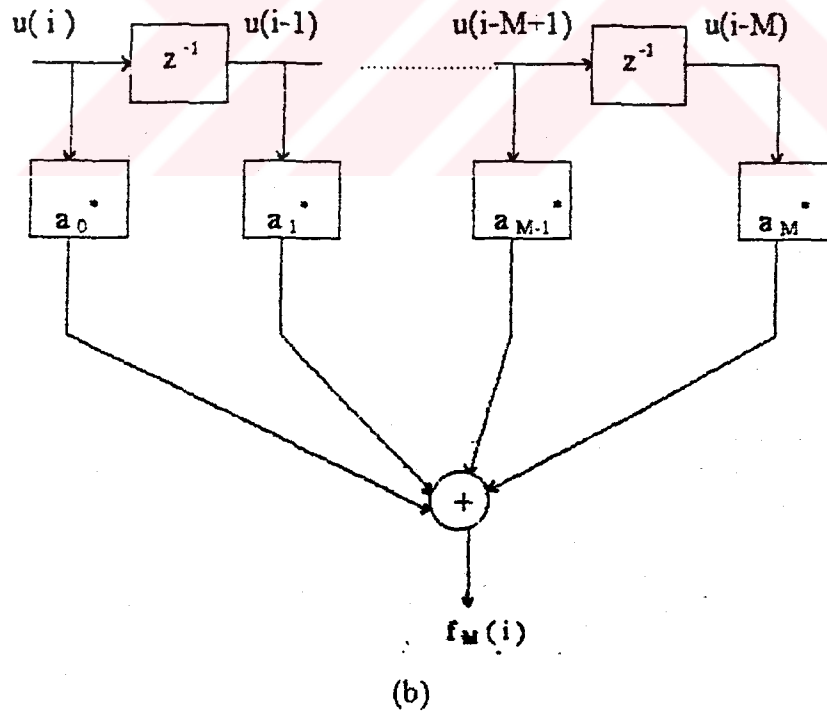
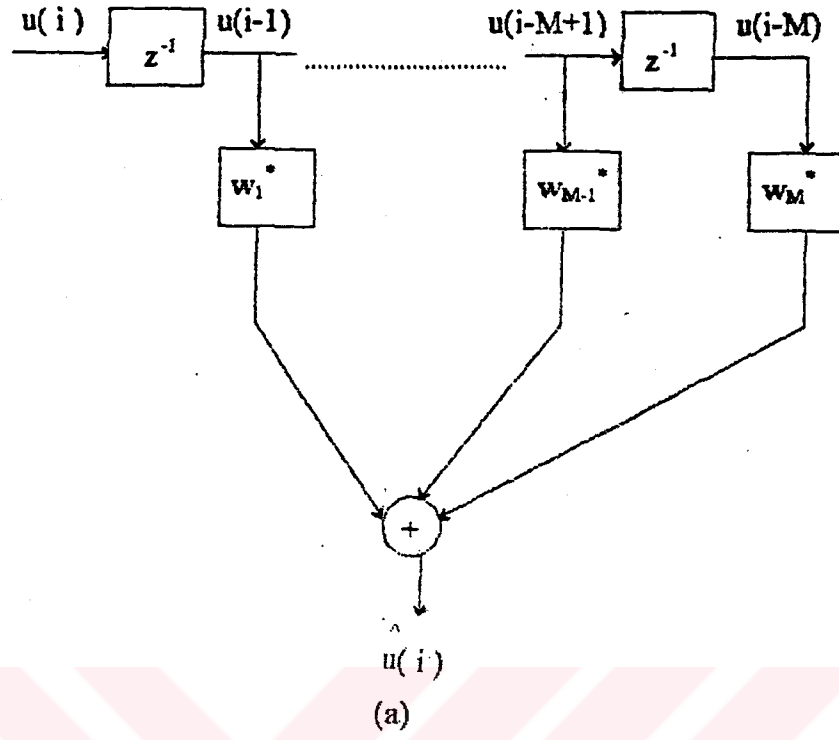
biçimindedir. İleri yönde doğrusal öngörücünün veri vektörü ise

$$\underline{A}_f^H = [\underline{u}_f(M+1), \underline{u}_f(M), \dots, \underline{u}_f(N)] \quad (3.4)$$

biçimindedir. Bu ifadenin matris formu

$$\underline{A}_f^H = \begin{bmatrix} u(M) & u(M+1) & \dots & u(N-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u(1) & u(2) & \dots & u(N-M) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

biçiminde yazılabilir. (2.36) eşitliğini kullanarak ileri doğrusal öngörücü ilişkisi matrisi şöyle ifade edilebilir:



Şekil 3.1 : (a) M dereceli ileri yönde doğrusal öngörücü,
 (b) M dereceli ileri yönde doğrusal öngörücünün hata süzgeci

$$\begin{aligned}
\phi_M &= \sum_{i=M+1}^N \underline{u}_f(i) \underline{u}_f^H(i) \\
&= \sum_{i=M+1}^N \underline{u}(i-1) \underline{u}^H(i-1)
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Bu ifade açık biçimiyle şu şekilde gösterilebilir :

$$\phi_M = \sum_{i=M+1}^N \begin{bmatrix} u(i-1)u^*(i-1) \dots\dots\dots u(i-1)u^*(i-M) \\ u(i-2)u^*(i-1) \dots\dots\dots u(i-2)u^*(i-M) \\ \dots\dots\dots \\ u(i-M)u^*(i-1) \dots\dots\dots u(i-M)u^*(i-M) \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

İleri yönde doğrusal öngörücünün arzu edilen yanıt vektörü şöyle ifade edilebilir :

$$\underline{b}_f^H = [u(M+1), u(M+2), \dots\dots\dots u(N)] \tag{3.8}$$

Çapraz ilişki fonksiyonu

$$\theta_f = \underline{A}_f^H \underline{b}_f \tag{3.9}$$

ise,

$$\theta_f = \begin{bmatrix} u(M+1)u^*(M+1) + \dots\dots\dots + u(N)u^*(N) \\ u(M)u^*(M+1) + \dots\dots\dots + u(N-1)u^*(N-1) \\ \dots\dots\dots \\ u(1)u^*(M+1) + \dots\dots\dots + u(N-M)u^*(N) \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

$$= \sum_{i=M+1}^N \begin{bmatrix} u(i-1)u^*(i) \\ u(i-2)u^*(i) \\ \dots\dots\dots \\ u(i-M)u(i) \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

olarak tanımlanır. (2.41) eşitliğinden faydalanarak ileri yönde doğrusal öngörü hata kriterini şu biçimde yazabiliriz :

$$F_M = \underline{b}_f^H \underline{b}_f - \underline{b}_f^H \underline{A}_f \underline{w} \tag{3.12}$$

(2.31) ifadesinden ileri yönde doğrusal öngörücü için deterministik doğrusal denklem yazılabilir:

$$A_f^H A_f \underline{w} = A_f^H \underline{b} \quad (3.13)$$

(3.12) ve (3.13) ifadelerinden ileri doğrusal öngörücü için genişletilmiş normal denklem

$$\begin{bmatrix} \underline{b}_f^H \underline{b}_f & \underline{b}_f^H A_f \\ A_f^H \underline{b}_f & A_f^H A_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -\underline{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_M \\ \underline{0} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

biçiminde elde edilebilir. Burada $\underline{0}$ (sıfır), $M \times 1$ boyutlu sıfır vektördür. $\underline{b}_f^H \underline{b}_f$ ise (3.8) ifadesinden

$$\underline{b}_f^H \underline{b}_f = \sum_{i=M+1}^N u(i) u(i)^* \quad (3.15)$$

biçiminde elde edilir. (2.38), (3.9) ve (3.15) ifadeleri kullanılarak (3.14) eşitliğini yeniden yazarsak

$$\begin{bmatrix} \underline{b}_f^H \underline{b}_f & \underline{\theta}^H \\ \underline{\theta} & \phi_{FM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\underline{w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_M \\ \underline{0} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

elde edilir. Bu eşitliğin açık ifadesi

$$\sum_{i=M+1}^N \begin{bmatrix} u(i) u^*(i) & u(i) u^*(i-1) & \dots & u(i) u^*(i-M) \\ u(i-1) u^*(i) & u(i-1) u^*(i-1) & \dots & u(i-1) u^*(i-M) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u(i-M) u^*(i) & u(i-M) u^*(i-1) & \dots & u(i-M) u^*(i-M) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -\underline{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_M \\ \underline{0} \end{bmatrix} \quad 3.17$$

biçimindedir.

Şekil 3.1 'de görülen ileri yönde öngörü hata süzgeci için

$$a = \begin{bmatrix} 1 \\ -w \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

yazılır. Görüldüğü gibi (3.17) ifadesindeki ilişki matrisi ϕ_{M+1} ' dir. Bu durumda bu ifade tekrar yazılırsa

$$\phi_{M+1} a = \begin{bmatrix} F_M \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

elde edilir. Bu ifadeye ileri yönde öngörü deterministik genişletilmiş normal denklem adı verilir[1].

3.2 GERİ YÖNDE DOĞRUSAL ÖNGÖRÜ

Şekil 3.2'de görülen geri yönde doğrusal öngörücüde katsayılar $w_1, w_2, \dots, w_M$ ile , tap girişleri ise $u(i), u(i-1), \dots, u(i-M+1)$ ile gösterilmektedir. $b_M(i)$ ile gösterilen geri yönde öngörü hatası

$$b_M(i) = u(i-M) - \sum_{k=1}^M g^*(k) u(i-M+k) \quad (3.20)$$

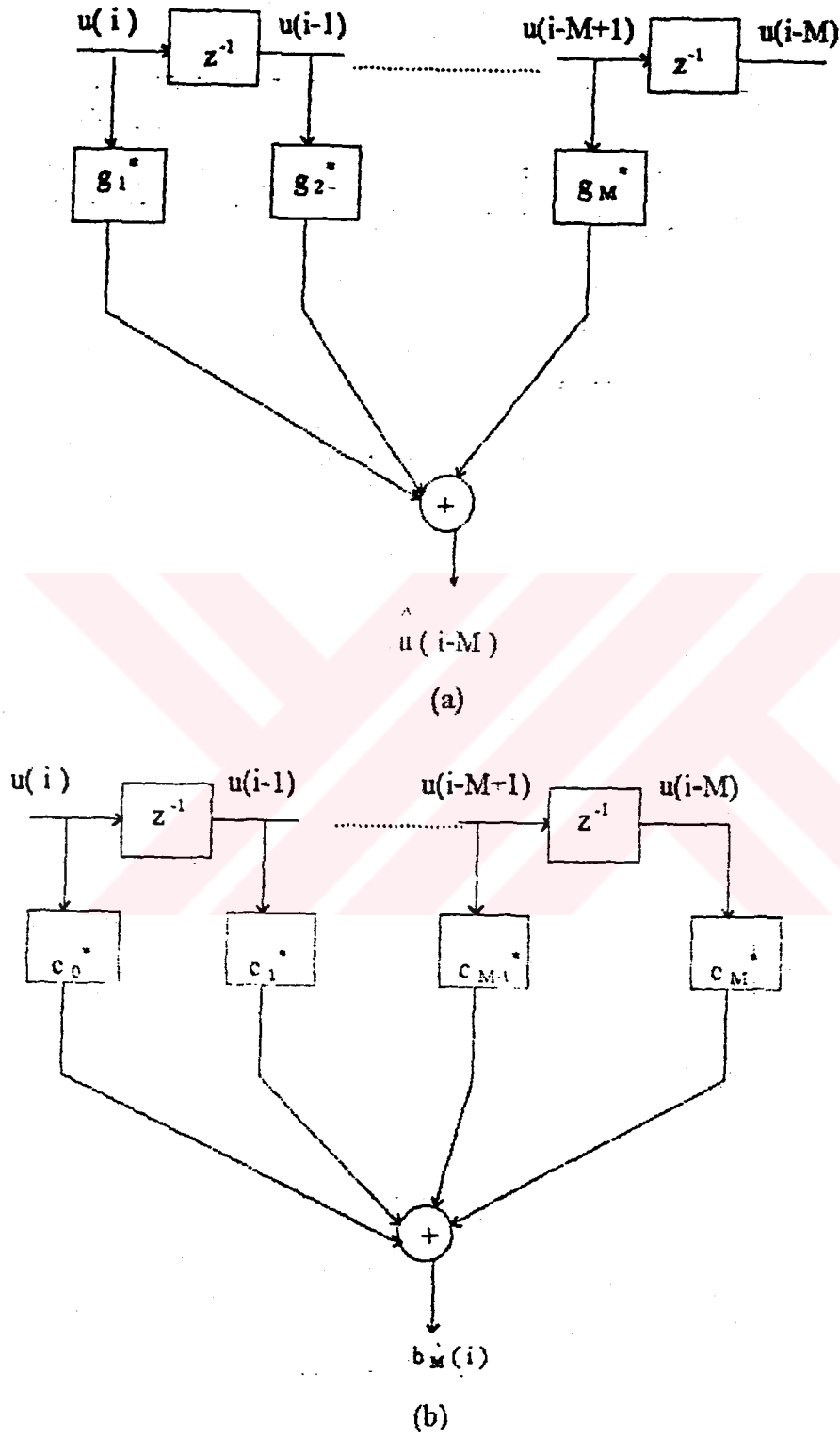
eşitliği ile belirlenmektedir. Bu ifadedeki $u(i-M)$ arzu edilen çıkışı, konvolüsyon toplamı ise süzgeç çıkışını göstermektedir. Görüldüğü gibi geri yönde öngörü hatası süzgeç çıkışı ile arzulanan çıkışın farkıdır. Bu ifade matrisel formda

$$b_M(i) = u(i-M) - \underline{u}^{BT}(i) g^* \quad (3.21)$$

biçiminde ifade edilir. Öngörücünün arzulanan cevabı $u(i-M)$ 'dir. Bu nedenle alt sınır $M+1$ ' den başlamalıdır. Bu durumda $i, M+1$ ile N arasında değer alacaktır[2]. Geri yönde doğrusal öngörücünün giriş vektörü

$$\underline{u}_b^T(i) = \underline{u}(i)^{BT} = [u(i-M+1), \dots, u(i-1), u(i)] \quad (3.22)$$

biçiminde yazılabilir.



Şekil 3.2 : a) M dereceli geri yönde doğrusal öngörücü, b) M dereceli geri yönde doğrusal öngörücünün hata süzgeci

Geri yönde doğrusal öngörücü için geri bilgi matrisi şöyle tanımlanır :

$$A_b^H = [u_b(M+1), u_b(M), \dots, u_b(N)] \quad (3.23)$$

Bu ifade açık biçimiyle şu şekilde yazılabilir :

$$A_b^H = \begin{bmatrix} u(2) & u(3) & \dots & u(N-M+1) \\ u(3) & u(4) & \dots & u(N-M+2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ u(M+1) & u(M+2) & \dots & u(N) \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

(2.36) ifadesini kullanarak geri yönde doğrusal öngörücü ilişki matrisi şöyle ifade edilebilir :

$$\begin{aligned} \phi_M &= \sum_{i=M+1}^N u_b(i) u_b^H(i) \\ &= \sum_{i=M+1}^N u^B(i) u^{BH}(i) \end{aligned} \quad (3.25)$$

Bu ifade açılarak yazılırsa :

$$\phi_M = \sum_{i=M+1}^N \begin{bmatrix} u(i-M+1) u(i-M+1)^* & \dots & u(i-M+1) u(i)^* \\ u(i-M+2) u(i-M+1)^* & \dots & u(i-M+2) u(i)^* \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ u(i) u(i-M+1)^* & \dots & u(i) u(i)^* \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Geri yönde doğrusal öngörücünün arzulanan yanıt vektörü şöyle yazılabilir:

$$b_b^H = [u(1), u(2), \dots, u(N-M)] \quad (3.27)$$

Çapraz ilişki fonksiyonunu (2.32) ifadesinden yararlanarak

$$\underline{\theta}_b = A_b^H \underline{b}_b \quad (3.28)$$

şeklinde elde edilebilir.(3.5) , (3.8) ve (3.9) ifadelerinden yararlanarak bu ifadeyi şu şekilde ifade etmek mümkündür :

$$\underline{\theta}_b = \begin{bmatrix} u(M+1) u(1)^* + \dots + u(N) u(N-M)^* \\ u(M) u(M+1)^* + \dots + u(N-1) u(N)^* \\ \dots \\ u(1) u(1)^* + \dots + u(N-M) u(N-M)^* \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$= \sum_{i=M+1}^N \begin{bmatrix} u(i) u(i-M)^* \\ u(i-1) u(i-M)^* \\ \dots \\ u(i-M) u(i-M)^* \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

(2.41) ifadesinden hareketle , geri yönde doğrusal öngörü hata kriteri şöyle yazılabilir :

$$B_M = \underline{b}_b^H \underline{b}_b - \underline{b}_b^H A_b \underline{w} \quad (3.31)$$

Bulunan bu değerlerden faydalananarak (2.21) ifadesini , geri yönde doğrusal öngörücü için

$$A_b^H A_b \underline{w} = A_b^H \underline{b}_b \quad (3.32)$$

biçiminde ifade etmek mümkündür.Şimdi de bu iki ifadeden hareketle geri yönde doğrusal öngörücü için genişletilmiş normal denklemi çıkaralım :

$$\begin{bmatrix} A_b^H A_b & A_b^H \underline{b}_b \\ \underline{b}_b^H A_b & \underline{b}_b^H \underline{b}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\underline{g} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_M \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Burada 0 (sıfır) $M \times 1$ boyutlu sıfır vektördür. $\underline{b}_b^H \underline{b}_b$ ifadesi

$$\underline{b}_b^H \underline{b}_b = \sum_{i=M+1}^N u(i-M) u(i-M)^* \quad (3.34)$$

biçimindedir.(2.38) , (3.9) ve (3.17) ifadelerinden yararlanarak (3.16) ifadesi şöyle düzenlenebilir:

$$\begin{bmatrix} \phi_{bM} & \underline{\theta}_b \\ \underline{\theta}_b^H & \underline{b}_b^H \underline{b}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -g \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{B}_M \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Bu ifadenin açık formu :

$$\sum_{i=M+1}^N \begin{bmatrix} u(i-M+1) u(i-M+1)^* & \dots & u(i-M+1) u(i)^* & u(i-M+1) u(i-1)^* \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u(i) u(i-M+1)^* & \dots & u(i) u(i)^* & u(i) u(i-1)^* \\ u(i-1) u(i-M+1)^* & \dots & u(i-1) u(i)^* & u(i-1) u(i-1)^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -g \\ B_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_M \\ B_M \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

şeklindedir. Şekil 3.1 'de görülen geri yönde öngörü hata süzgecinde

$$\underline{e} = \begin{bmatrix} -g \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

yazılır. Görüldüğü gibi (3.36) ifadesindeki ilişki matrisi ϕ_{M+1} 'dir. Bu durumda (3.36) ifadesini yeniden yazarsak

$$\phi_{M+1} \underline{e} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_M \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

biçiminde elde edilebilir. Bu ifadeye geri yönde öngörü deterministik genişletilmiş normal denklem adı verilir.

3.3 ÖZYİNELİ İLERİ YÖNDE ÖNGÖRÜ HATASI

Şekil 3.3 'de görülen M.dereceden ileri yönde doğrusal öngörücünün , $w(n)$ katsayı vektörü en küçük kare yöntemine göre $1 \leq i \leq n$ aralığında gözlenerek optimize edilmiş olsun. Bu durumda i anındaki ileri öngörü hatası şöyle yazılabilir :

$$f_M(i) = u(i) - \underline{w}^H(n) \underline{u}_M(i-1) \quad (3.39)$$

Burada $u(i)$ arzu edilen yanıttır. Giriş vektörü

$$\underline{u}_M^T(i-1) = [u(i-1), u(i-2), \dots, u(i-M)] \quad (3.40)$$

biçimindedir. Şekil 3.3-b' de görülen ileri öngörü hata süzgecinin $(M+1) \times 1$ katsayı vektörü

$$\underline{a}_M(n) = \begin{bmatrix} 1 \\ -\underline{w}(n) \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

biçiminde tanımlanabilir. $(M+1) \times 1$ boyutlu $\underline{u}_{M+1}(i)$ vektörü de

$$\underline{u}_{M+1}(i) = \begin{bmatrix} u(i) \\ \underline{u}_M(i-1) \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

biçiminde tanımlanır. Belirlenen bu denklemlerden sonra özyineli ileri yönde öngörü hatası

$$f_M(i) = \underline{a}^H(n) \underline{u}_{M+1}(i) \quad (3.43)$$

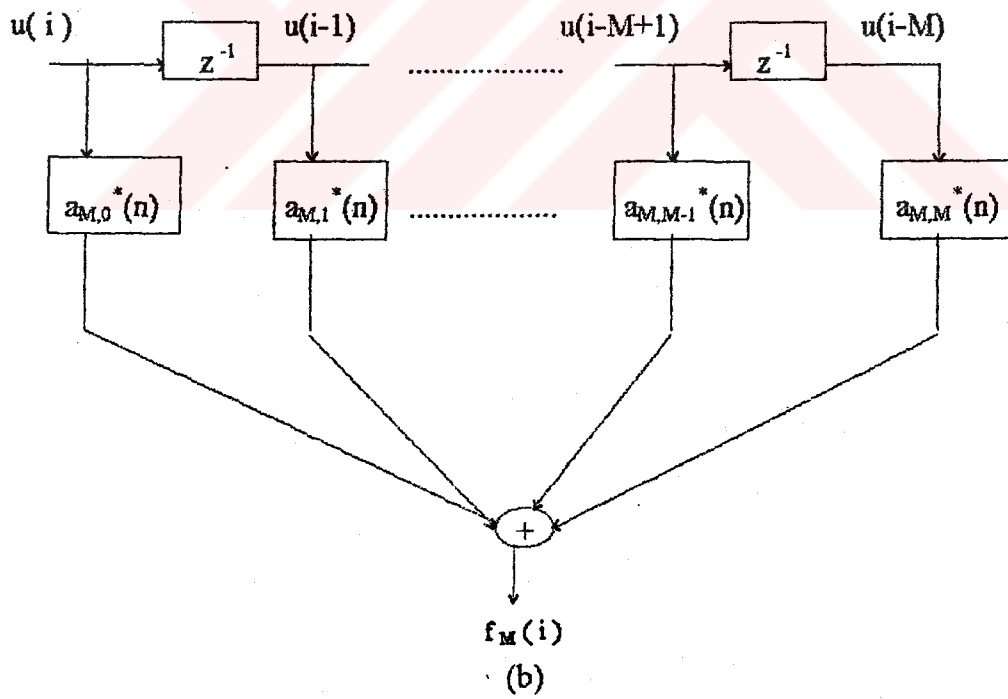
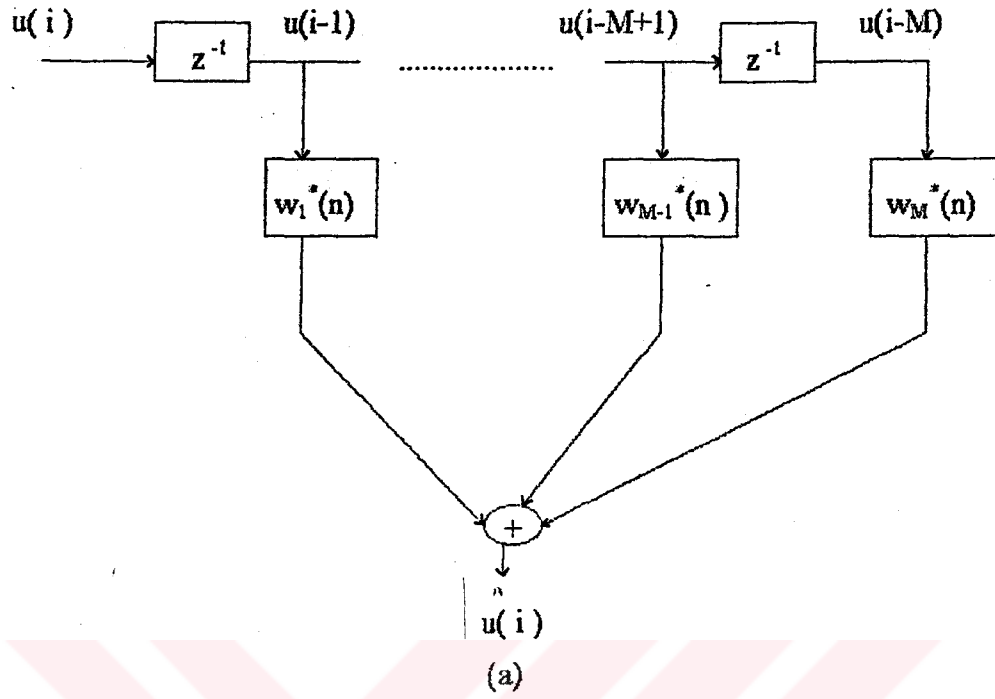
biçiminde yazılabilir. Bu durumda (3.19) ifadesindeki ileri yönde doğrusal öngörü için genişletilmiş normal denklem

$$\phi_{M+1}(n) \underline{a}_M(n) = \begin{bmatrix} F_M(n) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

şeklini alır. Burada $F_M(n)$, özyineli ileri yönde öngörü hata toplamalarının ağırlıklı ortalamasının en küçük değeridir ve şöyle ifade edilir:

$$F_M(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} |f_M(i)|^2 \quad (3.45)$$

Burada λ üstel ağırlık faktörüdür.



Şekil 3.3:(a)Mdereceli ileri yönde doğrusal öngörücü
(b)Karşılık gelen öngörü hata süzgeci

3.4 ÖZYİNELİ GERİ YÖNDE ÖNGÖRÜ HATASI

Şekil 3.4 -a'da görülen M dereceden geri yönde doğrusal öngörücünün, $w(n)$ katsayı vektörü en küçük kare yöntemine göre $1 \leq i \leq n$ aralığında gözlenerek optimize edilmiş olsun. i andaki geri öngörü hatası

$$b_M(i) = u(i-M) - \underline{u}_M^H(i) g(n) \quad (3.46)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada $u(i-M)$ arzu edilen cevaptır. Giriş vektörü

$$\underline{u}_M^T(i) = [u(i), u(i-1), \dots, u(i-M+1)] \quad (3.47)$$

biçiminde ifade edilir.

Şekil 3.4-b'de görülen geri öngörü hata süzgecinin $(M+1) \times 1$ boyutlu katsayı vektörü

$$\underline{c}_M(n) = \begin{bmatrix} -g(n) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

şeklinde tanımlanır. $(M+1) \times 1$ boyutlu $\underline{u}_{M+1}(i)$ vektörü

$$\underline{u}_{M+1}(i) = \begin{bmatrix} u_M(i) \\ \underline{u}_M(i-M) \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

biçiminde tanımlanabilir. Böylece özyineli geri yönde öngörü hatası şöyle tanımlanabilir:

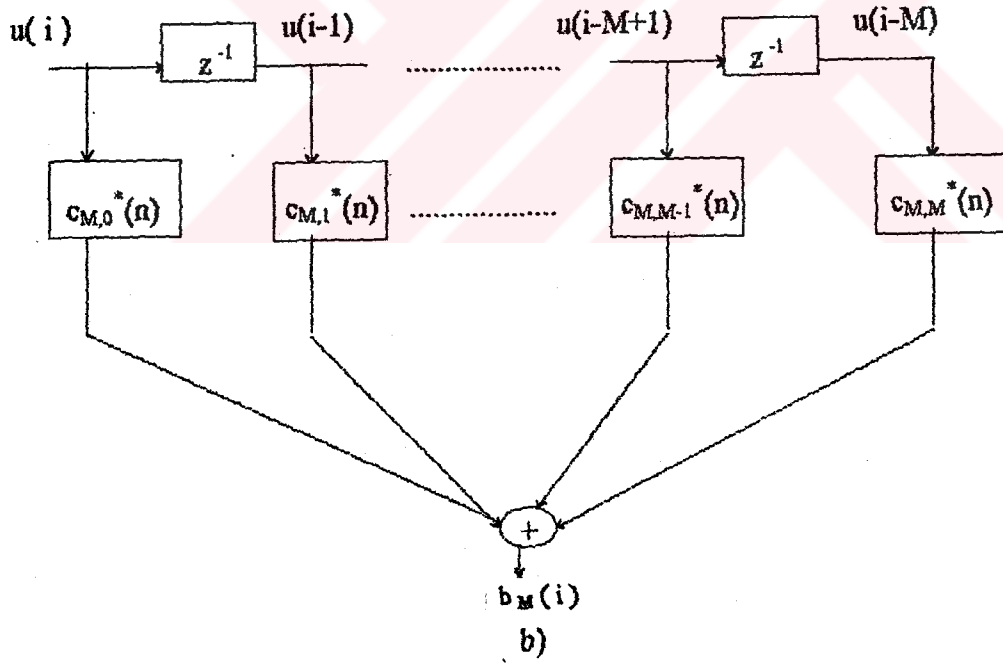
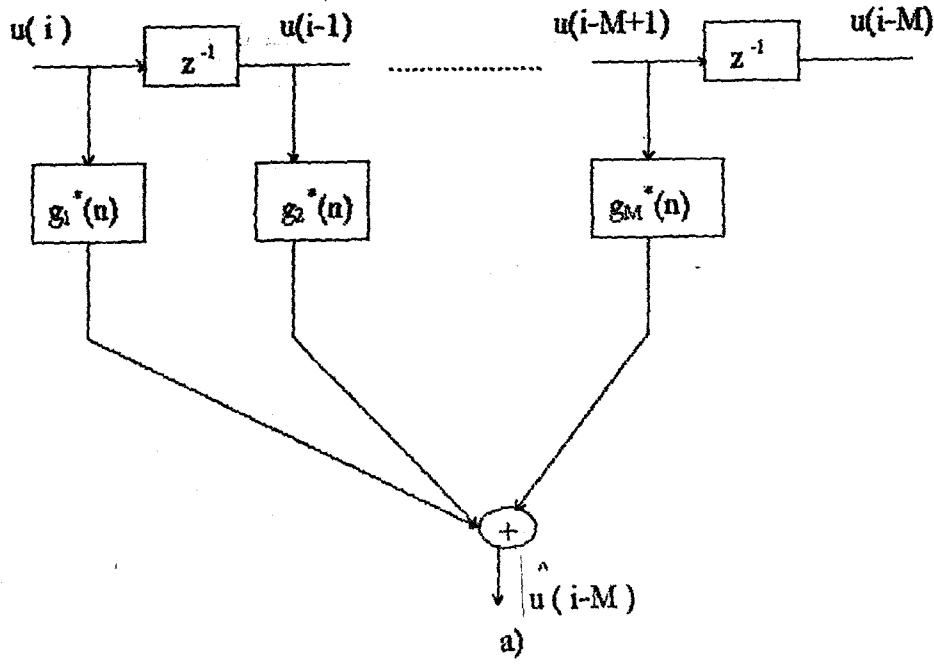
$$b_M(i) = \underline{c}_M^H(n) \underline{u}_{M+1}(i) \quad (3.50)$$

(3.38) ifadesindeki geri doğrusal öngörü için genişletilmiş normal denklem

$$\Phi_{M+1}(n) \underline{c}_M(n) = \begin{bmatrix} 0 \\ B_M(n) \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

şeklini alır. Burada $B_M(n)$ ardışıl geri öngörü hata toplamalarının ağırlıklı ortalamasının en küçük değeridir ve şöyle ifade edilir :

$$B_M(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} |b_M(i)|^2 \quad (\lambda \text{ üstel ağırlık vektörüdür}) \quad (3.52)$$



Şekil 3.4 : a) M dereceli geri yönde doğrusal öngörücü
b) Karşılık gelen öngörü hata süzgeci

BÖLÜM 4-ÖZYİNELİ EN KÜÇÜK KARE KAFES ALGORİTMASI

Şu ana kadar incelenen bölümlerde temel olarak en küçük kare yöntemi ve en küçük kare kafes algoritmasına temel teşkil eden hususlar incelendi.Bu bölümde bu algoritmanın oluşturulmasına çalışılacaktır.

4.1- Derece Güncelleme Özyinelemeleri (Order-Update Recursions)

$\phi_{m+1}(n)$, m.dereceden ileri öngörü hata süzgecine uygulanan $u_{m+1}(i)$ giriş vektörünün $(m+1) \times (m+1)$ boyutlu ilişki matrisidir.Burada i , $1 \leq i \leq n$ aralığında değişmektedir.Bu süzgecin genişletilmiş normal denklemi, önceki bölümde gösterildiği üzere, şöyle ifade edebiliriz :

$$\phi_{m+1}(n) \underline{a}_m(n) = \begin{bmatrix} F_m(n) \\ 0_m \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

İlişki fonksiyonunu şu şekilde parçalara ayırarak yazmak mümkündür :

$$\phi_{m+1}(n) = \begin{bmatrix} \phi_m(n) & \underline{\theta}_m(n) \\ \underline{\theta}_m^H(n) & U(n-m) \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Matrisi oluşturan terimlerden arzu edilen geri yönde öngörü cevaplarının ağırlıklı karesel toplamı olan $U(n-m)$

$$\begin{aligned} U(n-m) &= \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} |u(i-m)|^2 \\ &= \sum_{i=1}^{n-m} \lambda^{(n-m)-i} |u(i)|^2 \end{aligned} \quad (4.3)$$

biçiminde yazılabilir.Öngörütütün girişlerinin $(m \times 1)$ boyutlu çapraz ilişki fonksiyonu

$$\theta_b(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} u(i) u^*(i-m) \quad (4.4)$$

şeklinde ifade edilir.Burada $u(i-m)$ arzu edilen cevaptır.

Giriş vektörü olan $\underline{u}_m(i)$ nin $(m \times m)$ boyutlu ilişki matrisi $\phi_m(n)$

$$\phi_m(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \underline{u}_m(i) \underline{u}_m^H(i) \quad (4.5)$$

biçimindedir.(4.2) deki eşitliğin her iki tarafı, ilk m elemanını $\underline{a}_{m-1}(n)$ 'nin tanımladığı ve son elemanın sıfır olduğu $(m+1) \times 1$ boyutlu bir vektörle çarpılırsa

$$\begin{aligned} \phi_{m+1}(n) \begin{bmatrix} \underline{a}_{m-1}(n) \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \phi_m(n) & \underline{\theta}_b(n) \\ \underline{\theta}_b^H(n) & U(n-m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{a}_{m-1}(n) \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \phi_m(n) \underline{a}_{m-1}(n) \\ \underline{\theta}_b^H(n) \underline{a}_{m-1}(n) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.6)$$

ifadesi elde edilir.(4.1) denkleminde (m) yerine $(m-1)$ koyarak şu denklem elde edilebilir:

$$\phi_m(n) \underline{a}_{m-1}(n) = \begin{bmatrix} F_{m-1}(n) \\ \underline{0}_{m-1} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Burada $F_{m-1}(n)$, süzgeç çıkışındaki ağırlıklı ileri yönde öngörü karesel hata toplamı, $\underline{0}_{m-1}$ ise $(m-1) \times 1$ boyutlu sıfır vektördür.

$$\Delta_{m-1}(n) = \underline{\theta}_b^H(n) \underline{a}_{m-1}(n) \quad (4.8)$$

şeklinde tanımlanarak, (4.7) ile (4.8), (4.6) eşitliğinde yerine konursa

$$\phi_{m+1}(n) \begin{bmatrix} \underline{a}_{m-1}(n) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{m-1}(n) \\ \underline{0}_{m-1} \\ \Delta_{m-1}(n) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

elde edilir. M dereceli geri yönde öngörü hata süzgecinin aşağıdaki gibi genişletilmiş normal bir denklemle ifade edilebileceği bir önceki bölümde gösterilmişti :

$$\phi_{m+1}(n) \underline{c}_m(n) = \begin{bmatrix} 0_m \\ B_m(n) \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

İlişki fonksiyonunu şu şekilde parçalara ayırarak yazmak mümkündür :

$$\phi_{m+1}(n) = \begin{bmatrix} U(n) & \theta_f^H(n) \\ \theta_f(n) & \phi_{m-1}(n) \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Matrisi oluşturan terimlerden , ileri yönde öngörücünün arzu edilen cevaplarının karelerinin ağırlıklı toplamı olan $U(n)$

$$U(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} |u(i)|^2 \quad (4.12)$$

biçiminde tanımlanır. Öngörücünün girişlerinin çapraz ilişki fonksiyonu

$$\theta_f(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \underline{u}_m(i-1) \underline{u}^*(i) \quad (4.13)$$

olarak belirlenir. Burada $u(i)$ arzu edilen cevaptır. Giriş vektörü $\underline{u}_m(i-1)$ 'nin $(m \times m)$ boyutlu ilişki matrisi

$$\phi_m(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \underline{u}_m(i-1) \underline{u}_m^H(i-1) \quad (4.14)$$

$$= \sum_{i=1}^n \lambda^{(n-i)-1} \underline{u}_m(i) \underline{u}_m^H(i)$$

biçiminde tanımlanır. (4.11) 'deki eşitliğin her iki tarafı , ilk m elemanını $\underline{c}_{m-1}(n-1)$ 'nin tanımladığı ve son elemanın sıfır olduğu $(m+1) \times 1$ boyutlu bir vektörle çarpılırsa

$$\begin{aligned}
\phi_{m+1}(n) \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{c}_{m-1}(n-1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} U(n) & \underline{\theta}_f^H(n) \\ \underline{\theta}_f(n) & \phi_m(n-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{c}_{m-1}(n-1) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \underline{\theta}_f^H(n) \underline{c}_{m-1}(n-1) \\ \phi_m(n-1) \underline{c}_{m-1}(n-1) \end{bmatrix} \quad (4.15)
\end{aligned}$$

ifadesi bulunur.(4.10) denkleminde (m) yerine (m-1) koyarak (n-1) anında şu denklem elde edilir :

$$\phi_m(n-1) \underline{a}_{m-1}(n-1) = \begin{bmatrix} \underline{0}_{m-1} \\ B_{m-1}(n-1) \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$\Delta'_{m-1}(n) = \underline{\theta}_f^H(n) \underline{c}_{m-1}(n-1) \quad (4.17)$$

tanımı yapılarak , (4.16) ile (4.17) , (4.15) eşitliğinde yerine konursa

$$\phi_{m+1}(n) \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{c}_{m-1}(n-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta'_{m-1}(n) \\ \underline{0}_{m-1} \\ B_{m-1}(n-1) \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

ifadesi bulunur.(4.9) ve (4.18) eşitliklerinden şu ifade yazılabilir :

$$\phi_{m+1}(n) \left[\begin{bmatrix} a_{m-1}(n) \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{\Delta_{m-1}(n)}{B_{m-1}(n-1)} \begin{bmatrix} 0 \\ c_{m-1}(n-1) \end{bmatrix} \right] =$$

$$\begin{bmatrix} F_{m-1}(n) - \frac{\Delta_{m-1}(n) \Delta'_{m-1}(n)}{B_{m-1}(n-1)} \\ 0_m \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

(4.1) ve (4.19) eşitliklerinden şu derece güncelleme ifadeleri çıkarılabilir:

$$a_m(n) = \begin{bmatrix} a_{m-1}(n) \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{\Delta_{m-1}(n)}{B_{m-1}(n-1)} \begin{bmatrix} 0 \\ c_{m-1}(n-1) \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$F_m(n) = F_{m-1}(n) - \frac{\Delta_{m-1}(n) \Delta'_{m-1}(n)}{B_{m-1}(n-1)} \quad (4.21)$$

(4.9) ve (4.18) eşitliğinden , geri yönde doğrusal hata süzgecinin genişletilmiş normal denklemleride kullanılarak , aynı yolla şu eşitlik bulunabilir :

$$\phi_{m+1}(n) \left[\begin{bmatrix} 0 \\ c_{m-1}(n-1) \end{bmatrix} - \frac{\Delta'_{m-1}(n)}{F_{m-1}(n)} \begin{bmatrix} a_{m-1}(n) \\ 0 \end{bmatrix} \right] =$$

$$\begin{bmatrix} 0_m \\ B_{m-1}(n-1) - \frac{\Delta_{m-1}(n) \Delta'_{m-1}(n)}{F_{m-1}(n)} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

(4.10) ve (4.22) eşitlikleri karşılaştırılırsa şu ifadeler bulunur :

$$c_m(n) = \begin{bmatrix} 0 \\ c_{m-1}(n-1) \end{bmatrix} - \frac{\Delta'_{m-1}(n)}{F_{m-1}(n)} \begin{bmatrix} a_{m-1}(n) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$B_m(n) = B_{m-1}(n-1) - \frac{\Delta_{m-1}(n) \Delta'_{m-1}(n)}{F_{m-1}(n)} \quad (4.24)$$

4.1.1 $\Delta_{m-1}(n)$ ve $\Delta'_{m-1}(n)$ Arasındaki İlişki :

(4.8) ve (4.17) eşitliklerinde tanımlanan $\Delta_{m-1}(n)$ ve $\Delta'_{m-1}(n)$ birbirlerinin kompleks eşleniğidir :

$$\Delta'_{m-1}(n) = \Delta_{m-1}^*(n) \quad (4.25)$$

buradaki $\Delta_{m-1}^*(n)$, $\Delta_{m-1}(n)$ in kompleks eşleniğidir. Bu iddiayı üç aşamada gösterebiliriz.

1- (4.9) eşitliğinin her iki tarafı $[0, c_{m-1}^H(n-1)]$ çarpılırsa çıkan sonuç skalerdir :

$$\begin{aligned} & [0, c_{m-1}^H(n-1)] \phi_{m+1}(n) \begin{bmatrix} a_{m-1}(n) \\ 0 \end{bmatrix} \\ & = [0, c_{m-1}^H(n-1)] \phi_{m+1}(n) \begin{bmatrix} F_{m-1}(n) \\ 0_{m-1} \\ \Delta_{m-1}(n) \end{bmatrix} = \Delta_{m-1}(n) \end{aligned} \quad (4.26)$$

2- (4.18) deki eşitliğinin her iki tarafına Hermitian işlemi (transpoz ve eşlenik alma işlemi) uygulanırsa

$$[0, c_{m-1}^H(n-1)] \phi_{m+1}(n) = [\Delta_{m-1}^*(n), 0_{m-1}^T, B_{m-1}(n-1)]$$

ifadesi bulunur. Burada $\phi_{m+1}(n)$ 'nin Hermitianı yine kendisine eşit ve $B_{m-1}(n-1)$ skalerdir. Üstteki eşitliğin her iki tarafı

$$\begin{bmatrix} a_{m-1}(n) \\ 0 \end{bmatrix}$$

ile çarpılırsa :

$$[0, c_{m-1}^H(n-1)] \phi_{m+1}(n) \begin{bmatrix} a_{m-1}(n) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= [\Delta_{m-1}^*(n), 0_{m-1}^T, B_{m-1}(n-1)] \begin{bmatrix} a_{m-1}(n) \\ 0 \end{bmatrix} = \Delta_{m-1}^*(n) \quad (4.27)$$

sonucu bulunur.

3- (4.26) ile (4.27) eşitlikleri karşılaştırılırsa başta verilen ifade ispatlanmış olur.

4.1.2 Ardıl Öngörü Hataları İçin Derece Güncelleme Özyinelemeleri

İleri yönde yansımaya katsayısı şöyle tanımlanır :

$$\Gamma_{f,m}(n) = - \frac{\Delta_{m-1}(n)}{B_{m-1}(n-1)}, \quad m=1,2,\dots,M \quad (4.28)$$

Burada M kafes öngörücünün derecesini göstermektedir. Geri yönde yansımaya katsayısı da benzer şekilde aşağıdaki gibi tanımlanır :

$$\begin{aligned} \Gamma_{b,m}(n) &= - \frac{\Delta_{m-1}^*(n)}{F_{m-1}(n)} \\ &= - \frac{\Delta_{m-1}^*(n)}{F_{m-1}(n)}, \quad m=1,2,\dots,M \end{aligned} \quad (4.29)$$

Bu eşitliklerde $F_{m-1}(n) \neq B_{m-1}(n-1)$ olduğundan $\Gamma_{f,m} \neq \Gamma_{b,m}$ 'dir. Üstteki tanımlar kullanılarak (4.20) ve (4.23) eşitlikleri tekrar yazılabilir :

$$\underline{a}_m(n) = \begin{bmatrix} \underline{a}_{m-1}(n) \\ 0 \end{bmatrix} + \Gamma_{f,m}(n) \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{c}_{m-1}(n-1) \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

ve

$$\underline{c}_m(n) = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{c}_{m-1}(n-1) \end{bmatrix} + \Gamma_{b,m}(n) \begin{bmatrix} \underline{a}_{m-1}(n) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

$$m=1,2,\dots,M$$

(4.30) ve (4.31) denklemleri Levinson-Durbin özyinelemesinin deterministik bir kopyasıdır[1].

Ardıl ileri yönde öngörü hatası olan $f_m(n)$, m.dereceden tap- giriş vektörü $\underline{u}_{m+1}(n)$ olan ileri yönde öngörü hata süzgecinin çıkışına eşittir :

$$f_m(n) = \underline{a}_m^H(n) \underline{u}_{m+1}(n) \quad (4.32)$$

Giriş vektörü olan $\underline{u}_{m+1}(n)$, şu şekilde parçalara ayrılarak yazılabilir :

$$\underline{u}_{m+1}(n) = \begin{bmatrix} \underline{u}_m(n) \\ u(n-m) \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Bu ifade

$$\underline{u}_{m+1}(n) = \begin{bmatrix} u(n) \\ \underline{u}_m(n-1) \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

şeklinde de yazılabilir. Ardıl geri yönde öngörü hatası olan $b_m(n)$, m. dereceden tap-giriş vektörü $\underline{u}_{m+1}(n)$ olan geri yönde öngörü hata süzgecinin çıkışına eşittir :

$$b_m(n) = \underline{c}_m^H(n) \underline{u}_{m+1}(n) \quad (4.35)$$

Şimdi ardıl ileri yönde öngörü hatasının derece-güncelleme özyinelemeleri çıkarılacaktır. Bunun için öncelikle (4.30) eşitliğinin her iki tarafı Hermitian işlemine tabi tutulur ve $\underline{u}_{m+1}(n)$ ile çarpılarak

$$\underline{a}_m^H(n) \underline{u}_{m+1}(n) = [\underline{a}_{m-1}^H(n), 0] \underline{u}_{m+1}(n) + \Gamma_{f,m}^*(n) [0, \underline{c}_{m-1}^H(n-1)] \underline{u}_{m+1}(n) \quad (4.36)$$

elde edilir. Eşitliğin sol tarafı (3.32)'den görüldüğü gibi $f_m(n)$ 'e eşittir. Eşitliğin sağ tarafındaki ilk $\underline{u}_{m+1}(n)$ yerine (3.33) 'deki ifade, ikinci $\underline{u}_{m+1}(n)$ yerine de (3.34) 'deki ifade konursa, (3.36) eşitliği

$$f_m(n) = [\underline{a}_{m-1}^H(n), 0] \begin{bmatrix} \underline{u}_m(n) \\ u(n-m) \end{bmatrix} + \Gamma_{f,m}^*(n) [0, \underline{c}_{m-1}^H(n-1)] \begin{bmatrix} u(n) \\ \underline{u}_m(n-1) \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

elde edilir. Çarpma işlemleri sonucunda

$$f_m(n) = \underline{a}_{m-1}^H(n) \underline{u}_m(n) + \Gamma_{f,m}^*(n) \underline{c}_{m-1}^H(n-1) \underline{u}_m(n-1) \quad (4.38)$$

elde edilir. (3.32)'den şu ifade yazılabilir :

$$f_{m-1}(n) = \underline{a}_{m-1}^H(n) \underline{u}_m(n) \quad (4.39)$$

(4.35)'den de şu ifade yazılabilir :

$$b_{m-1}(n-1) = \underline{c}_{m-1}^H(n-1) \underline{u}_m(n-1) \quad (4.40)$$

(4.39) ve (4.40) ifadeleri, (4.38) 'de yerine yazılırsa

$$f_m(n) = f_{m-1}(n) + \Gamma_{f,m}^*(n) b_{m-1}(n-1) \quad (4.41)$$

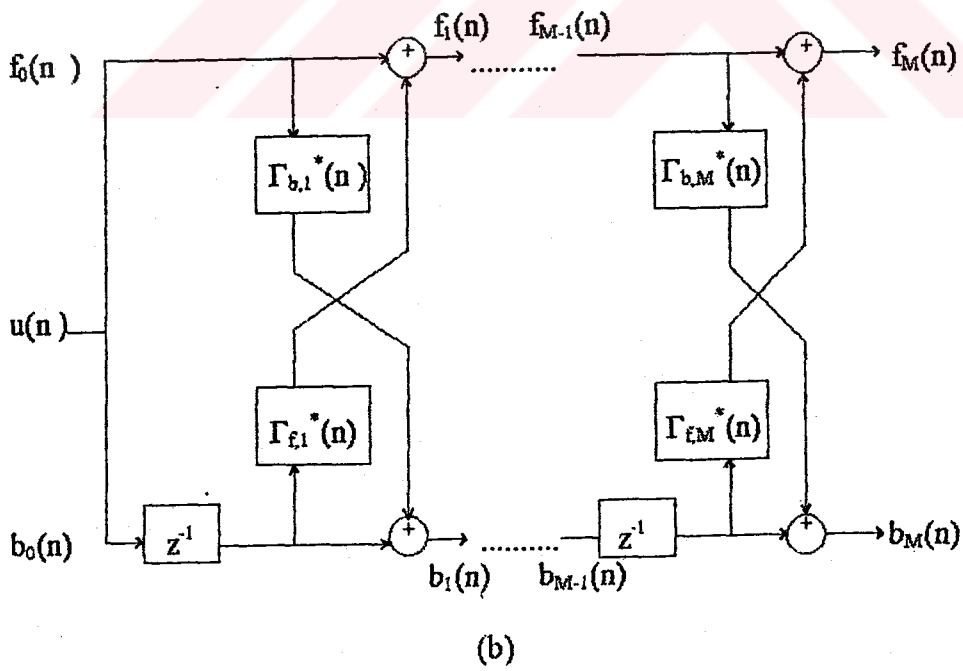
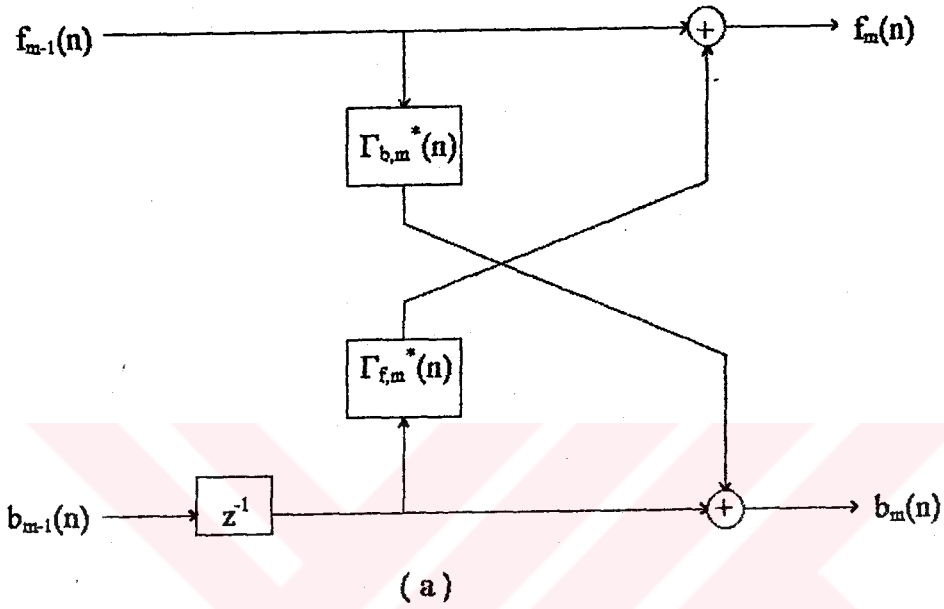
ardıl ileri yönde öngörü hatasının derece güncelleme özyinelemesi elde edilmiş olur. Benzer işlemler (4.31), (4.32), (4.33), (4.34), (4.35) (4.39) ve (4.40) kullanılarak yapılırsa eğer :

$$b_m(n) = b_{m-1}(n-1) + \Gamma_{b,m}^*(n) f_{m-1}(n) \quad (4.42)$$

eşitliği bulunabilir. Buradaki öngörü derecesi olan m , değişken bir değerdir ve 0, 1, 2, ..., M değerlerini alır. M değeri son dereceyi temsil etmektedir. Eğer $m=0$ değerini alırsa, giriş değerlerinden hiçbir öngörü yapılamaz. Bu durumda ilk koşullar

$$f_0(n) = b_0(n) = u(n) \quad (4.43)$$

olarak belirlenir. Şekil 4.1 'de , (4.41) ve (4.42) özyinelemelerinin işaret akış grafikleri gösterilmiştir ki bu da kafes yapısını oluşturur. Burada modül (stage) sayısı öngörünün son derecesi olan M 'e eşittir.



Şekil 4-1 : (a)En küçük kare kafes modülü
(b)Çok modüllü en küçük kare kafes yapısı

BÖLÜM 5.KAFES ALGORİTMASI KULLANARAK KANAL DENGELEME

Kanal ilişki matrisi geniş bir yayılım gösteren bir kanalın dengelenmesi, çözümü oldukça zor bir problemdir. Uyarlamalı Gradient algoritması bu problemin çözümünde kullanılan algoritmalarından biridir. Ancak yakınsama oranı, kanal ilişki matrisinin yayılımının en büyük değerinin en küçük değerine oranına bağlıdır.

Bu problemin çözümünde kullanılan algoritmalarından biri de uyarlamalı en küçük kare kafes süzgeç yapısıdır. Bu bölümde, önce bu algoritma incelenmekte ve örnek bir kanalın dengelenmesi işlemi, bilgisayar simülasyonu ile gerçekleştirilmektedir.

5.1.Kanal Dengeleme Probleminde Uyarlamalı Kafes Süzgeç Kullanılması

Kanal dengeleme probleminin çözümünde uyarlamalı kafes süzgeci kullanılması çeşitli avantajlar sağlar. Bundan önceki bölümde kafes süzgeç yapısı incelenmişti. Burada algoritma açık biçimiyle incelenecektir.

X_n dizisi süzgeç yapının giriş dizisi olmak üzere, bu algoritma ile bu diziden birbirlerine dik (ilişkisiz) $b_m(n)$ ve $f_m(n)$ işaret dizileri oluşturulur.

$$b_1(n) = f_1(n) = x_n \quad (5.1)$$

$$f_{m+1}(n) = f_m(n) - \Gamma_m b_m(n-1) \quad (5.2)$$

$$b_{m+1}(n) = b_m(n-1) - \Gamma_m f_m(n) \quad (5.3)$$

Buradaki $f_m(n)$ ve $b_m(n)$, daha önceki bölümde açıklandığı gibi, sırasıyla ileri ve geri yönde öngörü hataları olarak adlandırılır. $\Gamma_m(n)$ de yansımaya katsayısıdır ve şöyle tanımlanır[4]:

$$\Gamma_m = \frac{2 E(f_m(n) b_m(n-1))}{E(f_m^2(n)) + E(b_m^2(n-1))} \quad 1 \leq m \leq N-1 \quad (5.4)$$

Ayrıca $f_m(n)$ ve $b_m(n)$ ileri ve geri yönde öngörü hataları şöyle tanımlayabiliriz:

$$b_{m+1}(n) = x_n - \sum_{j=1}^M W_j^{(m)} x_{n-m+j} \quad (5.5)$$

$$1 \leq m \leq N-1$$

$$f_{m+1}(n) = x_n - \sum_{j=1}^M W_j^{(m)} x_{n-j} \quad (5.6)$$

Buradaki $W_j^{(m)}$ normal denklemden çıkarılan 1-adımlı öngörü katsayısıdır. Ayrıca giriş işaretinin öz-ilişki fonksiyonu olan $\phi(p)$ şöyle tanımlanır :

$$\phi(p) = \sum_{j=1}^M W_j^{(m)} \phi(p-j) \quad (5.7)$$

En küçük karesel ortalama hata kriterine göre diklik koşulu

$$E(x_{n-j} b_{m+1}(n)) = 0, \quad 0 \leq j \leq M-1 \quad (5.8)$$

biçiminde yazılabilir.(5.5) ve (5.8) 'den

$$E(b_m(n) b_j(n)) = \begin{cases} 0, & j \neq m \\ \beta_{m,j}, & j=m=2,3,\dots,N \\ E(x_n^2), & j=m=1 \end{cases} \quad (5.9)$$

sonuçları çıkarılabilir. Buradaki β_{m+1} , m noktalı 1-adımlı doğrusal süzgecin en küçük karesel ortalama hatasını temsil eder. X_{n-m} ile $b_m(n)$ arasındaki dönüşüm, matris formunda

$$B_n = L X_n \quad (5.10)$$

biçiminde yazılabilir. L matrisi

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -W_1^{(1)} & 1 & 0 & 0 \\ -W_2^{(2)} & -W_1^{(2)} & 1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ -W_{N-1}^{(N-1)} & -W_{N-2}^{(N-1)} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

şeklinde üçgen matris olarak tanımlanır[4].(5.9), (5.10) ve (5.11) 'den geri yönde hata kriterinin, alınan x_n işaretinin gecikmiş bir versiyonu olduğu görülmektedir.

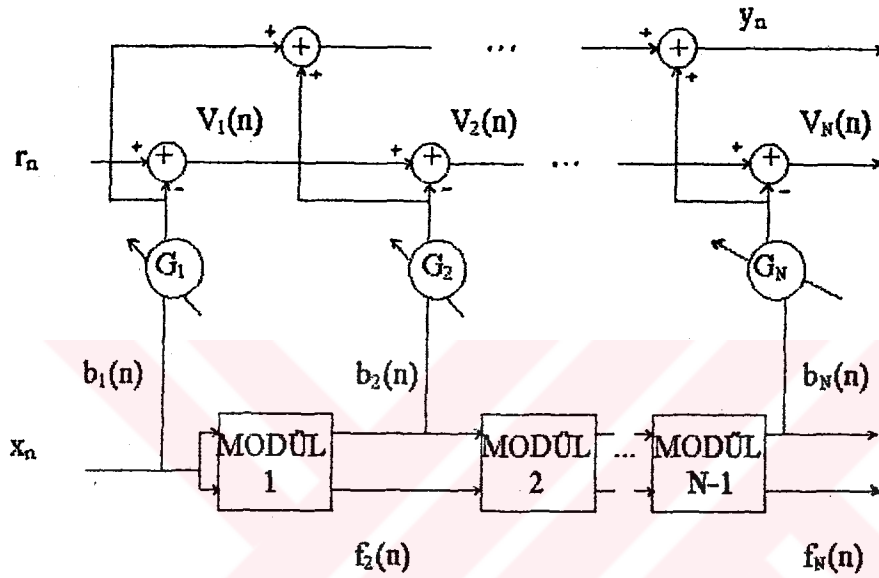
Şekil 5.1 'de uyarlamalı kafes dengeleyici görülmektedir. Burada r_n işareti geciktirilmiş giriş işaretini, x_n kanaldan geçerek bozulmuş giriş dizisini ifade etmektedir. Buradaki $G_1, G_2, \dots, G_N$ ayarlanabilir tap kazançlarını göstermek üzere :

$$\begin{aligned} s_1(n) &= G_1(n) b_1(n) \\ &\dots \\ s_m(n) &= s_{m-1}(n) + G_m(n) b_m(n), \quad 2 \leq m \leq N \end{aligned} \quad (5.12)$$

Dengeleyicinin çıkışı

$$V_m(n) = r_n - s_m(n) \quad , \quad 1 \leq m \leq N \quad (5.13)$$

olarak belirlenir.



Şekil 5.1- Uyarlamalı Kafes Dengeleyici

Yaptığımız bilgisayar simülasyonunda kullandığımız formülleri verelim :

$$f^{(0)}(k) = b^{(0)}(k) = x(k)$$

$$f^{(n+1)}(k) = f^{(n)}(k) - \Gamma_f^{(n+1)}(k) b^{(n)}(k-1)$$

$$b^{(n+1)}(k) = b^{(n)}(k-1) - \Gamma_b^{(n+1)}(k) f^{(n)}(k)$$

$$\Gamma_f^{(n+1)}(k+1) = \Gamma_f^{(n+1)}(k) + 2 \delta_f^{(n+1)}(k) b^{(n)}(k-1) f^{(n+1)}(k)$$

$$\Gamma_b^{(n+1)}(k+1) = \Gamma_b^{(n+1)}(k) + 2 \delta_b^{(n+1)}(k) f^{(n)}(k) b^{(n+1)}(k-1)$$

$$\delta_f^{(n+1)}(k) = \alpha / (\sigma_f^{(n+1)}(k))^2$$

$$\delta_b^{(n+1)}(k) = \alpha / (\sigma_b^{(n+1)}(k))^2$$

$$(\sigma_f^{(n+1)}(k+1))^2 = (1-\alpha)(\sigma_f^{(n+1)}(k))^2 + \alpha b^{(n)}(k-1) b^{(n)}(k-1) \quad (5.14)$$

$$(\sigma_b^{(n+1)}(k+1))^2 = (1-\alpha)(\sigma_b^{(n+1)}(k))^2 + \alpha f^{(n)}(k) f^{(n)}(k) \quad (5.15)$$

Buradaki “ α ” adım uzunluğunu temsil eder ve $0 < \alpha < 1$ aralığında değer alır. Uyarlamalı kanal dengeleyici için, şekildende çıkarılabilecek olan, şu formüller programda kullanılmıştır. Ayarlanan (güncellenen) tap-kazançları ise

$$G^{(n+1)}(k+1) = G^{(n+1)}(k) + 2 \delta_g^{(n+1)}(k) b^{(n+1)}(k) e^{(n+1)}(k) \quad (5.16)$$

$$\delta_g^{(n+1)}(k) = \alpha / (\sigma_g^{(n+1)}(k))^2 \quad (5.17)$$

$$(\sigma_g^{(n+1)}(k+1))^2 = (1-\alpha)(\sigma_g^{(n+1)}(k))^2 + \alpha (e^{(n+1)}(k))^2 \quad (5.18)$$

$$e^{(n+1)}(k) = e^{(n)}(k) - G^{(n+1)}(k) b^{(n+1)}(k) \quad (5.19)$$

biçiminde elde edilir. Programda öncelikle kafes süzgeç formülleri ile $x(k)$ girişlerine dik olan $b^{(n)}(k)$ ' lar hesaplanıyor. Daha sonra kanal dengelemek için gerekli olan formüller kullanılarak, arzu edilen çıkış ile elde edilen çıkış arasındaki fark ile bulunan hata, minimize edilerek yakınsama sağlanıyor. Bu programda ilk koşullar şöyle seçilmektedir:

$$\Gamma_f^{(n+1)}(0) = 0$$

$$\Gamma_b^{(n+1)}(0) = 0$$

$$G^{(n)}(0) = 0$$

$$\sigma_f^{(n+1)}(0) = 1$$

$$\sigma_b^{(n+1)}(0) = 1$$

$$\sigma_g^{(n+1)}(0) = 1$$

$$n=0,1,2,\dots,M$$

5.2-Simülasyon Sonuçları

Burada , örnek bir kanal modeli seçilerek , bu kanalın dengeleme işlemi gerçekleştirilmektedir. Kanalin birim örnek yanıtı

$$h(n) = \begin{cases} (1/2)(1 + \cos(2\pi(i-2)/w)), & 1 \leq i \leq 3 \\ 0, & \text{diğer hallerde} \end{cases}$$

biçimindedir [1,5] .

Hazırlanan bilgisayar programı Ek 'de , sonuç grafik çıktıları şekil 6 - 32 'de verilmiştir.Özyineli kafes süzgeç algoritmasının kanal dengeleme problemindeki başarımı bu grafiklerden görülmektedir.Şimdi şekillerdeki değişkenlerin aldıkları değerleri ve karesel ortalama hatanın iterasyonla değişimini inceleyelim:

Yapılan simülasyonlarda kanal parametresi W, modül sayısı M, ve adım uzunluğu α 'nın farklı değerleri için bilgisayar programı çalıştırılmış ve elde edilen sonuçlar grafiklerle gösterilmiştir.

Şekil 6 - 14' de karesel ortalama hatanın iterasyonla değişen eğrileri W' nin 2.9, 3.1, 3.3 değerlerine bağlı olarak verilmiştir.

Adım uzunluğu $\alpha=0.1$, W 'nin 2.9, 3.1, 3.3 değerleriyle, Şekil 6' da modül sayısı M=7, Şekil 7' de M=9 ve Şekil 8' de M=11 değerleri için elde edilen eğriler görülmektedir.

Şekil 6' da karesel ortalama hata W' nin "3.3" değeri için kararlı duruma yaklaşık 200 iterasyon sonunda yakınsarken, W' nin "3.1" değeri için yaklaşık 180 iterasyonda, W' nin "2.9" değeri için ise yaklaşık olarak 150 iterasyonda yakınsamaktadır. Ayrıca, W' nin değeri azaldıkça, kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hatanın da azalmakta olduğu görülmektedir.Yine şekilden görüldüğü gibi , W' nin küçük seçilmesi durumunda dalgalanma azalmaktadır.

Şekil 7' de karesel ortalama hata W' nin "3.3" değeri için kararlı duruma yaklaşık 185 iterasyon sonunda yakınsarken, W' nin "3.1" değeri için yaklaşık 160 iterasyonda, W' nin "2.9" değeri için ise yaklaşık olarak 135 iterasyonda yakınsamaktadır. Ayrıca, W' nin değeri azaldıkça, kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hatanın da azalmakta olduğu görülmektedir.Yine şekilden görüldüğü gibi , W' nin küçük seçilmesi durumunda dalgalanma azalmaktadır.

Şekil 8' de karesel ortalama hata W' nin "3.3" değeri için kararlı duruma yaklaşık 165 iterasyon sonunda yakınsarken, W' nin "3.1" değeri için yaklaşık 140 iterasyonda, W' nin "2.9" değeri için ise yaklaşık olarak 120 iterasyonda yakınsamaktadır.Şekil 6 ve 7' de olduğu gibi , W' nin değeri azaldıkça, kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hatanın da azalmakta olduğu görülmektedir.Yine şekilden görüldüğü gibi , W' nin küçük seçilmesi durumunda dalgalanma azalmaktadır.

Bu üç şekil kendi aralarında karşılaştırıldığında, modül sayısı olan M değeri arttıkça, kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hatanın azaldığı görülmektedir.

Adım uzunluğu $\alpha=0.05$, W 'nin 2.9, 3.1, 3.3 değerleriyle, Şekil 9'da modül sayısı $M=7$, Şekil 10'da $M=9$ ve Şekil 11'de $M=11$ değerleri için elde edilen eğriler görülmektedir.

Şekil 9'da karesel ortalama hata W 'nin "3.3" değeri için kararlı duruma yaklaşık 320 iterasyon sonunda yakınsarken, W 'nin "3.1" değeri için yaklaşık 290 iterasyonda, W 'nin "2.9" değeri için ise yaklaşık olarak 260 iterasyonda yakınsamaktadır. Ayrıca, W 'nin değeri azaldıkça, kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hatanın da azalmakta olduğu görülmektedir. Yine şekilden görüldüğü gibi, W 'nin küçük seçilmesi durumunda dalgalanma azalmaktadır.

Şekil 10'da karesel ortalama hata W 'nin "3.3" değeri için kararlı duruma yaklaşık 300 iterasyon sonunda yakınsarken, W 'nin "3.1" değeri için yaklaşık 275 iterasyonda, W 'nin "2.9" değeri için ise yaklaşık olarak 240 iterasyonda yakınsamaktadır. Ayrıca, W 'nin değeri azaldıkça, kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hatanın da azalmakta olduğu görülmektedir. Yine şekilden görüldüğü gibi, W 'nin küçük seçilmesi durumunda dalgalanma azalmaktadır.

Şekil 11'de karesel ortalama hata W 'nin "3.3" değeri için kararlı duruma yaklaşık 280 iterasyon sonunda yakınsarken, W 'nin "3.1" değeri için yaklaşık 260 iterasyonda, W 'nin "2.9" değeri için ise yaklaşık olarak 230 iterasyonda yakınsamaktadır. Şekil 9 ve 10'da olduğu gibi, W 'nin değeri azaldıkça, kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hatanın da azalmakta olduğu görülmektedir. Yine şekilden görüldüğü gibi, W 'nin küçük seçilmesi durumunda dalgalanma azalmaktadır.

Bu üç şekil kendi aralarında karşılaştırıldığında, modül sayısı olan M değeri arttıkça, kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hatanın azaldığı görülmektedir.

Şekil 11'de elde edilen sonuçlar, en küçük karesel ortalama (LMS) algoritmasıyla elde edilen sonuçlarla [1] karşılaştırıldığında, kafes algoritmasıyla elde edilen başarımın en küçük karesel ortalama algoritmasının başarımından daha iyi olduğu görülmektedir.

Adım uzunluğu $\alpha=0.01$, W 'nin 2.9, 3.1, 3.3 değerleriyle, Şekil 12'de modül sayısı $M=7$, Şekil 13'de $M=9$ ve Şekil 14'de $M=11$ değerleri için elde edilen eğriler görülmektedir.

Şekil 12'de karesel ortalama hata W 'nin "3.3" değeri için kararlı duruma yaklaşık 800 iterasyon sonunda yakınsarken, W 'nin "3.1" değeri için yaklaşık 780 iterasyonda, W 'nin "2.9" değeri için ise yaklaşık olarak 750 iterasyonda yakınsamaktadır. Ayrıca, W 'nin değeri azaldıkça, kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hatanın da azalmakta olduğu görülmektedir. Yine şekilden görüldüğü gibi, W 'nin küçük seçilmesi durumunda dalgalanma azalmaktadır.

Şekil 13'de karesel ortalama hata W 'nin "3.3" değeri için kararlı duruma yaklaşık 785 iterasyon sonunda yakınsarken, W 'nin "3.1" değeri

için yaklaşık 760 iterasyonda, W 'nin "2.9" değeri için ise yaklaşık olarak 735 iterasyonda yakınsamaktadır. Ayrıca, W 'nin değeri azaldıkça, kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hatanın da azalmakta olduğu görülmektedir. Yine şekilden görüldüğü gibi, W 'nin küçük seçilmesi durumunda dalgalanma azalmaktadır.

Şekil 14'de karesel ortalama hata W 'nin "3.3" değeri için kararlı duruma yaklaşık 775 iterasyon sonunda yakınsarken, W 'nin "3.1" değeri için yaklaşık 755 iterasyonda, W 'nin "2.9" değeri için ise yaklaşık olarak 720 iterasyonda yakınsamaktadır. Şekil 12 ve 13'de olduğu gibi, W 'nin değeri azaldıkça, kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hatanın da azalmakta olduğu görülmektedir. Yine şekilden görüldüğü gibi, W 'nin küçük seçilmesi durumunda dalgalanma azalmaktadır.

Bu üç şekil kendi aralarında karşılaştırıldığında, modül sayısı olan M değeri arttıkça, kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hatanın azaldığı görülmektedir.

Şekil 15-23 'de karesel ortalama hatanın iterasyonla değişen eğrileri, α adım uzunluğunun 0.1, 0.05, 0.01 değerlerine bağlı olarak verilmiştir.

Kanal parametresi $W=3.3$, adım uzunluğu α 'nın 0.1, 0.05, 0.01 değerleriyle, Şekil 15 'de $M=7$, Şekil 16'da $M=9$, Şekil 17' de $M=11$ değerleri için elde edilen eğriler görülmektedir.

Şekil 15'de karesel ortalama hata α 'nın "0.1" değeri için kararlı duruma yaklaşık 200 iterasyon sonunda yakınsarken, α 'nın "0.05" değeri için yaklaşık 320 iterasyonda, α 'nın "0.01" değeri için ise yaklaşık olarak 800 iterasyonda yakınsamaktadır. Görüldüğü gibi yakınsama α 'nın büyük değerleri için hızlı, fakat kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata büyük olmaktadır. Buna karşılık α 'nın küçük değerleri için yakınsama yavaş, ancak kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata küçük olmaktadır.

Şekil 16'da karesel ortalama hata α 'nın "0.1" değeri için kararlı duruma yaklaşık 185 iterasyon sonunda yakınsarken, α 'nın "0.05" değeri için yaklaşık 300 iterasyonda, α 'nın "0.01" değeri için ise yaklaşık olarak 785 iterasyonda yakınsamaktadır. Görüldüğü gibi yakınsama α 'nın büyük değerleri için hızlı, fakat kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata büyük olmaktadır. Buna karşılık α 'nın küçük değerleri için yakınsama yavaş, ancak kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata küçük olmaktadır.

Şekil 17'de karesel ortalama hata α 'nın "0.1" değeri için kararlı duruma yaklaşık 165 iterasyon sonunda yakınsarken, α 'nın "0.05" değeri için yaklaşık 280 iterasyonda, α 'nın "0.01" değeri için ise yaklaşık olarak 775 iterasyonda yakınsamaktadır. Görüldüğü gibi yakınsama α 'nın büyük değerleri için hızlı, fakat kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata büyük olmaktadır. Buna karşılık α 'nın küçük değerleri için yakınsama yavaş, ancak kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata küçük olmaktadır.

Bu üç şekilden de görüldüğü gibi, modül sayısı olan M değeri arttıkça kararlı durumda ulaşılan karesel ortalama hata azalmaktadır.

Kanal parametresi $W=3.1$, adım uzunluğu α 'nın 0.1 , 0.05 , 0.01 değerleriyle, Şekil 18'de $M=7$, Şekil 19'da $M=9$, Şekil 20'de $M=11$ değerleri için elde edilen eğriler görülmektedir.

Şekil 18'de karesel ortalama hata α 'nın " 0.1 " değeri için kararlı duruma yaklaşık 180 iterasyon sonunda yakınsarken, α 'nın " 0.05 " değeri için yaklaşık 290 iterasyonda, α 'nın " 0.01 " değeri için ise yaklaşık olarak 780 iterasyonda yakınsamaktadır. Görüldüğü gibi yakınsama α 'nın büyük değerleri için hızlı, fakat kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata büyük olmaktadır. Buna karşılık α 'nın küçük değerleri için yakınsama yavaş, ancak kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata küçük olmaktadır.

Şekil 19'da karesel ortalama hata α 'nın " 0.1 " değeri için kararlı duruma yaklaşık 160 iterasyon sonunda yakınsarken, α 'nın " 0.05 " değeri için yaklaşık 275 iterasyonda, α 'nın " 0.01 " değeri için ise yaklaşık olarak 760 iterasyonda yakınsamaktadır. Görüldüğü gibi yakınsama α 'nın büyük değerleri için hızlı, fakat kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata büyük olmaktadır. Buna karşılık α 'nın küçük değerleri için yakınsama yavaş, ancak kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata küçük olmaktadır.

Şekil 20'de karesel ortalama hata α 'nın " 0.1 " değeri için kararlı duruma yaklaşık 140 iterasyon sonunda yakınsarken, α 'nın " 0.05 " değeri için yaklaşık 260 iterasyonda, α 'nın " 0.01 " değeri için ise yaklaşık olarak 755 iterasyonda yakınsamaktadır. Görüldüğü gibi yakınsama α 'nın büyük değerleri için hızlı, fakat kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata büyük olmaktadır. Buna karşılık α 'nın küçük değerleri için yakınsama yavaş, ancak kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata küçük olmaktadır.

Bu üç şekilden de görüldüğü gibi, modül sayısı olan M değeri arttıkça kararlı durumda ulaşılan karesel ortalama hata azalmaktadır.

Ayrıca Şekil 20'de elde edilen sonuçlar, en küçük karesel ortalama (LMS) algoritmasıyla elde edilen sonuçlarla [1] karşılaştırıldığında, kafes algoritmasıyla elde edilen başarımın en küçük karesel ortalama algoritmasının başarımından daha iyi olduğu görülmektedir.

Kanal parametresi $W=2.9$, adım uzunluğu α 'nın 0.1 , 0.05 , 0.01 değerleriyle, Şekil 21'de $M=7$, Şekil 22'de $M=9$, Şekil 23'de $M=11$ değerleri için elde edilen eğriler görülmektedir.

Şekil 21'de karesel ortalama hata α 'nın " 0.1 " değeri için kararlı duruma yaklaşık 150 iterasyon sonunda yakınsarken, α 'nın " 0.05 " değeri için yaklaşık 260 iterasyonda, α 'nın " 0.01 " değeri için ise yaklaşık olarak 750 iterasyonda yakınsamaktadır. Görüldüğü gibi yakınsama α 'nın büyük değerleri için hızlı, fakat kararlı durumda ulaşılan ortalama

karesel hata büyük olmaktadır. Buna karşılık α 'nın küçük değerleri için yakınsama yavaş, ancak kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata küçük olmaktadır.

Şekil 22'de karesel ortalama hata α 'nın "0.1" değeri için kararlı duruma yaklaşık 135 iterasyon sonunda yakınsarken, α 'nın "0.05" değeri için yaklaşık 240 iterasyonda, α 'nın "0.01" değeri için ise yaklaşık olarak 735 iterasyonda yakınsamaktadır. Görüldüğü gibi yakınsama α 'nın büyük değerleri için hızlı, fakat kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata büyük olmaktadır. Buna karşılık α 'nın küçük değerleri için yakınsama yavaş, ancak kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata küçük olmaktadır.

Şekil 23'de karesel ortalama hata α 'nın "0.1" değeri için kararlı duruma yaklaşık 120 iterasyon sonunda yakınsarken, α 'nın "0.05" değeri için yaklaşık 230 iterasyonda, α 'nın "0.01" değeri için ise yaklaşık olarak 720 iterasyonda yakınsamaktadır. Görüldüğü gibi yakınsama α 'nın büyük değerleri için hızlı, fakat kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata büyük olmaktadır. Buna karşılık α 'nın küçük değerleri için yakınsama yavaş, ancak kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata küçük olmaktadır.

Bu üç şekilden de görüldüğü gibi, modül sayısı olan M değeri arttıkça kararlı durumda ulaşılan karesel ortalama hata azalmaktadır.

Şekil 24-32 'de ise karesel ortalama hatanın iterasyonla değişen eğrileri, M modül sayısının 7, 9, 11 değerlerine bağlı olarak verilmiştir.

Kanal parametresi $W=3.3$, modül sayısı M 'in 7, 9, 11 değerleriyle, Şekil 24 'de $\alpha=0.1$, Şekil 25'de $\alpha=0.05$ ve Şekil 26'da $\alpha=0.01$ değerleri için elde edilen eğriler görülmektedir.

Şekil 24'de karesel ortalama hata M 'in "7" değeri için kararlı duruma yaklaşık 200 iterasyon sonunda yakınsarken, M 'in "9" değeri için yaklaşık 185 iterasyonda, M 'in "11" değeri için ise yaklaşık olarak 165 iterasyonda yakınsamaktadır. Görüldüğü gibi M değeri arttıkça hem yakınsama hızı artmakta hem de kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata azalmaktadır.

Şekil 25'de karesel ortalama hata M 'in "7" değeri için kararlı duruma yaklaşık 320 iterasyon sonunda yakınsarken, M 'in "9" değeri için yaklaşık 300 iterasyonda, M 'in "11" değeri için ise yaklaşık olarak 280 iterasyonda yakınsamaktadır. Görüldüğü gibi M değeri arttıkça hem yakınsama hızı artmakta hem de kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata azalmaktadır.

Şekil 26'da karesel ortalama hata M 'in "7" değeri için kararlı duruma yaklaşık 800 iterasyon sonunda yakınsarken, M 'in "9" değeri için yaklaşık 785 iterasyonda, M 'in "11" değeri için ise yaklaşık olarak 775 iterasyonda yakınsamaktadır. Görüldüğü gibi M değeri arttıkça hem yakınsama hızı artmakta hem de kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata azalmaktadır.

Bu üç şekil kendi aralarında karşılaştırıldığında, α 'nın artan değerleriyle yakınsamanın hızlandığı, buna karşılık kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hatanın büyüdüğü görülmektedir.

Kanal parametresi $W=3.1$, modül sayısı M 'in 7, 9, 11 değerleriyle, Şekil 27'de $\alpha=0.1$, Şekil 28'de $\alpha=0.05$ ve Şekil 29'da $\alpha=0.01$ değerleri için elde edilen eğriler görülmektedir.

Şekil 27'de karesel ortalama hata M 'in "7" değeri için kararlı duruma yaklaşık 180 iterasyon sonunda yakınsarken, M 'in "9" değeri için yaklaşık 160 iterasyonda, M 'in "11" değeri için ise yaklaşık olarak 140 iterasyonda yakınsamaktadır. Görüldüğü gibi M değeri arttıkça hem yakınsama hızı artmakta hem de kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata azalmaktadır.

Şekil 28'de karesel ortalama hata M 'in "7" değeri için kararlı duruma yaklaşık 290 iterasyon sonunda yakınsarken, M 'in "9" değeri için yaklaşık 275 iterasyonda, M 'in "11" değeri için ise yaklaşık olarak 260 iterasyonda yakınsamaktadır. Görüldüğü gibi M değeri arttıkça hem yakınsama hızı artmakta hem de kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata azalmaktadır.

Şekil 29'da karesel ortalama hata M 'in "7" değeri için kararlı duruma yaklaşık 780 iterasyon sonunda yakınsarken, M 'in "9" değeri için yaklaşık 760 iterasyonda, M 'in "11" değeri için ise yaklaşık olarak 755 iterasyonda yakınsamaktadır. Görüldüğü gibi M değeri arttıkça hem yakınsama hızı artmakta hem de kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata azalmaktadır.

Bu üç şekil kendi aralarında karşılaştırıldığında, α 'nın artan değerleriyle yakınsamanın hızlandığı, buna karşılık kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hatanın büyüdüğü görülmektedir.

Kanal parametresi $W=2.9$, modül sayısı M 'in 7, 9, 11 değerleriyle, Şekil 30'da $\alpha=0.1$, Şekil 31'de $\alpha=0.05$ ve Şekil 32'de $\alpha=0.01$ değerleri için elde edilen eğriler görülmektedir.

Şekil 30'da karesel ortalama hata M 'in "7" değeri için kararlı duruma yaklaşık 150 iterasyon sonunda yakınsarken, M 'in "9" değeri için yaklaşık 135 iterasyonda, M 'in "11" değeri için ise yaklaşık olarak 120 iterasyonda yakınsamaktadır. Görüldüğü gibi M değeri arttıkça hem yakınsama hızı artmakta hem de kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata azalmaktadır.

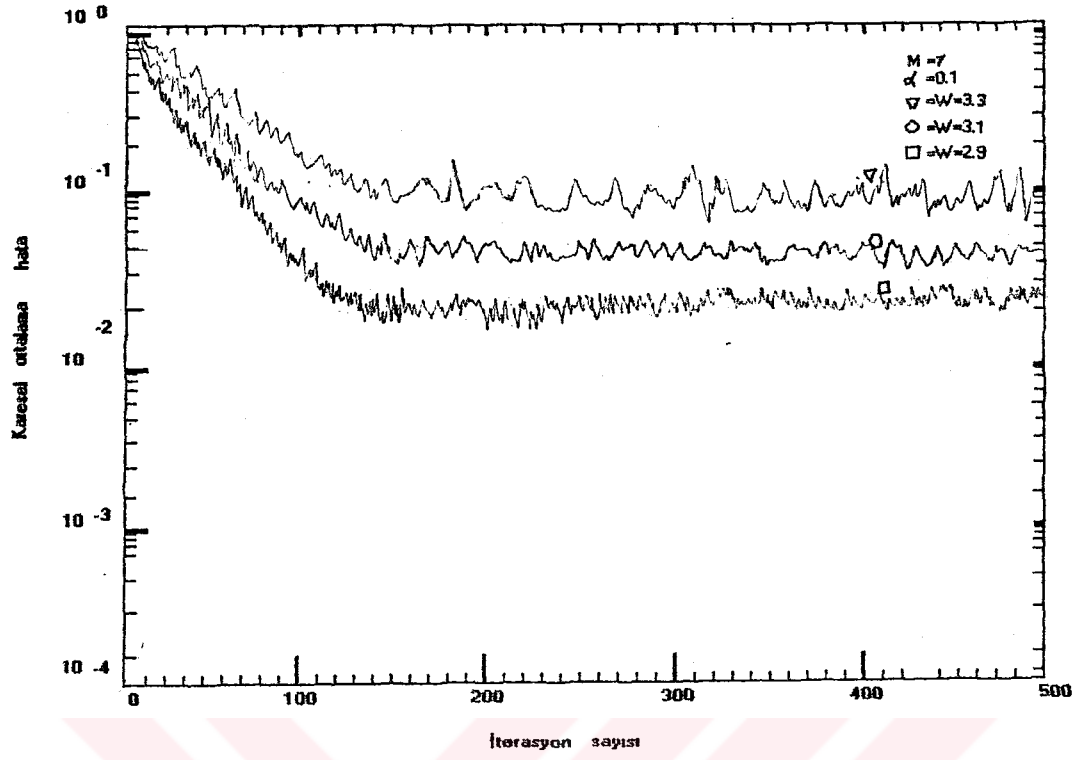
Şekil 31'de karesel ortalama hata M 'in "7" değeri için kararlı duruma yaklaşık 260 iterasyon sonunda yakınsarken, M 'in "9" değeri için yaklaşık 240 iterasyonda, M 'in "11" değeri için ise yaklaşık olarak 230 iterasyonda yakınsamaktadır. Görüldüğü gibi M değeri arttıkça hem yakınsama hızı artmakta hem de kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata azalmaktadır.

Şekil 32'de karesel ortalama hata M 'in "7" değeri için kararlı duruma yaklaşık 750 iterasyon sonunda yakınsarken, M 'in "9" değeri için yaklaşık 735 iterasyonda, M 'in "11" değeri için ise yaklaşık olarak

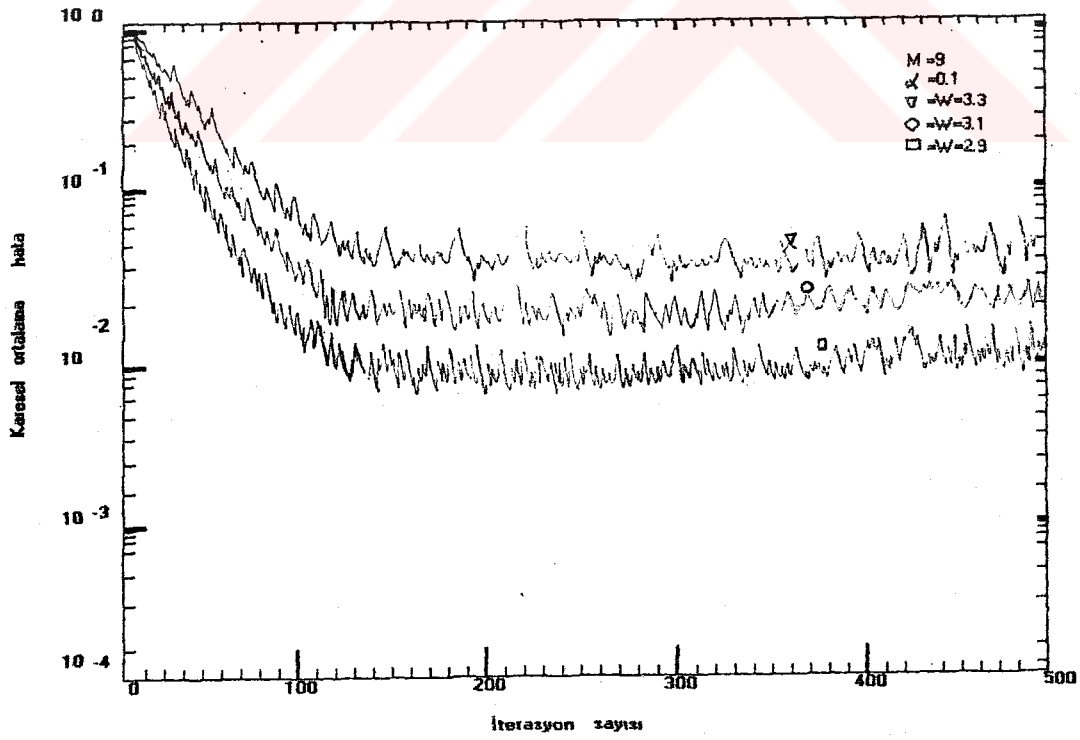
720 iterasyonda yakınsamaktadır. Görüldüğü gibi M değeri arttıkça hem yakınsama hızı artmakta hem de kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata azalmaktadır.

Bu üç şekil kendi aralarında karşılaştırıldığında, α 'nın artan değerleriyle yakınsamanın hızlandığı, buna karşılık kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hatanın büyüdüğü görülmektedir.

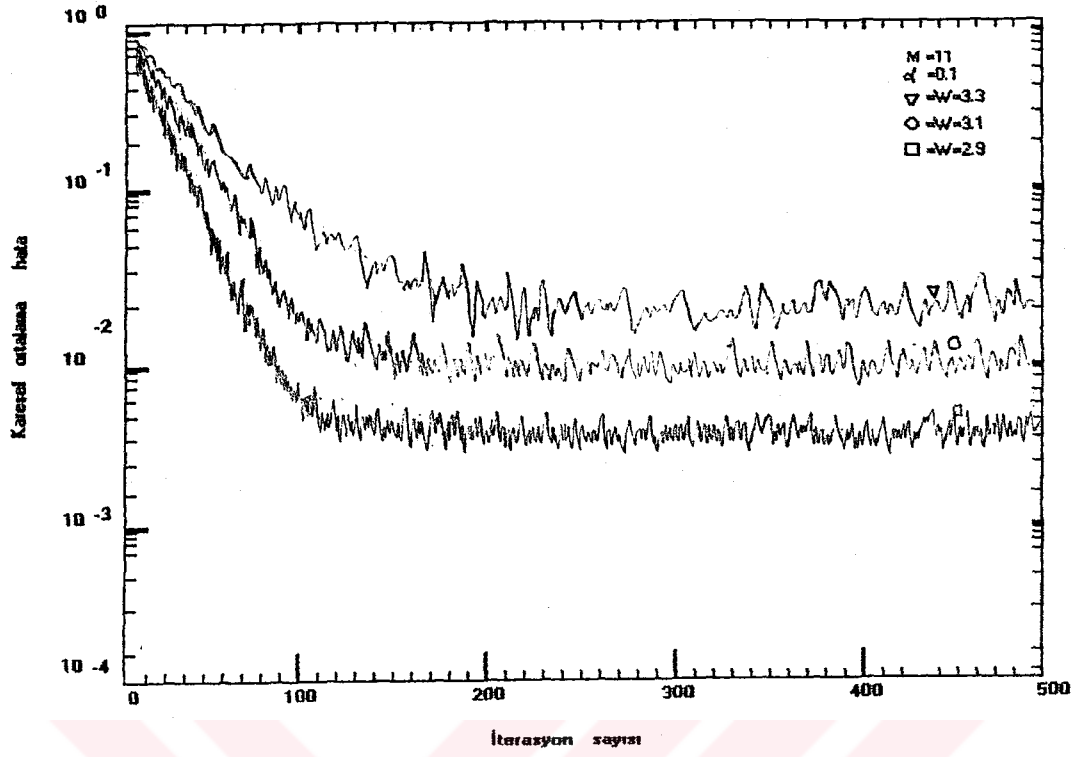




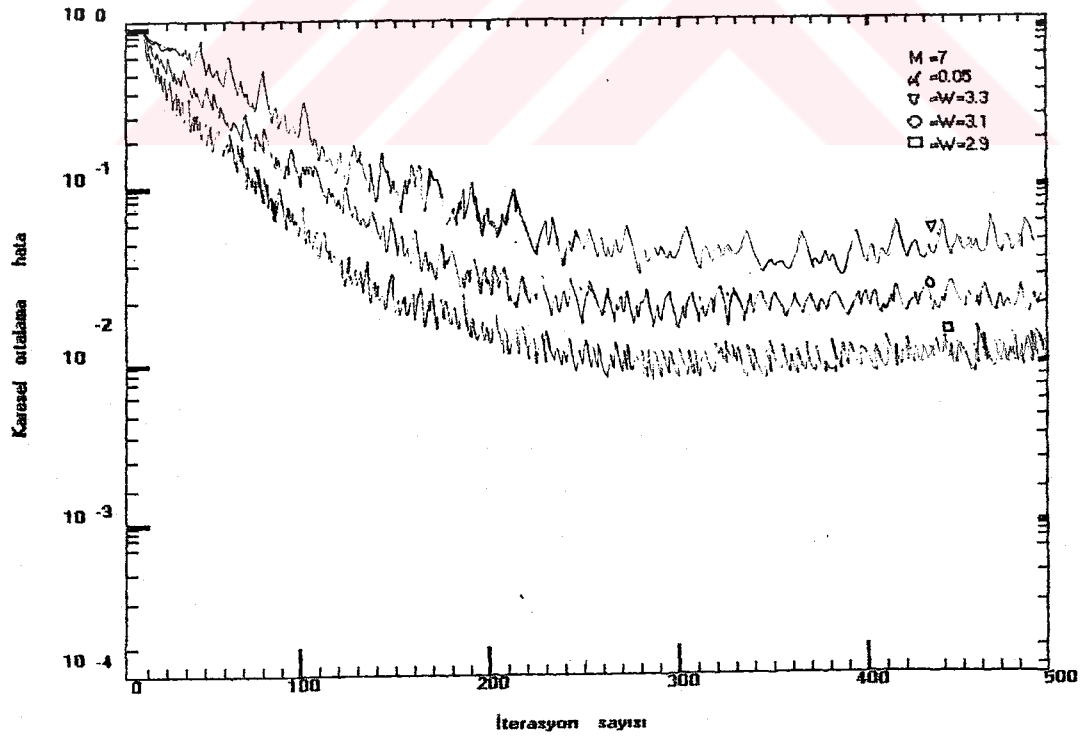
Şekil 6



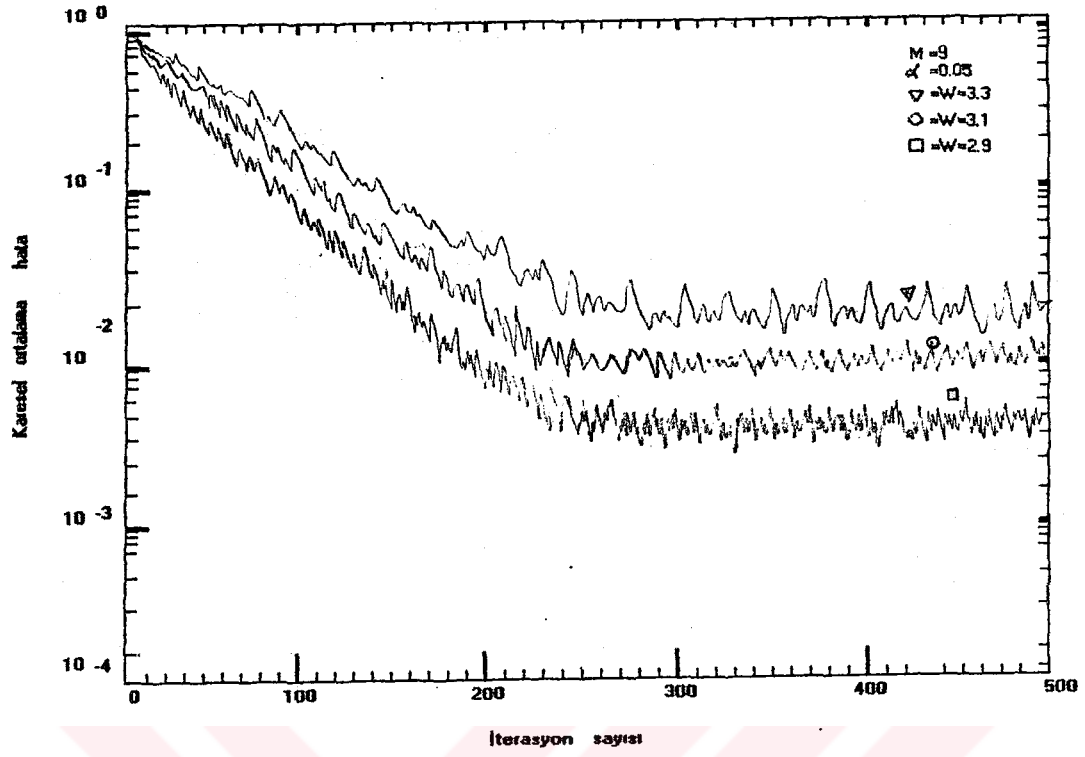
Şekil 7



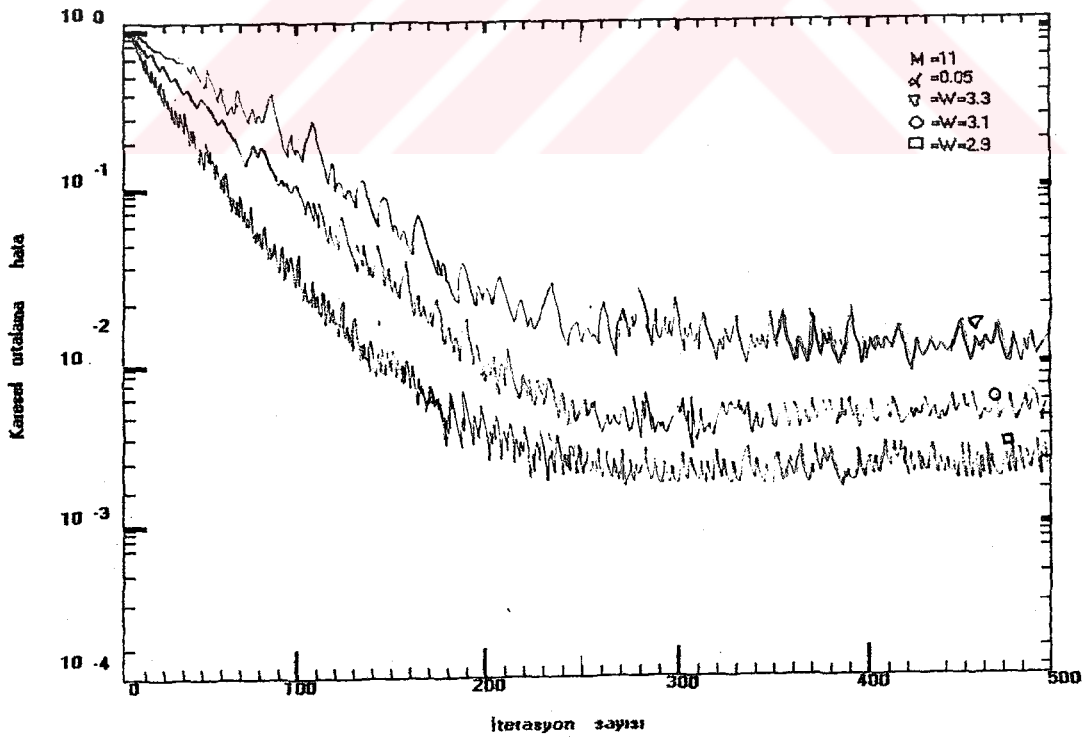
Şekil 8



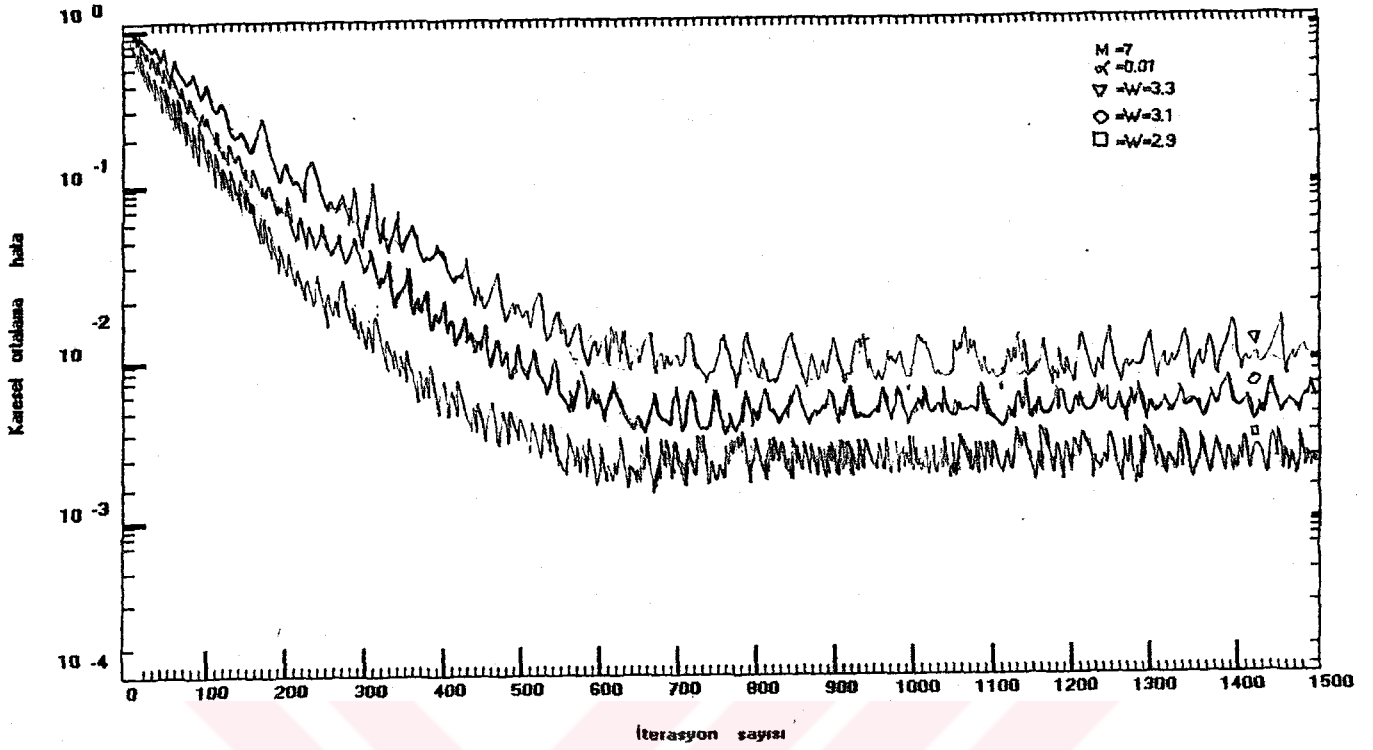
Şekil 9



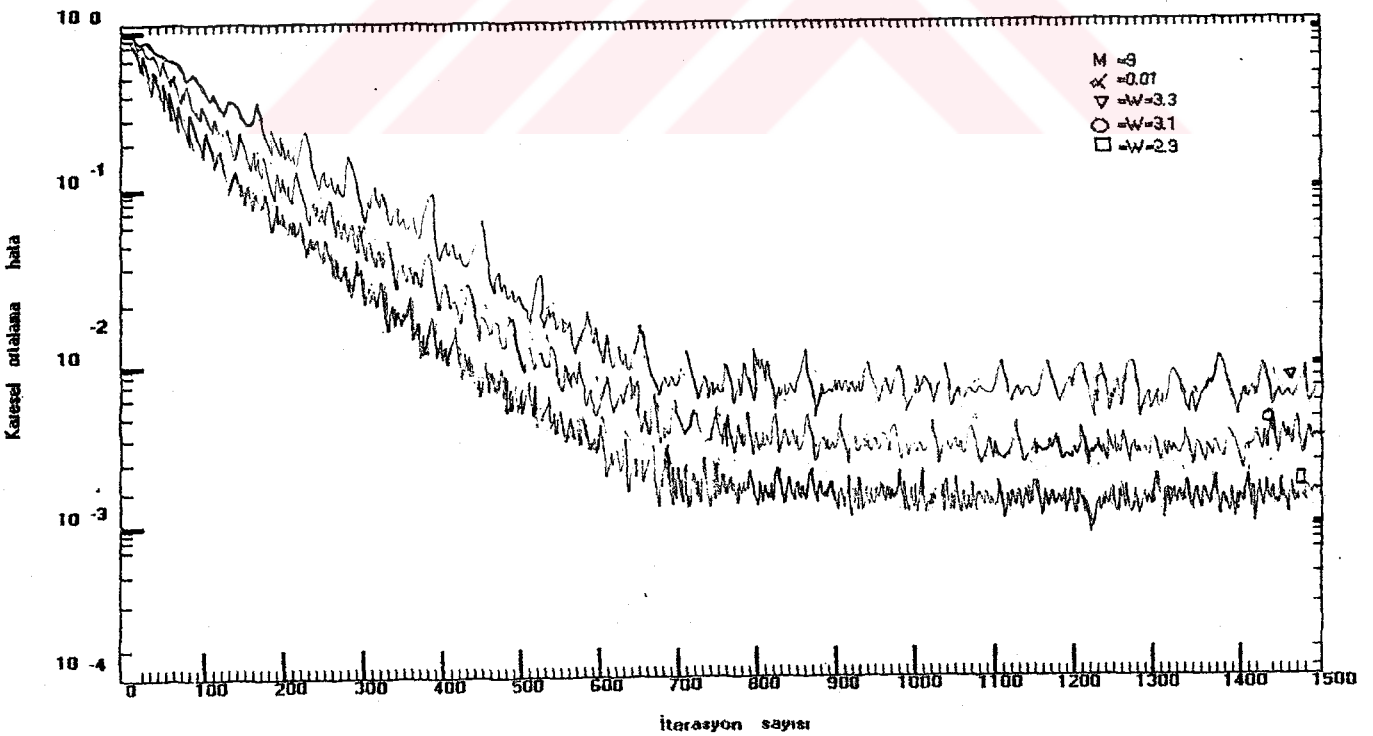
Şekil 10



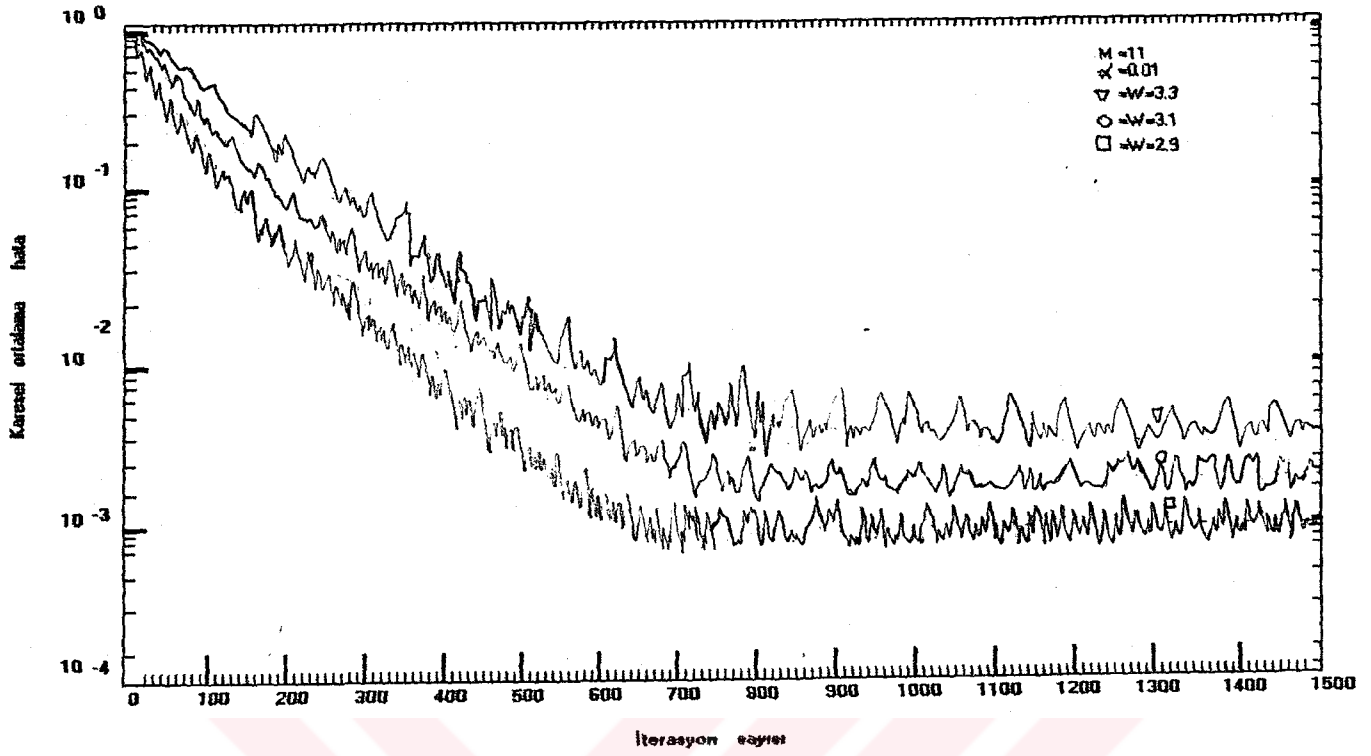
Şekil 11



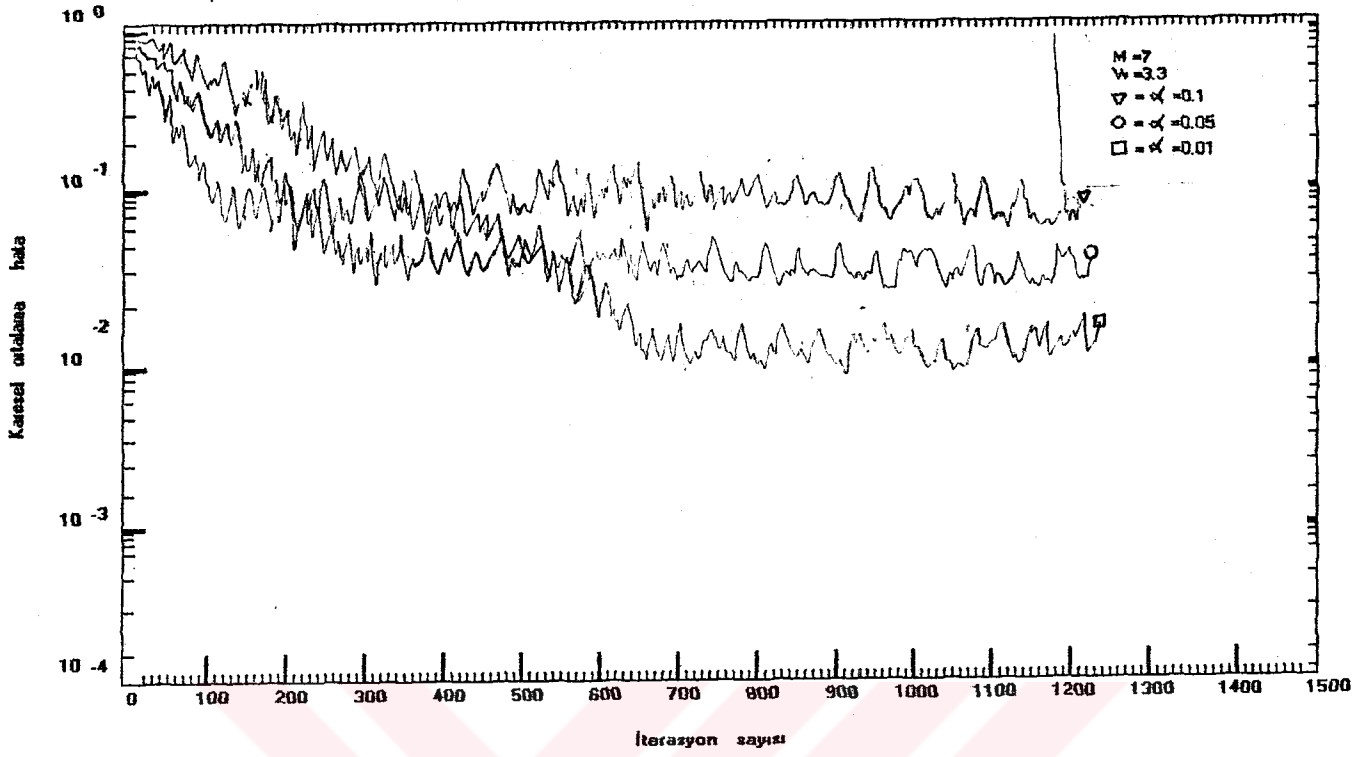
Şekil 12



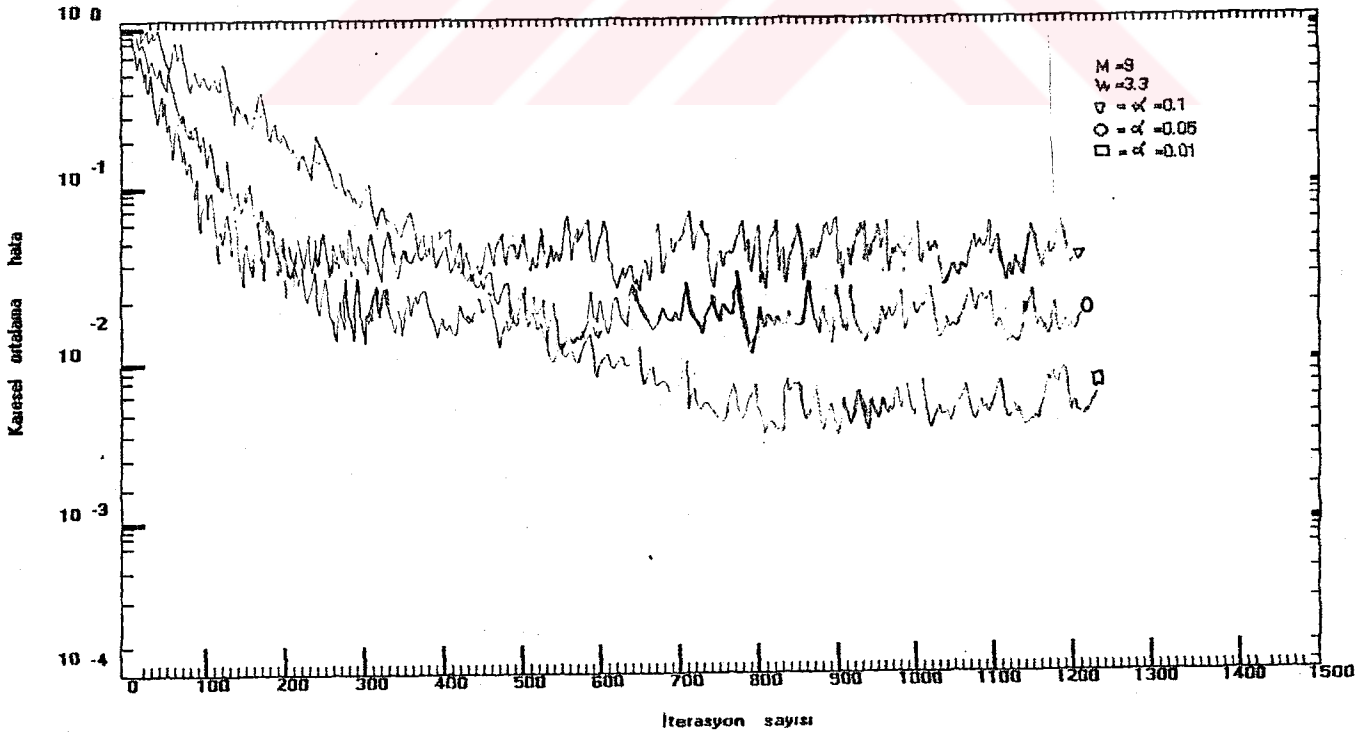
Şekil 13



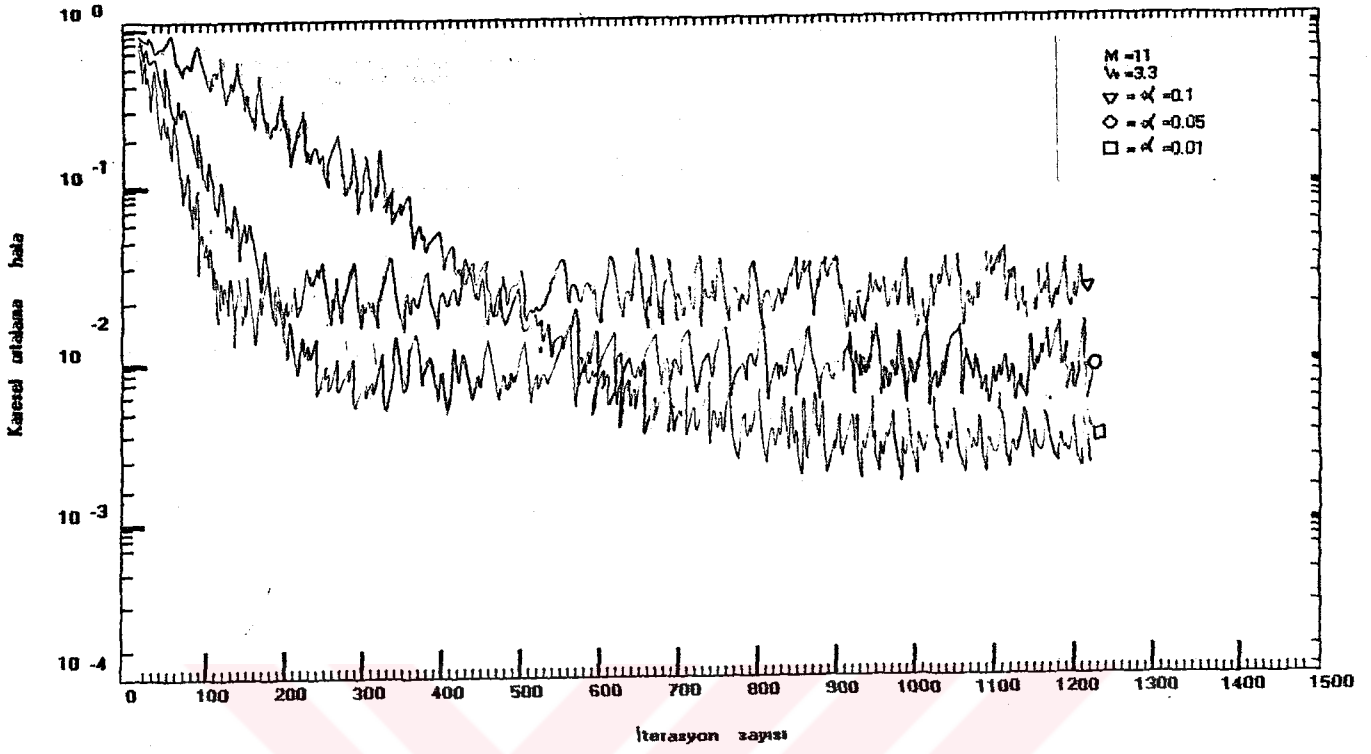
Şekil 14



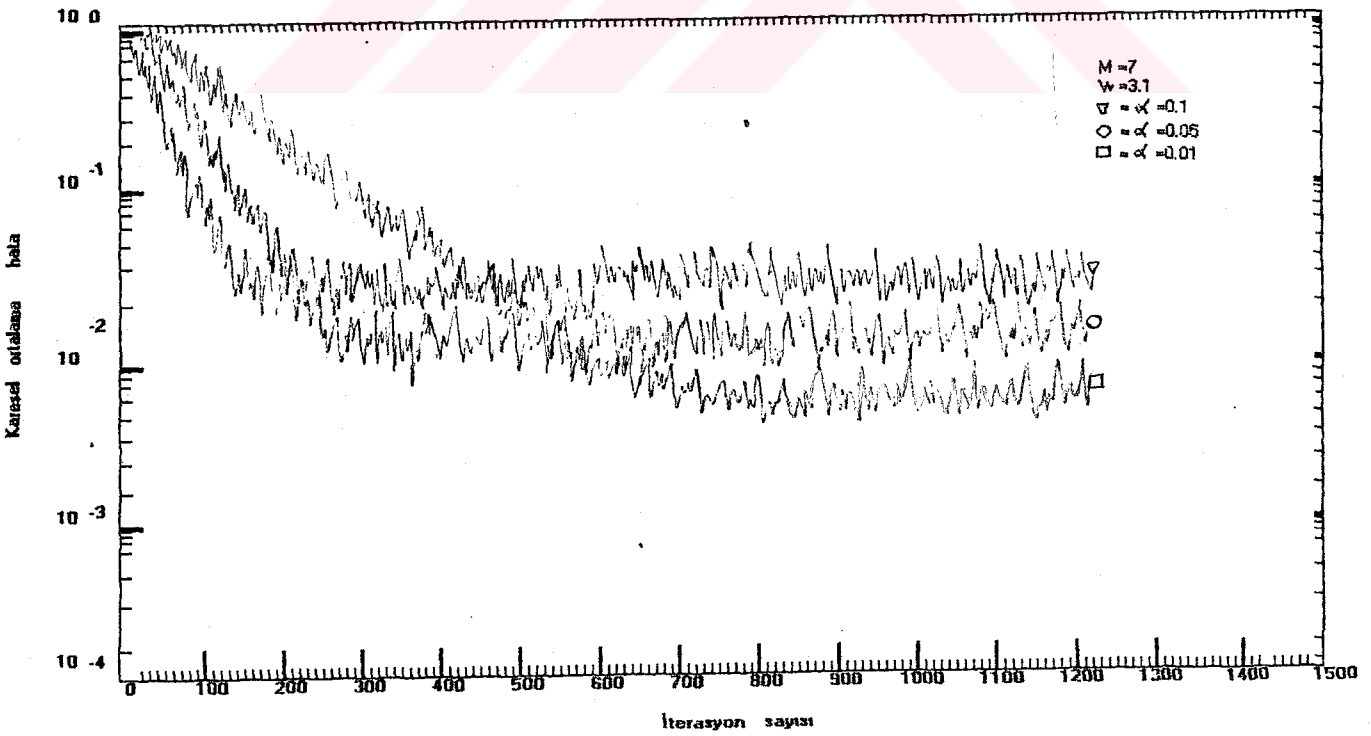
Şekil 15



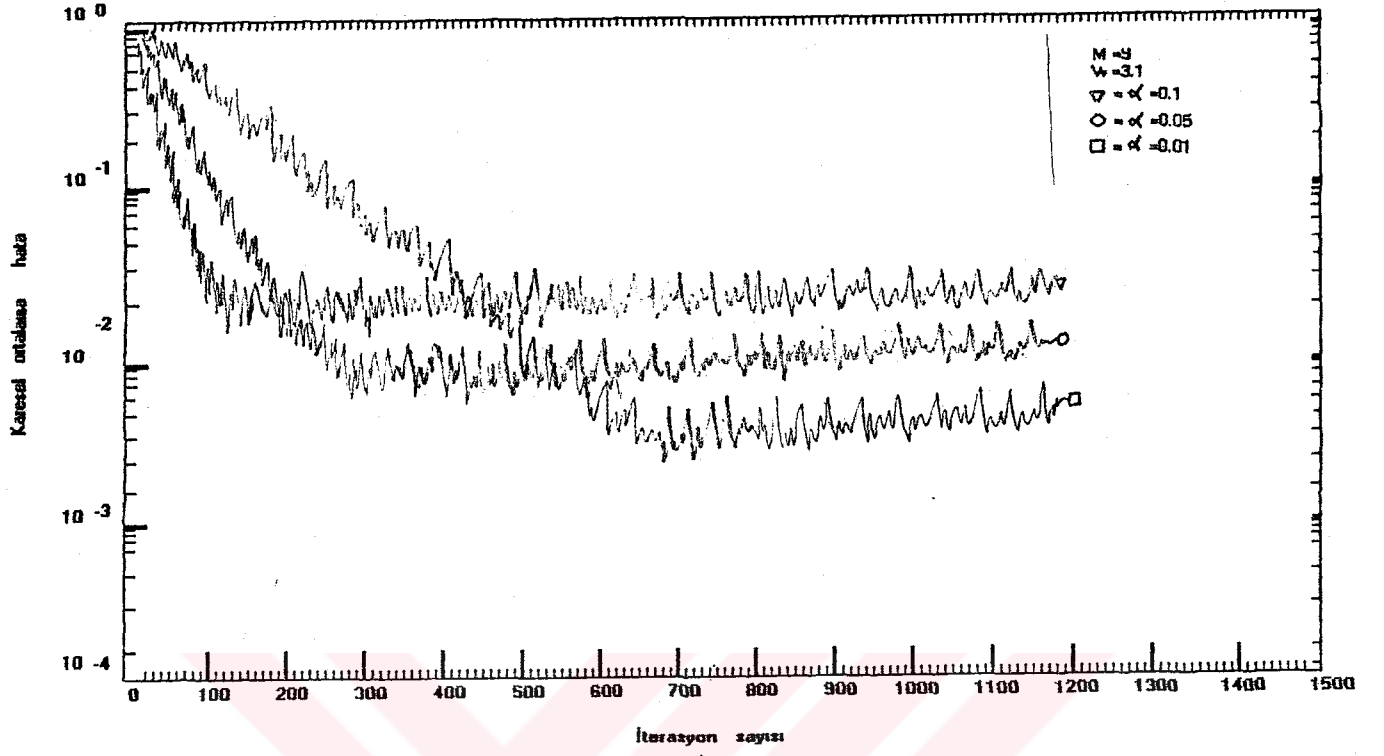
Şekil 16



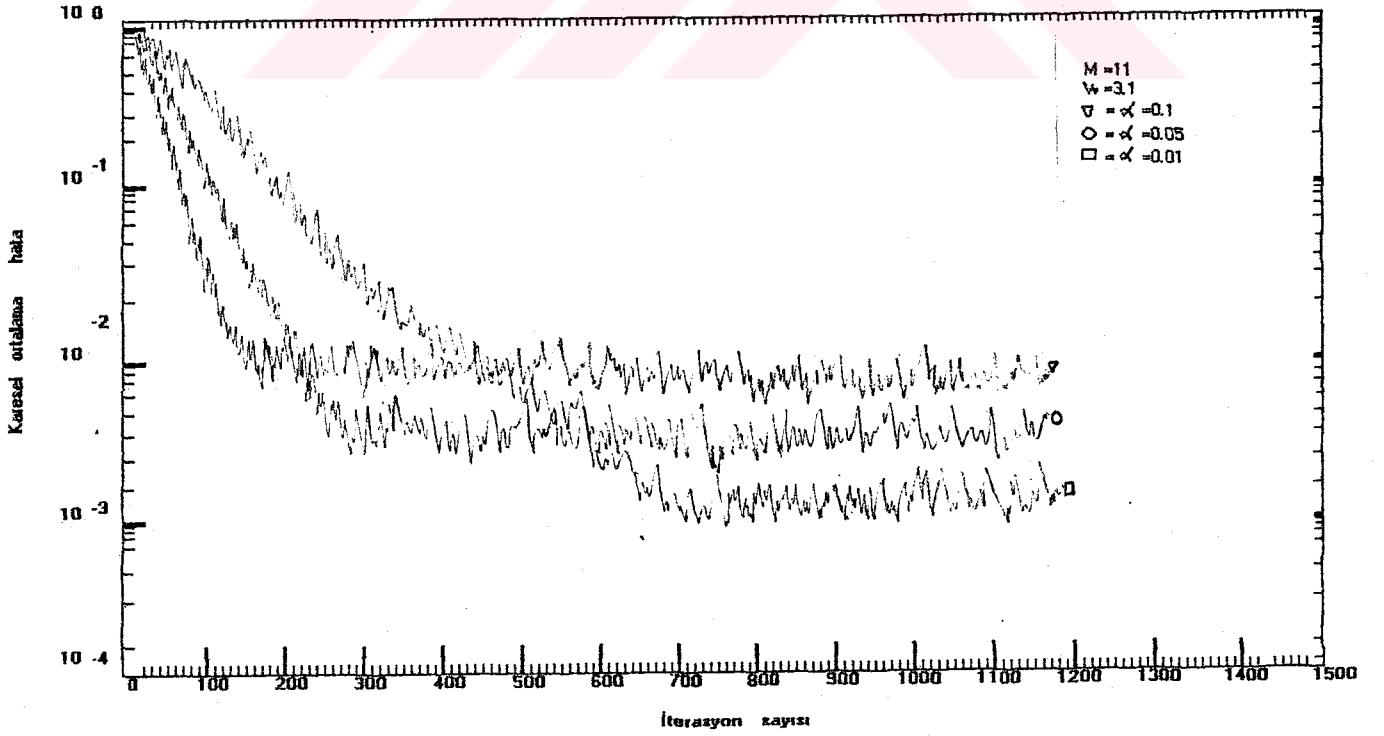
Şekil 17



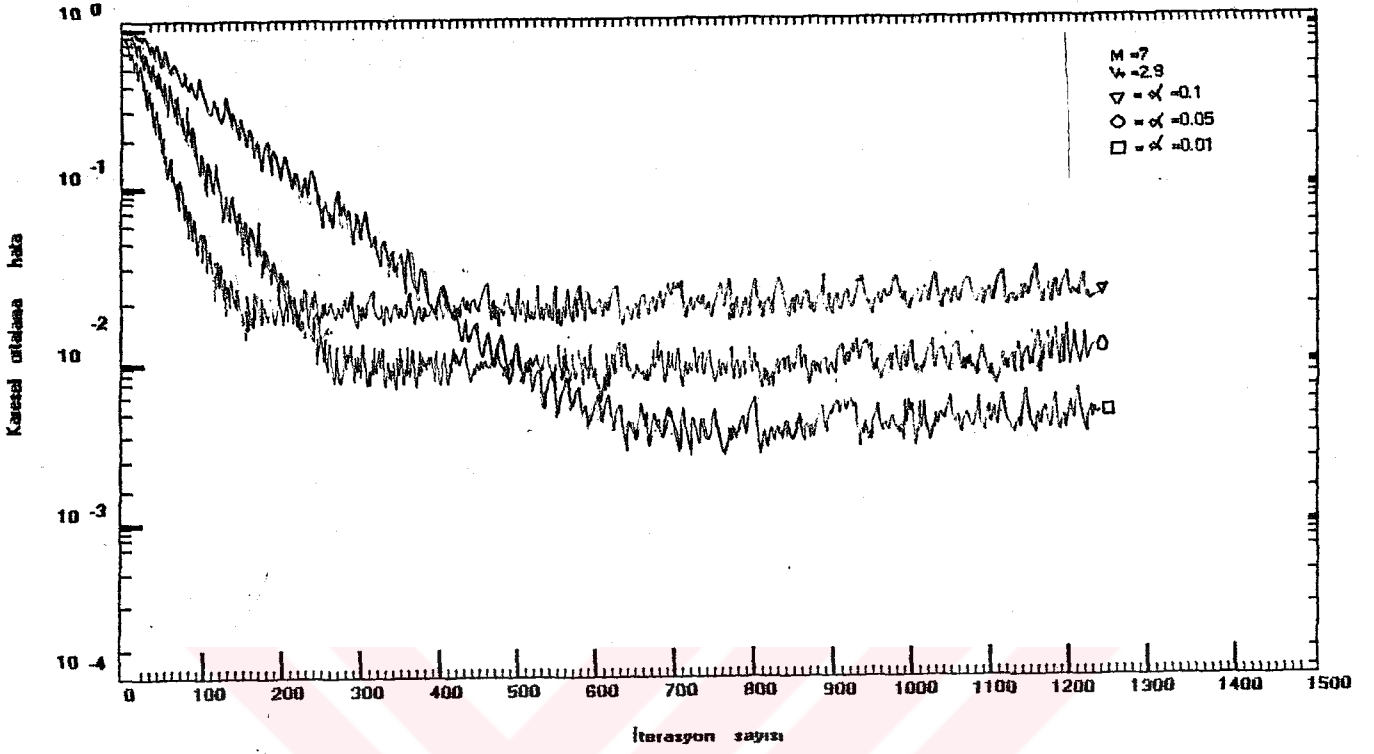
Şekil 18



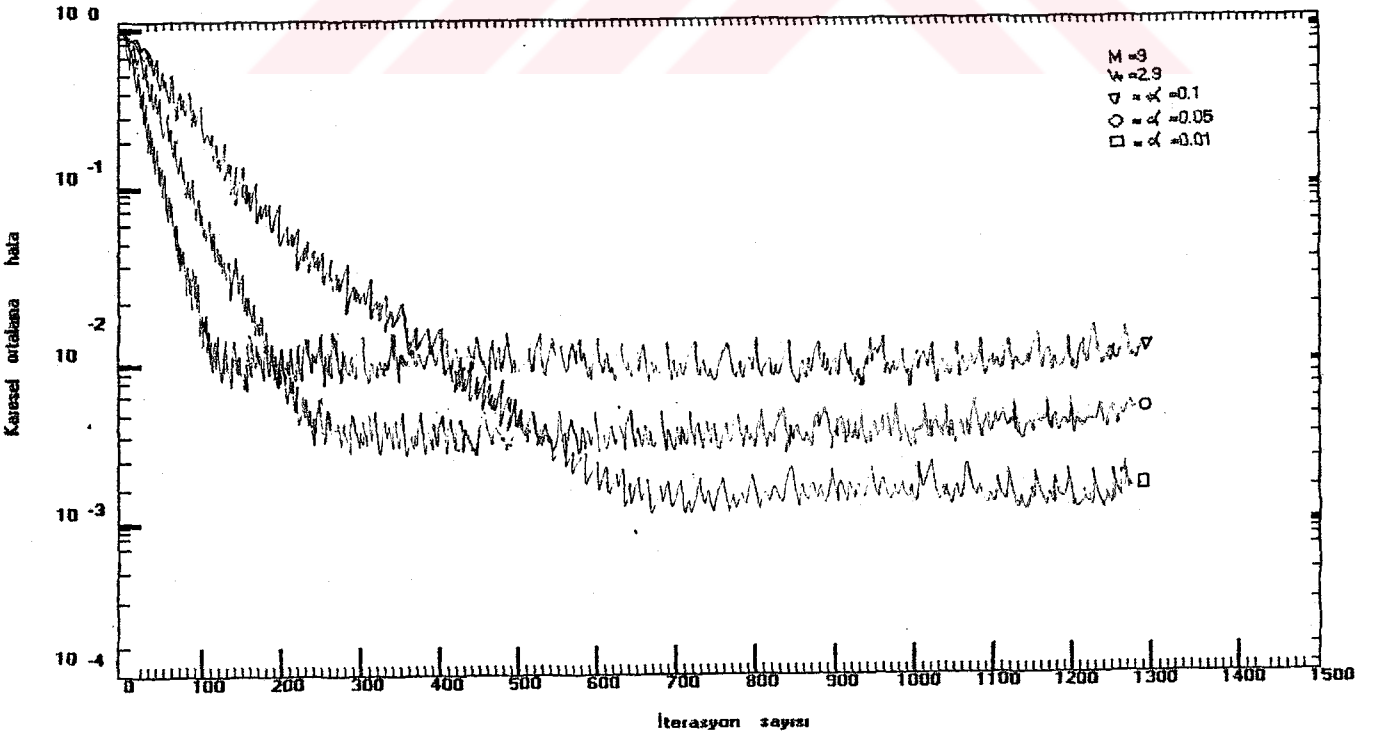
Şekil 19



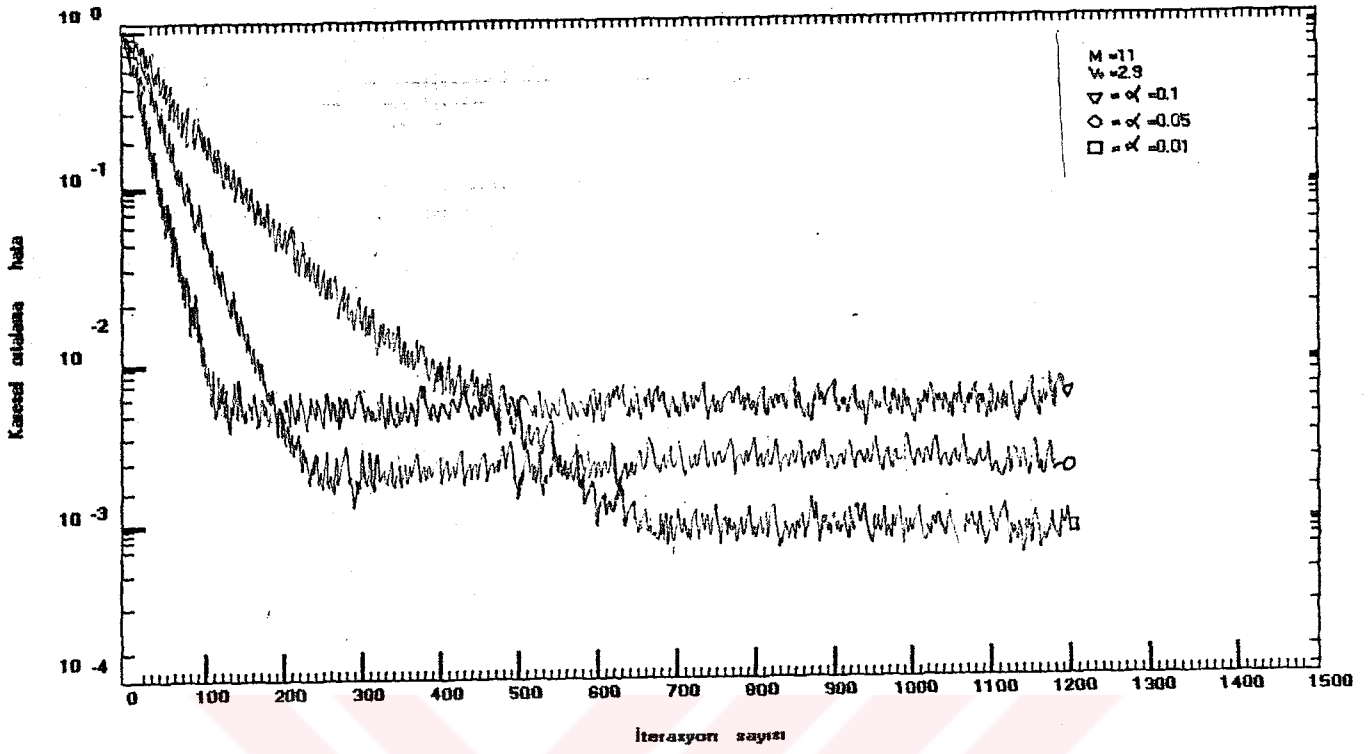
Şekil 20



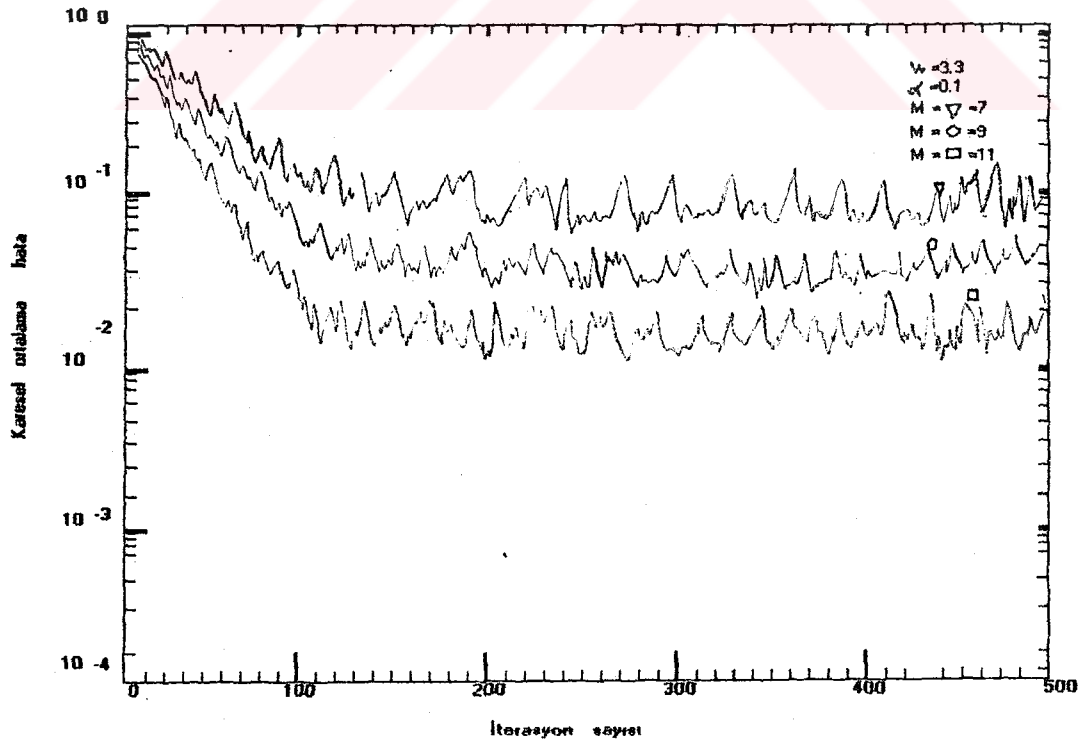
Şekil 21



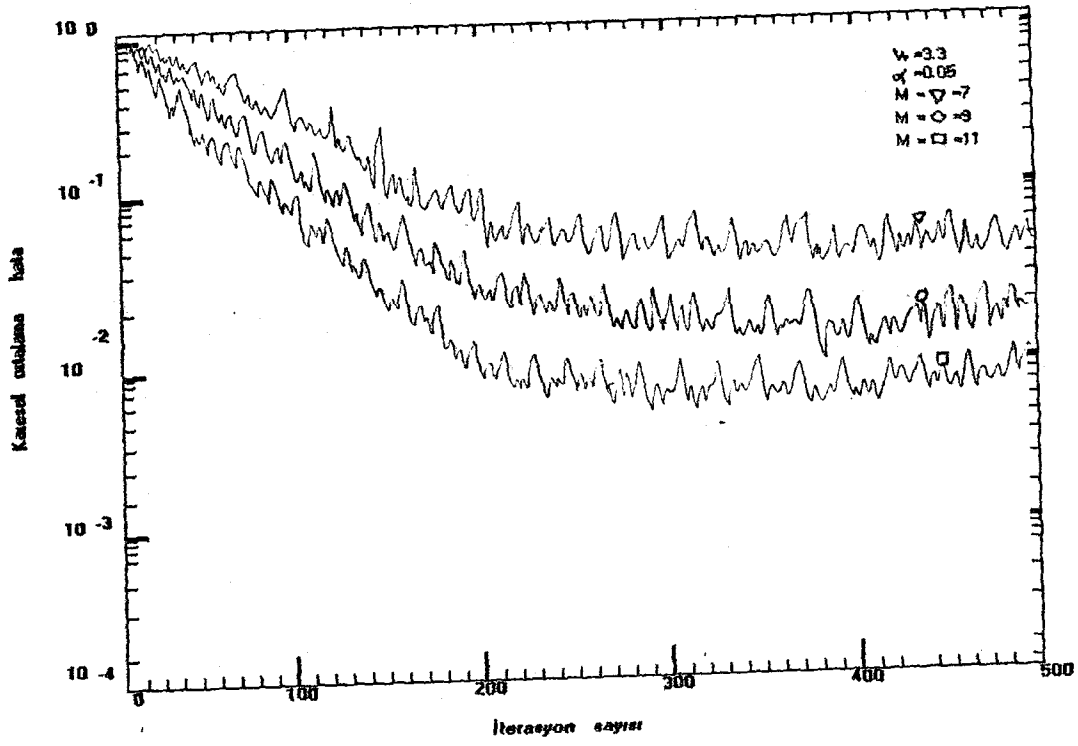
Şekil 22



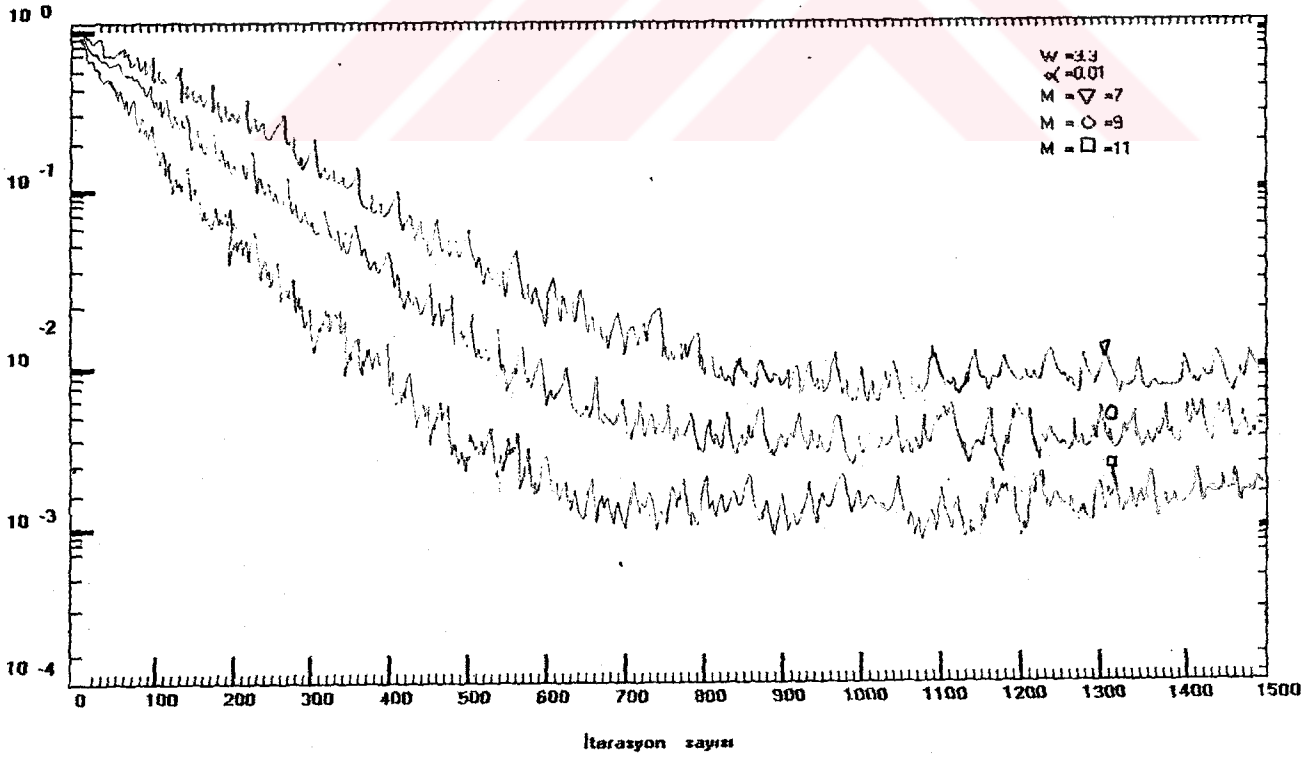
Şekil 23



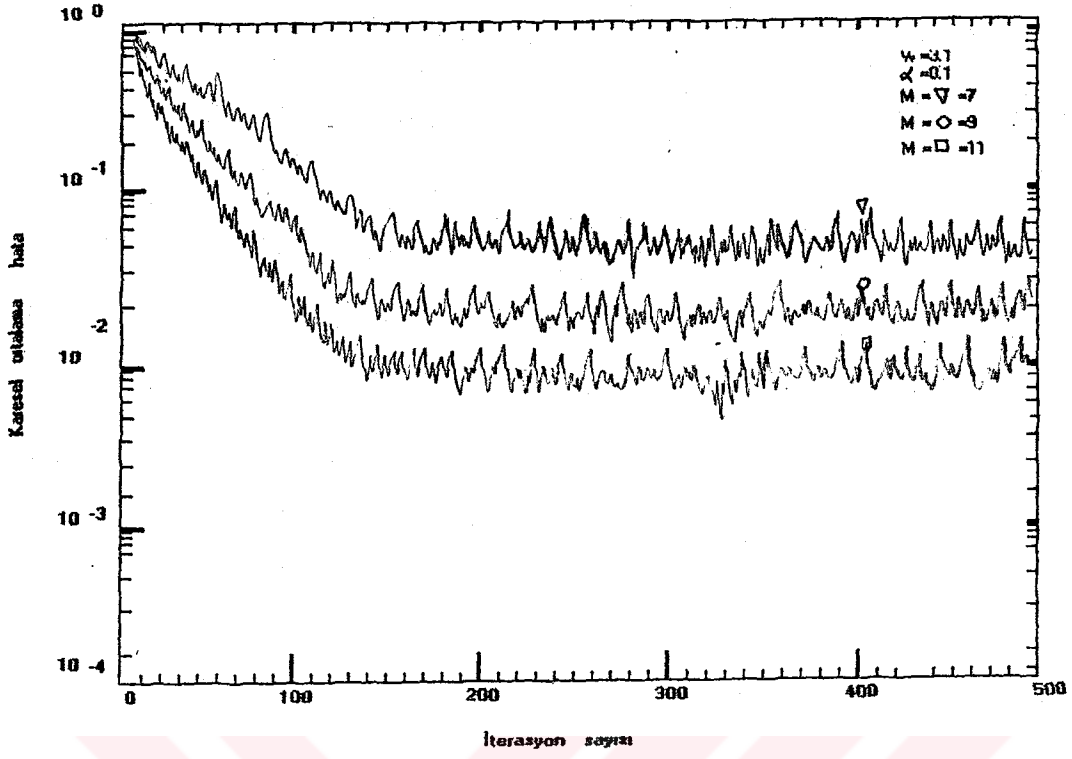
Şekil 24



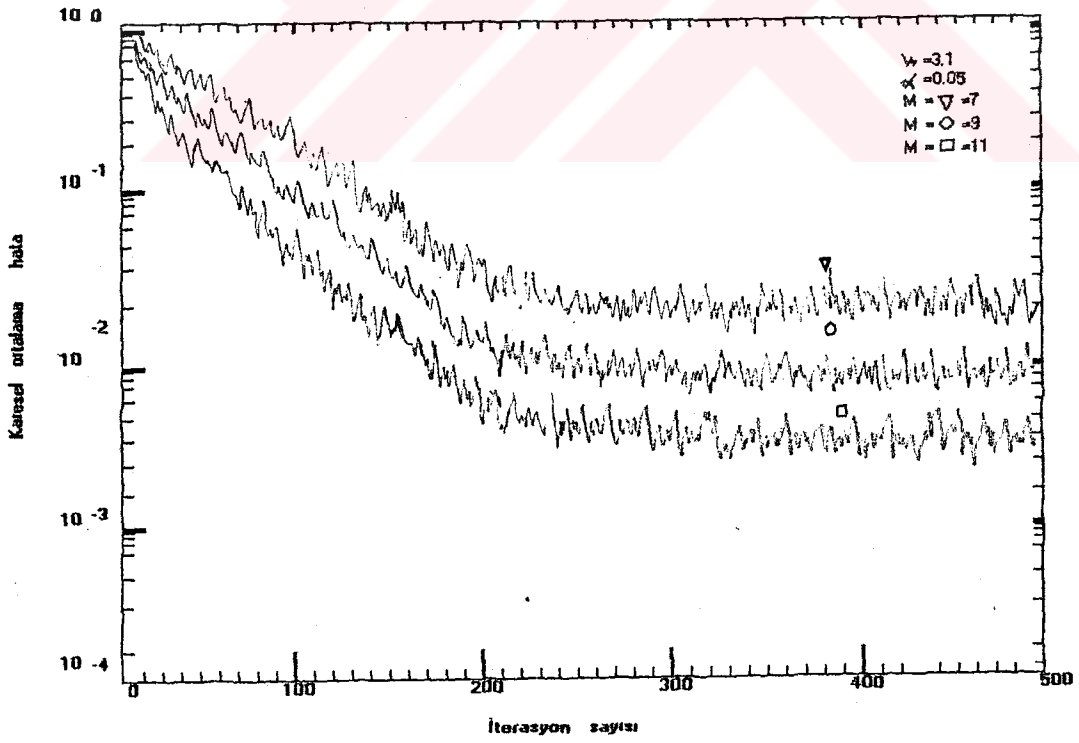
Şekil 25



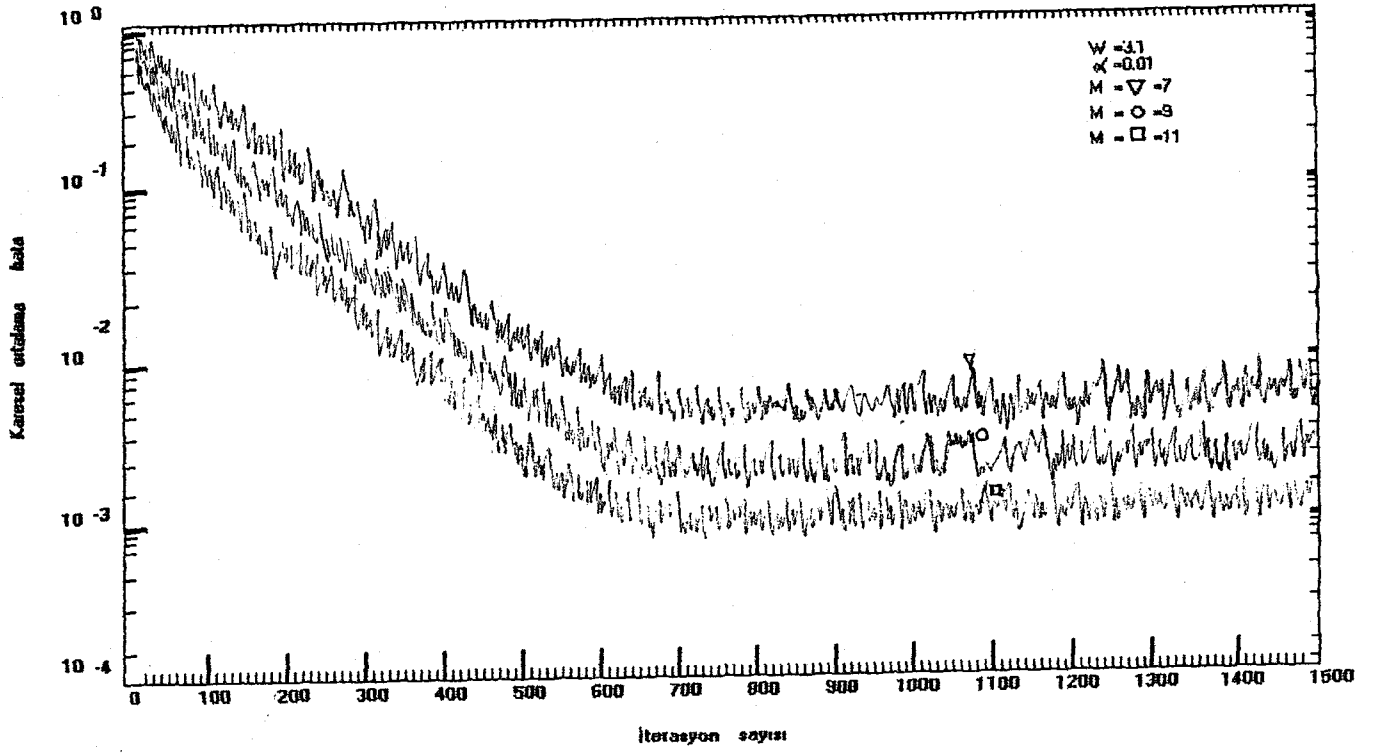
Şekil 26



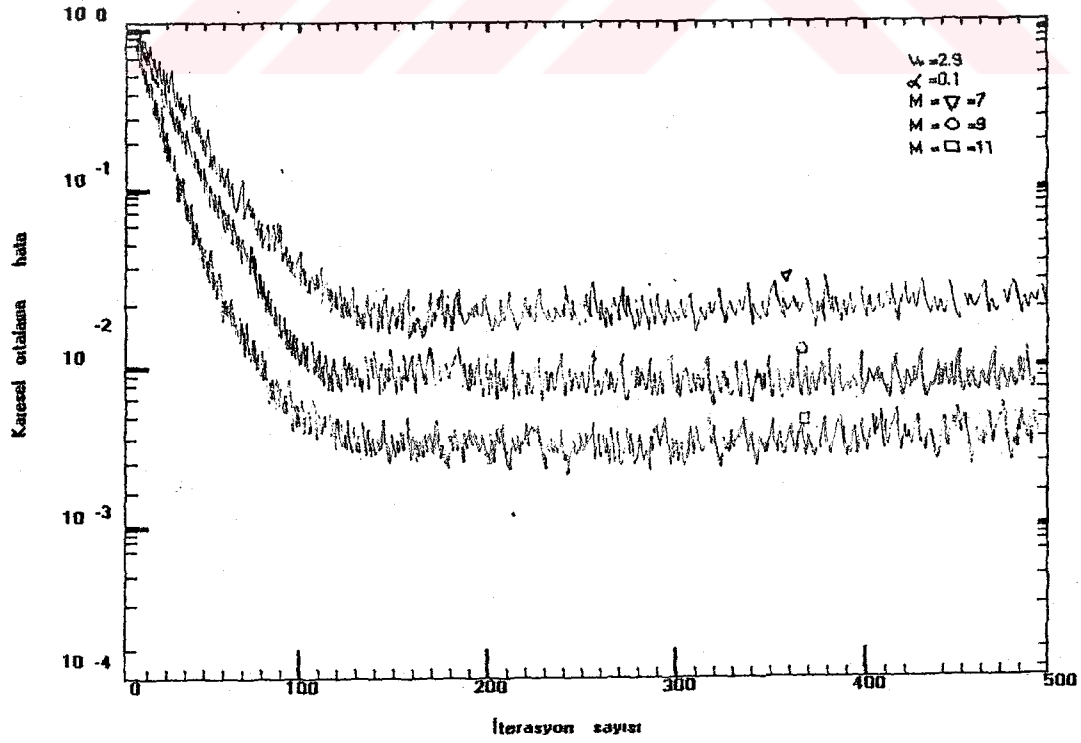
Şekil 27



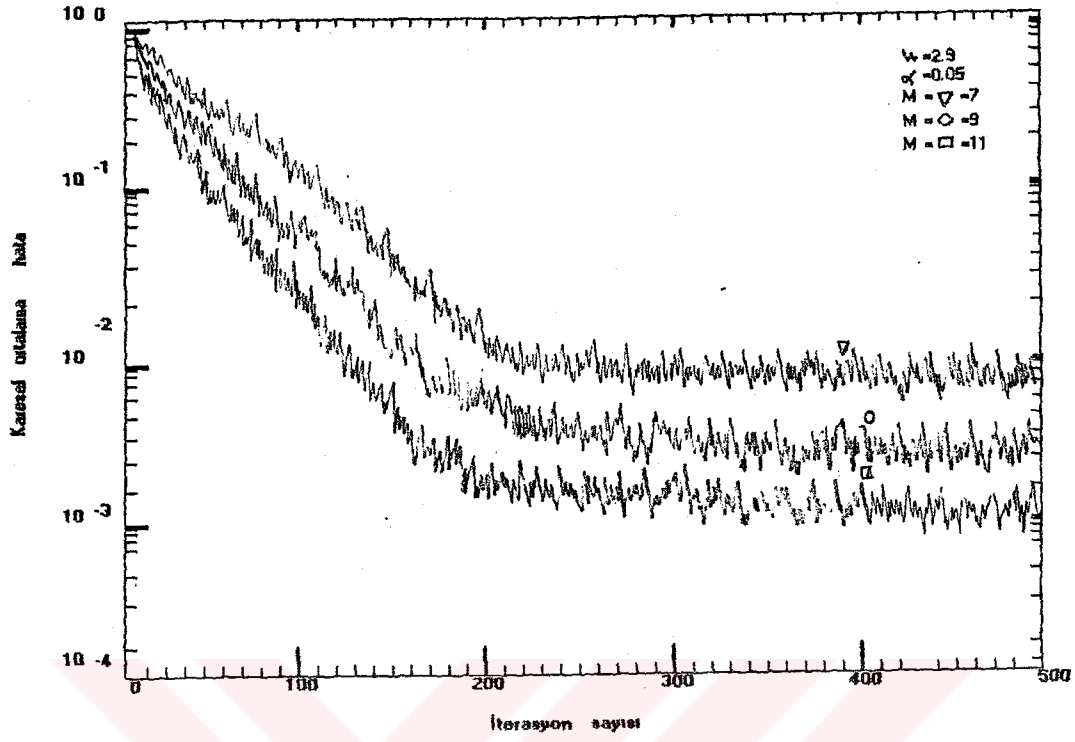
Şekil 28



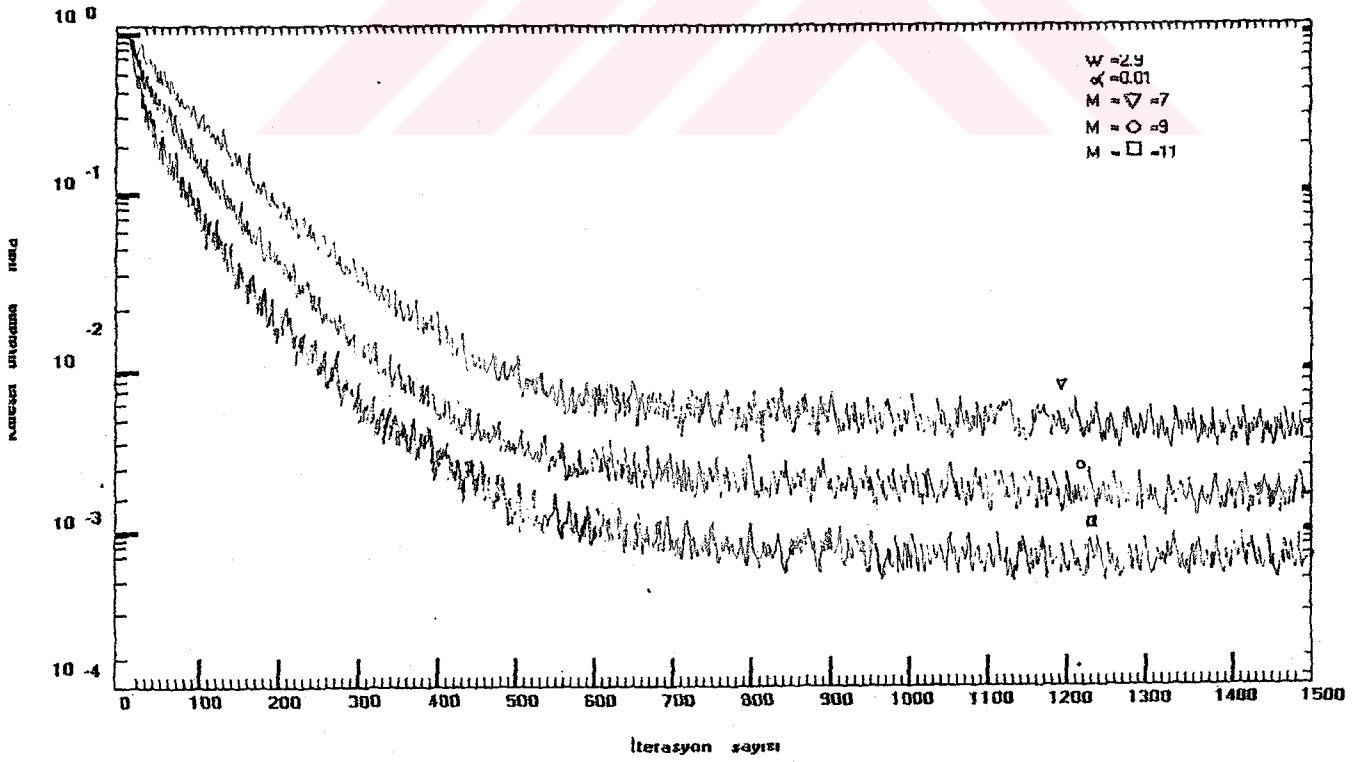
Şekil 29



Şekil 30



Şekil 31



Şekil 32

BÖLÜM 6.SONUÇ

Bu çalışmada, özyineli en küçük kare kafes algoritması kullanarak, doğrusal kanalların dengelenmesi problemi incelenmiştir. Doğrusal bir kanal modeli seçilerek, bu kanalın en küçük kare kafes algoritması yardımıyla dengelenmesine ilişkin bilgisayar simülasyonu yapılmıştır.

İncelenen özyineli en küçük kareler algoritması hızlı yakınsayan bir algoritmadır. Bu algoritma yakınsama hızı bakımından hızlı enine süzgeç algoritması ile benzerdir. Ancak modüler yapısı nedeniyle bu algoritmaya tercih edilmektedir. Modüler yapısı gerçeklemede kolaylık sağlamaktadır.

Bu çalışmada önce kafes yapının temel esasları çıkarılmış ve algoritma oluşturulmuştur. Bu algoritma kullanılarak örnek kanalın dengelenmesine ilişkin bilgisayar simülasyonu yapılmıştır. Parametrelerin bir kısmı sabit tutulup diğerleri değiştirilerek bilgisayar programı çalıştırılmış ve şu sonuçlara ulaşılmıştır:

W kanal parametresi ve α adım uzunluğu sabit tutularak, modül(stage) sayısını değiştirdiğimizde, kararlı durumda karesel ortalama hatanın ulaştığı değer, modül sayısının küçük değerli olması halinde yüksek, modül sayısının büyük değerli olması halindeyse düşük değerli olduğunu görmekteyiz. Ayrıca modül sayısının büyük seçilmesi durumunda kararlı duruma yakınsama daha hızlı olmaktadır. Ancak modül sayısının çok büyük seçilmesi hem işlem sayısını uzatmakta hem de karmaşıklığa neden olmaktadır.

Modül sayısı ve α adım uzunluğu sabit tutularak W kanal parametresini değiştirdiğimizde, karesel ortalama hatanın, W'nin düşük değerli olması halinde daha küçük olduğu görülmektedir. Ayrıca W'nin küçük değerli olması halinde, karesel ortalama hatanın dalgalanması azalmaktadır.

Modül sayısı ve W kanal parametresi sabit tutularak α adım uzunluğuna göre karesel ortalama hatayı incelediğimizde, α 'nın büyük değerli seçilmesi halinde yakınsamanın hızlı olduğu, fakat kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hatanın büyük çıktığı görülmektedir. α 'nın küçük değerli seçilmesi halinde ise yakınsama daha yavaş olmakta, buna karşılık kararlı durumda ulaşılan ortalama karesel hata küçük çıkmaktadır.

Ayrıca bu çalışmada kullandığımız algoritmanın en küçük karesel ortalama (LMS) algoritmasıyla bir karşılaştırılması da yapılmıştır. Kullanılan parametreler benzer değerde olduğu durumlar için, kafes algoritmasıyla elde edilen başarımın en küçük karesel ortalama algoritmasının başarımından daha iyi olduğu görülmüştür.

EK

BİLGİSAYAR PROGRAMI

```

1 CLS
10 INPUT " ITERASYON SAYISINI GIRIN = ", S
20 INPUT " ADIM UZUNLUĞU GIRIN = ", A
30 INPUT " MODÜL SAYISI GIRIN = ", M
40 DIM F(M,S+1), B(M,S+1), KF(M,S+1), KB(M,S+1), TF(M,S+1), TB(M,S+1)
42 DIM HF(M,S+1), HB(M,S+1), X(S+1), L(S+1), Y(S+1)
43 DIM U(M,S+1), V(M,S+1)
50 FOR N=0 TO M
60 KF(N,1)=0:KB(N,1)=0
70 TF(N,1)=1:TB(N,1)=1
80 NEXT N
90 FOR K=1 TO S
91 Y(K)=RND
92 IF Y(K)<0.5 THEN 94
93 L(K)=1:GOTO 95
94 L(K)=-1
95 IF K=1 THEN X(K)=L(K)*0.279
96 IF K=2 THEN X(K)=L(K)*0.279+L(K-1)
97 IF K>2 THEN X(K)=L(K)*0.279+L(K-1)+L(K-2)*0.279
110 F(0,K)=X(K)
111 B(0,K)=X(K)
129 NEXT K
260 FOR K=1 TO S
270 FOR N=0 TO M-1
280 B(N,0)=0
300 TF(N+1,K+1)=TF(N+1,K)*(1-A)+B(N,K-1)*B(N,K-1)*A
310 TB(N+1,K+1)=TB(N+1,K)*(1-A)+F(N,K)*F(N,K)*A
320 HF(N+1,K)=A/TF(N+1,K)
330 HB(N+1,K)=A/TB(N+1,K)
340 F(N+1,K)=F(N,K)-KF(N+1,K)*B(N,K-1)
350 B(N+1,K)=B(N,K-1)-KB(N+1,K)*F(N,K)
360 KF(N+1,K+1)=KF(N+1,K)+2*HF(N+1,K)*B(N,K-1)*F(N+1,K)
361 KB(N+1,K+1)=KB(N+1,K)+2*HB(N+1,K)*F(N,K)*B(N+1,K-1)
362 NEXT N
363 NEXT K
385 FOR K=1 TO S
386 F(0,K)=0
387 NEXT K
388 FOR N=0 TO M-1
389 F(N,0)=0
390 F(N,1)=0
391 TF(N+1,1)=1
392 NEXT N

```

```

393 FOR K=1 TO S
394 D=2+(M+1)/2
395 IF (K-D)<0 OR (K-D)=0 THEN 398
396 HB(0,K)=L(K-D)
397 GOTO 399
398 HB(0,K)=0
399 FOR N=0 TO M-1
400 HB(N+1,K)=HB(N,K)-F(N+1,K)*B(N+1,K)
401 F(N+1,0)=0
402 F(N+1,1)=0
404 TF(N+1,K+1)=(1-A)*TF(N+1,K)+A*HB(N+1,K)
408 HF(N+1,K)=A/TF(N+1,K)
410 F(N+1,K+1)=F(N+1,K)+2*HF(N+1,K)*B(N+1,K)*HB(N+1,K)
415 U(N+1,K)=B(N+1,K)*F(N+1,K)
417 NEXT N
418 NEXT K
470 FOR K=1 TO S
475 FOR N=0 TO M-1
477 V(0,K)=0
480 V(N+1,K)=U(N+1,K)+V(N,K)
500 NEXT N
541 TB(M,K)=L(K-1)-V(M,K)
542 Y(K)=V(M,K)
550 J(K)=(L(K)-Y(K))^2
570 NEXT K
580 OPEN "O", #1, "REC.MAT"
590 FOR K=1 TO S
600 PRINT #1,J(K)
610 NEXT K
620 CLOSE #1

```

KAYNAKLAR

- [1] HAYKIN, S., Adaptive Filter Theory, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1986
- [2] MAKHOUL, J., Stable and Efficient Lattice Methods for Linear Prediction, IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Processing Vol. ASSP-25, pp. 423 - 428, 1977
- [3] ORFANIDIS, S.J., Optimal Signal Processing, McMillan, Newyork, 1988
- [4] SATORIUS, E.H.,- ALEXANDER S.T., Channel Equalization Using Adaptive Lattice Algorithms, IEEE Trans. on Commun., Vol COM-27 pp. 899-905, 1979
- [5] SATORIUS, E.H.,-PACK, J.D., Application of Least Squares Lattice Algorithms to Adaptive Equalization, IEEE Trans., Commun. Vol. Com-29, pp. 136-142, 1981
- [6] THAKOR, NITISH. V., Adaptive Filtering of Evoked Potentials IEEE Trans. on Biomed. Enginn., Vol. BME-34, no. 1, pp. 6-12, 1987
- [7] MAKHOUL, J., Linear Prediction : A tutorial Review, Proc. IEEE, vol 63, pp. 561-580, 1975
- [8] FALCONER, D.D.-LJUNG, L., Application of Fast Kalman Estimation to Adaptive Equalization, IEEE Trans. Comm., vol .COM-26, No. 10, pp.1439-1446, Oct.1978

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Recep TÜRK

Doęum Tarihi :22 / 09 / 1969

Doęum Yeri : İstanbul

Öęrenim Gördüęü Okullar :

1976-1981 Arası Yeşilyuva İlkokulu,

1981-1984 Arası K.Çekmece Lisesi Orta Kısım

1984-1987 Arası Yeşilköy 50.Yıl Lisesi

1987-1991 Arası Yıldız Üniv. Müh.Fak.Elektronik ve Hab. Bölümü

1992-1995 Arası Yıldız Tek.Üniv.Fen Bil.Ens.Elektr.Bil.Dalı Lis.st

Halen TÜRK TELEKOM A.Ş. İst. Yak. Telf. Baş. Müd. İ Şeb. Grup Baş
Mhen. 1.Şantiye Amir.'de Kontrol Müh. olarak çalışmaktadır.

YüKSEKöğRETİM EKLF
UMANİYASYON MERKEZİ