

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

106253

**SES KARAKTERİSTİĞİNDEN YARARLANARAK
ANLAMLI GÖRÜNTÜ AKIŞI ELDE ETME**

Bilgisayar Müh. Öznur KILIÇ TAN

**F.B.E Bilgisayar Bilimleri Mühendisliği Anabilim Dalında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

Tez Danışmanı

: Prof. M. Yahya Karşılıgil

Doç. Dr. Harutunyan

Doç. Dr. Selim Akyokuş

Kirlos Harutunyan
Sel. Akyokuş

İSTANBUL, 2001

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	v
KISALTMA LİSTESİ.....	vi
ŞEKİL LİSTESİ.....	vii
ÇİZELGE LİSTESİ.....	ix
ÖNSÖZ.....	x
ÖZET.....	xi
ABSTRACT	xii
1. GİRİŞ	1
2. SES HAKKINDA GENEL BİLGİ	3
2.1 Sesin Tanımı	3
2.2 Ses Dalgaları.....	4
2.3 Sesin Fiziksel Özellikleri	4
2.3.1 Frekans	4
2.3.2 Dalga boyu	4
2.3.3 Genlik.....	5
2.3.4 Harmonikler (harmonics)	6
2.3.5 Tını	6
3. SESİN SAYISAL GÖSTERİMİ VE SPEKTRAL ANALİZ.....	7
3.1 Örneklem Kuramı ve Tarihçesi.....	9
3.1.1 Nyquist frekansı.....	10
3.1.2 Örtüşme	14
3.1.3 Kuantalama.....	16
3.1.4 Saklama gereksinimleri	19
3.2 Sayısal Ses Kaydı Ve PCM.....	20
3.2.1 Darbe kod modülasyonu	22
4. ZAMAN – FREKANS GÖSTERİMİ.....	24
4.1 Sesin Zaman Bölgesi Ve Frekans Bölgesi Gösterimleri	24
4.2 Fourier Dönüşümü (Fourier Transform)	26
4.3 Standart Fourier Analizinin Kısıtlamaları	28
4.4 Zaman-Frekans Analizine Doğru	32
4.5 Kısa Zamanlı Fourier Dönüşümü	32
4.5.1 Tanımı	32
4.5.2 Zaman bölgesinde pencereleme.....	34
4.5.3 Frekans bölgesinde pencereleme	34

4.5.4	Zaman-Frekans düzlemi.....	36
4.5.5	Zaman-Frekans belirsizliği.....	37
4.5.6	Heisenberg belirsizlik ilkesi	39
4.5.7	Kısa Zaman Fourier Dönüşümü'nün dezavantajları	40
5.	ÇOKLU ÇÖZÜNÜRLÜK ANALİZİ VE DALGACIK DÖNÜŞÜMÜ	42
5.1	Çoklu Çözünürlük Analizi	42
5.2	Dalgacık Dönüşümü (Wavelet Transform)	43
5.2.1	Dalgacık nedir?	43
5.2.2	Dalgacıklara genel bakış	43
5.2.2.1	Ölçek	44
5.2.2.2	Temel fonksiyonlar	45
5.2.2.3	Ölçeği değişen temel fonksiyonlar	46
5.3	Dalgacıklara teknik açıdan bakış	46
5.4	Dalgacık Türleri.....	49
5.5	Fourier İle Wavelet Dönüşümünün Karşılaştırılması	50
5.5.1	Benzerlikler	50
5.5.2	Farklılıklar	50
5.6	Sürekli Dalgacık Dönüşümü	52
5.6.1	Zaman-Frekans çözünürlükleri.....	53
5.6.2	Dalgacık teorisi: matematiksel bir yaklaşım	55
5.6.2.1	Temel vektörler.....	55
5.6.2.2	İç çarpım, dikgenlik ve birimdiklik	56
5.6.3	Dalgacık sentezi.....	58
5.6.4	Sürekli Dalgacık Dönüşümü'nün ayrıklaşması : dalgacık serileri	59
5.7	Ayrık Dalgacık Dönüşümü (Discrete Wavelet Transform)	62
5.7.1	Ayrık dalgacık dönüşümüne giriş	62
5.7.2	Alt bant kodlaması ve çoklu çözünürlük analizi	63
5.8	Dalgacık Uygulamaları	68
5.8.1	Veri sıkıştırma	68
5.8.2	Gürültü temizleme	69
5.8.3	Kaynak ve kanal kodlaması.....	70
5.8.4	Biyomedikal mühendisliği	70
5.8.5	Örselemeyen değerlendirim	70
5.8.6	Kısmi türevlerin sayısal çözümü	70
5.8.7	Uzak evrenlerin incelenmesi	70
5.8.8	Dalgacık ağı.....	70
5.8.9	Sıfır geçiş gösterimi	71
5.8.10	Fraktallar	71
5.8.11	Düzensizlik analizi.....	71
5.8.12	Mali analiz.....	71
5.8.13	Müzikal sesler	72
6.	UYGULAMA	73
6.1	Geliştirilen Sistemin yapısı	74
6.2	Ses Alma	75
6.3	Ses İşleme.....	76
6.4	Görüntü Oluşturma	77
6.4.1	FFT sonucunun iki boyutlu gösterimi	78
6.4.2	FFT sonucunun üç boyutlu gösterimi (elips yöntemi).....	79
6.4.3	DWT sonucunun üç boyutlu gösterimi	83

7. SONUC	85
KAYNAKLAR	86
EKLER	89
Ek 1 Sesin Fiziksel Özellikleri	90
Ek 2 Dalgacık Dönüşümünün Tarihsel Gelişimi	98
ÖZGEÇMİŞ	104



SİMGE LİSTESİ

c_k	k. Fourier katsayısı
C_ψ	Dalgacık dönüşümünde ψ 'a bağlı bir sabit
f	Frekans
$\hat{F}$	STFT' de zaman-frekans düzleminde frekans büyüklüğü
F_0	STFT merkez frekansı
$g(T)$	STFT' de zaman bölgesinde analiz fonksiyonu
$G_{FT}(F)$	STFT' de frekans bölgesinde analiz fonksiyonu
$g[n]$	Dalgacık dönüşümünde alçak geçiren filtreler
$h[n]$	Dalgacık dönüşümünde yüksek geçiren filtreler
L	Filtre uzunluğu
N	Örnekleme oranı
s	Ölçek
$X_{STFT}(\hat{T}, \hat{F})$	STFT dönüşümü
τ	Periyot
$\hat{T}$	STFT' de zaman-frekans düzleminde zaman büyüklüğü
T_0	STFT analiz fonksiyonu merkezi
$W(T)$	STFT pencere fonksiyonu
$x(T)$	İşaretin zaman gösterimi
$X_{FT}(F)$	İşaretin frekans gösterimi
Ω	Dairesel frekans
$\Delta_{g(T)}$	STFT' de zaman bölgesinde analiz fonksiyonu yarıçapı
$\Delta_{G_{FT}(F)}$	STFT' de frekans bölgesinde analiz fonksiyonu yarıçapı
ψ	Ana dalgacık (mother wavelet)
$y_{yüksek}$	Yüksek geçiren filtrelerin her seviyedeki çıktıları
$y_{alçak}$	Alçak geçiren filtrelerin her seviyedeki çıktıları
μ_k	Birimlik temel fonksiyonlar için katsayılar

KISALTMA LİSTESİ

CWT	Continuous Wavelet Transform
DWT	Discrete Wavelet Transform
ECG	Electro Cardiography
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
ITFT	Inverse Time Fourier Transform
FT	Fourier Transform
FFT	Fast Fourier Transform
MRA	Multi Resolution Analysis
NDE	Nondestructive Evaluation
QMF	Quadrature Mirror Filters
PAM	Pulse Amplitude Modulation
PCM	Pulse Code Modulation
PNM	Pulse Number Modulation
PPM	Pulse Position Modulation
PWM	Pulse Width Modulation
RGB	Red Green Blue
STFT	Short Time Fourier Transform
TFR	Time Frequency Resolution
WSD	Wavelet Shrinkage Denoising
WT	Wavelet Transform
3D	Three Dimensional

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1 Sesin genlik ve dalga boyu ilişkisi	5
Şekil 2.2 Harmonikler	6
Şekil 3.1 Analog ses dalgası	7
Şekil 3.2 Elektriksel dalga	7
Şekil 3.3 Analog sayısal çevirici çıktısı	8
Şekil 3.4 İşaretin örneklere ayrılması	8
Şekil 3.5 Ortaya çıkan örnek değerleri	9
Şekil 3.6 Örnekleme kuramı ile bant-sınırlı işaret sayısallaştırılıp yeniden oluşturulabilir	11
Şekil 3.7 Zamanda sürekli işaretin örneklenmesi	12
Şekil 3.8 Nyquist frekansı üzerinde örnekleme, işaret yeniden oluşturulabilir	14
Şekil 3.9 Örtüşme	14
Şekil 3.10 36 kHz'lik işaretin 44 kHz ile örneklenmesi sonucu oluşan örtüşme	15
Şekil 3.11 Düşük sözcük uzunluğu, ölçeklendirme hatasının artmasına neden olur	17
Şekil 3.12 Kuantalama hatasının oluşumu	18
Şekil 3.13 Dört bit sözcük uzunluğu ile kuantalama	19
Şekil 3.14 Darbe modülasyon yöntemleri	21
Şekil 3.15 Doğrusal PCM sisteminin kayıt bölümü	23
Şekil 3.16 Darbe kod modülasyonu ile gösterim	23
Şekil 4.1 Basit bir zaman-frekans gösterimi	24
Şekil 4.2 Zaman-Frekans gösteriminde genlik bilgisi	25
Şekil 4.1 Tüm zaman boyunca 5, 10,20,50 Hz frekanslarına sahip işaret	29
Şekil 4.2 Aynı frekanslara tüm zaman eksenini boyunca sahip işaretin Fourier dönüşümü	29
Şekil 4.3 5,10,20 ve 50 Hz frekanslarına farklı zamanlarda sahip işaret	30
Şekil 4.4 Aynı frekanslara tüm zaman boyunca sahip işaretin Fourier dönüşümü	30
Şekil 4.5 STFT analiz fonksiyonu. a) gerçek kısım, b) sanal kısım	33
Şekil 4.6 STFT analiz fonksiyonunun üç örneği	34
Şekil 4.7 Zaman-Frekans çerçevelerinin zaman-frekans düzlemindeki yeri	37
Şekil 5.1 Dinamik bir işaret	42
Şekil 5.2 Farklı ölçeklerdeki cosinüs işaretleri	44
Şekil 5.3 Dalgacık türleri	49
Şekil 5.4 Fourier temel fonksiyonları, zaman-frekans düzlemi gösterimi	51
Şekil 5.5 Daubechies temel fonksiyonları, zaman-frekans düzlemi gösterimi	52
Şekil 5.6 Zaman-Frekans düzlemi	54

Şekil 5.7 İkili (dyadic) örnekleme ızgarası	60
Şekil 5.8 Çoklu çözünürlük analizi kullanılarak DWT hesaplanması	66
Şekil 6.1 Sesin görüntüye dönüştürüldüğü sistemin yapısı	74
Şekil 6.2 Sesin alınması	75
Şekil 6.3 Zaman-gerilim ve frekans-genlik gösterimi	79
Şekil 6.4 FFT sonucunun üç boyutlu eliptik gösterimi (açı aralığı : 0 derece)	81
Şekil 6.5 FFT sonucunun üç boyutlu eliptik gösterimi (açı aralığı : 60 derece)	82
Şekil 6.6 FFT sonucunun üç boyutlu eliptik gösterimi (açı aralığı : 90 derece)	83
Şekil 6.7 DWT (ayrık dalgacık dönüşümü) sonucunun üç boyutlu gösterimi	84



ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 2.1 Sesin frekansı ve dalga boyu arasındaki ilişki	5
--	---



ÖNSÖZ

Danışman hocam Sayın Prof. M. Yahya KARSLIGİL' tez programı süresince paylaştığı değerli bilgileri, görüşleri, göstermiş olduğu anlayış ve bu çalışmayı gerçekleştirebileceğime olan inancı için çok teşekkür ederim.

Değerli görüşlerini ve tecrübelerini bana aktardıkları için YTÜ Bilgisayar Bilimleri ve Mühendisliği bölümündeki öğretim görevlilerine teşekkür ederim.

Tez çalışmamdaki katkıları ve desteği için arkadaşım Sidal BARENGİ' ye teşekkür ederim.

Tez çalışmam süresince hem teknik hem de manevi desteğini esirgemeyen, yoğun geçen çalışma dönemlerinde beni anlayışla karşılayan eşim Onursal TAN' a çok teşekkür ederim.

Hayatımın her döneminde yanımda olan anneme, babama ve kardeşime çok teşekkür ederim.



ÖZET

Günümüzde bilgisayar programlarının çoğu bilginin görüntüyle ifade edilerek kullanıcıya aktarılması yöntemini benimsemiştir. Özellikle İnternet tabanlı programlar incelendiğinde resim, video gibi çoklu ortam veri tiplerine sesten daha çok yer verildiği görülmektedir. Bunun temelinde insanların görme duyusunun işitme duyusuna göre daha gelişmiş olduğu gerçeği yatmaktadır. Örnek olarak, tanıdığımız bir kişinin telefondaki sesini ayırt edememe olasılığımızın, bu kişiyi gördüğümüzde tanıyamama olasılığından daha fazla olması ya da eğitimde çoğunlukla görsel materyallerden faydalanılması gösterilebilir.

Bu çalışmada, ses bilgisinin karakteristik özelliklerinin çeşitli yollarla görüntüye yansıtılması yardımıyla sesteki farklılıkların, değişimlerin, ayrıntıların kolaylıkla algılanmasını sağlayan bir yöntem geliştirilmesi amaçlanmıştır.

Geliştirilen bu sistemde öncelikle ses bilgisi elde edilmektedir. Sesin elde edilmesi var olan bir ses dosyasının okunması ya da mikrofon kullanılarak ses kartı yardımıyla alınması olmak üzere iki şekilde gerçekleştirilir.

Sesin işlenmesi aşamasında, örneklenmiş bilgiye Hızlı Fourier Dönüşümü uygulanarak frekans spektral yoğunluğu elde edilir. Bu uygulamada diğerlerinden farklı olarak, ses bilgisinin frekans-genlik gösterimi ile ifade edilmesi yanında, frekans-genlik-faz bilgileri kullanılarak anlamlı görüntü akışı oluşturulmuştur.

Hızlı Fourier Dönüşümü'nün ses gibi dinamik işaretlerin analizinde yetersiz kalması dolayısıyla Ayrık Dalgacık Dönüşümü uygulanarak ses işaretinin zaman-ölçek düzleminde görüntülenebilmesi sağlanmıştır. Bu tez ile geliştirilen sistem, sese ait Ayrık Dalgacık Dönüşümü sonucunu üç boyutlu görüntüye dönüştürmesi açısından bu alandaki çalışmalardan farklıdır.

Sonuç olarak geliştirilen bu program ile ses bilgisinden gerçek zamanlı görüntü akışı elde edilmiştir. Ayrık Dalgacık Dönüşümü yöntemi ile sesin hem zaman hem de frekans düzlemindeki karakteristiği aynı anda üç boyutlu olarak görüntülenerek, işaretin frekans bileşenlerinin hangi zaman aralığında olduğu gösterilip, ses gibi dinamik işaretlerin analizinde doğru ve kesin sonuçlar elde edilmesi sağlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Hızlı Fourier Dönüşümü, Ayrık Dalgacık Dönüşümü, Ölçek, Ses işareti.

ABSTRACT

Today, most of the computer programs are designed to present the data to the users by the images. Especially the Internet based programs seem to offer more video and images as the multimedia data than the sound. The basic reason of this lies in the fact that the visual perception of the human brain is much stronger than the perception by hearing. For example, it's highly probable that we may not recognize the voice of a person that we know on the phone whereas the probability of not recognizing this person when we see him is much lower. Using the video and images in the education is also a good example of the strength of the visual representation.

In this thesis, it's aimed to develop a method to perceive the differences, changes and details in the sound signals by means of reflecting the characteristics of these signals in the images.

In this developed system as the first step the digital sound data is acquired. This data is acquired by two methods, by reading an already existing wave file or by recording the audio through a digital sound card by means of a microphone.

As the second step processing of this digital data takes place. In this step the sampled data is applied the Fast Fourier Transform to determine the spectral components. In this application, unlike the similar ones, besides the frequency-magnitude representation, a meaningful image is displayed by using the frequency, magnitude and phase data

As the FFT is not sufficient for the analysis of dynamic signals like sound, the Discrete Wavelet Transform is used to yield the representation of the sound signal in the time-scale plane. The application developed in this thesis differs from the applications in this area in that it converts the output of the DWT to a 3D image.

To conclude, the program developed yields real time image representation of the sound. Using the DWT; both the time and frequency characteristics of the sound is acquired and hence the exact time when a spectral component has occurred is shown in a single 3D representation and as a result correct and definite results of analysis of dynamic signals, like sound, are gained.

Key Words: Fast Fourier Transform, Discrete Wavelet Transform, Scale, Sound Signal

1. GİRİŞ

Kişisel bilgisayarlar kullanarak gerçek zamanlı ses işleme çalışmaları gittikçe yaygınlaşmaktadır. Bilgisayar dünyasındaki teknolojik gelişmelerle birlikte donanım performanslarında artış görülürken fiyatlarının azalması bu konudaki çalışmaların sayısının artmasına yardımcı olmuştur.

Gerçek zamanlı ses işleme sesteki değişikliklerin, sesin işlendiği anda fark edilmesini sağlar. Seste kolaylıkla ayırt edilemeyen bu ayrıntılar ve değişimler görüntüye yansıtıldığında rahatlıkla algılanabilir. Bu özellikten faydalanılarak bilim ve sanayi alanlarında kullanılabilecek etkili araçlar geliştirilebilir. Tıp alanında ses verisi olarak kalp atışları kullanılırken sanayi alanında ise fabrikalardaki kalite kontrol sistemlerinde kalitesi onaylanacak ürünlerin sesleri kullanılabilir. Sağlıklı bir kalp işaretinin şekli kardiyologlar tarafından bilinir. Bu şekilden belirgin olarak sapma gösteren bir görüntü akışı, hastanın sağlık durumu konusunda önemli ipuçları vererek, kalbinin sağlıklı olup olmadığına doğru ve hızlı karar vermede etkili olacaktır. Aynı sistem bir şişe-cam fabrikasındaki kalite kontrol biriminde de kullanılabilir; yeni üretilen bir cam bardağa vurulduğunda çıkan ses ile daha önceden üretilmiş ve kalitesi onaylanmış bir başka cam bardağın sesine ait görüntüler karşılaştırılarak hatalı bardakların bulunması kolaylaştırılabilir.

Ses işleme ve analizi alanında geliştirilen sistemlerin çoğundaki ortak nokta, işareti analiz edebilmek için frekans düzlemine taşımalarıdır. İşaretin zaman ekseninde görünmeyen, saklı kalan bilgilerini, frekans ekseninde kolayca yakalayabilmek amacıyla başvuru bu yöntem yıllardan beri yaygın olarak uygulanan Fourier Dönüşümüdür. Bu dönüşüm bir işaretin spektral içeriğini vermekle birlikte bu spektral bileşenlerin hangi zaman aralıklarında oluştukları konusunda bir bilgi vermemektedir. Bu nedenle Fourier Dönüşümü ses gibi dinamik işaretlerin analizi için uygun değildir. Bu soruna, zaman düzlemindeki işaret üzerinde pencereleme yöntemini kullanan Kısa Zamanlı Fourier Dönüşümü çözüm getiriyor gibi görünse de pencerenin boyutu sabit olduğu için bu yöntem de başarılı olamamaktadır çünkü pencere boyutlarının sesin her farklı bölgesinin özelliklerini en iyi ortaya çıkaracak şekilde seçilebilmesi yani daraltılıp genişletilebilmesi gerekmektedir. Tüm bu Fourier ve Kısa Zamanlı Fourier dönüşümünün gerçekleştirmediği zaman-frekans gösterimini Ayrık Dalgacık Dönüşümü teorisi sağlar. Dalgacık dönüşümünün temelinde yatan Çoklu Çözünürlük Analizi (MRA), işareti farklı frekanslarda farklı çözünürlüklerle analiz ederek yüksek frekanslarda iyi zaman çözünürlüğü, düşük frekanslarda iyi frekans çözünürlüğü vermektedir. Bu yaklaşım, özellikle ses işareti gibi kısa zaman süreleri boyunca yüksek

frekans bileşenine, uzun zaman sürelerinde de düşük frekans bileşenine sahip olan işaretlerde doğru ve net bir analiz sağlamaktadır.

Bu çalışmada gerçek zamanlı ses bilgisi işlenip, karakteristik özellikleri görüntüye dönüştürülerek, işaretle meydana gelen değişimlerin kolaylıkla fark edilebileceği en iyi yöntemin bulunması amaçlanmıştır. Bu amaçla sese Fourier Dönüşümü, Elips Yöntemi ve Ayrık Dalgacık Dönüşümü uygulanarak, elde edilen sonuçlar anlamlı görüntü akışı olarak ifade edilmiştir.

Bu çalışma beş bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde sese ait genel bilgiler yer almaktadır. Sesin tanımı yapılarak çalışmada temel oluşturacak fiziksel özellikleri açıklanmaktadır.

İkinci bölümde, analog olan sesin bilgisayar ile işlenebilmesi için sayısallaştırılması ve bu işlem sırasında baz alınan kuramlar ve yöntemler yer almaktadır.

Üçüncü bölümde, sesin frekans bilgisinin elde edilmesinde kullanılan yöntemlerden Fourier Dönüşümü ve Kısa Zamanlı Fourier Dönüşümü hakkında teorik bilgi verilerek, ses analizinde yetersiz oldukları noktalar belirtilmektedir.

Dördüncü bölümde, Çoklu Çözünürlük Analizi kavramı ve bu kavramı temel alan Dalgacık teorisi anlatılmaktadır. Ayrıca sesin analizinde kullanılan Ayrık Dalgacık Dönüşümü yönteminin algoritmik yapısı açıklanıp, diğer uygulama alanları hakkında bilgi verilmektedir.

Son bölümde ise, sesi görüntüye dönüştüren sistemi geliştirme aşamaları, kullanılan yöntemler ve elde edilen sonuçlar anlatılmaktadır.

2. SES HAKKINDA GENEL BİLGİ

2.1 Sesin Tanımı

Ses, iletici bir ortamda bir etken aracılığıyla meydana gelen mekanik titreşimlerin dalgalar halinde yayılarak işitme duyulanmasını sağlamasıdır.

Kulağa, havadaki basınç tarafından yaratılan etkenlerin tümüdür.

Hava ya da diğer iletici ortamlarda bir dalga biçiminin ya da hareketinin kulak tarafından algılanmasıdır.

Ses taneciklerin hava, su, taş gibi ortamlarda titreşimden kaynaklanan organize hareketleridir.

Ses, esnek ortamlarda iletilen basınç ya da hızdaki değişim sonucu, kulaktan geçerek üretilen işitsel duyudur.

Ses, bir nesnenin hareketi sonucu oluşan hava tanecikleri titreşimi ya da dalgasıdır.

Bu tanımlardan yola çıkarak ses, iletici bir ortamda herhangi bir etken aracılığıyla oluşan titreşimlerin, hareket eden dalgaların oluşturduğu fiziksel bir nicelik olarak tanımlanabilir. Bu tanımlamada sistemin değişebilen parçalarını kaynak, iletici ortam ve algılayıcı ortam oluşturur.

Ses, akustik ve elektriksel olmak üzere iki ortamda incelenebilir:

İletici ortamın hava olduğu kapalı ya da açık mekanlarda sesin fiziksel davranışlarını inceleyen bilim dalı akustik'tir. Akustik biliminde çoğu kez ses, bulunduğu ortamın tanımlanmasında da kullanılabilir ('akustik ortam' gibi). İletici ortam akustik bir yapıya sahipse, ses „sound“ olarak adlandırılır. Ses, elektrik ortamına geçtiğinde ise „audio“ adını alır. Sound ve audio kelimeleriyle beraber bunlara bağlı bazı ortak ifadeler de değişmeye başlar. Ses, akustik ortamda sound olarak adlandırılırken oluşan ve iletilen titreşimler dalga; elektrik ortamında audio olarak adlandırılırken oluşan dalga sonucu iletilen titreşimler de işaret olarak ifade edilir. Titreşen ortam parçacıkları ise havadaki ses dalgası için hava tanecikleri, sinüs dalgası biçiminde hareket eden işaret için elektronlardır.

Türkçe'de ses, kelime anlamıyla her ortamda ve her zaman aynı kelimeyle ifade edilmektedir.

Sesin işaret akışı sırasında iletiildiği ortama göre tanımının değişmesi olayına yabancı dillerde rastlanmaktadır. Örneğin İngilizce'de ses; voice , sound vb.. adlar alır.

2.2 Ses Dalgaları

Sesin oluşabilmesi için dalga hareketi olması gereklidir. Bu dalga hareketi kaynak, iletici ortam ya da algılayıcı ortamdaki bağımsızdır fakat herhangi birinin olmaması durumunda da ses üretilmez.

Tüm dalga türlerinde olduğu gibi, ses dalgasının oluşabilmesi için de belirli kaynaklar tarafından titreşimin oluşturulması gerekir. Titreşimler, taneciklerin çeşitli yönlerde doğru hareketi sonucu meydana gelirler. Kaynaktan çıkan etki, iletici ortamı oluşturan parçacıklar olan tanecikleri harekete geçirir. Örneğin iletici ortamın hava olduğu durumlarda havayı oluşturan tanecikler gazlardır. Her bir tanecik ileri ya da geri yönde az bir mesafe ilerlemesine rağmen havadaki parçacıkların birbirine çarpmasına yol açar. Bu çarpışmalar sonucu bazı taneciklerin birbirine çok yakınlaştığı yani sıkıştığı, bazılarının da uzak mesafelerle ayrıldığı yani seyrekleştiği alanlar oluşur.

Tanecikler bulundukları yerlerde bu hareketi enerjilerindeki değişimle doğru orantılı olarak sürdürürler. Zaman fonksiyonu içerisinde havadaki seri basınç değişimleriyle gerçekleşen bu özel harekete ‘dalga hareketi’, kaynağın çıkardığı titreşim tarafından oluşan hareketli dalgalara da ‘ses dalgası’ denir.

2.3 Sesin Fiziksel Özellikleri

2.3.1 Frekans

Ses dalgasının 1 sn. içerisindeki sıkışma ve seyrekleşme sayısıdır. Bir başka deyişle 1 sn.deki titreşim sayısıdır. Birimi Hertz’dir (Hz) ve kısaca f ile gösterilir. Bu dalganın bir deviri tamamlaması için gerekli zamana periyot adı verilir ve τ ile gösterilir. Frekans ile periyot

arasında $\tau = \frac{1}{f}$ şeklinde gösterilen ilişki vardır. Ses dalgasını yaratan nesnenin saniyedeki

titreşim sayısı arttıkça frekansı da artar. Bu durumda sesin tınısı da yükseleceğinden; insan kulağı bu sesi tizleşerek duyar. Titreşim sayısı azaldıkça ses de pesleşecektir. İnsan kulağının işitme duyarlı olduğu ses frekansı aralığı 20 Hz – 20’000 Hz’dir.

2.3.2 Dalga boyu

Ses dalgasının iki sıkışma ya da seyrekleşme arasındaki mesafesidir. Dalga boyu, fiziksel tanımıyla periyot ile eş anlamlı bir parametredir. Ses dalgalarının belirli bir noktadan geçiş

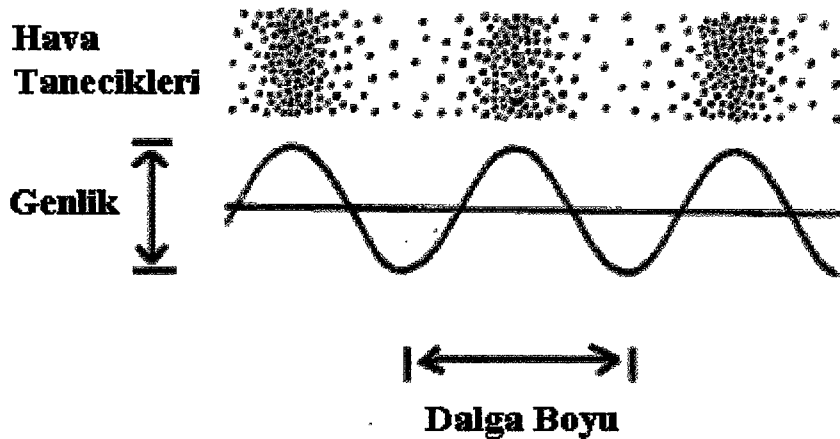
hızı arttıkça dalga boyu kısalır, frekansı artar. Aşağıdaki çizelgede ses işaretinin frekans ile dalga büyüklüğü arasındaki ilişki gösterilmiştir.

Çizelge 2.1 Sesin frekansı ve dalga boyu arasındaki ilişki

Frekans (Hz)	Dalga Boyu (cm)
16	2125
20	1700
50	680
100	340
500	68
1k	34
2k	17
5k	6,8
10k	3,4
16k	2,1

2.3.3 Genlik

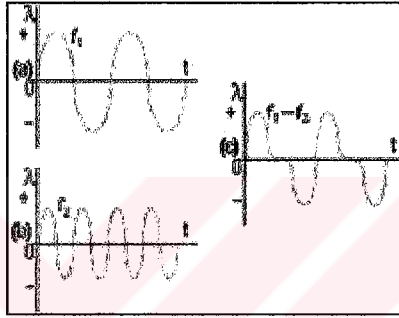
İletici ortamı oluşturan taneciklerin sıkışma noktası ile seyrekleşme noktası arasındaki y-ekseninde ortaya çıkan uzaklıktır. Başka bir deyişle genlik, taneciklerin denge konumuyla, sıkışma noktası ya da seyrekleşme noktası arasındaki uzaklık da denilebilir. Çünkü bir ses dalgasının denge konumuyla maksimum sıkışma noktası arasındaki uzaklığı, denge konumuyla maksimum seyrekleşme noktası arasındaki uzaklığına eşittir. Genlik fiziksel bir nicelik olduğu için azlığı ya da çokluğu insan kulağına gelen ses şiddetinin azlığı ya da çokluğu anlamına gelir. Nesneler titreşmeleri için ne kadar fazla itilirlerse, titreşimler o kadar büyük, ses de o kadar gürültülü ya da genlik o kadar büyük olacaktır. Aynı frekanslı ses dalgaları farklı genliğe sahip olabilirler.



Şekil 2.1 Sesin genlik ve dalga boyu ilişkisi

2.3.4 Harmonikler (harmonics)

İnsan kulağının logaritmik işitmesi nedeniyle kulak tarafından açığa çıkarılan ses dalgalarına harmonik denir. Harmonikler birleşerek ‘tını’yı oluşturur. Müzikte var olan notaların değerleri ve sayısı bu harmoniklerin ürünüdür. Harmonikler, ses kaynağının ilk titreşimleri sonucu oluşan temel sesin üzerine binen, belirli genlik ve frekanslardaki tiz seslerdir. Temel frekansı 100 Hz olan bir müzik aletindeki notanın ikinci harmoniği 200 Hz’ de, üçüncü harmoniği de 400 Hz’ de oluşmaktadır. Şekil 2.2’de görülen temel ses f_1 ve onun birinci harmoniği olan f_2 görülmektedir. Kurala göre f_2 temel sesin 1 sekizli üstüdür ve genliği temel sesin yarısına eşittir. Bu iki ses üst üste bindirildiğinde f_3 gibi bir dalga oluşmaktadır.



Şekil 2.2 Harmonikler

Tınının oluşabilmesi için en az dokuz harmoniğin temel sesin üzerine gelmesi gerekmektedir. Harmoniklerin yoğunluğunun azalması ya da enerjisini koruması, ses kaynağının başlangıçta nasıl titreştiğine bağlıdır. İnsanların aynı notayı çalan iki farklı enstrümanı ayırt edebilmesini ya da müzik aletlerinin kalitesini fark edebilmesini sağlayan şey harmoniklerin gücüdür.

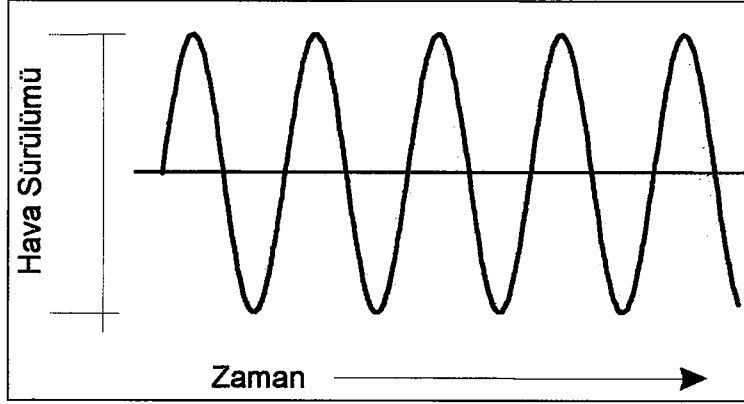
2.3.5 Tını

Tını, sesin bir Violin’de olduğu gibi yüksek ya da bas gitardaki gibi alçak mi olduğunu belirten özelliğidir. Yani aynı frekanstaki iki farklı müzik aletinin çıkardığı ses arasındaki farktır. Tınının fiziksel büyüklüğü frekansı belirler.

İnsan kulağı duyma aralığı verilen 20 Hz – 20’000 Hz arasında bir frekans değerine sahip sesleri duyabilir. Frekans değeri bu limitin dışında olan sesler insan kulağına ulaşmasına rağmen algılanamaz. 20’000 Hz’in üzerindeki frekans değerine “ses ötesi” (ultrasonic) adı verilir ve bu frekanstaki sesler sadece diğer bazı canlılar tarafından algılanabilirler. 20 Hz’in altındaki frekans değerine “ses altı” (infrasonic) adı verilir. Deprem, gök gürültüsü, yanardağ dalgaları ses altı frekans değerine sahip dalgalardır.

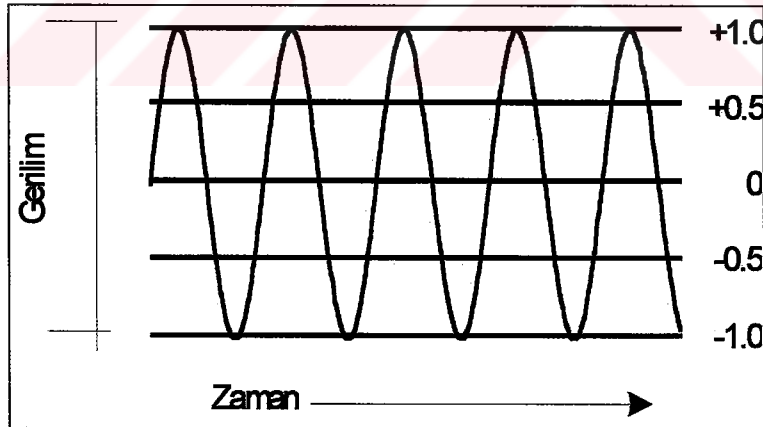
3. SESİN SAYISAL GÖSTERİMİ VE SPEKTRAL ANALİZ

Doğadaki sesler zaman genlik ekseninde sürekli işaretlerdir. (Şekil 3.1) Sürekli, zamanla değişen işaretlerin bilgisayarlar tarafından işlenip analiz edilebilmesi ve ağlar üzerinde iletilebilmesi için bu analog işaretin sayısal hale dönüştürülmesi gereklidir.



Şekil 3.1 Analog ses dalgası

Sesin analog halden sayısala dönüştürülmesi işleminin ilk aşaması mikrofon aracılığıyla gerçekleştirilir. Mikrofona gelen analog haldeki ses dalga biçimleri mikrofon tarafından elektriksel işarete dönüştürülür. (Şekil 3.2)

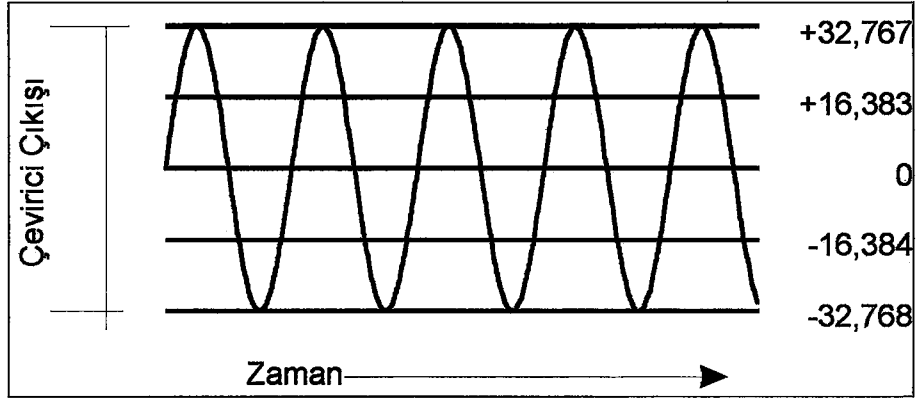


Şekil 3.2 Elektriksel dalga

Bu aşamadan sonra işaretin bir analog-sayısal çevirici (Analog to Digital Converter) tarafından sayısallaştırılması gereklidir.

Şekil 3.3'te 16 bit sözcük uzunluğu olan ve dolayısı ile -32768 den +32768'e kadar çıkış yelpazesi olan analog-sayısal çeviricinin çıktısı gösterilmiştir. Analog-sayısal çevirici giriş işaretinin anlık gerilim büyüklüğünü belirli bir örnekleme oranında tekrar tekrar ölçüp,

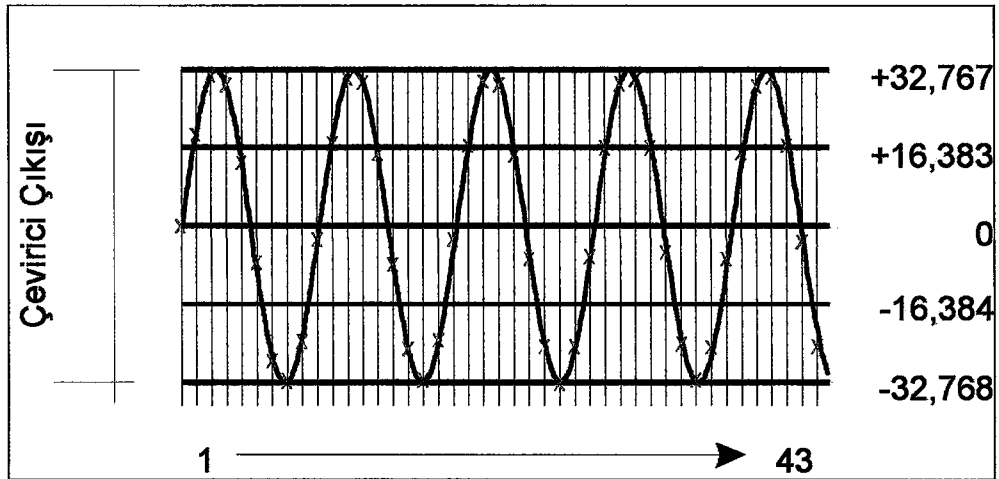
örnekler. Böylece dönüştürücü tarafından yaratılan işaretin sayısal gösterimi; asıl dalga işaretinin zamanda eşit aralıklı noktalardaki genliğini simgeleyen sayısal değerler dizisi içerir.



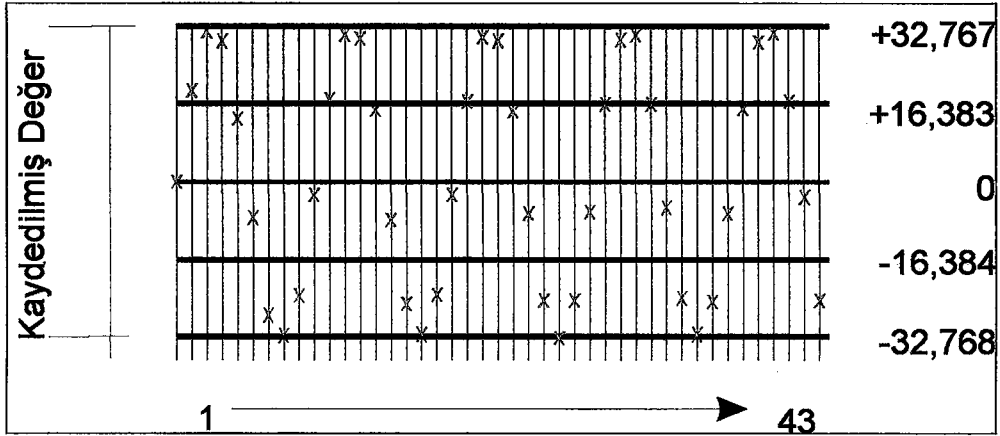
Şekil 3.3 Analog sayısal çevirici çıktısı

Sayısal işaretin, asıl sürekli işareti doğru olarak temsil etmesi, sayısallaştırma işleminde kullanılan iki değişkene bağlıdır: genlik ölçümlerinin yapıldığı oran (örnekleme oranı ya da örnekleme frekansı) ve her bir genlik ölçümünün ifade edilmesinde kullanılan bit sayısı (örnek büyüklüğü).

Şekil 3.4'te analog işarettten alınmış olan 43 adet örnek ve Şekil 3.5'te de bu alınan örneklerin dalganın her aralıkta aldığı şekli belirttiği gösterilmektedir.



Şekil 3.4 İşaretin örneklere ayrılması



Şekil 3.5 Ortaya çıkan örnek değerleri

Sesin grafiksel gösterimi yıllar boyu bilimsel çalışmalara konu olmuştur. Bu alandaki ilk çalışmalar titreşen bir nesneye monte edilmiş ayna karşısındaki ışık dalgaları ile yapılmıştır. Bu teknik 20. yüzyılda osiloskop icat edilinceye kadar devam etmiştir. Işık huzmeleri ve osiloskop sesin titreşim özelliğinin grafiksel olarak tanımlanmasında kullanılmıştır.

Günlük sesler ya da müzikal sesler farklı frekansların karışımından oluşmuştur. Bu karışımın doğal yapısı sesin tınısının belirlenmesinde yardımcı olmaktadır. Sesin farklı frekans bilgilerinin yardımıyla tınısının belirlenmesi için yapılan çalışmaya frekans analizi adı verilir.

3.1 Örneklem Kuramı ve Tarihçesi

Örneklem kuramını iletişim mühendislerine en yakın şekilde açıklayan Harry Nyquist'tir ancak örneklem kuramları Nyquist'ten önce de görülmüştür. Fransız matematikçisi Augustin-Louis Cauchy örneklem üzerinde çalışmış ve 1841 yılında, fonksiyonların bir örnek olmayan şekilde örneklenip uzun bir dönem üzerinde ortalananabileceğini göstermiştir. Yeni yüzyıla girilirken, bir fonksiyonun, içerdiği en yüksek frekans değerinin örneklem frekansı olarak kullanılmasıyla başarıyla örneklenebileceği düşünülmüştü. İskoç matematikçi E.T.Whittaker, 1915 yılında, interpolasyon dizileri ile çalışarak bant-sınırlı bir fonksiyonun örneklerinden yeniden elde edilebileceğini bulmuş ve genel bir örneklem teoreminin belki de ilk matematiksel kanıtını ortaya koymuştur. 1920 yılında Japon matematikçi K. Ogura, benzer bir şekilde, bir fonksiyonun, içerdiği en yüksek frekans bileşeninin en az iki kati büyüklüğünde bir frekansla örneklenirse örneklerin fonksiyonun taşıdığı tüm bilgiyi taşıyacağını ve fonksiyonun bu örnekler kullanılarak yeniden elde edilebileceğini

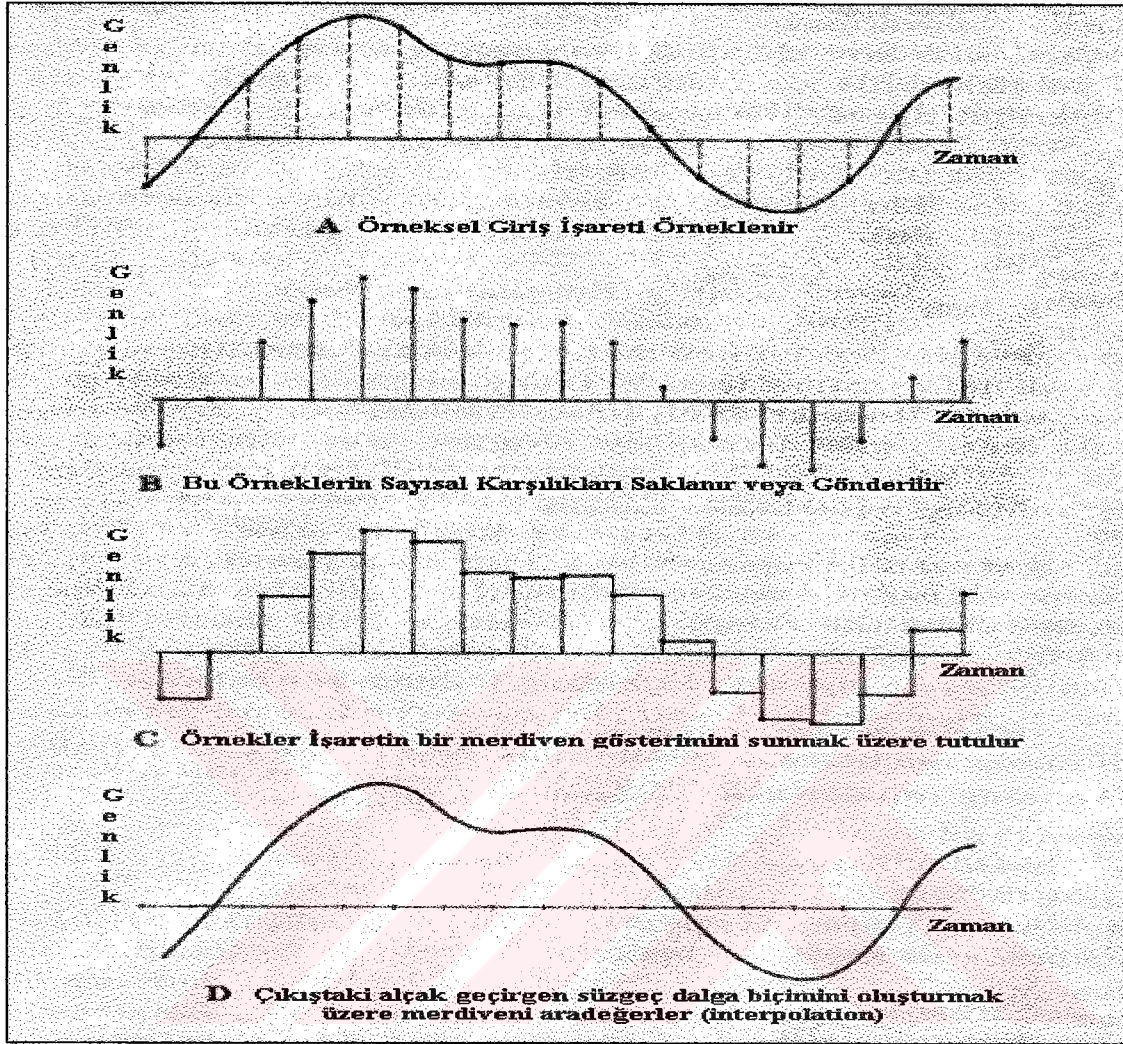
kanıtlamıştır. Ancak, bu teoremin iletişim alanına nasıl uygulanacağını açıklayıp bu çalışmasını yayınlayan Nyquist olmuştur. Nyquist, 1925 yılında yayınladığı “Telgraf Hızını Etkileyen Belirli Gerçekler” başlıklı makalesinde; telgraf hatlarında birim zamanda iletebilecek en fazla darbe sayısının hattın bant genişliğiyle orantılı olduğunu kanıtlamıştır. 1928 yılında yayınladığı “Telgraf Gönderim Teorisindeki Belirli Konular” başlıklı makalesinde ise; işaretin tam olarak yeniden oluşturulabilmesi için gerekli olan frekans bant genişliğinin işaret gönderme hızı ile orantılı olduğunu ve en düşük bant genişliğinin de bir saniyede gönderilen kod elemanı sayısının yarısına eşit olması gerektiğini kanıtlamıştır. Nyquist’ten sonra 1933 yılında Rus mühendisi V.A. Kotelnikov örnekleme teoremini kanıtlayan bir makale yayınlamış, 1949 yılında ise Amerikalı matematikçi Claude Shannon örnekleme konusunun bir çok yönünü bütünleştirip daha geniş bir bilimsel kuram haline getirmiştir.

Örnekleme kuramı; sürekli ve bant-sınırlı bir işaretin, herhangi bir bilgi kaybı olmadan ayrık örnekler dizisi ile değiştirilebileceğini açıklar ve asıl işaretin örneklerinden nasıl yeniden oluşturulabileceğini anlatır, kuram ayrıca işareti yeniden oluşturabilmek için en düşük örnekleme frekansının işarettaki en yüksek frekansın iki kati olması gerektiğini belirtir. Daha açık olarak, 0 ile $S/2$ Hertz arasında frekanslar içeren ses işaretleri saniyede S sayıda örnek ile tam olarak gösterilebilirler.

Örnekleme ilkesi mühendislik ve matematikte çok geniş çapta olmak üzere optik, holografi, meteoroloji ve okyanus bilim gibi bir çok alanda uygulanmaktadır.

3.1.1 Nyquist frekansı

Ses işaretlerine örnekleme teoremi uygulanacağı zaman giriş işareti alçak-geçirgen filtreden geçirilir ve böylece frekans yanıtı Nyquist frekansını ($S/2$) aşmayacak bant-sınırlı bir işaret haline getirilir. Alçak-geçirgen filtreler insan kulağının yüksek frekans sınırından daha yüksek frekansa sahip olan işaretleri süzecek şekilde tasarlanır. Alçak geçirgen filtreden geçmiş olan işaret artık anlık genlikleri bulunmak üzere örneklenebilir ve elde edilen ayrık örnekler dizisi sayesinde taşıdığı bilgide hiç bir kayıp olmadan sistem çıkışında yeniden oluşturulabilir. Örnekleme tarafından bakıldığında çıkış işareti bir yaklaşık değil kesin bir değerdir. Böylece Şekil 3.6’da görüldüğü gibi bant sınırlı işaret yeniden oluşturulabilir.



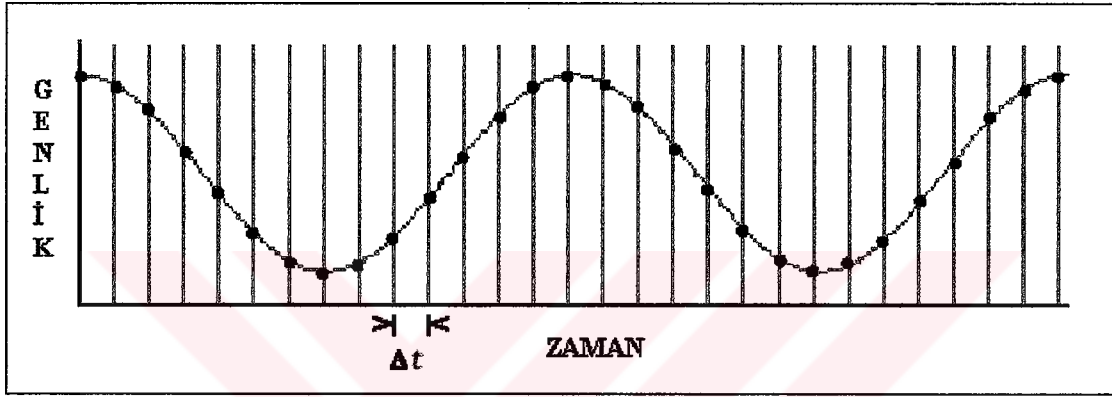
Şekil 3.6 Örneklemeye kuramı ile bant-sınırlı işaret sayısallaştırılıp yeniden oluşturulabilir

Bir darbeler dizisi oluşturulmak üzere örneklenmiş olan sürekli değişen bir analog fonksiyonu ele alalım. Her darbenin genliği, ki bu değer kuantalamaya bağlıdır, sonuçta o andaki işaretin genliğini gösteren bir sayıya denk gelir. Konuyu daha kolay açıklamak için örnekleme frekansını saniyede alınan örnek sayısı olarak tanımlarız. Bunun karşılığı olan örnekleme oranı ise örnekler arasındaki zaman olarak tanımlanır. Sayısallaştırıcı sistemin örnekleme oranı asıl sistemin yüksek frekans sınırını belirler. Doğru örnekleme oranının seçilmesi sayısallaştırıcı sistem tasarımının en önemli ölçütlerindendir, çünkü bu değer sistemin ses bant genişliğini belirleyecektir.

Örnek olarak, 0 – 20 kHz aralığında frekans yanıtı olan bir ses işareti kusursuz bir örnekleme için teorik olarak 40 kHz'lik bir örnekleme oranı gerektirir. Giriş işaretini örnekleme

frekansının yarısı ile (Nyquist frekansı) sınırlayan kuram koşulunun gözetilmesi çok önemli bir noktadır. Bu değerin üzerindeki bir ses frekansı örtüşme bozulmasına yol açar. Bu yüzden sayısallaştırıcı sistemler giren işareti alçak-geçirgen filtreden geçirirler. Çıkış işareti de iç sistemdeki bir etkiden dolayı oluşabilecek yüksek frekans bileşenlerini filtrelemek üzere sistemden çıkmadan önce yine bir alçak-geçirgen filtreden geçirilir.

Şekil 3.7’de zamanda sürekli bir işaretin örneklenmesi görülmektedir. Her Δt aralığında işareten bir örnek alınmaktadır ve örnekleme frekansı Nyquist frekansının çok üstündedir, bu işaret kayıpsız olarak yeniden oluşturulabilir.



Şekil 3.7 Zamanda sürekli işaretin örneklenmesi

Kuramla ilgili olan bir sınır değer sorununa da göz atmak yerinde olacaktır. Nyquist frekansına sahip olan bir ses bileşeninin örneklenmesi sırasında sadece iki adet örnek alınacaktır. Aslında, sadece bu iki örnek bile dalga biçimini göstermeye yeterlidir, yani sınır değerler için bile kuram geçerlidir. Daha yüksek örnekleme frekanslarının daha yüksek ses frekanslarını kaydedip yeniden oluşturmaya olanak sağlayacağı açıktır ancak bir ses frekans bant genişliğinin tasarım kriterleri göz önüne alındığında yüksek örnekleme frekanslarının işarete bulunan bant sınırlı frekans yelpazesinde bulunan bileşenlerin aslına uygunluğunu artırmayacağı görülür.

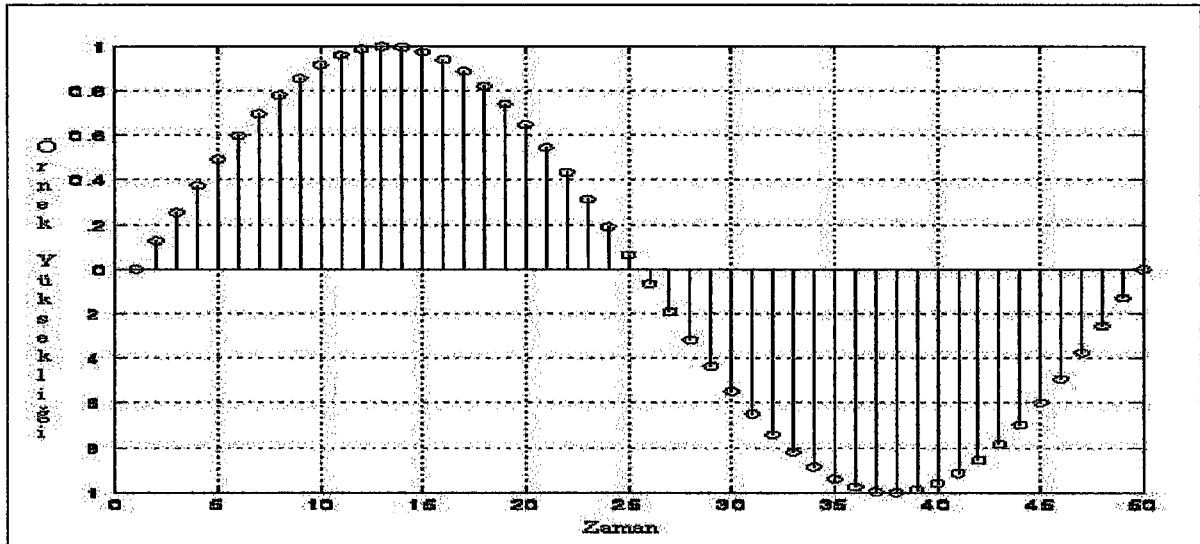
Gerçek yaşamdaki uygulamalarda bu durum bir soruna yol açmamaktadır çünkü daima bir emniyet payı bırakılır. Yani en düşük örnekleme oranının (Nyquist frekansının iki katıdır) daha üstünde bir örnekleme oranı kullanılır. Uygulamaya bağlı olarak 8 KHz ile 192 KHz arası örnekleme frekansları kullanılabilir. Frekans seçimi örnekeleyecek devrenin hızına ve depolayıcı ya da iletici ortamın kapasitesine göre yapılır. Yüksek örnekleme frekansları daha yüksek hızlı örnekeleyici devreler ve daha büyük miktarda bilginin işlenmesi demektir ve her ikisi de ekonomi ile ilgilidir. Üreticiler Compact Disc’ler için; istenen büyüklük, çalış süresi

ortamın maliyetini göz önüne alarak 44.1 kHz’lik bir örnekleme oranı belirlemişlerdir. İnsan kulağının duyma aralığı 30 Hz – 20 kHz arasında olduğundan bu örnekleme oranı makuldür. Bunun yanında, insanların konuşma frekansı 20-3000 Hz arasında olduğundan 8000 Hz lik bir örnekleme frekansı telefon için yeterlidir. Diğer yandan, DVD-Audio Disc için örnekleme oranı 192 kHz’e kadar çıkmaktadır.

Örnekleme kuramı çok nettir : Bant sınırlı bir işaret örneklenebilir; ayrık değerler halinde depolanabilir, iletilebilir ve işlenebilir ve yeniden oluşturulabilir. Örneklemeden ötürü hiç bilgi kaybı olmaz. Örnekleme kuramları, örnek olarak Nyquist kuramı verilebilir, bunu kesin olarak kanıtlar.

İşaret ne kadar sık örneklenirse, örneklenmiş işaretin, asıl işaretin genliğinde meydana gelen geçici değişiklikleri doğru olarak yansıtırma oranı da artacaktır. Dalga biçiminin uygun bir şekilde gösterilebilmesi için gerekli örnekleme oranı, işaretin genliğinin ne kadar hızlı değiştiğine (işaretin frekansına) bağlıdır. Daha da özelleştirilirse, örnekleme oranı işaretin içerdiği en yüksek frekans değerinin en az iki katına eşit olmalıdır. Aksi takdirde, sayısallaştırılmış işaret, asıl işarete bulunmayan frekans değerlerine sahip olacaktır. Yetersiz örnekleme oranı kullanılması sonucu bu gerçekte olmayan frekans değerlerinin ortaya çıkması olayına “aliasing” adı verilir. Sayısallaştırılmış işarete, aliasing olmaksızın gösterilebilen en yüksek frekans değerine Nyquist frekansı adı verilir.

Şekil 3.8’de sinüs dalgasının frekans değeri $2 \cdot 10^4$ Hz , örnekleme frekansı 10^6 Hz dir. Örnekleme frekansı $2 \cdot 2 \cdot 10^4$ ’ten büyük olduğu için işaret doğru bir şekilde yeniden oluşturulabilir.

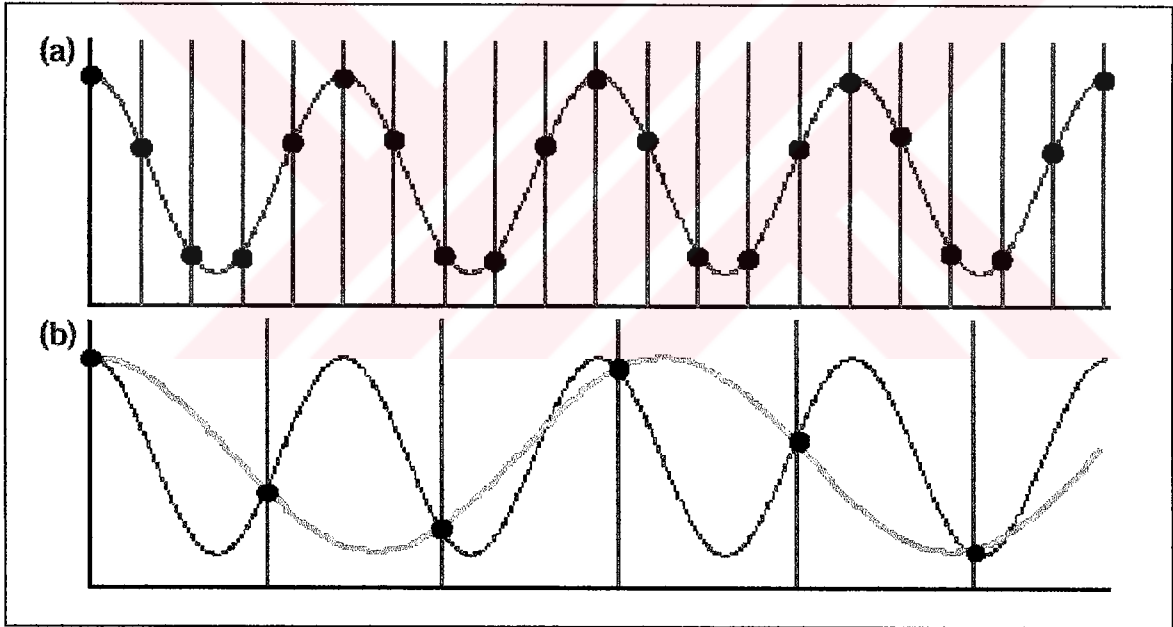


Şekil 3.8 Nyquist frekansı üzerinde örnekleme, işaret yeniden oluşturulabilir

3.1.2 Örtüşme

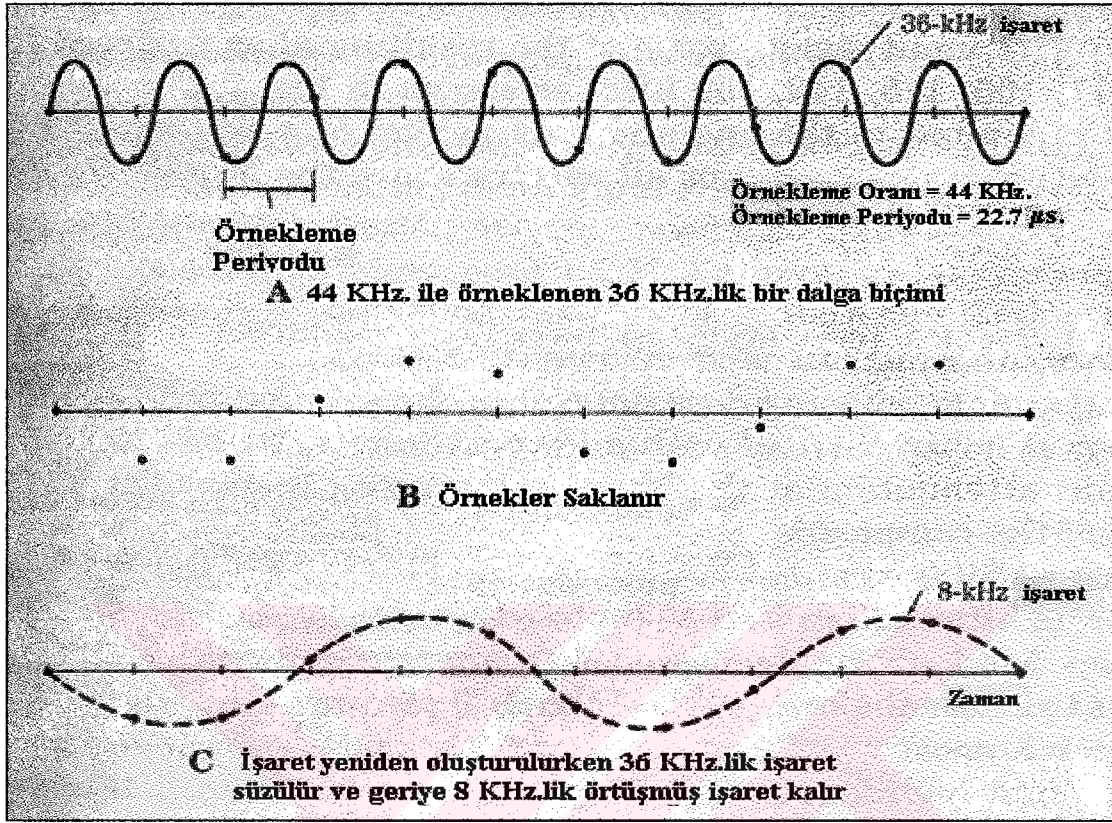
Örtüşme, örnekleme kuramının gereklerini uygulamamış olmanın bir sonucudur. Eğer ses frekansı Nyquist frekansından yüksek olursa örtüşme oluşur. Ses frekansı arttıkça periyot başına düşen örnek sayısı azalır. Nyquist frekansına ulaşıldığında her periyot için iki örnek alınmaktadır. Daha yüksek ses frekanslarına erişildiğinde örnekleyici hala sabit sayıda örnek almaya devam edecektir ama alınan örnekler Örtüşme frekansları biçiminde yanlış bilgi içereceklerdir.

Şekil 3.9'da örtüşmeye yol açan bir örnekleme görülmektedir. Şeklin a) kısmındaki asıl işaret örnekleme frekansı düşük olduğu için sayısal sistemde eksik oluşturulacak (kısım (b)) ve bu işaretin yeniden oluşturulmuş hali asıl işareti vermeyecektir.



Şekil 3.9 Örtüşme

Şekil 3.10'da 36 kHz'lik bir dalga biçiminin 44 kHz'de örneklenmesinden doğan örtüşme görülmektedir.



Şekil 3.10 36 kHz'lik işaretin 44 kHz ile örneklenmesi sonucu oluşan örtüşme

Gerçek yaşamda örtüşme önlenemez. Aslında, düzgün tasarlanmış bir sayısal kayıt sisteminde örtüşme oluşmaz. Çözüm çok açıktır : Giriş işareti alçak geçiren bir filtreden geçirilerek Nyquist frekansının üzerindeki frekanslardan arındırılmalıdır. Gerçek yaşam uygulamalarındaki sistemler işareti gereğinden yüksek oranda örnekleyen analog-sayısal çeviriciler ile hafif bir alçak geçiren filtre kullanarak örtüşmeyi önlerler.

Sayısallaştırıcı bir sistemde giriş işaretinin alçak-geçiren filtre ile süzülmesi ve örneklem kuramının koşullarını gözetmek çok önemlidir. Eğer örtüşmeye izin verilirse asıl işaretin bant-genişliğinde oluşacak örtüşmüş frekanslar temizlenemez çünkü bu frekansları temizleyecek bir teknik bulunmamaktadır.

Eğer sürekli işaretin spektrumu Nyquist frekansının üzerinde tepeler içeriyorsa, sayısallaştırılmış işaretin spektrumu da aliasing'in bir sonucu olarak Nyquist frekansının altında sahte tepeler içerecektir. Aliasingi önlemenin en bilinen yolu, asıl işareti sayısallaştırmadan önce alçak-geçiren bir filtreden geçirerek, Nyquist frekansından daha

büyük frekansları ortadan kaldırmaktır.

Zamanla değişen işareti gösteren sayılar dizisinin yorumlanabilmesi için örnekleme oranının bilinmesi gereklidir. Böylece, bir sayısallaştırılmış işaret ses bilgisi ses dosyası biçiminde kaydedildiği zaman, örnekleme oranı bilgisi de genellikle işareti oluşturan gerçek bilgi noktaları ile birlikte kaydedilir.

3.1.3 Kuantalama

Değişen bir olayı ölçmenin anlamlı olması için hem zaman hem de ölçülen değerin saklanması gereklidir. Örnekleme ölçüm zamanını gösterirken kuantalama ölçülen değeri ya da, ses işareti söz konusu olduğunda, dalga biçiminin örnekleme anındaki genliğini gösterir. Böylece örnekleme ve kuantalama sayısallaştırmanın temel bileşenleri olarak birlikte akustik bir olayı niteleyebilirler. Örnekleme ve kuantalama beraberce bu niteliğin bant genişliğini ve çözünürlüğünü belirleyen değişkenlerdir. Analog bir dalga biçimi bir darbeler dizisi ile gösterilebilir; her darbenin genliği o andaki analog değere karşılık gelen bir sayı ile gösterilir. Kuantalamada, tüm diğer analog ölçmelerde olduğu gibi, kesinlik sistemin çözünürlüğü ile sınırlıdır. Sonlu sözcük uzunluğundan dolayı bir sayısal sistemin çözünürlüğü sınırlıdır ve bir ölçme hatası vardır. Bu hata analog ses sistemlerindeki gürültüye benzer ancak daha güçlü algılanır.

Nicemleme analog bir ses olayını ölçüp sayısal bir değer oluşturma tekniğidir. Sayısal bir sistem ikili sayı tabanını kullanır. Elde edilebilecek olan değerlerin sayısı ikili bilgi sözcüğünün uzunluğu ile belirlenir, diğer bir deyişle gösterimi oluşturmak üzere kullanılacak olan bit sayısı. Yüksek kaliteli bir gösterim çok sayıda seviye kullanılmasını gerektirir. Örnek olarak, yüksek kaliteli bir müzik işareti 65536 (2 üzeri 16) ya da daha fazla seviyeye ihtiyaç duyar, bu da en az 16 bitlik sözcük uzunluğu anlamına gelir. Aslında bir kaç PCM seviyesi bile hala bilgi içerir ve iki genlik seviyesi zorlukla anlaşılabilir bir konuşma bilgisi taşır.

Bant sınırlı bir işaretin örneklenmesi kuramsal olarak kayıpsız bir işlemdir ancak örnekleme anındaki genlik değerinin bulunması kesinlikle böyle değildir. Ne tür bir ölçek veya kod kullanılırsa kullanılsın sayısallaştırma sürekli analog bir fonksiyonu asla mükemmel bir şekilde kodlayamaz. Analog bir dalga biçimi sonsuz sayıda genlik değeri içerirken nicemleyici sonlu sayıda aralık içerir. Bir aralıktaki tüm analog değerler o aralığa atanmış tek bir sayı ile belirtilir. Böylece kuantalanmış değer sadece asıl değere yaklaşık bir değer olur.

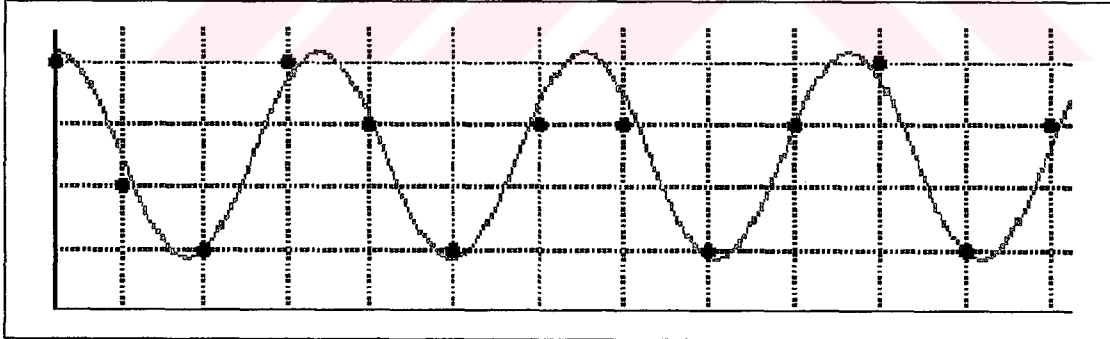
Çoğu üretici 16-20 bit arası sözcük uzunluklarının yeterli bir kuantalama sunduğu konusunda

anlaşmışlardır, ancak bu daha uzun sözcüklerin kullanılmasını önleyecek bir sonuç değildir. Örnek olarak DVD biçimi 24 bitlik sözcükler ile kodlanmıştır .

Sözcük uzunluğu sayısallaştırıcı sistemin çözünürlüğünü belirler ve bundan dolayı sistemin performansını belirlemede önemli bir etmendir.

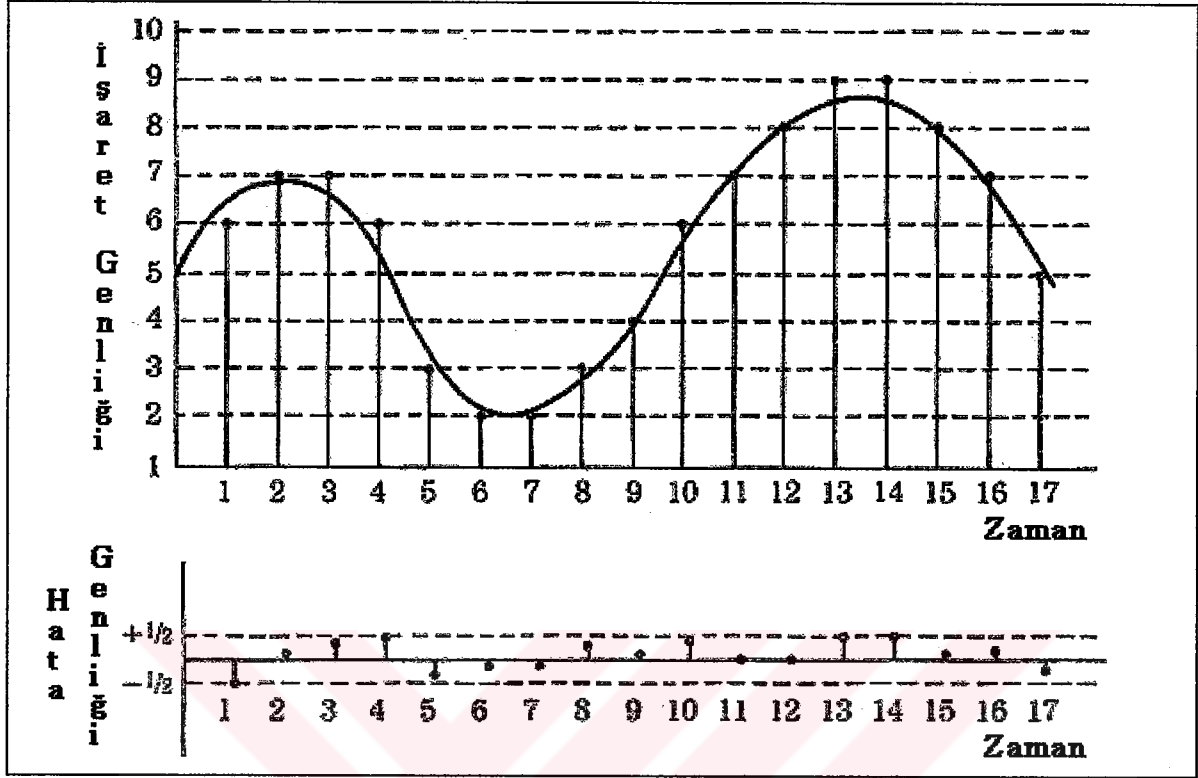
Dalga biçiminden anlık alınan örneklerin, gerçek işareti tam ve doğru ifade edebilmesi, örnek büyüklüğü ya da diğer bir deyişle genlik bilgisinin ikili düzende ifade edilmesinde kullanılan bit sayısına bağlıdır. Bazı A/D çeviriciler sadece tek bir örnek büyüklüğü kullanırken bazıları da birden fazla örnekleme büyüklüğünün seçilmesine izin vermektedir. Bazı Macintosh modelleri sadece sekiz bitlik örnekleme kapasitesine sahipken, diğerleri sekiz-on altı bit arasında seçim yapılmasına olanak sağlamaktadır. Sekiz bitlik bir Örnek ($2^8 = 256$); 16 bitlik bir örnek de ($2^{16} = 65536$) farklı genlik değerinin çözünmesini sağlar.

İşaretin örnekleme zamanındaki gerçek sürekli genlik değeri, aynı örneği ifade eden kesikli değerlerden birisine genellikle tam anlamıyla eşit olmadığından sayısallaştırma işlemi sırasında mutlaka bir miktar hata oluşmaktadır. Sayısallaştırılmış işarete oluşan bu hataya ölçeklendirme gürültüsü adı verilir. Her bir örnek için kullanılan bit sayısı arttıkça, sayısallaştırılmış işaretteki ölçeklendirme gürültüsü azalır. Şekil 3.11’de kuantalama seviyelerinin az sayıda olmasından ötürü hatalı örneklenen noktalar görülmektedir.



Şekil 3.11 Düşük sözcük uzunluğu, ölçeklendirme hatasının artmasına neden olur

Şekil 3.12’de kuantalama hatasının oluşması görülmektedir.

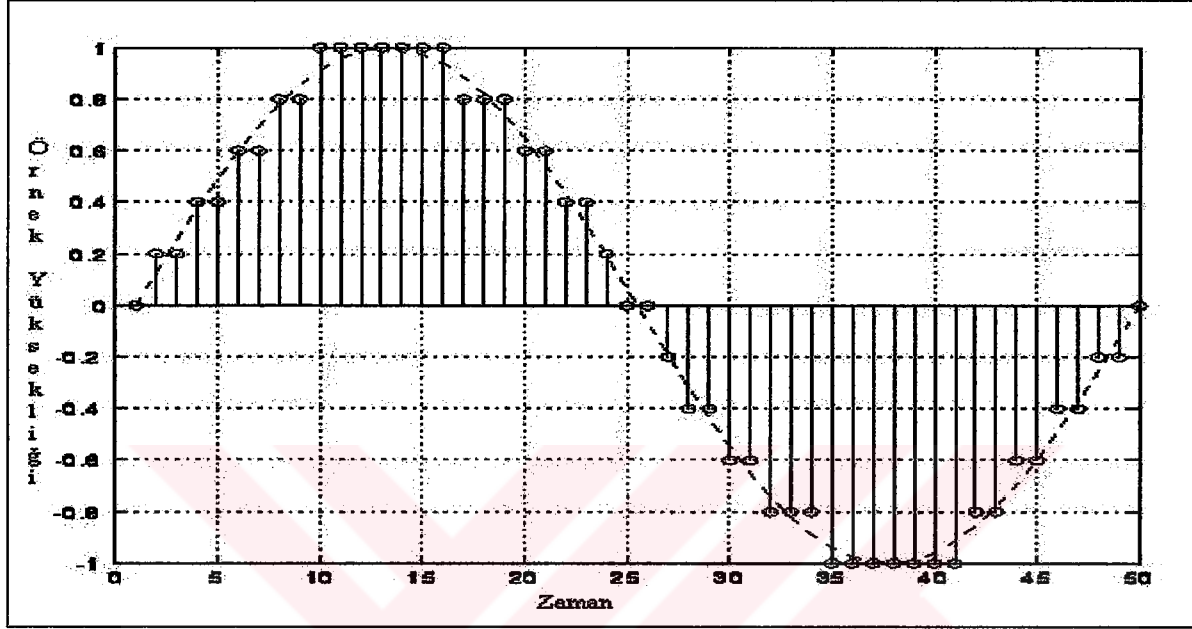


Şekil 3.12 Kuantalama hatasının oluşumu

Örnekleme büyüklüğü sayısallaştırılmış işaretin maksimum enerji aralığını belirler. Bir işaretteki en yüksek genlik değerinin, en düşük ve sıfırdan farklı genlik değerine oranına enerji aralığı adı verilir ve desibel olarak ifade edilir. Sayısallaştırılmış ses işaretinin enerji aralığı 6 dB/bittir*.

* Bir işaretin desibel ile ifade edilen enerji aralığı $20\log(V_{\max}/V_{\min})$ formülü ile hesaplanır. $V_{\max}$ ve $V_{\min}$ işaretteki en yüksek ve en düşük gerilim değerleridir. Sayısallaştırılmış işaret için $(V_{\max}/V_{\min}) = 2^n$ eşitliği vardır ve n de her bir örnek başına düşen bit sayısıdır. Bu durumda $20\log 2^n = n \cdot 20 \cdot 0.3 = n \cdot 6$ olur ve sayısallaştırılmış bir işaretin enerji aralığı 6 dB/bit şeklinde belirlenir.

Şekil 3.13’de daha önce Şekil 3.8’de gördüğümüz işaretin 4 bit ile örneklenmiş hali yer almaktadır. Sayısal işaret sadece örneklediği noktada tanımlanmıştır. Her bir dik barın uzunluğu yatay kesikli çizgilerle gösterilmiş belli değerleri alabilir. Bu değerler kesikli eğri ile gösterilen asıl işaretten az ya da çok olabilir. Şekilde 11 kuantalama seviyesi kullanılmıştır, bu yüzden her örneği 4 bit ile ifade etmek yeterli olmaktadır.



Şekil 3.13 Dört bit sözcük uzunluğu ile kuantalama

3.1.4 Saklama gereksinimleri

Yüksek örnekleme oranı kullanarak , geniş bir frekans bant aralığı elde edilmesi; ya da büyük örnekler kullanarak daha büyük bir enerji aralığı elde edilmesi mümkündür. Ancak tüm bunların karşılığında sayısallaştırılmış işaretin saklanması için ihtiyaç duyulan hafıza alanı miktarı da artacaktır. Sayısal bir işaret için gerekli minimum hafıza alanı büyüklüğü (bytes) , örnekleme oranı (samples/sec), örnekleme büyüklüğü (bytes) ve işaretin süresi (seconds) çarpılarak hesaplanır. Böylece, 22,3 kHz’de 8 bitle örneklenmiş beş saniyelik bir işaret için gerekli hafıza alanı 110 KByte olur. Bir işaretin saklanması için gerekli gerçek hafıza alanı , örneklerin saklandığı biçime bağlı olarak bu minimum değeri de geçebilir.

Sözcük uzunluğu arttıkça bilgi miktarı artacak ve doğal olarak saklama kapasitesi artmak zorunda kalacaktır. CD kalitesinde örneklenmiş 10 saniyelik bir ses işaretini (44100 Hz örnekleme oranı ve 16 bit sözcük uzunluğu) saklamak için $44100 \cdot \left(\frac{16}{8}\right) \cdot 10 = 882000$ bytelik

alan gereklidir. Öte yandan telefonda kaydedilip sayısallaştırılacak 10 saniyelik bir ses işaretini (8192 Hz örnekleme oranı ve 8 bit sözcük uzunluğu) saklamak için $8192 \cdot \left(\frac{8}{8}\right) \cdot 10 = 81920$ bytelik alan yeterli olmaktadır.

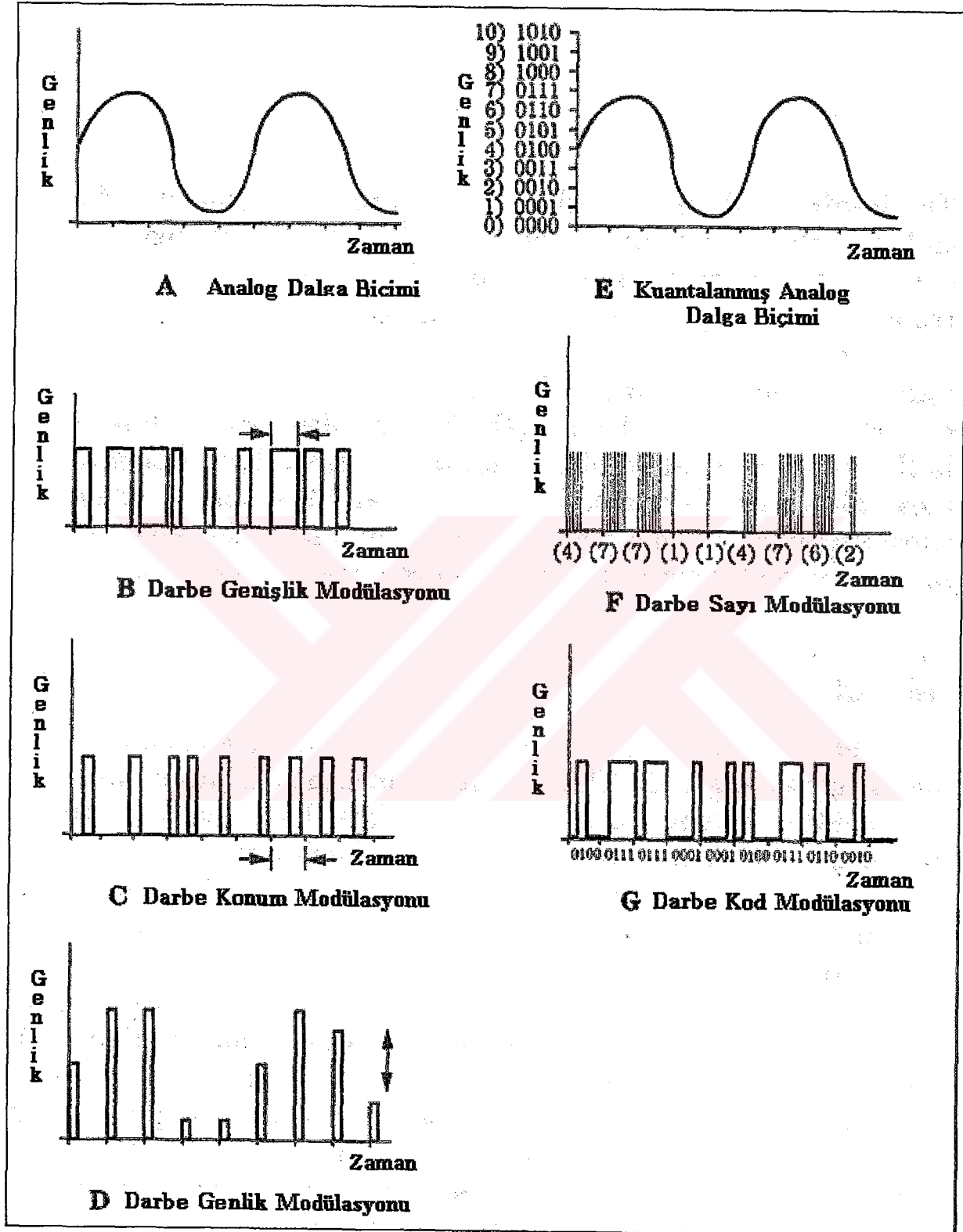
Sayısal ses dosyalarının saklanması sırasında oluşan yer problemini çözmek için çeşitli sıkıştırma programları kullanılarak, bu dosyaların hafızada kapladığı yer miktarı büyük oranlarda azaltılabilir.

3.2 Sayısal Ses Kaydı Ve PCM

Sayısal bir ses kaydedicinin donanımsal tasarımı örnekleme ve kuantalama temel prensiplerini kullanır. Analog işaret örneklenir, sayısal biçime dönüştürülür, ve saklanmadan ya da iletilmeden önce işlenir. Donanımsal kodlama zincirini kırıcı devreler, örtüşme-önleyici filtre, örnekle-ve-tut devresi, analog-sayısal çevirici ve kanal kod modülatörü gibi alt sistemler oluşturur. Başka mimariler de var olmakla birlikte ses sayısallaştırıcılarının doğasını en iyi açıklayıcı türde olanı ve en çok kullanılanı PCM'dir (darbe kod modülasyonu).

Kuramsal olarak, ses işaretlerini sayısal olarak kodlamak için sonsuz sayıda yöntem kullanılabilir. Bunlar analog işaretleri sayısal olarak gösterirken kullandıkları çalışma şekilleri açısından temelde ayrılırlar.

Örneklenmiş işareti ifade etmek için çok çeşitli darbe modülasyon türleri bulunur. Darbe genişlik modülasyonu (PWM) veya darbe konum modülasyonu (PPM) örnekleme zamanındaki işaret genliğini gösterirler. Her iki durumda da asıl işaret genliği sabit genlik darbeleri ile kodlanır ve ifade edilir. Bir işaretin genliği doğrudan modülasyon darbeleri tarafından da ifade edilebilir; darbe genlik modülasyonu (PAM) buna bir örnektir, bu yöntemde darbelerin genliği işaretin örneklendiği andaki genliğine eşittir. Diğer durumlarda ise örnek genlikleri sayısal yöntemler kullanılarak ifade edilir. Örnek olarak darbe sayı modülasyonu (PNM) verilebilir. Burada modülatör bir darbe dizisi oluşturur, darbe sayacı işaretin örneklendiği andaki genliğini gösterir. Bununla birlikte yüksek çözünürlük için çok sayıda darbe gereklidir. Her ne kadar PWM, PPM, PAM ve PNM sıklıkla dönüştürme anlamında kullanılsalar da hata ve bant genişliği kaygılarından ötürü kayıt veya iletimde kullanılmak için uygun değildirler.



şekil 3.14 Darbe modülasyon yöntemleri

En sıklıkla kullanılan modülasyon yöntemi darbe kod modülasyonudur (PCM). Bu biçim

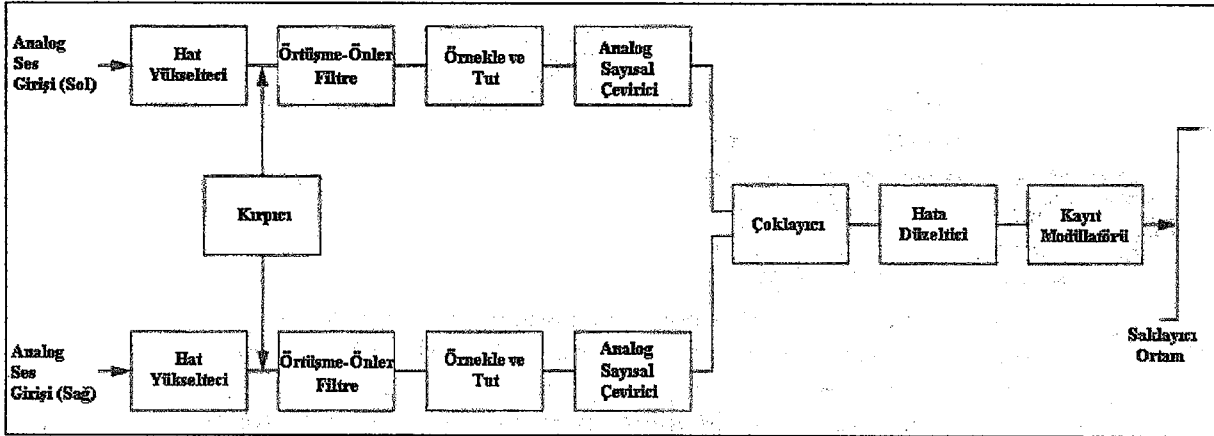
1937 yılında Fransa’da International Telephone and Telegraph Companies laboratuvarlarında çalıştığı sırada Alec Reeves tarafından bulunmuştur.

3.2.1 Darbe kod modülasyonu

PCM’ de giriş işareti örnekleme, kuantalama ve kodlamadan geçirilir. Örneklerin ölçülmüş analog genliğini bir darbe kodu ile betimleyerek genliği göstermek üzere ikili sayılar kullanılabilir. Darbe kodu alıcıda yeniden analog dalga biçimini oluşturmak üzere kullanılır. Örneklenmiş genlikleri gösteren ikili sözcükler Şekil 3.14’ün G bölümünde de görüleceği gibi PCM dalga biçimlerine doğrudan kodlanırlar.

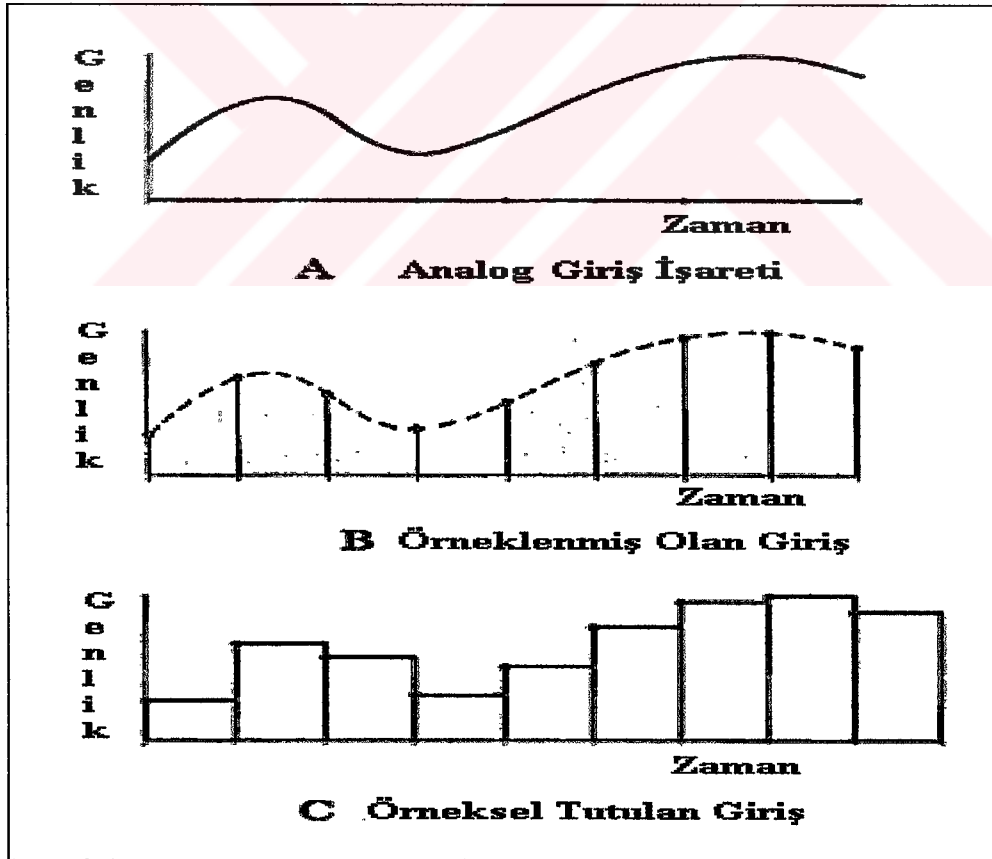
Diğer modülasyon yöntemlerinde genlik değerini göstermek için sadece bir adet darbe yeterli iken PCM’ de her örnek için bir çok darbe gerekir. Buna bağlı olarak PCM diğerlerine oranla daha yüksek bir bant genişliği isteyebilir. Bununla birlikte PCM’in güçlü bir işaret oluşturduğu alan sadece darbenin mevcut olup olmamasına bağlı olarak işareti okumaya gerek olmasıdır. Ek olarak bir PCM işaret kayıpsız olarak yeniden oluşturulabilir. Buna bağlı olarak, bir PCM iletiminin kalitesi örnekleme ve kuantalama işlemlerinin kalitesine bağlı olup kanalın kalitesine bağlı değildir. Ayrıca, örnekleme frekansına ve kanalın kapasitesine bağlı olmak üzere, zaman bölüşümlü çoklama kullanılarak bir çok PCM işareti birleştirilerek aynı anda iletilir. Bu özellik PCM’in kullanılmasını kolaylaştırır, örneğin stereo ses kolaylıkla iletilir.

Bir doğrusal PCM sisteminin mimarisi sayısallaştırıcı bir sistemin kolayca kavramsallaştırılmış tasarım yöntemlerini çok yakından takip eder. Analog dalga biçimi süzülür, zamanda örneklenir ve genliği bir analog-sayısal çevirici tarafından nicemlenir. İkili tabandaki sayılar örnekleme zamanlarındaki dalga biçim genliklerini simgeleyen değiştirilmiş kod darbe dizileri olarak gösterilirler. Eğer iki kanal örneklendi ise bu bilgi sadece bir veri akışı oluşturmak üzere çoklanabilir. Elde edilen sayısal veriler eş zamanlama ve hata düzeltimini sağlamak üzere değiştirilebilir ve hatta yardımcı veriler eklenebilir. Çalınma işlemi sırasında veriler modülasyon çözme, kod çözme ve hata düzeltimi işlemlerinden geçerler ve analog işaretin örnekleme zamanlarındaki asıl genlikleri yeniden elde edilir, bu değerler sayısal-analog dönüştürücü (digital-to-analog converter) ve alçak geçiren filtreden geçirilerek analog dalga biçimi yeniden oluşturulur. Şekil 3.15’de doğrusal bir PCM sisteminin kayıt edici kısmını görmekteyiz.



Şekil 3.15 Doğrusal PCM sisteminin kayıt bölümü

Şekil 3.16'daki her bir barın uzunluğunun sayısal karşılığı bulunursa işaret darbe kod modülasyonu ile ifade edilmiş olur.



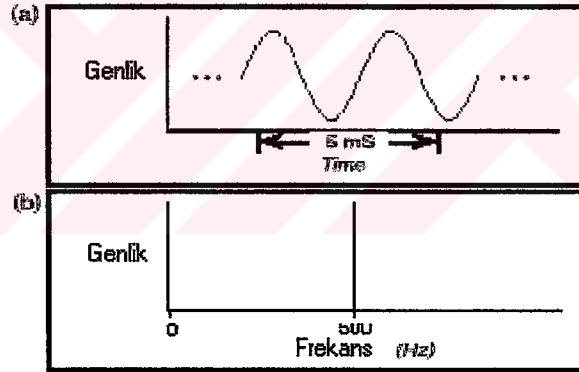
Şekil 3.16 Darbe kod modülasyonu ile gösterim

4. ZAMAN – FREKANS GÖSTERİMİ

4.1 Sesin Zaman Bölgesi Ve Frekans Bölgesi Gösterimleri

Sayısal işaretlerin dönüşüm yöntemleri bölümüne geçmeden önce niçin dönüşüm işlemine gerek duyulduğunun açıklanmasında yarar vardır. Matematiksel dönüşümlerin işaretlere uygulanmasındaki amaç, ham işaretten olabildiğince fazla bilgi elde etmektir. ‘Ham’ olarak nitelendirilen işaret, zaman eksenindeki işarettir, buna karşılık, matematiksel dönüşümlerden geçirilen işaretler ‘işlenmiş işaret’ olarak adlandırılır.

Pratikte karşımıza çıkan işaretlerin çoğu işlenmemiş haldeyken zaman eksensidirler. Bir başka deyişle, zamanın bir fonksiyonu olarak belirirler. Bu ses işaretleri grafiksel ya da matematiksel olarak zaman bölgesi (time domain) ve frekans bölgesi (frequency domain) gösterimi olmak üzere iki şekilde ifade edilebilir. Zaman bölgesinde işaretin genliği zamanın bir fonksiyonu olarak gösterilir. Şekil 4.1’in a kısmında en basit akustik işaret tipinin; bir sinüzoidal tonun zaman bölgesi gösterimi yer almaktadır.



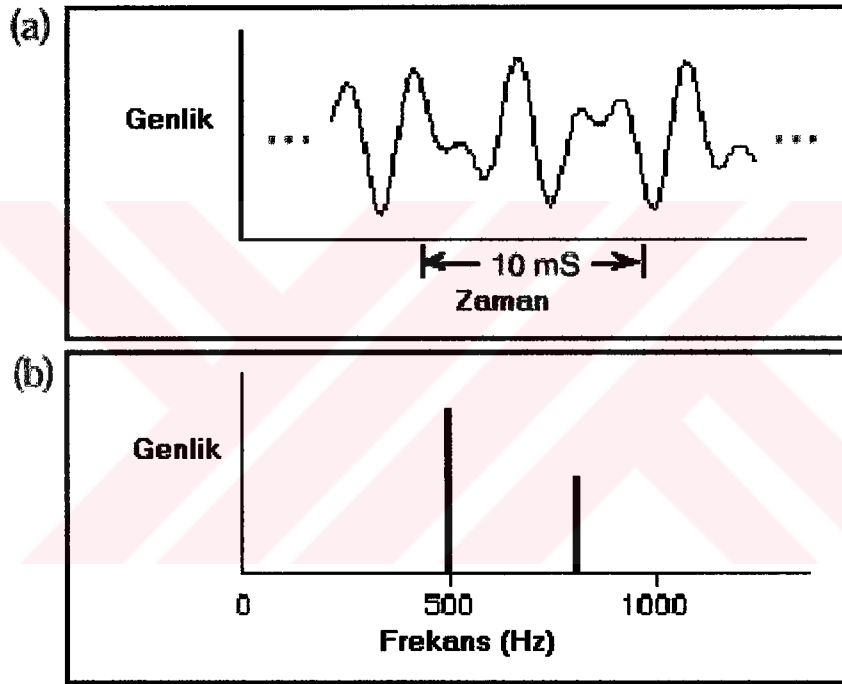
Şekil 4.1 Basit bir zaman-frekans gösterimi

Bu tür bir işaret; genliği zamanın sinüs fonksiyonu olup, bazı frekans değerleri tarafından karakterize edildiği için sinüzoid olarak adlandırılır. (Gerçek yaşamdaki fiziksel büyüklükler açısından bakıldığında, genlik, hava ya da su moleküllerinin titreşimi sonucu meydana gelen basıncın veya bir elektrik devresinin herhangi bir noktasındaki gerilimin ölçüsü olabilir). Aynı işaretin frekans bölgesi gösterimi düşey bir çizgi şeklindedir. (Şekil 4.1, b))

Ne kadar karışık olursa olsun, her ses sinüzoidal tonların toplamı olarak gösterilebilir. Seri içindeki her tonun diğerleriyle göreceli özel bir genliği ve fazı vardır. Karmaşık işaretlerin frekans bileşimi, genellikle zaman-bölge gösteriminin incelenmesiyle kolayca görülemez.

Zaman-genlik gösterimi, işaret işlemeyle ilgili uygulamaların çoğu için elde edilebilecek en iyi gösterim biçimi değildir, çünkü, birçok durumda ayırt edici olan frekans bilgisi bu gösterimde açığa çıkmaz, saklı kalır. Bu gibi durumlarda işaretin zaman-frekans gösterimine başvurulması gerekmektedir.

Bir işaretin frekans bölgesi gösterimi iki bölümden oluşur: Büyüklük spektrumu Şekil 4.2b' de görüldüğü gibi işaretin tümünde yer alan her bir frekans bileşeninin büyüklüğü hakkında bilgi içerir.



Şekil 4.2 Zaman-Frekans gösteriminde genlik bilgisi

Faz spektrumu ise frekans bileşenleri arasındaki faz ya da zamanlama ilişkisini sunar.

İşaretlerin frekans bileşenlerinin gösteriminin yararı tıp alanından seçilmiş bir örnek yardımıyla daha iyi açıklanabilir. Biyolojik işaretlerden olan ECG (kalbin çalışmasının grafiksel gösterimi) işaretini ele alalım. Sağlıklı bir kalbin ECG işaretinin şekli kardiyologlar tarafından bilinir. Bu şekilden belirgin olarak sapma gösteren bir ECG işareti, hastanın sağlık durumu konusunda ciddi ipuçları vererek bunun, hastalık oluşturacak bir durum olarak algılanmasını sağlayacaktır.

Bu hastalık durumu, zaman eksenli asıl işarette her zaman kolayca anlaşılır ve net olarak görülemez. Kardiyologlar ECG işaretlerini analiz etmek için çoğunlukla, uzun şeritli grafiklere kaydedilmiş zaman eksenli ECG işaretlerini kullanırlar. Son zamanlarda, bilgisayarlı ECG kayıt/analiz cihazlarının kullanılmaya başlanmasıyla birlikte, işaretlerdeki frekans bilgisi de incelenerek patolojik bir durumun varolup olmadığı anlaşılmaya çalışılmaktadır. Patolojik bir durumun olup olmadığını anlamada, doğru ve hızlı karar vermede işaretin frekans bileşeninin analizi, çok yararlı olmaktadır, çünkü bu yöntem zaman eksenli grafiklerde saklı kalabilecek sapmaları da göstermektedir.

İşaretin en ayırt edici özelliği olan bu frekans bilgisinin nasıl elde edileceği sorusunun yanıtı ise Fourier dönüşümüdür.

4.2 Fourier Dönüşümü (Fourier Transform)

Günümüzdeki araştırmaların büyük bir çoğunluğu matematiksel analiz ve işaret işlemenin endüstriyel uygulamaları dolayısıyla gerçekleştirilmektedir. Deprem araştırmaları, ses analiz ve sentezi, tıbbi görüntüleme ve sayısal telefonlar örnek olarak verilebilecek uygulamaların belli başlılarıdır. Tüm uygulamalarda amaçlanan, ilgili bilgiyi ayrık sayısal değerler olarak elde etmektir. Bu sayısal bilgi serisi işareti karakterize edebilecek zenginlikte olmalıdır, aynı zamanda gereğinden fazla bilgi de içermemelidir.

İşte bu işaret analiz ve sentezi için kullanılan birçok teknik içinde en eskisi ve en yaygın olarak kullanılanı, Fourier Analizi'dir. Hızlı Fourier Dönüşümü'nün (Fast Fourier Transform) bulunmasından beri özellikle periyodik işaretlerin analizinde yüksek verimlilik sağlayan en etkin yöntem olarak kullanılmaktadır. FFT'nin gelişinden önce sadece kuramsal bir araç olan Fourier analizinin konumu, FFT'nin ve hızlı sayısal hesaplamaların bulunmasıyla birlikte büyük ölçüde değişmiştir.

Fourier Dönüşümü ile birlikte işaretin zaman gösterimi $x(T)$, tam değerleri işaretin frekans gösterimini sağlayan yeni bir fonksiyona $X_{FT}(F)$ 'e dönüştürülür.

İlk olarak 1807 yılında Joseph Fourier, Daniel Bernoulli'nin daha önceden yapmış olduğu çalışmaları temel alarak , tüm periyodik fonksiyonların sinüs dalgalarına ayrıştırılabileceğini bulmuştur. Herhangi bir periyodik fonksiyonun Fourier serisi, bu

$$x(T) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{2\pi k T}{T_0} + b_k \sin \frac{2\pi k T}{T_0} \right) \quad (4.1)$$

fonksiyonun temel, sonsuz sinüs ve cosinüslerden nasıl meydana geldiğini göstermektedir (Euler-Fourier kuramı). Bu kuram sadece temel frekansın $(\frac{2\pi}{T_0})$ tamsayı katları olan sinüs ve cosinüsleri ilgilendirir :

a ve b katsayıları analiz edilen fonksiyona bağlıdır ve Fourier katsayıları olarak adlandırılır. $\frac{1}{2}a_0$ terimi sabit fonksiyon $\cos 2\pi kT = 1$ ' in katsayısıdır.

Birçok açıdan trigonometrik fonksiyonlar $\cos\theta$ ve $\sin\theta$ yerine karmaşık üstel fonksiyon $e^{j\theta}$ ile çalışmak daha kolaydır çünkü özellikle toplama ve diferansiyel işlemlerinde hesaplama hızını artırır^{***}. $\cos\theta = \frac{1}{2}(e^{j\theta} + e^{-j\theta})$ ve $\sin\theta = \frac{1}{2j}(e^{j\theta} - e^{-j\theta})$ bağıntıları kullanılarak Fourier serisi açılımı tekrar yazılabilir:

$$x(T) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{j2\pi kT/T_0} \quad (4.2)$$

burada $k=1,2,3,\dots$ için $c_0 = \frac{1}{2}a_0$, $c_k = \frac{1}{2}(a_k - jb_k)$ ve $c_{-k} = \frac{1}{2}(a_k + jb_k)$ olur. c_k katsayıları aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanabilir:

$$c_k = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(T) e^{-j2\pi kT/T_0} dT \quad (4.3)$$

Fourier Dönüşümü, periyodik olmayan $x(T)$ fonksiyonunun tüm Gerçek doğrudaki $R = \langle -\infty, \infty \rangle$ Fourier serisi açılımının, Fourier katsayılarını $X_{FT}(F)$ hesaplar. Açılım *analiz fonksiyonu* $e^{-j2\pi fT}$ 'nin sürekli üstdüşümü olarak tanımlanır:

$$X_{FT}(F) = \int_{-\infty}^{\infty} x(T) e^{-j2\pi fT} dT \quad (4.4)$$

Ya da açısal frekans $\Omega=2\pi F$ kullanarak:

^{**} $\frac{d}{d\theta} e^{j\theta} = j e^{j\theta}$, $e^{j(\theta+\xi)} = e^{j\theta} e^{j\xi}$

$$X(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(T) e^{-j\Omega T} dT \quad (4.5)$$

(4-4) deki $X_{FT}(F)$ analiz katsayıları işaretteki F frekansının özelliğini belirler. Ters Fourier Dönüşümü (ITFT)

$$x(T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_{FT}(F) e^{j2\pi FT} dF \quad (4.6)$$

bağıntısıyla tanımlanmıştır.

Analiz fonksiyonu karmaşık periyodik bir fonksiyondur. Sonuç olarak eğer $x(T)$ sabit dalga bileşenlerinden*** meydana gelmişse Fourier analizi kullanımı iyi sonuç verir. Bununla birlikte dinamik işarette zamanda meydana gelen beklenmedik bir değişiklik, $X_{FT}(F)$ 'teki tüm frekans bölgesi üzerine yayılır. Bu yüzden dinamik işaretlerin analizinde Fourier dönüşümünden daha kuvvetli bir yöntem kullanılmalıdır. Fourier dönüşümünün yetersiz kaldığı alanlar bir sonraki bölümde daha ayrıntılı olarak açıklanmaktadır.

4.3 Standart Fourier Analizinin Kısıtlamaları

İşaret işleme alanındaki tüm gelişmelere rağmen, Fourier analizinin tüm işaret türleri için tatmin edici bir analiz sağladığı söylenemez. Fourier Dönüşümü „f“ fonksiyonu hakkında tüm bilgiyi içerse de bu bilginin bir bölümü saklı kalır; fonksiyonun geçici özellikleri Fourier Dönüşümü tarafından açığa çıkarılmaz.

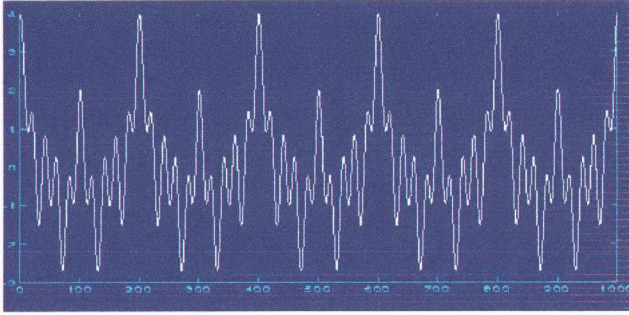
Fourier dönüşümünün özellikle sabit işaretlerin analizinde yetersiz kaldığı takip eden örneklerle açıklanabilir:

Örneğimizde, iki tane farklı işaretimiz olduğunu ve, bu işaretlerin önemli bir fark dışında aynı frekans bileşenlerine sahip olduklarını farz edelim. İki işaretin de dört tane frekans bileşeni olduğunu, aralarındaki fark olarak da: bu işaretlerden birinin, sözü edilen frekans bileşenlerine tüm zamanlarda (Şekil 4.1), diğerininse aynı frekans bileşenine farklı zamanlarda (Şekil 4.3) sahip olduğunu düşünelim.

$$x(t) = \cos(2\pi \cdot 5 \cdot t) + \cos(2\pi \cdot 10 \cdot t) + \cos(2\pi \cdot 20 \cdot t) + \cos(2\pi \cdot 50 \cdot t)$$

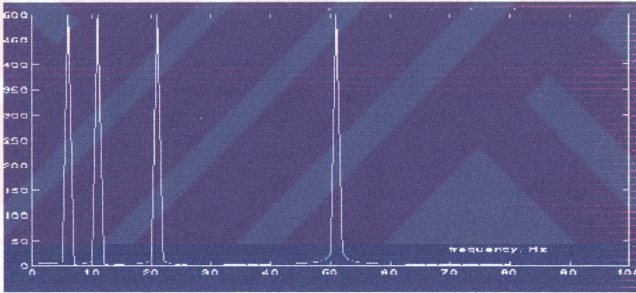
$$*** x(T) = \sum_{\forall^n} e^{j\Omega_n T}$$

işaretinin zaman-genlik düzlemindeki gösterimine aittir. Bu fonksiyon tüm zaman eksenini boyunca tekrarlanan 5,10,20 ve 50 Hz'lik dört frekans bileşenine sahiptir.



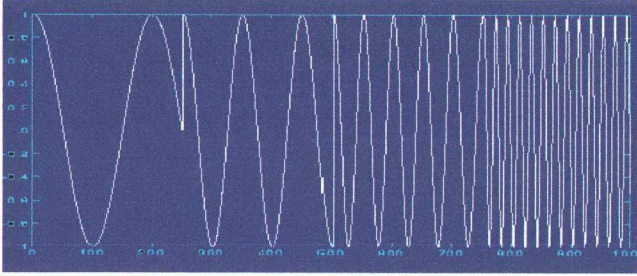
Şekil 4.1 Tüm zaman boyunca 5, 10,20,50 Hz frekanslarına sahip işaret

Bu işaretin ayrık fourier dönüşümü Şekil 4.2'deki çizimde gösterilmiştir. şekilde yer alan dört tepe noktası işaretin sahip olduğu dört farklı frekans değerine karşılık gelmektedir.



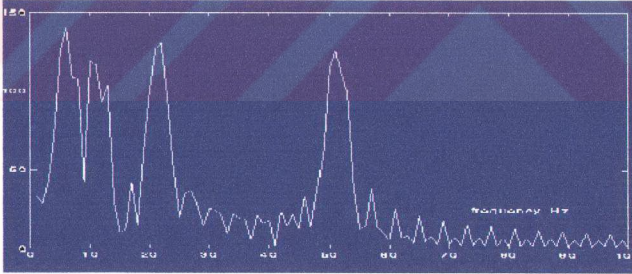
Şekil 4.2 Aynı frekanslara tüm zaman eksenini boyunca sahip işaretin Fourier dönüşümü

Aşağıdaki Şekil (Şekil 4.3) yine aynı cosinüs fonksiyonunun zaman-genlik gösterimidir. İlk işaretten tek farkı aynı frekans bileşenlerinin farklı zamanlarda var olmasıdır.



Şekil 4.3 5, 10, 20 ve 50 Hz frekanslarına farklı zamanlarda sahip işaret

Bu işaretin Fourier Dönüşümü Şekil 4.4'te gösterilmektedir. Bu şekilde görülen grafik, bir önceki fourier dönüşümüyle nerdeyse aynıdır. Grafiğe bakıldığında, dört tepe noktasının 5, 10, 20 ve 50 Hz'lik dört farklı frekans değerine karşılık geldiği görülür. Tepeciklerin aralarındaki küçük genlikli frekanslar, işaretin temel olmayan, küçük frekans bileşenleridir. İşaretin genel karakteristiğinde belirleyici olmazlar çünkü frekanslar arasındaki ani geçişler dolayısıyla oluşmuşlardır.



Şekil 4.4 Aynı frekanslara tüm zaman boyunca sahip işaretin Fourier dönüşümü

Bu iki işaret birbirinden tamamen farklı olmasına karşın, işaretlerin Fourier dönüşümleri bize aynı gösterimi vermektedir. Bu örnekten de anlaşıldığı gibi Fourier dönüşümleri dinamik işaretlerin analizinde kullanıldığında kesin ve doğru sonuçlar vermemektedir.

Fourier dönüşümünün kısıtlamalarından diğer bir tanesi de, ters dönüşümü olan, yani ham

işaretle işlenmiş işaret arasında ileri-geri gidişleri mümkün kılan bir yöntem olmasına rağmen, tek bir anda işaretin bu durumlarından sadece bir tanesinin görülebilmesidir. Başka bir deyişle, zaman eksenli işaretle frekans bilgisi ; işlenmiş işaretle de zaman bilgisi mevcut değildir. Burada doğal olarak akla gelebilecek ilk soru, aynı anda bu iki bileşeni görmenin gerekli olup olmadığıdır.

Bu sorunun yanıtı, gerçekleştirilen uygulamaya ve eldeki işaretin doğasına göre değişir. İncelenecek işaretin sabit mi yoksa dinamik bir işaret mi olduğu bu anlamda büyük önem kazanmaktadır.

Eğer üzerinde çalıştığımız konu işaret içinde hangi spektral bileşenlerin bulunduğuysa, Başka bir deyişle bu bileşenlerin hangi zaman aralıklarında oluştuklarıyla ilgilenmiyorsak, Fourier dönüşümünü bu tür sabit işaretlerin analizinde kullanabiliriz. Çünkü sabit işaretler, zaman içinde değişmeyen işaretlerdir ve bu işaretlerin frekans bileşenleri de zaman içinde değişmez; tüm frekans bileşenleri işaretin her anında mevcuttur. Böyle bir durumda, hangi zaman diliminde hangi frekans bileşeninin var olduğunu bilmek gerekmediğinden, bize sadece işaretle varolan frekans bileşenlerini veren Fourier dönüşümünü kullanmak en doğrusudur.

Ancak, bu spektral bileşenlerin işaretin hangi zaman aralıklarında oluştuklarını bilmek istiyorsak, yani dinamik işaretler (ses işaretleri, EEG, EMG, ECG gibi biyolojik işaretler vb..) ile ilgili çalışmalar yapıyorsak, işaretin sadece frekans bölgesindeki gösterimini sağlayan Fourier'in iyi bir seçim olmadığı açıktır. Çünkü, dinamik işaretlerin analizinde, spektral bileşenlerinin zaman aralıklarında yerinin belirlenmesi istendiğinde, gerekli olan gösterim o işaretin zaman-frekans gösterimidir.

Şimdiye kadar yaptığımız açıklamaları bir sonuca bağlayacak olursak:

Fourier dönüşümü sonrasında, aynı frekans bileşenlerine sahip iki işaret aynı sonuçları verebildiğinden, bu dönüşüm yöntemi iki işareti kesin olarak birbirinden ayırt etmede yetersiz kalabilmektedir. Fourier dönüşümü frekans bileşenlerinin zaman içinde değişken olduğu durumlarda, yani iki işaretin birbirinden farklı olduğu durumlarda bize bu farkı gösterememektedir. Bu nedenle sabit işaretlerin analizinde Fourier dönüşümlerini, dinamik işaretlerin analizinde ise zaman-frekans sunumunu aynı anda sağlayacak başka bir dönüşüm yöntemini kullanmak bize daha doğru sonuçlar verecektir.

Fourier'in bu alandaki yetersizlikleri sonucu hem zaman hem de frekans bölgesinde bilgi sağlayan çözümsel başka bir araç ihtiyacı ortaya çıkmıştır.

4.4 Zaman-Frekans Analizine Doğru

Ses analiz-sentez sistemi için en uygun yöntemin seçilmesi işlemi; algoritmik işaret gösterimi ile insanın işitsel algı sistemi için en iyi eşleşmenin bulunması olarak görülebilir. Bu analiz ve dolayısıyla dönüşüm - sentez işlemleri için kullanılacak yöntemlerin temeli zaman-frekans gösterimi üzerine atılmıştır.

Zaman-frekans analizinde genel yaklaşım doğrusallığı koruyarak, zaman bağımlılığını Fourier analizine tanıtmak şeklindedir. Zaman-frekans gösterimi temel gerçekliği sağlar; sonraki tüm işlemler ona bağlıdır ve sunduğu her şeyi doğru kabul ederler.

Zaman-frekans dağıtımı, verilen zamanda hangi frekansların var olduğunu göstermelidir. Böyle bir dağıtımın başarılabilmesinin en basit ve sezgisel yolu Kısa Zamanlı Fourier Dönüşümü (Short-Time Fourier Transform) kullanılmasıdır.

Bir sonraki bölümde zaman ve frekans değişkenlerine sahip, işaretin zamanla değişen frekans özelliklerinin birlikte gösterimini sağlayan bir fonksiyon olan STFT tanıtılacaktır.

Yine aynı bölümde; STFT' nin yapı taşı, işaretin sabit olduğu belirli zaman aralığını belirten dönüşüm değişkeni pencere tanıtılmaktadır.

4.5 Kısa Zamanlı Fourier Dönüşümü

4.5.1 Tanımı

Kısa Zaman Fourier Dönüşümü ya da pencerelenmiş Fourier dönüşümü; işareti belirli uzunluktaki parçalara ayırıp her bir bölüme Fourier dönüşümünün uygulandığı bir dönüşümdür. Bu zaman-frekans yer belirleme tekniğinde işaretin küçük parçalarına ait frekans değerleri hesaplanır. STFT bu pencerelerle ayrılmış her bir bölümün Fourier dönüşümünü hesaplar. Sürekli STFT aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$X_{STFT}(\hat{T}, \hat{F}) = \int_{-\infty}^{\infty} x(T) \overline{w(T - \hat{T})} e^{-j2\pi\hat{F}T} dT \quad (4.7)$$

Kullanılan pencere $w(T)$ zamanda yerel, pencerenin dışında yer alan T değerleri için de sıfırdır. Pencere fonksiyonunun üzerindeki çizgi karmaşık eşlenik (complex conjugate) anlamına gelmektedir ve pencere fonksiyonunun seçimi çok önemlidir.

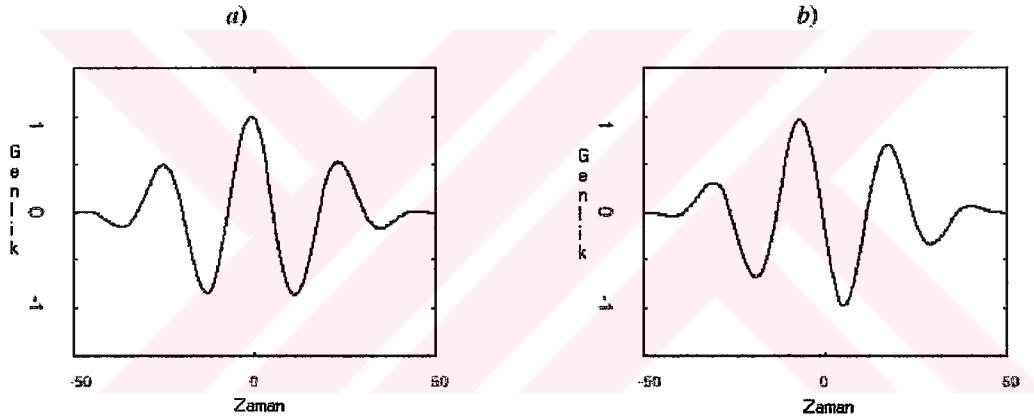
Bu dönüşüm, normal Fourier dönüşümü ile karşılaştırıldığında, $e^{-j2\pi\hat{F}T}$ fonksiyonunun

pencere fonksiyonuyla çarpıldıktan sonra, zamanda yerel bir değişkenle yer değiştirdiği görülür. Bu nedenle yeni analiz fonksiyonu zamanda yereldir ve tüm frekans değerleri için sabit süreye sahiptir. Bu pencere içindeki frekans, tıpkı bildiğimiz Fourier dönüşümündeki çözümleyici fonksiyonun frekansının yaptığı gibi tüm zamanlar üzerinde sınırsız değişir. STFT' nin çözümleyici fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$g_{\hat{T},\hat{F}}(T) = w(T - \hat{T})e^{j2\pi\hat{F}T} \quad (4.8)$$

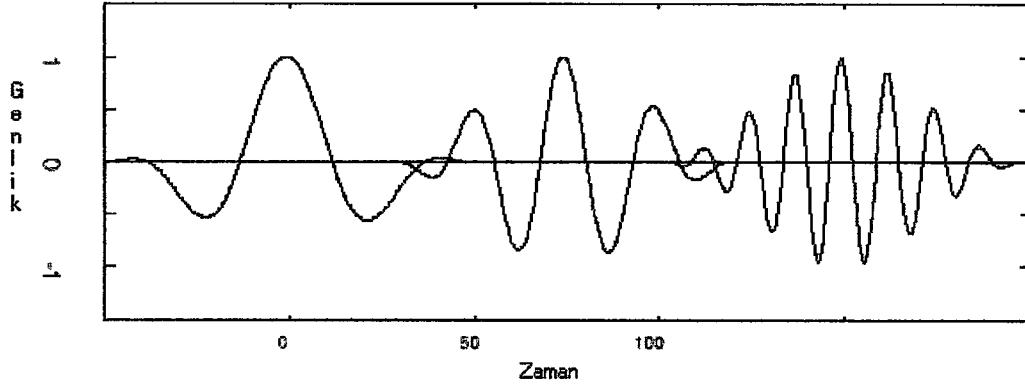
Bu fonksiyon *zaman-frekans düzlemi* adı verilen düzlemde zaman ve frekans büyüklüklerini simgeleyen $\hat{T}$ ve $\hat{F}$ değişkenlerini içerir.

Şekil 4.5'de belirli uzunluktaki analiz fonksiyonu, belirli bir frekans değeri $\hat{F}$ için gösterilmektedir:



Şekil 4.5 STFT analiz fonksiyonu. a) gerçel kısım, b) sanal kısım

Analiz fonksiyonu her biri $\hat{T}$ ve $\hat{F}$ 'in değerlerine bağlı örneklerle sahiptir. Örnekler $\hat{T}$ değişkenine göre zaman bölgesi boyunca dönüştürülürler. Dönüşüm işlemi Şekil 4.5'de gösterilmektedir. Analiz fonksiyonuna ait üç örnek farklı konumlarda $\hat{T}$ verilmiştir ve farklı $\hat{F}$ değerlerine sahiptir. Burada analiz fonksiyonunun hangi $\hat{T}$ 'de yer aldığı, ya da hangi $\hat{F}$ frekansını içerdiği fark etmeksizin, aynı süreye sahip olduğuna dikkat edilmelidir. Bu da analiz fonksiyonunun tüm $\hat{T}$ ve $\hat{F}$ değerleri için aynı süreye sahip olması demektir.



Şekil 4.6 STFT analiz fonksiyonunun üç örneği

4.5.2 Zaman bölgesinde pencereleme

Analiz fonksiyonu $g(T)$ 'nin iki önemli özelliği merkezi T_0 ve yarıçapı $\Delta_{g(T)}$ dir. Bu değişkenler aşağıda tanımlanmıştır:

$$T_0 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} T |g(T)|^2 dT}{\|g(T)\|_2^2} \quad (4.9)$$

$$\Delta_{g(T)}^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (T - T_0)^2 |g(T)|^2 dT}{\|g(T)\|_2^2} \quad (4.10)$$

$\|g(T)\|_2^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |g(T)|^2 dT$, analiz fonksiyonunun gücüdür. (4.9) ve (4.10), özellikle istatistik

alanında iyi bilinen *ortalama* ve *varyant* bağıntılarıdır. Analiz fonksiyonunun süresi $2\Delta_{g(T)}$ ile hesaplanabilir. STFT, $x(T)$,nin zaman penceresindeki yerel bilgisini vermektedir:

$$\langle T_0 + \hat{T} - \Delta_{g(T)}, T_0 + \hat{T} + \Delta_{g(T)} \rangle \quad (4.11)$$

4.5.3 Frekans bölgesinde pencereleme

Asıl işaret $x(T)$ 'nin Fourier dönüşümü $X_{FT}(F)$ ile STFT dönüşümü $X_{STFT}(\hat{T}, \hat{F})$ arasında bir ilişki kurulabilir. Öncelikle frekans bölgesinde bir analiz fonksiyonunun belirlenmesi

gereklidir. Bu da zaman bölgesindeki analiz fonksiyonunun Fourier dönüşümüdür $G_{FT}(F) = FT[g(T)]$. Analiz fonksiyonu $g(T)$ 'nin Fourier dönüşümü:

$$G_{FT}(F) = e^{-j2\pi(F-\hat{F})\hat{T}} W_{FT}(F - \hat{F}) \quad (4.12)$$

(4.7)'deki bağıntı kullanılarak STFT' nin tanımı tekrar yazılabilir:

$$X_{STFT}(\hat{T}, \hat{F}) = \int_{-\infty}^{\infty} x(T) \overline{g(T)} dT \quad (4.13)$$

Parseval Identity $\int_{-\infty}^{\infty} x(T) \overline{g(T)} dT = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_{FT}(F) \overline{G_{FT}(F)} dF$ kullanılarak (4.7) tekrar yazılırsa:

$$X_{STFT}(\hat{T}, \hat{F}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_{FT}(F) \overline{G_{FT}(F)} dF \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_{FT}(F) e^{j2\pi(F-\hat{F})\hat{T}} \overline{W_{FT}(F - \hat{F})} dF \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_{FT}(F) e^{-j2\pi\hat{F}\hat{T}} \overline{W_{FT}(F - \hat{F})} e^{j2\pi F\hat{T}} dF \\ &= (e^{-j2\pi\hat{F}\hat{T}}) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_{FT}(F) \overline{W_{FT}(F - \hat{F})} e^{j2\pi F\hat{T}} dF \end{aligned}$$

$x(T)$ işaretinin Fourier dönüşümü ile STFT dönüşümü arasındaki ilişki verilmiş olur. (4.12)'nin sonucu ve (4.7)'deki tanım zaman bölgesindeki pencereleme ile frekans bölgesindeki pencereleme arasındaki ilişkiyi gösterir.

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(T) \overline{w(T - \hat{T})} e^{-j2\pi\hat{F}T} dT = (e^{-j2\pi\hat{F}\hat{T}}) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_{FT}(F) \overline{W_{FT}(F - \hat{F})} e^{j2\pi F\hat{T}} dF \quad (4.15)$$

$(e^{-j2\pi\hat{F}\hat{T}})$ faktörü istisna kabul edildiğinde, $X(T)$ 'nin zamandaki pencerelenmiş Fourier dönüşümü, frekanstaki pencerelenmiş ters Fourier dönüşümüne $X_{FT}(F)$ eşittir.

$W_{FT}(F)$ dönüşüm fonksiyonu, $g(T) = w(T) e^{j2\pi\hat{F}\hat{T}}$ de sonsuz bant geçiren filtreler serisinin dürtü yanıtı olarak yorumlanabilir. Bu durumda $X_{STFT}(\hat{T}, \hat{F})$, bu bant geçiren filtrelerin çıkışları ile birlikte sonsuz işaretler serisi olmaktadır. Eşitlik (4.11) kullanılarak hesaplanabilen bu filtrelerin çıkışları, işaretin Fourier dönüşümünün, her bir bant geçiren filtrenin dönüşüm fonksiyonu ile çarpımının, ters Fourier dönüşümü olarak yorumlanabilir.

Ya da işaretin tüm dürtü yanıtları ile birlikte zaman bölgesindeki gelişimini hesaplayan eşitlik (4.12), konvolüsyon integrali olarak yorumlanabilir.

Zaman bölgesinde yapılarına benzer şekilde, pencere fonksiyonu $G_{FT}(F)$ 'in merkez frekansı F_0 ve yarıçapı $\Delta_{G_{FT}(F)}$ hesaplanabilir:

$$F_0 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} F |G_{FT}(F)|^2 dF}{\|G_{FT}(F)\|_2^2} \quad (4.16)$$

$$\Delta_{G_{FT}(F)}^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (F - F_0)^2 |G_{FT}(F)|^2 dF}{\|G_{FT}(F)\|_2^2}$$

$\|G_{FT}(F)\|_2^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |G_{FT}(F)|^2 dF$, analiz fonksiyonunun gücüdür. Analiz fonksiyonunun genişliği,

bant genişliği, $2\Delta_{G_{FT}(F)}$ ile hesaplanabilir. $x(T)$ 'nin frekans penceresindeki yerel spektrum bilgisi aşağıdaki gibidir :

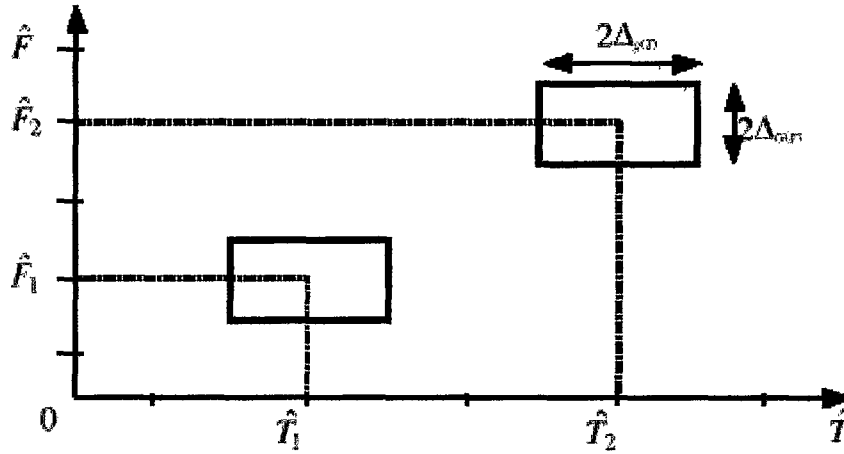
$$\langle F_0 + \hat{F} - \Delta_{G_{FT}(F)}, F_0 + \hat{F} + \Delta_{G_{FT}(F)} \rangle \quad (4.17)$$

İşaretin zaman bölgesinde pencerelenmesi, frekans bölgesinde süzülmesi anlamına geldiğinden, pencere fonksiyonu çok dikkatli seçilmelidir. Hem zaman, hem de frekans da yerel olan bir pencereye ihtiyaç vardır. Pencere seçimi, spektral kaçak karşısında avantaj sağlayan, doğru genlik ölçümüne olan gereksinime bağlıdır.

4.5.4 Zaman-Frekans düzlemi

Kısa zaman Fourier dönüşümünün mutlak değeri $|X_{STFT}(\hat{T}, \hat{F})|$ zaman ve frekans eksenlerinden oluşan iki boyutlu bir düzleme eşlenebilir. Buna genlik zaman-frekans dağılımı adı verilir. Önceki iki bölümde sırasıyla zamandaki ve frekanstaki pencereler tanımlanmıştı. Bu pencereler dikdörtgen *zaman-frekans çerçeveleri* ya da bazen *Heisenberg çerçeveleri* adı verilen çerçeveler üretirler. Aşağıdaki gibi tanımlanırlar:

$$\langle T_0 + \hat{T} - \Delta_{g(T)}, T_0 + \hat{T} + \Delta_{g(T)} \rangle \times \langle F_0 + \hat{F} - \Delta_{G_{FT}(F)}, F_0 + \hat{F} + \Delta_{G_{FT}(F)} \rangle \quad (4.18)$$



Şekil 4.7 Zaman-Frekans çerçevelerinin zaman-frekans düzlemindeki yeri

Çerçevelerin şekli, pencerenin zamandaki süresine ve Fourier dönüşümünün bant genişliğine bağlıdır. Fourier dönüşümünün ölçeklendirme özelliğine göre, çerçevelerin alanı tüm pencere uzunlukları için aynıdır:

$$FT[x(aT)] = \frac{1}{|a|} X_{FT}\left(\frac{F}{a}\right) \quad (4.19)$$

Eğer analiz fonksiyonunun süresi artırılsa, bant genişliği de orantılı olarak azalacaktır. Bu da sadece pencere şeklinin, zaman-frekans çerçevesinin alanını etkilediğini gösterir.

4.5.5 Zaman-Frekans belirsizliği

STFT' nin önemli bir özelliğini gösteren basit bir örnek; zaman ve frekans bölgesinde sınırsız büyüklüğe sahip penceredir.

$x(T)$ fonksiyonunun STFT' si Dirac dürtüsü pencere fonksiyonu olarak kullanılarak hesaplanabilir : $w(T) = \delta(T)$; böylece Fourier dönüşümü $W_{FT}(F) = 1$ olur. Bu oldukça tuhaftır, çok kullanışlı bir durumu yansıtmadığı halde bekleneni göstermektedir. (4.11)'deki eşitlik kullanılarak :

$$|X_{STFT}(\hat{T}, \hat{F})| = \left| (e^{-j2\pi\hat{T}\hat{F}}) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_{FT}(F) e^{j2\pi\hat{T}F} dF \right| \quad (4.20)$$

Eğer sonuç zaman-frekans düzlemine eşleştirilirse, asıl fonksiyon $x(T)$ 'nin zaman-bölge

$$= |x(\hat{T})| \quad (4.21)$$

gösterimi elde edilmiş olur. Eğer sonsuz küçük $w(T)$ kullanılırsa, bu yüzden $w_{FT}(F)$ sonsuz uzun olacaktır ve $x(T)$ fonksiyonunun zaman bölge gösterimi elde edilecektir.

Benzer bir hesaplama pencereyi $w(T)=1$ şeklinde belirleyerek yapılabilir. Bu durumda Fourier dönüşümü $W_{FT}(F) = \delta(F)$, (4.12) kullanılarak :

$$|X_{STFT}(\hat{T}, \hat{F})| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} x(T) e^{j2\pi\hat{F}T} dT \right| \quad (4.22)$$

$$= |X_{FT}(\hat{F})|$$

Eğer bu sonuç zaman-frekans düzlemine eşlenirse, asıl fonksiyon $g(T)$ 'nin frekans-bölge gösterimi elde edilmiş olur. Eğer kullanılan $w(T)$ penceresi sonsuz uzun, dolayısıyla $w_{FT}(F)$ sonsuz küçükse, $x(T)$ fonksiyonunun normal zaman-bölge gösterimi elde edilir.

(4.18) ve (4.22)'deki hesaplamalar kullanışlı bir durumu yansıtmamaktadırlar. Bununla birlikte önemli olan sonuçlardır. Bu sonuçlar göstermektedir ki; pencere $w(T)$ ne kadar küçükse, zaman bölge gösterimine benzer bir gösterim o kadar çabuk elde edilir. Pencere $w_{FT}(F)$ küçültüldükçe de, frekans bölge gösterimine benzer bir gösterimin elde edilmesi çabuklaşacaktır. Böylece STFT, zaman bölge gösterimi ile frekans bölge gösterimi arasında yer alan bir gösterimdir.

Aşağıdaki örnekler mükemmel bir zaman-frekans gösteriminin mümkün olmadığını göstermektedir. Bir tek karmaşık sinüzoid içeren işaret örnek alınır:

$$x(T) = e^{j2\pi F_x T} \quad (4.23)$$

(4.7)'deki bağıntı ve herhangi bir $w(T)$ penceresi kullanılarak STFT' si hesaplanırsa:

$$\begin{aligned} X_{STFT}(\hat{T}, \hat{F}) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(T) w(T - \hat{T}) e^{-j2\pi\hat{F}T} dT \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{j2\pi F_x T} w(T - \hat{T}) e^{-j2\pi\hat{F}T} dT \\ &= W_{FT}(\hat{F} - F_x) \end{aligned} \quad (4.24)$$

$X(T)$ tek bir frekans içerdiğinden, mükemmelleştirilmiş gösterim, tüm $\hat{T}$ zamanları için, F_x 'te zeri belirlenmiş Dirac fonksiyonu olacaktır. Yine de STFT merkezi F_x 'te yeri belirlenmiş pencere fonksiyonunu üretir. Mükemmelleştirilmiş gösterim arasındaki ilişki açıktır fakat doğruluk ve çözünürlük kaybı vardır.

4.5.6 Heisenberg belirsizlik ilkesi

Bir işaret hem zaman, hem de frekans bölgesinde yoğunlaştırılmaz. Frekansın var olması zaman alır. Zaman-frekans çerçevelerinin alanı düşük sınırlı olduğundan, zaman-frekans bölgesindeki çözünürlük seçimini sınırlar.

Çerçeve alanı (4.10) ve (4.13) ile hesaplanır, $T_0=0$, $F_0=0$ olarak kabul edilir:

$$(4\Delta_{g(t)}\Delta_{G_{FT}(F)})^2 = \frac{16}{\|g(T)\|_2^2} \left(\int_{-\infty}^{\infty} T^2 |g(T)|^2 dT \right) \frac{1}{\|G_{FT}(F)\|_2^2} \left(\int_{-\infty}^{\infty} F^2 |G_{FT}(F)|^2 dF \right) \quad (4.25)$$

aşağıdaki bağıntı:

$$F^2 |G_{FT}(F)|^2 = \frac{1}{4\pi^2} |FT[g'(T)]|^2 \quad (4.26)$$

ve Parseval Identity kullanılarak, (4.25) tekrar yazılabilir:

$$(4\Delta_{g(t)}\Delta_{G_{FT}(F)})^2 = \frac{16 \cdot 2\pi}{\|g(T)\|_2^2 \|G_{FT}(F)\|_2^2} \left(\int_{-\infty}^{\infty} T^2 |g(T)|^2 dT \right) \frac{1}{4\pi^2} \left(\int_{-\infty}^{\infty} |g'(T)|^2 dT \right) \quad (4.27)$$

Simdi, v ve w vektörlerinin uzunluklarının çarpımının alt sınırını belirleyen *Cauchy-Schwarz eşitsizliğini* kullanabiliriz. Eğer v ve w sonsuz boyutlu uzayda yer alan vektörlerse, onlar da

birer fonksiyon olarak görülebilirler. Bu durumda v nin uzunluğu $\left(\int_{-\infty}^{\infty} [v(T)]^2 dT \right)^{\frac{1}{2}}$ ile

hesaplanabilir. İç çarpım $\langle v, w \rangle$, $\int_{-\infty}^{\infty} v(T) \overline{w(T)} dT$ ile hesaplanabilir. $v(T) = T|g(T)|$ ve

$w(T) = T|g'(T)|$ olarak belirlenerek, *Cauchy-Schwarz eşitsizliği* aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} T^2 |g(T)|^2 dT \right) \left(\int_{-\infty}^{\infty} |g'(T)|^2 dT \right) \geq \left| \int_{-\infty}^{\infty} T g(T) \overline{g'(T)} dT \right|^2 \quad (4.28)$$

Bu bağıntı (4.25)'da yerine konulursa:

$$\begin{aligned}
(4\Delta_{g(t)}\Delta_{G_{FT}(F)})^2 &\geq \frac{16 \cdot 2\pi}{\|g(T)\|_2^2 \|G_{FT}(F)\|_2^2} \cdot \frac{1}{4\pi^2} \left| \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} T_g(T) \overline{g'(T)} dT \right|^2 \\
&\geq \frac{16 \cdot 2\pi}{\|g(T)\|_2^2 \|G_{FT}(F)\|_2^2} \cdot \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} T \frac{d}{dT} |g(T)|^2 dT \right)^2 \\
&\geq \frac{16 \cdot 2\pi}{\|g(T)\|_2^2 \|G_{FT}(F)\|_2^2} \cdot \frac{1}{16\pi^2} \|g(T)\|_2^2 \\
&\geq \frac{1}{\|g(T)\|_2^2} \cdot \frac{1}{\pi^2}
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Eğer $g(T)$ birim güce sahipse yukarıdaki bağıntı herhangi bir zaman-frekans çerçevesinin alanının en azından $\frac{1}{\pi}$ olduğu sonucunu verir; böylece $\Delta_{g(T)}$ ve $\Delta_{G_{FT}(F)}$ çarpımı

$$\Delta_{g(T)}\Delta_{G_{FT}(F)} \geq \frac{1}{4\pi} \text{ tarafından sınırlanır.}$$

Bu olay *Heisenberg belirsizlik ilkesi* olarak bilinir. Heisenberg belirsizlik ilkesi Frekansın, herhangi bir zaman-frekans analizi ile zamanda yerinin belirlendiği durumlarda geçerlidir. İyi frekans çözünürlüğü ile iyi zaman çözünürlüğüne aynı anda gelişigüzel bir şekilde sahip olmak mümkün değildir. Uzun süreli pencereler zayıf zaman çözünürlüğü fakat oldukça iyi frekans çözünürlüğü verir. Geniş bant genişliği olan bir pencere zayıf frekans çözünürlüğü fakat iyi bir zaman çözünürlüğü verir. Belirli bir *belirsizlik* kaçınılmazdır.

$\hat{T}$ ve $\hat{F}$ değişkenleri belirsizliklerin merkezidir ve zaman-frekans bilgisi $\pm \Delta_{g(t)}$ ile $\pm \Delta_{G_{FT}(F)}$ aralığında dağılmaktadır. Zaman-frekans pencere alanının sadece pencere şekline ve pencere süresine bağlı olduğuna dikkat edilmelidir.

4.5.7 Kısa Zaman Fourier Dönüşümü'nün dezavantajları

STFT' nin sakıncalarından birisi işaretin zaman penceresinden daha kısa süreye sahip olma durumunu çözmedeki yetersizliğidir. Zaten, zaman çözünürlüğünün artırılması için pencerenin kısaltılması, uygulamanın hesaplanması için sarf edilen gücü kabul edilemeyecek ölçülerde artırabileceğinden, özellikle kısa süreli işaretler incelenirken bu durum ile çok sık karşılaşılır.

Yine de en büyük dezavantajlarından birisi bölüm 4.5.4'te anlatılan Fourier ölçeklendirme özelliğine göre az iyi frekans çözünürlüğü içermesidir. Bölüm 4.5.6'da tanımlanan

Heisenberg belirsizlik ilkesi de bir dezavantajdır ama bu genel zaman-frekans analizi hakkındadır.

Fourier ölçekleme özelliği tarafından tanımlanan sınırlamalar iyi zaman ya da frekans çözünürlüğü arasında seçim yapmamıza neden olmaktadır. Bu da STFT durumunda, tüm zaman-frekans düzleminde sabit uzunluğa sahip olan pencereye göre, iyi zaman çözünürlüğü mü, yoksa iyi frekans çözünürlüğümü istediğimize karar vermeye zorlandığımız anlamına gelmektedir.

Uzun süreli alçak frekans bileşenleri ile kısa süreli, geçici yüksek frekans bileşenlerinin her ikisini de içeren işaretin, STFT kullanılarak eşzamanlı analizi yapılamaz.

Bu sınırlamanın üstesinden gelmenin tek yolu ölçek değişkeninin tanıtılmasıdır.

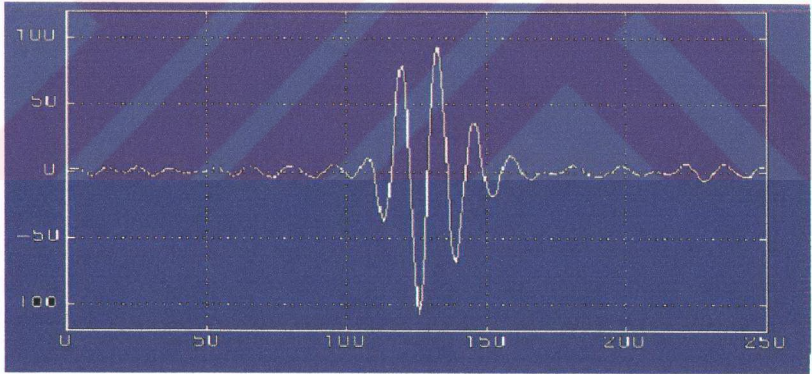


5. ÇOKLU ÇÖZÜNÜRLÜK ANALİZİ VE DALGACIK DÖNÜŞÜMÜ

5.1 Çoklu Çözünürlük Analizi

Zaman ve frekans çözünürlük problemleri, fiziksel bir olgunun (Heisenberg'in belirsizlik prensibi) sonucu olup, kullanılan dönüşüm yönteminden bağımsızdır. Yine de bir işareti alternatif bir yöntem olan çoklu çözünürlük analizi (MRA) kullanarak analiz etmemiz mümkündür. MRA, işareti farklı frekanslarda farklı çözünürlüklerle analiz eder. Bu yöntemde, her frekans bileşeni, STFT' de olduğu gibi eşit olarak çözülmez.

MRA, yüksek frekanslarda, iyi zaman çözünürlüğü, zayıf frekans çözünürlüğü vermek ve düşük frekanslarda iyi frekans çözünürlüğü, kötü zaman çözünürlüğü vermek için tasarlanmıştır. Bu yaklaşım, özellikle işaretin kısa zaman süreleri boyunca yüksek frekans bileşenine, uzun zaman sürelerinde düşük frekans bileşenine sahip olduğu durumlarda çok anlamlıdır. Genelde, günlük yaşamda karşılaşılan işaretlerin çoğu bu tarz işaretlerdir. Örneğin, Şekil 5.1'de bu tip bir işaret yer almaktadır. Tüm işaret boyunca düşük bir frekans bileşenine sahip bu işaret, ortada kısa bir süre boyunca yüksek frekans bileşenine sahip olmaktadır.



Şekil 5.1 Dinamik bir işaret

5.2 Dalgacık Dönüşümü (Wavelet Transform)

5.2.1 Dalgacık nedir?

Dalgacık terimi küçük dalga anlamına gelmektedir. Dalgacık olarak adlandırılmasının nedeni aşağıdaki koşulları sağlamasıdır :

Zaman alanında, küçük ve yoğun destekli enerji patlamasına sahiptir, zamanda salınım gösterir.

İlk koşul zamanda iyi yer belirleme özelliğinden dolayı fonksiyonu „küçük“ yaparken, ikinci koşul da „dalgalı“ yapar, sonuç olarak bu fonksiyon „dalgacık“ olarak adlandırılır.

5.2.2 Dalgacıklara genel bakış

Dalgacıklar veriyi farklı frekans bileşenlerine bölen matematiksel fonksiyonlardır. Dalgacıklar ile elde edilen her bir bileşen belirli bir çözünürlük seviyesinde incelenir. Dalgacıkların arkasındaki temel düşünce ölçeğe göre analiz yapmaktır.

Çeşitli matematiksel gereksinimlere cevap veren dalgacık fonksiyonları veri ya da diğer fonksiyonları temsil etmede kullanılır. Fonksiyonların üst düşümlerini kullanma yaklaşımı Joseph Fourier'in 1800'lerin başında diğer temel fonksiyonların temsili için sinüs ve cosinüslerin üst düşümlerini kullanabileceğini keşfetmesine dayanır. Bununla birlikte veriye bakmak için kullanılan *ölçek* dalgacık analizinde önemli rol oynar. Dalgacık algoritmaları veriyi farklı *ölçek* ve *çözünürlüklerde* işlerler. Eğer işarete büyük bir pencere ile bakılırsa, büyük özelliklerin farkına varılır. Benzer şekilde, eğer bir işarete dar bir pencere ile bakılırsa, küçük özelliklerin farkına varılır. Dalgacık analizinin sonucu, hem ormanı hem de ağaçları görebilmektir. Dalgacık analizini ilginç ve faydalı yapan bu özelliğidir. Bilim adamları yıllarca, değişken işaretlere yaklaşmak için Fourier analizinin temelini oluşturan sinüs ve cosinüslerden daha uygun fonksiyonlar aramışlardır. Bu fonksiyonlar yerel olmayıp, sonsuza kadar uzandıklarından keskin çıkışların yaklaşık değerinin bulunmasında zayıf kalırlar. Dalgacık analizi ile sonsuz alanlarda düzenli olarak yer alan yaklaşım fonksiyonları kullanılabilir. Dalgacıklar keskin devamsızlıklara sahip veri yaklaşımı için çok uygundur.

Dalga analiz yöntemi *analiz dalgacı* ya da *ana dalgacık (mother wavelet)* adı verilen dalgacık, ilk örnek fonksiyonunun benimsenmesidir. Frekans analizi ilk örnek dalgacığının genişletilmiş düşük frekanslı şekliyle gerçekleştirilirken, zaman analizi sıkıştırılmış yüksek frekanslı şekli ile yapılır. Asıl fonksiyon ya da işaret, dalgacık açılımı yönünden

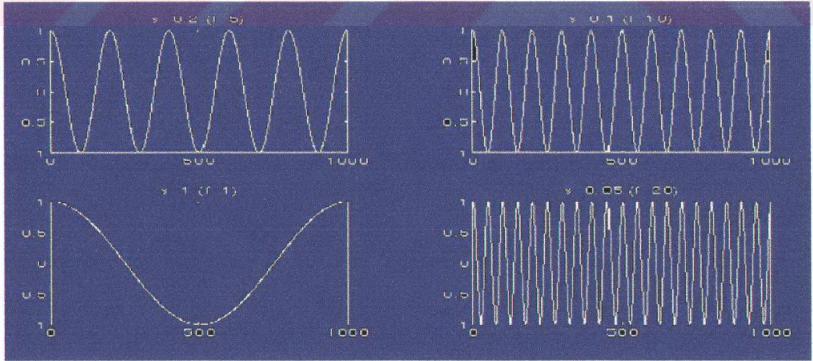
tanımlanabileceği için (dalgacık fonksiyonlarının doğrusal bileşimindeki katsayıları kullanarak), veri işlemleri sadece uygun dalgacık katsayıları kullanılarak gerçekleştirilebilir. Daha sonra veriye en iyi uyarlanmış dalgacıklar seçilirse ya da belli bir eşik değerinin altındaki katsayılar atılırsa, eldeki veri genişletilmiş olarak gösterilmiş olur. Bu seyrek kodlama, dalgacıkları veri sıkıştırma alanında mükemmel bir araç haline getirmiştir.

Dalgacıkları kullanan diğer alanlar astronomi, akustik, nükleer mühendislik, alt-bant kodlama, işaret ve görüntü analizi, sinir fizyoloji, müzik, manyetik çınlama görüntüleme, konuşma ayrımı, optik, fraktallar, düzensizlik, radar, insan görmesi ve kısmi türev eşitliklerinin çözümü gibi matematik uygulamaları olarak sayılabilir.

Temel fonksiyon ve ölçeği değişen temel fonksiyon kavramlarına göz atmakta dalgacık teorisini anlama açısından büyük yarar vardır.

5.2.2.1 Ölçek

Dalgacık analizindeki ölçek parametresi, haritalarda kullanılan ölçeğe benzemektedir. Haritalarda olduğu gibi, yüksek ölçek, işaretin çok ayrıntılı olmayan genel görünüşüne karşılık gelirken, düşük ölçek, işaretin detaylı bir görünüşüne karşılık gelir. Frekanslar da benzer şekilde: düşük frekanslar (yüksek ölçekler), bir işaretin tamamını kapsayan genel görünümünü verirken; yüksek frekanslar (düşük ölçekler), işarete gizli kalan, kısa süre içinde gerçekleşen saklı desenler hakkında detaylı bilgi verir. Şekil 5.2'de cosinüs işaretinin farklı ölçeklerdeki gösterimleri yer almaktadır.



Şekil 5.2 Farklı ölçeklerdeki cosinüs işaretleri

Pratikteki uygulamalarda, yukarıdaki örneklerin tersine, düşük ölçekler (yüksek frekanslar) bir işaretin tümü boyunca devam etmezler, zaman zaman ani ve kısa patlamalar şeklinde oluşurlar. Yüksek ölçekler (düşük frekanslar) genelde işaret boyunca varlıklarını devam ettirirler.

Matematiksel bir işlem olarak ölçekleme, işareti ya genişletir ya da sıkıştırır. Geniş ölçekler, genişletilmiş işaretlere, küçük ölçekler ise sıkıştırılmış işaretlere karşılık gelirler. Yukarıdaki şekilde görülen tüm işaret gösterimleri, aynı cosinüs işareti sıkıştırılarak veya genişletilerek elde edilmişlerdir. Bu şekilde, $s=0.05$ en ufak ölçek olarak, $s=1$ ise en büyük ölçek olarak alınmıştır.

Matematik fonksiyonları açısından, dönüştürülecek fonksiyon $f(t)$ şeklindeyse, $f(st)$ $f(t)$ 'nin $s>1$ olduğunda sıkıştırılmış hali; $s<1$ değerlerini aldığında da genişletilmiş halidir.

Bununla birlikte, dalgacık dönüşümünün tanımında, ölçekleme terimi, paydada yer aldığından, $s>1$ ölçekleri işareti genişletirken, $s<1$ ölçekleri işareti sıkıştırır. Tüm doküman boyunca ölçekten söz edilirken, bu şekilde yorumlanmış hali kullanılacaktır.

5.2.2.2 Temel fonksiyonlar

Temel fonksiyonlar her iki boyutlu vektör (x,y) , $(1,0)$ ve $(0,1)$ vektörlerinin bileşimidir. Bu iki vektör (x,y) vektörü için temel vektörlerdir. Çünkü x elemanı $(1,0)$ ile çarpıldığında $(x,0)$, ve y elemanı $(0,1)$ ile çarpıldığında $(0,y)$ vektörleri oluşur ve bu iki vektörün toplamı (x,y) vektörünü verir. En iyi temel vektörlerin sahip olduğu ek bir özellik de birbirlerine dik olmalarıdır. Temel vektörler $(1,0)$ ve $(0,1)$ için bu koşul sağlanmaktadır.

Simdi vektör (x,y) yerine bir $f(x)$ fonksiyonumuz olduğunu düşünelim. Bu fonksiyonun bir müzikal nota olduğunu düşünelim, örneğin herhangi bir oktavdaki A (1a) notası. Sinüs ve cosinüslerin farklı frekans ve genliklerdeki bileşimlerini kullanarak A'yı oluşturabiliriz. Bu örnek için sinüs ve cosinüsler temel fonksiyonlar ve aynı zamanda Fourier sentezinin elemanlarıdır. Seçilmiş olan sinüs ve cosinüsler için ek bir gereksinim daha tanımlayarak bunların dikgen (orthogonal) olmalarını isteyebiliriz. Bunu sağlamak için de içsel çarpımları toplamaları 0'a eşit olacak uygun sinüs ve cosinüs fonksiyon terimleri bileşiminin seçilmesi gerekmektedir. Dikgen olup $f(x)$ 'i oluşturmamızı sağlayan belirli fonksiyonlar topluluğu bu problemdeki dikgen temel fonksiyonlar olurlar.

5.2.2.3 Ölçeği değişen temel fonksiyonlar

Bu tür fonksiyonlar incelenecek fonksiyonu, farklı ölçekler kullanarak incelerler. Zaman düzleminde 0 ile 1 arasındaki bir işaret çeşitli adım fonksiyonları kullanılarak analiz edilebilir. Bir adım fonksiyonu 0 ile $\frac{1}{2}$ ve $\frac{1}{2}$ ile 1 aralığında olabilir. Dahası asıl işaret 0'dan $\frac{1}{4}$ 'e, $\frac{1}{4}$ 'den $\frac{1}{2}$ 'ye, $\frac{1}{2}$ 'den $\frac{3}{4}$ 'e ve $\frac{3}{4}$ 'den 1'e olmak üzere bir çok başka adım fonksiyonlarına bölünebilir. Her gösterim bölümü asıl işareti diğerlerinden farklı bir ölçekte kodlar. Bu özellik dalgacıkların geliştirilmesinde anahtar bir rol oynamıştır. Çünkü dalgacık analizinden geçirilmiş bir işaret zaman alanındaki işaretin farklı bölgeleri kullanılarak hesaplanır.

5.3 Dalgacıklara teknik açıdan bakış

Dikgen temel fonksiyonlar kullanılarak yapılan ilk fonksiyon gösterim şekli kuşkusuz sürekli ve periyodik işaretler için olan Fourier serileridir.

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \cdot e^{jk(2\pi/T)t} \quad (5.1)$$

$$c_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) \cdot e^{-jk(2\pi/T)t} dt$$

Burada $x(t)$ analiz edilecek işareti, T işaretin periyodunu ve c_k da $X(t)$ 'nin spektral bileşenlerini gösteren Fourier katsayılarını belirtir. Burada $2\pi k/T$ 'nin farklı ayrıntı frekanslarındaki üstel karmaşık fonksiyonlar, sonsuza uzandıkları için yoğun destekli değildirler, ama frekansta kusursuz olarak yoğun destekli olurlar çünkü bir üstelin $2\pi k/T$ frekansındaki Fourier dönüşümü bu frekansta bir fark fonksiyonudur. Bu özellikten dolayı dinamik işaretlerin analizinde Fourier gösterimi yetersiz kalır. diğer bir deyişle, sonsuz zaman desteklerinden dolayı üstel karmaşıklar işareti genel olarak zamanda analiz ederler ve sadece işarete hangi spektral bileşenlerin bulunduğunu gösterebilirler. Fourier gösterimi bu spektral bileşenlerin zamandaki yerinin belirlenmesine ilişkin bilgi veremez. Bu öge, sabit işaretleri incelerken bir sorun yaratmaz çünkü tüm spektral bileşenler her an mevcuttur. Fakat spektral bileşenleri zaman içinde değişen, dinamik işaretler için Fourier gösterimi açıkça uygun değildir. Gerçek yaşamda karşılaşılan çoğu işaret sabit değildir. Bu ufak ayrıntı atlandığında dinamik işaretleri incelemek için hatalı bir şekilde Fourier gösterimi kullanılır.

STFT, dinamik işaretleri yeterince sabit küçük bölümlere ayırarak ve her parçanın Fourier dönüşümünün alınarak analiz edilmesine izin verdiği için çok gerek duyulmuş bir

dönüşümdü.

Bu dönüşümde;

$$S(\tau, f) = \int x(t) w * (t - \tau) e^{-2j\pi ft} dt \quad (5.2)$$

$$x(t) = \iint_{\tau, f} S(\tau, f) w * (t - \tau) e^{2j\pi ft} d\tau df$$

$w(t)$ pencereleme fonksiyonunu, f frekans ve τ cevrim parametrelerini, $*$ karmaşık eşlenik işlemini ve $S(\tau, f)$ ise $x(t)$ 'nin frekans f ve cevrim τ 'daki STFT' sini göstermektedir. Dikkat edilirse, her bir f frekansı için gerekli olan zamanda yer belirleme, $x(t)$ 'yi $w(t - \tau)$ ile bölümlyerek sağlanmıştır, pencereleme fonksiyonu $t = \tau$ 'da ortalanmıştır. Sonuç olarak, bu bölümlenmiş işaretin Fourier dönüşümü, Fourier dönüşümünün yaptığı en iyi şey olan , frekansta yer belirlemeyi sağlar.

Bu yöntemin sorunu analiz sırasında tüm işaret için aynı pencereyi kullandığından tüm frekanslar için sabit çözünürlük sunmasıdır. Eğer analiz edilecek işarete küçük bir zaman aralığında yüksek frekans bileşenleri varsa iyi bir zaman çözünürlüğü sunmak için zamanda yoğun destek sağlayan dar bir pencere gerekli olur. Ancak dar pencereler geniş frekans bantları anlamına gelir ve zayıf frekans çözünürlüğü sunarlar. diğer yandan, eğer işarete uzun zaman aralığına yayılmış düşük frekans bileşenleri bulunuyorsa bu sefer de iyi bir frekans çözünürlüğü elde etmek için ,düşük zaman çözünürlüğü pahasına, daha geniş bir pencere kullanmak gerekecektir.

Bu problem, farklı uzunluklarda pencereler kullanmak yoluyla değişen zaman ve frekans çözünürlüğü sağlayan Dalgacık Dönüşümü'nün arkasında yatan kesin itici güç idi. Aslında WT, öncelikle işareti frekans bantlarına ayırıştırıp sonrasında zamanda analiz ettiği için STFT' nin tam tersini yapmaktadır :

$$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int x(t) \psi * \left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (5.3)$$

$$x(t) = \frac{C_\psi}{a^2} \int_{a>0} \int_b W(a, b) \psi * \left(\frac{t-b}{a}\right) da \cdot db$$

Burada $a > 0$ ve b ölçek ve çevrim parametreleri, ψ ana dalgacık, C_ψ ψ 'a bağlı bir sabit ve

$$x(t) = \frac{C_\psi}{a^2} \int_{a>0} \int_b W(a,b) \psi \left(\frac{t-b}{a} \right) da \cdot db \quad (5.4)$$

de $X(t)$ 'nin Sürekli Dalgacık Dönüşümü'dür (CWT).

Yukarıdaki eşitlik, $X(t)$ 'nin ölçeklendirilmiş ve çevrilmiş temel fonksiyonu olan ψ ile içsel çarpımı olarak görülebilir :

$$\psi_{(a,b)}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi \left(\frac{t-b}{a} \right), a > 0, b \in \mathbb{R} \quad (5.5)$$

olmak üzere

$$W(a,b) = \int x(t) \psi_{(a,b)}^*(t) dt \quad (5.6)$$

Dikkat edilmesi gereken nokta, temel fonksiyonların ölçeklendirilmiş ve çevrilmiş şekillerinin bir ilk örnek fonksiyon olan ana dalgacıktan elde edilmiş olmasıdır.

Ayrık Dalgacık Dönüşümü'nü (DWT) elde edebilmek için a ve b parametreleri ayrıklaştırılmalıdır. Daubechies'in gösterdiği $a = 2^j$ ve $b = 2^j k$ kadar ayrıklaştırma, seçilen belirli ψ (Daubechies dalgacıları) için birimlik (orthonormal) temel fonksiyonları vermektedir.

$$\psi_{(j,k)}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j} t - k) \quad (5.7)$$

Mallat bunun sonrasında DWT'yi elde etmek için çoklu çözünürlük analizinin (MRA) kullanılabileceğini göstermiştir. Bunun için ayrık işareti tekrarlamalı olarak alçak-geçirgen ve yüksek-geçirgen filtrelerden geçirip sonrasında iki ile alt örnekleme gereklidir. Bu işlem, her seviyede; N , $x(n)$ 'deki toplam örnek sayısı, $g[n]$ ve $h[n]$ yüksek ve alçak geçirgen filtreler olmak üzere

$$h[N-1-n] = (-1)^n \cdot g[n] \quad (5.8)$$

iken aşağıdaki ifadeleri hesaplar.

$$y_{\text{yuksek}}[k] = \sum_n x[n] \cdot g[2k-n] \quad (5.9)$$

$$y_{\text{alçak}}[k] = \sum_n x[n] \cdot h[2k-n]$$

Asıl işaret tam olarak karşı adımlar kullanılarak ya da $y_{yüksek}$ ve $y_{alçak}$ yüksek geçirgen ve alçak geçirgen filtrelerin her seviyedeki çıktıları olmak üzere aşağıdaki yöntem ile yeniden oluşturulabilir.

$$x[n] = \sum_k (y_{yüksek}[k] \cdot g[2k-n]) + (y_{alçak}[k] \cdot h[2k-n]) \quad (5.10)$$

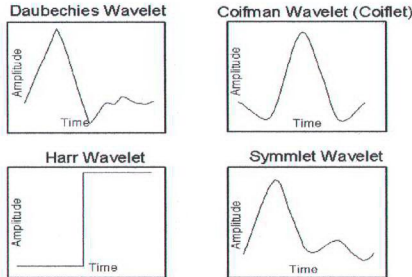
Dalgacık Dönüşümleri bir çok araştırmacının uzun süredir ihtiyaç duyduğu “dinamik işaretleri analiz etmek için sistematik bir yaklaşım” sağlamıştır. Daha başka bir çok Zaman-Frekans Gösterimi (TFR) yöntemleri vardı ancak hepsinin de kendi sınırları bulunmaktadır. Örneğin Kısa Zamanlı Fourier Dönüşümü de dahil olmak üzere bir çoğu, keskin geçişli ve yavaş değişen frekanslara sahip işaretleri inceleyemiyordu, nedeni ise bu Zaman-Frekans Gösterimi yöntemlerinin pencereli Fourier Dönüşümü’nü hesaplarken sabit bir pencere kullanması idi. Öte yandan diğerleri de hesaplanmaları güç olan karesel ya da doğrusal olmayan yöntemlerdir. Wavelet Dönüşümü değişen çözünürlükteki dinamik işaretleri frekans bantlarına ayrıştırarak analiz edebilen tek doğrusal dönüşümdür.

Aynı Dalgacık Dönüşümü’nün karmaşıklığı bir polinom yapısında gösterebildiğimize göre bu algoritma hızlı algoritmalar sınıfına girer. Bu özelliği dönüşümün üstün yanını oluşturur.

5.4 Dalgacık Türleri

Dalgacık dönüşümleri sonsuz bir seriden oluşmaktadır. Farklı dalgacık aileleri, temel fonksiyonların yer belirleme özelliği ile düzgünlüğü arasında bir seçim durumu yaratmaktadır.

Şekil 5.3’de birkaç farklı dalgacık ailesi gösterilmektedir.



Şekil 5.3 Dalgacık türleri

Seksen yıldan fazla bir zamandır bilinen Haar dalgacı, matematiğin çeşitli alanlarında kullanılmaktadır. Haar temel fonksiyonu iyi bilinen birimlik dalgacık fonksiyonlarıdır. Bununla birlikte sürekli olmaması bu dalgacık türünün dezavantajlarındandır.

Daubechies dalgacık temel fonksiyonunun fraktal bir yapısı vardır.

Zaman ve frekans yer belirlemeleri açısından bakıldığında Haar ve Shannon farklı uçlardadır. Zamanda yoğun desteğe sahip olan Haar dalgacı, frekansta zayıf sönümlemeye sahiptir. Bunun yanında, Shannon dalgacı frekansta yoğun desteğe, zamanda zayıf sönümlemeye sahiptir. Diğer dalgacık türleri bu iki uça olan dalgacıklara göre ortada bir yere denk gelirler. Aslında zaman ve frekansta üstel sönümlemeye sahip olması dolayısıyla Morlet dalgacı, en iyi zaman-frekans yoğunluğuna sahiptir.

5.5 Fourier İle Wavelet Dönüşümünün Karşılaştırılması

5.5.1 Benzerlikler

FFT ve DWT, ikisi de doğrusal işlemler olup, $\log_2 n$ tane Farklı uzunluktaki bölüm içeren veri yapıları üreterek, bunu 2^n uzunluğundaki Farklı veri vektörlerine dönüştürürler.

Dönüşüm işlemlerinde yer alan matrislerin matematiksel özellikleri de benzerdir. FFT ve DWT' nin ters dönüşüm matrisi, asıl matrisin devriğidir. Sonuç olarak, her iki dönüşüm de fonksiyon uzayında farklı bir alana dönüş olarak görülebilir. FFT için bu yeni alan, sinüs ve cosinüslerden oluşan temel fonksiyonları içerir. Dalgacık dönüşümü için ise bu alan, dalgacıklar, ana dalgacıklar ya da çözümleyici adı verilen daha karmaşık temel fonksiyonları içerir.

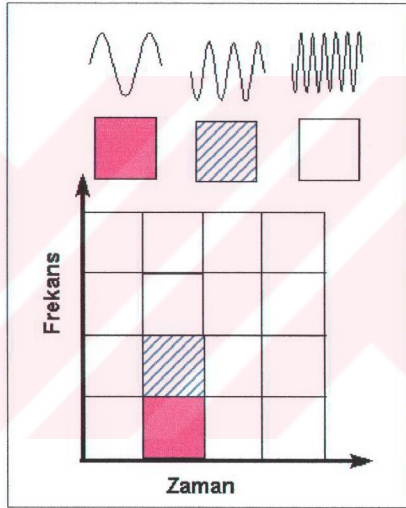
Her iki dönüşümün diğer bir benzerliği de temel fonksiyonlarının frekans yerinin belirlenmesini, bir frekans aralığında ne kadar güç olduğunun saptanmasını sağlayarak, frekansların seçilmesinde ve güç dağılımlarının hesaplanabilmesinde yardımcı olmalarıdır.

5.5.2 Farklılıklar

İki dönüşüm arasındaki en ilginç farklılık, özel dalgacık fonksiyonlarının uzaydaki yeri belirleme özelliğine sahip olması, Fourier sinüs ve cosinüs fonksiyonlarının ise bu özelliğe sahip olmamasıdır. Bu yer belirleme özelliği dalgacıkların frekans yer bilgisinin belirlenmesiyle birlikte, dalgacık alanına dönüştürüldüğünde bir çok fonksiyonu ya da operatörü seyrekleştirir. Bu seyreklilik, veri sıkıştırma, görüntü özelliklerinin ortaya

çıkarılması, zaman serilerinden gürültünün kaldırılması gibi uygulamalarda yarar sağlar.

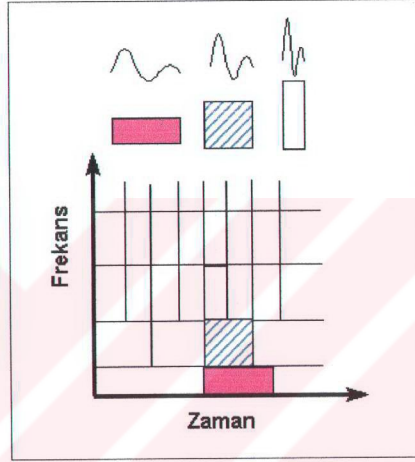
Fourier dönüşümü ile Dalgacık dönüşümü arasındaki zaman-frekans çözünürlüğü farklılıklarını görmenin bir yolu, temel fonksiyonun zaman-frekans düzlemi kaplamına bakmaktır. Şekil 5.4 pencerenin basit bir kare dalga olduğu, pencerelenmiş Fourier dönüşümünü göstermektedir. Kare dalga penceresi, sinüs veya cosinüs fonksiyonunu kısaltarak, belirli uzunluktaki pencereye uydurur. STFT' de tüm frekanslar için tek bir pencere kullanıldığından, analizin çözünürlüğü zaman-frekans düzlemindeki tüm noktalarda aynıdır.



Şekil 5.4 Fourier temel fonksiyonları, zaman-frekans düzlemi gösterimi

Dalgacık dönüşümünün amacı pencerenin değişebilmesidir. İşaretteki kopuklukları onarmak için çok kısa temel fonksiyona ihtiyaç vardır. Aynı zamanda ayrıntılı frekans analizi elde edebilmek için, çok uzun temel fonksiyonlara ihtiyaç vardır. Bunu başarmanın tek yolu kısa yüksek-frekans temel fonksiyonları ile uzun düşük-frekans temel fonksiyonlarına sahip olmaktır. Bu mükemmel ortam en iyi dalgacık dönüşümü tarafından sağlanmaktadır. Şekil 5.5, bir dalgacık fonksiyonunun (Daubechies dalgacı) zaman-frekans düzlemindeki gösterimidir.

Dalgacık dönüşümleri sadece sinüs ve cosinüs fonksiyonlarını kullanan Fourier dönüşümü gibi, tek bir temel fonksiyonlar serisine sahip değildir. Bunun yerine dalgacık dönüşümleri mümkün olan temel fonksiyonların sonsuz şeridine sahiptirler. Böylece dalgacık analizi, Fourier analizi gibi diğer zaman-frekans analizi yöntemleriyle açığa çıkarılamayan, gizli kalan bilgiye anında erişimi sağlar.



Şekil 5.5 Daubechies temel fonksiyonları, zaman-frekans düzlemi gösterimi

5.6 Sürekli Dalgacık Dönüşümü

Sürekli Dalgacık Dönüşümü, çözünürlük problemini gidermek için, kısa zamanlı Fourier dönüşümüne alternatif bir yaklaşım olarak geliştirilmiştir. Dalgacık analizi, işaretin STFT'deki pencere fonksiyonuna benzer bir fonksiyonla (dalgacık) çarpılması ve dönüşümün zaman-alan işaretinin farklı bölümleri için ayrı olarak hesaplanması açısından STFT analizine benzer bir şekilde yapılır. Bununla birlikte, STFT ile CWT arasında başlıca iki fark vardır:

- 1) Pencerelemiş işaretlerin Fourier dönüşümleri alınmaz, bu nedenle de, tek tepecik sinüzoidale karşılık gelecek şekilde görünür, negatif frekanslar hesaplanmaz.
- 2) Dönüşüm değeri her bir frekans bileşeni için hesaplanırken pencerenin genişliği değiştirilir, ki bu wavelet dönüşümünün en önemli karakteristiğidir.

Sürekli Dalgacık Dönüşümü şu şekilde tanımlanır:

$$CWT_x^\psi(\tau, s) = \Psi_x^\psi(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int x(t) \psi^*\left(\frac{t-\tau}{s}\right) dt \quad (5.11)$$

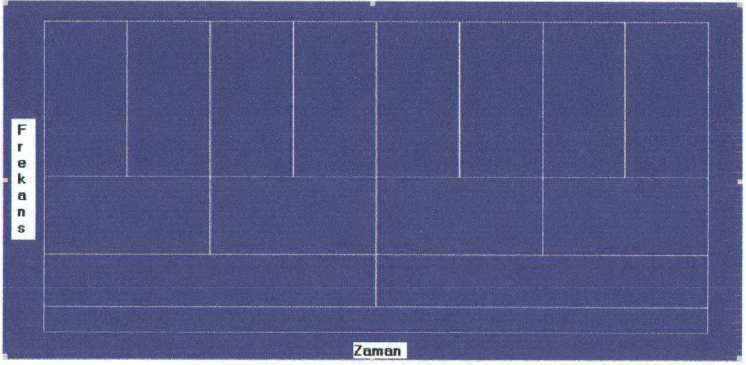
Yukarıdaki eşitlikte görüleceği gibi, dönüşüme uğrayan işaret τ ve s olmak üzere iki değişkenli bir fonksiyondur. τ dönüştürme, s ölçeklendirme parametreleri $\psi(t)$ ise dönüştürme fonksiyonudur ve ana dalgacık olarak adlandırılır. Ana dalgacık diğer pencere fonksiyonlarının üretilmesinde kullanılan ilk örnektir.

Dönüşüm terimi, STFT’ de kullanılan anlamında kullanılır ve pencere işaret boyunca kaydırılırken, pencerenin konumuyla ilgilidir. Bu terim, dönüşüm alanındaki zaman bilgisine karşılık gelir. Bununla birlikte, STFT’ de var olan frekans parametresi dalgacık dönüşümünde görülmemektedir. Onun yerine, “1/frekans” olarak tanımlanan *ölçek* parametresi vardır; frekans terimi STFT için ayrılmıştır.

5.6.1 Zaman-Frekans çözünürlükleri

Bu bölümde, dalgacık dönüşümünün çözünürlük özellikleri incelenecektir. Çözünürlük sorunu STFT’ den dalgacık dönüşümüne geçmedeki ana nedendir.

Şekil 5.6, zaman ve frekans çözünürlüklerinin nasıl gösterilmeleri gerektiğini açıklamakta yaygın olarak kullanılır. Bu şekildeki her kutucuk, zaman-frekans düzlemindeki dalgacık dönüşümünün bir değerine karşılık gelir. Kutucukların, belirli bir sıfırdan farklı alana sahip olduğuna dikkat edilmelidir. Bunun anlamı, zaman-frekans düzlemindeki belirli bir noktanın değerinin bilinemeyeceğidir. Zaman-frekans düzlemindeki, belli bir kutucuğa düşen tüm noktalar dalgacık dönüşümünün bir değeriyle ifade edilir.



Şekil 5.6 Zaman-Frekans düzlemi

Şekil 5.6'ya daha yakından bakıldığında; ilk olarak, kutucukların en ve boylarının değişmesine karşılık alanlarının sabit olduğu dikkat çeker. Her kutucuk, zaman-frekans düzleminin eşit bir alanını temsil eder fakat bunu farklı zaman ve frekanslara farklı değerler vererek yapar. Düşük frekanslarda, kutucukların yüksekliklerinin daha kısa (daha iyi frekans çözünürlüğüne karşılık gelir), enlerinin daha geniş (kesin zaman değeri konusundaki belirsizlikten dolayı, zayıf zaman çözünürlüğüne karşılık gelir) olduğu görülür. Yüksek frekanslarda ise, kutucukların genişlikleri azalmakta dolayısıyla zaman çözünürlüğü iyileşmekte ve boyları artmakta yani frekans çözünürlüğü zayıflamaktadır.

Belirtilmesinde yarar olan bir başka nokta da bu bölmelerin STFT' de nasıl olduğudur. STFT' de, zaman ve frekans çözünürlüklerinin, tüm analiz boyunca bir defalığına seçilen analiz pencerelerinin genişlikleriyle belirlendiği daha önce belirtilmişti. Yani STFT' de hem zaman hem de frekans çözünürlükleri sabittir ve bu nedenle, zaman-frekans düzlemindeki kutucuklar STFT için kareler halinde olurlar.

Kutucukların boyutlarından bağımsız olarak, alanları, hem STFT' de hem WT' de aynıdır ve Heisenberg'in eşitsizlik prensibi tarafından belirlenir. Sonuç olarak, kutucukların alanları her pencere fonksiyonu (STFT durumunda) veya her ana dalgacık (CWT durumunda) için sabit iken, farklı alanlarda, farklı pencereler veya ana dalgacıklar oluşabilir. Aynı zamanda, Heisenberg'in belirsizlik ilkesi nedeniyle, kutucukların alanlarının istenildiği kadar azaltılması da mümkün değildir. Öte yandan, verilen bir ana dalgacık için, kutucukların

boyutları, alan sabit tutularak değiştirilebilir. Zaten bu işlem tam olarak dalgacık dönüşümünün yaptığı şeydir.

5.6.2 Dalgacık teorisi: matematiksel bir yaklaşım

Bu bölümde, birçok işaret analiz tekniklerinin altında yatan temel kavram olarak da düşünülebilen dalgacık analizi teorisinin temel düşüncesi açıklanmaktadır. FT, bir fonksiyonu analiz edip yeniden oluşturmak için temel fonksiyonları kullanır. Bir vektör uzayında ki her vektör, o vektör uzayındaki temel vektörlerin doğrusal bileşimleri olarak yazılabilir. Bunu yaparken kullanılan yöntem, vektörleri bazı sabit sayılarla çarparak elde edilen çarpımları toplamaktır. İşaretin analizi, bu sabit sayıların tahminini (dönüşüm katsayıları veya Fourier katsayıları, dalgacık katsayıları gibi) içerir. Sentez veya yeniden kurma işlemi ise, doğrusal bileşim eşitliğinin hesaplanmasına karşılık gelir.

5.6.2.1 Temel vektörler

Vektör uzayı V 'nin temeli, birbirinden bağımsız doğrusal vektörler serisidir, öyle ki, V 'deki herhangi bir v vektörü, bu temel vektörlerin doğrusal bileşimi olarak yazılabilir. Bir uzay vektörü için birden fazla temel olabilir. Bununla birlikte, hepsi aynı sayıda vektör içerirler ve bu sayı, o vektör uzayının boyutu olarak bilinir. Örneğin, iki boyutlu bir uzayda, temel iki tane vektöre sahip olacaktır.

$$v = \sum_k v^k b_k \quad (5.12)$$

5.12'deki eşitlik, bir v vektörünün b_k temel vektörleri ve buna karşılık gelen μ_k katsayılarının doğrusal bileşenleri olarak nasıl yazılacağını göstermektedir.

Vektörler yönünden açıklanan bu kavram, b_k temel vektörünü, $\phi_k(t)$ temel fonksiyonlarıyla ve v vektörünü de $f(t)$ fonksiyonuyla değiştirerek, kolaylıkla fonksiyonlar için de genelleştirilebilir. Bu durumda 5.12'deki eşitlik aşağıdaki gibi olur:

$$f(t) = \sum_k \mu_k \phi_k(t) \quad (5.13)$$

Karmaşık üstel fonksiyonlar (cosinüs ve sinüs), FT için temel fonksiyonlardır. Üstelik, bunlar, yeniden oluşturmada istenilen bazı özellikleri sağlayan dikgen fonksiyonlardır.

$f(t)$ ve $g(t)$ 'nin $L^2[a,b]$ içinde iki fonksiyon olduğunu kabul edelim ($L^2[a,b]$, $[a,b]$

aralığındaki kare integrali alınabilen fonksiyonları göstermektedir). Bu iki fonksiyonun iç çarpımları 5.14'deki eşitlikle tanımlanmıştır.

$$\langle f(t), g(t) \rangle = \int_a^b f(t) \cdot g^*(t) dt \quad (5.14)$$

Yukarıdaki iç çarpım tanımına göre, CWT oluşan test işaretinin, $\psi_{\tau,s}(t)$ temel fonksiyonlarıyla iç çarpımı olarak düşünülebilir:

$$CWT_x^\psi(\tau, s) = \Psi_x^\psi(\tau, s) = \int x(t) \psi_{\tau,s}^*(t) dt \quad (5.15)$$

burada,

$$\psi_{\tau,s} = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \quad (5.16)$$

CWT' nin tanımı, dalgacık analizinin, temel fonksiyonlar (dalgacıklar) ile işaretin kendisi arasındaki benzerlik ölçümü olduğunu gösterir. Buradaki benzerlik, benzer frekans bileşenlerini içermek anlamındadır. Hesaplanan CWT katsayıları, o andaki ölçekte, işaretin dalgacığa yaklaşıklamasına karşılık gelir.

Eğer işaret, o anki ölçeğe karşılık gelen bir ana frekans bileşenine sahipse, o anki ölçekteki dalgacık (temel fonksiyon), frekans bileşenlerinin olduğu belirli konumdaki işarete yakın veya benzer olacaktır. Bu nedenle zaman-ölçek düzleminde bu noktada hesaplanan CWT katsayısı oldukça büyük bir sayı olacaktır.

5.6.2.2 İç çarpım, dikgenlik ve birimlilik

v, w vektörlerinin iç çarpımları sıfıra eşitse dikgen olarak tanımlanırlar.

$$\langle v, w \rangle = \sum_n v_n w_n^* = 0 \quad (5.17)$$

Benzer şekilde, f ve g fonksiyonlarının, iç çarpımları sıfıra birbirlerine göre dikgen olarak tanımlanırlar.

$$\langle f(t), g(t) \rangle = \int_a^b f(t) \cdot g^*(t) dt = 0 \quad (5.18)$$

$\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ vektör kümesi içindeki elemanlar çiftler halinde dikgenlerse ve her birinin uzunluğu "1" ise, o durumda birimdik olarak adlandırılırlar. Bu durum Formül 5.19'la ifade edilir.

$$\langle v_m, v_n \rangle = \delta_{mn} \quad (5.19)$$

Benzer olarak, $\{\phi_k(t)\}$ fonksiyonlar kümesi, $k=1,2,3,\dots$. Eğer eşitlik 5.20 sağlanırsa birimdik olarak adlandırılır.

$$\int_a^b \phi_k(t) \phi_l^*(t) dt = 0 \quad k \neq l \quad (5.20)$$

ve

$$\int_a^b \{\phi_k(t)\}^2 dx = 1 \quad (5.21)$$

ya da aynı anlamda

$$\int_a^b \phi_k(t) \phi_l^*(t) dt = \delta_{kl} \quad (5.22)$$

burada δ_{kl} , Kronecker delta fonksiyonudur ve şu şekilde tanımlanır:

$$\delta_{kl} = \begin{cases} 1 & \text{if } k = l \\ 0 & \text{if } k \neq l \end{cases} \quad (5.23)$$

Yukarıda da belirtildiği gibi, birden fazla temel fonksiyon veya vektör kümesi olabilir. Bunların arasında, dikgen fonksiyonlar ve vektörler özel bir önem taşırlar çünkü, bunlar analiz katsayılarını bulmada kullanılacak olan çok değerli özelliklere sahiptirler. Birimdik temel fonksiyonlar, dikgenlik özellikleri kullanılarak bu katsayıların çok basit ve direkt bir yolla hesaplanmasına izin verilir.

Birimdik temel fonksiyonlar için, katsayılar μ_k aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$\mu_k = \langle f, \phi_k \rangle = \int_a^b f(t) \cdot \phi_k^*(t) dt \quad (5.24)$$

ve $f(t)$ fonksiyonu, μ_k katsayıları değiştirilerek Formül 5.13'den yeniden oluşturulabilir. Bu şekilde, 5.25'deki eşitlik elde edilir:

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_k \mu_k \phi_k(t) \\ &= \sum_k \langle f, \phi_k \rangle \phi_k(t) \end{aligned} \quad (5.25)$$

Birimdik temel fonksiyonlar, her uygulama tipi için uygulanabilir olmayabilirler; bu durumlarda genelleştirilmiş şekli olan çift dikgen (biorthogonal) temel fonksiyonlar kullanılırlar. 'Biorthogonal' terimi, birbirlerine dikgen olan ama ikisi birlikte dikgen bir set oluşturmayan iki farklı temel fonksiyon anlamına gelir.

Bununla birlikte, çift dikgen temel fonksiyonlarının mevcut olmadığı bazı uygulamalarda, dalgacık teorisinin çok önemli bir bölümünü oluşturan çerçeveler kullanılabilirler.

5.6.3 Dalgacık sentezi

Sürekli dalgacık dönüşümü, 5.27'deki eşitlik gerçekleştiği sürece tersinir bir dönüşümdür. Bu pek sınırlayıcı bir koşul değildir. Sürekli dalgacık dönüşümü, temel fonksiyonlar dikgen olmasa dahi, 5.27'deki eşitlik gerçekleştiği sürece tersinirdir. Yeniden oluşturma işlemi, Formül 5.26 aracılığıyla mümkündür.

$$x(t) = \frac{1}{c_\psi^2} \int_s \int_t \Psi_\psi(\tau, s) \frac{1}{s^2} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) d\tau \cdot ds \quad (5.26)$$

c_ψ kullanılan dalgacığa bağlı olarak değişen bir sabittir. Yeniden oluşturma işleminin başarısı kabul edilebilirlik adı verilen bu sabite bağlıdır. Aşağıda gösterilen kabul edilebilirlik koşulunun gerçekleşmesi için :

$$c_\psi = \left\{ 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\xi)|^2}{|\xi|} d\xi \right\}^{1/2} < \infty \quad (5.27)$$

$\hat{\psi}(\xi)$, $\psi(t)$ 'nin FT'si olur. 5.27'deki eşitlik $\hat{\psi}(0)=0$ olduğunu gerektirir, ki bu da eşitlik 5.28 dir.

$$\int \psi(t) dt = 0 \quad (5.28)$$

Entegrali sıfır olan pek çok dalgacık fonksiyonu bulunabildiğinden, Yukarıdaki eşitlik çok

sınırlayıcı değildir. 5.28'deki eşitliğin gerçekleşmesi için dalgacığın titreşimli olması gerekmektedir.

5.6.4 Sürekli Dalgacık Dönüşümü'nün ayrışması : dalgacık serileri

Dönüşümün ayrışştırılmasının en basit yöntemi, FT ve STFT' de olduğu gibi zaman-frekans düzlemini örneklemeektir. Düzlemi, aynı örnekleme oranı ile örnekleme, en uygun yöntem gibi görünse de, WT durumunda, ölçek değişimi örnekleme oranını azaltmak için kullanılabilir.

Yüksek ölçeklerde (düşük frekanslar), örnekleme oranı Nyquist kuralına uygun olacak şekilde azaltılabilir. Başka bir deyişle, eğer zaman-ölçek düzleminin, s_1 ölçeğinde N_1 örnekleme oranıyla örneklenmesi gerekiyorsa; aynı düzlem, N_2 örnekleme oranı ile s_2 ölçeğinde de örneklenebilir. Burada önemli olan $s_1 < s_2$ (karşılık gelen frekanslar da aynı şekilde $f_1 > f_2$) ve $N_2 < N_1$ olması gerektiğidir. N_1 ve N_2 arasındaki Gerçek ilişki Aşağıda gösterilmiştir.

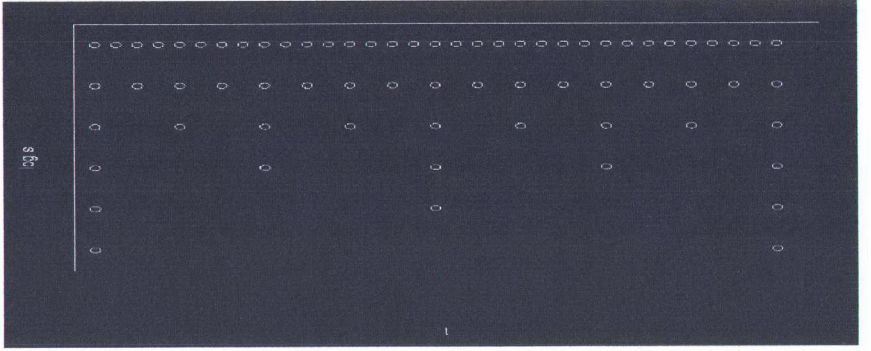
$$N_2 = \frac{s_1}{s_2} N_1 \quad (5.29)$$

veya

$$N_2 = \frac{f_2}{f_1} N_1 \quad (5.30)$$

düşük frekanslarda örnekleme oranı düşürülebilir ve böylelikle hesaplama zamanından önemli ölçüde kazanılabilir.

Zaman ve ölçek parametreleri ayrıştırılan işaretlerin yeniden oluşturulması bazı koşullar altında mümkündür. Ölçek parametresi s , ilk olarak logaritmik bir ızgara üzerinde ayrıştırılır. Sonra zaman parametresi, ölçek parametresine göre ayrıştırılır, yani her ölçek için farklı örnekleme oranı kullanılır. Sonuç olarak örnekleme işlemi, ikili (dyadic) örnekleme ızgarası olarak adlandırılan ve Şekil 5.7'de görülen bir ızgara üzerinde gerçekleştirilir.



Şekil 5.7 İkili (dyadic) örnekleme ızgarası

Eksenler tarafından kaplanan alanın tüm zaman-ölçek düzlemi olduğu düşünülürse, CWT bu düzlem üzerindeki noktalara birer değer atar. Böylelikle, sonsuz sayıda CWT katsayısı oluşur. İlk olarak ölçek eksenindeki ayrıklaştırma işlemini inceleyelim: Logaritmik kural uygulanarak, sonsuz sayıdaki noktalar arasından, sadece sonlu sayıda nokta alınır. Logaritma tabanı kullanıcıya bağlı olmakla birlikte, yaygın olarak kullanılan taban 2'dir. Eğer taban olarak iki kullanılırsa, sadece $2, 4, 8, 16, 32, 64, \dots, 2^n$ ölçekleri hesaplanır. Eğer taban üç ise, $3, 9, 27, 81, \dots, 3^n$ ölçek değerleri hesaplanacaktır. Daha sonra ölçek eksenindeki ayrıklaştırmaya göre zaman eksenini ayrıklaştırılır. Ayrık ölçek ikinin katları ile değiştiğinden, zaman eksenini için örnekleme oranı her ölçek için ikinin kati kadar azaltılır.

En düşük ölçekte ($s=2$), zaman ekseninin sadece 32 noktası örneklenebilir. Bir sonraki ölçekte ($s=4$), zaman ekseninin örnekleme oranı, ölçek iki katına çıktığından, ikinin katı kadar azalmıştır, ve dolayısıyla sadece 16 örnek alınmıştır.

Bu yapı zaman-ölçek düzlemi olarak adlandırılrsa da, dönüşüm alanındaki 'zaman', aslında dalgacığın zaman içindeki kaydırılmasına karşılık geldiğinden; dönüşüm-ölçek düzlemi olarak adlandırılması daha doğru olur. Dalgacık serileri için, gerçek zaman hala sürekli'dir.

Sürekli Fourier dönüşümü, Fourier serisi ve ayrık Fourier dönüşümünde olduğu gibi, dalgacıklar için de sürekli dalgacık dönüşümü, yarı-ayrık dalgacık dönüşümü (dalgacık serileri olarak bilinirler) ve ayrık dalgacık dönüşümü kavramları vardır.

Yukarıdaki ayrıklaştırma işlemi matematiksel terimlerle ifade edilecek olursa, ölçek ayrıklaştırması $s = s_0^j$ ve dönüşüm ayrıklaştırması $\tau = k \cdot s_0^j \cdot \tau_0$ dur. $s_0 > 1$ ve $\tau_0 > 0$ dir.

Dönüşüm ayrıklaştırmasının s_0 ile ölçek ayrıklaştırmasına bağımlı olduğu unutulmamalıdır.

Sürekli dalgacık fonksiyonu

$$\psi_{\tau,s} = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \quad (5.31)$$

$$\psi_{j,k}(t) = s_0^{-j/2} \psi(s_0^{-j}t - k\tau_0) \quad (5.32)$$

$s = s_0^{-j}$ ve $\tau = k \cdot s_0^{-j} \cdot \tau_0$ yerleştirilerek yukarıdaki eşitlik elde edilir.

Eğer $\psi_{j,k}$ dikgen bir temel fonksiyon içeriyorsa, dalgacık serisi dönüşümü

$$\Psi_x^{\psi_{j,k}} = \int x(t) \psi_{j,k}^*(t) dt \quad (5.33)$$

veya

$$x(t) = c_\psi \sum_j \sum_k \Psi_x^{\psi_{j,k}} \psi_{j,k}(t) \quad (5.34)$$

halini alır.

Bir dalgacık serisi, $\psi_{j,k}$ nin ya dikgen / iki dikgen veya çerçeve olmasını gerektirir. Eğer $\psi_{j,k}$ dikgen değilse, o zaman Formül 5.35 aşağıdaki hale gelir;

$$\Psi_x^{\psi_{j,k}} = \int x(t) \psi_{j,k}^* \hat{t} dt \quad (5.35)$$

Burada $\psi_{j,k}^* \hat{t}$ ya çift iki dikgen temel fonksiyon ya da çift çerçevedir. (* işareti eşleniği ifade etmektedir).

Eğer $\psi_{j,k}$ dikgen veya ikidikgen ise, dönüşüm tekrarlanmayan olacaktır. Ancak bir çerçeve oluşturuyorsa, dönüşüm tekrarlanır olacaktır. Öte yandan, çerçeveleri bulmak, dikgen ve iki dikgen temel fonksiyonları bulmaktan daha kolaydır.

Burada açıklanacak bir benzerlik, bu kavramı daha da anlaşılır hale getirecektir. Tüm işlem, belirli bir nesneye bakmak olarak düşünülürse; insan gözü, öncelikle genel görüntüyü fark eder ki bu da nesnenin gözden uzaklığına bağlıdır. Bu durum, ölçek parametresinin s_0^{-j} ayarlanmasına karşılık gelir. Çok yakındaki bir nesneye bakarken, yani detaylar tam olarak görünürken, j negatif ve büyük bir sayıdır (düşük ölçek, yüksek frekans, işareti detaylı

olarak inceler). Gözler yavaşça ve çok az artan ölçülerde (uzaklıkta veya açıda) çevrildiği zaman, bu durum, $\tau = k \cdot s_0^{-j} \cdot \tau_0$ 'a karşılık gelir. j negatif ve büyükken, τ zamandaki ufak değerlere (yüksek örnekleme oranı), ve s_0^{-j} deki büyük değişimlere (düşük ölçek, yüksek frekans, örnekleme oranının yüksek olduğu durum) karşılık gelmektedir. Ölçek parametresi aynı zamanda büyütme olarak da düşünülebilir.

Örnekleme oranının; işaretin yeniden oluşturulabilmesinin mümkün olması şartıyla düşürülebileceği, en küçük değerler $s_0 = 2$ ve $\tau = 1$ olarak belirlenir. Doğal olarak, örnekleme oranı düşürülmeye çalışıldığında uygun dikgen dalgacık sayısı da azalmaktadır.

5.7 Ayırık Dalgacık Dönüşümü (Discrete Wavelet Transform)

Öncelikle niçin ayırık dalgacık dönüşümüne ihtiyaç duyulduğunu açıklamak yerinde olacaktır.

Ayrıklaştırılmış sürekli dalgacık dönüşümü, sürekli dalgacık dönüşümlerinin bilgisayar tarafından hesaplanmalarına izin verse de, gerçek bir ayırık dönüşüm değildir. Dalgacık serisinin, basit anlamda CWT' nin örneklendirilmiş hali olduğunu anımsayacak olursak, işaretin geri oluşturulması gerektiğinde bu bilgiler oldukça artıktır. Bu fazlalık, hesaplama yapılırken çok fazla zaman ve kaynak tüketimi gerektirmektedir. Öte yandan, ayırık dalgacık dönüşümü (DWT), asıl işaretin hem analizi hem de sentezi için yeterli bilgiyi, hesaplama zamanında belirgin bir azalmayla sağlamaktadır.

DWT, CWT ile karşılaştırıldığında, daha kolay uygulanabilir bir yöntem olduğu görülmektedir. Bu bölümde, DWT' nin temel kavramları, özellikleri ve hesaplamalarda kullanılan algoritmalar açıklanacaktır.

5.7.1 Ayırık dalgacık dönüşümüne giriş

DWT' nin oluşumu, Croiser, Esteban ve Galand'ın ayırık zaman işaretlerini ayrıştırmak için bir teknik geliştirdikleri 1976 yıllarına kadar uzanmaktadır. Aynı yıl, Crochiere, Weber ve Flanagan da, benzer bir çalışmayı konuşma işaretlerinin kodlanması üzerinde gerçekleştirmişlerdir. Onlar analiz yöntemlerine alt bant kodlaması adını vermişlerdir. Daha sonraları, 1983 yılında Burt alt bant kodlamasına çok benzer bir teknik geliştirmiş ve buna 'Piramitsel Kodlama' adını vermiştir ki bu çoklu çözünürlük analizi olarak da bilinir. 1989 Yılına gelindiğinde ise, Vetterli ve Le Gall, piramitsel kodlama tekniğinde varolan fazlalıkları çıkartarak, alt bant kodlama tekniğini geliştirmişlerdir.

5.7.2 Alt bant kodlaması ve çoklu çözünürlük analizi

Ana fikir, CWT' dekiyle aynıdır. Sayısal filtreleme teknikleri kullanılarak, sayısal bir işaretin zaman-ölçek gösterimi elde edilir. CWT' nin benzerlik ölçüsü olarak kullanılan bir dalgacıkla, farklı ölçeklerdeki bir işaret arasındaki bağıntı olduğu bilinmektedir. Sürekli dalgacık dönüşümü, analiz penceresinin ölçeği değiştirilip, pencere zamanda kaydırılıp, işaretle çarpılıp, tüm zamanlarda toplanarak hesaplanır. Ayrık dalgacık dönüşümünde, işareti farklı ölçeklerde incelemek için farklı kesim sıklığına sahip filtreler kullanılır. Yüksek frekansları analiz edebilmek için, işaret, bir dizi yüksek geçiren filtreden geçirildikten sonra, düşük frekansların analizi için bir dizi alçak geçiren filtreden geçirilir.

İşaret hakkında ne kadar ayrıntılı bilgi edinebileceğinin bir göstergesi olan çözünürlüğü, filtreleme işlemleri tarafından değiştirilirken; ölçek ise üst örnekleme ve alt örnekleme işlemleriyle değiştirilir. Bir işaretin alt örnekleme, işaretin bazı örneklerini atarak, örnekleme oranını azaltmaya karşılık gelir. Örneğin, 2 ile alt örnekleme işarettteki her iki örnekten birini atmaya karşılık gelir. n çarpanı kadar alt örnekleme ise, işarettteki örneklerin sayısını n defa azaltmaya karşılık gelir.

Bir işaretin üst örnekleme, işarete yeni örnekler ekleyerek, örnekleme oranını arttırmak demektir. Örneğin, 2 ile üst örnekleme işarettteki her iki örnek arasına sıfır ya da ara değer eklemeye karşılık gelir. n çarpanı kadar üst örnekleme ise, işarettteki örneklerin sayısını n defa arttırmaya karşılık gelir.

DWT katsayıları genellikle ikili bir ızgara üzerindeki CWT'den örneklenir. İşaret, bir ayrık zaman fonksiyonu olduğu için, fonksiyon ve dizi terimleri takip eden bölümlerde dönüşümlü olarak kullanılacaklardır. $x[n]$ olarak gösterilecek bu dizide, n tamsayıdır.

İşlem, bu işareti, $h[n]$ dürtü yanıtıyla birlikte yarı bant sayısal alçak geçiren filtreden geçirerek başlar. Bir işareti filtrelemek, filtrenin dürtü yanıtıyla birlikte işaretin gelişimi matematiksel işlemine karşılık gelir. Ayrık zamanda gelişim işlemi şu şekilde tanımlanır.

$$x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n-k] \quad (5.36)$$

Yarı bantlı alçak geçiren filtre, işaretin en yüksek frekansının yarısının üstünde kalan tüm frekansları çıkarır. Örneğin işaretin maksimum frekans bileşeni 1000 Hz olduğunda, yarı bant alçak geçiren filtre 500 Hz 'in üzerindeki tüm frekansları kaldıracaktır.

Bu durumda, frekansın birimi önem kazanmaktadır. Ayrık işaretlerde, frekans radyan

cinsinden ifade edilir. İşaretin örnekleme frekansı, radyal frekans cinsinden 2π radyana karşılık gelir. Bu nedenle, bir işaretteki en yüksek frekans bileşeni, eğer işaret Nyquist oranında örneklenmişse π radyan olacaktır. Başka bir deyişle, Nyquist oranı ayrık frekans alanında π rad/s 'ye karşılık gelir. Bu nedenle, ayrık işaretlerde Hz kullanmak uygun değildir; ayrık zaman işaretlerinde frekans birimi radyandır.

İşareti yarı bant alçak geçiren filtreden geçirdikten sonra, Nyquist kuralına göre örneklerden yarısı elenmiş olacaktır, çünkü artık işaretin maksimum frekansı π yerine $\pi/2$ radyan olacaktır. Her iki örnekten biri atılarak işaret iki ile alt örneklenmiş olur ve artık işaret, asıl işaretin yarısı kadar noktaya sahip olur. İşaretin ölçeği artık iki katına çıkmıştır. Burada alçak geçiren filtrelerin, yüksek frekans bilgilerini temizlediği, ölçeği değiştirmedikleri belirtilmelidir. Sadece alt örnekleme işlemi ölçeği değiştirir. Öte yandan, çözünürlük, işaretin içindeki bilgi miktarıyla ilgili olduğundan, filtreleme işlemlerinden etkilenir. Yarı bantlı alçak geçiren filtrelemenin işarettaki frekansların yarısını çıkartması, bilgilerin yarısının kaybedilmesi olarak yorumlanabilir. Bu nedenle, çözünürlük, filtreleme işleminden sonra yarılanır. Bununla birlikte, filtrelemeden sonraki alt örnekleme işlemi çözünürlüğü etkilemez, çünkü, işarettaki frekans bileşenlerinin yarısının çıkartılması örneklerin yarısını gereksiz hale getirir. Yani, örneklerin yarısı, herhangi bir bilgi kaybı söz konusu olmaksızın çıkartılabilir. Özetlenecek olursa, alçak geçiren filtreleme çözünürlüğü yarılar ama ölçeği değiştirmez. Artık örneklerin yarısı gereksiz olduğundan, işaret iki ile alt örneklenir; Bu da ölçeği iki katına çıkartır.

Bu işlem matematiksel olarak şu şekilde ifade edilebilir :

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] \cdot x[2n-k] \quad (5.37)$$

Simdi DWT' nin gerçekte nasıl hesaplandığını inceleyelim. DWT, işareti yaklaşık ve ayrıntılı bilgilerine ayrıştırarak, değişik frekans bantlarında değişik çözünürlüklerle analiz eder. DWT, alçak geçiren ve yüksek geçiren filtrelere karşılık gelen, ölçekleme fonksiyonları ve dalgacık fonksiyonları olarak adlandırılan iki dizi fonksiyon kullanır.

İşaretin farklı frekans bantlarına ayrıştırılması, zaman alan işaretinin yüksek geçiren ve alçak geçiren filtrelerden geçirilmesi sonucu gerçekleştirilir. Asıl $x[n]$ işareti ilk olarak yarı bant yüksek geçiren filtreden ($g[n]$) ve alçak geçiren filtreden ($h[n]$) geçirilir. Filtreleme sonrasında, örneklerin yarısı Nyquist kuralına göre elenmiştir, artık işaret en yüksek frekans bileşeni olarak π yerine $\pi/2$ radyan lik bir frekansa sahiptir. Bu nedenle, işaret her iki

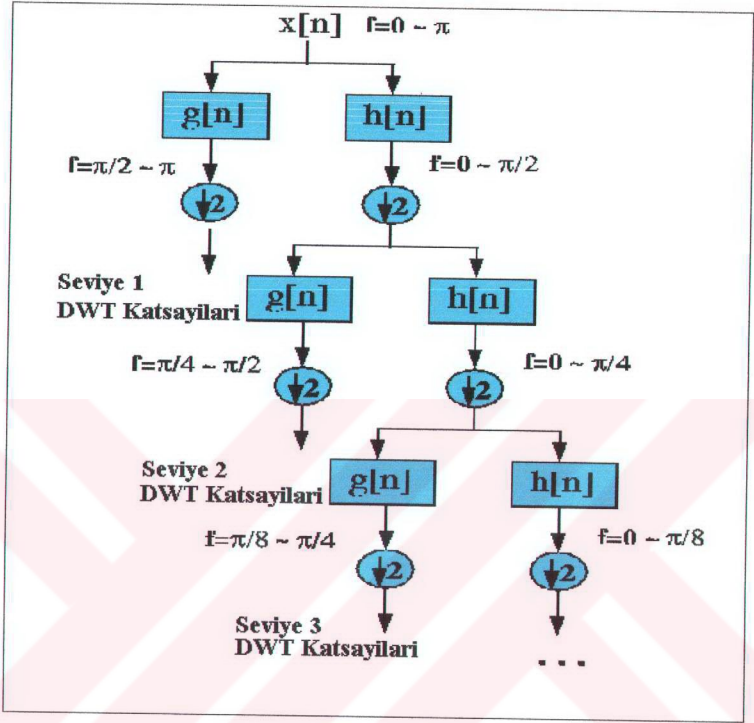
örnekten biri atılarak, iki ile alt örneklenebilir. Bu bir ayrıştırma seviyesi oluşturur ve matematiksel olarak şu şekilde ifade edilebilir:

$$y_{yuksek}[k] = \sum_n x[n] \cdot g[2k - n] \quad (5.38)$$

$$y_{alcak}[k] = \sum_n x[n] \cdot h[2k - n]$$

burada $y_{yuksek}[k]$ ve $y_{alcak}[k]$ değerleri, iki ile alt örneklendikten sonraki yüksek geçiren ve alçak geçiren filtrelerin çıkışlarıdır.

Artık örneklerin yarısı tüm işareti karakterize ettiğinden, bu ayrıklaştırma zaman çözünürlüğünü de yarılamıştır. Bununla birlikte, bu işlem sonucunda işaretin şimdiki frekans bandı, bir önceki bandın yarısı kadar bir aralığı ölçtüğünden, frekans çözünürlüğünü iki katına çıkartır. Alt örnekleme kodlaması adı verilen bu işlem, daha ileri seviyelerdeki ayrıştırmalar için tekrarlanabilir. Her seviyede, filtreler ve alt örnekleme, örneklerin sayısını yarıya düşüreceğinden, zaman çözünürlüğü de yarılanacaktır. Yine her seviyede, frekans bandının yarısı ölçüleceğinden, frekans çözünürlüğü iki katına çıkacaktır. Şekil 5.8 bu işlemi açıklamaktadır. Burada $x[n]$ ayrıştırılacak asıl işareti, $h[n]$ alçak geçiren filtreyi ve $g[n]$ yüksek geçiren filtreyi belirtmektedir. İşaretin her seviyedeki bant genişliği Şekil üzerinde 'f' olarak işaretlenmiştir.



Şekil 5.8 Çoklu çözünürlük analizi kullanılarak DWT hesaplanması

Şekil 5.8’de alt bant kodlama algoritması gösterilmektedir. Örnek olarak, asıl işaret olan $x[n]$ ’in, sıfırdan π rad/s ye dek olan bir frekans bandını kapsayan 512 örnek noktaya sahip olduğunu kabul edelim. İlk ayrıştırma seviyesinde, işaret yüksek geçiren ve alçak geçiren filtrelerden geçirilerek iki ile alt örneklenir. Yüksek geçiren filtrenin çıktısı 256 nokta olur (zaman çözünürlüğü yarılandığından), fakat artık sadece $\pi/2$ ’den π rad/s kadar olan bir frekans bandını kapsar (frekans iki katına çıkmaktadır). Bu 256 örnek, DWT katsayılarının ilk seviyesini oluşturmaktadır. Alçak geçiren filtrenin çıktısı da 256 noktaya sahip olmaktadır fakat frekans bandının öteki yarısını kapsamaktadır, yani 0’dan $\pi/2$ rad/s ‘ye kadar olan alanı içermektedir. Daha sonra bu işaret, aynı alçak geçiren ve yüksek geçiren filtrelerden bir kez daha geçirilerek, ayrıştırma işlemi bir seviye daha ileriye götürülür. İkinci alçak geçiren

filtrenin çıkışı, alt örnekleme işleminden sonra 0'dan $\pi/4$ rad/s lik 'e kadar olan frekans bandını kapsayan 128 örnek verir. İkinci yüksek geçiren filtrenin çıkışı, DWT' nin ikinci seviye katsayılarını oluşturur. Bu aşamada işaret ilk seviyenin yarısı kadar bir zaman çözünürlüğüne ve iki kati kadar bir frekans çözünürlüğüne sahiptir. Başka bir deyişle, asıl işarete göre zaman çözünürlüğü dört kat azalmış ama buna karşılık frekans çözünürlüğü dört kat artmıştır. Bu ayrıştırma işlemi iki örnek kalana kadar devam ettirilir. Bizim örneğimizde bu durum 8 seviyelik bir ayrıştırma işlemine karşılık gelmektedir. Asıl işaretin DWT'si, en alt seviyeden başlayarak tüm katsayıların birbirlerine eklenmeleriyle elde edilir. Bu durumda, DWT asıl işaretle aynı sayıda katsayı içermiş olur.

Asıl işarettteki en belirgin frekanslar, DWT işaretinin o alanında yüksek genlikler olarak belirirler. Bu dönüşümün Fourier dönüşümünden farkı, bu frekansların zamandaki yerinin kaybolmamasıdır. Bununla birlikte, zamandaki yeri hangi seviyede belirlediğine bağlı olan bir çözünürlüğe sahiptir. Eğer işaretin ana bilgileri yüksek frekanslarda yer alıyorsa, ki genelde böyle olur, bu frekansların zamandaki yerinin belirlenmesi, çok sayıda örnekle karakterize edildikleri için çok kesin olacaktır. Öte yandan, işaretin ana bilgisi düşük frekanslardaysa, zamandaki yeri kesin olmayacaktır, çünkü bu frekanslarda işareti karakterize eden örnek sayısı azdır. Bu işlem, yüksek frekanslarda iyi bir zaman çözünürlüğü ve düşük frekanslarda iyi bir frekans çözünürlüğü sunmaktadır.

Asıl işarete belirgin olmayan frekans bantları düşük genliklere sahip olacaklarından, işaretin DWT' sinin bu bölümü büyük bir bilgi kaybına neden olmaksızın çıkartılabilir. Bu DWT' nin etkin veri azaltma sağlama konusundaki başarısının göstergesidir.

Ayrık dalgacık dönüşümünün önemli bir özelliği, yüksek geçiren ve alçak geçiren filtrelerin dürtü yanıtlarıyla arasındaki ilişkidir. yüksek geçiren filtrelerle düşük geçiren filtreler birbirlerinden bağımsız değildir, aralarındaki ilişki şu şekilde gösterilir.

$$g[L-1-n] = (-1)^n \cdot h[n] \quad (5.39)$$

Bu eşitlikte; $g[n]$ yüksek geçiren filtre, $h[n]$ alçak geçiren filtre, L filtre uzunluğunu ifade etmektedir. Alçak geçirenden yüksek geçiren filtreye çevrim, $(-1)^n$ terimiyle sağlanmaktadır. Bu koşulu gerçekleyen filtre, işaret işlemede yaygın olarak kullanılmakta ve Quadrature Mirror Filters (QMF) olarak bilinmektedir. İki filtreleme ve alt örnekleme işlemi şu şekilde ifade edilebilir.

$$y_{yüksek}[k] = \sum_n x[n] \cdot g[-n+2k] \quad (5.40)$$

$$y_{alçak}[k] = \sum_n x[n] \cdot h[-n + 2k]$$

Yarı bant filtreleri dikgen temel fonksiyonlar şeklinde olduğu için, bu durumda yeniden oluşturma çok kolaydır. Yukarıdaki işlem tersten takip edilerek işareti yeniden oluşturma işlemi gerçekleştirilir. Her seviyedeki örnekler iki ile üst örneklenir ve $g[n]$, $h[n]$ (yüksek geçiren ve alçak geçiren) sentez filtrelerinden geçirildikten sonra toplanır. Buradaki ilginç nokta analiz ve sentez filtrelerinin, zaman tersinirliği hariç birbirleriyle aynı olmalarıdır. Bu nedenle, her seviye için yeniden oluşturma formülü şu hali alır:

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (y_{yüksek}[k] \cdot g[-n + 2k]) + (y_{alçak}[k] \cdot h[-n + 2k]) \quad (5.41)$$

Bununla birlikte, eğer filtreler ideal yarı bant değillerse, mükemmel bir yeniden oluşturma gerçekleşmeyecektir. İdeal filtreleri gerçekleştirmek imkansız olmasına rağmen, bazı koşullar altında, mükemmel yeniden oluşturmaya sağlayacak filtreler bulmak mümkündür. Bunlardan en ünlü olanı Ingrid Daubechies tarafından geliştirilen ve Daubechies'in dalgacığı olarak bilinendir.

Arka arkaya yapılan alt örneklemelemlerin iki ile gerçekleştirilmeleri nedeniyle, işaretin uzunluğu ikinin üssü, ya da en azından ikinin üssünün katları olmalıdır. İşaretin uzunluğu, işaretin ayrıştırılacağı seviyelerin sayısını belirler. Örneğin, işaretin uzunluğu 1024 ise, 10 ayrıştırma seviyesi oluşacaktır.

Sonuç olarak DWT katsayıları, son seviyeden başlanılarak her seviyenin katsayısı birbirine eklenerek ifade edilir.

5.8 Dalgacık Uygulamaları

Dalgacık dönüşümünün uygulama alanları son on yılda büyük bir hızla artmaktadır. Bir çok alanda yapılan tüm dalgacık tabanlı çalışmaların hepsini incelemek mümkün olmadığından, bu çalışmalar belli başlıklar altında sınıflandırılarak incelenecektir.

5.8.1 Veri sıkıştırma

İlk ortaya çıkış alanı olan dinamik işaretlerin analizi dışında, dalgacıklar en çok görüntü işleme ve sıkıştırma uygulamalarında başarılı olmuşlardır. Alt bant kodlaması sıkıştırma için çok uzun yıllar kullanıldığından DWT' nin bu alanda kullanılması doğal bir gelişme olmuştur. Dalgacık analizinde kullanılan temel fonksiyonların yoğun desteğinden dolayı, dalgacıklar

çok güzel enerji yoğunluğu özelliklerine sahiptirler. Bu yüzden DWT katsayılarının çoğu çok küçüktür ve yeniden oluşturma aşamasında bir hataya yol açmadan atılabilirler.

Dalgacıkların veri sıkıştırma alanındaki kullanımına örnek olarak FBI'nın parmak izi sıkıştırma çalışması verilebilir. US Federal Bureau of Investigation 1924'ten bugüne kadar yaklaşık 30 milyon parmak izi serisi toplamıştır. Bu arşiv çoğunlukla kağıt kartlar üzerindeki mürekkepli baskılardan oluşmaktadır. Bu baskılar faksla taranarak, kanunları uygulayan kuruluşlar arasında dağıtılmıştır fakat sayısallaştırma kalitesi oldukça düşüktür. Birçok yargılama yetkisine sahip kurum, izlerin bu sayısal olarak saklanmış biçimiyle deneyler yaptıkları için, veri biçimleri arasındaki uyumsuzluklar problem yaratmaya başlamıştır. Bu problem, ceza mahkemeleri topluluğunu sayısallaştırma ve sıkıştırma standardı oluşturulmasını talep etmeye kadar götürmüştür.

1993 yılında, FBI'nın Ceza Mahkemeleri Bilgi Servisi Bölümü, Ulusal Standartlar ve Teknoloji Enstitüsü, Los Alamos Ulusal Laboratuvarı, ticari kuruluşlar ve ceza adalet toplulukları ile birlikte çalışarak, parmak izi sayısallaştırma ve sıkıştırma standardını geliştirmiştir.

Veri saklama problemini daha yakından inceleyelim: Parmak izi görüntüleri inç başına 500 görüntü noktası (piksel) çözünürlükte ve görüntü noktası başına 256 gri-ölçek seviyesi kullanılarak sayısallaştırılmıştır. Bir parmak izinin büyüklüğü 700000 görüntü noktası kadardır ve 0,6 Megabytelik bir saklama alanı gerektirir. Bu durumda bir çift el 6 Mbytelik saklama alanına ihtiyaç duyar. Bu şekilde FBI'nın bugünkü arşivi 200 Terabytelik bilgiden oluşacaktı. Bu problemi çözmek için dalgacıklar kullanılarak 26'ya 1 oranında sıkıştırma işlemi gerçekleştirilerek, bu arşivin büyüklüğü 7,69 Gigabyte'a düşürülmüştür. Dalgacıkların veri sıkıştırmasındaki başarısı bu rakamlardan kolayca anlaşılmaktadır.

5.8.2 Gürültü temizleme

Bilim adamları gezegenlerden moleküllere kadar araştırma yaptıkları birçok farklı alanda eksik, dolaylı ya da gürültülü veriden asıl işareti elde etme problemiyle oldukça sık karşılaşmışlardır. Iain Jonstone ve David Donoho bu problemin çözümü için dalgacıkların sıkıştırma özelliğini özellikle gürültü temizleme uygulamaları için daha fazla inceleyerek, Dalgacık Küçültme Gürültüden Temizleme (WSD) yöntemini bulmuşlardır. WSD' nin temeli, tanınan gürültünün kendisini iyi ölçeklerde göstermesi, ve bu ölçeklerde tanımlanan eşik değerinin altına düşen katsayıların atılmasıyla gürültünün temizlenmesi prensibine dayanmaktadır.

5.8.3 Kaynak ve kanal kodlaması

Dalgacıkların kanal kodlaması ve kaynak kodlaması problemleri için kullanılmaları çok doğaldır. Kaynak kodlaması iletilecek bilginin çok derli toplu gösterimini; kanal kodlaması da kanal gürültüsünün kötü etkilerini azaltmak için kontrollü miktardaki artığın gösterime eklenmesini gerektirdiği için dalgacıklar bu alanlarda da kullanılmaktadır.

5.8.4 Biyomedikal mühendisliği

Tüm biyolojik işaretler dinamik işaretler olduğu için, dalgacıklar bu alanda çok büyük başarı sağlamıştır. dalgacıklar kardiyovasküler düzensizliklerin teşhisi için elektrokardiyogramların analizinde; nörofiziksel düzenliklerin teşhisi için elektroensefalogramların analizinde; ya da Alzheimer hastalığı potansiyelinin analizinde kullanılmıştır. Dalgacıklar aynı zamanda mamogramlardaki kireçlenmelerin ortaya çıkarılmasında, bilgisayarlı tomografi işlemlerinde ve manyetik çınlama görüntülerinde kullanılmaktadır.

5.8.5 Örselemeyen değerlendirim

Diğer bir ilginç uygulama alanı da örselemeyen değerlendirmedir (NDE). Dalgacıklar, nükleer enerji santralleri tüplerinin, gaz boru hattı, uçak parçaları gibi ortamlarda hata algılaması amacıyla yapılan ses ötesi ve burgaç akımı işaretlerinin analizinde başarıyla uygulanmaktadır.

5.8.6 Kısmi türevlerin sayısal çözümü

Dalgacıklar temel fonksiyonlar olarak kullanılarak, kısmi türev eşitlikleri ayrık hale getirilmiş ve sayısal olarak çözülmüştür. Bu yaklaşım sonlu element analizindeki yeni yöntemlere de hız kazandırmıştır.

5.8.7 Uzak evrenlerin incelenmesi

Dalgacıkların en alışılmadık uygulama alanlarından birisi uzak galaksilerin sıradüzensel yerleşimidir. Galaksilerin dağılımının sıradüzensel yapılar oluşturduğunu kabul eden Albert Bijaoui, bu sıradüzensel yapıda her bir bileşenin sınıflandırılması için dalgacıkları kullanarak çok ölçekli bir görme modeli geliştirmiştir.

5.8.8 Dalgacık ağı

Fonksiyonların yaklaşıklığı için ışınsal temel fonksiyon sinir ağlarının kullanılmasında elde edilen başarı, dalgacıkların iyi sonuç verdiği uygulama alanlarından birine daha işaret

etmektedir. Mükemmel zaman ve frekans yer belirleme özelliği olan dalgacık fonksiyonları temel RBF ağlarının Gaussian fonksiyonlarının yerini almışlardır. Bakshi ve Stephanopoulos, 1993'te yayınladıkları araştırmalarında, temel fonksiyon olarak dalgacıkların kullanıldığı sinir ağlarının özellikle seyrek veriden öğrenme konusunda hızlı ve verimli olduğunu göstermişlerdir. Veri yoğun olduğu zaman alanın daha yüksek çözünürlüğünün kullanılması , veri seyrek olduğu zaman daha az çözünürlük olması çok çözünürlü dalgacık analizinin doğal düzenine çok uygun olduğu için sinir ağlarında Dalgacık kullanımı çok başarılı olmuştur. Son zamanlarda Bernard, Mallat ve Slotine bilinmeyen fonksiyonların gerçek zamanlı öğrenimini gerçekleştirebilen dalgacık interpolasyon ağlarını önermişlerdir.

5.8.9 Sıfır geçiş gösterimi

1980'lerin başlarında David Marr tarafından keşfedilen, 1980'lerin sonunda da Mallat tarafından geliştirilen dalgacık katsayılarının sıfır geçiş gösterimi; işaret sınıflama, bilgisayarla görme, veri sıkıştırma ve işarettaki gürültüyü önleme alanlarında çok önemli uygulamalar gerçekleştirmiştir. Son zamanlarda M.Afzal, işaretlerin kaymayla değişmeyen, tek ve tam gösterimi için, zaman alanı işaretlerinin dalgacık tabanlı çok çözünürlü ayrışımının sıfır geçişini kullanan yeni bir yaklaşım keşfetmiştir.

5.8.10 Fraktallar

Daubechies dalgacıkları gibi belirli dalgacıklar fraktal , kendine benzer yapıya sahiplerdir ve çok çözünürlü formüllemeyeyle birleştirildikleri zaman doğal bir fraktal analiz yolu sağlarlar. Marie Farge, G. Wornell ve Alan Oppenheim dalgacıkları fraktal analizine başarıyla uygulamışlardır.

5.8.11 Düzensizlik analizi

Dalgacıkların çok çözünürlü analiz özelliklerinden dolayı, yüksek hızlarda akan az ağdalı akışkanların düzensiz akis analizine uygulamak için çok büyük çabalar harcanmıştır. Özellikle, Marie Farge ve Gregory Beylkin'in Navier Stokes eşitsizliklerini dalgacık tabanlı sayısal teknikler kullanarak çözme çabaları sonuçlanmaya çok yakındır.

5.8.12 Mali analiz

Hisse senedi fiyatları gibi mali ve ekonomik veriler genelde ya zaman ya da frekans alanında analiz edilirler. Bu veriler çoğunlukla dinamik zaman serileri şeklinde olduklarından, bağımlılıklarının çok çözünürlü dalgacıklar kullanarak yapılan eşzamanlı zaman ve frekans

analizi, mali topluluklara çok yararlı kavrayış sağlar.

5.8.13 Müzikal sesler

Victor Wickerhauser dalgacık paketlerinin ses sentezinde çok faydalı olabileceğini önermiştir. Onun fikrine göre, tek bir dalgacık paket üretici , çok sayıda salıngaçın yerini alabilir. Bir müzisyen denemeler yoluyla özellikle ilginç sesler üreten dalgacık paketi bileşimlerini belirleyebilir.

Wickerhauser ses sentezinin dalgacıkların doğal kullanımı olduğunu düşünür. Bir müzik aletinin sesini yaklaşık olarak elde etmeye çalıştığımızı düşünelim. Müzik aleti tarafından üretilen notaların bir örneği, dalgacık paket katsayılarına ayrıştırılabilir. notaların tekrar üretilmesi, bu katsayıların bir dalgacık paketi üreticine yüklenip, sonucun çalınmasını gerektirecektir. Başlangıç ve bitiş gibi geçici karakteristikleri ayrı olarak kontrol edilebilir (örneğin zarf üreteçleriyle); ya da daha uzun dalga paketleri kullanılarak bu özellikleri her bir notaya kodlanabilir. Bu işlemlerin her biri örneğin bir klavye yardımıyla gerçek zamanlı olarak kontrol edilebilir.

Dalgacık tabanlı bir müzik birleştiricisi birçok karmaşık sesi yüksek verimlilikle saklayabilir, çünkü, dalgacık paket katsayıları dalgacık katsayıları gibi düzgün işaretlerin sayısal örnekleri için çok küçüktür ve önceden belirlenen eşik değerinin altındaki katsayıları atmak, düzgün işaretlere ait veriyi sıkıştırırken sadece çok küçük hatalara neden olmaktadır. Aynı şekilde bir dalga paketi tabanlı ses birleştiricisi de yüksek oranda sıkıştırılmış konuşma işaretlerinin yeniden oluşturulmasında kullanılabilir.

6. UYGULAMA

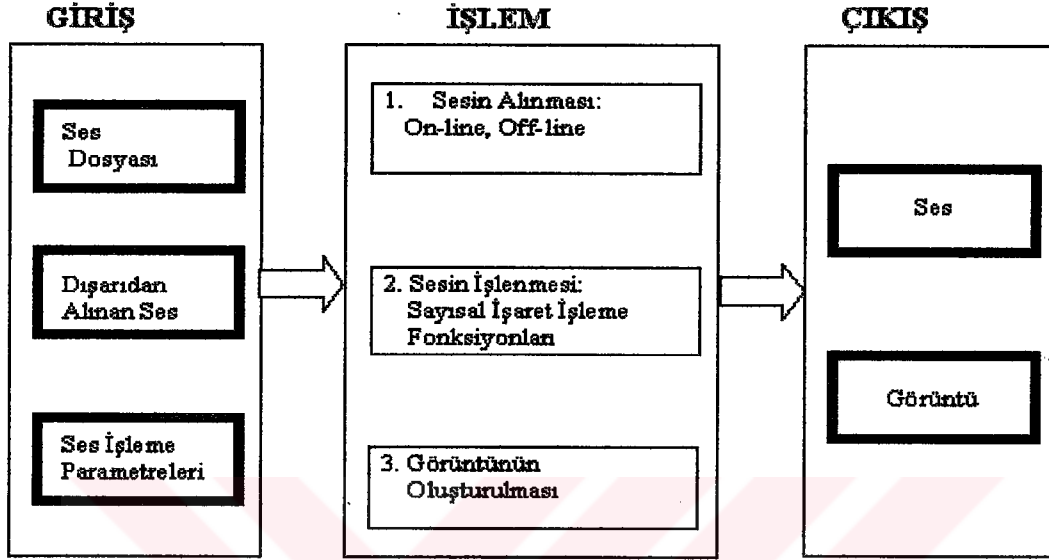
Sesin görüntüye dönüştürüldüğü bu sistemde hedeflenen, sesteki fark edilmesi güç değişikliklerin, görüntü yoluyla ifade edilebilmesidir. Bu amacı gerçekleştirebilmek için, analog ses bilgisi sisteme giriş olarak verilerek, iki boyutlu, eliptik ya da üç boyutlu görüntü ile ifade edilen çıkış bilgileri elde edilmektedir.

Bu çalışma ses bilgisini çeşitli yöntemlerle işleyip, sese özgü bir karakteristik elde ederek farklı ses bilgileri için farklı görüntü akışları oluşturur. Ses bilgisinin birden fazla yolla elde edilmesine olanak sağlayan bu uygulama herhangi bir sesi dışarıdan alarak işleyip ses dosyası olarak kaydedebildiği gibi, diskte var olan bir ses dosyasını da işleyebilmektedir. Geliştirilen sistem, ses bilgisine farklı dönüşüm yöntemleri uygulanması sonucu elde edilen farklı karakteristik bilgileri, yöntemle bağlı olarak, iki boyutlu, eliptik ve üç boyutlu görüntü şeklinde çizerek sese ait tüm ayrıntıların daha kapsamlı olarak incelenebilmesine yardımcı olur.

Delphi 5.0 nesneye dayalı programlama dili ile gerçekleştirilen sistem kolay kullanılabilir ve anlaşılabilir bir grafik ara yüze sahiptir. Sistemin kullanıcısı bu dönüşüm yöntemleri ve görüntüleme şekilleri arasında seçim yapabilir. Ses görüntüye dönüştürülürken üç farklı yöntem kullanılması sayesinde, bir yöntem ile fark edilemeyen değişimleri diğer yöntemlerden birinde yakalama olasılığı oldukça yüksektir.

6.1 Geliştirilen Sistemin yapısı

Bu sistem, ses alma, ses işleme ve görüntü oluşturma olmak üzere üç ana birimden oluşmaktadır. Şekil 6.1’de sistemin genel yapısı gösterilmektedir.



Şekil 6.1 Sesin görüntüye dönüştürüldüğü sistemin yapısı

Sisteme sesin alınmasıyla başlayan işlem döngüsü, sesin sayısal işaret işleme fonksiyonlarıyla işlenerek elde edilen karakteristiğe göre gerçek zamanlı iki boyutlu, eliptik ya da üç boyutlu görüntünün elde edilmesiyle devam eder ve bu işlemler kullanıcının isteğiyle sonlandırılana kadar tekrar edilir.

Ses alma işlemi var olan bir ses dosyasının okunması ya da sesin mikrofona kullanılarak ses kartı yardımıyla alınması olmak üzere iki şekilde gerçekleştirilir. Önceden var olan bir “.wav” dosyası girdi olarak kullanılacaksa, bu dosyanın içindeki örneklenmiş bilgi direkt olarak ses işleyici sisteme gönderilir. Eğer ses bilgisi dışarıdan alınıyorsa; mikrofondan alınan ve ses kartında sayısal hale dönüştürülen bilgi es zamanlı olarak işleyici sisteme gönderilir, bu bilgi kullanıcının isteğine bağlı olarak “.wav” dosyası olarak kaydedilebilir.

Sesin işlenmesi aşamasında, örneklenmiş bilgiye Hızlı Fourier Dönüşümü uygulanarak frekans spektral yoğunluğu elde edilir. Aynı veriye Ayırık Dalgacık Dönüşümü uygulanması sonucu işaretin zaman-frekans düzlemindeki bileşenleri hesaplanır. Bu dönüşümler sonucunda görüntü oluşturmada kullanılan, sesin karakteristiğini yansıtan veriler elde edilir.

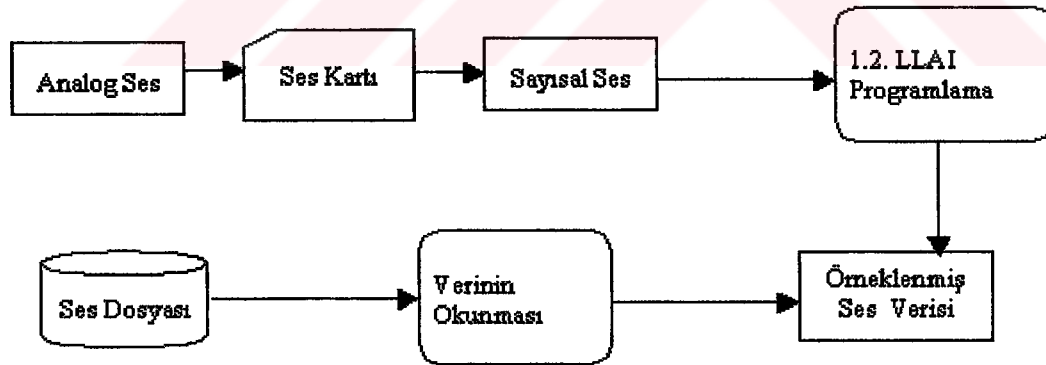
Görüntünün oluşturulması olan son aşamada sese ait bu bilgiler kullanılarak ekranda iki

boyutlu, eliptik ya da üç boyutlu görüntüler çizilir. İki boyutlu ve eliptik görüntüleme işlemleri, ses dosyasının çalınmasıyla es zamanlı olarak yapılır. Eğer ses dışarıdan alınıyorsa, ses dosyası kullanıcı tarafından belirlenen bir isimle saklanabilir. Üç boyutlu görüntünün elde edilmesi ise, işlenen verinin çok fazla olması ve bilgisayar kapasitesinin sınırlı olması nedeniyle gerçek zamanlı olarak gerçekleştirilememektedir.

6.2 Ses Alma

Ses karakteristiğinin anlamlı görüntü akışına dönüştürüldüğü sistemin ilk aşaması sesin alınmasıdır. Ses, sisteme iki yolla alınabilir.

İlk yöntem, dışarıdan gelen ses bilgisinin bir mikrofon aracılığıyla ses kartı kullanılarak alınmasıdır. Mikrofondan gelen analog ses, ses kartından geçerek sayısal ses bilgisine dönüşür. Ses kartı dışarıdan aldığı bu analog ses bilgisini sayısallaştırarak bir hafıza bölgesine kaydeder ve bu bilgiyi işleyecek olan sistemin diğer birimlerinin kullanımına hazır hale getirir. Ses kartının bu iş için hazırlanması ve bu işlemi gerçekleştirebilmesi için LLAI (Low-Level Audio Interface - Alt Seviye Ses Ara Yüzü) programlama kullanılmıştır. Sesin alınmasıyla ilgili akış diyagramı şekil 6.2’ de gösterilmektedir.



Şekil 6.2 Sesin alınması

İkinci yöntem, disk üzerindeki bir ses dosyasının açılıp, okunmasıyla gerçekleşir. WAV formatındaki ses dosyası bu formata uygun olarak açılarak örneklenmiş ses verisine ulaşılır. Bu işlem sırasında, dosyanın başlığından elde edilen bilgiler sayesinde sesin sayısal halini gösteren verilerin başlangıç adresi, uzunluğu ve kayıt ayarlarıyla ilgili bilgiler elde edilir.

Her iki yöntemde de kullanılan ses dosyası WAV formatındadır. Yetersiz örnekleme oranı kullanılması sonucu gerçekte olmayan frekans değerlerinin ortaya çıkması olayı olan örtüşmeyi engellemek için Nyquist Kuramı'na uygun hareket edilmiştir. Sesin örneklenmesinde, telefondaki sesin örnekleme oranı olan 8 kHz kullanılmıştır. Her bir örnek 8 bit ile ifade edildiğinden 0 ile 255 arasında değer alabilmektedir. Örnekleme oranı ve bit sayısı seçilirken veriyi saklamak için gerekli hafıza alanı gereksinimi de göz önüne alınmıştır. Örnekleme oranı ve sözcük uzunluğu arttıkça veri miktarı artacak dolayısıyla saklama kapasitesi ihtiyacı da artacaktır. Bu çalışmada 10 saniyelik bir ses işaretini saklamak için sadece 81920 bytelik bir alan yeterli olacaktır. WAV formatlı ses dosyasının içinde yer alan ses verisi çok yaygın olarak kullanılan PCM formatındadır. Örnekleme oranları ve ses formatları ile ilgili daha ayrıntılı bilgi 3. bölümde yer almaktadır.

6.3 Ses İşleme

Geliştirilen sistemin ikinci aşaması sesin işlenmesidir. Bu işlemde sesin alınması ile elde edilen örneklenmiş ses verisi bir takım sayısal işaret işleme fonksiyonlarından geçirilmektedir. Alınan sese iki farklı işaret dönüşüm yöntemi uygulanmaktadır.

Bu yöntemlerden ilki olan Fourier dönüşümü ile sese ait frekans bileşenleri hesaplanarak, işarete ait zaman ekseninde fark edilemeyen özellikler ortaya çıkarılmaya çalışılır. 8 kHz ile örneklenmiş ses verisi her bir saniye için 8192 adet örnek anlamına gelir. Bu veriler 1024'lük bloklar halinde FFT algoritmasına gönderilerek Fourier katsayıları hesaplanır. Fourier dönüşümü algoritması bölüm 4.2'de ayrıntılı olarak açıklanmaktadır.

Sayısallaştırılmış ses bilgisinin sisteme alınış yöntemi ne olursa olsun, çalınmaya başlar başlamaz FTT katsayıları ile ifade edilen frekans bileşenleri gecikmesiz olarak hesaplanarak, ekranda genlik-frekans düzlemine görüntü olarak yansıtılır. FFT'nin simetri özelliğinden faydalanılarak 1024 elemandan oluşan bir veri bloğu için hesaplanmış olan 1024 FFT katsayısının sadece 512 tanesi görüntülenmektedir.

FFT işlemi sonucunda sesin ayırt edici özelliklerinden olan frekans spektrumu elde edilmiş olur. Fourier dönüşümü geri dönüşümü olan yani ham işaret ile işlenmiş işaret arasında ileri-geri gidişlere izin veren bir yöntemdir. Ancak tek bir anda bu durumlardan sadece bir tanesi görülebilir. Zaman eksenli işarete frekans bilgisi ve işlenmiş işarete de zaman bilgisi mevcut değildir. Fourier dönüşümü bir işaretin frekans içeriğini vermekle birlikte bu frekans bileşenlerinin hangi zaman aralıklarında oluştukları konusunda bir bilgi vermez. Çünkü

Fourier'in yapısında yer alan sinüs ve cosinüsler sonsuz fonksiyonlar olduklarından yerel özellikler hakkında bilgi veremezler. İşaretin sabit olduğu durumlarda gerekli olmayan bu yerel frekans bilgisi ses gibi frekans bileşenleri zaman içinde değişen işaretlerin analizinde önem taşır. Bu nedenle Fourier dönüşümünün dinamik işaretlerin analizi için uygun olmadığı, ses işaretinin doğru ve kesin analizinin yapılması için başka bir yöntemle ihtiyaç duyulduğu görülmüştür.

Ses işaretinde belirli bölgelerde meydana gelen değişimlerin frekans bileşenlerini inceleyebilmek için o işaretin zaman-frekans gösterimine gerek duyulmaktadır. Bunun için de en uygun yöntem olan Ayrık Dalgacık Dönüşümü seçilmiştir.

Ayrık Dalgacık Dönüşümü'nde de, FFT de olduğu gibi sesin frekans bileşenlerini ifade eden katsayılar oluşur. Bu yöntemin avantajı frekans bileşenlerini sağlamanın yanında bu frekans bileşenlerinin zaman içindeki konumlarını da bildirmesidir. Bu uygulamada örneklenmiş ses verisi 32 ya da 64 elemanlık bloklara ayrılarak dönüşüm fonksiyonuna giriş olarak verilir. Ayrık Dalgacık Dönüşümü bu bloğa ait frekans bileşenlerini hesaplarken standart alçak ve yüksek geçirgen filtreler (Biorthogonal, Daubechies, Coiflets vb..) kullanır. Analiz edilecek işaretin tipine göre kullanılacak olan bu filtrelerin büyüklüğü ve türü değişir. Filtre seçimi yapılırken işaretin tipi göz önünde bulundurulmalıdır.

Giriş verisi uzunluğu ve filtre tipi parametrelerini alan Ayrık Dalgacık Dönüşümü yöntemi bölüm 5.7'de açıklandığı şekilde seviyeler halinde Ayrık Dalgacık Dönüşümü katsayılarını hesaplar. Giriş olarak 32 elemanlı bir veri bloğu verilmişse, ilk seviyede 16, ikinci seviyede 8, üçüncü seviyede 4, dördüncü seviyede 2, besinci seviyede 1 ve son seviyede de 1 adet (değeri 0) olmak üzere toplam 32 adet DWT katsayısı elde edilir. Bu katsayılar sondan başa doğru 32x32'lik bir matrise yerleştirilerek üç boyutlu çizime hazır hale getirilir.

Ayrık Dalgacık dönüşümü işlenen verinin çokluğu nedeniyle ses ile eş zamanlı olarak gerçekleştirilmemektedir; her bir 32'lik ya da 64'lük veri bloğu için ayrı ayrı hesaplanmaktadır.

Dalgacık dönüşümü, yüksek frekanslarda (düşük ölçek) iyi zaman-zayıf frekans çözünürlüğüne, düşük frekanslarda (yüksek ölçek) zayıf zaman-iyi frekans çözünürlüğüne sahiptir.

6.4 Görüntü Oluşturma

Bu uygulamada sesin karakteristiğini yansıtabilmek için üç farklı türde görüntü

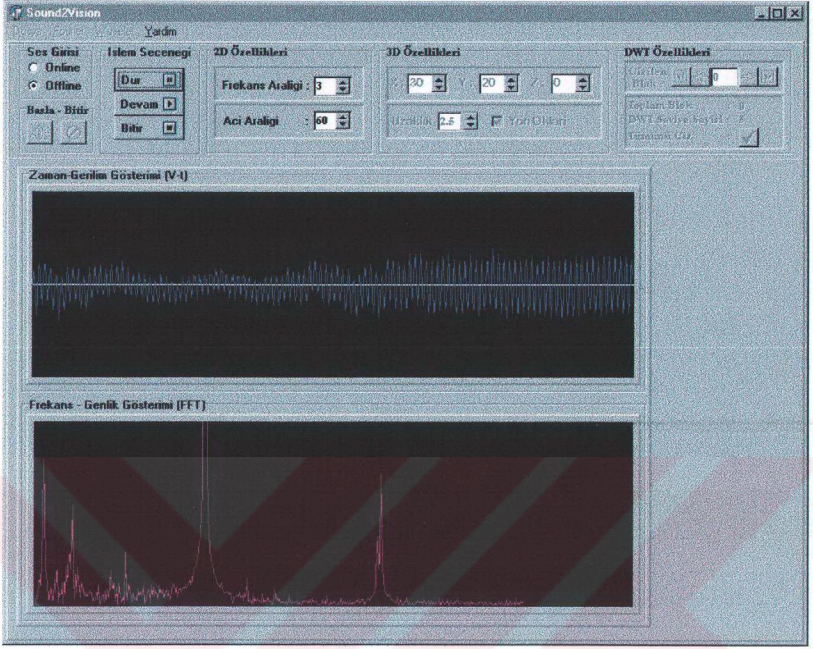
oluşturulmaktadır. Bu gösterim türlerinden iki boyutlu gösterim ile eliptik gösterim sayısal ses bilgisine FFT uygulanması sonucu elde edilmiş olan katsayılar kullanılarak gerçekleştirilir. Üçüncü tip olan üç boyutlu gösterimde ise sayısal ses bilgisine Ayrık Dalgacık Dönüşümü uygulanması sonucu elde edilmiş olan DWT katsayılarını içeren $n \times n$ 'lik bir matris çizdirilmektedir.

FFT'nin sonucu kullanılarak çizdirilen iki boyutlu ve eliptik gösterimler, çalınan ses bilgisine eş zamanlı olarak görünürler. Bunu gerçekleştirebilmek için, her 125 milisaniyede bir tetikleyen bir sayıcı kullanılmıştır. Bu sayıcı Delphi programlama dilinin sunduğu fonksiyonlardan biridir. Uygulamada örnekleme oranı 8 kHz seçildiğinden bir saniyelik ses için 8192 adet örnek bulunur. FFT fonksiyonuna gönderilecek bloğun boyutu 1024 olarak belirlendiğinden 1 saniyede 8 adet farklı veri bloğu işlenmeli ve ekranda gösterilmelidir. Bu da sayıcının $1/8=0.125$ saniye aralıklarla FFT ve çizim fonksiyonlarını art arda çağırması demektir. Günümüz bilgisayarları bu iki işlemi bu kadar kısa bir zaman aralığında yapabilecek yeterlilikte olduğundan eş zamanlılık sağlanabilmektedir.

Ayrık Dalgacık Dönüşümü'nün sonucu çizdirilirken ise teknik kısıtlamalardan dolayı eş zamanlılık sağlanamamaktadır. Ayrık Dalgacık Dönüşümü'ne gönderilen n boyutlu veri bloğu sonucu $n \times n$ boyutlu DWT katsayılarını içeren bir matris elde edilir. Ekranda çizdirmek için 32×32 ya da en fazla 64×64 boyutlu bir matris kullanılmaktadır bunun nedeni ise bu boyuttan büyük matrislerin (128, 256, 512...) anlamlı görüntü sunamamasıdır. Ayrık Dalgacık Dönüşümü'ne gönderilecek blok boyutu da bu yüzden ya 32 ya da 64 olabilmektedir. Her blok için ortaya çıkan şeklin ayrı ayrı incelenebilmesi için özel bir mekanizma geliştirilmiştir. Bu mekanizma sayesinde sıra takip edilmeksizin istenilen numaralı blok çizdirilebilir. Ayrık Dalgacık Dönüşümü'nün temeli olan ve ortaya çıkan şekli rahatlıkla değiştirebilen yüksek ve alçak geçiren filtrelerin bir çok farklı tipi de uygulamada standart olarak sunulmuştur. Çizilen bir blok, seçilen filtre değiştirildikten sonra bir kez daha çizdirilerek farklı filtrelerin aynı blok için ne gibi değişik sonuçlar verdiği incelenebilmektedir.

6.4.1 FFT sonucunun iki boyutlu gösterimi

Bu çizimde, 1024 elemanlık ses veri bloğunun FFT sonucu elde edilen frekans düzlemindeki gösterimi ile ham haldeki yani zaman düzlemindeki gösterimi alt alta çizilir. Şekil 6.3'te ilk çizim tipine ait bir örnek görülmektedir.



Şekil 6.3 Zaman-gerilim ve frekans-genlik gösterimi

Frekans yanıtı olarak çizilen bilgi FFT sonucu elde edilen genlik bilgisi (reel ve imajiner bileşenlerin karelerinin toplamının karekökü) ve zaman yanıtı olarak çizilen bilgi ise sesin 0 ile 255 arasında değişen örneklenmiş, sayısal halidir.

6.4.2 FFT sonucunun üç boyutlu gösterimi (elips yöntemi)

Burada, ses verisine ait görüntüyü oluşturabilmek için her bir frekans değeri için elde edilen genlik değeri yarıçap olarak kullanılır. Bu yarıçap değerleri kullanılarak çizilen halkaların zaman düzleminde yayılması ile, ses verisine ait üç boyutlu görüntü akışı elde edilir.

Bu yöntemde ses verisine ait görüntü zamana yayılan elipsler çizilerek oluşturulmaktadır. Görüntü aşağıdaki bileşenler kullanılarak elde edilmiştir:

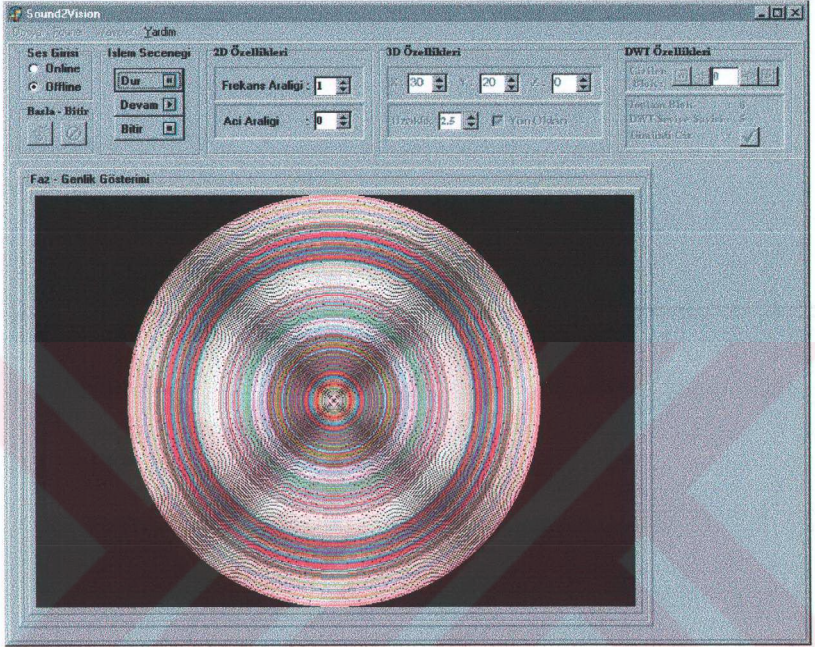
- Geometrik Bileşen (Genlik) : FFT sonucunda elde edilen her bir frekans değerine ait genlik değeri elipslerin yarıçapı olarak kullanılır. Görüntü akışı sırasında elipslerin büyüyüp küçülmesi genlikteki değişimi gösterir. Böylelikle ses işaretindeki değişimlerin

kolaylıkla algılanması sağlanır.

- **Renk Bileşeni (Frekans) :** Çizilen halkaların renkleri yine FFT sonucu olan frekans bilgisi kullanılarak belirlenir. Her bir frekans bilgisi π ile çarpılıp sabit bir sayıya bölünerek açısal bir değer elde edilir. Bu değer sinüsü hesaplandıktan sonra RGB renk bileşenlerinin belirlenmesinde kullanılır. Halkaların renklerinin değişimi sesin frekans değişimini gösterir.
- **Üçüncü Boyut (Faz Açısı) :** FFT sonucu elde edilen reel ve imajiner bileşenlerin aralarındaki “faz açısı” olarak adlandırılan açı elipslerin yer bileşenlerinin belirlenmesinde kullanılır. Bu şekilde çizilen halkaların zaman düzleminde yayılması sağlanır. Bu çizimde, uygulamada “Açı Aralığı” adı altında gösterilen değişkenin değeri değiştirilerek çizilen üç boyutlu elipslerin dönmesi sağlanır.

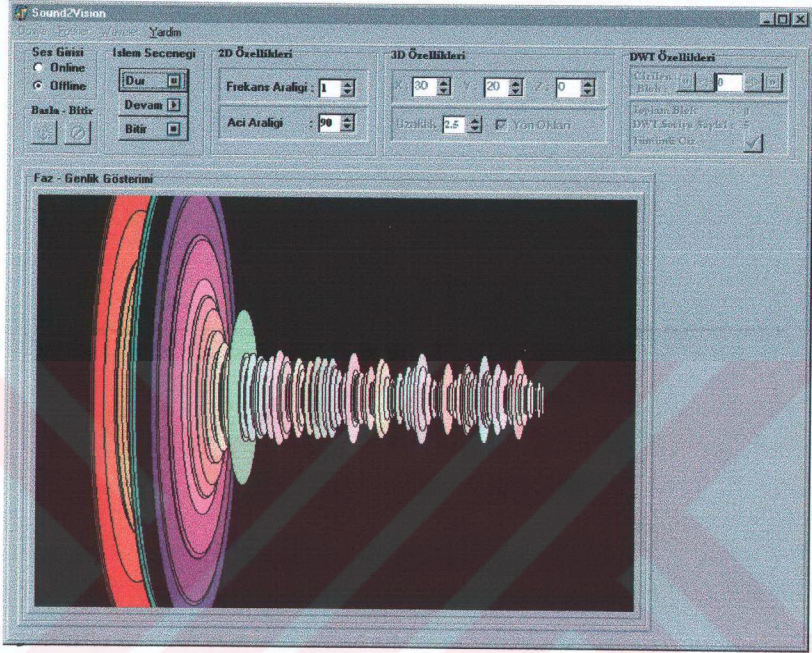


Açı aralığı = 0 ise dairesel görünüş elde edilir. Şekil 6.4'te buna ait bir örnek görülmektedir.



Şekil 6.4 FFT sonucunun üç boyutlu eliptik gösterimi (açı aralığı : 0 derece)

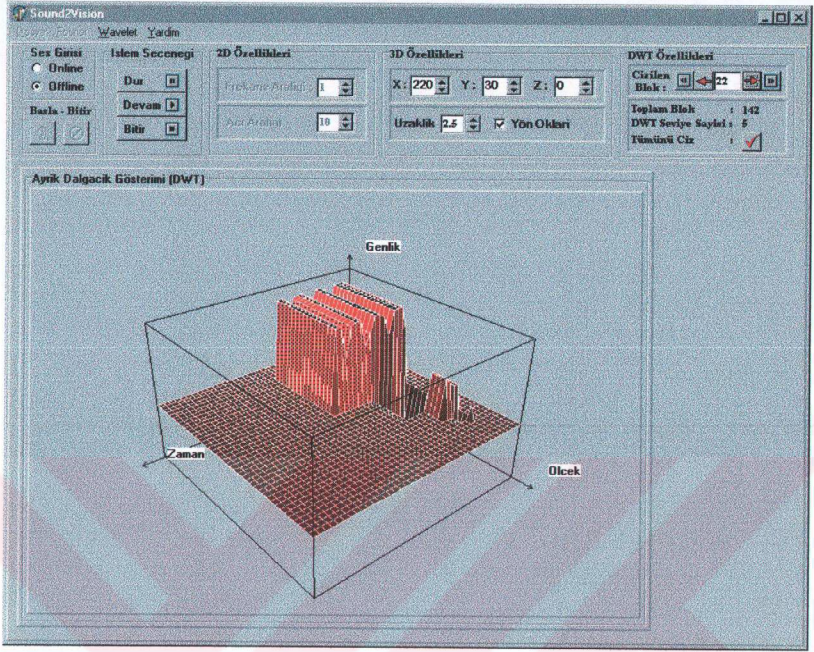
Açı aralığı = 90 olduğunda ise eksene çizilmiş halkalar görülür. Şekil 6.6'da buna ait bir örnek yer almaktadır.



Şekil 6.6 FFT sonucunun üç boyutlu eliptik gösterimi (açı aralığı : 90 derece)

6.4.3 DWT sonucunun üç boyutlu gösterimi

Bu çizim türü, Ayrık Dalgacık Dönüşümü sonucu ortaya çıkan katsayıların yerleştirildiği matrisin üç boyutlu çizdirildiği şekildir. Bu çizimde ölçek, zaman ve genlik bilgileri gösterilmiştir. Matrisin satır numaraları “Ölçek”, sütun numaraları “Zaman” olarak belirlenirken Matris[satır, sütun] değeri ise “Genlik” olmaktadır. Şekil 6.7’de dalgacık dönüşümü sonucunun üç boyutlu gösterimi yer almaktadır. Şekilde görülen yön düğmeleri ile istenilen blok çizdirilebilmektedir. Ayrık Dalgacık dönüşümü sonucunda elde edilen bu matris üç boyutlu olarak çizildikten sonra, şeklin daha iyi incelenebilmesi için, kullanıcı tarafından belirlenebilen açı miktarı kadar x,y,z eksenlerinde döndürülebilir.



Şekil 6.7 DWT (ayrık dalgacık dönüşümü) sonucunun üç boyutlu gösterimi

7. SONUÇ

Bu tez çalışmasında ses işaretinin karakteristik özelliklerinin görüntüye yansıtılabilmesi hedeflenmiş, bu amaçla çeşitli yöntemler denenerek, sonuçları incelenmiştir. Sesi görüntüye dönüştürebilmek için Fourier ve Ayrık Dalgacık dönüşümü yöntemleri uygulanmış elde edilen veriler Fourier, Elips ve Dalgacık dönüşümü görüntüleme yöntemleri ile ekrana görüntü olarak yansıtılmıştır.

İşaret işleme alanında yıllardır vazgeçilmez yöntem olan Fourier dönüşümünün sağladığı frekans, genlik ve faz verileri kullanılarak geliştirilen elips yöntemi; işarettaki değişimlerin, farklılıkların kolaylıkla ayırt edilebilmesine yardımcı olmaktadır.

Dalgacık dönüşümü yöntemi kullanılarak, ses işaretinin başka bir açıdan görülmesi sağlanmıştır. Diğer iki yöntemin eksik kaldığı, işaretin frekans-zaman düzleminde aynı anda görüntülenmesini üç boyutlu matris çizimi yöntemiyle gerçekleştirerek ses analizi alanında yapılan araştırmalara yeni bir boyut getirmiştir.

Bu çalışmada Dalgacık Analizi hakkında teorik bilgi sağlayıp, önemli özellikleri belirtilerek bu yöntemin ses işaretinin zaman-frekans gösterimi için iyi bir analiz yöntemi olduğu gösterilmiştir.

Bu tez çalışması ses işaretinin karakteristiklerinin görüntüye yansıtılması alanında Dalgacık Dönüşümü yöntemi kullanılarak yapılacak araştırmalara iyi bir temel oluşturmaktadır.

KAYNAKLAR

- Abrams Marc, (1998), World Wide Web - Beyond the Basics, Prentice Hall.
- Bakshi B., Stephanopoulos G., (1993), "Wave-Net: A Multiresolution, Hierarchical Neural Network with Localized Learning", AICHE Journal, Vol. 39, No. 1, 1993, pp.57-81.
- Basics of Sound and Sound Systems, www.yale.edu/dramat/sound/soundbas.html
- Bijaoui A., Slezak E., Rue F., and Lega E., (1996), "Wavelets and the Study of the Distant Universe", Proceedings of the IEEE, Vol. 84, No. 4, 1996, pp. 670-679.
- Bradley J., Brislawn C., and Hopper T., (1993), "The FBI Wavelet/Scalar Quantization Standard for Gray-scale Fingerprint Image Compression", Tech. Report LA-UR-93-1659, Los Alamos Nat'l Lab, Los Alamos, N.M.
- Canary 1.2 User's Manual, (1993), Appendix A.
- Canary 1.2 User's Manual, (1993), Appendix B.
- Canary 1.2 User's Manual, (1993), Appendix C.
- Cartwright, M. (1990), Fourier Methods for Mathematicians, Scientists and Engineers, Ellis Horwood Limited, London, England, ISBN 0-13-327016-5.1.
- Courtney David, (1992), "Introduction to Spectrum Analysis", Experimental Musical Instruments, Volume VIII.
- Daubechies I., (1996), "Where Do Wavelets Come From?", Proceedings of the IEEE, Vol. 84, No. 4, 1996, pp. 510-513.
- Digital Audio Basics, www.united-trackers.org/resources/DAB/sound_properties.htm.
- Donoho D., (1995), "Denoising via Soft Thresholding", IEEE Tran. on Information Theory, Vol. 41, No. 5, 1995, pp.613-627.
- Gasquet C., Witomski P., Translated by R.Ryan, (1998), Fourier Analysis and Applications-Filtering, Numerical Computation, Wavelets, Springer.
- Graps Amara, (1995), "An Introduction to Wavelets, IEEE Computational Sciences and Engineering", Volume 2, Number 2, Summer 1995, pp 50-61.
- Hubbard, B. B., (1996), The World According to Wavelets, The Story of a Mathematical Technique in the Making, A K Peters Ltd., Wellesley, Massachusetts, ISBN 1-56881-047-4.
- Jackson Leland B., (1989), Digital Filters and Signal Processing, Kluwer Academic Publishers.
- Jayant N. S., Noll Peter, (1984), Digital Coding of Waveforms, Principles and Applications to Speech and Video, Prentice-Hall Inc.
- Ken C. Pohlmann, (2000), Principles of Digital Audio, McGraw-Hill Video/Audio Professional.
- Marek Roland-Mieszkowski, (1989), "Introduction to Digital Recording Techniques", Proceedings from Acoustic Week in Canada - CAA Conference, Halifax, N.S., Canada, October 16-19,1989, 73-77.

- Meyer Y., (1993), *Wavelets, Applications and Algorithms*, Siam.
- Nakajima et al., (1983), *The Sony Book of Digital Audio Technology*, TAB Books Inc.
- Olsen, Harry F. (1967), *Music, Physics and Engineering*, Dover Publications, Inc.N.Y., 2nd ed.
- Oppenheim Alan V., Schafer Ronald W., (1989), *Discrete-Time Signal Processing*, Prentice Hall Inc.
- Pearson, E. R. S., (1991), *The Multiresolution Fourier Transform and its application to Polyphonic Audio Analysis*, University of Warwick, Department of Computer Science, Warwick, Research Thesis RT282.
- Polikar Robi, (1999), *The Story of Wavelets*, IMACS/IEEE CICC'99 Proceedings, Pages: 5481-5486.
- Polikar Robi, (1997), *The Wavelet Tutorial*.
- Polikar R., Greer M.H., Udpa L., Keinert F., (1997), "Multiresolution Wavelet Analysis of ERPs for the Detection of Alzheimer's Disease", *Proceedings, 19 th Intl. Conf. IEEE/EMBS*, 1997, pp.1301-1304.
- Polikar R., Udpa L., Udpa S.S., Taylor T., (1998), "Frequency Invariant Classification of Weld Inspection Signals", *IEEE Tran. Ultra. Ferro and Freq. Cont. Vol. 45, No. 3*, 1998, pp.614-625.
- Press William et al., (1987), *Numerical Recipes*, Cambridge University Press.
- Proakis, J.G., Manolakis, D G., (1996), *Digital Signal Processing : Principles, Algorithms and Applications*, Prentice-Hall Inc., Upper Saddle River, New Jersey USA.
- Rao R. and Bopardikar A., (1998), *Wavelet Transforms, Introduction to Theory and Applications*, Addison Wesley.
- Rioul O. and Vetterli M., (1991), "Wavelets and Signal Processing", *IEEE SP Magazine*, Vol. 8, No. 10, 1991, pp.14-38.
- Sound Fundamentals, www.elvis.rowan.edu/~patsch/soundfundamentals.html.
- Stevens, S.S. & Warshofsky, Fred. (1980) " Sound and Hearing", Time-Life Science Library .
- Teolis Anthony, (1998), *Computational Signal Processing with Wavelets*, Birkhäuser, Boston, ISBN 0-8176-3909-8.
- Türk Bilişim Derneği Bilişim Terimleri Sözlüğü, www.tbd.org.tr/sozluk/index.php
- Vetterli M. and Herley C., (1992), "Wavelets and Filter Banks: Theory and Design", *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 40, 1992, pp. 2207-2232.
- Vhui, C. K., (1992), *An Introduction to Wavelets, Wavelet Analysis and its Applications Volume 1*, Academic Press Inc., San Diego, USA, ISBN 0-12-174584-8.
- Wickerhauser V., (1994), *Adapted Wavelet Analysis from Theory to Software*, AK Peters, Boston, pp. 213-214, 237, 173-274, 387.
- Wickerhauser M.V., (1989), *Acoustic Signal Compression with Wave Packets*.

Wornell G., (1996), "Emerging Applications of Multirate Signal Processing and Wavelets in Digital Communications", Proceedings of the IEEE, Vol. 84, No. 4, 1996, pp. 586-603.

Yayıncılık Sektöründe Audio İşaret Akışı Bölüm 1, (1999),
www.onair.com.tr/Arsiv/Mart99/teknikbilgi/teknik.htm.

Yayıncılık Sektöründe Audio İşaret Akışı Bölüm 2, (1999),
www.onair.com.tr/Arsiv/Nisan99/teknikbilgi/teknik.htm.



EKLER

- Ek 1 Sesin Fiziksel Özellikleri
Ek 2 Dalgacık Dönüşümünün Tarihsel Gelişimi



Ek 1 Sesin Fiziksel Özellikleri

Yön

Ses kaynağından çıkan titreşimler iki şekilde dalga hareketi oluştururlar:

Kaynaktan çıkan titreşimlerin tanecikleri sağa ya da sola hareket ettirmesi sonucu oluşan dalgalara enine dalgalar (transverse waves) denir. Bu tür dalgaya örnek olarak keman telinin arşe etkisiyle hava ortamında oluşturduğu dalgalar verilebilir. Arşe, telin üzerine dik açıyla etki yapar ve tel sağa-sola salınarak beraberinde aynı yöne hareket eden ses dalgalarını oluşturur. Tıpkı enine dalgaının oluşumunda olduğu gibi yine kaynaktan çıkan titreşimler, tanecikler üzerine dik açıyla etki yapabilir. Ancak bu etki sonrası oluşan dalgalar, etki noktasının yalnızca sağına ya da soluna değil tam bir daire biçiminde her yöne hareket etmeye başlayabilirler. Oluşan bu tür dalgalara da dairesel dalgalar (circular waves) denir. Dairesel harekete örnek olarak, suya atılan bir taşın su yüzeyinde oluşturduğu dalga hareketi verilebilir.

Dairesel dalgalar literatürde enine dalgalar olarak da anılırlar çünkü, sonuçta oluşan dalga hareketi aslında enine bir harekettir. Enine dalga hareketinde bir etki sonucunda harekete geçen tanecikler bulundukları yatay eksenindeki konumunu bozmadan harekete geçerler ve bu hareketler arada kalan tanecikler tarafından enerji bitene kadar sürekli iletilir. Enine dalga hareketi yalnızca katı ve sıvılarda görülür çünkü hareketi iletecek taneciklerin birbirlerine kenetlenmiş biçimde durmaları gerekmektedir. Böyle tanecikler yapılar gazlarda bulunmaz.

Kaynaktan çıkan titreşimler, tanecikler üzerine farklı bir açı ile değil de aynı açıyla etki yapabilir ve bu etki sonucunda tanecikler sağa ya da sola değil, titreşimle aynı yöne hareket edebilirler. Başka bir deyişle tanecikler, bulundukları konumlarını düşey eksen üzerinde terk ederek bir yanındaki taneciğe hızla çarparlar. Çarpmanın etkisiyle oluşan bölgede sıkışma, yandaki taneciklere çarpmak için hareket eden taneciklerin bıraktığı boş bölgede seyrekleşme oluşur. Bu şekilde oluşan dalgalara da boyuna dalgalar (longitudinal waves) denir.

Hız

İletici ortam içerisinde hareket eden ses dalgalarının zaman fonksiyonuna göre ilerlediği hızı dalgaının yayılma hızı denir. Başka bir deyişle hız, ses dalgasının birim zamanda aldığı yoldur.

$$\text{Hız} = \text{Yol} / \text{Zaman}$$

Sesin aynı ortamda aynı sıcaklıkta hareket ettiği sürece hızı sabittir. Sesin hızı, iletici ortamın

gaz, sıvı ya da katı olmasına göre farklı formüllerle hesaplanır. Gazlarda ses hızını etkileyebilecek üçüncü bir parametre ortaya çıkar: Sıcaklık. Ses hızı sıcaklıkla doğru orantıda değişir.

Hava yoğunluğunun sıcaklıkla değişmesinden dolayı sesin yayıldığı ortam olarak havanın diğer ortamlara göre özel bir önemi vardır. Buna göre ses havada, 0°C için 331.5 m/sn. , 25°C için (oda sıcaklığı) yaklaşık 340 m/sn. hıza ulaşır. Aşağıdaki çizelgede sesin değişik ortamlardaki Hız değeri gösterilmiştir.

Sesin değişik ortamlardaki hız değerleri

İletici Ortam	Hızı (m/sn)
Tatlı su	1480
Tuzlu su	1520
Flexiglass	1800
Tahta	3380
Beton	3400
Çelik	5060
Alüminyum	2150
Cam	5200

Arena, açık hava gibi çok uzak mesafelere ses iletimi yapabilmek için kullanılan büyük ölçekli sistemler ile ses sistemi kurulurken, sesin hızı dikkat edilmesi gereken en önemli özelliklerdendir.

Güç

Ses kaynağı, akustik enerjiyi, belirli bir oranda etrafını saran ortama iletir. Ses dalgalarının 1 sn.de yaydığı akustik enerji miktarıdır. Birimi watt'tır (W). 1 kg.lık bir kütleyi 1 sn.de 1 metre öteye götürebilen güce 1 watt denir. Bu sırada harcanan enerji 1 Jule, gerekli kuvvet ise 1 Newton olarak tanımlanır.

İnsan kulağının algılamasında olduğu gibi işaret akışı ile ilgili yapılan işlemlerin büyük bir bölümü güce dayanır. Sesin gücü zamanla değişir.

Şiddet ve Basınç

İletici ortamda oluşan enine ya da boyuna dalgalar, titreşim kaynağının yaydığı akustik enerjiyi ortam boyunca iletir. Kaynağın kinetik enerjisi tanecikleri denge konumundan uzaklaştırır ve taneciklerin potansiyel enerjisine dönüşür. Bu potansiyel enerji yeniden denge konumuna dönen taneciklerin kinetik enerjisine dönüşürken daha uzaktaki taneciklerin potansiyel enerjileri artar. Böylece artarda kinetik ve potansiyel enerji dönüşümleriyle enerji,

iletici ortam içerisinde uzaklara doğru aktarılır. Aşağıdaki çizelgede çeşitli ses kaynaklarına ait Güç değerlerinden örnekler verilmektedir:

Farklı ses kaynaklarına göre sesin gücü

SESKAYNAĞI	GÜÇ (W)
Simfonik orkestra	70
Büyük davul	25
Org	13
Trompet	12
Symbol	10
Trombon	6
Piano	0,4
Trompet	0,3
Bas saksofon	0,3
Bas tuba	0,2
Kontrabas	0,16
Basko	0,08
Flüt	0,06
Klarinet	0,05
Korno	0,05
Üçgen	0,05
Bas insan sesi (ff)	0,03
Alto insan sesi (ff)	0,001
Orta konuşma sesi	0,00024

Bir dalganın yayılma doğrultusuna dik olan birim yüzeyden 1 sn.de geçen toplam mekanik enerji (kinetik ve potansiyel) miktarına dalga şiddeti adı verilir. İnsan tarafından algılanan bir sesin gürülüğünü (fiziksel nicelik olarak genliğini) belirleyen parametre, kulağa gelen dalganın şiddetidir.

Ses şiddeti, yayılma doğrultusuna dik birim yüzeyden yayılan gücün karesi (W/m^2) şeklinde tanımlanabilir. İnsan kulağı, minimum şiddet değeri $1 \times 10^{-12} W/m^2$, maksimum değer ise $1 W/m^2$ 'dir olan ses dalgalarını işitebilir.

Basınç, birim yüzeye etkiyen kuvvettir. Ses basıncı da birim yüzeye etkiyen ses dalgalarının oluşturduğu kuvvetlerin değeridir. Bu tanımda belirtilen birim yüzey hava tanecikleri, tanecikler üzerine etkiyen kuvvet de taneciklerin sıkışıp seyrekleşmesidir.

dB (decibel)

Ses dalgaları ile ilgili tüm parametreler sesin fiziksel ve fizyolojik özelliklerine göre değişir. Bu nedenle ses dalgalarına ait hesaplamalar sırasında kullanılan her parametre için bir referans değer belirtilmesi gereklidir. Bu yöntem kullanılarak yapılan hesaplamalar sonucunda bir tür oran ortaya çıkacaktır: kullanılan parametre değerinin referansına oranı.

İnsan kulağının (dolayısıyla beyninin) biyolojik yapısı gereği, hesaplamalar için yalnızca parametrelerin oranlarını almak yeterli değildir. Daha önce de belirtildiği gibi insan kulağının gücü algılayabilme sınırı çok yüksektir. Bu büyük değerler arasındaki hesaplamayı kolaylaştırmak için, insan kulağının doğrusal olmayan algılama yeteneğini de göz önünde bulundurarak, matematiksel bir nicelik olan logaritma kullanılır. Ses dalgaları(ya da işaretleri) parametrelerinde logaritmik hesaplamalar kullanılmasının nedenleri iki madde altında açıklanabilir:

- Weber Fechner'in, "duyulanma, uyarmanın logaritması gibi değişir." kuramına göre kulağın yapısı, ses dalgalarının orta kulakta sinüs işaretlerine çevrimi sırasında doğrusal bir artma ya da azalma sağlamamaktadır. Belirli bir zaman sonra giren işaret ile çıkan işaret arasında (kulağa giren ses dalgası ile beyine giden ses işareti arasında) değişimler gözlenmektedir. Bu değişim, matematikte kullanılan logaritmik yapıların aynısıdır.
- insan kulağı tarafından duyulabilen en hafif sesin akustik basıncı 0.0002 mikro bar ve en şiddetli sesin basıncı 200 mikro bardır.(Bar, ses dalgalarının hava tanecikleri üzerine yapmış olduğu basınçtır). 200 mikro bardan daha fazla basınçlı ses dalgaları kulak zarında tahribata yol açacaktır. Duyuma alanı içerisinde olan seslerin akustik basıncı, en hafif sestten en şiddetli sese kadar milyon kere değiştiğine göre ($200/0.0002$) akustik basıncın karesi ile orantılı olan ses gücü de (akustik güç ya da şiddet) milyonun karesi kadar değişecektir. Bu sınır inanılmaz büyük bir aralığa sahiptir ($1/1$ trilyon). Sınırlamayı daraltabilecek en kolay yöntem, parametre değerlerini değiştirmeden rahatlıkla kullanılabilecek matematiksel bir nicelik olan logaritmadır.

Ses işaretlerinin hesaplanması konusunda telefonun mucidi A.Graham Bell tarafından çalışmalar yapılmış ve tüm bu açıklamalar altında (oranlar, logaritmik değerler) yeni bir birim ortaya çıkmıştır. Bu birime Bell, kendi soyadını vermiştir. Ancak zamanla Bell birimi bile yüksek sayı değerlerini üzerinde taşıdığı için birime 10 çarpanı eklenerek 'decibel' kullanılmaya başlanmıştır. Ses hesaplamalarında kullanılan decibel, özetle:

Başta güç ve basınç olmak üzere, önce referans değerine göre oranı alınan parametrenin logaritmik değeridir.

Ses dalgaları (işaretleri) ile ilgili tüm dB hesaplamalarında, ele alınan parametrenin türüne göre 10 ya da 20 çarpanı kullanılır. Aşağıda, elektrik ve akustik ortama göre parametrelerin dB hesaplamalarında hangi çarptandan yararlanılacağı örnek olarak belirtilmiştir.

Aşağıdaki çizelgede, akustik ve elektrik ortamlardaki parametrelerin fiziksel referans seviyeleri belirtilmiştir.

En çok kullanılan parametrelerin referans değerleri

Parametreler	Referans değerleri
AKUSTİK	
Basınç	20 mikropaskal
Güç	1 pikowatt (10 ⁻¹² watt)
ELEKTRİK	
Güç	1 miliwatt (10 ⁻³ watt)
Gerilim	10 volt, 0.775 volt (r.m.s)

Karmaşık Dalgalar

Doğal ortamlarda birden çok ses dalgası mevcuttur. Bu tür dalgalar çok fazla sayıda olmalarına rağmen yine de uyumlu hareket edebilmektedirler. Bu tür dalgalara ‘Karmaşık Dalgalar’ adı verilir. Müziksel ses dalgaları kompleks dalgalara verilebilecek en iyi örnektir. ‘Karmaşık Uyumlu Dalgalar’ olarak da belirtilebilen bu dalgaların oluşabilmesi için en az iki basit dalganın bir araya gelmesi gerekir.

“Farklı zamanlarda, farklı genliklerde ve farklı frekanslardaki ses dalgaları birleştiğinde yine basit uyumlu hareket gösteren tek bir dalga biçimi açığa çıkar” (Everest:1994, s.9)

Ünlü fizik bilimcisi Joseph Fourier’in bu kuramı Karmaşık dalgaların araştırılmasında ilk adımı atmıştır. Ardından yapılan çalışmalar bu ilginç kuramı doğrulayarak ayrı bir açıdan incelenmesi gereken farklı parametreler olduğunu açığa çıkarmıştır.

Faz

En az iki basit uyumlu ses dalgasından birinin diğerine göre belirli bir zaman sonra (ya da aynı anda) hareketine başlamasına faz, arada oluşan açısal farka da faz farkı adı verilir. Baştan sona birbirine koşut olarak gelişen hareketler aynı fazdadır. Aynı fazla hareket eden ses dalgalarının periyotları da aynıdır. Dolayısıyla zaman olarak da eşit yol alacakları söylenir. Ancak faz farkı ses dalgasının zaman eksenindeki değerleriyle değil, bulunduğu noktanın açısıyla hesaplanmaktadır. Bu nedenle faz farkı açısal değer taşıyan bir parametredir. Aynı fazdaki iki hareketin arasındaki faz farkı 0° ‘dir. Faz farkı problemleri, akustik ortamdaki ses dalgalarında olduğu kadar, elektromanyetik ortamdaki ses işaretlerinde de en fazla karşılaşılan problemlerden biridir.

Ses Basınç Seviyesi (Sound Pressure Level – SPL)

Hava tanecikleri, titreşimleri algılayıcıya iletirlerken algılayıcı üzerine bir etki yaparlar. Bu etki, birim kare üzerine yapılan kuvvet ise parametre SP (Sound Pressure, Ses Basıncı) olarak kullanılır. Fiziksel nicelik olarak hesaplanabilen ses basıncı değerine Ses Basınç Seviyesi (Sound Pressure Level - SPL) adı verilir. SPL, sadece iletici ortamın hava olduğu ortam için geçerlidir.

SPL'in seviye birimi dB'dir. Bu nedenle ses basıncı seviyesini hesaplayabilmek için algılayıcının minimum ve maksimum algılama sınırlarını bilmek gereklidir. İnsan kulağı için bu sınır, kulağın algılayabilmesi için geçerli olan güç, şiddet ya da basınç değerine göre hesaplanır. Daha önce güç konusunda da belirtilen insan kulağı algılama sınırı :

En Az Değer Olarak : $10^{-12} (W / m^2)$

En Fazla Değer Olarak : $1 (W / m^2)$ ' dır.

SPL için ise dB hesaplamalarında da aşağıdaki formül kullanıldığına göre:

$$dB(SPL) = \frac{W}{W_0}$$

referans değer yerine yerleştirildikten sonra sonucun 0 olduğu gözlenir.

$$dB(SPL) = 10 \log \frac{10^{-12}}{10^{-12}}$$

$$= 10 \log 1$$

$$= 10 \cdot 0$$

$$dB(SPL) = 0$$

0 dB (SPL) değeri insan kulağının işitme eşiğidir (threshold of hearing). Sağlıklı bir insan kulağının gelen ses dalgalarını algılayabilmesi için, akustik ortamda hareket eden ses dalgalarının kulak üzerine 0 dB'lik bir oranla (en düşük algılayabilme gücüne eşit bir değerle) basınç yapması gerekmektedir.

0 dB, yalnızca SPL'in değil, hem akustik hem de elektriksel ortamdaki bir çok parametrenin en düşük algılama değeri için belirtilen referans orandır.

Maksimum algılayabilme değeri de formüle yerleştirilirse,

$$dB (SPL) = 10 \cdot \log \frac{1}{10^{-12}}$$

$$= 10 \cdot \log 10^{12}$$

$$= 10 \cdot 12$$

$$dB(SPL) = 120$$

olacaktır.

120 dB (SPL) ise insan kulağının en yüksek işitebilme sınırırır.Bu değer acı eşiği (threshold of pain) olarak tanımlanır.120 dB (SPL) üzerindeki ses basıncı insan kulak zarının yırtılmasına sebep olabilir. Fizik bilminde kullanılan kuvvet birimi Newton'dur (İngiliz fizik ve matematik bilimci Sir Isaac Newton, 1642-1727). Newton birimi yerine onun $\frac{1}{10}$ 'u olan 'dyne' de kullanılır. Basınç ise birim kareye uygulanan kuvvet olduğuna göre basınç birimi,

$$1N / m^2 = 10dyne / cm^2$$

olacaktır. Ancak bu birimlerin yerine tek başına 'Pascal' (Fransız fizik ve matematik bilimci Blaise Pascal, 1623-1662)' ya da Pascal'ın $\frac{1}{10^6}$ 'si (on milyonda biri) olan 'bar' kullanılır.

$$1N / m^2 = 10dyne / cm^2$$

$$1Pa = 10^{-6} N / m^2$$

Güç referans değerlerine göre hesap ederek bulduğumuz SPL değerleri yerine Pa yazacak olursak, 0 dB (SPL)'e karşılık gelen referans Pa değeri $20 \mu Pa$ olur.

$$0dB(SPL) = 20\mu Pa = 20 \cdot 10^{-6} Pa$$

Aşağıdaki çizelgede SPL'in, az önce hesaplanan insan kulağı sınırları içerisindeki diğer ortalama seviye değerleri, uygulama alanlarına göre belirtilmiştir.

Ses basınç seviyeleri

	140	Kapalı mekanda jet uçağı motoru
	120	Ağır sanayi iş makineleri
	120	Acı duyma eşiğı
	110	Rock müzik orkestrası
	100	Senfoni orkestrası
1 Pa →	94	Mikrofonu uygulanan frekans ASS
	90	Radio ve ses kayıt stüdyosu monitörlene
0.1 Pa →	80	Televizyon kontrol odası (rej) monitörlene
	70	Karşılıklı konuşma (film seti)
0.01 Pa →	60	Karşılıklı konuşma (Radio-tv stüdyoları)
	50	Şehir gürültüsü
0.001 Pa →	40	Konferans salonu gürültüsü
	30	TV. Stüdyosu gürültüsü
0.0001 Pa →	20	Radio stüdyosu gürültüsü
	10	Yaprak hışırtısı
20 m Pa →	0	İşleme eşiğı

Ses basınç seviyesi olan SPL ile ses basıncı birimi Pascal'ı birbirine karıştırmamak gerekir. SPL yalnızca referans değeri belli olan Pa birime göre açığa çıkan basıncın dB değeridir.

SPL hesaplarında unutulmaması gereken tek nokta referans değeridir. Bu referans değeri pascal birimi ile basınç, watt birimi ile güç olabilir.

Ek 2 Dalgacık Dönüşümünün Tarihsel Gelişimi

Dalgacık analizi işaretlerin frekans analizinde geline ,günümüzdeki, en son nokta olarak görülebilir. Bu kuram için yapılan çalışmaların büyük bir bölümü 1930'larda gerçekleşmiştir fakat o zamanlar ayrı ayrı sürdürülen çalışmalar tutarlı bir kuramın parçaları olarak görünmekten uzak kalmışlardır. Asıl fikir Fourier'e aittir. 1807'de Fourier tüm periyodik fonksiyonların temel trigonometrik fonksiyonların ağırlıklı toplamı olarak ifade edilebileceğini bulmuştur. Fourier'in bu buluşu matematiksel katılıktan yoksun olduğu gerekçesiyle Lagrange , Legendre ve Laplace'dan kuvvetli eleştiriler almış ve bu konudaki araştırmalarının basımı engellenmiştir. Fourier'in diğer bilim adamlarını ikna edip buluşunu yayımlatması 15 yıl almıştır. Takip eden 150 yılda da onun fikirleri genişletilerek periyodik olmayan fonksiyonlar ve ayrık (discrete) zamanlı seriler için genelleştirilmiştir. 1965 Yılında Cooley ve Tukey tarafından bulunan Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT), Fourier Dönüşümünü tüm dönüşüm yöntemleri arasında en etkili ve en çok kullanılan yöntem olarak çok iyi bir noktaya getirmiştir. FFT'nin bulunmasından sonra Fourier dönüşümleri tüm fonksiyon analizi gerektiren alanlarda da en yaygın olarak kullanılan yöntem olmuştur. Zaman içinde Fourier Dönüşümünün frekans alanında yeterli bilgi vermesine rağmen zaman alanında çok zayıf kaldığı ortaya çıkmış ve ilk önce kısa zamanlı Fourier Dönüşümü (Short Time Fourier Transform - STFT) bulunmuş, daha sonra da dalgacık analizi geliştirilmiştir. Dalgacık analizi ile ilgili çalışmaların 1980 sonrasında görüldüğü ve katı biçimde ortaya konduğu gözlenirse de daha önce yaşamış matematikçi ve fizikçiler de bu konu üzerinde adını tam olarak dalgacık teorisi koymadan çalışmalarda bulunmuş ve bu kişilerin ortaya koydukları sonradan gelenler için bir kilometre taşı görevi görmüştür.

1930'dan Öncesine Bakış

1930'dan önce sonuç olarak dalgacık analizine ulaşacak olan çalışmalar Fransız Matematikçisi Joseph Fourier'in ,şimdilerde çoğunlukla Fourier Dönüşümü olarak adlandırılan, frekans analizi kuramları ile başlar (1807) . Fourier'in frekans analizi kuramları bir işaretin frekans içeriğini ölçmedeki geleneksel yöntem olarak Fourier dönüşümünün kullanılmasını sağlamıştır. Bu yöntemde periyodik bir fonksiyon, periyodik üstel karmaşık (complex exponential) fonksiyonların sonsuz bir toplamı olarak ifade edilebilir.

$$a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx)$$

Katsayılar a_0 , a_k ve b_k aşağıdaki formülle hesaplanırlar.

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx$$

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos(kx) dx$$

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin(kx) dx$$

Daha sonra bu işaret farklı frekansların karmaşık üstel fonksiyonlarına ayrıştırılır. Böylece işaretin bir frekans-genlik gösterimi elde edilir. Bu yöntem sonucunda bir işaretle hangi frekanstan ne kadar bulunduğu sergilenir.

Fourier'in bu kuramı matematikçilerin fonksiyonlar hakkındaki düşüncelerinin gelişmesinde önemli bir rol oynamıştır.

Fourier karmaşık fonksiyonunun, kendileri de yine basit bir ilk örnek (prototype) fonksiyondan oluşmuş, daha basit fonksiyonların ağırlıklı ortalaması olarak yaklaşık değeri bulunmuştur. İlk örnek fonksiyonu ki diğer bir adı da temel fonksiyondur (basis function), bir yapı bloğu (building block) olarak düşünülüp asıl işaret bu bloğa benzer yapı blokları kullanılarak yaklaşık değeri bulunabilir ya da zaman zaman tamamen ifade edilebilir. Bu tür yaklaşımlar ve gösterimler karmaşık fonksiyonların analizine yönelik değerli bilgiler taşıdığı için çok yararlıdırlar. Eğer bu yapı bloklarının sadece bir kaç tanesi iyi bir yaklaşık değer bulmaya yeterli ise bu yolla asıl işaret yüksek derecede sıkıştırılmış halde elde edilebiliyor demektir. Fourier yapı blokları olarak değişen frekanslardaki sinüzoidleri kullanmış, bu da asıl fonksiyon ya da işaretin frekans içeriğini elde etmemizi sağlamıştır. Fourier gösterimleri işaret analizi gerektiren bir çok alanda kullanılmıştır. Bununla birlikte bu gösterimler temel fonksiyonun (basis function) sinüzoidal olmasından kaynaklanan büyük bir yan etkiye sahiptir. Sinüzoidler frekans alanında eksiksiz bir desteğe sahiptir fakat bu zaman bölgesinde geçerli değildir. Diğer bir deyişle zamanda sonsuza yayıldıkları (stretch out) için dinamik (non-stationary) işaretlerin yaklaşık değerinin bulunmasında (approximation) kullanılamazlar. Bir işaretin zaman alanındaki gösteriminin bu işaretin spektral içeriğine dair hiç bir bilgi vermediğinin altını çizmekte yarar vardır. Diğer yandan Fourier gösterimi ise bu spektral gösterimi işaretin frekans bileşenlerinin zamandaki yeri konusunda hiç bir ipucu vermeden yapar. Bu nedenle frekans içeriği zamanla değişen ve dinamik (non-stationary) işaretlerin analizi sadece frekans gösteriminden çok Zaman-Frekans Gösterimi'ne (Time Frequency Representation - TFR) ihtiyaç duyar.

1807'den sonra fonksiyonların, Fourier dizilerinin yakınsaklığının ve dikgen (orthogonal)

sistemlerin anlamlarını bulmuş olan matematikçiler yavaş yavaş eski frekans analizi görüşlerinden sıyrılıp ölçeklendirme analizine (scale analysis) yani, $f(x)$ fonksiyonunu ölçeği değişen matematiksel yapılar kullanarak analiz etme işlemine doğru bir geçiş yapmışlardır. Bu yöntem şu şekilde açıklanabilir : Bir fonksiyon kurup (construct) bunu bir miktar kaydırarak (shift) ölçeğini değiştirmek ve bu yapıyı bir işaretin yaklaşık değerinin bulunmasında (approximation) kullanmak. Sonrasında, aynı işlemi (procedure) tekrarlamak; ana yapıyı alıp tekrar bir miktar kaydırmak ve tekrar ölçeklendirmek, hemen ertesinde bu yeni yapıyı aynı işarete tekrar uygulayarak yeni bir yaklaşım (approximation) elde etmek ve bunu belli bir noktaya kadar devam ettirmek. Bu çeşit bir ölçeklendirme analizinin, işaretin farklı ölçeklerdeki ortalama dalgalanmasını (fluctuation) ölçtüğü için işarettaki gürültüden (noise) daha az etkilendiği ortaya çıkmıştır.

İlk birimdik dalgacık temel fonksiyonunu (orthonormal wavelet basis function) ortaya koyan Alman matematikçi Alfred Haar olmuştur. Haar 1909 yılında sunduğu tezindeki eklerden (appendix) birinde bu fikrini ortaya koyar. Haar Dalgacığı'nın bir özelliği yoğun dayanağa sahip olması yani sonlu aralığın dışına çıkıldığında kaybolmasıdır. Ne yazık ki Haar dalgacıkları sürekli olarak ayrıştırılabilir (continuously differentiable) değildir ve bu özellikleri uygulama alanlarını sınırlayan bir etmendir. Ayrıca, Haar dalgacıkları ilk ve en basit dikgen dalgacıklardır ama zayıf frekans yer belirleme özellikleri dolayısıyla yine gerçek hayatta kullanımları sınırlıdır.

1930'lar

1930'larda bir çok farklı grup birbirinden bağımsız olarak fonksiyonların Ölçeği Değişen temel fonksiyonlar (scale varying basis functions) kullanılarak gösterilmesini araştırmıştır.

1930'lu yıllarda Paul Levy adındaki fizikçi, Haar Temel Fonksiyonları adındaki bir Ölçeği Değişen temel fonksiyon kullanarak bir çeşit rastlantısal (random) işaret olan Brownian hareketini incelemiştir. Levy, Brownian hareketindeki ufak ve karışık detayları incelemek için Haar temel fonksiyonunun Fourier temel fonksiyonlarından daha üstün olduğunu bulmuştur.

Bir diğer 1930'lu yılların araştırma çalışmasında Littlewood, Paley ve Stein bir $f(x)$ fonksiyonunun enerjisini bulmak durumunda kalmış ve aşağıdaki formülle bu enerjiyi hesaplamışlardır.

$$\text{enerji} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} |f(x)|^2 dx$$

Bu formül kullanılarak yapılan hesaplamalarda enerjinin bir kaç nokta çevresinde toplanması halinde, daha geniş bir aralığa yayıldığı haldekinden farklı sonuçlar çıktığı görülmüştür. Bu sonuç enerjinin korunumu kanununa ters düştüğünden bilim adamlarını rahatsız etmiştir. Bu araştırmacılar ölçeği değişebilen ve fonksiyonel enerjiyi hesaplarken enerjiyi koruyan bir fonksiyon bulmuşlardır. Bu çalışmaları, 1980'in ilk yıllarında dalgacıklar kullanarak sayısal görüntü işleme için çalışan David Marr'a etkili bir algoritma sağlamıştır.

1946 Yılında, iletişim işaretlerini (communications signals) salınan temel fonksiyonlar (oscillatory basis functions) kullanarak zaman-frekans alanında göstermeye çalışan Dennis Gabor, Fourier Dönüşümünü, Kısa Zamanlı Fourier Dönüşümü'ne (Short Time Fourier Transform – STFT) çeviren ilk kişidir. Dinamik işaretlerin analizinin yapılabilmesi için Fourier dönüşümünde bazı değişiklikler yapılması sonucu elde edilen bu yöntemin ana fikri; işareti zaman yer belirlemeli pencere kullanarak bölümlere (segments) ayırmak ve daha sonra da her bölümü analiz etmektir. Her pencere içinde kalan işaret bölümü Fourier dönüşümü kullanılarak analiz edildiği için STFT gerçek bir zaman-frekans gösterimi sağlayabilmiştir.

Gabor'den Kısa bir süre sonra 1947 Yılında, Jean Ville bir işaretin enerjisini Zaman-frekans düzleminde gösterebilmek için benzer bir Zaman-frekans Gösterimi geliştirdi ve buna Wigner-Ville dönüşümü adı verildi.

1940'ların sonundan 1970'lerin başına kadar bunun gibi bir çok Zaman-frekans Gösterimi geliştirildi, aralarındaki tek fark pencereleme fonksiyonunun seçimi idi. Ancak bütün bu dönüşümlerin büyük bir sorunu (drawback) vardı, tüm işaret için aynı pencereyi kullanıyorlardı.

1960-1980 Arası

1960 ve 1980 yılları arasında matematikçi Guido Weiss ve Ronald R. Coifmann ortak bir fonksiyonun atomlarını ve fonksiyon uzayında yine bu atomların kullanılması sonucu bu fonksiyonun tüm elemanlarını yeniden oluşturulmasına izin verecek “birleştirme kuralları” bulmak üzere bir fonksiyon uzayının en basit elemanlarını ,atom, araştırdılar.

1970'li yılların sonlarında bir jeofizik mühendisi olan J. Morlet, Kısa zaman aralıklarında yüksek frekans bileşenleri ve uzun zaman aralıklarında düşük frekans bileşenleri bulunan işaretleri inceleme problemiyle karşılaştı. STFT, işaretleri ya dar pencereler (geniş-bant frekans analizi) kullanarak yüksek frekans bileşenlerini ya da geniş pencereler (dar-bant frekans analizi) kullanarak düşük frekans bileşenlerini analiz edebiliyordu ancak ikisini birden analiz edemiyordu. Bu yüzden Morlet farklı frekans bantlarının analizi için farklı pencere

fonksiyonları kullanılmasını öneren müthiş fikrini öne sürdü. tüm bu pencereler ilk örnek (prototype) Gaussian'ın sıkıştırılması veya seyrekleştirilmesi yöntemi ile üretilmişti. Bu pencere fonksiyonları zaman ve frekansta yoğun desteğe sahipti (çünkü Gaussian'ın Fourier dönüşümü yine bir Gaussian'dır). Bu pencereler küçük ve salınan (oscillatory) özellikte oldukları için Morlet bulduğu temel fonksiyonları “Sabit Şeklin Dalgacıkları” (wavelets of constant shape) olarak adlandırdı. Aynı J. Fourier örneğinde olduğu gibi Morlet de diğer bilim adamları tarafından eleştirilmiştir. Morlet, 1980 Yılında yaklaşımına sağlam bir matematiksel temel bulmak için yardım ararken Quantum mekaniğinin kuramsal fizikçisi olan A. Grossman ile karşılaşmış ve Grossman Morlet'e dönüşümü formülleştirmesi için yardım etmiş ve ayrıca ters dönüşümünü de bulmuştur. Bununla birlikte, bu iki bilim adamının haberdar olmadıkları şey, geliştirdikleri dalgacık dönüşümünün yalnızca Alberto Calderon'un 1964 Yılında katsıklık (harmonic) analizi üzerine yaptığı çalışmanın bir yeniden keşfi ya da belki de çok az farklı bir yorumu olduğu olmuştur.

1980 Sonrası

1984 Yılında, Morlet ve Calderon'un çalışmaları arasındaki büyük benzerliği fark eden Fransız matematikçisi Yves Meyer ayrıca Morlet'in seçtiği ve o sıralarda dalgacık adıyla anılan temel fonksiyonların büyük miktarda gereğinden fazla (redundant) bilgi içerdiğini fark etmiştir. Bu zarif, dinamik fonksiyon analizi yönteminden çok etkilenen Meyer daha güçlü yer belirleme özellikleri olan dalgacıklar geliştirme konusunda çalışmaya başlamıştır. 1985 Yılında çok iyi zaman ve frekans yer belirleme özelliği olan dikgen (orthogonal) dalgacık temel fonksiyonlarını yaratmıştır. Daha sonra bu buluşun, başka bir katsıklık analizcisi olan J.O. Strömberg tarafından 5 yıl önce ortaya atıldığı öğrenilmiştir. Burada belirtilmesi gereken önemli bir nokta dikgen dalgacık temel fonksiyonlarını bulan ilk kişilerin Meyer ya da Strömberg de olmadığıdır. Bu onur 1909 Yılında çalışmasını tamamlayan Alman matematikçi Alfred Haar'a aittir. Yine tarihin tekerrürü sonucu Haar'in birimdik (orthonormal) temel fonksiyonlarının 1930'lu yıllarda Brownian hareketindeki rasgele işaretler konusunda çalışan Paul Levy ve bir fonksiyonun katılımsal enerjisinin yerini belirleme üzerinde çalışan Littlewood, Paley ve Stein grubunun genişlettiği de sonradan anlaşılmıştır.

Bu sırada, Brüksel'deki Free Üniversitesi'nde çalışan ve Grossman'ın eski öğrencilerinden olan Ingrid Daubechies dalgacık dönüşümünün zaman ve ölçek parametrelerinin ayrıklandırılması için dalgacık çerçevelerini (frame) geliştirmiştir. Bu buluş, gerekli olmayan (redundant) bilgi sunma pahasına da olsa temel fonksiyonların seçilmesi konusunda daha fazla özgür olabilmeyi sağlamıştır.

Özellikle 1986 Yılında, Upen Üniversitesi'nde bir yüksek lisans (master) öğrencisi olan Mallat, Meyer ile birlikte Ayırık dalgacık dönüşümü (Discrete Wavelet Transform - DWT) için çoklu çözünürlük analizi (multiresolution analysis - MRA) fikrini geliştirmiştir ki bu çalışma 1988 Yılında Mallat'a doktor unvanını getirmiştir. Öne sürdüğü fikir, ayırık bir işareti bir dizi alçak geçirgen ve yüksek geçirgen filtreden geçirmek yoluyla ikili (dyadic) frekans bantlarına ayırıştırıp bu farklı ölçeklerdeki yaklaşıklamalardan DWT' sini hesaplamaktır. Bu fikir elektrik mühendisleri tarafından 20 yıldır bilinen ve A. Croisier, D. Esteban ve C. Galand tarafından 1976 Yılında geliştirilen “dörtlü ayna filtreleri” (quadrature mirror filters - QMF) ve “alt bant filtreleme” (subband filtering) yöntemine çok benzemektedir. Mallat'ın çalışması doğal zamandaki ye belirlemenin, QMF ve alt bant filtrelemenin temelinde yatan iyi belirlenmiş ve kurulmuş frekansta yer belirleme fikrine doğru genişletilmesini sağlamıştır.

1988 Yılında Daubechies'in yoğun destekli dalgacıkların birimdik (orthonormal) temelini de geliştirmesi ile birlikte modern dalgacık kuramı tamamen ortaya çıkarılmıştır.

Son 10 yıl, çoklu çözünürlük analizi (MRA) algoritmalarının farklı özelliklerinin kullanılması ya da değiştirilmesi yolu ile yapılan diğer dalgacık temel fonksiyonları araştırmalarına şahit olmuştur.

1992 Yılında Albert Cohen, Jean Feauveau ve Daubechies bir çok araştırmacı tarafından birimdik (orthonormal) temel fonksiyonlara nazaran daha çok tercih edilen yoğun destekli çiftlikgen (biorthogonal) dalgacıkları oluştururken, R. Coifmann, Meyer ve Victor Wickerhauser de çoklu çözünürlük analizinin (MRA) doğal uzantısı olan dalgacık paketlerini (wavelet packets) geliştirmiştir.

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi 20.10.1975

Doğum yeri İzmir

Lise 1989-1992 Çimentaş Lisesi

Lisans 1992-1997 Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fak.
Bilgisayar Bilimleri Mühendisliği Bölümü

Yüksek Lisans 1997- Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Bilgisayar Mühendisliği

Çalıştığı kurum(lar)

1997-1999

NETAŞ

1999-2000

LHS International AG (Mısır, İsviçre)

2000-Devam ediyor LHS Sema Telecoms (İsviçre)

TE. YÖNETİM GEREKLERİ KURULU
DOKÜMANİZASYON MERKEZİ