

**T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

EULER-LAGRANGE TİPİ DİNAMİK SİSTEMLERİN SENKRONİZASYONU

ELİF ÇİÇEK

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
KONTROL VE OTOMASYON MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
KONTROL VE OTOMASYON MÜHENDİSLİĞİ PROGRAMI**

**DANIŞMAN
YRD. DOÇ. DR. JANSET DAŞDEMİR**

İSTANBUL, 2013

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

EULER-LAGRANGE TİPİ DİNAMİK SİSTEMLERİN SENKRONİZASYONU

Elif ÇİÇEK tarafından hazırlanan tez çalışması 20.05.2013 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı

Yrd. Doç. Dr. Janset DAŞDEMİR
Yıldız Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri

Prof. Dr. Galip CANSEVER
Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Semih SEZER
Yıldız Teknik Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Janset DAŞDEMİR
Yıldız Teknik Üniversitesi

ÖNSÖZ

Lisans eğitimim sırasında hiç aklımda yokken akademik hayata girmemi sağlayan, tanıdığım için kendimi şanslı hissettiğim tez danışmanım Yrd. Doç. Dr. Sn. Janset DAŞDEMİR'e insanüstü özverisi, desteği, sabrı ve hoşgörüsü için teşekkür ederim.

İlk günden beri bitmek bilmeyen sorularımı büyük bir sabırla cevaplayan ve bu tez çalışması boyunca desteğini benden esirgemeyen Doç. Dr. Sn. Erkan ZERGEROĞLU'na (GYTE) teşekkürlerimi sunarım.

Desteklerinden dolayı TÜBİTAK'a (Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu – BİDEB 2210 Yurt İçi Yüksek Lisans Burs Programı) teşekkür ederim.

Hayatımın her anında varlığını ve desteğini yanımda hissettiğim, arkadaşım, ablam ve hayat rehberim Arş. Gör. Dr. Sn. Elçin TADIHAN ÖZKAN'a, bu tezin yazımı sırasındaki manevi desteklerinden dolayı başta oda arkadaşım Arş. Gör. Sn. Fatma YILDIZ TAŞCIKARAOĞLU olmak üzere tüm çalışma arkadaşlarıma ve hocalarıma, bitmeyen destek ve sevgileriyle bugünümü var eden değerli aileme, eğitim-öğretim hayatımın mimarı teyzem, emekli öğretmen Sn. Suzan ÖZADAK'a ve bana alfabeyi öğreten anneannem Sn. Naime ÖZADAK'a teşekkür ederim.

Mayıs, 2013

Elif ÇİÇEK

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	vi
ŞEKİL LİSTESİ.....	vii
ÖZET	ix
ABSTRACT	xi
BÖLÜM 1.....	1
GİRİŞ	1
1.1 Literatür Özeti	1
1.2 Tezin Amacı	3
1.3 Hipotez	5
BÖLÜM 2.....	7
MATEMATİKSEL ÖN BİLGİ VE TEOREMLER	7
2.1 Tanımlar	7
2.2 Teoremler	9
2.3 Laplacian Matrisi	11
2.4 Robot Manipulatörü Dinamik Modeli	12
BÖLÜM 3.....	14
ANA (MASTER)-UYDU (SLAVE) ROBOT SENKRONİZASYONU	14
3.1 Dinamik Model ve Hata Dinamiği	14
3.2 Tam Bilinen Model Tabanlı Kontrolör Tasarımı	16
3.3 Uyarlamalı Kontrolör Tasarımı	20
3.4 Benzetim Sonuçları.....	24
BÖLÜM 4.....	31
İŞBİRLİKÇİ YAPILI SENKRONİZASYON	31
4.1 Dinamik Model ve Hata Dinamiği	31

4.2	Tam Bilinen Model Tabanlı Kontrolör Tasarımı	32
4.3	Uyarlamalı Kontrolör Tasarımı	35
4.4	Benzetim Sonuçları.....	38
BÖLÜM 5.....		52
SONUÇ VE ÖNERİLER		52
KAYNAKLAR.....		54
EK-A		57
SİMULASYON KODLARI VE YAPILARI		57
A-1 Ana-Uydu Robot Senkronizasyonu Kontrolör Kodları		57
A-2 Ana-Uydu Robot Simulink Yapısı		71
A-3 İşbirlikçi Yapılı Senkronizasyon Kontrolör Kodları		72
A-4 İşbirlikçi Yapılı Senkronizasyon Simulink Yapısı.....		79
ÖZGEÇMİŞ.....		80

SİMGE LİSTESİ

$C(q, \dot{q})$	Merkezcil ve Coriolis Kuvvetleri matrisi
$e(t)$	Hata fonksiyonu
F_d	Sürtünme matrisi
$g(q)$	Yerçekimi vektörü
K_e	Kontrol kazanç katsayısı ($e(t)$)
K_r	Kontrol kazanç katsayısı ($r(t)$)
K_I	Kontrol kazanç katsayısı ($\xi(t)$)
L	Laplacian matrisi
$M(q)$	Atalet matrisi
$N(\cdot), H(\cdot)$	Yardımcı fonksiyonlar
$q(t)$	Pozisyon sinyali vektörü
$\dot{q}(t)$	Hız sinyali vektörü
$\ddot{q}(t)$	İvme sinyali vektörü
$r(t)$	Filtrelendirilmiş hata fonksiyonu
$V(\cdot)$	Pozitif tanımlı fonksiyon
$Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$	Regresyon matrisi
$z(t)$	Genelleştirilmiş pozisyon hatası fonksiyonu
α	Filtrelendirilmiş hata kazanç katsayı matrisi
Γ	Uyarlama kazanç katsayısı matrisi
$\eta(t)$	Yardımcı hata fonksiyonu
λ_{min}	En küçük öz değer
λ_{max}	En büyük öz değer
Σ	Toplam sembolü
$\tau(t)$	Kontrol sinyali
$\theta(t)$	Parametre vektörü
$\xi(t)$	İntegral etkisi içeren hata fonksiyonu
$\ \cdot\ $	Norm ifadesi
$\otimes$	Kronecker çarpımı

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 1. 1 Eşgüdümlü senkronizasyon	4
Şekil 1. 2 İşbirlikçi yapılı senkronizasyon	4
Şekil 3. 1 Ana robot ile uydu robotun 1. Eklem pozisyonları	26
Şekil 3. 2 Ana robot ile uydu robotun 2. eklem pozisyonları	26
Şekil 3. 3 Ana robot pozisyon hataları	27
Şekil 3. 4 Uydu robot pozisyon hataları	27
Şekil 3. 5 Ana robota uygulanan kontrol sinyalleri.....	28
Şekil 3. 6 Uydu robota uygulanan kontrol sinyalleri.....	28
Şekil 3. 7 Ana robota ait parametre tahminleri	29
Şekil 3. 8 Uydu robota ait parametre tahminleri	29
Şekil 3. 9 Uydu robota uygulanan gürültü sinyali.....	30
Şekil 3. 10 Uydu robot pozisyon hataları (uydu robot gürültü etkisinde)	30
Şekil 4. 1 Robotlar arası haberleşme ağı.....	39
Şekil 4. 2 Robotların 1. eklem pozisyonları	40
Şekil 4. 3 Robotların 2. eklem pozisyonları	40
Şekil 4. 4 1. Robot pozisyon hataları.....	41
Şekil 4. 5 2. Robot pozisyon hataları.....	41
Şekil 4. 6 3. Robot pozisyon hataları.....	42
Şekil 4. 7 1. Robot genelleştirilmiş pozisyon hataları	42
Şekil 4. 8 2. Robot genelleştirilmiş pozisyon hataları	43
Şekil 4. 9 3. Robot genelleştirilmiş pozisyon hataları	43
Şekil 4. 10 1. Robot kontrol sinyalleri.....	44
Şekil 4. 11 2. Robot kontrol sinyalleri.....	44
Şekil 4. 12 3. Robot kontrol sinyalleri.....	45
Şekil 4. 13 1. Robota ait tahmini parametre değerleri.....	45
Şekil 4. 14 2. Robota ait tahmini parametre değerleri.....	46
Şekil 4. 15 3. Robota ait tahmini parametre değerleri.....	46
Şekil 4. 16 2. Robota uygulanan gürültü sinyali	47
Şekil 4. 17 1. Robot pozisyon hataları (2. robot gürültü etkisinde)	47
Şekil 4. 18 2. Robot pozisyon hataları (2. robot gürültü etkisinde)	48
Şekil 4. 19 3. Robot pozisyon hataları (2. robot gürültü etkisinde)	48
Şekil 4. 20 1. Robot genelleştirilmiş pozisyon hataları (2. robot gürültü etkisinde)	49
Şekil 4. 21 2. Robot genelleştirilmiş pozisyon hataları (2. robot gürültü etkisinde)	49

Şekil 4. 22 3. Robot genelleştirilmiş pozisyon hataları (2. robot gürültü etkisinde).....	50
Şekil 4. 23 Robotların 1. eklem pozisyonları (2. robot gürültü etkisinde).....	50
Şekil 4. 24 Robotların 2. eklem pozisyonları (2. robot gürültü etkisinde).....	51
Şekil 6. 1 Ana-uydu robot senkronizasyonu için simulasyon şeması	71
Şekil 6. 2 İşbirlikçi senkronizasyon için simülasyon şeması	79

EULER-LAGRANGE TİPİ DİNAMİK SİSTEMLERİN SENKRONİZASYONU

Elif ÇİÇEK

Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Janset DAŞDEMİR

Bu yüksek lisans tezi çalışmasında Euler-Lagrange tipi doğrusal olmayan dinamik sistemlerin senkronizasyonu, eşgüdümlü ve işbirlikçi olmak üzere iki ayrı denetim yapısı altında incelenmiştir.

Çalışmanın ilk kısmında eşgüdümlü senkronizasyon örneği olarak Ana-Uydu Robot senkronizasyonu ele alınmıştır. Öncelikli olarak Uydu robotların Ana robotu takip etmesinin amaçlandığı bu yapı için tasarlanan Dinamik Model Tabanlı Doğrusal Olmayan Kontrol Sistemi kullanılarak, Lyapunov benzeri kararlılık analizi yardımıyla Ana ve Uydu robotlar arasındaki senkronizasyon hatasının küresel asimptotik olarak sifıra yakınsadığı ve kapalı çevrim sistemindeki tüm sinyallerin sınırlı olduğu gösterilmiştir. Sonrasında ele alınan sistemde parametrik belirsizlik olması durumu incelenmiş ve önerilen kontrol yapısının uygulanabilirliği benzetim çalışmaları ile ortaya konmuştur.

İşbirlikçi senkronizasyon yapısının ele alındığı ikinci kısımda, tüm robotların referansı bildiği varsayılmış ve verilen referansı aralarındaki haberleşme ağının yardımıyla eş zamanlı olarak takip etmesi hedeflenmiştir. Bu bağlamda, Tam Bilinen Model Tabanlı ve Uyarlamalı denetim olmak üzere iki ayrı kontrolör vasıtasıyla robotlar arasındaki senkronizasyon hatasının küresel asimptotik kararlı olarak sifıra sürülebildiği ve kapalı çevrim sistemindeki sinyallerin sınırlı kaldığı ispatlanmıştır. Tasarlanan Uyarlamalı kontrolör için elde edilen sonuçlar, 3 adet iki linkli robottan oluşan takım üzerinde yapılan benzetim çalışmasıyla desteklenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Senkronizasyon, uyarlamalı kontrol, eşgüdümlü kontrol, işbirlikçi kontrol

SYNCHRONIZATION OF EULER-LAGRANGE SYSTEMS

Elif ÇİÇEK

Department of Control and Automation Engineering

MSc. Thesis

Adviser: Assist. Prof. Dr. Janset DAŞDEMİR

In this thesis, the synchronization problem of nonlinear dynamical systems described by Euler-Lagrange equations is studied, under both coordinated and cooperative schemes.

In the first part of this thesis, the coordination of robots, i.e. Master-Slave Synchronization, is discussed and the Dynamical Model Based Nonlinear Control mechanism is presented. For the synchronization error between Master and Slave robots, global asymptotical stability is proved by Lyapunov-type stability analysis. The parametric uncertainty case for the given system is also studied and the simulation results of a two robot manipulator network are presented to illustrate the feasibility of the proposed adaptive controller mechanism.

In the second part of the thesis, the synchronization problem of a robot group following the same desired trajectory, under a cooperative scheme, is investigated. In this context, Exact Model Knowledge-Based and Adaptive Control schemes are designed and global asymptotical synchronization is guaranteed. Lastly, simulation results on a three robot manipulator network are presented to illustrate the effectiveness of the proposed adaptive controller mechanism.

Keywords: Synchronization, adaptive control, coordinated control, cooperative control

1.1 Literatür Özeti

Senkronizasyon, iki ya da daha fazla elemanın bir işlemi eş zamanlı olarak gerçekleştirmesi şeklinde tanımlanabilir. Doğal yaşamda topluluk halinde yaşayan canlı türlerinin (arılar, kuşlar, balıklar vb) grup halinde uyum içerisindeki hareketlerinde gözlemlenebilen doğal senkronizasyon, 1673'te yayınlanan [1]'den itibaren çeşitli mühendislik uygulamalarına ilham kaynağı olmuştur.

Dış etkenlerle ya da yapay bağlantılarla sağlanan senkronizasyon, kontrollü senkronizasyon, tasarım bakımından eşgüdümlü yapı (coordinated) ve işbirlikçi yapı (cooperative) olarak iki alt başlıkta incelenebilir [2].

Eşgüdümlü yapıda, sistem içerisindeki bir ya da daha fazla elemanın diğer elemanlara göre daha baskın ve bağımsız çalışması söz konusu iken, işbirlikçi yapıda elemanlar arası herhangi bir hiyerarşi bulunmamaktadır. Tanımsal olarak bu şekilde bir ayrım bulunmasına rağmen literatürde senkronizasyon, eşgüdümlü ve işbirlikçi yapılar birbirlerinin eş anlamlısı olarak kullanılmaktadır.

Birden çok elemanın, belirli kurallar çerçevesinde eşzamanlı olarak çalışması halinde, tek bir elemanla tamamlanamayacak karmaşık görevler yüksek başarı ve kesinlikle yerine getirebilir fikriyle başlanan çalışmalar, özellikle mekanik sistemler için 1980'lere dayanmaktadır ve günümüzde geniş uygulama alanlarına sahiptir. Uzun araçlarının eşgüdümlü çalışması ([3], [4], [5]), deniz araçlarının senkronizasyonu ([6], [7], [8]), kaotik sistemlerin senkronizasyonu ([9], [10], [11]), sensör ağlarının senkronizasyonu ([12], [13]), mobil robotların eşgüdümlü ve işbirlikçi kontrolü ([14], [15]), biyokimyasal

yapıların senkronizasyonu ([16]) ve genel konsensus uygulamaları ([17], [18]) örnek olarak verilebilir. Ayrıca literatürde bu tez çalışmasının ilk kısmını oluşturan ana-uydu robot yapısının temel alındığı teleoperasyon alanındaki çalışmalara sıklıkla rastlanmaktadır ([19], [20], [21]).

Robot manipülatörlerinin eşgüdümlü ve işbirlikçi kontrolü konusundaki ilk çalışmalardan olan [22] ve [23]'ü son yıllarda takip eden çalışmalardan bazıları [2], [24], [25], [26] ve [27]'dir.

İlk kez [28]'de tanımlanmış olan çapraz bağlantı hatası teriminin kullanıldığı [24]'te CNC makinaları türü çok eksenli hareket kabiliyetine sahip robotların senkronizasyonu amaçlanmıştır. Tüm durumların ölçülebildiği kabulü altında ayar noktası senkronizasyonu tasarlanan model bağımsız kontrolör yardımıyla sağlanmıştır.

Özdeş olmayan birden çok robot grubunun senkronizasyonunun hedeflendiği [25]'te, yerel haberleşme üzerinden büzülme analizi kullanılarak kompleks ağ yapısına sahip sistemler için küresel üstel senkronizasyon cevabı elde edilmiştir. Önerilen kontrolör yapısında ivme bilgisine ihtiyaç duyulmamakla birlikte robotlar arasındaki haberleşmeyi temsil eden standart Laplacian matrisi yerine kesin pozitif tanımlı matris yapısı kullanılmıştır.

Robotlara ait parametrelerin belirsiz olduğu durum için [26]'da eşgüdümlü ve işbirlikçi yapı ele alınmıştır. Eşgüdümlü kontrol metodu ile robotlar arasındaki senkronizasyon hatasının asimptotik olarak sifıra yakınsadığı, referans yörünge takibinin ise üstel olarak sağlandığı gösterilmiştir. Önerilmiş olan işbirlikçi kontrol yönteminde ise tüm durumların bilindiği kabulü altında robotlara ait pozisyon ve senkronizasyon hataları için asimptotik kararlılık sonucuna ulaşılmıştır. Öte yandan parametrik belirsizliklerle başetmek amacıyla her iki sistem için de tasarlanan uyarlamalı kontrol yapısı, tahmini atalet matrisinin tersine ihtiyaç duymaktadır.

Her iki senkronizasyon yapısının da ele alındığı [2]'de robotlar arası eşgüdümlü yapı, ana-uydu robot ilişkisi şeklinde planlanmış olup yararlanılan tam bilinen model tabanlı geribeslemeli kontrol sisteminde ([29]) hız ve ivme bilgilerinin ölçülemediği kabul edilmiş ve buna bağlı olarak doğrusal olmayan Luenberger tabanlı gözlemleyici yapısından faydalanılmıştır. Senkronizasyon hatalarının yarı-küresel düzgün mutlak

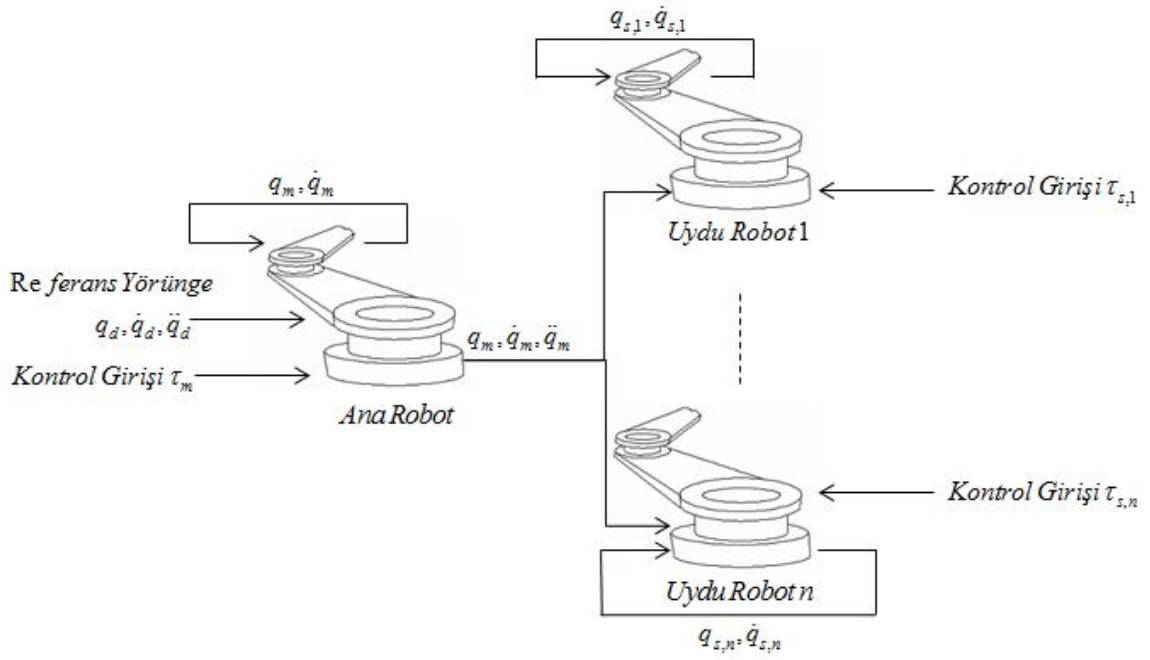
sınırlı olduğu gösterilmiştir. Aynı çalışma içerisinde, robotlar arasındaki işbirlikçi, karşılıklı senkronizasyon yapısının ele alındığı ikinci kısımda, tüm robotların birbiriyle haberleştiği ve tüm durumların ölçüldüğü kabulü altında küresel asimptotik kararlılık, sadece pozisyon sinyallerinin ölçülebildiği durumda ise doğrusal olmayan Luenberger tarzı gözlemleyiciler kullanılarak yarı-küresel üstel kararlılık sonucuna ulaşılmıştır.

Özdeş olmayan robotların oluşturduğu sistem için [27]'de parametrik belirsizlik ve sabit zaman gecikmesi kabulü altında robotlar arası yörünge senkronizasyonu ve konsensus problemine çözüm önerilmiştir.

1.2 Tezin Amacı

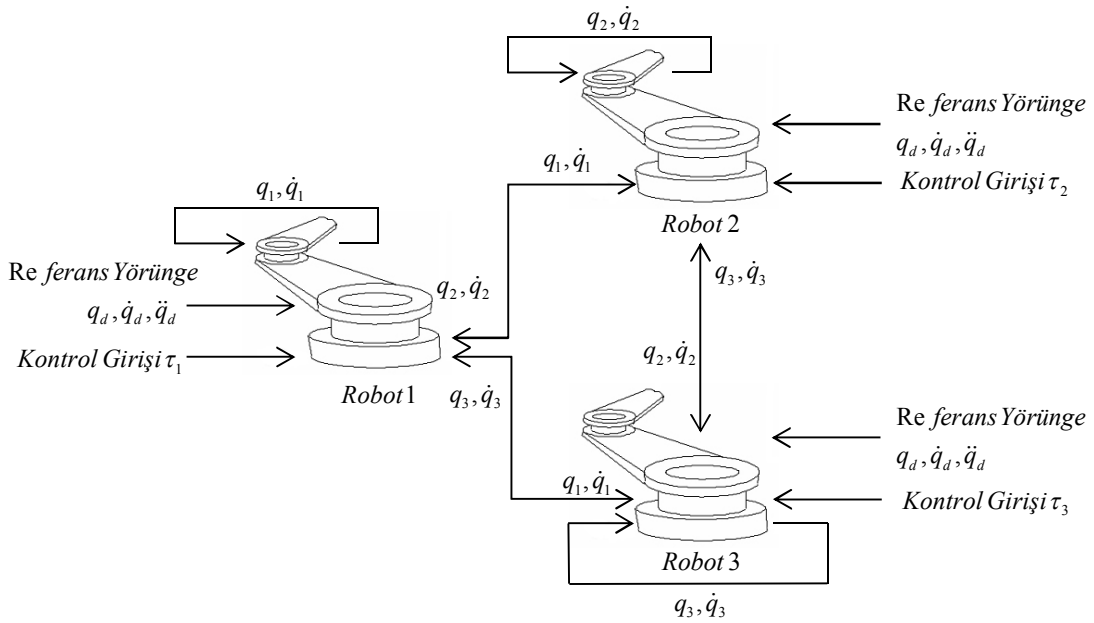
Literatürde yer alan çalışmalardan yola çıkılarak hazırlanan bu tez çalışmasında, robot manipülatörlerinde senkronizasyon incelenmiş, senkronizasyonun sağlanması amacıyla hem eşgüdümlü yapı hem de işbirlikçi yapı ele alınmıştır.

Eşgüdümlü denetim yapısı, bir Ana robottan ve ona bağlı olarak çalışan Uydu robotlardan oluşmaktadır. Ana robot diğerlerinden bağımsız ve referans yörünge bilgisine sahip olan tek robottur. Uydu robotlar ise Şekil 1.1'de görüldüğü üzere Ana robota ait pozisyon, hız ve ivme bilgilerine sahiptir. Bu yapıda amaç tüm robotların referans yörüngeyi takip etmesini sağlamak değil, ana robot referans yörüngeyi takip ederken, uydu robotların da ana robotu takip etmelerini sağlamaktır. Haberleşme, sadece Ana robottan uydu robotlar yönünedir.



Şekil 1. 1 Eşgüdümlü senkronizasyon

Şekil 1.2'de görülen işbirlikçi denetim yapısında, eşgüdümlü yapıdan farklı olarak tüm robotlar referans bilgisine sahiptir ve tüm robotların ya da belirli robotların, karşılıklı veya tek yönlü bilgi alışverişi içerisinde olduğu bir haberleşme yapısı mevcuttur. Bu yapı sayesinde, grup içerisindeki robotlar referans yörüngeyi senkron olarak takip ederler.



Şekil 1. 2 İşbirlikçi senkronizasyon

Bu tez çalışmasında her iki yapı için de tasarlanan doğrusal olmayan kontrol sistemlerinde, öncelikle robot manipülatörlerine ait tüm parametrenin bilindiği varsayılarak Tam Bilinen Model Bazlı Kontrol Yönteminden, daha sonra parametrik belirsizlik durumunda ise Uyarlamalı Kontrol Yönteminden yararlanılmıştır. Tasarlanan Dinamik Model Tabanlı Doğrusal Olmayan kontrolörlerle, eşgüdümlü yapıda Ana robot ile referans yörünge arasındaki pozisyon hatasını ve Uydu robotla Ana robot arası senkronizasyon hatasını; işbirlikçi yapıda ise tüm robotların referans yörünge ile aralarındaki pozisyon hatalarını ve tüm robotlar arasındaki senkronizasyon hatalarını sıfıra sürmek amaçlanmış, tasarlanan kontrolörlerin uygulanabilirliği gösterilmiştir.

1.3 Hipotez

Fiziksel sistemlere ait genel hareket denklemleri,

$$\tau = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} \quad (1.1)$$

formunda ifade edilen Euler-Lagrange eşitliğiyle elde edilir. (1.1)'de yer alan τ , sisteme etkileyen genelleştirilmiş kuvvet, L ise Lagrange eşitliği olup

$$L(q, \dot{q}) \triangleq T(q, \dot{q}) - U(q) \quad (1.2)$$

şeklinde hesaplanır. Burada $T(q, \dot{q})$ sisteme ait kinetik enerji, $U(q)$ ise sisteme ait potansiyel enerjidir.

Euler-Lagrange eşitlikleriyle ifade edilebilen sistemlerden olan robot manipülatörleri için eşgüdümlü ve işbirlikçi senkronizasyonun ele alındığı bu tez çalışmasında birinci hedef, her iki tür senkronizasyonda zaman sonsuza ıraksadıkça robotlar arasındaki pozisyon hatasını, diğer bir deyişle senkronizasyon hatasını sıfıra sürmektir.

Eşgüdümlü denetim örneği olarak ele alınan Ana-Uydu robot senkronizasyonu için tüm parametrelerin bilindiği varsayımı altında tasarlanan Tam Bilinen Model Tabanlı Kontrolör, Lyapunov benzeri kararlılık analizine göre, Ana robot ile Uydu robot arasındaki senkronizasyon hatasını ve Ana robot ile referans yörünge arasındaki pozisyon hatasını küresel asimptotik olarak sıfıra sürebilmektedir. Parametrik belirsizlik

durumu için tasarlanan Uyarlamalı Kontrolör ise belirtilen hataları küresel asimptotik olarak sifıra sürmenin yanında, önerilen uyarlama fonksiyonu yardımıyla tahmini parametrelerin sabit değerlere yakınsamasını sağlamaktadır.

[27]'de verilen senkronizasyon fonksiyonundan yola çıkılarak işbirlikçi senkronizasyon için tasarlanan Tam Bilinen Model Tabanlı ve Uyarlamalı kontrolörler yardımıyla, robotlar arasındaki senkronizasyon hatası ve her bir robota ait pozisyon hatası, zaman sonsuza ıraksadıkça küresel asimptotik kararlılıkla sifıra gitmektedir. Lyapunov benzeri kararlılık analiziyle ulaşılan bu sonuç, robotlar arasında birebir ve karşılıklı haberleşme şartı olmadan, her bir robotun takım içerisindeki bir robotla ve tek yönlü olarak haberleşmesiyle sağlanabilmektedir. Son olarak, Uyarlamalı kontrol sistemi içerisindeki uyarlama fonksiyonu sayesinde sisteme ait tüm parametreler sabit değerlere yakınsarken, her iki kontrolör için de kapalı çevrim sistem içerisindeki tüm sinyallerin sınırlı olduğu, aynı kararlılık analizi yardımıyla garantilenmektedir.

BÖLÜM 2

MATEMATİKSEL ÖN BİLGİ VE TEOREMLER

Bu bölümde, tez çalışması içerisinde yararlanılan bazı matematiksel tanımlara ve teoremlere yer verilmiştir.

2.1 Tanımlar

Tanım 2.1 (Vektör Normu) [30] X vektör uzayında tanımlanmış bir x vektörü ele alınsın. Aşağıdaki durumlar için x vektörünün normu $\|\cdot\|$, X vektör uzayında tanımlanmış bir gerçel değerli fonksiyondur. Buna göre,

1. Eğer $x = 0$ ise $\|x\| = 0$ olan tüm $x \in X$ için $\|x\| \geq 0$ 'dır.
2. Tüm $x \in X$ ve skaler a değerleri için $\|ax\| = |a| \cdot \|x\|$ 'dur.
3. Tüm $x, y \in X$ için $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$ 'dur.

Burada $|a|$ gerçel a için mutlak değeri, kompleks a için a 'nın büyüklüğünü göstermektedir.

Tanım 2.2 $\mathbb{R}^n$ gerçel bileşenlere sahip $n \times 1$ vektör takımı olduğunda $X = \mathbb{R}^n$ için aşağıdaki normlar tanımlanabilir.

$$\|x\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i| \quad 1\text{-normu} \quad (2.1)$$

$$\|x\|_2 = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^2 \right)^{1/2} \quad 2\text{-normu} \quad (2.2)$$

$$\|x\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{1/p} \quad p\text{-normu} \quad (2.3)$$

$$\|x\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i| \quad \infty\text{-normu} \quad (2.4)$$

Tanım 2.3 (Matris Normu) [30] $\mathbb{R}^{n \times n}$ boyutlu A matrisinin normu $\|\cdot\|$ aşağıdaki özellikleri sağlamaktadır.

1. Sadece $A = 0$ olduğunda $\|A\| = 0$ olmak üzere $\|A\| \geq 0$ şeklinde tanımlıdır.
2. Tüm skaler α değerleri için $\|\alpha A\| = |\alpha| \|A\|$ şeklinde ifade edilebilir.
3. Aynı boyutlu matrisler için $\|A + B\| \leq \|A\| + \|B\|$ eşitsizliği sağlanır.
4. Uygun boyutlu matrisler için $\|AB\| \leq \|A\| \|B\|$ eşitsizliği sağlanır.

Tanım 2.4 [31] $n \times n$ boyutlu simetrik bir A matrisi için aşağıdaki tanımlar yapılabilir.

1. Eğer tüm $x \in \mathbb{R}^n$ ve $x \neq 0$ için $x^T A x > 0$ ise A matrisi pozitif tanımlıdır.
2. Eğer tüm $x \in \mathbb{R}^n$ için $x^T A x \geq 0$ ise A matrisi pozitif yarı tanımlıdır.
3. Eğer tüm $x \in \mathbb{R}^n$ ve $x \neq 0$ için $x^T A x < 0$ ise A matrisi negatif tanımlıdır.
4. Eğer tüm $x \in \mathbb{R}^n$ için $x^T A x \leq 0$ ise A matrisi negatif yarı tanımlıdır.
5. Eğer bazı $x \in \mathbb{R}^n$ için $x^T A x > 0$, diğer $x \in \mathbb{R}^n$ için $x^T A x < 0$ ise A matrisi tanımsızdır.

Tanım 2.5 [32] $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı fonksiyon için $\mathcal{L}_p$ normu, $p = [1, \infty)$ olmak üzere

$$\|f(t)\|_p = \left(\int_0^\infty |f(\tau)|^p d\tau \right)^{\frac{1}{p}} \quad (2.5)$$

şeklindedir. $p = \infty$ olması durumunda ise f fonksiyonu için $\mathcal{L}_\infty$ normu

$$\|f(t)\|_\infty = \max_{t \geq 0} |f(t)| \quad (2.6)$$

olur.

2.2 Teoremler

Teorem 2.1 (Lyapunov) [33] Özerk olmayan sistemler için Lyapunov kararlılık analizine göre,

1. Eğer denge noktası 0'ı (orijini) içine alan B_{R_0} kümesinde yer alan $V(x, t)$ skaler fonksiyonu pozitif tanımlı, zamana göre türevi $\dot{V}(x, t) \leq 0$ (negatif yarı tanımlı) ise denge noktası 0 (orijin) kararlıdır.
2. Eğer $V(x, t) > 0$ iken $\dot{V}(x, t) < 0$ (negatif tanımlı) ise denge noktası asimptotik kararlıdır.
3. B_{R_0} kümesi yerine bütün durum uzayı ele alındığında, $V(x, t) > 0$, $\dot{V}(x, t) < 0$ ve ek olarak $V(x, t)$ fonksiyonu radyal sınırsız ($\|x\| \rightarrow \infty$ iken $V(x, t) \rightarrow \infty$) ise denge noktası küresel asimptotik kararlıdır.

Teorem 2.2 (Rayleigh-Ritz) [31] $n \times n$ boyutlu, simetrik, pozitif tanımlı A matrisi, $\lambda_{\max}$ A matrisinin en büyük, $\lambda_{\min}$ ise A matrisinin en küçük öz değerleri olmak üzere,

$$\lambda_{\min}[A]x^T x \leq x^T A x \leq \lambda_{\max}[A]x^T x \quad (2.7)$$

şeklinde alttan ve üstten sınırlandırılabilir.

Önerme 2.1 (Barbalat) [33] $f(t)$, t 'ye göre türevlenebilir fonksiyon olmak üzere,

1. Eğer $\dot{f}(t)$ düzgün sürekli ve $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = k < \infty$ ise $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{f}(t) = 0$ olur.
2. Eğer $f(t)$ düzgün sürekli ve $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t f(\tau) d\tau$ sınırlı ise $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$ 'dır[34].

Barbalat Önermesi'nin doğal sonuçları aşağıdaki gibi sıralanabilir.

1. (Lyapunov-Benzeri Önerme) Eğer $V = V(t, x)$ fonksiyonu alttan sınırlandırılabilir, $\dot{V}(t, x)$ fonksiyonu $\dot{x} = f(t, x)$ yörüngesi boyunca negatif yarı-tanımlı ve zaman içerisinde düzgün sürekli ise, $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V}(t, x) = 0$ olur.

2. $f(t) = |g(t)|^p$ olmak üzere, eğer $g, \dot{g} \in \mathcal{L}_\infty$ ve $p = [1, \infty)$ için $g(t) \in \mathcal{L}_p$ ise $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0$ olur.

Teorem 2.3 (Geršgorin Diskleri) [30] $n \times n$ boyutlu A matrisinin özdeğerleri z , merkezi a_{ii} , yarıçapı r_i

$$r_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}| \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.8)$$

şeklinde hesaplanan Geršgorin Diskleri içerisinde yer alır, yani

$$|z - a_{ii}| \leq r_i \quad (2.9)$$

'dir.

Teorem 2.4 [35] $\hat{H}(s) = \frac{\hat{N}(s)}{\hat{D}(s)} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ kapalı çevrim transfer fonksiyonu üstel kararlı ve

$\deg(N(s)) < \deg(D(s))$ olsun. $\hat{H}(s)$ 'in minimal gösterimi için (ya da $\dot{x} = Ax + Bu$ $y = Cx$ minimal durum gösterimi için) $x = 0$ denge noktası, küresel düzgün üstel kararlıdır. Bu durumda,

1. Eğer $u \in \mathcal{L}_1$ ise, $y = H * u \in \mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_\infty$, $\dot{y} \in \mathcal{L}_1$ 'dir ve y kesin süreklidir. Ayrıca $t \rightarrow \infty$ iken $y \rightarrow 0$ olur.
2. Eğer $u \in \mathcal{L}_2$ ise, $y = H * u \in \mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty$, $\dot{y} \in \mathcal{L}_2$ 'dir ve y süreklidir. Bu durumda $t \rightarrow \infty$ iken $y \rightarrow 0$ olur.
3. Eğer $u \in \mathcal{L}_\infty$ ise, $y = H * u \in \mathcal{L}_\infty$, $\dot{y} \in \mathcal{L}_\infty$ 'dur ve y düzgün süreklidir.
4. Eğer $u \in \mathcal{L}_\infty$ ve $t \rightarrow \infty$ iken $u(t) \rightarrow u_\infty \in \mathbb{R}^n$ ise, t sonsuza ıraksarken $y(t) \rightarrow \hat{H}(0)u_\infty$ olur ve y üstel yaklaşıma sahiptir.
5. Eğer $1 < p < \infty$ olmak üzere $u \in \mathcal{L}_p$ ise, $y = H * u \in \mathcal{L}_p$ ve $\dot{y} \in \mathcal{L}_p$ olur.

2.3 Laplacian Matrisi

Çok elemanlı sistem takımlarında elemanlar arası bilgi alışverişi yönlü ve yönsüz graflar üzerinden tanımlanır. Bir graf, ε kirişler kümesinden ve $N = \{1, \dots, n\}$ düğümler kümesinden oluşmaktadır. Kirişler, düğümleri birbirine bağlar.

Yönlü graflarda her bir kiriş $i, j \in N$ olmak üzere ij şeklinde tanımlanır. Burada i birincil düğüm, j ise ikincil düğüm olup, i . elemanın j . elemana bilgi gönderdiğini göstermektedir. Ancak yönlü graflar için ters yönde bir bilgi paylaşımı söz konusu değildir. Bağlantı şeması içerisinde seçilen herhangi iki düğüm arasında bir yönlü yol mevcutsa bu bağlantı yapısına kuvvetli bağlantı denir. Yönsüz graflarda ise elemanlar arasında karşılıklı bilgi alışverişi vardır. Graflar, özel yapılı matrisler yardımıyla matematiksel olarak ifade edilebilir [36].

Genel sistem içerisinde elemanların ilişkisini belirtmek amacıyla kirişler kümesinden yararlanılarak komşuluk matrisi $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ oluşturulur. Eğer $(j, i) \in \varepsilon$ ise a_{ij} kirişin ağırlığını belirten pozitif katsayıdır. $(j, i) \notin \varepsilon$ olması durumunda ise $a_{ij} = 0$ olur. Ağırlıkla ilgili bir katsayı belirtilmemişse bütün $(j, i) \in \varepsilon$ için $a_{ij} = 1$ 'dir. Her bir i elemanı için $\sum_{j=1}^n a_{ij} = \sum_{j=1}^n a_{ji}$ ise graf dengelidir. Yönsüz graflarda ise bilgi akışı iki yönlü olduğundan A matrisi simetriktir ve buna bağlı olarak tüm yönsüz graflar dengelidir.

$L = [l_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ Laplacian matrisi ise komşuluk matrisi içerisindeki elemanlar kullanılarak

$$l_{ii} = \sum_{j \neq i} a_{ij} \quad (2.10)$$

ve

$$l_{ij} = -a_{ij} \quad (i \neq j) \quad (2.11)$$

şeklindedir.

Eğer $(j, i) \notin \varepsilon$ ise $l_{ij} = -a_{ij} = 0$ 'dır. Bu yöntemle yazılan Laplacian matrisi

$$\begin{aligned} l_{ij} &\leq 0 & i &\neq j \\ \sum_{j=1}^n l_{ij} &= 0 & i &= 1, \dots, n \end{aligned} \quad (2.12)$$

özelliklerini sağlamalıdır.

Yönsüz graflar için L matrisi simetriktir. Ancak yönlü graflar için aynı durum geçerli olmamaktadır. Hem yönlü hem de yönsüz graflar için, L matrisinin satır toplamı sıfıra eşit olduğu için, bir öz değeri 0'dır ve buna karşılık gelen öz vektör tüm elemanları 1 olan $n \times 1$ boyutlu $1_N \triangleq [1 \dots 1]^T$ vektörüdür.

L matrisinin köşegen elemanlarının negatif olmadığı ve $l_{ii} \geq \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n |l_{ij}|$ özelliğine sahip

oldukları göz önünde bulundurulduğunda, Geršgorin Diskleri Teoremine göre, yönsüz graflar için L matrisinin sıfırdan farklı tüm öz değerleri pozitiftir. Aynı şekilde yönlü graflarda L matrisinin sıfırdan farklı tüm öz değerlerinin pozitif gerçel kısımları mevcuttur [37].

2.4 Robot Manipülatörü Dinamik Modeli

n . mertebeden rijit robot manipülatörüne ait dinamik denklem Euler-Lagrange yöntemi kullanılarak

$$M_i(q_i)\ddot{q}_i + C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + F_{di}\dot{q}_i + g_i(q_i) = \tau_i \quad i = 1, \dots, n \quad (2.13)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada $q_i(t), \dot{q}_i(t), \ddot{q}_i(t) \in \mathbb{R}^n$ sırasıyla robota ait pozisyon, hız ve ivme değişkenleri, $M_i(q_i) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ pozitif tanımlı, simetrik atalet matrisi, $C_i(q_i, \dot{q}_i) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ Merkezci ve Coriolis kuvvetleri matrisi, $F_{di} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sabit, köşegen, pozitif tanımlı viskoz sürtünme matrisi ve $g_i(q_i) \in \mathbb{R}^n$ yerçekimi vektörü, $\tau_i(t) \in \mathbb{R}^n$ ise sisteme uygulanan tork kontrol girişi vektörüdür.

Verilen matematiksel modelin aşağıdaki özelliklere sahip olduğu kabul edilmektedir.

Özellik 2.1 [38] Simerik, pozitif tanımlı atalet matrisi $M_i(q_i)$,

$$m_1 \|\zeta\|^2 \leq \zeta^T M_i(q_i) \zeta \leq m_2 \|\zeta\|^2 \quad \forall \zeta \in \mathbb{R}^n \quad (2.14)$$

şeklinde verilen eşitsizliği sağlar. Burada m_1, m_2 pozitif katsayılar, $\|\cdot\|$ ise Standart Öklid Normu'dur.

Özellik 2.2 [38] Atalet matrisi ile Merkezci ve Coriolis kuvvetleri matrisi arasında (2.15)'te verilen çarpık simetri ilişkisi vardır.

$$\zeta^T \left(\frac{1}{2} \dot{M}_i(q_i) - C_i(q_i, \dot{q}_i) \right) \zeta = 0 \quad \forall \zeta \in \mathbb{R}^n \quad (2.15)$$

$\dot{M}_i(q_i)$, atalet matrisinin zamana göre türevidir.

Özellik 2.3 [39] Merkezci ve Coriolis kuvvetleri matrisi

$$C_i(q_i, v_i) \zeta = C_i(q_i, \zeta_i) v \quad \forall \zeta, v \in \mathbb{R}^n \quad (2.16)$$

ilişkisini sağlar.

Özellik 2.4 [38] Merkezci ve Coriolis kuvvetleri ile sürtünme matrislerinin normları

$$\|C_i(q_i, \zeta_i)\| \leq \zeta_{c1} \|\zeta_i\|, \|F_{di}\| \leq \zeta_f \quad \forall \zeta \in \mathbb{R}^n \quad (2.17)$$

şeklinde sınırlandırılabilir. Burada $\zeta_{c1}, \zeta_f \in \mathbb{R}$ pozitif sınırlandırma sabitleridir.

Özellik 2.5 [38] (2.13)'te verilen matematiksel model (2.18)'deki gibi doğrusal olarak parametreleri ayrılabilir.

$$Y_i(q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i) \theta_i = M_i(q_i) \ddot{q}_i + C_i(q_i, \dot{q}_i) \dot{q}_i + F_{di} \dot{q}_i + g_i(q_i) \quad (2.18)$$

İfadelerde bulunan $\theta_i \in \mathbb{R}^p$, sisteme ait sabit parametrelerden oluşan vektör,

$Y_i(q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i) \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ise sisteme ait sinyallerden oluşan regresyon matrisidir.

ANA (MASTER)-UYDU (SLAVE) ROBOT SENKRONİZASYONU

Bu bölümde, Bölüm 1’de söz edilen eşgüdümlü senkronizasyon yapılarından biri olan Ana-Uydu Robot senkronizasyonu için ilgili hata dinamiği sunulduktan sonra Tam Bilinen Model Tabanlı ve Uyarlamalı olmak üzere iki farklı kontrolör tasarlanmıştır. Bölümün sonunda ise Uyarlamalı Kontrolör için biri Ana, biri Uydu olmak üzere iki adet iki linkli robot manipülatöründen oluşan sistem üzerinde benzetim çalışması yapılmıştır.

3.1 Dinamik Model ve Hata Dinamiği

(2.13)’te verilen robot koluna ait matematiksel model ana robot için

$$M_m(q_m)\ddot{q}_m + C_m(q_m, \dot{q}_m)\dot{q}_m + F_{d_m}\dot{q}_m + g_m(q_m) = \tau_m \quad (3.1)$$

uydu robotların her biri için

$$M_{s_i}(q_{s_i})\ddot{q}_{s_i} + C_{s_i}(q_{s_i}, \dot{q}_{s_i})\dot{q}_{s_i} + F_{d_{s_i}}\dot{q}_{s_i} + g_{s_i}(q_{s_i}) = \tau_{s_i} \quad (3.2)$$

şeklinde ifade edilebilir. Buradan hareketle, bundan sonraki ifadelerde m indisi ana robotu (master), s_i indisi ise uydu robotları (slaves) temsilen kullanılacaktır.

Ana robot koluna ait durum değişkenlerinin sisteme uygulanan referans değişkenlerini takip ederken, uydu robot kollarına ait durum değişkenlerinin ana robot koluna ait durum değişkenlerini takip etmesini sağlamak amacıyla tasarlanan kontrol sistemi için $e_m(t), e_{s_i}(t) \in \mathbb{R}^n$ pozisyon hata sinyalleri

$$e_m = q_d - q_m \quad (3.3)$$

$$e_{s_i} = q_m - q_{s_i} \quad (3.4)$$

olarak tanımlanmıştır. (3.3)'te görülen $q_d(t) \in \mathbb{R}^n$ referans pozisyon sinyali olup, en az ikinci mertebeden türevlenebilir ve türevleriyle beraber sınırlıdır. (3.1) ve (3.2)'de verilen robot kolu dinamiğine uygun olarak hata tanımlarının ikinci mertebede kullanılabilmesi için $r_m(t), r_{s_i}(t) \in \mathbb{R}^n$ filtrelendirilmiş hata sinyalleri

$$r_m = \dot{e}_m + \alpha_m e_m \quad (3.5)$$

$$r_{s_i} = \dot{e}_{s_i} + \alpha_{s_i} e_{s_i} \quad (3.6)$$

şeklinde dir. Burada $\alpha_m, \alpha_{s_i} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ pozitif, köşegen katsayı matrisleridir.

Açıklama 3.1 (3.5) ve (3.6)'daki ifadeler e ait transfer fonksiyonları genel olarak Laplace dönüşümü yardımıyla

$$E_i(s) = \frac{1}{s + \alpha_i} R_i(s) \quad (3.7)$$

şeklinde ifade edilebilir. İfadeden de anlaşılacağı üzere filtrelendirilmiş hata değeri $r_i(t)$ sıfıra gittiğinde, pozisyon hatası $e_i(t)$ de sıfır gider [40].

Ayrıca kontrolörde integral etkisi yaratmak amacıyla $\xi_m(t), \xi_{s_i}(t)$ yardımcı sinyalleri

$$\xi_m(t) = \int_0^t r_m(\sigma) d\sigma \quad (3.8)$$

$$\xi_{s_i}(t) = \int_0^t r_{s_i}(\sigma) d\sigma \quad (3.9)$$

şeklinde tanımlanmıştır.

(3.5) ve (3.6)'daki denklemlerin türevi alınırsa

$$\dot{r}_m = \ddot{q}_d - \ddot{q}_m + \alpha_m \dot{e}_m \quad (3.10)$$

$$\dot{r}_{s_i} = \ddot{q}_m - \ddot{q}_{s_i} + \alpha_{s_i} \dot{e}_{s_i} \quad (3.11)$$

olur. Bu denklemler $\ddot{q}_m$ ve $\ddot{q}_{s_i}$ için düzenlenip (3.1) ve (3.2)'deki dinamik modellere yerleştirilirse açık çevrim hata dinamiği

$$\begin{aligned} M_m(q_m)(\ddot{q}_d + \alpha_m \dot{e}_m) + C_m(q_m, \dot{q}_m)(\dot{q}_d + \alpha_m e_m) + F_{d_m}(\dot{q}_d + \alpha_m e_m) + g_m(q_m) \\ - C_m(q_m, \dot{q}_m)r_m - F_{d_m}r_m - \tau_m = M_m(q_m)\dot{r}_m \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} M_{s_i}(q_{s_i})(\ddot{q}_m + \alpha_{s_i} \dot{e}_{s_i}) + C_{s_i}(q_{s_i}, \dot{q}_{s_i})(\dot{q}_m + \alpha_{s_i} e_{s_i}) + F_{d_{s_i}}(\dot{q}_m + \alpha_{s_i} e_{s_i}) + g_{s_i}(q_{s_i}) \\ - C_{s_i}(q_{s_i}, \dot{q}_{s_i})r_{s_i} - F_{d_{s_i}}r_{s_i} - \tau_{s_i} = M_{s_i}(q_{s_i})\dot{r}_{s_i} \end{aligned} \quad (3.13)$$

şeklinde düzenlenebilir.

3.2 Tam Bilinen Model Tabanlı Kontrolör Tasarımı

Bu tarz kontrolör tasarımı için modellere ait tüm parametrelerin (uzunluk, ağırlık, sürtünme vb.) bilindiği varsayılır. Bu nedenle kontrol sinyalleri τ_m ve τ_{s_i} (3.14) ve (3.15)'teki gibi tasarlanmıştır.

$$\tau_m = K_{r_m} r_m + K_{I_m} \xi_m + K_{e_m} e_m + N_m \quad (3.14)$$

$$\tau_{s_i} = K_{r_{s_i}} r_{s_i} + K_{I_{s_i}} \xi_{s_i} + K_{e_{s_i}} e_{s_i} + N_{s_i} . \quad (3.15)$$

Burada $K_{r_m}, K_{r_{s_i}}, K_{I_m}, K_{I_{s_i}}, K_{e_m}, K_{e_{s_i}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ pozitif tanımlı ve köşegen kontrol kazanç matrisleridir. $N_m(q_m, \dot{q}_m, e_m, \dot{e}_m), N_{s_i}(q_{s_i}, \dot{q}_{s_i}, e_{s_i}, \dot{e}_{s_i}) \in \mathbb{R}^n$ yardımcı fonksiyonları ise

$$N_m = M_m(q_m)(\ddot{q}_d + \alpha_m \dot{e}_m) + C_m(q_m, \dot{q}_m)(\dot{q}_d + \alpha_m e_m) + F_{d_m}(\dot{q}_d + \alpha_m e_m) + g_m(q_m) \quad (3.16)$$

$$N_{s_i} = M_{s_i}(q_{s_i})(\ddot{q}_m + \alpha_{s_i} \dot{e}_{s_i}) + C_{s_i}(q_{s_i}, \dot{q}_{s_i})(\dot{q}_m + \alpha_{s_i} e_{s_i}) + F_{d_{s_i}}(\dot{q}_m + \alpha_{s_i} e_{s_i}) + g_{s_i}(q_{s_i}) \quad (3.17)$$

olarak tanımlanmıştır.

(3.12) ve (3.13) ifadelerinde verilen hata dinamiklerine (3.14) ve (3.15)'te tasarlanmış olan kontrol sinyalleri yerleştirilirse ana ve uydu robotlar için kapalı çevrim hata dinamikleri

$$M_m \dot{r}_m = -C_m(q_m, \dot{q}_m) r_m - F_{d_m} r_m - K_{r_m} r_m - K_{e_m} e_m - K_{I_m} \xi_m \quad (3.18)$$

$$M_{s_i} \dot{r}_{s_i} = -C_{s_i}(q_{s_i}, \dot{q}_{s_i}) r_{s_i} - F_{d_{s_i}} r_{s_i} - K_{r_{s_i}} r_{s_i} - K_{e_{s_i}} e_{s_i} - K_{I_{s_i}} \xi_{s_i} \quad (3.19)$$

şeklinde elde edilir. Buna göre, aşağıdaki teorem sunulmuştur.

Teorem 3.1 (3.1) ve (3.2)'de tanımlanan sistemler için (3.14) ve (3.15)'te önerilen kontrol kuralları, kapalı çevrim sistemi içerisindeki tüm sinyallerin sınırlı kalmasını, ana robotun referans sinyali takip etmesini ve robot ağının asimptotik senkronizasyonunu garanti eder;

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_m(t), e_{s_i}(t) = 0. \quad (3.20)$$

Bu durumda hata sinyallerinin küresel asimptotik kararlılığı sağlanmış olur.

İspat 3.1 Teoremin ispatı amacıyla ana ve uydu robotlar için pozitif tanımlı fonksiyonlar V_m ve V_{s_i} (3.21) ve (3.22)'deki gibi alınmıştır.

$$V_m = \frac{1}{2} r_m^T M_m(q_m) r_m + \frac{1}{2} e_m^T K_{e_m} e_m + \frac{1}{2} \xi_m^T K_{I_m} \xi_m \quad (3.21)$$

$$V_{s_i} = \frac{1}{2} r_{s_i}^T M_{s_i}(q_{s_i}) r_{s_i} + \frac{1}{2} e_{s_i}^T K_{e_{s_i}} e_{s_i} + \frac{1}{2} \xi_{s_i}^T K_{I_{s_i}} \xi_{s_i} \quad (3.22)$$

Verilen pozitif tanımlı fonksiyonlar $\lambda_{m_1}, \lambda_{m_2}, \lambda_{s_{i1}}, \lambda_{s_{i2}} \in \mathbb{R}$

$$\lambda_{m_1} = \frac{1}{2} \min \left\{ m_{m_1}, \lambda_{\min} \{K_{e_m}\}, \lambda_{\min} \{K_{I_m}\} \right\} \quad (3.23)$$

$$\lambda_{m_2} = \frac{1}{2} \max \left\{ m_{m_2}, \lambda_{\max} \{K_{e_m}\}, \lambda_{\max} \{K_{I_m}\} \right\}$$

$$\lambda_{s_{i1}} = \frac{1}{2} \min \left\{ m_{s_{i1}}, \lambda_{\min} \{K_{e_{s_i}}\}, \lambda_{\min} \{K_{I_{s_i}}\} \right\} \quad (3.24)$$

$$\lambda_{s_{i2}} = \frac{1}{2} \max \left\{ m_{s_{i2}}, \lambda_{\max} \{K_{e_{s_i}}\}, \lambda_{\max} \{K_{I_{s_i}}\} \right\}$$

olmak üzere, içerdiği sinyallerden oluşan vektörler $x_m(t), x_{s_i}(t) \in \mathbb{R}^{3n}$

$$x_m = \begin{bmatrix} r_m^T & e_m^T & \xi_m^T \end{bmatrix}^T \quad (3.25)$$

$$x_{s_i} = \begin{bmatrix} r_{s_i}^T & e_{s_i}^T & \xi_{s_i}^T \end{bmatrix}^T \quad (3.26)$$

ve $y_m(t), y_{s_i}(t) \in \mathbb{R}^{2n}$

$$y_m = \begin{bmatrix} r_m^T & e_m^T \end{bmatrix}^T \quad (3.27)$$

$$y_{s_i} = \begin{bmatrix} r_{s_i}^T & e_{s_i}^T \end{bmatrix}^T \quad (3.28)$$

yardımla (3.29) ve (3.30)'daki şekilde alttan ve üstten sınırlandırılabilir.

$$\lambda_{m_1} \|y_m\|^2 \leq \lambda_{m_1} \|x_m\|^2 \leq V_m \leq \lambda_{m_2} \|x_m\|^2 \quad (3.29)$$

$$\lambda_{s_{i1}} \|y_{s_i}\|^2 \leq \lambda_{s_{i1}} \|x_{s_i}\|^2 \leq V_{s_i} \leq \lambda_{s_{i2}} \|x_{s_i}\|^2 \quad (3.30)$$

(3.21) ve (3.22)'de verilen fonksiyonların zamana göre türevi alınır

$$\dot{V}_m = r_m^T M_m(q_m) \dot{r}_m + \frac{1}{2} r_m^T \dot{M}_m(q_m) r_m + e_m^T K_{e_m} \dot{e}_m + \xi_m^T K_{I_m} r_m \quad (3.31)$$

$$\dot{V}_{s_i} = r_{s_i}^T M_{s_i}(q_{s_i}) \dot{r}_{s_i} + \frac{1}{2} r_{s_i}^T \dot{M}_{s_i}(q_{s_i}) r_{s_i} + e_{s_i}^T K_{e_{s_i}} \dot{e}_{s_i} + \xi_{s_i}^T K_{I_{s_i}} r_{s_i} \quad (3.32)$$

ifadeleri elde edilir. (3.18) ve (3.19)'daki hata dinamikleri ile (3.5) ve (3.6)'daki $r(t)$

filtrelendirilmiş hata ifadelerinden yararlanılarak (3.31) ve (3.32)'deki ifadeler

$$\dot{V}_m = -r_m^T K_{r_m} r_m - r_m^T F_{d_m} r_m - e_m^T \alpha_m K_{e_m} e_m \quad (3.33)$$

$$\dot{V}_{s_i} = -r_{s_i}^T K_{r_{s_i}} r_{s_i} - r_{s_i}^T F_{d_{s_i}} r_{s_i} - e_{s_i}^T \alpha_{s_i} K_{e_{s_i}} e_{s_i} \quad (3.34)$$

olur. Elde edilen fonksiyonlar

$$\dot{V}_m \leq -\lambda_{\min} \{K_{r_m}\} \|r_m\|^2 - \min \{ \lambda_{\min} \{\alpha_m\}, \lambda_{\min} \{K_{e_m}\} \} \|e_m\|^2 \quad (3.35)$$

$$\dot{V}_{s_i} \leq -\lambda_{\min} \{K_{r_{s_i}}\} \|r_{s_i}\|^2 - \min \{ \lambda_{\min} \{\alpha_{s_i}\}, \lambda_{\min} \{K_{e_{s_i}}\} \} \|e_{s_i}\|^2 \quad (3.36)$$

şeklinde üstten sınırlandırılabilir ve negatif yarı tanımlıdır.

Ele alınan sistem için genel bir pozitif tanımlı fonksiyon

$$V(t) = V_m(t) + \sum_{i=1}^n V_{s_i}(t) \quad (3.37)$$

olarak tanımlandığında zamana göre türevi olan $\dot{V}(t)$ de

$$\dot{V}(t) \leq -\lambda_{\min}\{K_r\}\|r\|^2 - \min\{\lambda_{\min}\{\alpha\}, \lambda_{\min}\{K_e\}\}\|e\|^2 \quad (3.38)$$

olur ve (3.35) ile (3.36)'dan yararlanarak $\dot{V}(t)$ negatif yarı tanımlıdır. (3.29) ve (3.30)'daki sınırlandırmalar göz önünde bulundurulduğunda (3.38)'deki sonuçtan da görüleceği üzere $V(t)$ pozitif tanımlı, azalan, sınırlı bir fonksiyondur ($V(t) \in \mathcal{L}_\infty$). Buna bağlı olarak $x(t) \in \mathcal{L}_\infty$ olur ($r(t), e(t), \xi(t) \in \mathcal{L}_\infty$). $r(t)$ ve $e(t)$ sınırlı olduğu için (3.5) ve (3.6)'daki filtrelendirilmiş hata sinyali tanımlarının yardımıyla $\dot{e}(t) \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu söylenebilir ve türevi sınırlı olan $e(t)$ hata sinyalinin düzgün sürekli olduğu sonucuna varılır. Sisteme uygulanan referans yörünge sinyalleri $q_d(t)$ ve türevleri sınırlı olduğundan (3.3) ve (3.4)'teki hata tanımları gereği $q_m(t), \dot{q}_m(t), q_{s_i}(t), \dot{q}_{s_i}(t) \in \mathcal{L}_\infty$ 'dur ve içerisindeki tüm sinyaller sınırlı olduğu için (3.18) ve (3.19)'da bulunan hata dinamikleri ifadelerindeki $\dot{r}(t)$ sinyalleri sınırlıdır ($\dot{r}_m(t), \dot{r}_{s_i}(t) \in \mathcal{L}_\infty$). Türevinin sınırlı olması sonucu olarak $r(t)$ düzgün sürekli sinyaldir. Tüm bu sınırlandırmalar göz önünde bulundurulduğunda (3.14) ve (3.15)'teki kontrol sinyalleri $\tau_m, \tau_{s_i} \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu gösterilerek kapalı çevrim kontrol sistemindeki tüm sinyaller sınırlandırılmış olur.

(3.38)'deki ifadenin her iki tarafının integralinin karekökü alındığında $y(t) \in \mathcal{L}_2$ olduğu sonucuna varılır. Bu durumda $e(t) \in \mathcal{L}_\infty \cap \mathcal{L}_2$ olur ve önceden de gösterildiği üzere düzgün sürekli bir sinyal olduğu için Önerme 2.1'de verilen Barbalat Önermesi'nin doğal sonuçlarına göre pozisyon hatası sinyalleri $e_m(t)$ ve $e_{s_i}(t)$, t sonsuza ıraksarken küresel asimptotik olarak sıfıra gider ve Teorem 3.1 ispatlanmış olur.

3.3 Uyarlamalı Kontrolör Tasarımı

Birçok dinamik sisteme ait parametrelerin sabit olduğu ya da zamana bağlı olarak yavaş değiştiği kabul edilir. Kontrol edilecek sisteme ait parametrelerin (robot kolu uzunluğu, ağırlığı, sürtünme vb.) belirsizliği durumunda Uyarlamalı (Adaptif) Kontrol yönteminden yararlanılabilir. Yöntem, ölçülebilen sistem değişkenlerinden yararlanılarak belirsiz parametre değerlerinin tahminine dayanmaktadır [33].

Uyarlamalı kontrol yönteminin kullanılabilmesi için (3.12) ve (3.13)'teki ifadeler (3.39) ve (3.40)'teki şekilde düzenlenmiştir.

$$Y_m \theta_m - C_m(q_m, \dot{q}_m) r_m - F_{d_m} r_m - \tau_m = M_m(q_m) \dot{r}_m \quad (3.39)$$

$$Y_{s_i} \theta_{s_i} - C_{s_i}(q_{s_i}, \dot{q}_{s_i}) r_{s_i} - F_{d_{s_i}} r_{s_i} - \tau_{s_i} = M_{s_i}(q_{s_i}) \dot{r}_{s_i} \quad (3.40)$$

Burada $Y_m(q_m, \dot{q}_m), Y_{s_i}(q_{s_i}, \dot{q}_{s_i}) \in \mathbb{R}^{n \times p}$ sisteme ait ölçülebilen sinyallerden oluşan matrisler, $\theta_m, \theta_{s_i} \in \mathbb{R}^p$ ise sisteme ait bilinmeyen parametreler olmak üzere

$$Y_m \theta_m = M_m(q_m)(\ddot{q}_d + \alpha_m \dot{e}_m) + C_m(q_m, \dot{q}_m)(\dot{q}_d + \alpha_m e_m) + F_{d_m}(\dot{q}_d + \alpha_m e_m) + g_m(q_m) \quad (3.41)$$

$$Y_{s_i} \theta_{s_i} = M_{s_i}(q_{s_i})(\ddot{q}_m + \alpha_{s_i} \dot{e}_{s_i}) + C_{s_i}(q_{s_i}, \dot{q}_{s_i})(\dot{q}_m + \alpha_{s_i} e_{s_i}) + F_{d_{s_i}}(\dot{q}_m + \alpha_{s_i} e_{s_i}) + g_{s_i}(q_{s_i}) \quad (3.42)$$

denklemleriyle ifade edilir.

(3.39) ve (3.40)'teki hata dinamikleri için τ_m ve τ_{s_i} kontrol sinyalleri (3.43) ve (3.44)'teki gibi tanımlanmıştır.

$$\tau_m = K_{r_m} r_m + K_{I_m} \xi_m + K_{e_m} e_m + Y_m \hat{\theta}_m \quad (3.43)$$

$$\tau_{s_i} = K_{r_{s_i}} r_{s_i} + K_{I_{s_i}} \xi_{s_i} + K_{e_{s_i}} e_{s_i} + Y_{s_i} \hat{\theta}_{s_i} \quad (3.44)$$

Burada $K_{r_m}, K_{r_{s_i}}, K_{I_m}, K_{I_{s_i}}, K_{e_m}, K_{e_{s_i}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ köşegen ve pozitif tanımlı kontrol kazanç matrisleri, $\hat{\theta}_m(t), \hat{\theta}_{s_i}(t) \in \mathbb{R}^p$ ise sisteme ait zamanla değişen tahmini parametrelerdir.

Tahmini parametrelerin hesaplanması için (3.45) ve (3.46)'da verilen fonksiyonlar kullanılır.

$$\dot{\hat{\theta}}_m = \Gamma_m Y_m^T r_m \quad (3.45)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{s_i} = \Gamma_{s_i} Y_{s_i}^T r_{s_i} \quad (3.46)$$

Fonksiyonlar içerisinde yer alan $\Gamma_m, \Gamma_{s_i} \in \mathbb{R}^{p \times p}$ uyarlama kazançlarından oluşan köşegen matrislerdir.

(3.39) ve (3.40) ifadelerinde verilen hata dinamiklerine (3.43) ve (3.44)'te tasarlanmış olan kontrol sinyalleri yerleştirilirse ana ve uydu robotlar için yeni hata dinamikleri

$$M_m \dot{r}_m = -C_m(q_m, \dot{q}_m) r_m - F_{d_m} r_m + Y_m \tilde{\theta}_m - K_{r_m} r_m - K_{e_m} e_m - K_{I_m} \xi_m \quad (3.47)$$

$$M_{s_i} \dot{r}_{s_i} = -C_{s_i}(q_{s_i}, \dot{q}_{s_i}) r_{s_i} - F_{d_{s_i}} r_{s_i} + Y_{s_i} \tilde{\theta}_{s_i} - K_{r_{s_i}} r_{s_i} - K_{e_{s_i}} e_{s_i} - K_{I_{s_i}} \xi_{s_i} \quad (3.48)$$

olur. Dinamiklerde yer alan $\tilde{\theta}_m$ ve $\tilde{\theta}_{s_i}$ sisteme ait gerçek parametreler ile zamanla değişen tahmini parametreler arasındaki fark olup

$$\tilde{\theta}_m = \theta_m - \hat{\theta}_m \quad (3.49)$$

$$\tilde{\theta}_{s_i} = \theta_{s_i} - \hat{\theta}_{s_i} \quad (3.50)$$

şeklindedir. Kontrol sisteminin kararlılık analizi için aşağıdaki teorem sunulabilir.

Teorem 3.2 (3.1) ve (3.2)'de tanımlanan sistem dinamikleri için (3.43) ve (3.44)'te tasarlanmış olan kontrol kuralları ile (3.45) ve (3.46)'daki uyarlama fonksiyonları, kapalı çevrim sistemi içerisindeki tüm sinyallerin sınırlı kalmasını, ana robotun referans sinyali takip etmesini ve robot ağıının asimptotik senkronizasyonunu garanti eder;

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_m(t), e_{s_i}(t) = 0. \quad (3.51)$$

Bu durumda hata sinyallerinin küresel asimptotik kararlılığı sağlanmış olur.

İspat 3.2 Pozitif tanımlı fonksiyonlar V_m ve V_{s_i} (3.52) ve (3.53)'teki gibi alınmıştır.

$$V_m = \frac{1}{2} r_m^T M_m(q_m) r_m + \frac{1}{2} e_m^T K_{e_m} e_m + \frac{1}{2} \xi_m^T K_{I_m} \xi_m + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_m^T \Gamma_m^{-1} \tilde{\theta}_m \quad (3.52)$$

$$V_{s_i} = \frac{1}{2} r_{s_i}^T M_{s_i}(q_{s_i}) r_{s_i} + \frac{1}{2} e_{s_i}^T K_{e_{s_i}} e_{s_i} + \frac{1}{2} \xi_{s_i}^T K_{I_{s_i}} \xi_{s_i} + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_{s_i}^T \Gamma_{s_i}^{-1} \tilde{\theta}_{s_i} \quad (3.53)$$

Verilen pozitif tanımlı fonksiyonlar $\lambda_{m_1}, \lambda_{m_2}, \lambda_{s_{i_1}}, \lambda_{s_{i_2}} \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \lambda_{m_1} &= \frac{1}{2} \min \left\{ m_{m_1}, \lambda_{\min} \{K_{e_m}\}, \lambda_{\min} \{K_{I_m}\} \right\} \\ \lambda_{m_2} &= \frac{1}{2} \max \left\{ m_{m_2}, \lambda_{\max} \{K_{e_m}\}, \lambda_{\max} \{K_{I_m}\} \right\} \end{aligned} \quad (3.54)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{s_{i_1}} &= \frac{1}{2} \min \left\{ m_{s_{i_1}}, \lambda_{\min} \{K_{e_{s_i}}\}, \lambda_{\min} \{K_{I_{s_i}}\} \right\} \\ \lambda_{s_{i_2}} &= \frac{1}{2} \max \left\{ m_{s_{i_2}}, \lambda_{\max} \{K_{e_{s_i}}\}, \lambda_{\max} \{K_{I_{s_i}}\} \right\} \end{aligned} \quad (3.55)$$

olmak üzere, içerdği sinyallerden oluşan vektörler $x_m(t), x_{s_i}(t) \in \mathbb{R}^{(3n+p) \times 1}$

$$x_m = \begin{bmatrix} r_m^T & e_m^T & \xi_m^T & \tilde{\theta}_m^T \end{bmatrix}^T \quad (3.56)$$

$$x_{s_i} = \begin{bmatrix} r_{s_i}^T & e_{s_i}^T & \xi_{s_i}^T & \tilde{\theta}_{s_i}^T \end{bmatrix}^T \quad (3.57)$$

ve $y_m(t), y_{s_i}(t) \in \mathbb{R}^{2n}$

$$y_m = \begin{bmatrix} r_m^T & e_m^T \end{bmatrix}^T \quad (3.58)$$

$$y_{s_i} = \begin{bmatrix} r_{s_i}^T & e_{s_i}^T \end{bmatrix}^T \quad (3.59)$$

yardımıyla (3.60) ve (3.61)'deki gibi alttan ve üstten sınırlandırılabilir.

$$\lambda_{m_1} \|y_m\|^2 \leq \lambda_{m_1} \|x_m\|^2 \leq V_m \leq \lambda_{m_2} \|x_m\|^2 \quad (3.60)$$

$$\lambda_{s_{i_1}} \|y_{s_i}\|^2 \leq \lambda_{s_{i_1}} \|x_{s_i}\|^2 \leq V_{s_i} \leq \lambda_{s_{i_2}} \|x_{s_i}\|^2 \quad (3.61)$$

(3.52) ve (3.53)'te verilen fonksiyonların zamana göre türevi alındığında

$$\dot{V}_m = r_m^T M_m(q_m) \dot{r}_m + \frac{1}{2} r_m^T \dot{M}_m(q_m) r_m + e_m^T K_{e_m} \dot{e}_m + \xi_m^T K_{I_m} r_m + \tilde{\theta}_m^T \Gamma_m^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_m \quad (3.62)$$

$$\dot{V}_{s_i} = r_{s_i}^T M_{s_i}(q_{s_i}) \dot{r}_{s_i} + \frac{1}{2} r_{s_i}^T \dot{M}_{s_i}(q_{s_i}) r_{s_i} + e_{s_i}^T K_{e_{s_i}} \dot{e}_{s_i} + \xi_{s_i}^T K_{I_{s_i}} r_{s_i} + \tilde{\theta}_{s_i}^T \Gamma_{s_i}^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_{s_i} \quad (3.63)$$

elde edilir. (3.47) ve (3.48)'deki hata dinamikleri, (3.45) ve (3.46)'da verilen uyarılama fonksiyonları ile (3.5) ve (3.6)'daki $r(t)$ filtrelenirilmiş hata ifadelerinden yararlanılarak (3.64) ve (3.65)'teki eşitlikler

$$\dot{V}_m = -r_m^T K_{r_m} r_m - r_m^T F_{d_m} r_m - e_m^T \alpha_m K_{e_m} e_m \quad (3.64)$$

$$\dot{V}_{s_i} = -r_{s_i}^T K_{r_{s_i}} r_{s_i} - r_{s_i}^T F_{d_{s_i}} r_{s_i} - e_{s_i}^T \alpha_{s_i} K_{e_{s_i}} e_{s_i} \quad (3.65)$$

olur. Elde edilen fonksiyonlar

$$\dot{V}_m \leq -\lambda_{\min} \{K_{r_m}\} \|r_m\|^2 - \min \{ \lambda_{\min} \{ \alpha_m \}, \lambda_{\min} \{ K_{e_m} \} \} \|e_m\|^2 \quad (3.66)$$

$$\dot{V}_{s_i} \leq -\lambda_{\min} \{K_{r_{s_i}}\} \|r_{s_i}\|^2 - \min \{ \lambda_{\min} \{ \alpha_{s_i} \}, \lambda_{\min} \{ K_{e_{s_i}} \} \} \|e_{s_i}\|^2 \quad (3.67)$$

şeklinde üstten sınırlandırılabilir ve negatif tanımlıdır. Daha önceki analize benzer şekilde, sistem için genel bir pozitif tanımlı fonksiyon

$$V(t) = V_m(t) + \sum_{i=1}^n V_{s_i}(t) \quad (3.68)$$

olarak tanımlandığında zamana göre türevi olan $\dot{V}(t)$ de

$$\dot{V}(t) \leq -\lambda_{\min} \{K_r\} \|r\|^2 - \min \{ \lambda_{\min} \{ \alpha \}, \lambda_{\min} \{ K_e \} \} \|e\|^2 \quad (3.69)$$

şeklinde negatif yarı tanımlı olur. (3.60) ve (3.61)'deki sınırlandırmalarla pozitif tanımlı olduğu gösterilen $V(t)$, aynı zamanda azalan bir fonksiyon olduğu için sınırlıdır ($V(t) \in \mathcal{L}_\infty$) ve bunun sonucuda $x(t) \in \mathcal{L}_\infty$ olur ($r(t), e(t), \xi(t), \tilde{\theta}(t) \in \mathcal{L}_\infty$). $r(t)$ ve $e(t)$ sınırlı olduğu için (3.5) ile (3.6)'daki filtrelenirilmiş hata tanımlarından da

görüreceği üzere $\dot{e}(t) \in \mathcal{L}_\infty$ 'dur ve türevi sınırlı olan $e(t)$ hata sinyali düzgün süreklidir. Sisteme uygulanan referans yörünge sinyalleri $q_d(t)$ ve türevleri sınırlı olduğundan (3.3) ile (3.4)'teki hata terimleri tanımları gereği $q_m(t), \dot{q}_m(t), q_{s_i}(t), \dot{q}_{s_i}(t) \in \mathcal{L}_\infty$ olur ve bu noktaya kadar sınırlandırılmış tüm sinyallerden oluşan Y fonksiyonun sınırlı olduğu gösterilir ($Y_m, Y_{s_i} \in \mathcal{L}_\infty$). Aynı şekilde içerisindeki tüm sinyaller sınırlı olduğu için (3.47) ve (3.48)'de bulunan hata dinamikleri ifadelerindeki $\dot{r}(t)$ sinyalleri de sınırlıdır ($\dot{r}_m(t), \dot{r}_{s_i}(t) \in \mathcal{L}_\infty$) ve türevi sınırlı olduğu için $r(t)$ düzgün sürekli sinyaldir. $\tilde{\theta}(t) \in \mathcal{L}_\infty$ olduğundan (3.49) ile (3.50)'deki eşitliklerden $\hat{\theta}(t) \in \mathcal{L}_\infty$ sonucuna ulaşılır. Tüm bu sınırlandırmalarla (3.43) ve (3.44)'te verilen kontrol sinyalleri $\tau_m, \tau_{s_i} \in \mathcal{L}_\infty$ olur. Son olarak (3.45) ve (3.46)'daki uyarılama fonksiyonları içerisinde yer alan tüm sinyaller sınırlı olduğu için $\dot{\hat{\theta}}(t) \in \mathcal{L}_\infty$ olmasıyla kapalı çevrim kontrol sistemindeki tüm sinyallerin sınırlı olduğu gösterilmiştir.

(3.69)'daki ifadenin iki tarafının integralinin karekökü alındığında $y(t) \in \mathcal{L}_2$ olduğu sonucuna varılır. Bu durumda $e(t) \in \mathcal{L}_\infty \cap \mathcal{L}_2$ olur ve önceden de gösterildiği üzere düzgün sürekli bir sinyal olduğu için Önerme 2.1'de verilen Barbalat Önermesi'nin doğal sonuçlarına göre Teorem 3.2'de belirtildiği üzere t sonsuza ıraksadıkça pozisyon hataları $e_m(t)$ ve $e_{s_i}(t)$ küresel asimptotik olarak sıfıra gider.

3.4 Benzetim Sonuçları

Bu bölümde, Ana – Uydu Robot Senkronizasyonu üzerine Bölüm 3.3'te önerilen Uyarlamalı kontrolörün uygulanabilirliğini incelemek amacıyla MATLAB™/SIMULINK™ ortamında yapılan benzetim çalışmasına yer verilmiştir. Kontrol algoritması, iki eklemlili, düzlemsel ve doğrudan sürülebilir robot manipülatörleri üzerinde denenmiştir. Sistem içerisinde 1 adet Ana, 1 adet Uydu olmak üzere 2 robot bulunmaktadır ve her bir robot manipülatörünün dinamik denklemi (3.70)'teki şekildedir [41].

$$\begin{bmatrix} \tau_{i_1} \\ \tau_{i_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 + 2p_3 \cos(q_{i_2}) & p_2 + p_3 \cos(q_{i_2}) \\ p_2 + p_3 \cos(q_{i_2}) & p_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_{i_1} \\ \ddot{q}_{i_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -p_3 \sin(q_{i_2}) \dot{q}_{i_2} & -p_3 \sin(q_{i_2})(\dot{q}_{i_1} + \dot{q}_{i_2}) \\ p_3 \sin(q_{i_2}) \dot{q}_{i_1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{i_1} \\ \dot{q}_{i_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{d1_i} & 0 \\ 0 & f_{d2_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{i_1} \\ \dot{q}_{i_2} \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

(3.39) ve (3.40)'ta tanımlanan parametre vektörleri

$$\theta = [p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad f_{d1} \quad f_{d2}]^T \quad (3.71)$$

şeklinde tanımlanmış olup, parametreler $p_1 = 3.473 [kg.m^2]$, $p_2 = 0.193 [kg.m^2]$, $p_3 = 0.242 [kg.m^2]$, $f_{d1} = 5.3 [Nm.sec]$ ve $f_{d2} = 1.1 [Nm.sec]$ olarak alınmıştır. Sisteme uygulanan referans yörünge

$$q_d = \begin{bmatrix} 40.11 \sin(t) (1 - \exp(-0.3t^3)) \\ 68.75 \sin(t) (1 - \exp(-0.3t^3)) \end{bmatrix} [derece] \quad (3.72)$$

olarak seçilmiştir. Kontrol sistemi içerisindeki kazançlar

$$K_{r_m} = diag\{10, 8\}, K_{l_m} = diag\{4, 3\}, K_{e_m} = diag\{1.2, 1\}, \alpha_m = diag\{1.5, 1\} \quad (3.73)$$

$$K_{r_s} = diag\{10, 8\}, K_{l_s} = diag\{6, 5.5\}, K_{e_s} = diag\{1.2, 1\}, \alpha_s = diag\{1.5, 1\} \quad (3.74)$$

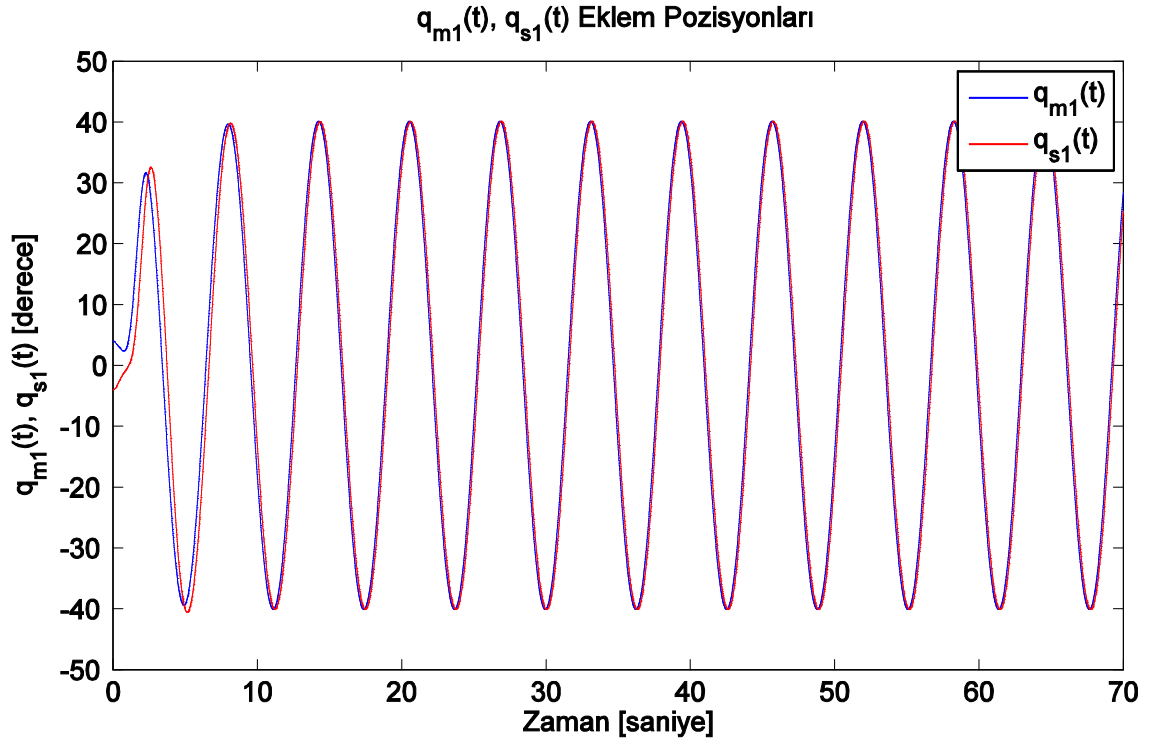
şeklinde, uyarılama kazançları ise

$$\Gamma_m = [6.623 \quad 0.176 \quad 0.166 \quad 17 \quad 6.2] \quad (3.75)$$

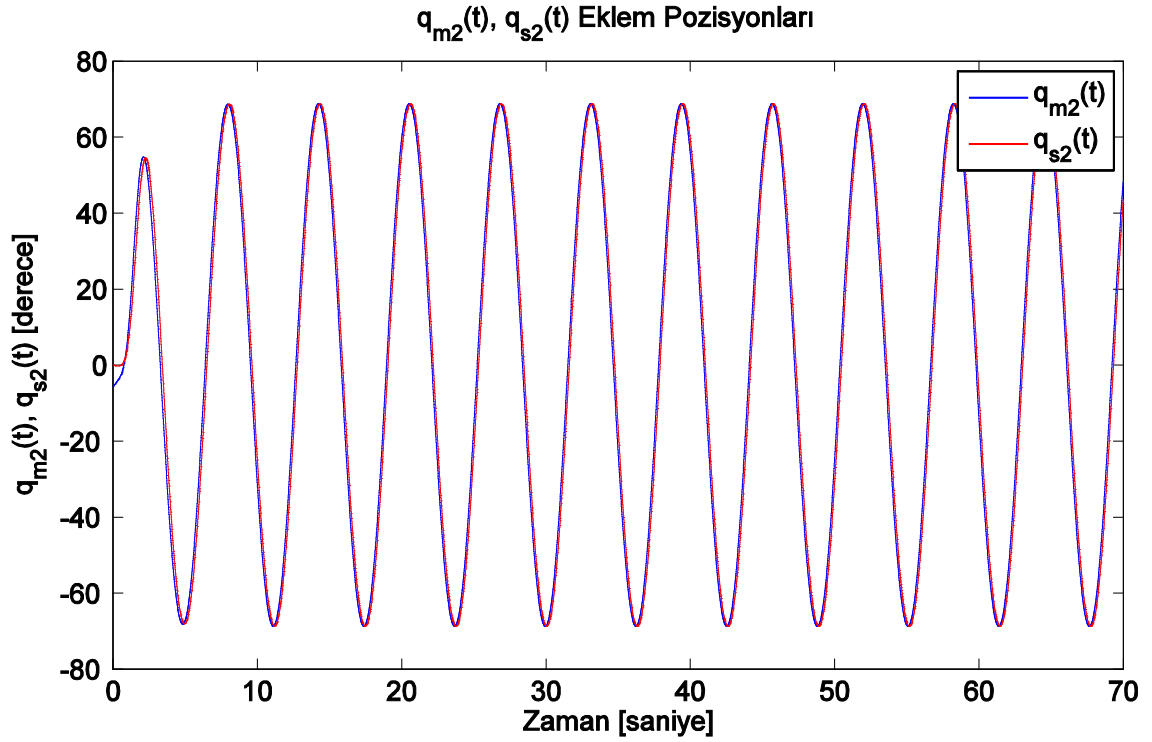
$$\Gamma_s = [4.207 \quad 0.134 \quad 0.117 \quad 14 \quad 6] \quad (3.76)$$

olarak ayarlanmıştır. Simulasyon süresi 70 saniye olarak alınmış, ayrıca ana robottan uydu robota gönderilen bilgiye 0.1 saniyelik zaman gecikmesi uygulanmıştır. Ana robot için başlangıç şartları $q_m(0) = [4.01 \quad -5.73]^T [derece]$, uydu robot için $q_s(0) = [-4.01 \quad 0]^T [derece]$ 'dir.

Şekil 3.1 ve Şekil 3.2’de ana robot ile uydu robotun karşılıklı eklem pozisyonları görülmektedir.

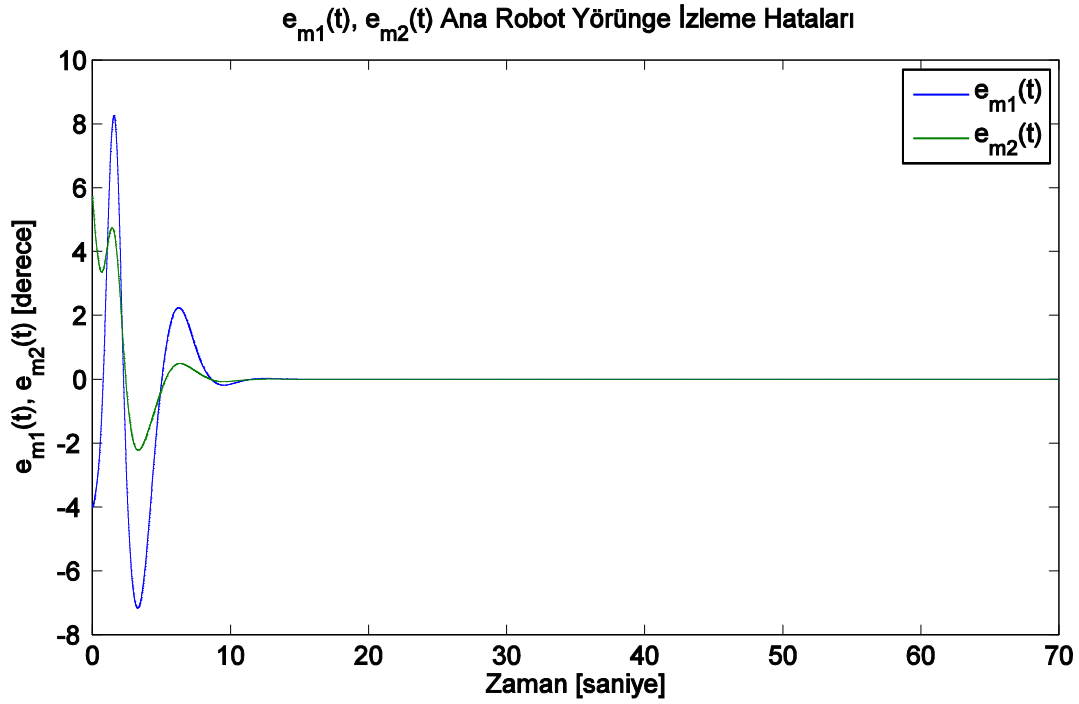


Şekil 3. 1 Ana robot ile uydu robotun 1. Eklem pozisyonları

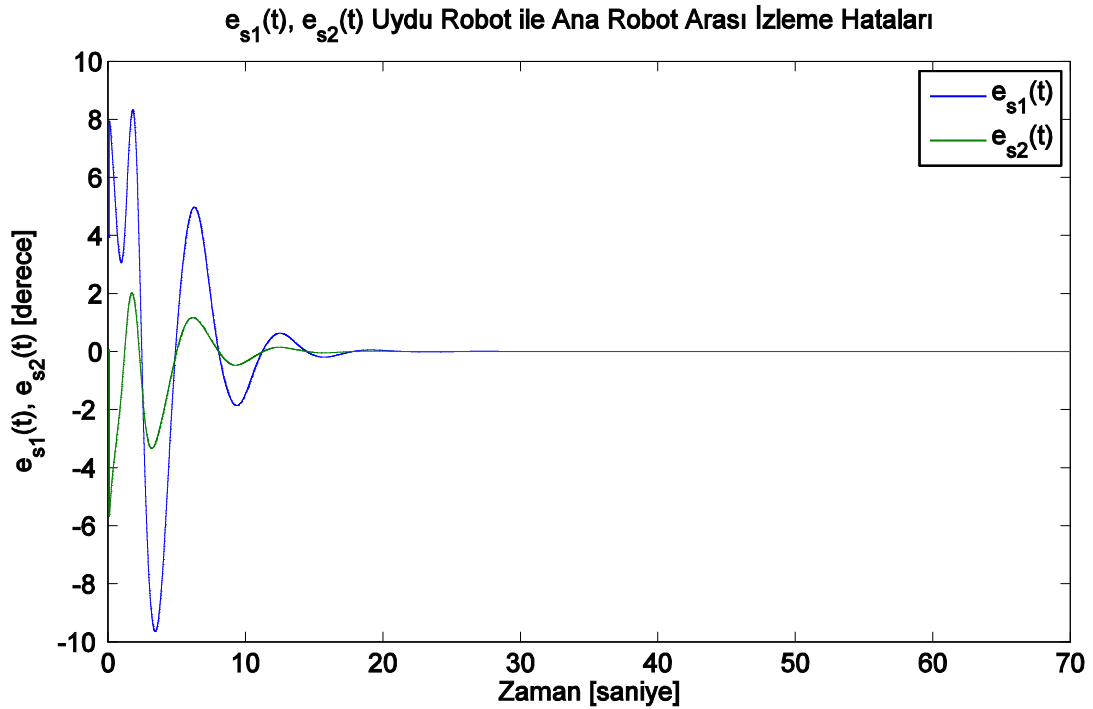


Şekil 3. 2 Ana robot ile uydu robotun 2. eklem pozisyonları

Referans yörünge ile ana robot arasındaki pozisyon hatası Şekil 3.3'te, uydu robot ile ana robot arasındaki pozisyon hatası ise Şekil 3.4'te verilmiştir. Görüldüğü gibi önerilen kontrol algoritması yardımıyla ana robot referans yörüngeyi takip ederken, uydu robot ana robot ile başarılı bir şekilde senkronize olmuştur.

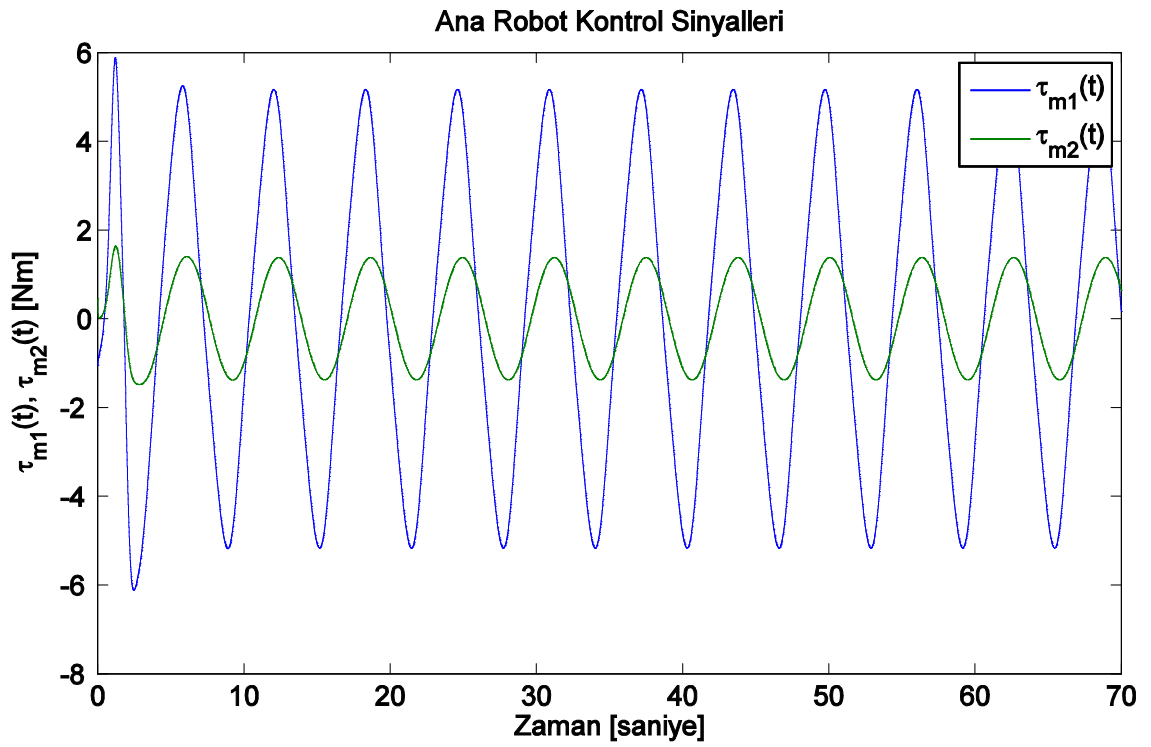


Şekil 3. 3 Ana robot pozisyon hataları

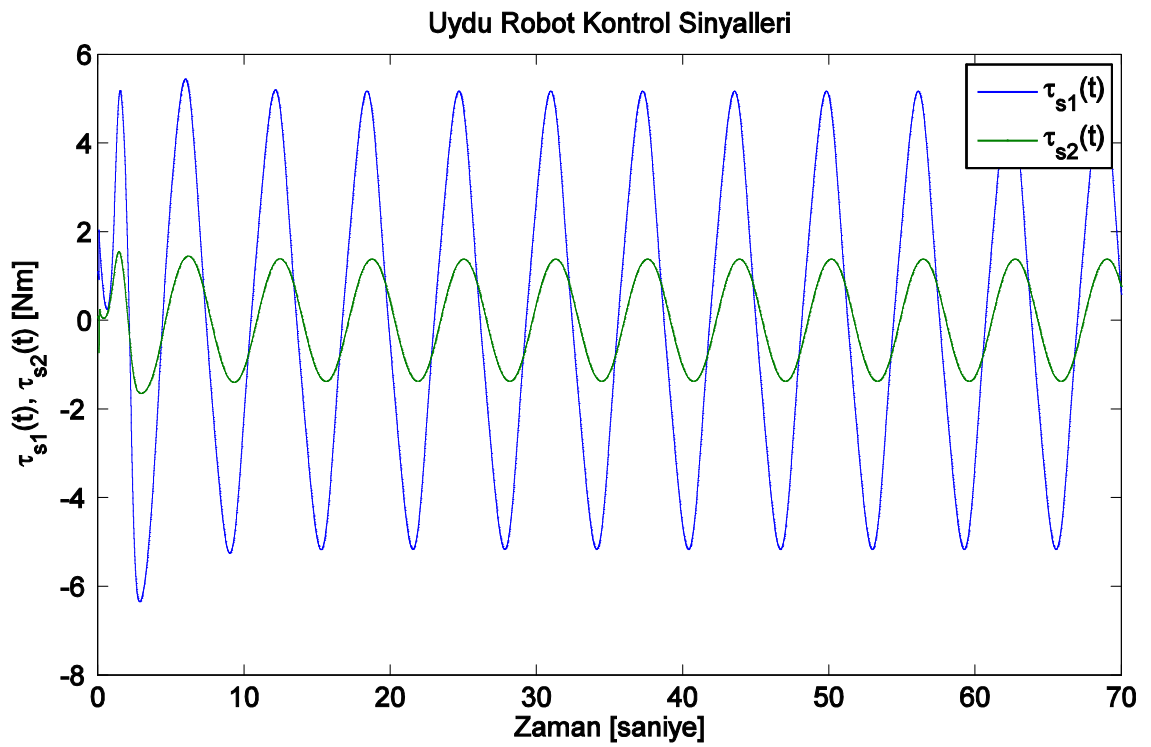


Şekil 3. 4 Uydu robot pozisyon hataları

Ana ve uydu robota uygulanan kontrol sinyalleri Şekil 3.5 ve Şekil 3.6'da sunulmuştur.

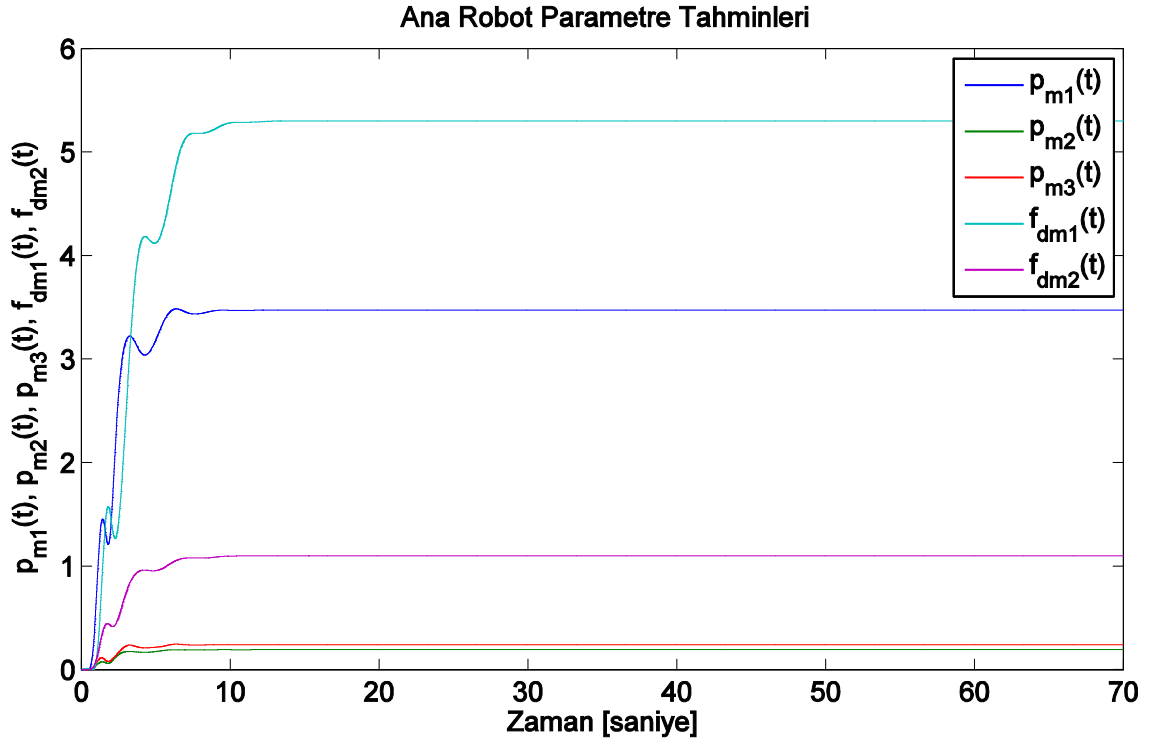


Şekil 3. 5 Ana robota uygulanan kontrol sinyalleri

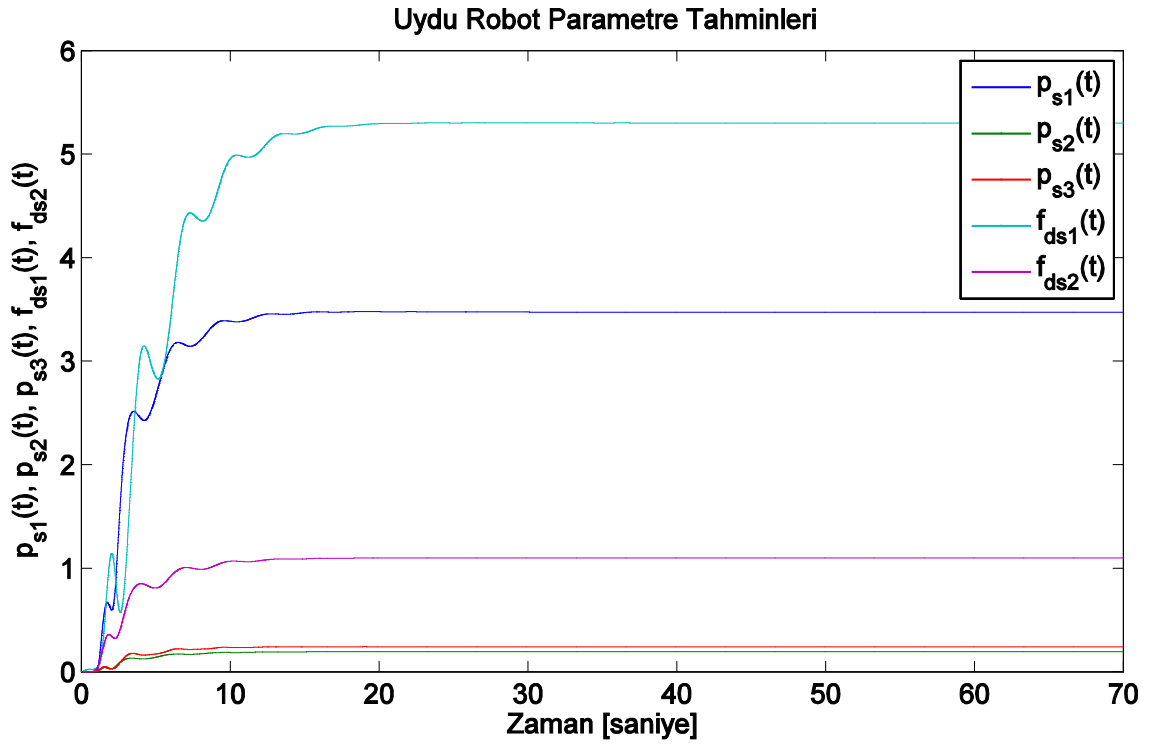


Şekil 3. 6 Uydu robota uygulanan kontrol sinyalleri

Son olarak Şekil 3.7’de ana robota, Şekil 3.8’de ise uydu robota ait parametre tahminlerinin sabit değerlere yakınsadığı görülmektedir.

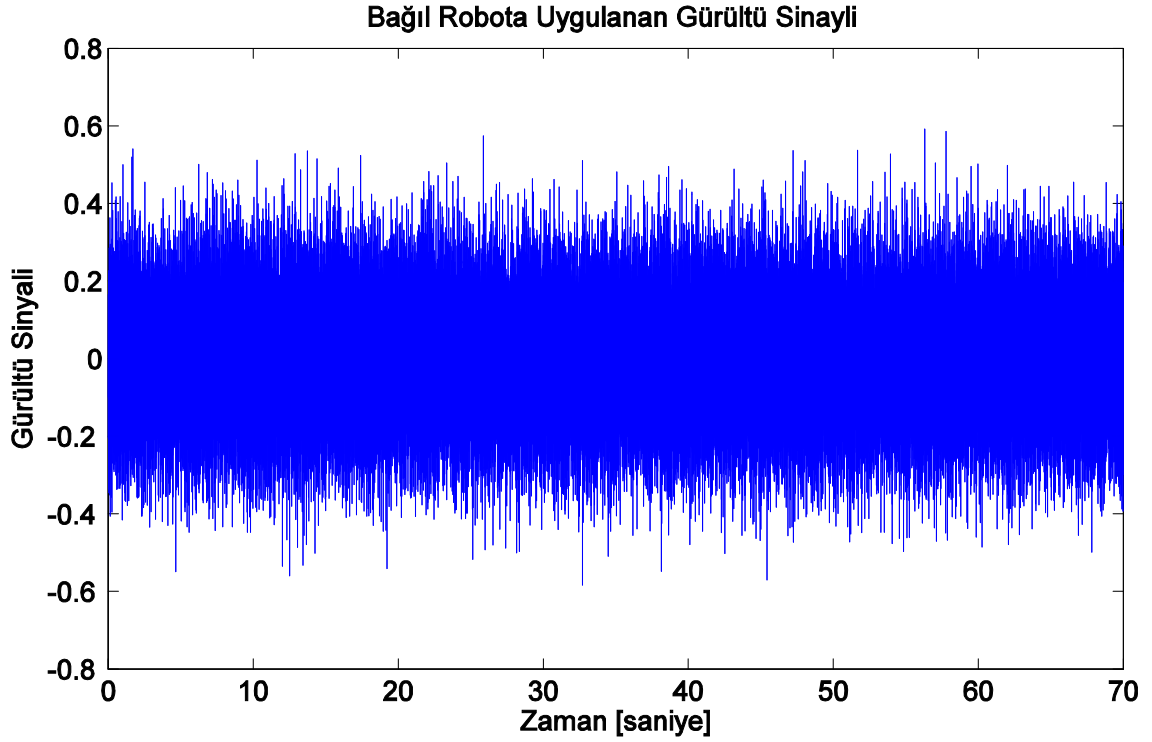


Şekil 3. 7 Ana robota ait parametre tahminleri

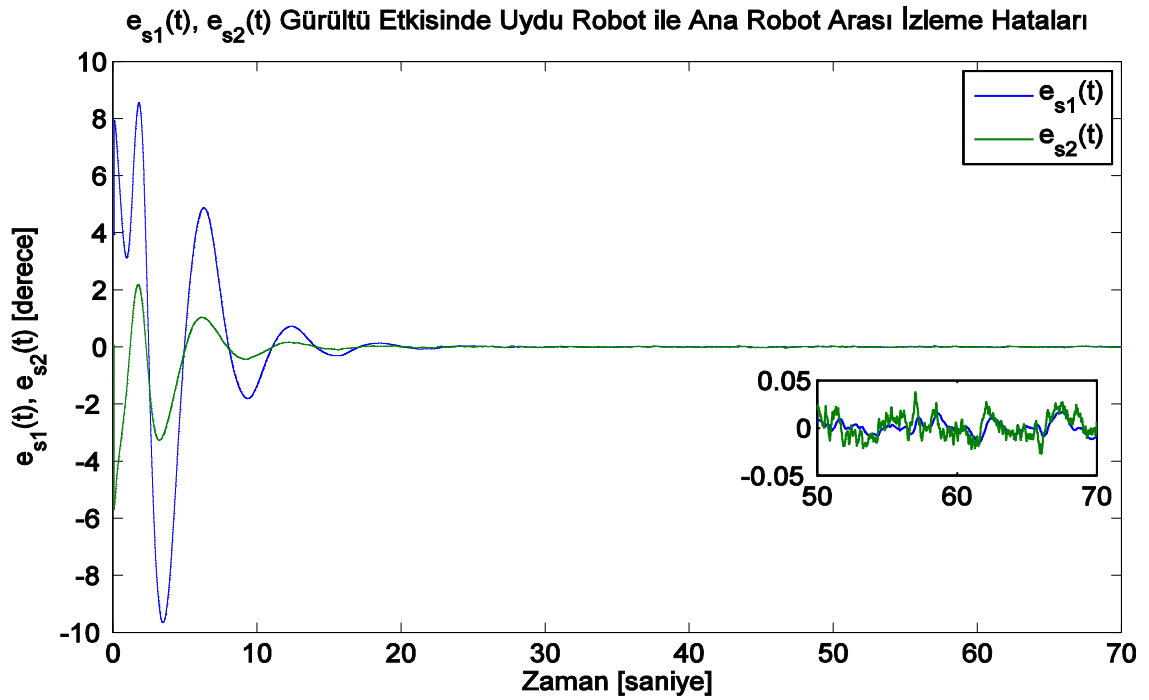


Şekil 3. 8 Uydu robota ait parametre tahminleri

Ayrıca uydu robota Şekil 3.9'daki gibi bir gürültü sinyali uygulandığında ana robot ile uydu robot arasındaki senkronizasyon hatası, ε çok küçük bir sayı olmak üzere, orijinin ε komşuluğu içerisinde yer alır (Şekil 3.10).



Şekil 3. 9 Uydu robota uygulanan gürültü sinyali



Şekil 3. 10 Uydu robot pozisyon hataları (uydu robot gürültü etkisinde)

İŞBİRLİKÇİ YAPILI SENKRONİZASYON

Bu bölümde, işbirlikçi yapılı senkronizasyon için Tam Bilinen Model Tabanlı ve Uyarlamalı olmak üzere iki tip kontrolör tasarlanmış, tasarlanan kontrol sistemlerine ait kararlılık analizi sonrası, iki linkli robot manipülatörleri üzerinden benzetim çalışması yapılmıştır.

4.1 Dinamik Model ve Hata Dinamiği

(2.13)'te verilen matematiksel modele sahip N adet robotun, kendilerine verilen referans yörünge sinyallerini izlemesi için tasarlanan kontrolörde $e_i(t) \in \mathbb{R}^n$ pozisyon hata terimi

$$e_i(t) = q_d - q_i \quad (4.1)$$

olarak tanımlanmıştır. Robotlar arasındaki ilişki de dahil edildikten sonra genelleştirilmiş pozisyon hatası ise

$$\begin{aligned} z_i &= q_d - q_i + \sum_{j \neq i} a_{ij} \left[(q_d - q_i) - (q_d - q_j) \right] \\ &= e_i + \sum_{j \neq i} a_{ij} (e_i - e_j) \end{aligned} \quad (4.2)$$

olur [27]. Burada toplam terimi içerisinde yer alan ifade, ilişkide olan robotların birbirlerine göre hataları, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ ise robotların arasındaki bağlantı katsayılarını gösteren komşuluk matrisi elemanlarıdır. (2.13)'te verilen robot kolu dinamiğine uygun

olarak hata tanımının ikinci mertebede kullanılabilmesi için $\eta_i(t) \in \mathbb{R}^n$ yardımcı hata sinyali

$$\eta_i = \dot{e}_i + \alpha_i z_i \quad (4.3)$$

biçimindedir [27]. Burada $\alpha_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ pozitif kazanç katsayılarını içeren matristir.

Bölüm 3'tekine benzer yaklaşımla $\xi_i(t)$ yardımcı sinyali

$$\xi_i = \int_0^t \eta_i(\sigma) d\sigma \quad (4.4)$$

şeklindedir.

(4.3)'teki denklemin zamana göre türevi alınırsa

$$\dot{\eta}_i = \ddot{q}_d - \ddot{q}_i + \alpha_i \dot{z}_i \quad (4.5)$$

olur. Eşitlik (4.5) $\ddot{q}_i$ için düzenlenip (2.13)'te yerine konursa açık çevrim hata dinamiği

$$\begin{aligned} M_i(q_i)(\ddot{q}_d + \alpha_i \dot{z}_i) + C_i(q_i, \dot{q}_i)(\dot{q}_d + \alpha_i z_i) + F_{d_i}(\dot{q}_d + \alpha_i z_i) + g_i(q_i) \\ - \tau_i - C_i(q_i, \dot{q}_i)\eta_i - F_{d_i}\eta_i = M_i(q_i)\dot{\eta}_i \end{aligned} \quad (4.6)$$

biçiminde elde edilir.

4.2 Tam Bilinen Model Tabanlı Kontrolör Tasarımı

Sisteme ait tüm parametrelerin bilindiği varsayılarak τ_i kontrol sinyali

$$\tau_i = H_i + K_{\eta_i} \eta_i + K_{\xi_i} \xi_i \quad (4.7)$$

olarak tasarlanmıştır. Burada $K_{\eta_i}, K_{\xi_i} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ pozitif tanımlı, köşegen kontrol kazanç matrisleri, $H_i(q_i, \dot{q}_i, z_i, \dot{z}_i) \in \mathbb{R}^n$ yardımcı fonksiyonu ise

$$H_i = M_i(q_i)(\ddot{q}_d + \alpha_i \dot{z}_i) + C_i(q_i, \dot{q}_i)(\dot{q}_d + \alpha_i z_i) + F_{d_i}(\dot{q}_d + \alpha_i z_i) + g_i(q_i) \quad (4.8)$$

formundadır.

(4.6)'daki hata dinamiğine (4.7)'de öngörülen kontrol sinyali yerleştirilirse her bir robot için kapalı çevrim hata dinamiği

$$M_i(q_i)\dot{\eta}_i = -C_i(q_i, \dot{q}_i)\eta_i - F_{d_i}\eta_i - K_{\eta_i}\eta_i - K_{I_i}\xi_i \quad (4.9)$$

olur. Elde edilen kapalı çevrim hata dinamiği için aşağıdaki teorem sunulmuştur.

Teorem 4.1 (2.13)'te tanımlanan sistem için (4.7)'de önerilen kontrol kuralı, kapalı çevrim sistemi içerisindeki tüm sinyallerin sınırlı kalmasını, pozisyon hatalarının küresel asimptotik olarak sifıra gitmesini garanti eder;

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0. \quad (4.10)$$

Bu durumda robot ağının asimptotik senkronizasyonu sağlanmış olur.

İspat 4.1 Teoremin ispatı amacıyla her bir robot için pozitif tanımlı fonksiyon V_i (4.11)'deki gibi alınmıştır.

$$V_i = \frac{1}{2}\eta_i^T M_i(q_i)\eta_i + \frac{1}{2}\xi_i^T K_{I_i}\xi_i \quad (4.11)$$

Verilen pozitif tanımlı fonksiyon $\lambda_{i_1}, \lambda_{i_2} \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \lambda_{i_1} &= \frac{1}{2} \min \{m_{i_1}, \lambda_{\min} \{K_{I_i}\}\} \\ \lambda_{i_2} &= \frac{1}{2} \max \{m_{i_2}, \lambda_{\max} \{K_{I_i}\}\} \end{aligned} \quad (4.12)$$

olmak üzere, içerdiği sinyallerden oluşan vektör $\mu_i(t) \in \mathbb{R}^{2n}$

$$\mu_i = \begin{bmatrix} \eta_i^T & \xi_i^T \end{bmatrix}^T \quad (4.13)$$

yardımla aşağıdaki gibi alttan ve üstten sınırlandırılabilir.

$$\lambda_{i_1} \|\eta_i\|^2 \leq \lambda_{i_1} \|\mu_i\|^2 \leq V_i \leq \lambda_{i_2} \|\mu_i\|^2 \quad (4.14)$$

(4.11)'de verilen fonksiyonun zamana göre türevi alınırsa

$$\dot{V}_i = \eta_i^T M_i(q_i)\dot{\eta}_i + \frac{1}{2}\eta_i^T \dot{M}_i(q_i)\eta_i + \xi_i^T K_{I_i}\eta_i \quad (4.15)$$

elde edilir. (4.9)'daki hata dinamiği ve (4.3)'teki $\eta_i(t)$ yardımcı hata ifadesinden yararlanılarak

$$\dot{V}_i = -\eta_i^T K_{\eta_i} \eta_i - \eta_i^T F_{d_i} \eta_i \quad (4.16)$$

yazılır. Elde edilen fonksiyon

$$\dot{V}_i \leq -\lambda_{\min} \{K_{\eta_i}\} \|\eta_i\|^2 \quad (4.17)$$

şeklinde üstten sınırlandırılabilir ve negatif yarı tanımlıdır.

Bu sonuçtan ve (4.14)'teki sınırlandırmadan yararlanarak $V_i(t)$ fonksiyonunun pozitif tanımlı, azalan, sınırlı bir fonksiyon olduğu söylenebilir ($V_i(t) \in \mathcal{L}_\infty$). Buna bağlı olarak $\mu_i(t) \in \mathcal{L}_\infty$ olur ($\eta_i(t), \xi_i(t) \in \mathcal{L}_\infty$). (4.17)'deki ifadenin iki tarafının integralinin karekökü alındığında $\eta_i(t) \in \mathcal{L}_2$ olduğu sonucuna varılır ve bu durumda $\eta_i(t) \in \mathcal{L}_\infty \cap \mathcal{L}_2$ olur.

(4.2)'de yer alan genelleştirilmiş pozisyon hatası ifadesi $z(t)$ Kronecker çarpımı yardımıyla

$$z(t) = \left[(L + I_N) \otimes I_n \right] e \quad (4.18)$$

olarak yazılıp (4.3)'teki yardımcı hata ifadesi içerisine yerleştirilirse

$$\eta(t) = \dot{e} + \alpha \left[(L + I_N) \otimes I_n \right] e \quad (4.19)$$

eşitliği elde edilir. Burada $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ Laplacian matrisi olup, komşuluk matrisi ile arasındaki ilişki Bölüm 2.3'te verilmiştir. Eşitlik

$$\dot{e} = -\alpha \left[(L + I_N) \otimes I_n \right] e + \eta(t) \quad (4.20)$$

şeklinde düzenlendiğinde görüleceği üzere Doğrusal Zamanla Değişmeyen (LTI) bir sistem oluşur. $(L + I_N)$ matrisi pozitif tanımlı, α ise pozitif kazanç katsayıları matrisi olduğu için $-\alpha \left[(L + I_N) \otimes I_n \right]$ ifadesi Hurwitz'tir. Giriş sinyali $\eta(t) \in \mathcal{L}_\infty \cap \mathcal{L}_2$ olduğu

için $e(t), \dot{e}(t) \in \mathcal{L}_\infty \cap \mathcal{L}_2$ olur. Barbalat ifadesinin doğal sonuçlarından yararlanarak düzgün sürekli olan $e(t)$ sinyalinin t sonusuna ıraksadıkça küresel asimptotik olarak sıfıra gideceği söylenebilir.

Referans yörünge sinyali $q_d(t)$ ve türevleri sınırlı olduğu için (4.1)'deki pozisyon hatası tanımı gereği $q_i(t), \dot{q}_i(t) \in \mathcal{L}_\infty$ 'dur. Tüm bu sınırlandırmaların sonucunda (4.7)'deki kontrol sinyali $\tau_i(t) \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu söylenerek sistem içerisindeki tüm sinyallerin sınırlılığı gösterilmiş ve Teorem 4.1'in ispatı tamamlanmış olur.

4.3 Uyarlamalı Kontrolör Tasarımı

Uyarlamalı kontrol için (4.6)'daki ifade (4.21)'deki şekilde düzenlenmiştir.

$$Y_i \theta_i - \tau_i - C_i(q_i, \dot{q}_i) \eta_i - F_{d_i} \eta_i = M_i(q_i) \dot{\eta}_i \quad (4.21)$$

Burada $Y_i(q_i, \dot{q}_i) \in \mathbb{R}^{n \times p}$ sisteme ait ölçülebilen sinyallerden oluşan matris, $\theta_i \in \mathbb{R}^p$ ise sisteme ait bilinmeyen parametreler olmak üzere

$$Y_i \theta_i = M_i(q_i)(\ddot{q}_d + \alpha_i \dot{z}_i) + C_i(q_i, \dot{q}_i)(\dot{q}_d + \alpha_i z_i) + F_{d_i}(\dot{q}_d + \alpha_i z_i) + g_i(q_i) \quad (4.22)$$

ifadesine sahiptir.

(4.21)'deki hata dinamiği için τ_i kontrol sinyali (4.23)'teki gibi tasarlanmıştır.

$$\tau_i = Y_i \hat{\theta}_i + K_{\eta_i} \eta_i + K_{I_i} \xi_i \quad (4.23)$$

Eşitlik (4.23)'te bulunan $K_{\eta_i}, K_{I_i} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ pozitif tanımlı, köşegen kontrol kazanç matrisleri, $\hat{\theta}_i(t) \in \mathbb{R}^p$ ise sisteme ait zamanla değişen tahmini parametreleri içeren vektördür. Tahmini parametrelerin hesaplanması için (4.24)'te verilen fonksiyon kullanılır.

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \Gamma_i Y_i^T \eta_i \quad (4.24)$$

Fonksiyon içerisinde yer alan $\Gamma_i \in \mathbb{R}^{p \times p}$ uyarlama kazançlarından oluşan köşegen matristir.

(4.21) eşitliğinde verilen hata dinamiğine (4.23)'te sunulan kontrol sinyali yerleştirilirse her bir robot için kapalı çevrim hata dinamiği

$$M_i(q_i)\dot{\eta}_i = Y_i\tilde{\theta}_i - C_i(q_i, \dot{q}_i)\eta_i - F_{d_i}\eta_i - K_{\eta_i}\eta_i - K_{I_i}\xi_i \quad (4.25)$$

olur. Dinamikte yer alan $\tilde{\theta}_i$ sisteme ait gerçek parametreler ile zamanla değişen tahmini parametreler arasındaki fark olup

$$\tilde{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i \quad (4.26)$$

şeklindedir. Kapalı çevrim hata dinamiği için aşağıdaki teoreme yer verilmiştir.

Teorem 4.2 (2.13)'te tanımlanan sistem için (4.23)'te önerilen kontrol kuralı ve (4.24)'te verilen uyarılama fonksiyonu, kapalı çevrim sistemi içerisindeki tüm sinyallerin sınırlı kalmasını, pozisyon hatalarının küresel asimptotik olarak sıfıra gitmesini garanti eder;

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0. \quad (4.27)$$

Bu durumda robot ağıının asimptotik senkronizasyonu sağlanmış olur.

İspat 4.2 Pozitif tanımlı V_i fonksiyonu (4.28)'deki gibi seçilerek teoremin ispatına başlanmıştır.

$$V_i = \frac{1}{2}\eta_i^T M_i(q_i)\eta_i + \frac{1}{2}\xi_i^T K_{I_i}\xi_i + \frac{1}{2}\tilde{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1}\tilde{\theta}_i \quad (4.28)$$

V_i fonksiyonu, $\lambda_{i_1}, \lambda_{i_2} \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \lambda_{i_1} &= \frac{1}{2} \min \left\{ m_{i_1}, \lambda_{\min} \left\{ K_{I_i} \right\} \right\} \\ \lambda_{i_2} &= \frac{1}{2} \max \left\{ m_{i_2}, \lambda_{\max} \left\{ K_{I_i} \right\} \right\} \end{aligned} \quad (4.29)$$

olmak üzere, içerdiği sinyallerden oluşan vektör $\mu_i(t) \in \mathbb{R}^{(2n+p) \times 1}$

$$\mu_i = \begin{bmatrix} \eta_i^T & \xi_i^T & \tilde{\theta}_i^T \end{bmatrix}^T \quad (4.30)$$

yardımla aşağıdaki şekilde alttan ve üstten sınırlandırılabilir.

$$\lambda_{i_1} \|\eta_i\|^2 \leq \lambda_{i_1} \|\mu_i\|^2 \leq V_i \leq \lambda_{i_2} \|\mu_i\|^2 \quad (4.31)$$

(4.28)'de verilen eşitliğin zamana göre türevi (4.32)'de verilmiştir.

$$\dot{V}_i = \eta_i^T M_i(q_i) \dot{\eta}_i + \frac{1}{2} \eta_i^T \dot{M}_i(q_i) \eta_i + \xi_i^T K_{i_1} \eta_i + \tilde{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_i \quad (4.32)$$

(4.25)'te verilen kapalı çevrim hata dinamiği, (4.24)'teki uyarılma fonksiyonu ve (4.3)'teki $\eta_i(t)$ yardımcı hata ifadesinden yararlanılarak

$$\dot{V}_i = -\eta_i^T K_{\eta_i} \eta_i - \eta_i^T F_{d_i} \eta_i \quad (4.33)$$

elde edilir ve

$$\dot{V}_i \leq -\lambda_{\min} \{K_{\eta_i}\} \|\eta_i\|^2 \quad (4.34)$$

biçiminde üstten sınırlanırılarak negatif yarı tanımlı olduğu gösterilir.

$\dot{V}_i$ fonksiyonunun negatif yarı tanımlı ve (4.31)'deki sınırlandırma yardımıyla $V_i(t)$ fonksiyonunun pozitif tanımlı, azalan, sınırlı bir fonksiyon olduğu sonucu elde edilir ($V_i(t) \in \mathcal{L}_\infty$). Bu sınırlandırmaya bağlı olarak $\mu_i(t) \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu söylenebilir ($\eta_i(t), \xi_i(t), \tilde{\theta}_i(t) \in \mathcal{L}_\infty$). (4.34)'teki ifadenin iki tarafının integralinin karekökü alınarak $\eta_i(t) \in \mathcal{L}_2$ olduğu sonucuna varılabilir.

(4.2)'de yer alan genelleştirilmiş pozisyon hatası ifadesi $z(t)$ Kronecker çarpımı yardımıyla

$$z(t) = [(L + I_N) \otimes I_n] e \quad (4.35)$$

olarak yazılıp (4.3)'teki yardımcı hata ifadesi içerisine yerleştirilirse

$$\dot{\eta}(t) = \dot{e} + \alpha [(L + I_N) \otimes I_n] e \quad (4.36)$$

eşitliği elde edilir.

Eşitlik,

$$\dot{e} = -\alpha \left[(L + I_N) \otimes I_n \right] e + \eta(t) \quad (4.37)$$

şeklinde düzenlendiğinde görüleceği üzere Doğrusal Zamanla Değişmeyen (LTI) bir sistem oluşur. $(L + I_N)$ matrisi pozitif tanımlı, α ise pozitif kazanç katsayıları matrisi olduğu için $-\alpha \left[(L + I_N) \otimes I_n \right]$ ifadesi Hurwitz'tir. Giriş sinyali $\eta(t) \in \mathcal{L}_\infty \cap \mathcal{L}_2$ olduğu için $e(t), \dot{e}(t) \in \mathcal{L}_\infty \cap \mathcal{L}_2$ olur. Barbalat ifadesinin doğal sonuçlarından yararlanarak düzgün sürekli olan $e(t)$ sinyalinin t sonusuna ıraksadıkça küresel asimptotik olarak sifıra gideceği söylenebilir.

Referans yörünge sinyali $q_d(t)$ ve türevleri sınırlı olduğu için (4.1)'deki pozisyon hatası tanımı gereği $q_i(t), \dot{q}_i(t) \in \mathcal{L}_\infty$ 'dur. Ayrıca $e_i(t)$ sınırlı olduğu için genelleştirilmiş pozisyon hatası $z_i(t)$ de sınırlıdır ve bu noktaya kadar sınırlandırılan tüm sinyallerden oluşan $Y_i \in \mathcal{L}_\infty$ 'dur. Aynı şekilde içerisindeki tüm sinyaller sınırlı olduğu için (4.25)'te verilen $\dot{\eta}(t)$ sınırlıdır. Eşitlik (4.26)'nın yardımıyla $\tilde{\theta}_i(t) \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu için $\hat{\theta}_i(t) \in \mathcal{L}_\infty$ 'dur. Tüm bu sınırlandırmaların sonucunda (4.23)'teki kontrol sinyali $\tau_i(t) \in \mathcal{L}_\infty$ olur. Son olarak içerisindeki tüm sinyallerin sınırlı olmasıyla $\dot{\hat{\theta}}_i(t)$ fonksiyonunun da sınırlı olduğu söylenerek sistem içerisindeki tüm sinyallerin sınırlılığı gösterilmiş ve Teorem 4.2'nin ispatı tamamlanmış olur.

4.4 Benzetim Sonuçları

Bu bölümde, İşbirlikçi Robot Senkronizasyonu üzerine Bölüm 4.3'te önerilen Uyarlamalı kontrolörün uygulanabilirliğini incelemek amacıyla MATLABTM/SIMULINKTM ortamında yapılan benzetim çalışmasına yer verilmiştir. Benzetim çalışmasında, (3.70)'te verilen dinamik modele sahip 3 adet robot kullanılmıştır. (4.22)'de yer alan parametre vektörü (3.71)'deki gibi tanımlanmış ve devamında verilen parametre değerleri kullanılmıştır. Her bir robota uygulanan referans yörünge ise (3.72)'deki ifadeye sahiptir.

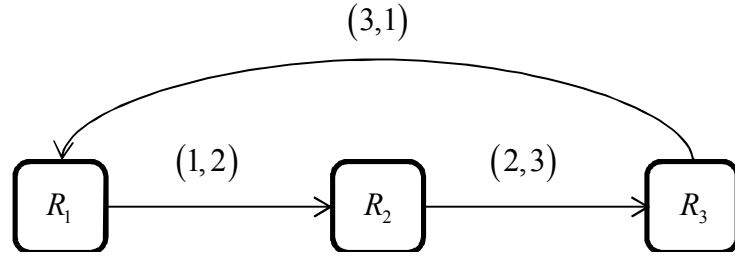
Kontrol sistemi içerisindeki kazançlar $i = 1, 2, 3$ olmak üzere

$$K_{\eta_i} = \text{diag}\{10, 9\} \quad K_{I_i} = \text{diag}\{5.5, 5\} \quad \alpha_i = \text{diag}\{1.5, 1\} \quad (4.38)$$

uyarlama kazançları ise

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= [4.194 \quad 0.113 \quad 0.1 \quad 14 \quad 7.5]^T \\ \Gamma_2 &= [4 \quad 0.117 \quad 0.1 \quad 13 \quad 6.5]^T \\ \Gamma_3 &= [4.19 \quad 0.111 \quad 0.101 \quad 13 \quad 7.5]^T \end{aligned} \quad (4.39)$$

olarak ayarlanmıştır. Robotların başlangıç şartları $q_1(0) = [-4.01 \quad 5.73]^T$ [derece], $q_2(0) = [6.88 \quad -4.01]^T$ [derece], $q_3(0) = [-4.01 \quad 2.86]^T$ [derece] şeklinde seçilmiştir. Simülasyon süresi 70 saniye olarak alınmış, ayrıca robotlar arasındaki haberleşmeye 0.1 saniye zaman gecikmesi uygulanmıştır. Robotlar arasındaki haberleşme için Şekil 4.1’de görülen haberleşme ağı öngörülmüştür.



Şekil 4. 1 Robotlar arası haberleşme ağı

Haberleşme ağına ait komşuluk matrisi

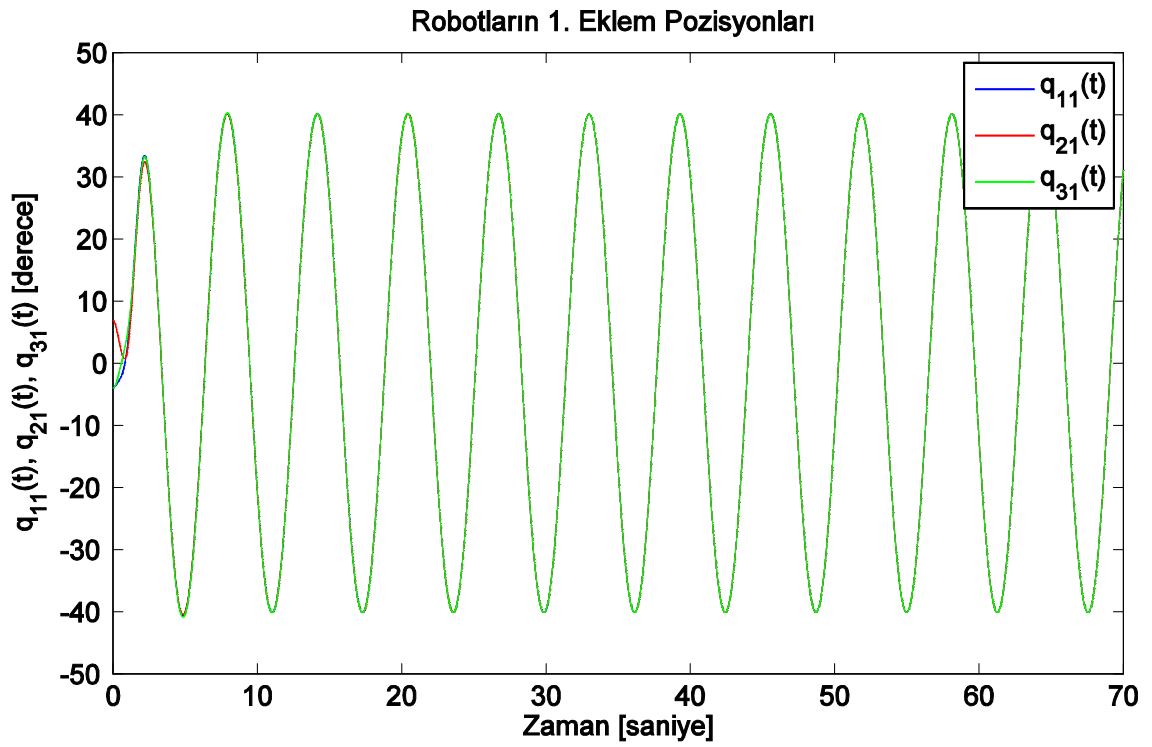
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

olup, Bölüm 2.3’te anlatılan yöntemle Laplacian matrisi

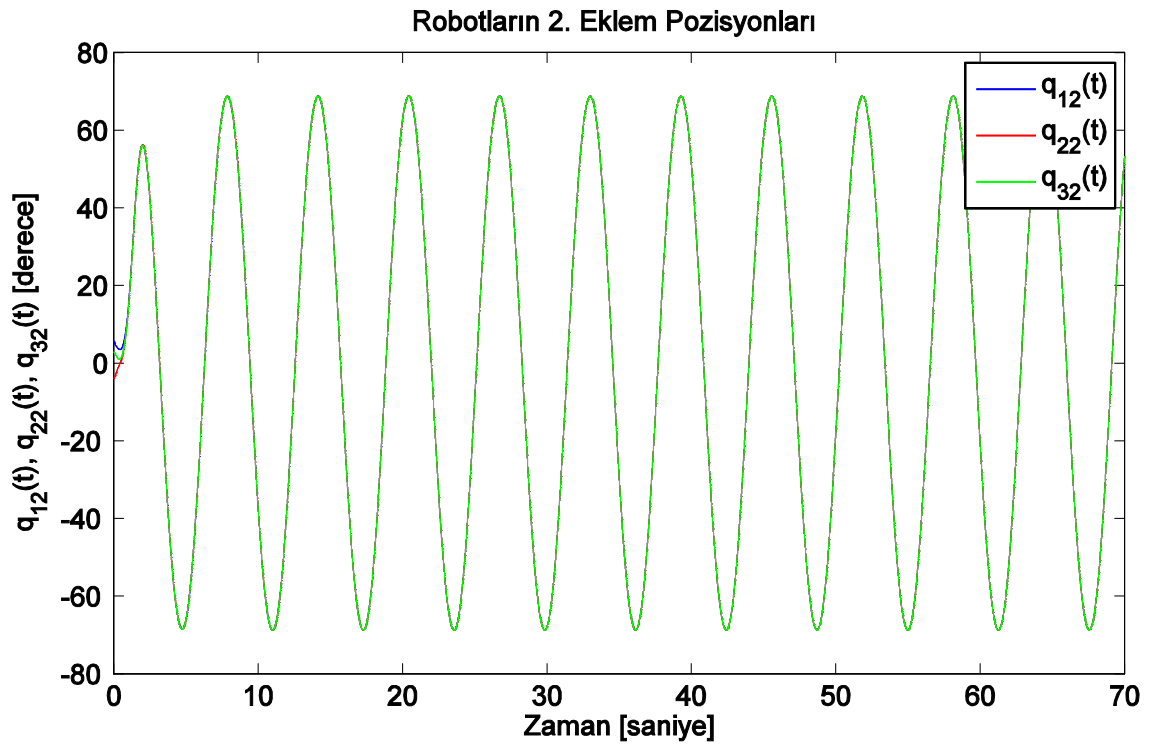
$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

biçiminde hesaplanmıştır.

Şekil 4.2 ve Şekil 4.3'te robotlara ait eklem pozisyonları görülmektedir.

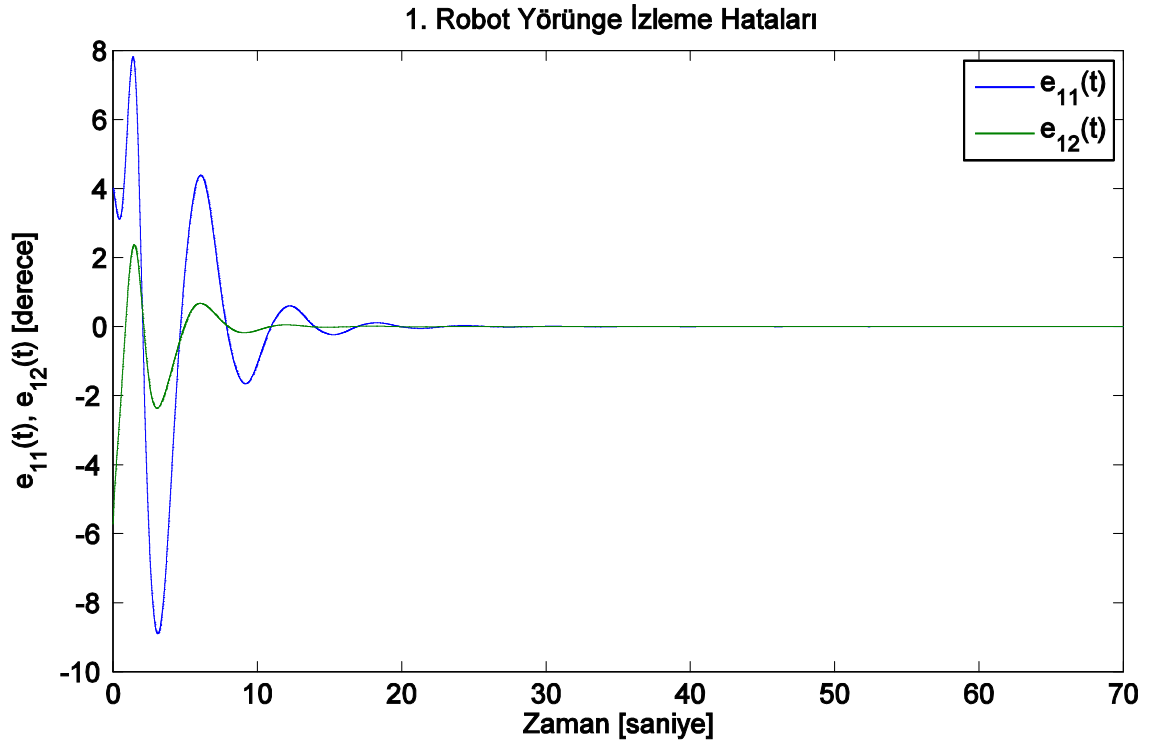


Şekil 4. 2 Robotların 1. eklem pozisyonları

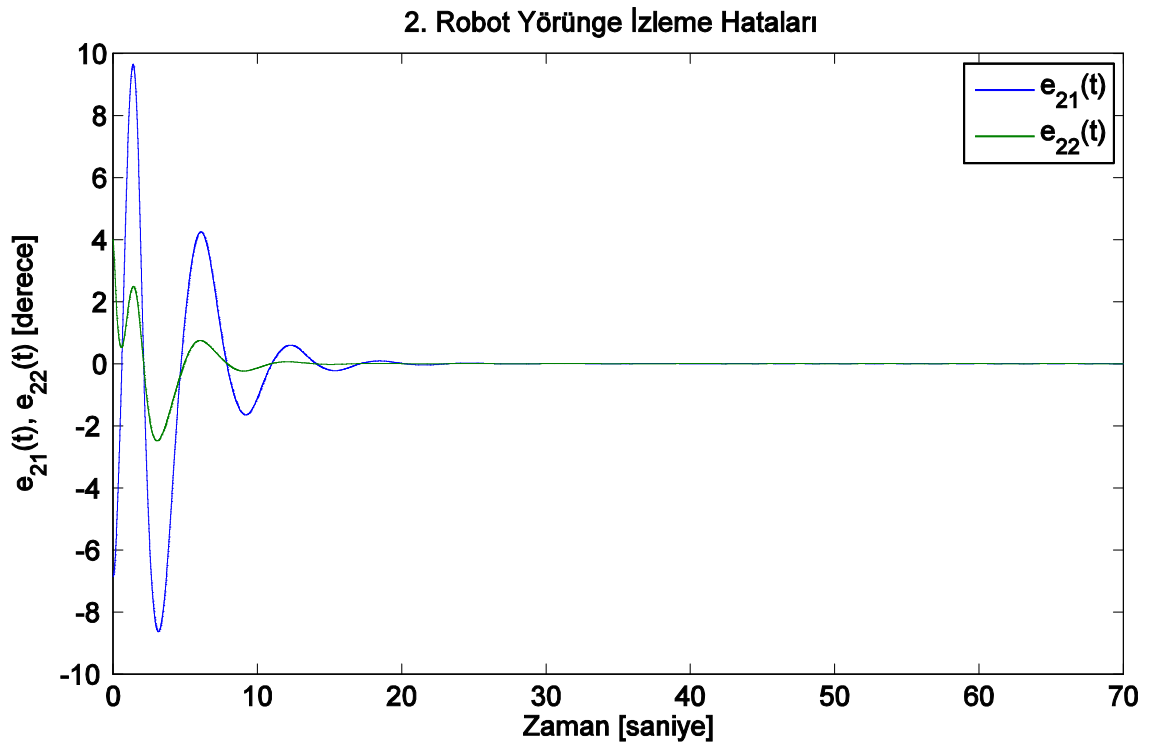


Şekil 4. 3 Robotların 2. eklem pozisyonları

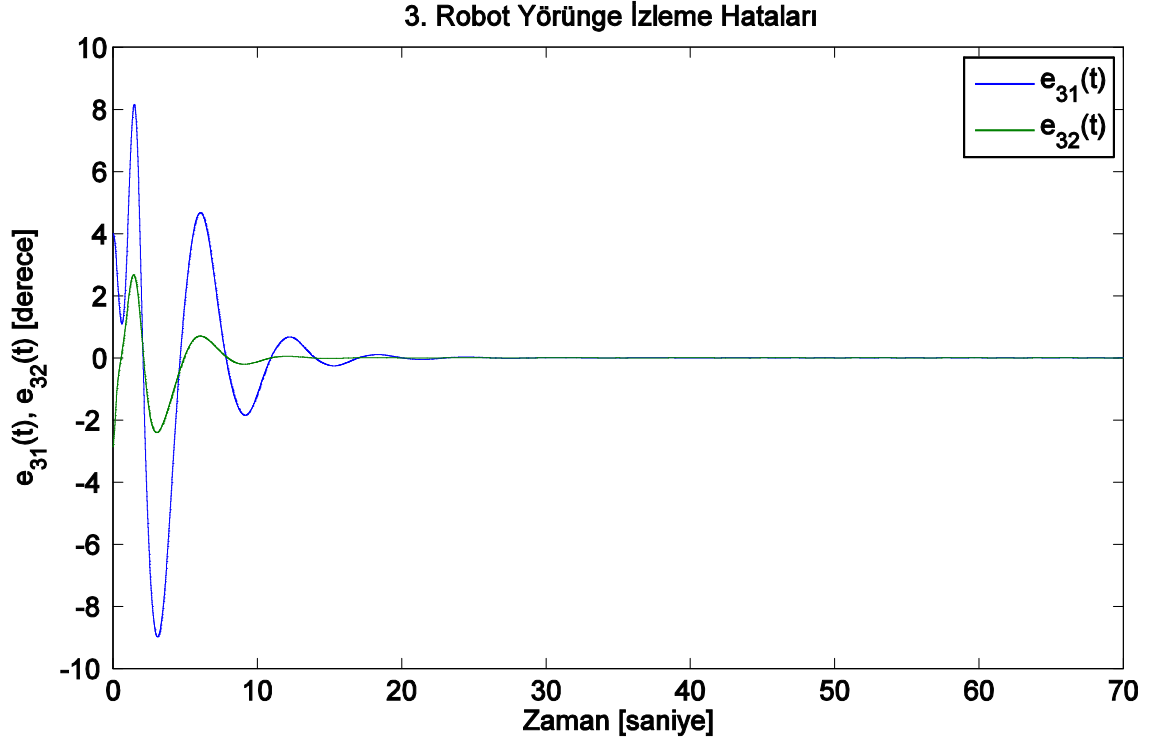
Şekil 4.4, Şekil 4.5 ve Şekil 4.6’da her bir robota ait pozisyon hataları sunulmuştur. Tüm robotlar kendilerine verilen referans yörüngeyi takip etmektedirler.



Şekil 4. 4 1. Robot pozisyon hataları

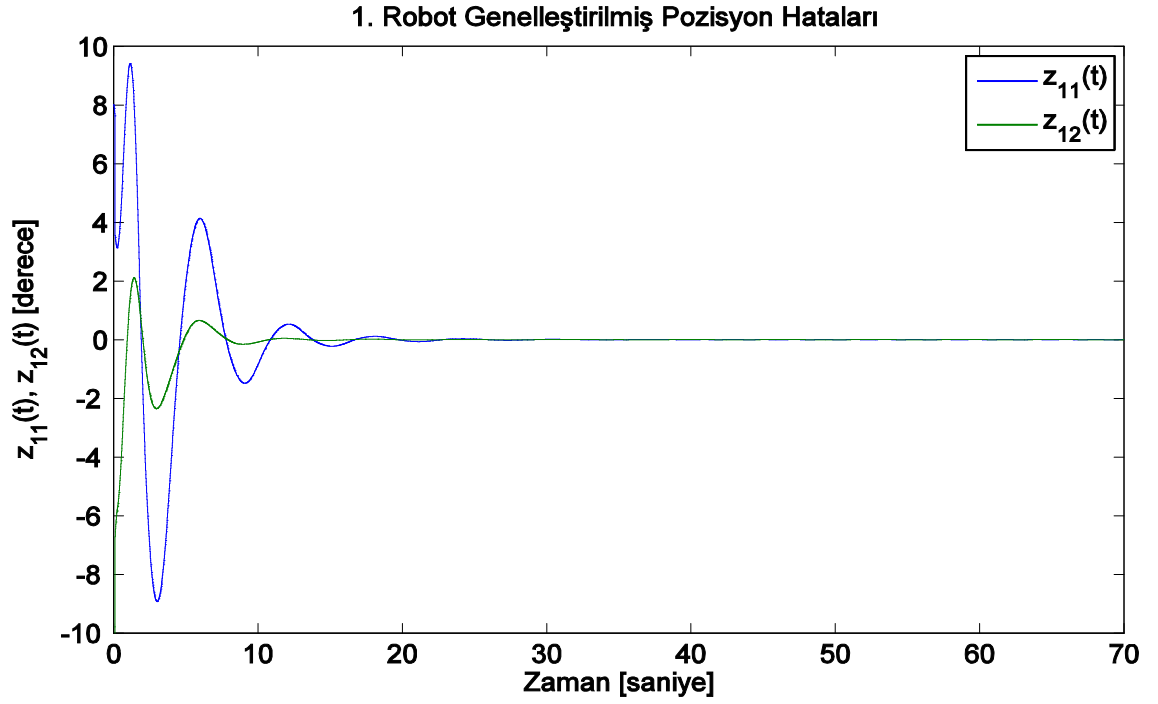


Şekil 4. 5 2. Robot pozisyon hataları

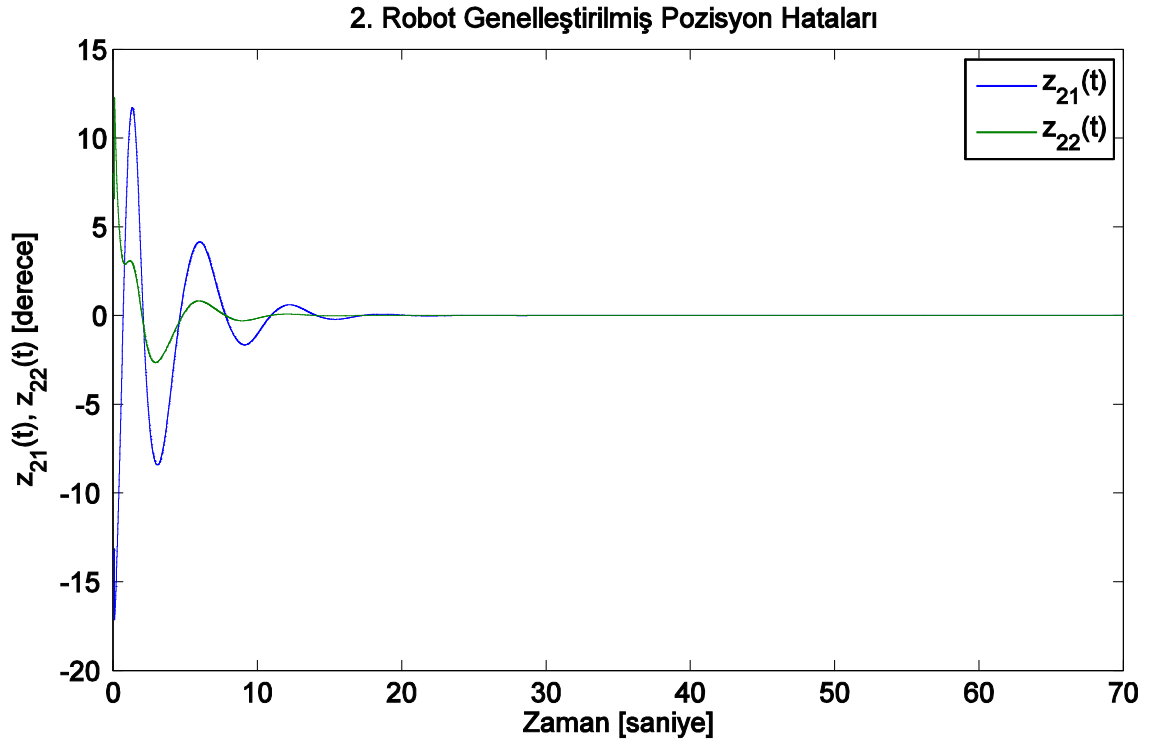


Şekil 4. 6 3. Robot pozisyon hataları

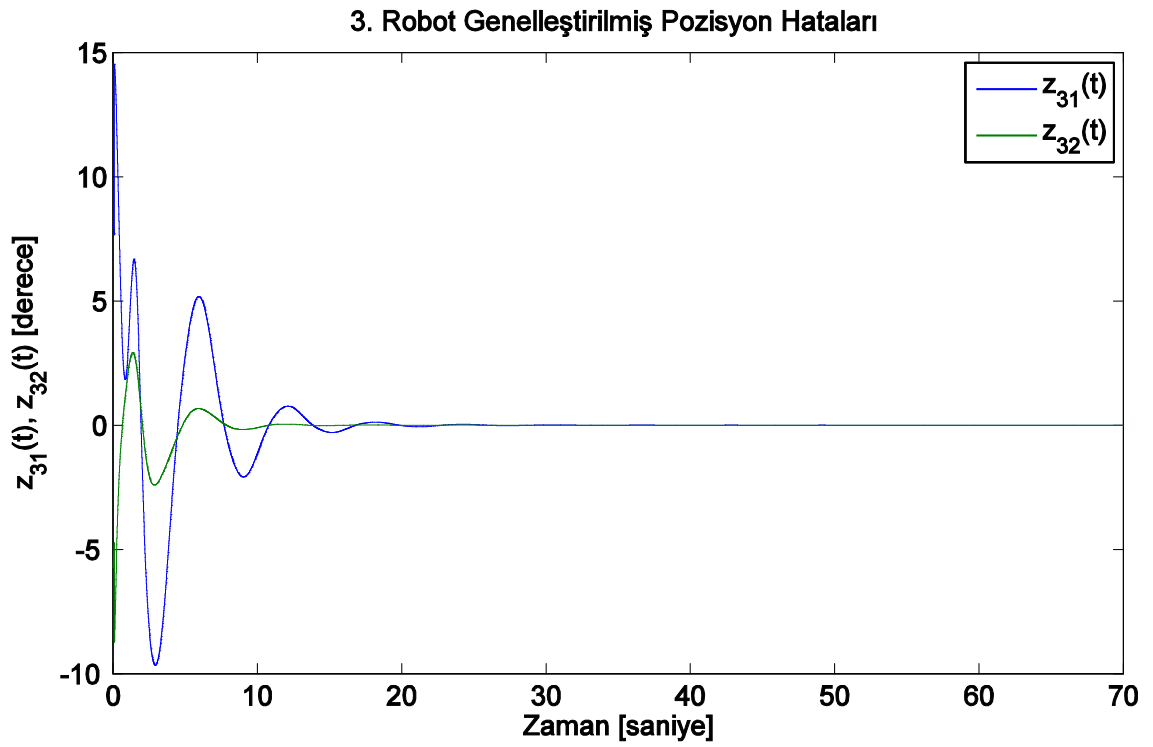
Şekil 4.7, Şekil 4.8 ve Şekil 4.9’da verilmiş olan her bir robota ait geliştirilmiş pozisyon hataları grafiklerinde, ilgili robotlar arası senkronizasyonun sağlandığı görülmektedir.



Şekil 4. 7 1. Robot genelleştirilmiş pozisyon hataları

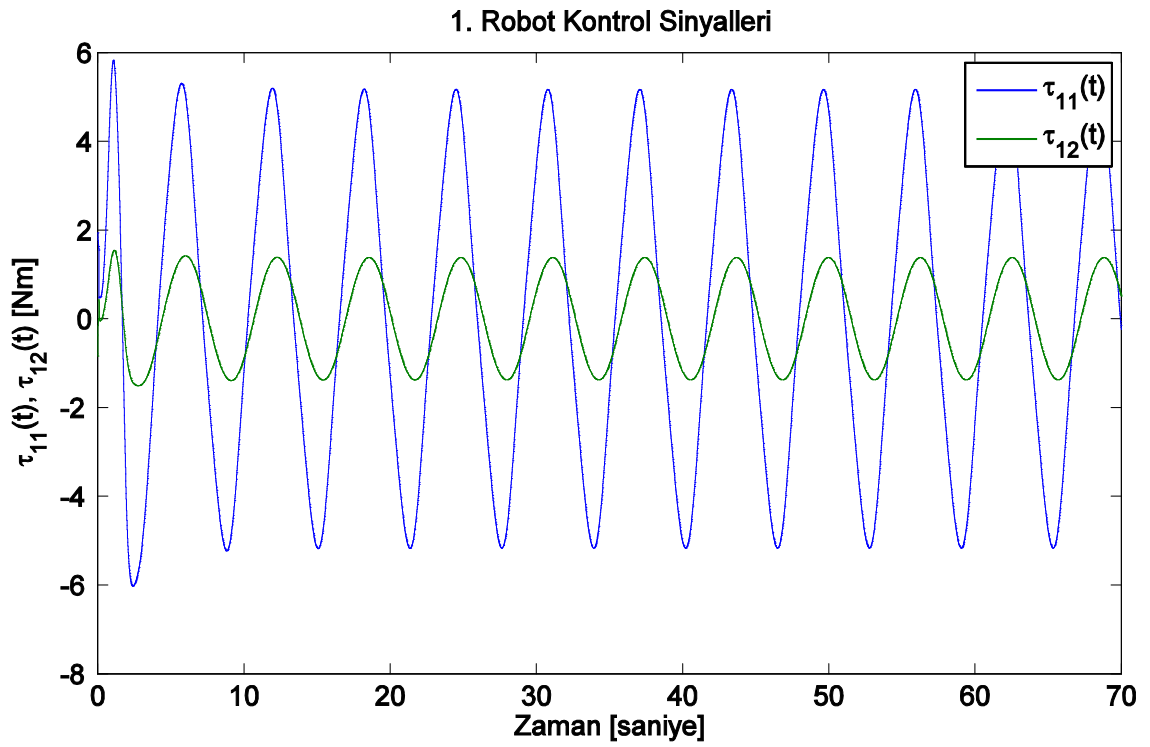


Şekil 4. 8 2. Robot genelleştirilmiş pozisyon hataları

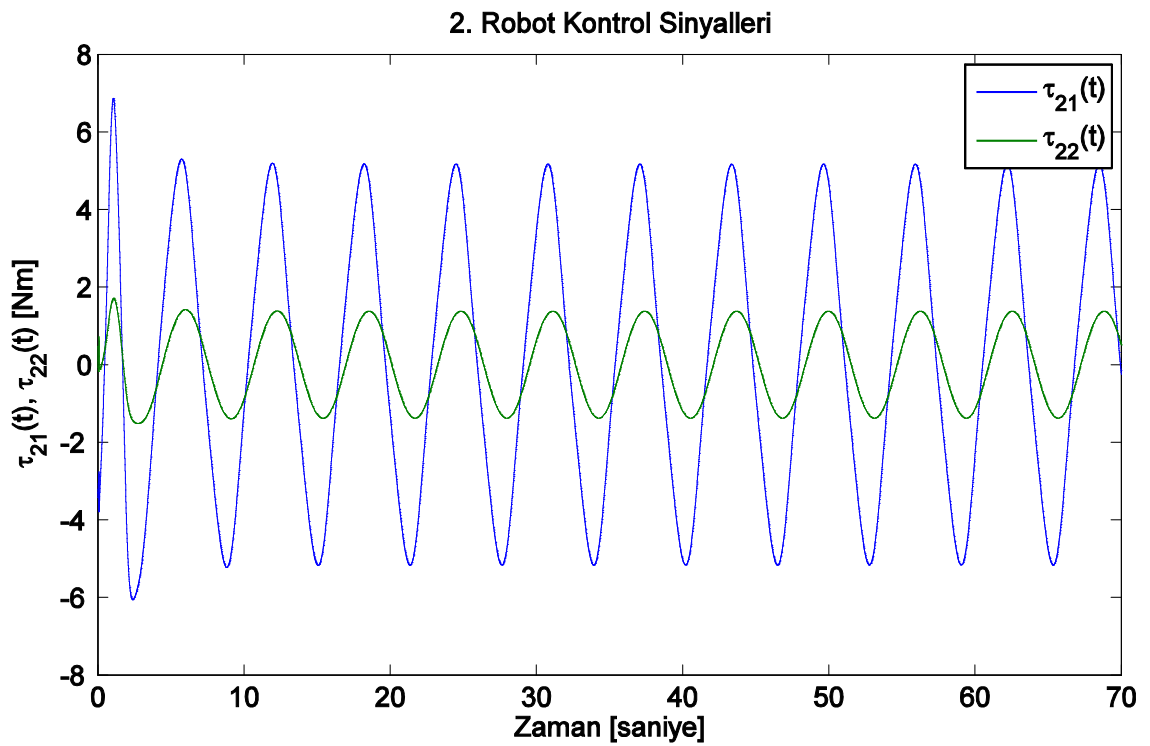


Şekil 4. 9 3. Robot genelleştirilmiş pozisyon hataları

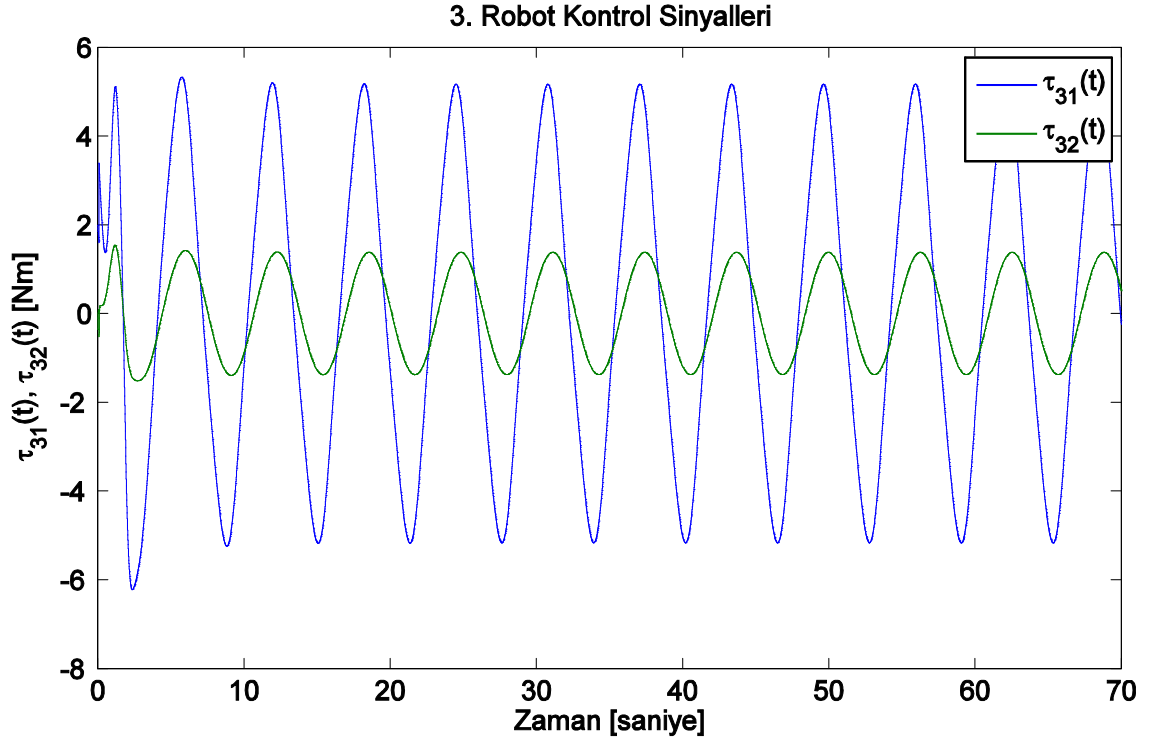
Her bir robota ait kontrol sinyalleri Şekil 4.10, Şekil 4.11 ve Şekil 4.12’de verilmiştir.



Şekil 4. 10 1. Robot kontrol sinyalleri

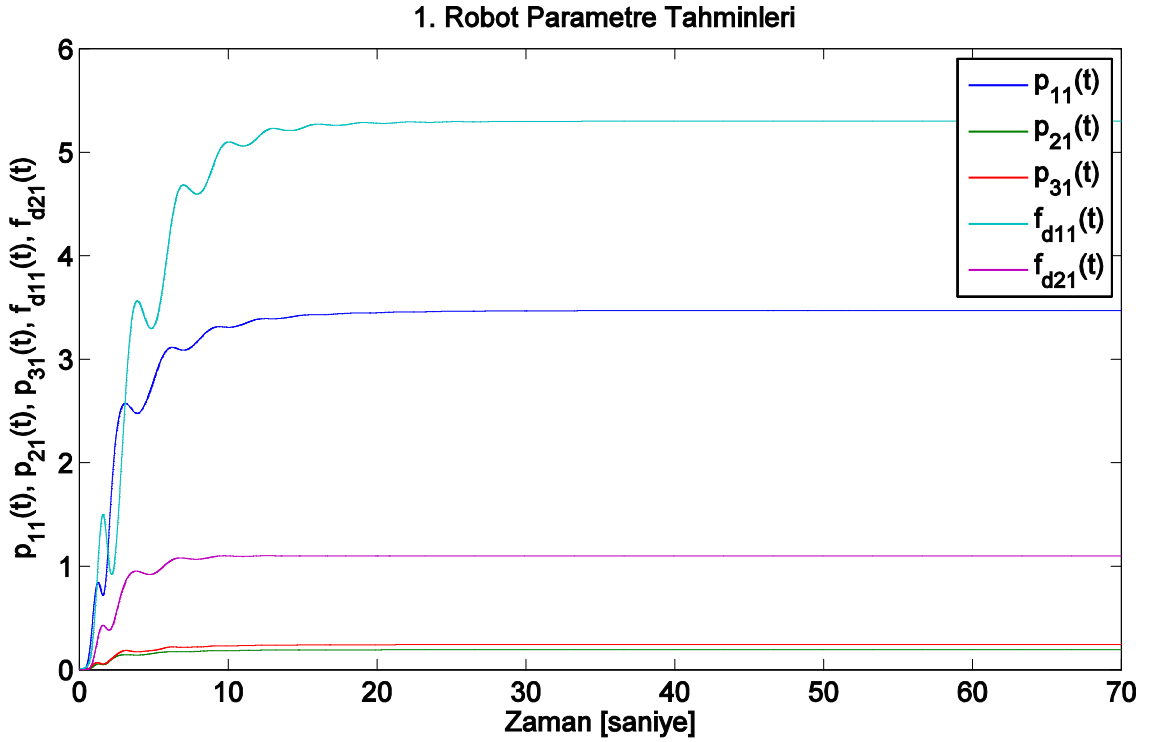


Şekil 4. 11 2. Robot kontrol sinyalleri



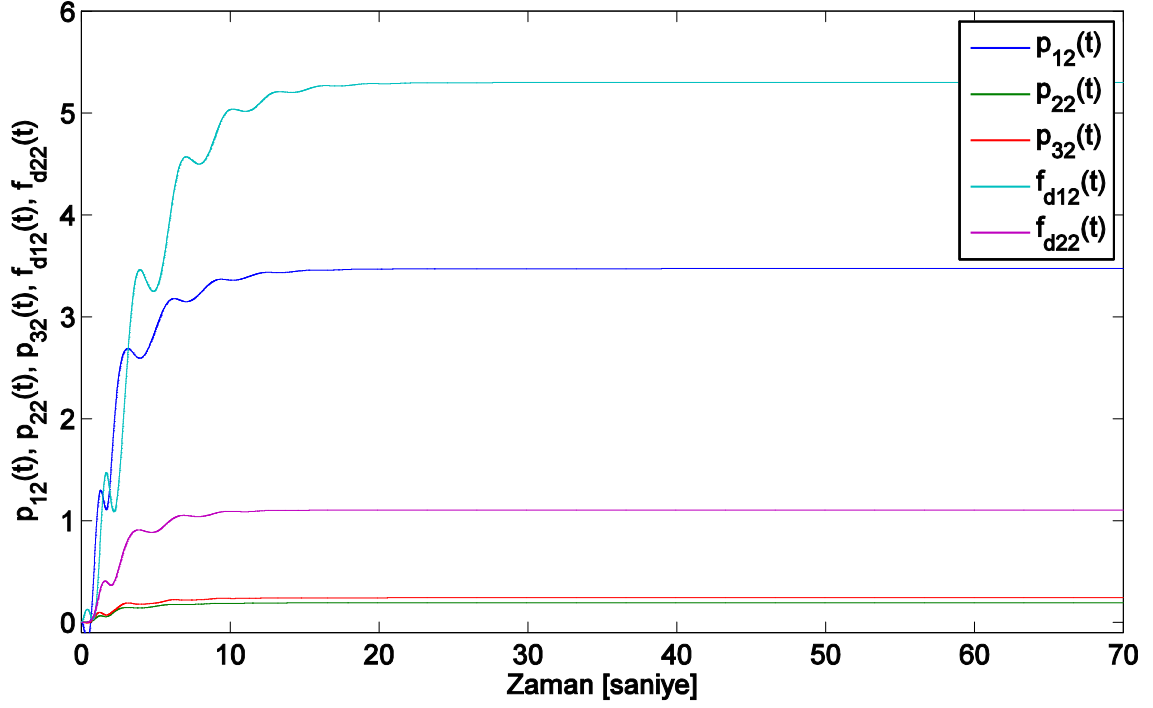
Şekil 4. 12 3. Robot kontrol sinyalleri

Şekil 4.13, Şekil 4.14, Şekil 4.15'te bulunan robotlara ait parametre tahminlerinin sabit değerlere yakınsadığı görülmektedir.



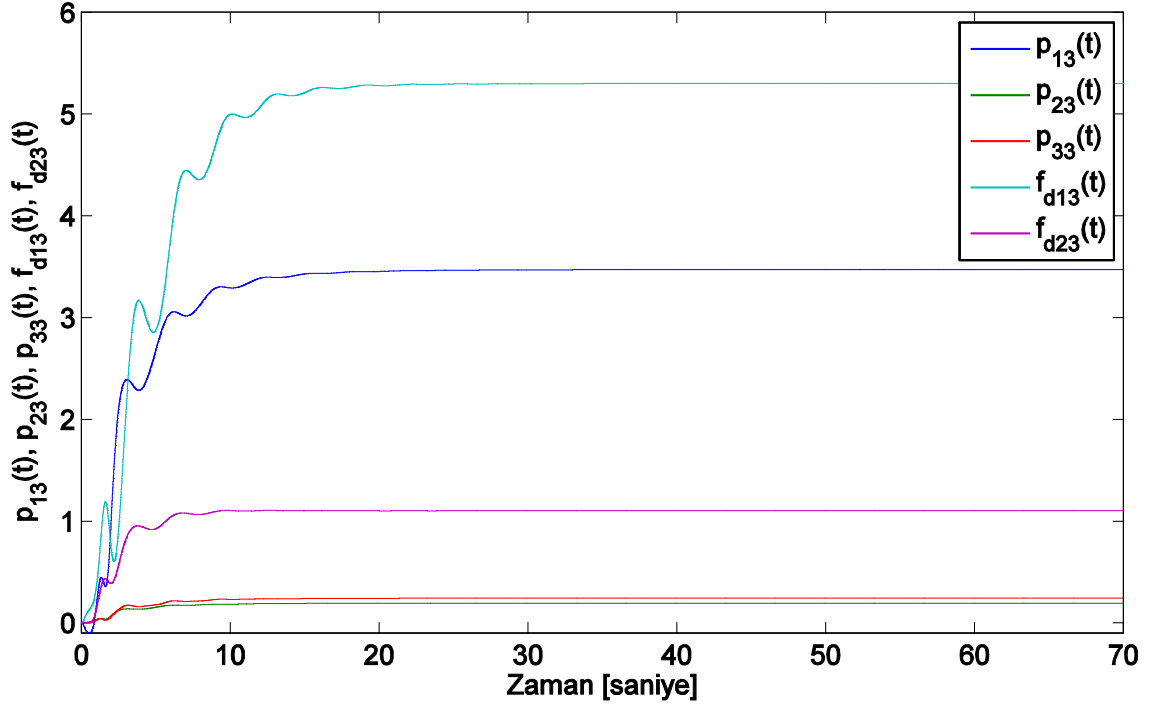
Şekil 4. 13 1. Robota ait tahmini parametre değerleri

2. Robot Parametre Tahminleri



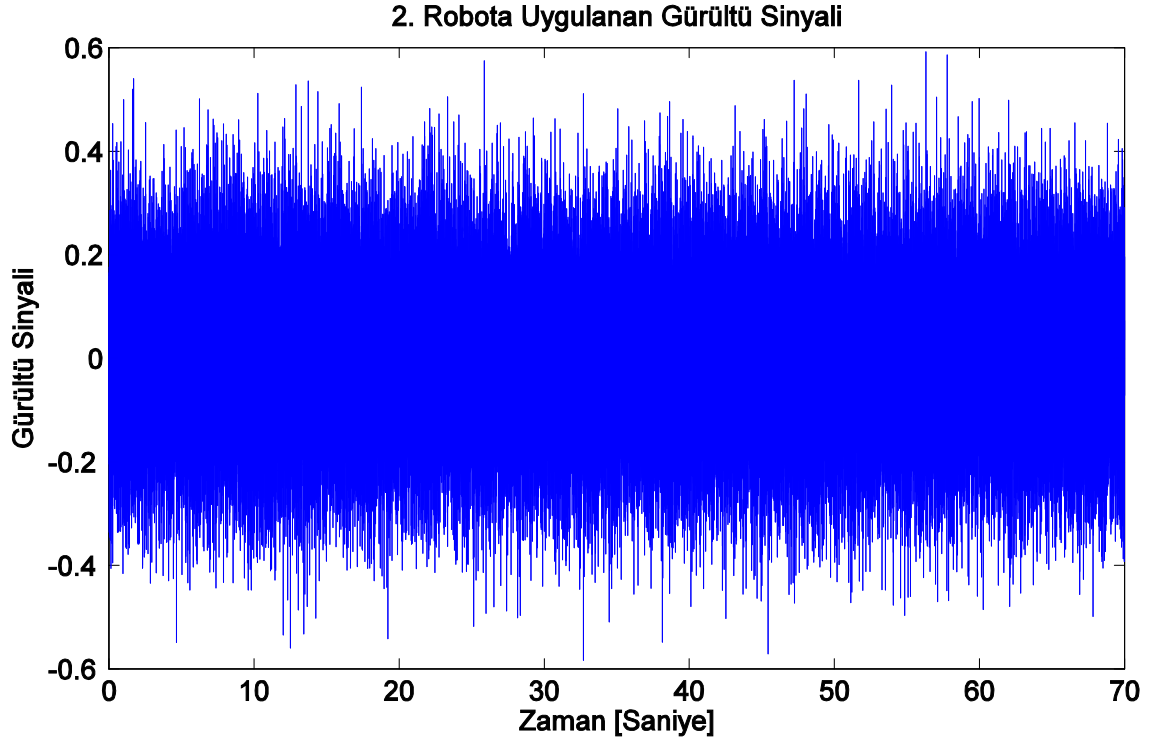
Şekil 4. 14 2. Robota ait tahmini parametre değerleri

3. Robot Parametre Tahminleri

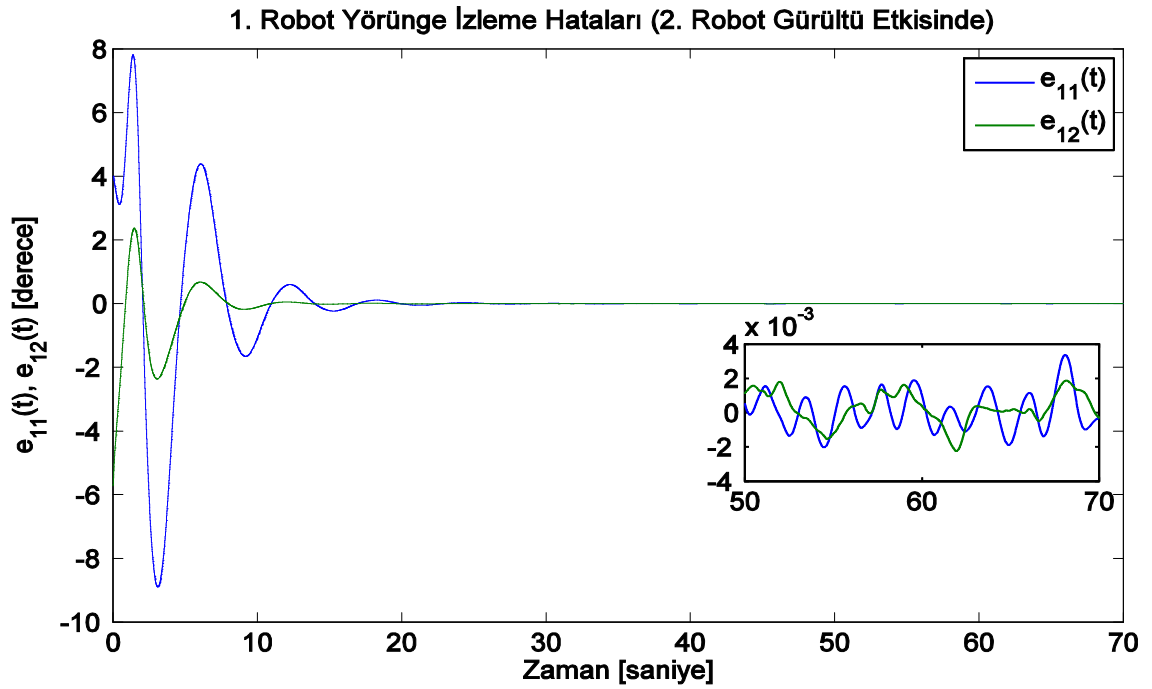


Şekil 4. 15 3. Robota ait tahmini parametre değerleri

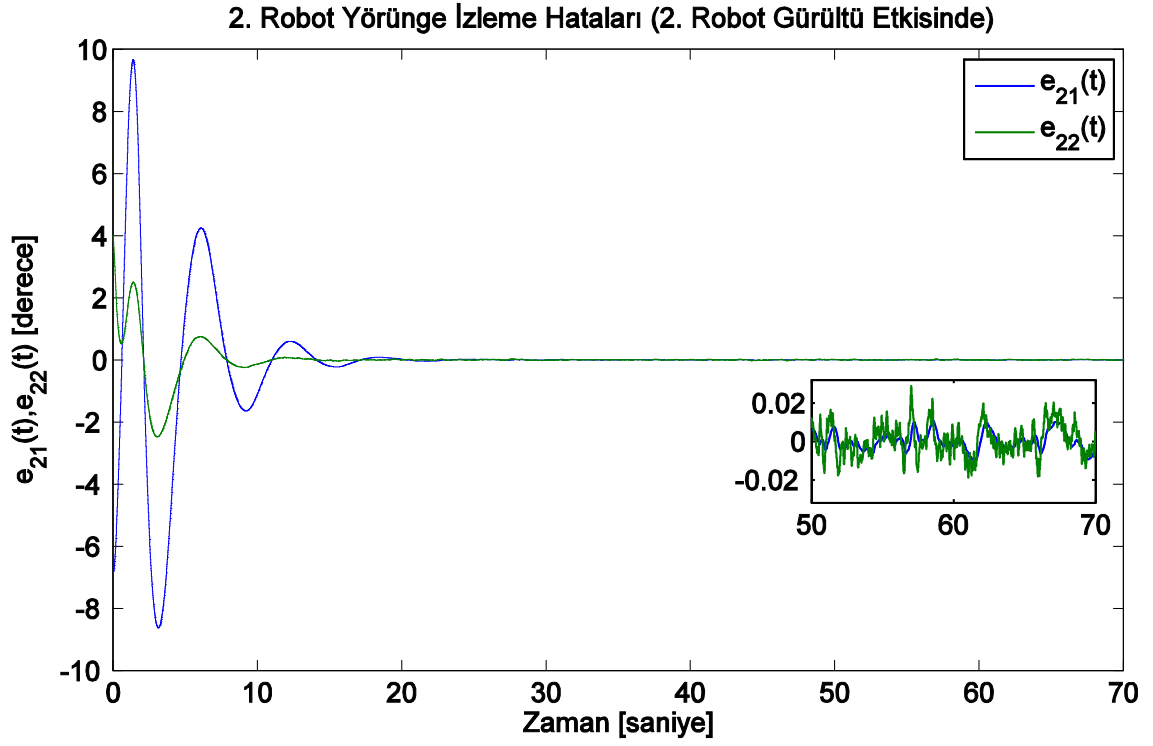
2. robota Şekil 4.16'da verilen gürültü sinyali uygulandığında ε çok küçük bir sayı olmak üzere, tüm robotların yörünge izleme hataları (Şekil 4.17, Şekil 4.18 ve Şekil 4.19) ve genelleştirilmiş pozisyon hataları (Şekil 4.20, Şekil 4.21 ve Şekil 4.22) orijinin ε komşuluğunda tutulabilmektedir.



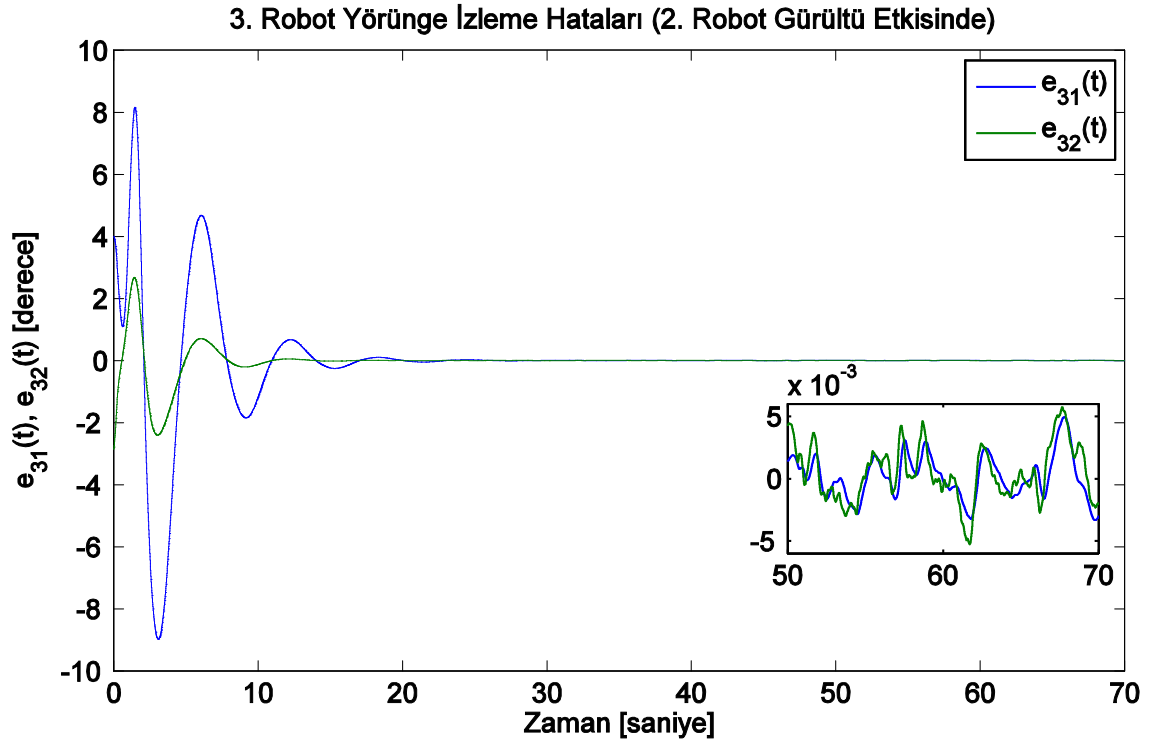
Şekil 4. 16 2. Robota uygulanan gürültü sinyali



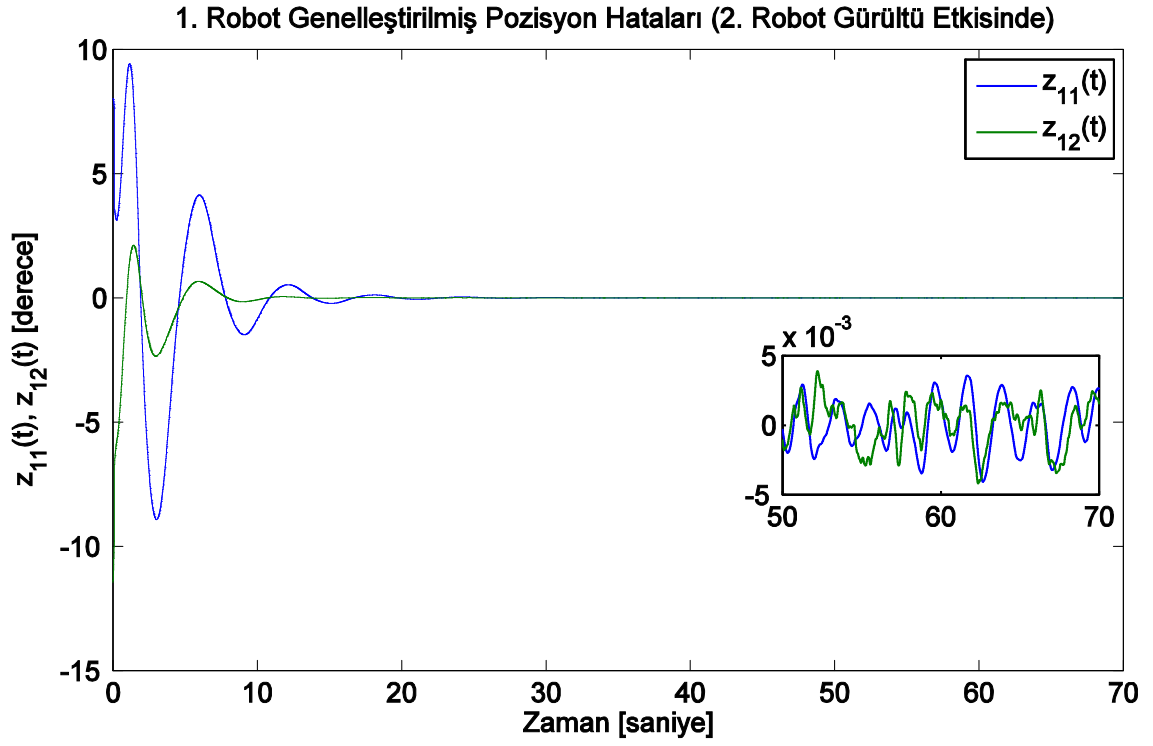
Şekil 4. 17 1. Robot pozisyon hataları (2. robot gürültü etkisinde)



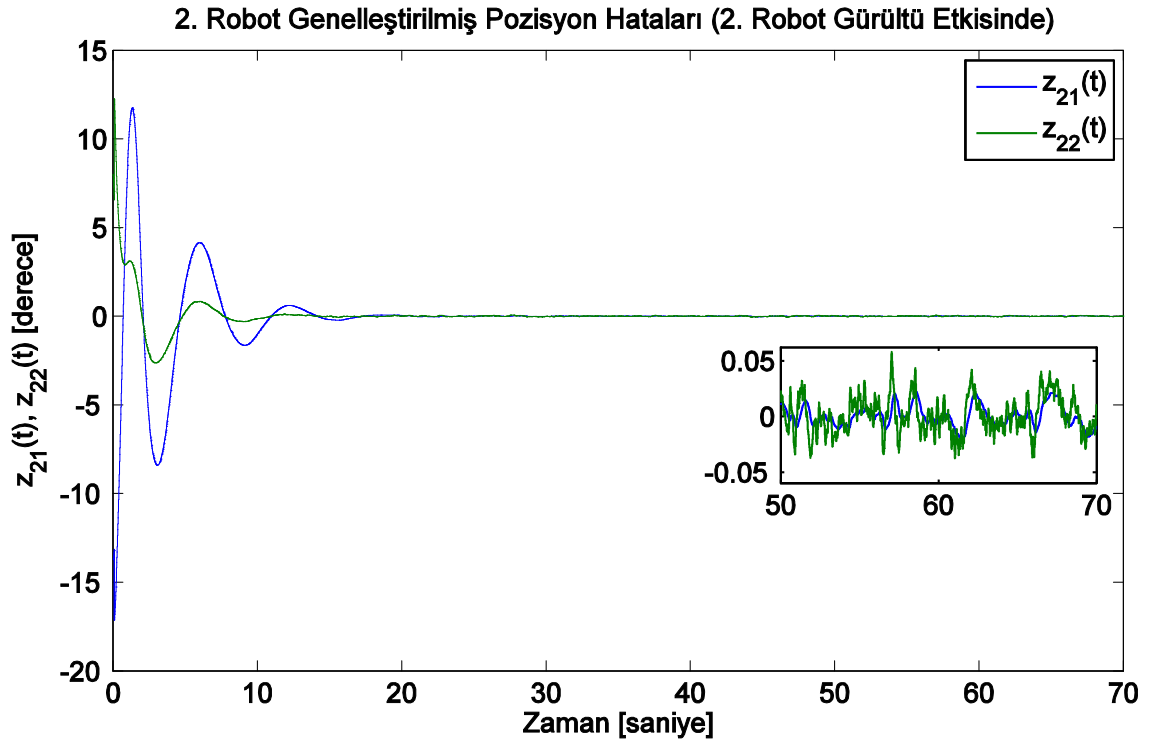
Şekil 4. 18 2. Robot pozisyon hataları (2. robot gürültü etkisinde)



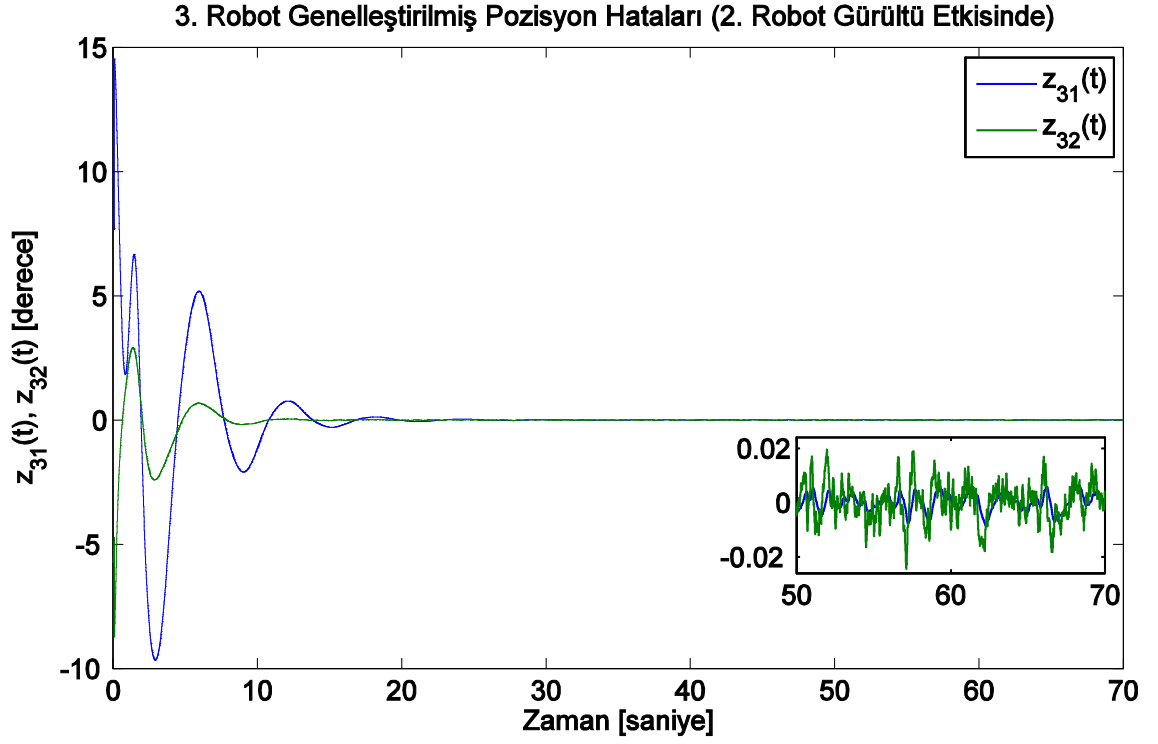
Şekil 4. 19 3. Robot pozisyon hataları (2. robot gürültü etkisinde)



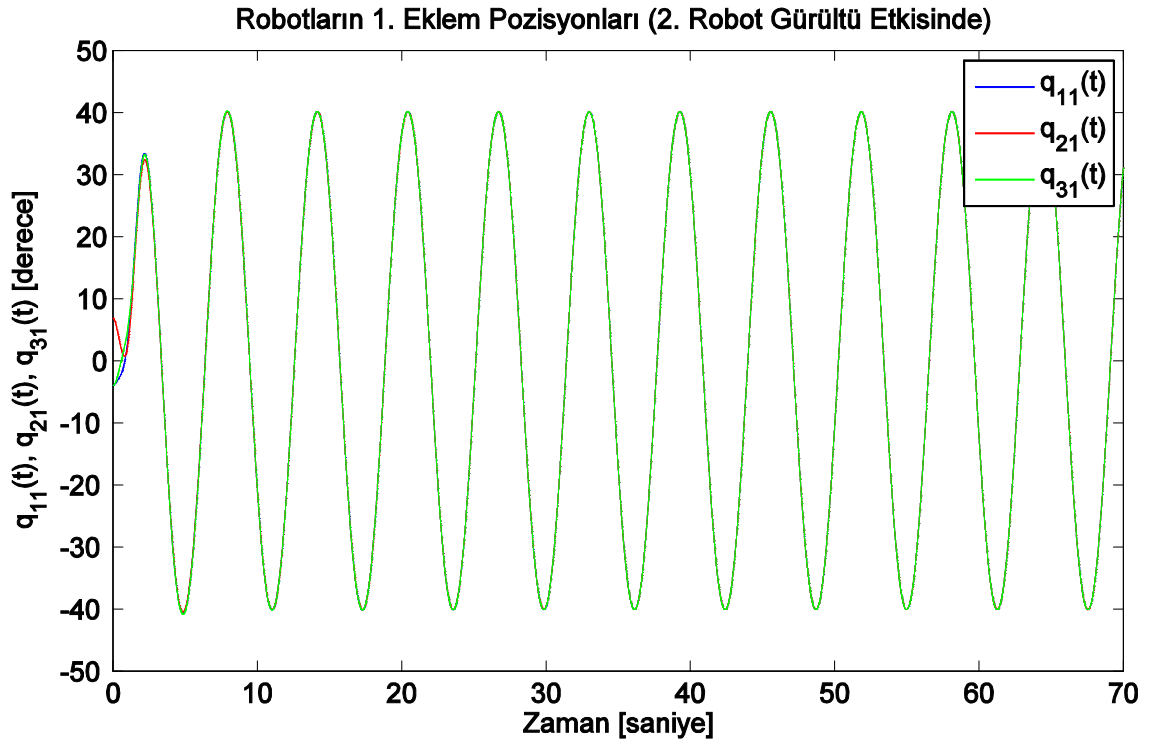
Şekil 4. 20 1. Robot genelleştirilmiş pozisyon hataları (2. robot gürültü etkisinde)

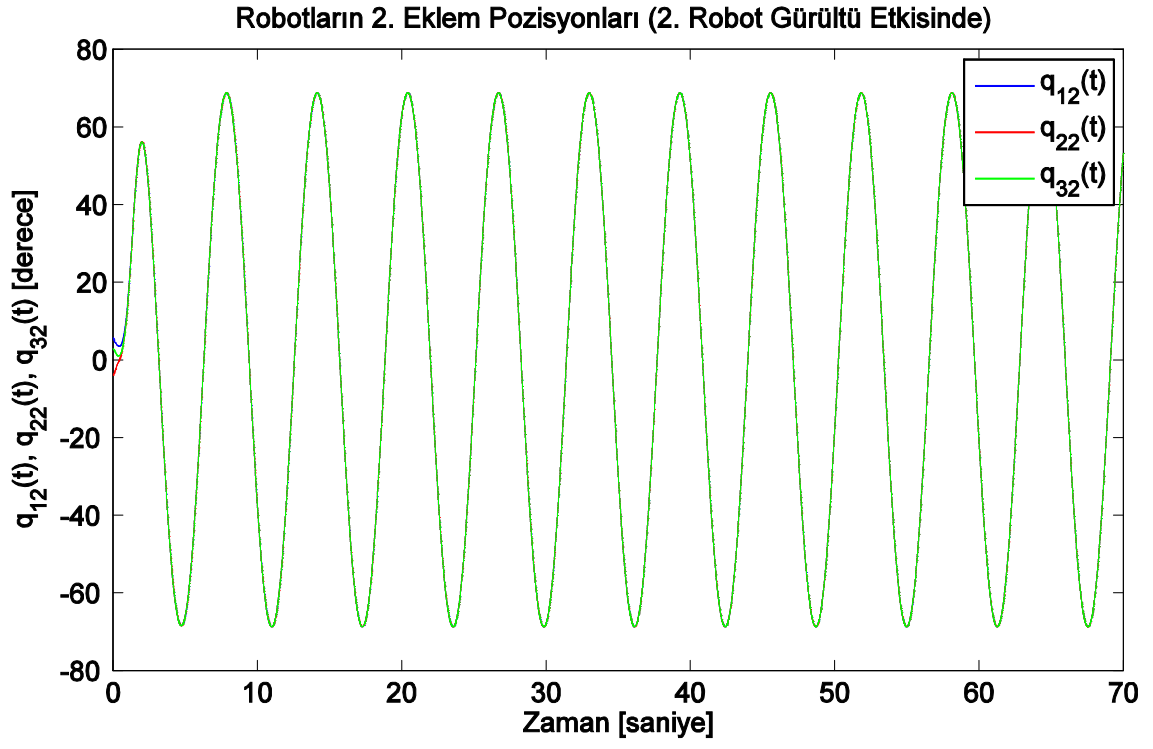


Şekil 4. 21 2. Robot genelleştirilmiş pozisyon hataları (2. robot gürültü etkisinde)



Şekil 4.23 ve Şekil 4.24’te ise 2. robota gürültü uygulanırken tüm robotların eklem pozisyonları bulunmaktadır.





Şekil 4. 24 Robotların 2. eklem pozisyonları (2. robot gürültü etkisinde)

SONUÇ VE ÖNERİLER

17. yüzyıldan bu yana senkronizasyon, çeşitli alanlarda çalışmalara konu olmuştur. Bu alanlardan biri olan mekanik sistemlerde senkronizasyon konusunda ise son yıllardaki teknolojik gelişmeye paralel olarak önemli çalışmalara imza atılmıştır. Euler-Lagrange tipi mekanik sistemlerde senkronizasyonun ele alındığı bu tez çalışmasında, eş zamanlı hareketin iki tipi olan eşgüdümlü ve işbirlikçi denetim yapısı ele alınmış, her iki yapı için de ayrı ayrı Dinamik Model Tabanlı Doğrusal Olmayan Kontrol algoritmaları tasarlanmıştır. Her iki senkronizasyon yöntemi için önerilen kontrolörler, kazanç ayarlamaları bakımından, Doğrusal Olmayan PID Tipi Kontrolör olarak değerlendirilebilir.

Bölüm 1.2’de tanıtıldığı gibi eşgüdümlü senkronizasyon yapısı, sistemi oluşturan elemanlar arasındaki hiyerarşik düzen üzerine kurulmuştur. Bu hiyerarşi içerisinde Ana eleman veya bu tez çalışmasında ele alındığı şekliyle Ana robot, referans yörünge bilgisine sahipken, sistem içerisindeki diğer elemanlar, Uydu robotlar, sadece Ana robottan aldıkları bilgi doğrultusunda hareket ederler. Öncelikli hedefin Ana robot ile Uydu robotlar arasındaki senkronizasyonun sağlanması olan bu yapı için öngörülen kontrol yöntemi Bölüm 3’te sunulmuştur. Bölüm 3.1’de tanımlanan hata dinamikleri için, gerek sisteme ait tüm parametrelerin bilindiği kabulü altında tasarlanan Tam Bilinen Model Tabanlı Kontrolör, gerekse parametrik belirsizlik durumunda kullanılmak üzere tasarlanan Uyarlamalı Kontrolör vasıtasıyla Uydu robotların Ana robotu küresel asimptotik kararlılık sonucu altında takip edebildiği gösterilmiştir. Bölüm 3.4’te ise

Uyarlamalı Kontrolör için biri Ana diğeri Uydu robot olmak üzere 2 adet iki linkli robot manipülatöründen oluşan robot takımı üzerinde benzetim çalışması yapılmıştır.

Bu tez çalışması kapsamında ele alınan diğeri bir senkronizasyon tipi, işbirlikçi denetim yapısında ise genel tanıma göre sistem içerisindeki tüm robotlar referans bilgisine sahiptirler ve robotlar arasındaki iletişim karşılıklı olabileceği gibi tek yönlü olarak da düzenlenebilir. Sistem içerisindeki tüm robotların eş zamanlı olarak yörüngeyi takip etmesinin amaçlandığı bu yapı için Bölüm 4.1’de tanımlanan pozisyon hata dinamiği kullanılmıştır. Bu hata dinamiği için öngörülen Tam Bilinen Model Tabanlı Kontrolör ve Uyarlamalı Kontrolör sırasıyla sunulmuş, her iki kontrolörde de robotlar arasındaki senkronizasyon ve referans takibi konusunda küresel asimptotik kararlılık sonucuna ulaşılmıştır. Tasarlanan Uyarlamalı Kontrolörün uygulanabilirliğinin gösterildiği 3 adet iki linkli robot manipülatöründen oluşan robot takımı üzerinde yapılan benzetim çalışmasına ise Bölüm 4.4’te yer verilmiştir. Benzetim çalışmalarında ele alınan haberleşme yapısını temsil eden şema, buna ait komşuluk ve Laplacian matrisleri de aynı bölümde yer almaktadır.

Haberleşme ağ yapısından da görüleceği üzere tasarlanan kontrolör, sistem içerisindeki tüm robotlar arasında birebir ve karşılıklı haberleşme kısıtlaması olmadan senkronizasyonu sağlayabilmektedir. Gerek eşgüdümlü yapıda gerekse işbirlikçi yapıda, sistem içerisindeki her bir robotun kendine ait bir kontrolörü olması sebebiyle hedeflenen senkronizasyonun farklı başlangıç koşullarına ve farklı parametrik değerlere sahip robotlarla da sağlanabileceği açıktır.

Öte yandan, ileride konuyla ilgili yapılacak çalışmalarda gözlemleyici tabanlı kontrolör tasarımı ile hız ölçümüne gerek duyulmaksızın hedeflenen senkronizasyon gerçekleştirilebilir. Ayrıca, bu tez çalışmasında teorik olarak ele alınmayan ancak fiziksel uygulamalarda ciddi problemler yaratan, haberleşme kanallarındaki zamanla değişen gecikmeler incelenebilir.

KAYNAKLAR

- [1] Huygens, C., (1673). "Horoloqium Oscilatorium", Iowa State University Press, Ames.
- [2] Rodriguez-Angeles, A., (2002). Synchronization of Mechanical Systems, PhD Thesis, Technische Universiteit Eindhoven, The Netherlands.
- [3] Chung, S.-J., Ahsu, U. ve Slotine, J.-J., (2009). "Application of Synchronization to Formation Flying Spacecraft: Lagrangian Approach", Journal of Guidance, Control and Dynamics, 32(2):512-526.
- [4] Wu, B., Wang, D. ve Poh, E., (2010). "Decentralized Attitude Coordinated Control without Velocity Measurements for Spacecraft Formation", Proceedings of the 8th IEEE International Conference on Control and Automation, 9-11 June 2010, 667-672.
- [5] Meng, Z., Ren W. ve You, Z., (2009). "Decentralized Cooperative Attitude Tracking Using Modified Rodriguez Parameters Based on Relative Attitude Information", International Journal of Control, 83(12):2427-2439.
- [6] Stilwell, D. ve Bishop, B., (2000). "Platoons of Underwater Vehicles", IEEE Control Systems Magazine, 20(6):45-52.
- [7] Ihle, I.-A., Jouffroy, J. ve Fossen, T., (2005). "Formation Control of Marine Surface Craft Using Lagrange Multipliers", Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control and the European Control Conference, 12-15 December 2005, 752-758.
- [8] Kyrkjebo, E., Pettersen, K., (2005). "Output Synchronization Control of Euler-Lagrange Systems with Nonlinear Damping Terms", Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control and the European Control Conference, 12-15 December 2005, 4951-4957.
- [9] Cao, J., Li, H. ve Ho, D., (2005). "Synchronization Criteria of Lure's Systems with Time-Delay Feedback Control", Chaos, Solutions & Fractals, 23(4):1285-1298.

- [10] Mahmoud, G. ve Mahmoud, E., (2010). "Complete Synchronization of Chaotic Complex Nonlinear Systems with Uncertain Parameters", *Nonlinear Dynamics*, 62(4):875-882.
- [11] Dimassi, H. ve Loria, A., (2011). "Adaptive Unknown-Input Observers-Based Synchronization of Chaotic Systems for Telecommunication", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 58(4):800-812.
- [12] Noh, K., Serpedin, E. ve Qaraqe, K., (2008). "A New Approach for Time Synchronization in Wireless Networks: Pairwise Broadcast Synchronization", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 7(9):3318-3322.
- [13] Wu, Y., Chaudhari, Q., ve Serpedin, E., (2011). "Clock Synchronization of Wireless Sensor Networks", *IEEE Signal Processing Magazine*, 28(1):124-138.
- [14] Defoort, M., Floquet, T., Kokosy, A. ve Perruquetti, W., (2008). "Sliding-Mode Formation Control for Cooperative Autonomous Mobile Robots", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(11):3944-3953.
- [15] Zhang, Q., Lapierre, L. ve Xiang, X., (2013). "Distributed Control of Coordinated Path Tracking for Networked Nonholonomic Mobile Vehicles", *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 9(1):472-484.
- [16] Scardovi, L., Arcak, M. ve Sontag, E., (2010). "Synchronization of Interconnected Systems with Applications to Biochemical Networks: An Input-Output Approach", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 55(6):1367-1379.
- [17] Olfati-Saber, R., Fax, J. ve Murray, R., (2007). "Consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems", *Proceedings of the IEEE*, 95(1):215-233.
- [18] Ren, W., (2009). "Distributed Leaderless Consensus Algorithms for Networked Euler-Lagrange Systems", *International Journal of Control*, 82(11):2137-2149.
- [19] Nuno, E., Ortega, R. ve Basanez, L., (2010). "An Adaptive Controller for Nonlinear Teleoperators", *Automatica*, 46:155-159.
- [20] Chopra, N., Spong, M. ve Lozano, R., (2008). "Synchronization of Bilateral Teleoperators with Time-Delay", *Automatica*, 44(8):2142-2148.
- [21] Hill, J. ve Jensen, F., (1998). "Telepresence Technology in Medicine: Principles and Applications", *Proceedings of the IEEE*, 86(3):569-580.
- [22] Zheng, Y. ve Luh, J., (1985). "Control of Two Coordinated Robots in Motion", *Proceedings of 24th IEEE Conference on Decision and Control*, 24:1761-1766.
- [23] Arimoto, S., Miyazaki, F. ve Kawamura, S., (1987). "Cooperative Motion Control of Multiple Robot Arms or Fingers", *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 4:1407-1412.
- [24] Sun, D., Shao, X. ve Feng, G., (2007). "A Model-Free Cross-Coupled Control for Position Synchronization of Multi-Axis Motions: Theory and Experiments", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 15(2):306-314.

- [25] Chung, S.-J. ve Slotine, J.-J., (2009). "Cooperative Robot Control and Concurrent Synchronization of Lagrangian Systems", IEEE Transactions on Robotics, 25(3):686-700.
- [26] Bouteraa, Y., Ghommam, J., Derbel, N. ve Poisson, G., (2010), "Adaptive Synchronization Control of Multi-Robot Teams: Cooperative and Coordinated Schemes", 18th Mediterranean Conference on Control & Automation, 586-591.
- [27] Nuno, E., Ortega, R., Basanez, L. ve Hill, D., (2011). "Synchronization of Networks of Nonidentical Euler-Lagrange Systems with Uncertain Parameters and Communication Delays", IEEE Transactions on Automatic Control, 56(4):935-941.
- [28] Koren, Y., (1980). "Cross-Coupled Biaxial Computer Controls for Manufacturing Systems", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 102(4):265-272.
- [29] Paden, B. ve Panja, R., (1988). "Globally Asymptotically Stable 'PD+' Controller for Robot Manipulators", International Journal of Control, 47:1697:1712.
- [30] Meyer, C., (2000). Matrix Analysis and Applied Linear Algebra, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia.
- [31] Horn, R. ve Johnson, C., (1985). Matrix Analysis, Cambridge University Press, New York.
- [32] Sastry, S. ve Bodson, M., (1989). Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness, Prentice-Hall, New Jersey.
- [33] Slotine, J.-J. ve Li, W., (1991). Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall, New Jersey.
- [34] Khalil, H., (2002). Nonlinear Systems, Prentice-Hall, New Jersey.
- [35] Desoer, C. ve Vidyasagar, M., (1975). Feedback Systems: Input-Output Properties, Academic Press, New York.
- [36] Godsil, C. ve Royle, G., (2001). Algebraic Graph Theory, series "Graduate texts in mathematics", Springer-Verlag, New York.
- [37] Ren, W., Beard, R. ve Atkins, E., (2007). "Information Consensus in Multivehicle Cooperative Control", IEEE Control Systems Magazine, 27(2):71-82.
- [38] Lewis, F., Abdallah, C. ve Dawson, D., (1993). Control of Robot Manipulators, Macmillan Publishing Co., New York.
- [39] Nicosia, S. ve Tomei, P., (1990). "Robot Control by Using Only Position Measurements", IEEE Transactions on Automatic Control, 35(9):1058-1061.
- [40] Queiroz, M., Dawson, D., Nagarkatti, S. ve Zhang, F., (2000). Lyapunov-Based Control of Mechanical Systems, Birkhauser, Boston.
- [41] Integrated Motion Inc., (1992). Direct Drive Manipulator Research and Development Package Operations Manual, Berkeley, CA.

SİMULASYON KODLARI VE YAPILARI

A-1 Ana-Uydu Robot Senkronizasyonu Kontrolör Kodları

```
/* $Tarih: Mart, 2013$
 * $Yazar: Elif Cicek $
 *
 * Dosya: ANARBTADPKont.c $
 *
 * Tanım: Eşgüdümlü Yapı Adaptif Kontrol Ana Robot $
 *
 */

#define S_FUNCTION_NAME  ANARBTADPCont
#define S_FUNCTION_LEVEL 2

#include "simstruc.h"
#include <math.h>

#define NPARAMS          0

static void mdlInitializeSizes(SimStruct *S)
{
    ssSetNumSFcnParams(S, NPARAMS); /* Number of expected parameters. */

    #if defined(MATLAB_MEX_FILE)
        if (ssGetNumSFcnParams(S) == ssGetSFcnParamsCount(S)) {
    if (ssGetErrorStatus(S) != NULL) {
            return;
        }
    } else {
        return;
    }
    #endif

    {
        int_T i;
        for (i=0; i < NPARAMS; i++) {
            ssSetSFcnParamNotTunable(S, i);
        }
    }
}
```

```

ssSetNumContStates(S, 7);

// Giriş Portları Bilgisi

if (!ssSetNumInputPorts(S, 4)) return;
ssSetInputPortDirectFeedThrough(S, 0, 1);
ssSetInputPortWidth(S, 0, 6); // Referans ve 2 türevi qdPtr

ssSetInputPortDirectFeedThrough(S, 1, 1);
ssSetInputPortWidth(S, 1, 4); // Ana Robota ait pozisyon ve hız bilgisi qmPtr

ssSetInputPortDirectFeedThrough(S, 2, 1);
ssSetInputPortWidth(S, 2, 5); // Kontrolör Kazançları GainsPtr

ssSetInputPortDirectFeedThrough(S, 3, 1);
ssSetInputPortWidth(S, 3, 8); // Uyarlama Kazançları pHGammaPtr

// Çıkış Portları Bilgisi

if (!ssSetNumOutputPorts(S, 3)) return;

ssSetOutputPortWidth(S, 0, 2); // Tork Kontrol Sinyali Tau
ssSetOutputPortWidth(S, 1, 2); // Pozisyon Hata Sinyali Error
ssSetOutputPortWidth(S, 2, 5); // Parametre Tahminleri thi

ssSetNumSampleTimes(S, 1);

ssSetOptions(S, (SS_OPTION_EXCEPTION_FREE_CODE));
}

static void mdlInitializeSampleTimes(SimStruct *S)
{
    ssSetSampleTime(S, 0, INHERITED_SAMPLE_TIME);
    ssSetOffsetTime(S, 0, 0.0);
}

#define MDL_INITIALIZE_CONDITIONS
#ifdef MDL_INITIALIZE_CONDITIONS
/*
    Parametre Tahmin Fonksiyonu ve eta Sinyali İntegrali için Başlangıç Şartları
*/
static void mdlInitializeConditions(SimStruct *S)
{
    real_T *thi0 = ssGetContStates(S);
    int_T lp;

    for (lp=0;lp<7;lp++) {
        *thi0++=0.0;
    }
}

#endif

```

```

static void mdlOutputs(SimStruct *S, int_T tid)
{
    // Giriş Kanalları

    InputRealPtrsType qdPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,0);
    InputRealPtrsType qmPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,1);
    InputRealPtrsType GammaPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,2);
    InputRealPtrsType GainsPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,3);

    real_T *thi = ssGetContStates(S);

    // Çıkış Kanalları

    real_T *tau = ssGetOutputPortRealSignal(S,0);
    real_T *em = ssGetOutputPortRealSignal(S,1);
    real_T *thio= ssGetOutputPortRealSignal(S,2);

    // Değişkenler

    real_T qd1, qd2, dqd1, dqd2; /* Referans Yörünge ve 1. Türevi */
    real_T ddqd1, ddqd2; /* Referans Yörünge'nin 2. Türevi */
    real_T qm1, qm2, dqm1, dqm2; /* Ana Robot'a ait Pozisyon ve Hız Sinyalleri */
    real_T em1, em2, dem1, dem2; /* Ana Robot'a ait Pozisyon ve Hız Hataları */
    real_T rm1, rm2, Xim1, Xim2; /* Ana Robot'a ait Filtrelendirilmiş Hata Sinyali r ve integrali Xi */
    real_T gain[8]; /* Ana Robot'a ait Kontrolör Kazançları */

    // Regresyon Matrisi

    real_T Y11, Y12, Y13, Y14, Y15;
    real_T Y21, Y22, Y23, Y24, Y25;

    // Parametre Tahminleri

    real_T thcap1, thcap2, thcap3, thcap4, thcap5;
    real_T gamma[5];

    qd1 = (*qdPtr[0]);
    qd2 = (*qdPtr[1]);
    dqd1 = (*qdPtr[2]);
    dqd2 = (*qdPtr[3]);
    ddqd1 = (*qdPtr[4]);
    ddqd2 = (*qdPtr[5]);

    qm1 = (*qmPtr[0]);
    qm2 = (*qmPtr[1]);
    dqm1 = (*qmPtr[2]);
    dqm2 = (*qmPtr[3]);

    gamma[0] = (*GammaPtr[0]);
    gamma[1] = (*GammaPtr[1]);
    gamma[2] = (*GammaPtr[2]);
    gamma[3] = (*GammaPtr[3]);
    gamma[4] = (*GammaPtr[4]);

    gain[0] = (*GainsPtr[0]);
    gain[1] = (*GainsPtr[1]);

```

```

gain[2] = (*GainsPtr[2]);
gain[3] = (*GainsPtr[3]);
gain[4] = (*GainsPtr[4]);
gain[5] = (*GainsPtr[5]);
gain[6] = (*GainsPtr[6]);
gain[7] = (*GainsPtr[7]);

// Pozisyon Hataları

em1 = qd1 - qm1 ;
em2 = qd2 - qm2 ;

// Hız Hataları

dem1 = dqd1 - dqm1 ;
dem2 = dqd2 - dqm2 ;

// Filtrelendirilmiş Hata Sinyali r

rm1 = dem1 + gain[6]*em1;
rm2 = dem2 + gain[7]*em2;

// Regresyon Matrisi Fonksiyonları

Y11 = ddqd1 + gain[6]*dem1;
Y12 = ddqd2 + gain[7]*dem2;
Y13 = cos(qm2)*(2*(ddqd1+gain[6]*dem1) + (ddqd2+gain[7]*dem2))
      -sin(qm2)*((dqd1+gain[6]*em1)*dqm2+((dqm1+dqm2)*(dqd2+gain[7]*em2))) ;
Y14 = dqd1+gain[6]*em1 ;
Y15 = 0 ;

Y21 = 0 ;
Y22 = (ddqd1+gain[6]*dem1) + (ddqd2+gain[7]*dem2);
Y23 = cos(qm2)*(ddqd1+gain[6]*dem1) + sin(qm2)*(dqd1+gain[6]*em1)*dqm1;
Y24 = 0 ;
Y25 = dqd2+gain[7]*em2;

/* Tahmin Edilen Parametre Değerleri */

thcap1=thi[0];
thcap2=thi[1];
thcap3=thi[2];
thcap4=thi[3];
thcap5=thi[4];

/* Filtrelendirilmiş Hata Sinyali r'nin İntegrali */

Xim1 = thi[5];
Xim2 = thi[6];

// Çıkış Kanalı 1

tau[0] = (Y11*thcap1+Y12*thcap2+Y13*thcap3+Y14*thcap4+Y15*thcap5) +
gain[0]*rm1 + gain[4]*em1 + gain[2]*Xim1;
tau[1] = (Y21*thcap1+Y22*thcap2+Y23*thcap3+Y24*thcap4+Y25*thcap5) +
gain[1]*rm2 + gain[5]*em2 + gain[3]*Xim2;

```



```

// Çıkış Kanalı 2

em[0] = em1;
em[1] = em2;

// output channel 3

thio[0]=thcap1;
thio[1]=thcap2;
thio[2]=thcap3;
thio[3]=thcap4;
thio[4]=thcap5;

}

#define MDL_UPDATE
#if defined(MDL_UPDATE)

static void mdlUpdate(SimStruct *S, int_T tid)
{
}
#endif

#define MDL_DERIVATIVES
#if defined(MDL_DERIVATIVES)
/*

İntegral İşlemleri

*/
static void mdlDerivatives(SimStruct *S)
{
    real_T          *dthi = ssGetdX(S);

// Giriş Kanalları

InputRealPtrsType    qdPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,0);
InputRealPtrsType    qmPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,1);
InputRealPtrsType    GammaPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,2);
InputRealPtrsType    GainsPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,3);

// Değişkenler

real_T    qd1, qd2, dqd1, dqd2; /* Referans Yörünge ve 1. Türevi */
real_T    ddqd1, ddqd2;         /* Referans Yörünge'nin 2. Türevi */
real_T    qm1, qm2, dqm1, dqm2; /* Ana Robot'a ait Pozisyon ve Hız Sinyalleri */
real_T    em1, em2, dem1, dem2; /* Ana Robot'a ait Pozisyon ve Hız Hataları */
real_T    rm1, rm2, Xim1, Xim2; /* Ana Robot'a ait Filtrelendirilmiş Hata Sinyali r ve integrali Xi */
real_T    gain[8];               /* Ana Robot'a ait Kontrolör Kazançları */

// Regresyon Matrisi

real_T    Y11, Y12, Y13, Y14, Y15;

```

```

real_T Y21, Y22, Y23, Y24, Y25;

// Parametre Tahminleri

real_T thcap1, thcap2, thcap3, thcap4, thcap5;
real_T gamma[5];

qd1 = (*qdPtr[0]);
qd2 = (*qdPtr[1]);
dqd1 = (*qdPtr[2]);
dqd2 = (*qdPtr[3]);
ddqd1 = (*qdPtr[4]);
ddqd2 = (*qdPtr[5]);

qm1 = (*qmPtr[0]);
qm2 = (*qmPtr[1]);
dqm1 = (*qmPtr[2]);
dqm2 = (*qmPtr[3]);

gamma[0] = (*GammaPtr[0]);
gamma[1] = (*GammaPtr[1]);
gamma[2] = (*GammaPtr[2]);
gamma[3] = (*GammaPtr[3]);
gamma[4] = (*GammaPtr[4]);

gain[0] = (*GainsPtr[0]);
gain[1] = (*GainsPtr[1]);
gain[2] = (*GainsPtr[2]);
gain[3] = (*GainsPtr[3]);
gain[4] = (*GainsPtr[4]);
gain[5] = (*GainsPtr[5]);
gain[6] = (*GainsPtr[6]);
gain[7] = (*GainsPtr[7]);

// Pozisyon Hataları

em1 = qd1 - qm1 ;
em2 = qd2 - qm2 ;

// Hız Hataları

dem1 = dqd1 - dqm1 ;
dem2 = dqd2 - dqm2 ;

// Filtrelendirilmiş Hata Sinyali r

rm1 = dem1 + gain[6]*em1;
rm2 = dem2 + gain[7]*em2;

// Regresyon Matrisi Fonksiyonları

Y11 = ddqd1 + gain[6]*dem1;
Y12 = ddqd2 + gain[7]*dem2;
Y13 = cos(qm2)*(2*(ddqd1+gain[6]*dem1) + (ddqd2+gain[7]*dem2))
      -sin(qm2)*((dqd1+gain[6]*em1)*dqm2+((dqm1+dqm2)*(dqd2+gain[7]*em2))) ;
Y14 = dqd1+gain[6]*em1 ;
Y15 = 0 ;

Y21 = 0 ;

```

```

Y22 = (ddqd1+gain[6]*dem1) + (ddqd2+gain[7]*dem2);
Y23 = cos(qm2)*(ddqd1+gain[6]*dem1) + sin(qm2)*(dqd1+gain[6]*em1)*dqm1;
Y24 = 0 ;
Y25 = dqd2+gain[7]*em2;

// Parametre Tahmin Fonksiyonu

dthi[0] = gamma[0]*( Y11*rm1 + Y21*rm2 );
dthi[1] = gamma[1]*( Y12*rm1 + Y22*rm2 );
dthi[2] = gamma[2]*( Y13*rm1 + Y23*rm2 );
dthi[3] = gamma[3]*( Y14*rm1 + Y24*rm2 );
dthi[4] = gamma[4]*( Y15*rm1 + Y25*rm2 );

dthi[5] = rm1;
dthi[6] = rm2;
}
#endif

static void mdlTerminate(SimStruct *S)
{
}

#ifdef MATLAB_MEX_FILE
#include "simulink.c"
#else
#include "cg_sfun.h"
#endif

```

```

/* $Tarih: Mart, 2013$
 * $Yazar: Elif Cicek $
 *
 * Dosya: UYDURBTADPKont.c $
 *
 * Tanım: Eşgüdümlü Yapı Adaptif Kontrol Uydu Robot $
 *
 */

#define S_FUNCTION_NAME  UYDURBTADPKont
#define S_FUNCTION_LEVEL 2

#include "simstruc.h"
#include <math.h>

#define NPARAMS          0

static void mdlInitializeSizes(SimStruct *S)
{
    ssSetNumSFcnParams(S, NPARAMS); /* Number of expected parameters. */

    #if defined(MATLAB_MEX_FILE)
        if (ssGetNumSFcnParams(S) == ssGetSFcnParamsCount(S)) {
            if (ssGetErrorStatus(S) != NULL) {
                return;
            }
        } else {
            return;
        }
    #endif

    {
        int_T i;
        for (i=0; i < NPARAMS; i++) {
            ssSetSFcnParamNotTunable(S, i);
        }
    }

    ssSetNumContStates(S, 7);

    // Giriş Portları Bilgisi

    if (!ssSetNumInputPorts(S, 4)) return;
    ssSetInputPortDirectFeedThrough(S, 0, 1);
    ssSetInputPortWidth(S, 0, 6); // Ana Robot Pozisyon Bilgisi ve 2 türevi
qmPtr

    ssSetInputPortDirectFeedThrough(S, 1, 1);
    ssSetInputPortWidth(S, 1, 4); // Uydu Robota ait pozisyon ve hız bilgisi qşPtr

    ssSetInputPortDirectFeedThrough(S, 2, 1);
    ssSetInputPortWidth(S, 2, 5); // Kontrolör Kazançları GainsPtr

    ssSetInputPortDirectFeedThrough(S, 3, 1);
    ssSetInputPortWidth(S, 3, 8); // Uyarlama Kazançları phGammaPtr

```

```

// Çıkış Portları Bilgisi

    if (!ssSetNumOutputPorts(S, 4)) return;

    ssSetOutputPortWidth(S, 0, 2); // Tork Kontrol Sinyali Tau
    ssSetOutputPortWidth(S, 1, 2); // Pozisyon Hata Sinyali Error
    ssSetOutputPortWidth(S, 2, 5); // Parametre Tahminleri thi

    ssSetNumSampleTimes(S, 1);

    ssSetOptions(S, (SS_OPTION_EXCEPTION_FREE_CODE));
}

static void mdlInitializeSampleTimes(SimStruct *S)
{
    ssSetSampleTime(S, 0, INHERITED_SAMPLE_TIME);
    ssSetOffsetTime(S, 0, 0.0);
}

#define MDL_INITIALIZE_CONDITIONS
#if defined(MDL_INITIALIZE_CONDITIONS)
/*
    Parametre Tahmin Fonksiyonu ve eta Sinyali İntegrali için Başlangıç Şartları
*/
static void mdlInitializeConditions(SimStruct *S)
{
    real_T *thi0 = ssGetContStates(S);
    int_T lp;

    for (lp=0;lp<7;lp++) {
        *thi0++=0.0;
    }
}

#endif

static void mdlOutputs(SimStruct *S, int_T tid)
{
    // Giriş Kanalları

    InputRealPtrsType qmPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,0);
    InputRealPtrsType qsPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,1);
    InputRealPtrsType GammaPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,2);
    InputRealPtrsType GainsPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,3);

    real_T *thi = ssGetContStates(S);

    // Çıkış Kanalları

    real_T *tau = ssGetOutputPortRealSignal(S,0);
    real_T *es = ssGetOutputPortRealSignal(S,1);
    real_T *thio= ssGetOutputPortRealSignal(S,2);

```

```

// Değişkenler

real_T   qm1, qm2, dqm1, dqm2; /* Ana Robota ait Pozisyon ve 1. Türevi */
real_T   ddqm1, ddqm2;         /* Ana Robota ait Pozisyonun 2. Türevi */
real_T   qs1, qs2, dqs1, dqs2; /* Uydu Robot'a ait Pozisyon ve Hız Sinyalleri */
*/
real_T   es1, es2, des1, des2; /* Uydu Robot'a ait Pozisyon ve Hız Hataları */
real_T   rs1, rs2, Xis1, Xis2; /* Uydu Robot'a ait Filtrelendirilmiş Hata
Sinyali r ve integrali Xi */
real_T   gain[8]; /* Uydu Robot'a ait Kontrolör Kazançları */

// Regresyon Matrisi

real_T   Y11, Y12, Y13, Y14, Y15;
real_T   Y21, Y22, Y23, Y24, Y25;

// Parametre Tahminleri

real_T   thcap1, thcap2, thcap3, thcap4, thcap5;
real_T   gamma[5];

qm1   = (*qmPtr[0]);
qm2   = (*qmPtr[1]);
dqm1  = (*qmPtr[2]);
dqm2  = (*qmPtr[3]);
ddqm1 = (*qmPtr[4]);
ddqm2 = (*qmPtr[5]);

qs1   = (*qsPtr[0]);
qs2   = (*qsPtr[1]);
dqs1  = (*qsPtr[2]);
dqs2  = (*qsPtr[3]);

gamma[0] = (*GammaPtr[0]);
gamma[1] = (*GammaPtr[1]);
gamma[2] = (*GammaPtr[2]);
gamma[3] = (*GammaPtr[3]);
gamma[4] = (*GammaPtr[4]);

gain[0] = (*GainsPtr[0]);
gain[1] = (*GainsPtr[1]);
gain[2] = (*GainsPtr[2]);
gain[3] = (*GainsPtr[3]);
gain[4] = (*GainsPtr[4]);
gain[5] = (*GainsPtr[5]);
gain[6] = (*GainsPtr[6]);
gain[7] = (*GainsPtr[7]);

// Pozisyon Hataları

es1 = qm1 - qs1 ;
es2 = qm2 - qs2 ;

// Hız Hataları

des1 = dqm1 - dqs1 ;
des2 = dqm2 - dqs2 ;

```

```

// Filtrelendirilmiş Hata Sinyali r

rs1 = des1 + gain[6]*es1;
rs2 = des2 + gain[7]*es2;

// Regresyon Matrisi Fonksiyonları

Y11 = ddqm1 + gain[6]*des1;
Y12 = ddqm2 + gain[7]*des2;
Y13 = cos(qs2)*(2*(ddqm1+gain[6]*des1) + (ddqm2+gain[7]*des2))
      -sin(qs2)*((dqm1+gain[6]*es1)*dqs2+((dqs1+dqs2)*(dqm2+gain[7]*es2))) ;
Y14 = dqm1+gain[6]*es1 ;
Y15 = 0 ;

Y21 = 0 ;
Y22 = (ddqm1+gain[6]*des1) + (ddqm2+gain[7]*des2);
Y23 = cos(qs2)*(ddqm1+gain[6]*des1) + sin(qs2)*(dqm1+gain[6]*es1)*dqs1;
Y24 = 0 ;
Y25 = dqm2+gain[7]*es2;

/* Tahmin Edilen Parametre Değerleri */

thcap1=thi[0];
thcap2=thi[1];
thcap3=thi[2];
thcap4=thi[3];
thcap5=thi[4];

/* Filtrelendirilmiş Hata Sinyali r'nin İntegrali */

Xis1 = thi[5];
Xis2 = thi[6];

// Çıkış Kanalı 1

tau[0] = (Y11*thcap1+Y12*thcap2+Y13*thcap3+Y14*thcap4+Y15*thcap5) +
gain[0]*rs1 + gain[4]*es1 + gain[2]*Xis1;
tau[1] = (Y21*thcap1+Y22*thcap2+Y23*thcap3+Y24*thcap4+Y25*thcap5) +
gain[1]*rs2 + gain[5]*es2 + gain[3]*Xis2;

// Çıkış Kanalı 2

es[0] = es1;
es[1] = es2;

// Çıkış Kanalı 3

thio[0]=thcap1;
thio[1]=thcap2;
thio[2]=thcap3;
thio[3]=thcap4;
thio[4]=thcap5;

}

```

```

#define MDL_UPDATE
#ifdef MDL_UPDATE

    static void mdlUpdate(SimStruct *S, int_T tid)
    {
    }
#endif

#define MDL_DERIVATIVES
#ifdef MDL_DERIVATIVES
    /*

    İntegral İşlemleri

    */
    static void mdlDerivatives(SimStruct *S)
    {
        real_T          *dthi = ssGetdX(S);

        // Giriş Kanalları

        InputRealPtrsType qmPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,0);
        InputRealPtrsType qsPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,1);
        InputRealPtrsType GammaPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,2);
        InputRealPtrsType GainsPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,3);
        // Değişkenler

        real_T    qm1, qm2, dqm1, dqm2; /* Ana Robota ait Pozisyon ve 1. Türevi */
        real_T    ddqm1, ddqm2;          /* Ana Robota ait Pozisyonun 2. Türevi */
        real_T    qs1, qs2, dqs1, dqs2; /* Uydu Robot'a ait Pozisyon ve Hız Sinyalleri */
        /*
        real_T    es1, es2, des1, des2; /* Uydu Robot'a ait Pozisyon ve Hız Hataları */
        real_T    rs1, rs2, Xis1, Xis2; /* Uydu Robot'a ait Filtrelendirilmiş Hata
        Sinyali r ve integrali Xi */
        real_T    gain[8]; /* Uydu Robot'a ait Kontrolör Kazançları */

        // Regresyon Matrisi

        real_T    Y11, Y12, Y13, Y14, Y15;
        real_T    Y21, Y22, Y23, Y24, Y25;

        // Parametre Tahminleri

        real_T    thcap1, thcap2, thcap3, thcap4, thcap5;
        real_T    gamma[5];

        qm1  = (*qmPtr[0]);
        qm2  = (*qmPtr[1]);
        dqm1 = (*qmPtr[2]);
        dqm2 = (*qmPtr[3]);
        ddqm1 = (*qmPtr[4]);
        ddqm2 = (*qmPtr[5]);

        qs1  = (*qsPtr[0]);
        qs2  = (*qsPtr[1]);
        dqs1 = (*qsPtr[2]);
        dqs2 = (*qsPtr[3]);
        gamma[0] = (*GammaPtr[0]);

```



```

gamma[1] = (*GammaPtr[1]);
gamma[2] = (*GammaPtr[2]);
gamma[3] = (*GammaPtr[3]);
gamma[4] = (*GammaPtr[4]);

gain[0] = (*GainsPtr[0]);
gain[1] = (*GainsPtr[1]);
gain[2] = (*GainsPtr[2]);
gain[3] = (*GainsPtr[3]);
gain[4] = (*GainsPtr[4]);
gain[5] = (*GainsPtr[5]);
gain[6] = (*GainsPtr[6]);
gain[7] = (*GainsPtr[7]);

// Pozisyon Hataları

es1 = qm1 - qs1 ;
es2 = qm2 - qs2 ;

// Hız Hataları

des1 = dqm1 - dqs1 ;
des2 = dqm2 - dqs2 ;

// Filtrelendirilmiş Hata Sinyali r

rs1 = des1 + gain[6]*es1;
rs2 = des2 + gain[7]*es2;

// Regresyon Matrisi Fonksiyonları

Y11 = ddqm1 + gain[6]*des1;
Y12 = ddqm2 + gain[7]*des2;
Y13 = cos(qs2)*(2*(ddqm1+gain[6]*des1) + (ddqm2+gain[7]*des2))
      -sin(qs2)*((dqm1+gain[6]*es1)*dqs2+((dqs1+dqs2)*(dqm2+gain[7]*es2))) ;
Y14 = dqm1+gain[6]*es1 ;
Y15 = 0 ;

Y21 = 0 ;
Y22 = (ddqm1+gain[6]*des1) + (ddqm2+gain[7]*des2);
Y23 = cos(qs2)*(ddqm1+gain[6]*des1) + sin(qs2)*(dqm1+gain[6]*es1)*dqs1;
Y24 = 0 ;
Y25 = dqm2+gain[7]*es2;

// Parametre Tahmin Fonksiyonu

dthi[0] = gamma[0]*( W11*rs1 + W21*rs2 );
dthi[1] = gamma[1]*( W12*rs1 + W22*rs2 );
dthi[2] = gamma[2]*( W13*rs1 + W23*rs2 );
dthi[3] = gamma[3]*( W14*rs1 + W24*rs2 );
dthi[4] = gamma[4]*( W15*rs1 + W25*rs2 );

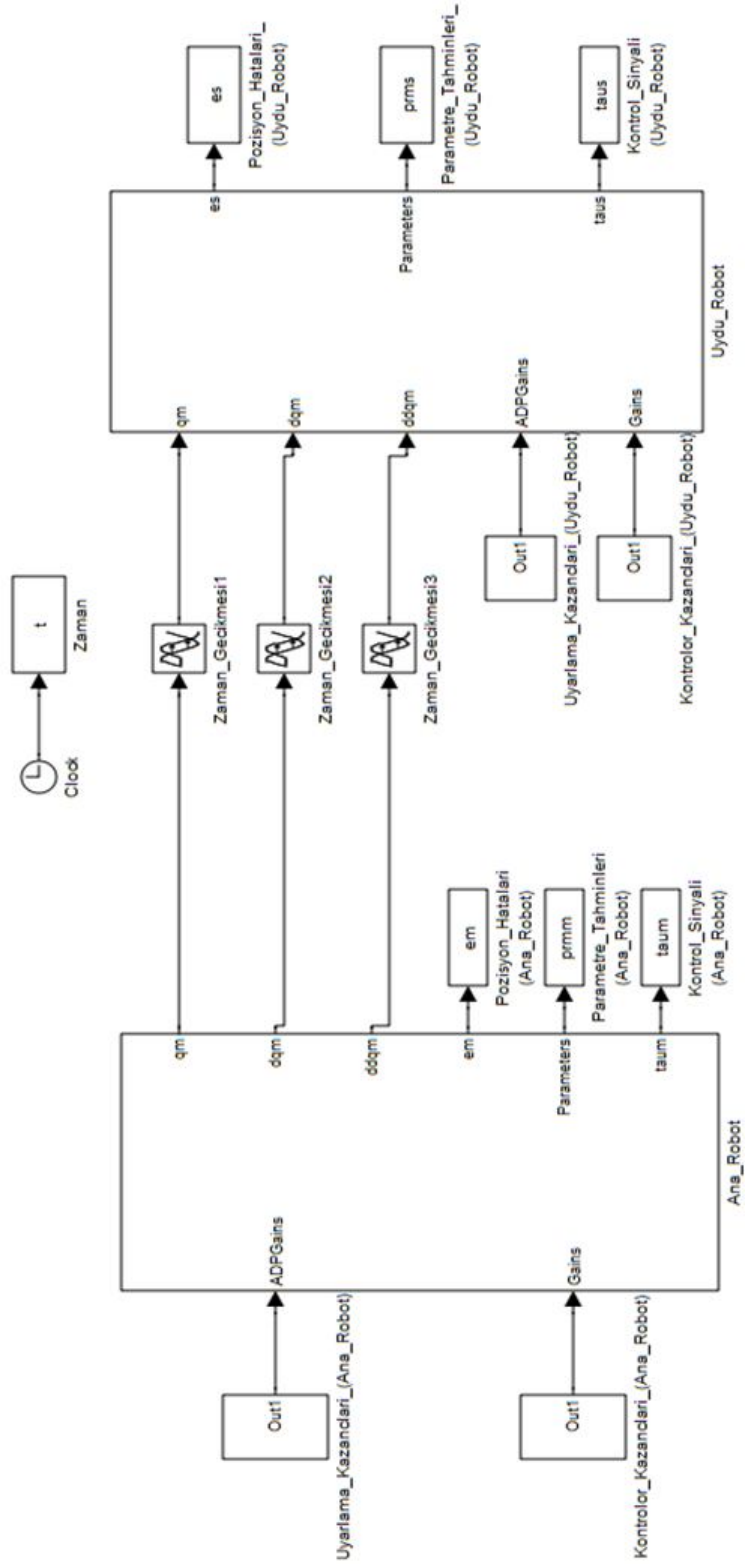
dthi[5] = rs1;
dthi[6] = rs2;
}
#endif

```

```
static void mdlTerminate(SimStruct *S)
{
}
```

```
#ifdef MATLAB_MEX_FILE
#include "simulink.c"
#else
#include "cg_sfun.h"
#endif
```

A-2 Ana-Uydu Robot Simulink Yapısı



Şekil 6. 1 Ana-uydu robot senkronizasyonu için simulasyon şeması

A-3 İşbirlikçi Yapılı Senkronizasyon Kontrolör Kodları

Bu bölümde örnek oluşturması amacıyla sadece 1. robota ait kontrolör kodları verilmiştir. Haberleşme matrisinden kaynaklanan giriş sinyallerindeki değişiklik dışında diğer robotlar için benzer kodlar kullanılmıştır.

```
/* $Tarih: Mart, 2013$
 * $Yazar: Elif Cicek $
 *
 * Dosya: RBT1ADPKont.c $
 *
 * Tanım: İşbirlikçi Yapı Adaptif Kontrol Robot 1 $
 *
 */

#define S_FUNCTION_NAME  RBT1ADPKont
#define S_FUNCTION_LEVEL 2

#include "simstruc.h"
#include <math.h>

#define NPARAMS          0

static void mdlInitializeSizes(SimStruct *S)
{
    ssSetNumSFcnParams(S, NPARAMS);

    #if defined(MATLAB_MEX_FILE)
        if (ssGetNumSFcnParams(S) == ssGetSFcnParamsCount(S)) {
            if (ssGetErrorStatus(S) != NULL) {
                return;
            }
        } else {
            return;
        }
    #endif

    {
        int_T i;
        for (i=0; i < NPARAMS; i++) {
            ssSetSFcnParamNotTunable(S, i);
        }
    }

    ssSetNumContStates(S, 7);

    // Giriş Portları Bilgisi

    if (!ssSetNumInputPorts(S, 5)) return;
    ssSetInputPortDirectFeedThrough(S, 0, 1);
    ssSetInputPortWidth(S, 0, 6); // Referans ve 2 türevi qdPtr
    ssSetInputPortDirectFeedThrough(S, 1, 1);
    ssSetInputPortWidth(S, 1, 4); // Robot 1'e ait pozisyon ve hız bilgisi q1Ptr
```

```

ssSetInputPortDirectFeedThrough(S, 2, 1);
ssSetInputPortWidth(S, 2, 4); // Robot 3'e ait pozisyon ve hız hatası bilgisi
e3Ptr

ssSetInputPortDirectFeedThrough(S, 3, 1);
ssSetInputPortWidth(S, 3, 6); // Kontrolör Kazançları GainsPtr

ssSetInputPortDirectFeedThrough(S, 4, 1);
ssSetInputPortWidth(S, 4, 5); // Uyarlama Kazançları phGammaPtr

// Çıkış Portları Bilgisi

if (!ssSetNumOutputPorts(S, 4)) return;

ssSetOutputPortWidth(S, 0, 2); // Tork Kontrol Sinyali Tau
ssSetOutputPortWidth(S, 1, 2); // Pozisyon Hata Sinyali Error
ssSetOutputPortWidth(S, 2, 2); // Hız Hata Sinyali dError
ssSetOutputPortWidth(S, 3, 5); // Parametre Tahminleri thi

ssSetNumSampleTimes(S, 1);

ssSetOptions(S, (SS_OPTION_EXCEPTION_FREE_CODE));
}

static void mdlInitializeSampleTimes(SimStruct *S)
{
    ssSetSampleTime(S, 0, INHERITED_SAMPLE_TIME);
    ssSetOffsetTime(S, 0, 0.0);
}

#define MDL_INITIALIZE_CONDITIONS
#if defined(MDL_INITIALIZE_CONDITIONS)
/*
    Parametre Tahmin Fonksiyonu ve eta Sinyali İntegrali için Başlangıç Şartları
*/
static void mdlInitializeConditions(SimStruct *S)
{
    real_T *thi0 = ssGetContStates(S);
    int_T lp;

    for (lp=0;lp<7;lp++) {
        *thi0++=0.0;
    }
}

#endif

static void mdlOutputs(SimStruct *S, int_T tid)
{
    // Giriş Kanalları

    InputRealPtrsType    qdPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,0);

```

```

InputRealPtrsType q1Ptr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,1);
InputRealPtrsType e3Ptr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,2);
InputRealPtrsType GainsPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,3);
InputRealPtrsType GammaPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,4);

real_T *thi = ssGetContStates(S);

// Çıkış Kanalları

real_T *tau = ssGetOutputPortRealSignal(S,0);
real_T *e1 = ssGetOutputPortRealSignal(S,1);
real_T *de1 = ssGetOutputPortRealSignal(S,2);
real_T *thio= ssGetOutputPortRealSignal(S,3);

// Değişkenler

real_T qd1, qd2, dqd1, dqd2; /* Referans Yörünge ve 1. Türevi */
real_T ddqd1, ddqd2; /* Referans Yörünge'nin 2. Türevi */
real_T q11, q12, dq11, dq12; /* Robot 1'e ait Pozisyon ve Hız Sinyalleri */
real_T e11, e12, de11, de12; /* Robot 1'e ait Pozisyon ve Hız Hataları */
real_T e31, e32, de31, de32; /* Robot 3'e ait Pozisyon ve Hız Hataları */
real_T z11, z12, dz11, dz12; /* Robot 1'e ait Genelleştirilmiş Pozisyon Hataları */
real_T eta11, eta12, Xi11, Xi12; /* Robot 1'e ait Yardımcı Sinyal eta ve integrali Xi */
real_T gain[6]; /* Robot 1'e ait Kontrolör Kazançları */

// Regresyon Matrisi

real_T Y11, Y12, Y13, Y14, Y15;
real_T Y21, Y22, Y23, Y24, Y25;

// Parametre Tahminleri

real_T thcap1, thcap2, thcap3, thcap4, thcap5;
real_T gamma[5];
qd1 = (*qdPtr[0]);
qd2 = (*qdPtr[1]);
dqd1 = (*qdPtr[2]);
dqd2 = (*qdPtr[3]);
ddqd1 = (*qdPtr[4]);
ddqd2 = (*qdPtr[5]);

q11 = (*q1Ptr[0]);
q12 = (*q1Ptr[1]);
dq11 = (*q1Ptr[2]);
dq12 = (*q1Ptr[3]);

e31 = (*e3Ptr[0]);
e32 = (*e3Ptr[1]);
de31 = (*e3Ptr[2]);
de32 = (*e3Ptr[3]);

gain[0] = (*GainsPtr[0]);
gain[1] = (*GainsPtr[1]);
gain[2] = (*GainsPtr[2]);
gain[3] = (*GainsPtr[3]);
gain[4] = (*GainsPtr[4]);

```

```

gain[5] = (*GainsPtr[5]);

gamma[0] = (*GammaPtr[0]);
gamma[1] = (*GammaPtr[1]);
gamma[2] = (*GammaPtr[2]);
gamma[3] = (*GammaPtr[3]);
gamma[4] = (*GammaPtr[4]);
// Pozisyon Hataları

e11 = qd1 - q11 ;
e12 = qd2 - q12 ;

// Hız Hataları

de11 = dqd1 - dq11 ;
de12 = dqd2 - dq12 ;

// Genelleştirilmiş Pozisyon Hataları z

z11 = e11 + (e11 - e31);
z12 = e12 + (e12 - e32);

//Genelleştirilmiş Hız Hataları dz

dz11 = de11 + (de11 - de31);
dz12 = de12 + (de12 - de32);

// Yardımcı Sinyal eta

eta11 = de11 + gain[4]*z11;
eta12 = de12 + gain[5]*z12;

// Regresyon Matrisi Fonksiyonları

Y11 = ddqd1 + gain[4]*dz11;
Y12 = ddqd2 + gain[5]*dz12;
Y13 = cos(q12)*(2*(ddqd1+gain[4]*dz11) + (ddqd2+gain[5]*dz12))
      -sin(q12)*((dq11+gain[4]*z11)*dq12+((dq11+dq12)*(dqd2+gain[5]*z12))) ;
Y14 = dqd11 + gain[4]*z11;
Y15 = 0 ;

Y21 = 0 ;
Y22 = (ddqd1+gain[4]*dz11) + (ddqd2+gain[5]*dz12);
Y23 = cos(q12)*(ddqd1+gain[4]*dz11) + sin(q12)*(dq11+gain[4]*z11)*dq11;
Y24 = 0 ;
Y25 = dqd12 + gain[5]*z12;

/* Tahmin Edilen Parametre Değerleri */

thcap1=thi[0];
thcap2=thi[1];
thcap3=thi[2];
thcap4=thi[3];
thcap5=thi[4];

/* Yardımcı Sinyal eta'nın İntegrali */

Xi11=thi[5];
Xi12=thi[6];

```

```

// Çıkış Kanalı 1

tau[0] = (Y11*thcap1+Y12*thcap2+Y13*thcap3+Y14*thcap4+Y15*thcap5) +
gain[0]*eta11 + gain[2]*Xi11;
tau[1] = (Y21*thcap1+Y22*thcap2+Y23*thcap3+Y24*thcap4+Y25*thcap5) +
gain[1]*eta12 + gain[3]*Xi12;
// Çıkış Kanalı 2

e1[0] = e11;
e1[1] = e12;

// Çıkış Kanalı 3

de1[0] = de11;
de1[1] = de12;

// Çıkış Kanalı 4

thio[0]=thcap1;
thio[1]=thcap2;
thio[2]=thcap3;
thio[3]=thcap4;
thio[4]=thcap5;

}

#define MDL_UPDATE
#ifdef MDL_UPDATE

static void mdlUpdate(SimStruct *S, int_T tid)
{
}
#endif

#define MDL_DERIVATIVES
#ifdef MDL_DERIVATIVES

/*
Integral İşlemleri

*/
static void mdlDerivatives(SimStruct *S)
{
real_T          *dthi = ssGetdX(S);

// Giriş Kanalları

InputRealPtrsType qdPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,0);
InputRealPtrsType q1Ptr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,1);
InputRealPtrsType e3Ptr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,2);
InputRealPtrsType GainsPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,3);
InputRealPtrsType GammaPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,4);

```



```

// Değişkenler

real_T qd1, qd2, dqd1, dqd2; /* Referans Yörünge ve 1. Türevi */
real_T ddqd1, ddqd2; /* Referans Yörünge'nin 2. Türevi */
real_T q11, q12, dq11, dq12; /* Robot 1'e ait Pozisyon ve Hız Sinyalleri */
/*
real_T e11, e12, de11, de12; /* Robot 1'e ait Pozisyon ve Hız Hataları */
real_T e31, e32, de31, de32; /* Robot 3'e ait Pozisyon ve Hız Hataları */
real_T z11, z12, dz11, dz12; /* Robot 1'e ait Genelleştirilmiş Pozisyon
Hataları */
real_T eta11, eta12; /* Robot 1'e ait Yardımcı Sinyal eta */
real_T gain[6]; /* Robot 1'e ait Kontrolör Kazançları */

// Regresyon Matrisi

real_T Y11, Y12, Y13, Y14, Y15;
real_T Y21, Y22, Y23, Y24, Y25;

// Parametre Tahminleri

real_T thcap1, thcap2, thcap3, thcap4, thcap5;
real_T gamma[5];

qd1 = (*qdPtr[0]);
qd2 = (*qdPtr[1]);
dqd1 = (*qdPtr[2]);
dqd2 = (*qdPtr[3]);
ddqd1 = (*qdPtr[4]);
ddqd2 = (*qdPtr[5]);

q11 = (*q1Ptr[0]);
q12 = (*q1Ptr[1]);
dq11 = (*q1Ptr[2]);
dq12 = (*q1Ptr[3]);

e31 = (*e3Ptr[0]);
e32 = (*e3Ptr[1]);
de31 = (*e3Ptr[2]);
de32 = (*e3Ptr[3]);

gain[0] = (*GainsPtr[0]);
gain[1] = (*GainsPtr[1]);
gain[2] = (*GainsPtr[2]);
gain[3] = (*GainsPtr[3]);
gain[4] = (*GainsPtr[4]);
gain[5] = (*GainsPtr[5]);

gamma[0] = (*GammaPtr[0]);
gamma[1] = (*GammaPtr[1]);
gamma[2] = (*GammaPtr[2]);
gamma[3] = (*GammaPtr[3]);
gamma[4] = (*GammaPtr[4]);

// Pozisyon Hataları

e11 = qd1 - q11 ;
e12 = qd2 - q12 ;

```

```

// Hız Hataları

de11 = dqd1 - dq11 ;
de12 = dqd2 - dq12 ;

// Genelleştirilmiş Pozisyon Hataları z

z11 = e11 + (e11 - e31);
z12 = e12 + (e12 - e32);
//Genelleştirilmiş Hız Hataları dz

dz11 = de11 + (de11 - de31);
dz12 = de12 + (de12 - de32);

//Yardımcı Sinyal eta

eta11 = de11 + gain[4]*z11;
eta12 = de12 + gain[5]*z12;

// Regresyon Matrisi Fonksiyonları

Y11 = ddqd1 + gain[4]*dz11;
Y12 = ddqd2 + gain[5]*dz12;
Y13 = cos(q12)*(2*(ddqd1+gain[4]*dz11) + (ddqd2+gain[5]*dz12))
      -sin(q12)*((dq11+gain[4]*z11)*dq12+((dq11+dq12)*(dq12+gain[5]*z12))) ;
Y14 = dqd11 + gain[4]*z11;
Y15 = 0 ;

Y21 = 0 ;
Y22 = (ddqd1+gain[4]*dz11) + (ddqd2+gain[5]*dz12);
Y23 = cos(q12)*(ddqd1+gain[4]*dz11) + sin(q12)*(dq11+gain[4]*z11)*dq11;
Y24 = 0 ;
Y25 = dqd12 + gain[5]*z12;

// Parametre Tahmin Fonksiyonu

dthi[0] = gamma[0]*( Y11*eta11 + Y21*eta12 );
dthi[1] = gamma[1]*( Y12*eta11 + Y22*eta12 );
dthi[2] = gamma[2]*( Y13*eta11 + Y23*eta12 );
dthi[3] = gamma[3]*( Y14*eta11 + Y24*eta12 );
dthi[4] = gamma[4]*( Y15*eta11 + Y25*eta12 );

dthi[5] = eta11;
dthi[6] = eta12;

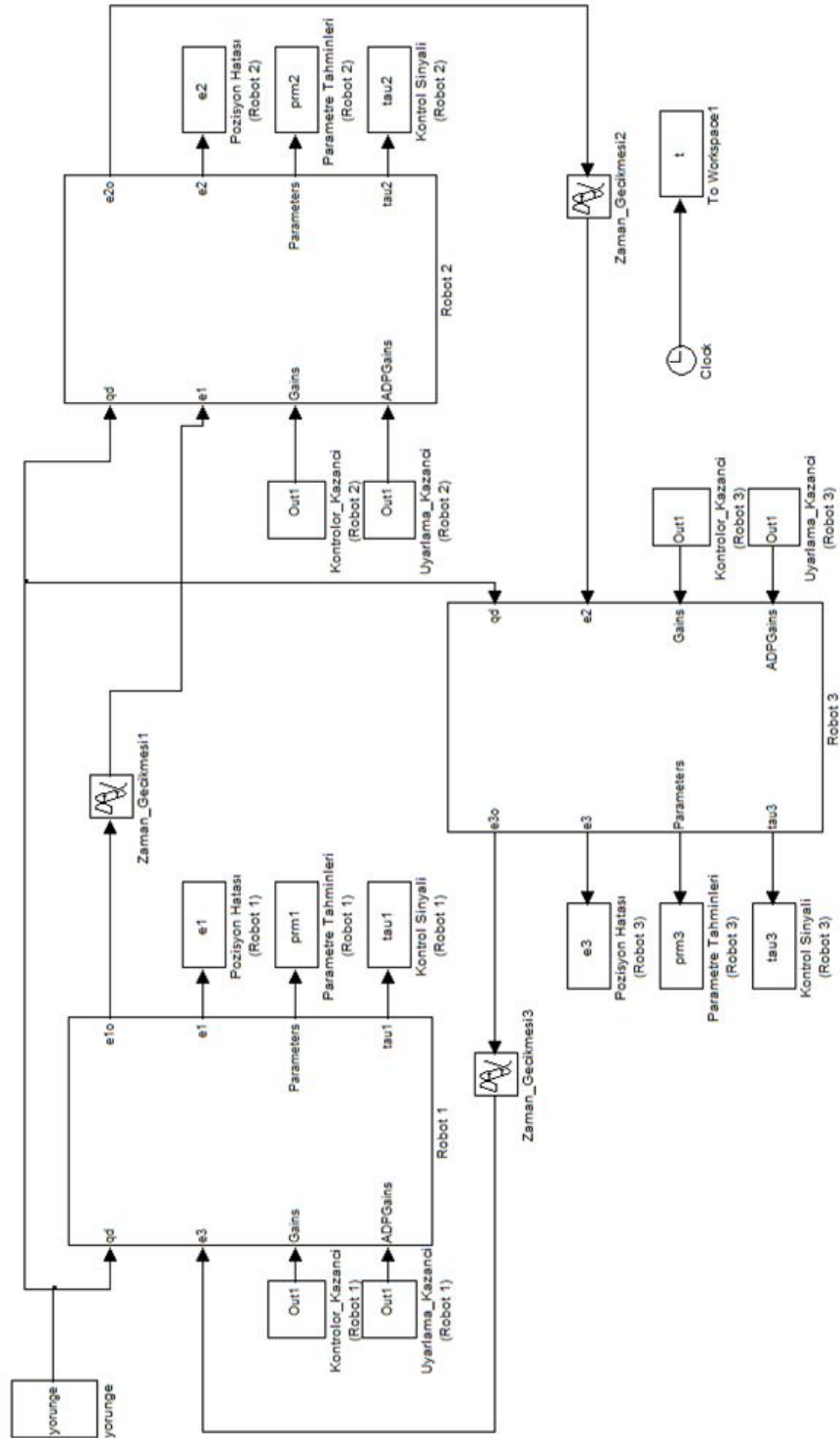
}
#endif

static void mdlTerminate(SimStruct *S)
{
}

#ifdef MATLAB_MEX_FILE
#include "simulink.c"
#else
#include "cg_sfun.h"
#endif

```

A-4 İşbirlikçi Yapılı Senkronizasyon Simulink Yapısı



Şekil 6. 2 İşbirlikçi senkronizasyon için simülasyon şeması

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Elif ÇİÇEK
Doğum Tarihi ve Yeri : 05.02.1987 İstanbul
Yabancı Dili : İngilizce, Almanca
E-posta : ecicek@yildiz.edu.tr

ÖĞRENİM DURUMU

Derece	Alan	Okul/Üniversite	Mezuniyet Yılı
Lisans	Elektrik Mühendisliği	Yıldız Teknik Üniversitesi	2010
Lise		İstanbul Özel Alman Lisesi	2006

İŞ TECRÜBESİ

Yıl	Firma/Kurum	Görevi
2011	Yıldız Teknik Üniversitesi	Araştırma Görevlisi