

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

Doğ. Prog. Tek. ve Yem San. BİR Uyg.

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ahmet Remzi Örgçelik

1986

R
İS
37
198

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ - SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

comp.

363
40/1

DOĞRUSAL PROGRAMLAMA TEKNİKLERİ VE YEM SANAYİİNDE BİR UYGULAMA

AHMET REMZİ ÖZÇELİK
MAK. MÜHENDİSİ YÜ_KMF

İŞLETME YÖNETİMİ YÜKSEK LİSANS BİTİRME TEZİ_C/04

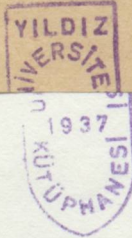
Tez Yöneticisi: Yük. Müh. Taner ÖZBAYKAL

İSTANBUL _ 1986

YILDIZ UNİVERSİTESİ
GENEL KİTAPLIĞI

R 363 40/1

Kot :
Alındığı Yer : Fen. Bil. Enst.
Tarih : 16/3/1987
Fatura :
Fiatı : 1000+1.
Ayniyat No : 1/1
Kayıt No : 44739
UDC : 658.513 378.242
Ek :



İÇİNDEKİLER

.....	5
-------	---

BİRİNCİ BÖLÜM

GENEL GİRİŞ

Genel Programların Tarihi Gelişimi.....	6
---	---

İKİNCİ BÖLÜM

1.1. Genel Programların Tarihi Gelişimi.....

1.1.1. Genel Programların Tarihi Gelişimi.....	9
--	---

1.1.2. Genel Programların Tarihi Gelişimi.....	9
--	---

1.1.3. Genel Programların Tarihi Gelişimi.....	10
--	----

1.1.4. Genel Programların Tarihi Gelişimi.....	10
--	----

1.1.5. Genel Programların Tarihi Gelişimi.....	12
--	----

1.1.6. Genel Programların Tarihi Gelişimi.....	15
--	----

1.1.7. Genel Programların Tarihi Gelişimi.....	17
--	----

1.1.8. Genel Programların Tarihi Gelişimi.....	17
--	----

1.1.9. Genel Programların Tarihi Gelişimi.....	19
--	----

1.1.10. Genel Programların Tarihi Gelişimi.....	28
---	----

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

2.1. Genel Programların Tarihi Gelişimi.....

2.1.1. Genel Programların Tarihi Gelişimi.....	34
--	----

2.1.2. Genel Programların Tarihi Gelişimi.....	37
--	----

Çalışmalarımın her aşamasında yakın ilgi ve değerli yardımlarını esirgemeyen sayın hocam Albay Yüksek Mühendis Taner ÖZBAY KAL'a şükranlarımı sunarım.

2.1.3. Genel Programların Tarihi Gelişimi.....	38
--	----

2.1.4. Genel Programların Tarihi Gelişimi.....	40
--	----

2.1.5. Genel Programların Tarihi Gelişimi.....	41
--	----

2.1.6. Genel Programların Tarihi Gelişimi.....	44
--	----

2.1.7. Genel Programların Tarihi Gelişimi.....	46
--	----

2.1.8. Genel Programların Tarihi Gelişimi.....	47
--	----

İÇİNDEKİLER

GİRİŞ	5
-------------	---

BİRİNCİ BÖLÜM

I. LİTERATÜR ÖZETİ

1. Doğrusal Programlamanın Tarihi Gelişimi.....	6
---	---

İKİNCİ BÖLÜM

II. METOD

1. Doğrusal Programlamanın Tanımı	9
2. Metodun Kullanıldığı Yerler	9
3. DP Modelinin Uygulanabilme Şartları	10
4. DP Probleminin Unsurları	10
5. DP Metodunun Karakteri	12
6. DP Modelindeki Varsayımlar	15
7. DP Modelinin Çözüm Yolları	17
7.1. Grafikle Çözüm	17
7.2. Simpleks Metodu	19
7.3. Simpleks Metodun açıklanması	28

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

III. DUALİTE

1. Dualite	34
2. Primal Dual ilişkilerin Önemli Sonuçları	37

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

I . UYGULAMA

1. Karışım Problemleri	38
2. YEMTAŞ	40
3. Uygulama Hakkında Tanıtıcı Bilgi	41
4. Problemin Modeli	44
SONUÇ	46
YARARLANILAN KAYNAKLAR	47

GİRİŞ

İşletmelerin ana sorunlarından biri, Üretimin arttırılması ve kıt kaynakların işletme amacına uygun olarak en verimli bir biçimde kullanılmasının sağlanmasıdır. Bunun için özellikle ikinci dünya savaşıdan sonra, matematiksel teknikler geliştirilmiştir. Bu teknikler arasında doğrusal programlama önemli bir yer tutmaktadır. Çünkü değişik alanlarda bir çok işletme sorununa başarıyla uygulanmış ve yararlı sonuçlar alınmıştır.

Bu çalışmanın amacı, doğrusal programlama tekniğinin karışım problemlerinde sağladığı yararları, Adapazarı Yem Sanayii (YEMTAŞ) işletmesinde yapılan bir uygulamayla ortaya koymaktır.

Çalışma dört bölümden oluşmaktadır. İlk üç bölümde doğrusal programlama teknikleri incelenmiştir.

Dördüncü bölümde, karışım problemleri ile ilgili bilgi ve yem sanayiinde yapılan uygulamaya yer verilmiştir.

Yem sanayiinde (YEMTAŞ'da), değişik ürünler çeşitli üretim kademesinden geçerek üretilmektedir. Yem karışımının (Etlik piliç yemi) fiyatını minimize edecek uygun çözüm modeli hazırlanmış model, doğrusal programlama paket programı kullanılarak bilgisayarda çözülmüştür.

Sonuç kısmında ise genel bir değerlendirme yapılmıştır.

BİRİNCİ BÖLÜM

LİTERATÜR ÖZETİ

1. DOĞRUSAL PROGRAMLAMANIN TARİHİ GELİŞİMİ

Doğrusal Programlama terimi iki kelimedenden meydana gelmiştir. Bunlardan doğrusal kelimesi modeli meydana getiren denklemlerin doğrusal bir karakter taşıdığını, kuadratik, kübik, logaritmik veya başka bir fonksiyonel bağlantıyı ifade etmediğini gösterir. Programlama kelimesi ise yukarıda zikredilen doğrusal denklemlerin veya fonksiyonların belli bir düzen içerisinde gösterilmesini ifade eder¹

Ekonomide karşılaşılan birçok problemler doğrusal ekonominin sahası içine girebilir. Doğrusal ekonomi birbirinden ayrı bir şekilde üç dalda tarihi bir gelişim göstermiştir. Bunlardan ilki Oyun Teorisi " Game Theory " John Von Neumann ve Oskar Morgenstern tarafından 1928'de, ikincisi Input - Output Analysis W. Leontief tarafından 1936'da³ ve nihayet sonuncusu Doğrusal Programlama " Linear Programming " George B. Dantzig, Marshall Wood ve arkadaşları tarafından 1947 de ortaya konmuştur.⁴

Bu tarihten itibaren Doğrusal Programlama metodunun tekniği ve araştırmalarda kullanılması matematikçiler ve iktisatçılar tarafından geliştirilmiş, bir taraftan metodun tekniği daha

¹Prof. Dr. Ahmet Kılıçbay, Ekonometri, İstanbul Üniversitesi Yayınları No. 1109, İstanbul 1965, s. 322.

²Robert Dorfman, Paul A. Samuelson, Robert M. Solow, Linear Programming and Economic Analysis, McGraw-Hill Book Company, Inc New York 1958, s.1.

³Dorfman, a.g.e. s.2.

⁴Saul I. Gass, Linear Programming, Methods and Applications, Mc Graw-Hill Book Company, Inc. New York 1964, s.9.

basitleştirilirken diğer taraftan da daha çeşitli problemlere tatbik imkanları bulunmuştur. Doğrusal Programlama metodu artık modern ekonomi teorilerinin ve tatbiki matematiğin önemli bir aleti haline gelmiştir.

A. Charnes, W. Cooper ve A. Henderson 1953 yılında metodun matematiksel izahını yapmışlardır.⁵ Earl A. Heady ve Wilferd Candler 1958 de tarımda Doğrusal Programlama ile maksimizasyon ve minimizasyon problemlerinin nasıl çözümlenebileceğini göstermişler, değişen üretim faktörleri, değişen fiyatlarla optimum sonuçlara nasıl ulaşılabileceğini tatbiki misallerle açıklamışlar ve ayrıca yapmış oldukları değişikliklerle doğrusal olmayan problemlerin çözümünde de metodun kullanılabileceğini göstermişlerdir.⁶

Artık Üniversitelerde okutulmaya başlanan Doğrusal Programlama metodunu 1958 de Saul I. Gass bir ders kitabı içerisinde izah etmiş, aynı yıl Dorfman, Samuelson ve Solow matematik derinleşmeği arzu etmeyen iktisatçılara metodu tanıtmaya çalışmışlardır.⁷ 1959 da McAlexander ve Hutton, Doğrusal Programlama metodunun tarımsal problemlere uygulanmasını gösteren bir rehber kitap neşretmişlerdir.⁸

İşletmecilik ilminin belli başlı tahlil aletlerinden biri olan doğrusal programlama gerek zirai işletmecilik ve gerekse genel işletmecilik kitaplarının vazgeçilmez bir unsuru haline gelmiştir. Nitekim N. Paul Loomba işletmecilikle ilgili ders kitabında müstakilen Doğrusal Programlamayı ele almış⁹ Emery N. Castle ve Mannig H. Becker zirai işletmecilik ders kitaplarında doğrusal programlama bahsine yer vermeye lüzüm hissetmişlerdir. Metodun firma teorisine tatbiki Boulding ve Spivey tarafından ele alınmıştır.

⁵A. Charnes W.W.Cooper,A. Henderson, An Introduction to Linear Programming John Wiley and Sons, Inc. New York 1958.

⁶Early O. Heady Wilfred Candler, Linear Programming Methods, The Iowa State University Press, Ames, Iowa, U.S.A. 1963.

⁷Dorfman, a.g.e.

⁸R.H. McAlexander, R.P. Hutton, Linear Programming Techniques Applied to Agricultural Problems, Agricultural Experiment Station The Pennsylvania State University, University Park, Pennsylvania 1959.

⁹N.Paul Loomba, Linear Proramming, McGraw-Hill Book Company, New York 1964

Memleketimizde az sayıda da olsa Doğrusal Programlama ile ilgili eserlere rastlanılmaktadır. Kılıçbay Ekonometresinde (1965),¹⁰ Bulutay Doğrusal Programlamasında (1965),¹¹ Gürel Linear Programlamaya Giriş'inde (1966),¹² Hiç Girdi-Çıktı Analizi ve Doğrusal Programlamaya Giriş'inde (1968),¹³ Karayalçın Hareket Araştırmasında (1979),¹⁴ Tulunay Matematik Programlamasında (1980),¹⁵ ve Kobu İşletme Matematiğinde (1980)¹⁶ metodun esaslarını izah etmişlerdir.

¹⁰Kılıçbay, a.g.e.

¹¹Dr.Tuncer Bulutay, Doğrusal Programlama, Ankara Üniversitesi Basımevi, Ankara 1965.

¹²Okan Gürel, Linear Programlama ve Dinamik Programlamaya Giriş, Ankara Üniversitesi Basımevi, Ankara 1966.

¹³Doç. Dr. Mükerrerem Hiç, Girdi-Çıktı Analizi ve Doğrusal Programlamaya Giriş, İktisat Fakültesi Yayınları, No.225, İstanbul 1968.

¹⁴Prof. Dr. İlhami Karayalçın, Hareket Araştırması, İstanbul Teknik Üniversitesi Yayınları, No.1132, İstanbul 1979.

¹⁵Doç. Dr. Yılmaz Tulunay, Matematik Programlama ve işletme uygulamaları, İstanbul Üniversitesi Yayınları, No. 2721, İstanbul 1980.

¹⁶Doç. Dr. Bülent Kobu, İşletme Matematiği, II, İstanbul Üniversitesi Yayınları, No.1599, İstanbul 1980.

İKİNCİ BÖLÜM

METOD

1. DOĞRUSAL PROGRAMLAMAMIN ANLAMI

Doğrusal Programlama belli bir gayeye ulaşmada kullanılan matematiksel bir tekniktir. Herhangi bir ekonomik muhtevası yoktur. Tek başına ele alındığında ekonominin işleyişi hakkında hiç bir bilgi vermeyip, ekonomik bilgilerden sonuçlar çıkarmaya yardımcı olur¹.

2. METODUN KULLANILDIĞI YERLER

Bu tekniği tatbik edebilmek için şartların ve problemlerin verilen hipotezlere uygun olması lazımdır. Bu sebeptendir ki metodu ancak muayyen alanlarda kullanmak mümkündür. Metodun kullanıldığı sahaları şöyle özetlemek mümkündür:

1- Belli bir işletmenin belli özellikler gösteren muayyen problemlerinin çözümünde.

a- İşletmenin belirli şartlar ve tahditler altında optimum mal birleşimi yahut üretim metodları seçiminde (Optimizasyon),

b- İşletmede malların akımını temin eden ulaştırma şebekesinin problemlerinin çözümünde (Transportasyon problemi).

c- Belirli vasıflarda bir malın en ucuza üretilmesinde (minimizasyon problemi).

2- Bir plânlama ve programlama metodu olarak belirli bir ekonominin yahut bölgenin, belirli kayıt ve tahditler altında optimum mal birleşimi veyahut üretim metodlarının seçiminde (Efifcen problemi).

¹Hiç, a.g.e. s.53

3- Yukarıda izah edilen ve tamamen tatbiki mahiyette olan uygulama alanından başka metod teorik bir alanda, refah ekonomisine ait problemlerin çözümünde de kullanılabilir. Programlama tekniğinin bu anlamda uygulanmasına faaliyet analizi (Activit Analysis) denmektedir.

Görülüyorki Doğrusal Programlama, teşebbüslerin, pazarlama firmalarının problemlerini çözmede kullanılabildiği gibi bölgesel problemlerin çözümüne de tatbik edilebilir.

3- DOĞRUSAL PROGRAMLAMA METODUNUN UYGULANABİLME ŞARTLARI

Doğrusal programlamanın problemleri çözmede uygulanabilmesi için bu problemlerin bir takım şartlara uygun olması lâzımdır. Bu şartları şöyle hülasa etmek mümkündür:

- 1- Gayenin açık olarak bilinmesi ve kantitatif olması.
- 2- Gayeye ulaşmak için alternatiflerin mevcut olması
- 3- Kaynakların mahdut bulunması veya bir takım tahditlere tabi olması

Eğer ele alınan problemde bu kayıt ve şartlar mevcut değilse programlama metodundan başka yollarla problemin çözülmesi gerekmektedir. Ancak yukarıda zikredilen asgari şartların bulunması halinde Doğrusal Programlamadan istifade mümkündür.

4- GENEL BİR DOĞRUSAL PROGRAMLAMA PROBLEMİNİN UNSURLARI

Genel olarak bütün doğrusal programlama problemlerinde üç ana unsur vardır².

a. Amaç

Doğrusal programlama modellerinden beklenen sonucun alınabilmesi için amacın açık olarak bilinmesi ve kantitatif olarak ifade edilmesi gereklidir. Bu itibarla birden fazla değişkenin doğrusal fonksiyonu alan bir amaç denklemi vardır.

²Genel bir doğrusal programlama problemindeki unsurlar ve formülasyonu için bakınız: A. Ching, Fundemantal Methods of Mathematical Economics, New York, Mc Graw-Hill, 1967, s.585-588

Early O. Heady, Wilfred Candler, Linear Programming Methods, Iowa State University Press, 1958, s.2-4.

Ahmet Kılıçbay, Ekonometri, İstanbul, Sermet Matbaası 1965. s.323-328.

Bülent Kobu, İşletme Matematiği II, İstanbul, İ. Üniversitesi Matbaası, 1981, s. 307-310.

Amaç; üretim ve stok maliyetlerinin minimuma indirilmesi, işletmedeki fiziki imkanlarla maksimum kârı verecek üretim yapısının tespiti gibi incelenen probleme göre değişir.

Doğrusal amaç fonksiyonu Z , değişkenler,

$X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ ve sabit katsayılar,

$C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ ile gösterilirse amaç denklemi:

$$Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + C_3 X_3 + \dots + C_n X_n$$

şeklinde ifade edilir. Amaç Z 'yi maksimum ya da minimum yapacak $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ değerlerinin bulunmasıdır.

b. Doğrusal Sınırlayıcı Şartlar

Lineer programlamada değişkenler üzerindeki sınırlayıcı şartlar; $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{mn}$ ve $b_1, b_2, \dots, b_m$ sabit sayılar olmak üzere,

$$a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \dots + a_{1n} X_n \leq b_1$$

$$a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \dots + a_{2n} X_n \leq b_2$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$a_{m1} X_1 + a_{m2} X_2 + \dots + a_{mn} X_n \leq b_m$$

(b)

şeklindeki lineer eşitsizliklerden meydana gelen bir sistem ile ifade edilir. Yukarıdaki sistemin üç önemli özelliğine dikkat etmek gerekir:

a. Eşitsizliklerin sol tarafları lineer fonksiyonlardır.

b. Sistemin her satırı (eşitlik işareti bulunmakla beraber) genellikle bir eşitsizliktir.

c. Sınırlayıcı şartların sayısı (m) için herhangi bir tahdit yoktur.

Sınırlayıcı şartları ifade eden b sistemi problemin çözümü olabilecek $\{X_1, X_2, X_3, \dots, X_n\}$ setlerinin içinde bulunduğu bir çözüm bölgesi tarif eder. Dolyısı ile bir lineer programlama probleminin çözüm bölgesinde bulunan $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ setleri arasından Z 'yi maksimum veya minimum yapan setin seçilmesi şeklinde

tarif etmek mümkündür.

Sınırlayıcı şartların gerçek işletme problemlerindeki varlığını görmek güç değildir. Örneğin, lineer programlama ile imalât plânlaması yapılırken, herbiri belirli miktarlarda ham madde, işçilik, makina zamanı, depolama sahası v.s. isteyen n adet mamulün ne miktarlarda istihsal edilmesi gerektiği araştırılır. Halbuki eldeki ham madde miktarı, işçilik saati, makine kapasiteleri sınırlı olduğundan her mamulden istenildiği kadar imal etmek imkânsızdır. Örneğin, eldeki bütün hammaddeler öncelikle en fazla kâr getiren mamullerde kullanılacak şekilde bir imâlât plânlanması yapılabilir. Fakat mevcut makinelerin kapasiteleri böyle bir imalâtın uygulanmasına imkan vermeyebilir. Dolaşımı ile bütün sınırlayıcı şartları sağlayan en uygun çözümün bulunması gerekir.

c. Pozitif Şartları

Lineer programlama teknikleri gerçek işletme problemlerine uygulandığından değişkenlerin negatif değerler olmasının bir anlamı yoktur. Örneğin, istihsal miktarı, stok seviyesi, zaman gibi gerçek problemlerle ilgili büyüklükler daima pozitif değer alırlar. Bu sebeple lineer programlama modellerinde bütün değişkenlerin pozitif olması şartı daima mevcuttur. Bu şart matematik olarak,

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

eşitsizlikleri ile ifade edilir. Pozitiflik şartı LP problemlerinin bir çok geçersiz çözümünü bir anda elimine ettiğinden optimum çözüme ulaşmayı önemli ölçüde kolaylaştırır.

5- DOĞRUSAL PROGRAMLAMA METODUNUN KARAKTERİ VE DOĞRUSAL PROGRAMLAMADA KULLANILAN ÖNEMLİ KAVRAMLAR

Her metodun kendisine has bir takım terimleri olduğu gibi doğrusal programlamada da sık sık tekrarlanan bazı kavramlara rastlanır. Metodun iyi anlaşılabilmesi için bu kavramların bilinmesinde fayda vardır.

1- Doğrusallık

Doğrusal programlamada modeli meydana getiren denklemler doğrusal bir karakterdedir. Bu denklemlerin tam bir matematik ifadesi şunları ihtiva eder:

a. Problemin şartları bir takım doğrusal denklemlerle gösterilir. Bu denklemler eşitlik şeklinde gösterilebildiği gibi eşitsizlikler şeklinde de ifade olunabilir. Denklemlerin eşitsizliklere gösterilmesi mevcut kaynakların tamamen kullanılması gerekeceğini ve elde edilen out-put'un negatif olamayacağını ifade eder.

b. Problemin gayesi doğrusal bir fonksiyon ile ifade edilir. Bu fonksiyonun bazı özellikleri vardır. Bu özelliklerden başlıcaları şunlardır:

aa. Fonksiyonda yer alan faaliyetler toplanabilir bir karakterde olmalıdır. Yani muhtelif teşebbüsler tarafından kullanılan kaynakların toplamı tek tek teşebbüsler tarafından kullanılan kaynakların toplamına eşit olmalıdır.

bb. Fonksiyonda yer alan faaliyetler en küçük birimlerle ifade edilebilir bir karakter arz etmeli, yani bölünebilir olmalıdır. Kullanılan kaynaklar ve elde edilen ürün istenilen birim veya birimin üniteleri şeklinde ifade edilmeli, kısaca fonksiyon devamlılık arz etmelidir.

c. Fonksiyonun pratik bir ehemmiyeti olabilmesi için fonksiyonda yer alan faaliyetlerin, kısaca alternatiflerin ve bu faaliyetlerin yerine getirilmesinde kullanılan kaynakların sınırlı olması lâzımdır.

2- Program

Bu fonksiyon sayesinde optimum plânda hangi faaliyetlerin ne seviyede bulunacağı tesbit edilir. İşte doğrusal programlamada kullanılan program veya plan deyimi ile bu faaliyetler kombinasyonu kastedilir.

3- Uygun plân

Bir plânın optimum plân olabilmesi için herşeyden önce uygun plân olması lâzımdır. Uygun plân, plâna dahil olan faaliyetler tarafından kullanılan üretim kaynaklarının toplamı, başlangıçta mevcut olan üretim kaynakları miktarına eşit veya ondan küçük olan ve negatif seviyede herhangi bir faaliyeti ih-tiva etmeyen bir plandır³.

4- Optimum plân

Optimum plân gayeye en uygun olan plâdır. Yani gayenin gerçekleştirilmesi için plâ'da herhangi yeni bir islahın mevzu-bahis olamayacağını ifade eder. Optimum plânı tesbit ederken kaynakların hepsinin kullanılması gerekmemektedir. Demek'ki plânda mevcut üretim kaynaklarından bir kısmı kullanılmadan bırakılmakta, kısaca yedek veya terkedilebilecek bir faaliyet olarak plânda yer alabilmektedir⁴.

5- Faaliyet

Programlamada sık sık faaliyet terimi kullanılmaktadır. Bununla üretim kaynaklarını veya diğer sınırlayıcı unsurları out-put'a dönüştürme metodları kastedilir. Eğer iki faaliyet bu dönüştürmede aynı kaynakları veya sınırlayıcı unsurları aynı oranlarda kullanılıyorsa ve elde olunan out-put aynı oranda meydana geliyor ise bu iki faaliyet aynıdır. Plânda bu iki faaliyeti ayrı ayrı faaliyetler olarak değil tek bir faaliyet olarak göstermek gerekir. Aksine inputların farklı oranlarda kullanıldığı ve farklı out-putların elde edildiği faaliyetler ayrı faaliyetlerdir.

6- Input-output katsayıları

Bir birim faaliyetin istihsalı için lüzumlu üretim unsurlarının miktarları denklemde birer katsayı ile gösterilir'ki bunlara input-output katsayıları kısaca teknik emsaller denir⁵.

³Earl O. Heady, Wilfred Candler, a.g.e. s.16.

⁴Dr. İbrahim Aksöz, a.g.e. 9.

⁵Earl O. Heady and Wilfred Candler, a.g.e. s.2-4, 16,

Modelin doğrusal bir karakterde olduğu düşünülecek olursa input-output emsallerini sabit olması gerektiği veya katsayılar arasında doğru hat istikametinde değişen bir münasebetin bulunduğu anlaşılır. Bu, ayrıca inputlar için ödenen fiatlar ile outputlar için alınan fiatların da sabit olmasını ifade eder.

7- Kriter fonksiyonu

Ele alınan problem belirli kayıt ve şartlar altında bir optimizasyon problemi ise bu problemin çözümünde programlama tekniği uygulanarak optimizasyona varmada muhtelif çözümler arasında bir takım tercihler yapılır. Bu tercihler her bir faaliyetin seviyesini tayin eder. Karar verme fonksiyonu diyebileceğimiz bu işlem aslında faaliyet seviyelerinin bir fonksiyonudur. Bu fonksiyon muhtelif çözümler arasında bir tercih yapılmasında, plânda yapılacak bir değişiklik ile kârın arttırılıp arttırılamayacağına, zararın azaltılıp azaltılmayacağına karar vermede kullanılır.⁶

8- Tahditler

Kaynaklar tahdit edilmemişse doğrusal programlama problemi diye bir problem mevcut değildir. Kaynaklar üzerindeki bu tahditler kantitatif mahiyette oldukları gibi, subjektif, enstitüsyonel veya diğer şekillerde de olabilir. İşte bundan dolayıdır ki muayyen bir gayeye varmak için çok sayıda tahdit ve çok sayıda ve fakat sınırlı faaliyetin var olduğu hallerde doğrusal programlamayı kullanmak emin ve müessir yollardan biridir.⁷

9- Doğrusal programlama modelindeki varsayımlar

Doğrusal programlama modelinden tutarlı sonuçların alınması bazı varsayımlara bağlıdır. Bu varsayımlar gerçekleşmedikçe programlama amaca uygun sonuç vermez.

⁶Dr. İbrahim Aksöz, a.g.e. s.8,

⁷Earl O. Heady and Wilfred Candler, a.g.e. s.4.

Bu varsayımları beş grupta toplayabiliriz. Bunlar, doğrusallık, pozitif olma, sınırlılık, bölünebilirlik ve amaç fonksiyonunun doğrusal olmasıdır.

a. Doğrusallık ya da Oranlılık Varsayımı

Doğrusallık varsayımı işletmenin inputlarıyla outputları arasında doğrusal bir ilişkinin bulunduğunu gösterir. Yani output ya da üretim seviyesi artırılınca, üretime giren inputlarında aynı oranda artması gerekir⁸.

b. Pozitif Olma ya da Negatif Olmama Varsayımı

Doğrusal programlama probleminde faaliyetlerle ilgili değişkenlerin negatif değer almasının işletmede bir anlamı olmadığından, üretim düzeyinin sıfır ya da sıfırdan büyük değerler olması şartıdır. Bu şart gerçek ve gevşek değişkenler içinde söz konusudur.

c. Sınırlılık Varsayımı

Üretimde kullanılan kaynaklar sonsuz değildir. Sınırlılık varsayımı aslında üretim miktarının sınırlı olduğunu ve üretime giren faktörlerle ya da inputlarla kısıtlandığını ifade etmektedir.

d. Toplanabilirlik Varsayımı

Bu varsayım değişik üretim faaliyetlerine kaynak olan üretim faktörlerinin toplamının her bir işlem için ayrı ayrı kullanılan faktörlerin toplamına eşit olduğunu gösterir.

e. Amaç Fonksiyonunun Doğrusal Olması Varsayımı

Bir işletmede doğrusal programlamanın uygulanabilmesi için amacın açık bir şekilde matematik olarak ifade edilmesi gerekir. Amaç fonksiyonunun doğrusal olabilmesi için ;

$Z = X_1 C_1 + X_2 C_2 + X_3 C_3 + \dots + X_n C_n$ denkleminde X_i ($X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$) değişkenlerinin birinci dereceden ve C_i ($C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$) katsayılarının sabit olması gerekir.

⁸Dantzing a.g.e. s.32.

7- GENEL BİR DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİNİN ÇÖZÜM YOLLARI

Lineer programlama probleminin çözümü için çeşitli hesaplama metodları geliştirilmiştir. Bugüne kadar lineer programlama probleminin analitik bir yolla çözümü bulunamamıştır. Analizde kullanılan esaslar eşitsizlikleri ele almada pekde başarılı olmadığından lineer programlamada geçen negatif olmama şartları güçlük doğurmaktadır. Verilen a_{ij} , b_j , ve c_j değerleri bilindiğine göre çözümü hesaplamaya yarayan bazı sayısal usuller denenmiş ve bunlardan bazıları matematik programlamada karşılaşılan çeşitli tipte formüle edilmiş problemlere uygulanmıştır. Bu çalışmada grafik ve simpleks çözüm teknikleri incelenecektir.

7.1- Grafik Çözüm

Doğrusal programlama probleminin iki ve üç değişkenli olanlarını grafikte geometrik olarak çözmek mümkündür. Ancak üç değişkenlinin grafikte çözümü biraz daha güçtür. Çünkü her sınırlayıcı şart uzayda bir düzlem meydana getirir. Uygun çözüm alanı bu düzlemlerin meydana getirdiği çok yüzlü bir şekildir. Uygun çözüm alanı bu düzlemlerin meydana getirdiği çok yüzlü bir şekildir. Amaç fonksiyonu da bir düzlemdir. Optimal çözüm x_1 , x_2 , x_3 , kombinasyonlarından maksimum kâr veren nokta olacaktır. Optimal çözüm her noktanın verdiği kâr ayrı ayrı hesaplanarak bulunur,

İki değişkenli grafik çözüm kısaca verilecektir. Çünkü doğrusal programlamanın geometrik olarak açıklanması, bazı tanımlamaların yapılması yönünden önemlidir. Doğrusal programlama ile çözülebilecek bir problemi aşağıdaki şekilde ortaya koyabiliriz. Bir işletme x_1 ve x_2 olmak üzere iki ürünü, iki işlemde tamamlamaktadır. x_1 'in kâra katkısı C_1 ve x_2 ninki de C_2 dir. Birinci işlem ünitesinin kapasitesi b_1 ikincinininki de b_2 dir. Teknik üretim katsayıları a_{11} , a_{12} , a_{21} ve a_{22} dir.

Buna göre:

a. Amaç fonksiyonu:

$$Z = \sum_{j=1}^2 C_j x_j = C_1 x_1 + C_2 x_2$$

b. Sınırlayıcı şartlar:

$$\sum_{j=1}^2 a_{ij} x_j \leq b_j \quad i = 1, 2$$

veya açık olarak

$$a_{11} X_1 + a_{12} X_2 \leq b_1$$

$$a_{21} X_1 + a_{22} X_2 \leq b_2$$

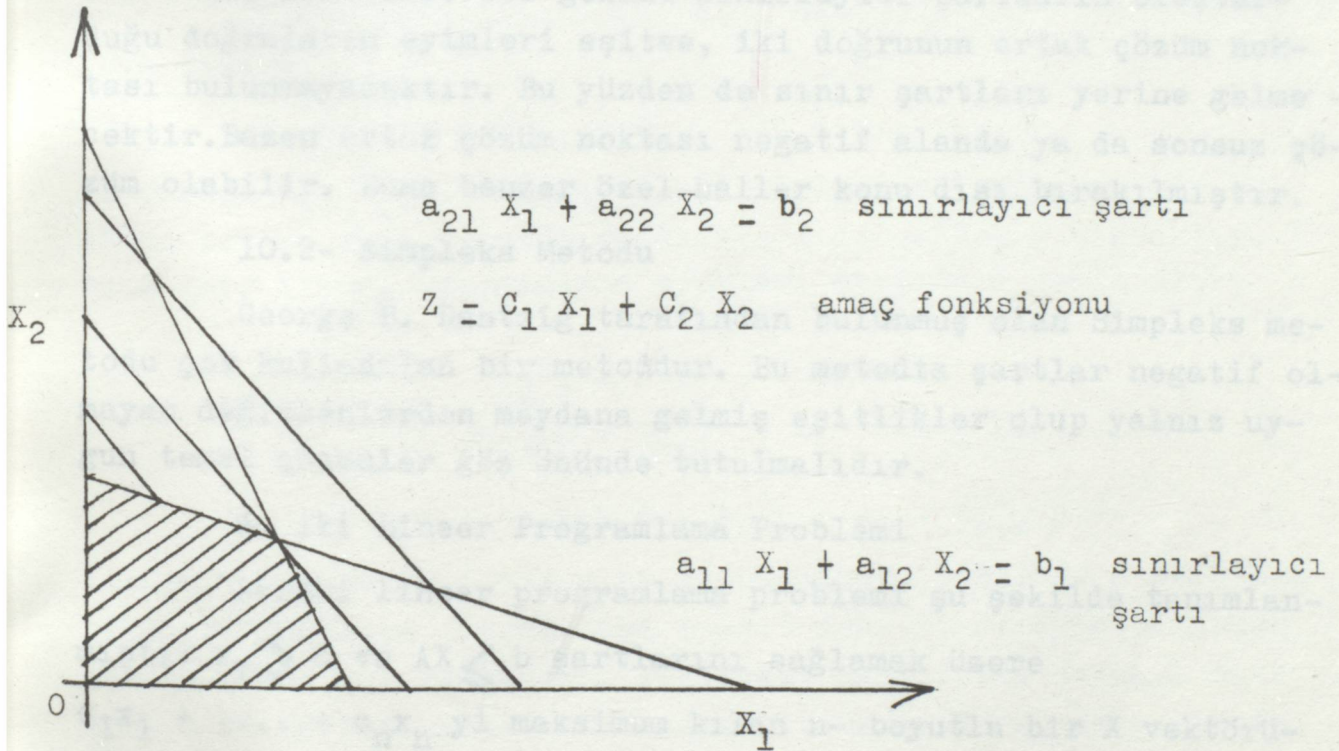
c. Pozitiflik şartı

$$X_j \geq 0 \quad j = 1, 2.$$

veya açık olarak

$$X_1, X_2 \geq 0 \text{ olacaktır.}$$

Bu problem grafik olarak aşağıdaki şekildeki gibi gösterilir.



Şekil II.1

Grafik Çözüm

Sınırlayıcı şartların ve X_1, X_2 ekseninin pozitif kısımlarının meydana getirdiği kapalı bölge Uygun Çözüm Alanı'nı meydana getirir. Bu alan içinde herhangi bir nokta uygun çözümdür⁹. Uygun çözümlerin oluşturduğu konveks setin ya da poligonun uç noktaları temel uygun çözümleri verir.

⁹Hadley, a.g.e. s. 10.

Optimum uygun çözüm amaç fonksiyonuyla bulunur. Amaç fonksiyonu, OX_1X_2 düzleminde Z parametresine göre değişen birbirine paralel bir doğrular sistemini gösterir. Herbir doğru üzerindeki bütün noktalarda kâra katkı sabittir. Bu yüzden bu doğrular sistemine eş kâr doğruları denir. Uygun çözümlerden biri için kâra katkı maksimumdur. Grafikten görüleceği gibi bu noktada uygun çözüm alanının köşelerinden biridir. Eş kâr doğrularının, orjinden uzaklaşma doğrultusunda kaydırılırken çözüm alanından en son ayrıldığı (A) noktası ve o noktadaki doğru kâra maksimum katkıyı verir¹⁰.

Doğrusal programlama modellerinde her zaman uygun çözüm bulunmayabilir. Söz gelimi sınırlayıcı şartların oluşturduğu doğruların eyimleri eşitse, iki doğrunun ortak çözüm noktası bulunmayacaktır. Bu yüzden de sınır şartları yerine gelmecektir. Bazen ortak çözüm noktası negatif alanda ya da sonsuz çözüm olabilir. Buna benzer özel haller konu dışı bırakılmıştır.

10.2- Simpleks Metodu

George B. Dantzig tarafından bulunmuş olan Simpleks metodu çok kullanılan bir metoddur. Bu metodta şartlar negatif olmayan değişkenlerden meydana gelmiş eşitlikler olup yalnız uygun temel çözümler göz önünde tutulmalıdır.

a- İki Lineer Programlama Problemi

Birinci lineer programlama problemi şu şekilde tanımlanmıştı: $x_1 \geq 0$ ve $AX \leq b$ şartlarını sağlamak üzere

$c_1x_1 + \dots + c_nx_n$ yi maksimum kılan n- boyutlu bir X vektörünün tayin edilmesi gerekmektedir. Burada A katsayı matrisi olup X ve b matrisleri sütun matrisidir. Burada adı geçen X vektörünün koordinatları $x_1, x_2, \dots, x_n$ dir. Amaç fonksiyonu lineer formda şartlar ise açık şekliyle şöyledir,

¹⁰Hadley, a.g.e. s.11.

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n \leq b_1$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n \leq b_2$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n \leq b_m$$

Simpleks metodu için daha elverişli bir form olan eşitlikleri elde etmek üzere yukardaki eşitsizliklere gevşek veya ek değişkenler denen değişkenler dahil edilebilecektir. Böylece yukardaki eşitsizlikler eşitlikler olarak yazılabilir,

$$a_{i1} x_1 + \dots + a_{in} x_n + x_{n+i} = b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (2)$$

veya kısaca,

$$a_{ij} x_j + x_{n+i} = b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

ki burada $x_{n+i} \geq 0$. Buna göre eşitsizliklere sağlayan bir çözüm takımı aynı zamanda eşitlikleri de sağlamış olacaktır. Buna göre lineer programlama problemi aşağıdaki şekli alır,

$$\max \quad c_j x_j = z$$

$$a_{ij} x_j + x_{n+i} = b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+m} \geq 0.$$

Yalnız eşitlikleri içine alan problemin bu şekilde n adetteki bilinmeyenlere ek olarak daha m adet negatif olmayan bilinmeyen katılmış bulunmaktadır. Yukardaki eşitlikler katsayı matrisi A'da şu katsayıları da nazarı itibara alarak daha simetrik bir hale sokulabilir,

$$a_{i, n+i} = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$a_{i, n+k} = 0 \quad (i, k = 1, 2, \dots, m; i \neq k)$$

şimdi de ikinci lineer programlama problemini ele alalım:

$$x_i \geq 0 \text{ ve } AX \geq b \text{ şartlarını sağlamak üzere}$$

$c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$ yi minimum kılan n-boyutlu vektörün tayin edilmesi gerekmektedir. Burada A katsayı matrisi olup X ve b matrisleri sütun matrisidir. Burada adı geçen X vektörünün koordinatları $x_1, x_2, \dots, x_n$ dir. Amaç fonksiyonu lineer formda, şartlar ise açık şekliyle şöyledir,

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n \geq b_1$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n \geq b_2$$

.....

.....

$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n \geq b_m$$

İşareti negatif olmayan gevşek veya ek değişkenlerin katılması ile yukardaki eşitsizlikler eşitlikler haline gelmiş olacaktır,

$$a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + \dots + a_{in} x_n + x_{n+i} = b_i$$

$$(i = 1, 2, \dots, m)$$

Burada dikkat edilecek nokta gevşek değişkenlerin eşitliklere önlerinde birer negatif işaretle girdiğidir. Kısa olarak bu denklemler şöyle yazılabilir,

$$a_{ij} x_j + x_{n+i} = b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

Böylece lineer programlama problemi şöyle yazılacaktır

$$(\min) \quad c_j x_j = z$$

$$a_{ij} x_j + x_{n+i} = b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+m} \geq 0$$

b Lineer Programlama Probleminin Çözümleri

Bu problemlerin çözümü en elverişli çözümler olarak adlandırılır. Eşitlikleri sağlamakla beraber amaç fonksiyonunu maksimum veya minimum yapmayan çözüme uygun çözüm denir.

Pratikte uygun çözümü bulmak ile sonra en elverişli çözümü elde etmek karıştırılmaktadır. Esas olarak simpleks metodu herhangi bir değerden başlayıp iterasyon ile bir uygun çözümün bulunması ve bu uygun çözümden başlayarak en elverişli çözümün bulunması şeklinde iki adımda ele alınabilir.

Gevşek değişkenler dahil olmak üzere $n-m$ bilinmeyen bulunduğu ve buna karşılık yalnız m denklem olduğundan herhangi n bilinmeyen sıfıra eşitlenerek kalan eşitliklerin ortak çözümünden diğer m bilinmeyen elde olunur. Buna temel çözüm denmektedir. Temel çözüm adedi sonlu bir sayı olup herhangi m tane değişkeni göz önünde tutarak elde edilir.

Eğer bu değişkenlerin değerleri negatif değilse çözümler uygun temel çözümler diye adlandırılır.

Temel olmayan çözümler, diğer bir deyişle sıfır olan değişkenlerin adedi n den az ise iki veya fazla adette uygun temel çözümlerin elde edilen değerlerinin pozitif bir ağırlıkla çarpılıp ağırlıklarının alınması ile elde edilebilir. Dolaşımı ile amaç fonksiyonu maksimum (veya minimum) yapmak isteniyorsa temel olmayan bir uygun çözümle, temel bir uygun çözümün karşılığı bulunacak amaç fonksiyonunun değerinden daha büyük (veya küçük) bir değer elde edilemeyecektir. En elverişli çözüm olarak en azından bir tane uygun temel çözüm mevcut olacaktır.

Aşağıya çeşitli tipteki çözümler ile bunların özellikleri sıralanmıştır:

1- Temel olmayan Çözüm: m den daha fazla adette bilinmeyen $\neq 0$, $n-m$ den az sayıda bilinmeyen $= 0$.

2- Temel Çözüm: m bilinmeyen $\neq 0$, $n-m$ bilinmeyen $= 0$.

3- Yozlaşmış Çözüm: m den az adette bilinmeyen $\neq 0$, $n-m$ den fazla bilinmeyen $= 0$,

Bu çözüm tiplerinden ayrı olarak iki tane daha tanımlama yapıyoruz.

1- Uygun Çözüm: Şartları sağlayan çözümler.

2- En elverişli Çözüm: Aynı zamanda amaç fonksiyonunun da maksimum veya minimumunu vererek bu fonksiyonun en elverişli değerini sağlayan çözüm.

Lineer programlama probleminin çözümlerini aramağa geçmeden önce önemli bir kabul yapılmaktadır. Bukabulü şöyle ifade edebiliriz:

Kabul: Eşitlik şeklindeki şartların sabit sütunu eşitliklerin sol tarafında kalan katsayılar sütunlarının her bir çiftine göre lineer olarak bağımsızdır.

Bu kabule Yozlaşmama kabulü denir.

Bu kabule göre sabit sütun eşitliğin solunda kalan katsayıların ikişer ikişer lineer konbinezonları şeklinde ifade edilememektedir. Dolayısıyla bu eşitliklerin herhangi bir çözümü en azından m tane sıfır olmayan x bilinmeyenini içine alacaktır. Buna göre aşağıdaki iki teorem verilebilir.

TEOREM 1: m tane şartlı (kısıtlanmış olma) ve $n (> m)$ bilinmeyenli yozlaşmamış bir lineer programlama problemi bir (uygun veya değil) çözüme sahipse katsayıları lineer olarak bağımsız olan en azından bir takım m adet bilinmeyen bulunması gerekir.

TEOREM 2: Eğer m tane şartlı ve $n (> m)$ bilinmeyenli yozlaşmamış bir lineer programlama probleminin uygun bir çözümü varsa bu problemin bir temel uygun çözümü diğer bir deyişle en çok m tane sıfır olmayan bilinmeyi içine alan çözümü vardır.

Dolayısıyla en azından bir tane uygun temel çözüm bulunacak sonucuna varılır.

c- En Elverişli Olmayan Bir Çözümü En Elverişli Hale Yaklaştırmak İçin İterasyon Usulu

İlerde detaylı olarak inceleneceği gibi simpleks metodu lineer programlama problemi aşağıda gösterilen şekle getirildikten sonra başlar

Lineer şərtlər:

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n + x_{n-1} = b_1$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n + x_{n+2} = b_2$$

.....

.....

$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n + x_{n+m} = b_m$$

Amaç Fonksiyonu:

$$c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n - z = 0 \quad (6)$$

Buradaki bütün değişkenler $x_1, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+m} \geq 0$.

Denklemlerin bu halinden başlanarak en elverişli çözümü bulmağa, diğer bir değişle (6) numaralı eşitlik ile şartları (5)'i sağlayan çözümü bulmağa geçilir ki burada bir iterasyon usulü kullanılır. Her bir iterasyon kademesinde yapılan pivotal işlemler sonucu olarak a_{ij} katsayıları ile b_i ve c_j sabitleri yeni değerler alacaklardır. Bu yeni değerleri belirtmek üzere harflerin üzerlerine $\bar{a}_{ij}$, $\bar{b}_i$, $\bar{c}_j$ şeklinde birer çizgi konulacaktır. Tabiatıyla bu değerler ikinci bir iterasyon sonucu tekrar değişeceklerdir.

Bir çok iterasyondan sonra nihai değilde bir ara şekle gelinmiş olsun. Bu ara şekliyle denklemlerin şöyle bir sonuç verdiği kabul edilsin.

$$x_1 = \bar{b}_1, x_2 = \bar{b}_2, \dots, x_m = \bar{b}_m$$

$$x_{m+1} = x_{m+2} = \dots = x_n = 0,$$

ayrıca

$$\bar{b}_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

Bu duruma lineer programlamada uygun kanonik şekil denir.

Diğer taraftan bu kanonik şekle tekabül eden amaç fonksiyonunun iterasyon ile elde edilen katsayıları $\bar{c}_j$ (ki bunlara maliyet formu da denir) rölatif maliyet faktörü denir. Bu değerler temel değişkenlerin seçimine göre değişeceğinden, diğer bir deyişle iterasyonun her bir seferinde farklı olacağından, bunlara rölatif faktör denmektedir.

Şimdi şu teoremi zikredebiliriz:

TEOREM: Uygun bir temel çözüm, eğer bütün rölatif maliyet faktörleri negatif değilse, $\bar{c}_j \geq 0$, ($j = 1, 2, \dots, n$), toplam maliyet $\bar{z}_0$ olan minimum uygun çözümdür.

Bu teoremde geçen $\bar{z}_0$ iterasyon esasına göre yapılan pivotal işlemler sonucu elde edilen amaç fonksiyonunun sağ tarafının değeridir.

Bu teoremin isbatı amaç fonksiyonunun değerleri esasına dayanmaktadır. Amaç fonksiyonu başlangıçta

$$c_j x_j - \bar{z} = 0$$

şeklinde yazılmış olsun. İterasyonlar sonucu olarak

$$\bar{c}_j x_j - z = -\bar{z}_0$$

elde edilecektir. Bu ifade terimlerinin sırası değiştirilerek yazılacak olursa

$$z = +\bar{z}_0 + c_j x_j \quad (7)$$

Dikkat edilecek olursa $x_j \geq 0$, ve eğer $c_j = 0$ ise z minimum değerine erişecektir,

$$\min z = +\bar{z}_0$$

Eğer $\bar{c}_j = 0$ ise, $\bar{z}_0$ ya değerini arttıracak şekilde pozitif bir Değer eklenmektedir. Dolayısıyla

$$\bar{c}_j > 0 \quad \text{ise} \quad \min z > \bar{z}_0,$$

$$\bar{c}_j = 0 \quad \text{ise} \quad \min z = \bar{z}_0,$$

Yükardaki teoreme ilâveten şu teorem verilebilir,

TEOREM: Rölatif maliyet faktörleri, $\bar{c}_j > 0$ olarak veriminimum uygun temel çözüm halinde her $c_j > 0$ için $x_j = 0$ özelliğindeki diğer uygun çözümler (temel olması şart değil) de minimum çözümdür. Bununla beraber bazı j değerleri için $x_j > 0$ ve $c_j > 0$ özelliğindeki bir çözüm minimum bir çözüm olamaz.

$\bar{z}_0$ nin değerini arttıran ek değer $c_j x_j$ terimleri olduğu için teoremin ispatı aşikârdır. Eğer x_j ve $\bar{c}_j$ den biri sıfır ise netice değişmeyecektir, diğer taraftan x_j ve $\bar{c}_j$ sıfırdan daha büyük ise pozitif yönde bir değer değişimi olacak ve dolayısıyla $z = \min z$ elde edilecektir.

Sonuç: Temel olmayan değişkenlere tekabül eden $\bar{c}_j > 0$ ise temel uygun çözüm yegane minimum uygun çözümdür.

En elverişli olmayan uygun bir temel çözümü en uyguna yaklaştırmaya çalışalım. Eğer en az bir tane negatif rölatif maliyet faktörü $\bar{c}_j < 0$ ise eldeki temel çözümden istifade edilebilir. Bu maliyet faktörünü seçerek, meselâ $\bar{c}_k$, k -inci sütun pivot alarak sütun olarak tayin edilir, eğer r -inci satır da bir esas dahilinde seçilecek olursa bir sonraki iterasyon için kullanı-

lacak a_{kr} pivotal terimi tesbit edilebilir.

Eğer birden fazla $\bar{c}_j$ negatif ise, $\bar{c}_j$ lerden herhangi biri ele alınabilir. Bununla beraber bir kriter olarak şu söylenebilir,

$$\bar{c}_k = \min \bar{c}_j < 0$$

Bu şekilde $\bar{c}_k$ yi seçme kriteri deneysel bir sonuçtur. En küçük $\bar{c}_j$ üzerinde karar kılınarak en elverişli çözümü elde etmede gerekecek iterasyon sayısı azaltılmış olur.

Satır üzerinde karar vermek ilerdeki bir paragrafta ele alınacaktır. Pivotal terime ait önemli bir nokta bu terimin pozitif bir $\bar{a}_{rk}$ olmasıdır. Kriterin bu olmasına karar vermezden önce bu kriteri hazırlayacak bir teorem verilecektir.

TEOREM: Kanonik sistemde herhangi bir k için bütün $\bar{a}_{ik}$ katsayıları pozitif değilse ve $\bar{c}_k$ negatif ise bir uygun çözümler sınıfı kurulabilir ki bu hal de z değerlerinin cümlesinin alt sınırı bulunmaz.

Bu teoremi ispat etmek için $x_i = \bar{b}_i$ ye tekabül eden kanonik şekilden başlayalım. k -inci terimin mevcut olduğu düşünülecek olursa x_1 nin değeri değişecektir, şöyle ki

$$x_i = \bar{b}_i - \bar{a}_{ik} x_k \quad (9)$$

Diğer taraftan amaç fonksiyonunun değeri $\bar{z}_0$ olmayıp

$$z = \bar{z}_0 + \bar{c}_k x_k, \quad (10)$$

şeklindedir.

Rölatif maliyet faktörleri ve dolayısıyla $\bar{c}_k$ negatif oldukların z nin azalmasını sağlamak için x_k mümkün olduğu kadar seçilmelidir. Bununla beraber (9) şartıda hesaba katılmalıdır. $\bar{a}_{ik}$ pozitif olduğundan x_k belirli bir sınırın üstünde arttırılacak olunursa x_i negatif olur ki değişkenlerin negatif olmama şartına uyulmamış demek olur. Bununla beraber $\bar{a}_{ik} < 0$ ise x_k istenildiği kadar büyük alınabilir, Dolayısıyla da (10) den z için bir alt sınır bulunamayacağı sonucuna varılır.

Pozitif $\bar{a}_{ik}$ ler arasından r-satırını seçmek için $\bar{b}_i/\bar{a}_{ik}$ (> 0 , çünkü hem $\bar{b}_i$ hem de $\bar{a}_{ik}$ pozitiftir) oranları karşılaştırılır ve r-satırı üzerinde şu esasa göre karar verilir,

$$\frac{\bar{b}_r}{\bar{a}_{rk}} = \min \frac{\bar{b}_i}{\bar{a}_{ik}} \quad 0, \quad (\bar{a}_{ik} > 0) \quad (11)$$

Pivotal işlemler sırasında $\bar{a}_{rk}$ yi birim yapıp k-sütundaki diğer katsayıları sıfır yapmak için küçük $\bar{b}_i$ değerleri büyüklerden çıkarılır ve dolayısıyla $\bar{b}_i$ ların yeni değerleri pozitif kalır.

(11) daki kriter gözlemmiyecek olursa $\bar{b}_i$ katsayılarından bazıları negatif olacak ve dolayısıyla kanonik şekildeki bunlara tekabül eden x_i değerleri negatif olmama şartını bozmuş olacaktır.

Belirli bir temel çözümün bazı temel değişkenleri sıfır olur, diğer bir değişle bunlara tekabül eden $\bar{b}_i$ sıfır olur sa yozlaşma hali var demektir. Daha önceki bir kabulümüzde yozlaşmama esas idi. Dolayısıyla yozlaşmış hali tartışmalarımız konusu dışında bırakarak aşağıdaki teorem verilebilir:

TEOREM: Eğer kanonik bir sistemde herhangi bir k için rölatif maliyet faktörü $\bar{c}_k$ negatif ise ve en azından bir tane başka bir katsayı $\bar{a}_{ik}$ pozitif ise bu halde yozlaşmamış temel uygun bir çözümden yeni bir temel uygun çözüm teşkil edilebilir ve buna en düşük toplam maliyet z tekabül eder.

Bu kabuller yapıldığı taktirde en elverişli çözüm daima sonlu sayıda iterasyonlar sonunda elde edilebilir. Her iterasyonun sonunda nihai çözüm takımına biraz daha yaklaşılr. Aşağıdaki teorem bu hususu belirtir.

TEOREM: Herbir iterasyonda yozlaşmama olduğu kabul edilirse Simpleks metodu sonlu sayıda iterasyonlar sonucu tamamlanmış olacaktır.

Bu teoremir ispatı aşikardır. m eşitlik ve n değişken olduğuna göre n değişkenin içinden m temel değişkenin sonlu

sonlu sayıda konbinezonu olacağından bir temel takımdan bir diğerine giderek en elverişli takım elde edilecektir. Aksi halde değişkenlerin aynı değerleri ve amaç fonksiyonu z 'nin aynı değeri etrafında dönecektir.

Yozlaşma halinde iterasyon sonsuz sayıda devam edebilir. Bu hale Looping denilir.

d- Simpleks Metodunun Açıklanması

Simpleks bir iterasyon metodudur. İterasyon işlemlerinin her bir seferinde temel uygun çözümlerden bir takım incelenir. İterasyondan gaye en elverişli çözüme erişmektir. Nihayi işlemler ile sistemin ilk verildiği şekli arasında yapılan iterasyon işlemlerinin sayısı değişebilir. İterasyon usulü her keresinde aynı olmakla beraber sayısal değerler tabiatıyla her seferinde farklı olacaktır. Bir başlangıç kedemesinden işe başlamak gerekecektir. Çözümleri iterasyona tabi tutmaya başlamazdan önce birkaç önemli noktanın sağlanmış olması gerekir. Bu noktaları bir arada gözden geçirelim.

1- Simpleks hesapları Başlangıç Tablosu denen bir tabloyu kurduktan sonra başlar.

2- Bu tablodaki bütün b_i katsayılarının işaretleri pozitif olmalıdır.

3- Başlangıç tablosu bir temel çözüme tekabül eder. Diğer bir deyişle sistem kanonik formdadır. Burada üç ayrı durum göz önüne alınabilir:

a- x_1 den x_n 'e kadar olan değişkenleri içine alan temel değişkenler takımı kanonik şekilde olabilir.

b-Veya gevşek değişkenler kononik şekilde olabilir.

c- Yukarıdaki hallerden ne a-hali ne de b-hali mevcuttur, bu durumda sisteme yeni değişkenler eklenirki bu değişkenler aşağıda açıklanacaktır.

4- Eğer 3.b. veya c durumu var ise kanonik şekildeki bu yeni değişkenlere sun'li değişkenler denir. Amaç fonksiyonuna benzer olarak sun'i değişkenler için de bir fonksiyon kurulması icap edekki bu fonksiyona uygunsuzluk şekli denir.

Şimdi yukarıda verilen bilgilerin açıklanmalarına geçilebilecektir. Başlangıç tablosunu kurmak için şartların eşitlik halindeki şekillerinden başlanacaktır, diğer bir deyişle (2) veya (4) şekilleri kullanılacaktır. Dikkat edileceği gibi (2)'de gevşek değişkenlerin denklemlere ilave edildiği (pozitif işaretli) ve (4) ise bunların çıkarıldığı (negatif işaretli) görülmektedir. Dolayısıyla (2) denklemleri gevşek değişkenlere göre kanonik şekilde fakat (4) denklemleri negatif işaretlerden dolayı kanonik şekilde değildir, (yukardaki 3 b ye bakınız). İkinci Halde her bir eşitliye yeni bir değişken eklenmelidir, böylece sistem bu yeni değişkenlere nazaran kanonik şekle gelmiş olacaktır. Bu durumda negatif işaretli gevşek değişkenler yine sun'i değişken olarak adlandırılmakla beraber kanonik şekilde değildirler.

(2) numaralı eşitlikleri alarak,

$$a_{i1} + a_{i2} x_2 + \dots + a_{in} x_n + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Kanonik halde bulunan} \\ \text{i-inci sun'i değişken}}}{x_{n+i}} = b_i \quad (b_i > 0) \quad (12)$$

ve (4) numaralı eşitlikleri alarak

$$a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + \dots + a_{in} x_n + x_{n+i} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Kanonik halde bulunan} \\ \text{i-inci sun'i değişken}}}{x_{n+m+k}} = b_i \quad (b_i > 0) \quad (13)$$

olduğu görülecektir. Buradaki k'nın değeri negatif gevşek değişkeni olan ilk eşitlik i-inci eşitlik ise $k = 1$, eğer ikinci ise $k = 2$, vesaire şeklinde değişir. Burada dikkat edilecek bir nokta da önce b_i lerin işareti pozitif yapıldıktan sonra kanonik şeklindeki değişkenlerin tesbit edilmesinin icab ettiğiidir. Dolayısıyla gerek (12) ve gerekse (13) eşitliklerinden sonra $b_i > 0$ şartı da eklenmiştir.

Bu şartlara ilâveten başlangıç tablosuna amaç fonksiyonu da dahil edilmiştir. Bu fonksiyonda en elverişli değeri bulacak olan z değeri bilinmediğinden bu da bir değişken olarak göz önünde tutulur ve buna amaç değişkeni denir.

İki numaralı lineer programlama problemi ele alınırsa bunun amaç fonksiyonu minimum yapılacağından aşağıdaki şekilde yazılır,

$$c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n + z = 0, \quad z (\min) \quad (14)$$

Eğer birinci lineer programlama problemi göz önüne alınmış ise,

$$c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n + z = 0, \quad z (\max)$$

Simpleks metodu yalnız minimum bulma esasına dayandığından amaç fonksiyonu maksimum bulmadan ziyade minimum bulma haline getirilmelidir. Bu da c_i katsayılarının işaretlerini değiştirmekle elde edilebilir, şöyle ki,

$$-c_1 x_1 - c_2 x_2 - \dots - c_n x_n - z = 0, \quad z (\min) \quad (15)$$

Kabuledilebilir değişkenlerin bir fonksiyonu olan amaç fonksiyonuna benzer olarak, kanonik haldeki sun'i değişkenleri birbirine bağlayan diğer bir amaç fonksiyonu probleme dahil edilir ki bu fonksiyon uygunsuzluk şekli olarak isimlendirilir;

$$x_{n+1} + x_{n+2} + \dots + x_{n-m} = w$$

Dikkat edildiği gibi w de bir bilinmeyendir, dolayısıyla yukardaki ifade şu şekilde yazılabilir,

$$x_{n+1} + x_{n+2} + \dots + x_{n-m} - w = 0 \quad (16)$$

Uygunsuzluk formu yukardaki şekliyle tabloya dahil edilmeyip sun'i değişkenleri eleme yoluna gidilir. Bunun için de uygunsuzluk formundan şart eşitliklerinin her biri teker teker çıkarılır ve

$$-\sum_{i=1}^m a_{i1} x_1 - \sum_{i=1}^m a_{i2} x_2 \dots - \sum_{i=1}^m a_{in} x_n - w = -\sum_{i=1}^m b_i \quad (17)$$

elde edilir. Yukardaki toplam işaretleri kısa olarak şöyle ifade edilebilir,

$$d_j = - \sum_{i=1}^m a_{ij} \quad (18)$$

$$w_0 = - \sum_{i=1}^m b_i \quad (19)$$

Yukarda bahsedilenler kısaca özetlenmek istenirse şunlar söylenebilir:

1- b_i sabitleri pozitif yapılmış olmalıdır. Eğer verilen eşitliklerde b_i lar negatif işaret ile verilmiş ise bu işaretler pozitif olacak şekilde eşitliklerin işaretleri değiştirilmelidir.

2- Sistemin kanonik olup olmadığına bakılmalıdır. Eğer m adette kabul edilebilir değişken kanonik halde bulunuyorsa sun'i değişken ilave etmeye lüzum kalmayacaktır. Aksi takdirde $x_{n-1}, \dots, x_{n-m}$ değişkenleri ilave edilir.

3- amaç fonksiyonu şartları teşkil eden ifadelere ilave edilir.

4- Eğer sistemi kanonik yapmak üzere sun'i değişkenler eklenmiş ise uygunsuzluk formu nazarı itibarâ alınmalıdır.

5- Eğer lineer programlama problemi amaç fonksiyonunu minimum yapmak şeklinde ise simpleks metodu hemen tatbik edilebilir. Eğer amaç fonksiyonunun maksimum değeri aranıyorsa amaç fonksiyonunun minimum'u bulunacak şekle çevirmek üzere c_i sabitlerinin işaretleri değiştirilir.

Temel değişkenlerin tanımlanmasından da bilindiği gibi $x_{n-1}, \dots, x_{n-m}, -Z, -W$ değişkenleri temel değişkenlerdir, yukardaki başlangıç tablosunda bu açık olarak görülmektedir.

Simpleks metodu $x_i = \dots = x_n = 0$ ve $x_{n-1} = b_1, \dots, x_{n-m} = b_m$

temel çözümüne karşılık olan başlangıç tablosundan başlayarak m adette kabul edilebilir değişkenin pozitif değerlerinin bulunduğu, diğer bütün değişkenlerin sıfır olduğu, ve z nin minimum değerine eriştiği en elverişli çözümle sonuç bulan bir iterasyon usulüdür.

İterasyonun her bir adımında pivotal işlemler sebebiyle katsayıların ve sabitlerin değerleri değişecektir. Değişen değerlerin belirtmek üzere harflerin üzerine (-) işareti konulur,

$$\bar{a}_{ij}, \bar{b}_i, \bar{c}_j, \bar{d}_j,$$

İterasyonun her adımında temel değişkenlerin bir kombinasyonu olan bir temel çözüm elde edilecektir. Birbirine benzemekle beraber iterasyona iki kısımda toplanabilir. Bunlar Faz I ve Faz II kısımlarıdır.

Faz I de $\bar{d}_j$ değerleri esas olarak alınır. Faz II de iterasyona temel olarak $\bar{c}_j$ değerleri kullanılır ve $\bar{d}_j$ değerleri hiç nazarı itibara alınmaz ve ayrıca uygunsuzluk formu da tablodan çıkarılır.

Buna göre şu sonuca varılabilir, eğer sun'i değişken ilâ ve etmeden başlangıç tablosu kanonik hale getirilebiliyorsa uygunsuzluk formuna ihtiyaç kalmayacak ve dolayısıyla Faz I bulunmayacaktır. Bu halde Faz II başlangıç tablosundan başlar. Genel olarak Faz I mevcuttur.

İterasyon usulü en elverişli olmayan bir çözümü en elverişli hale getirmeye yarar.

örnek: Denklemi ve;

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

$$\dots\dots\dots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

sınırlılıkları da, $x_j \geq 0$ ($j = 1, \dots, n$) ile birlikte sınırlandırılmış koşullarını göstermek üzere yazılabiliyordu. (Sınırlandırılmış koşulların olduğu maksimizasyon problemi)

Böyle bir primal problemin dual'i ise;

$$z_{\max} = b_1w_1 + b_2w_2 + \dots + b_mw_m$$

örnek: Denklemi ve;

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

DUALİTE

3.1. Dualite¹

Herhangi bir doğrusal programlama probleminin dışındaki başka bir görünümü " dual problem " olarak bilinir. Verilmiş primal problemin dual çözümü, taşıdığı önemli ekonomik anlam ve matematik özellikler yönünden, oldukça ilginçtir. Aşağıda, konu ile ilgili yazımlar, formülasyonlara yer verilmiştir.

Bir doğrusal programlama probleminin primal'i, matematik formda;

$$\max Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$$

amaç denklemini ve,

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n \leq b_1$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n \leq b_2$$

$$\dots\dots\dots$$

$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n \leq b_m$$

eşitsizlikleri de, $x_j \geq 0$ ($j = 1, \dots, n$) ile birlikte sınırlandırıcı koşullarını göstermek üzere yazılabiliyordu. (Sınırlayıcı koşulların olduğu maksimizasyon problemi)

Böyle bir primal problemin dual'i ise ;

$$G_{\min} = b_1 w_1 + b_2 w_2 + \dots + b_m w_m$$

amaç denklemini ve;

¹Doç. Dr. Yılmaz Tulunay, Matematik Programlama, İstanbul Üniversitesi Yayınları No. 2721, İstanbul 1980, s. 257-262.

$$a_{11} W_1 + a_{21} W_2 + \dots + a_{m1} W_m \geq c_1$$

$$a_{12} W_1 + a_{22} W_2 + \dots + a_{m2} W_m \geq c_2$$

.....

$$a_{1n} W_1 + a_{2n} W_2 + \dots + a_{mn} W_m \geq c_n$$

eşitsizlikleride, $W_i \geq 0$ ($i = 1, \dots, m$) ile birlikte sınırlayıcı koşulları göstermek üzere yazılabilecektir.

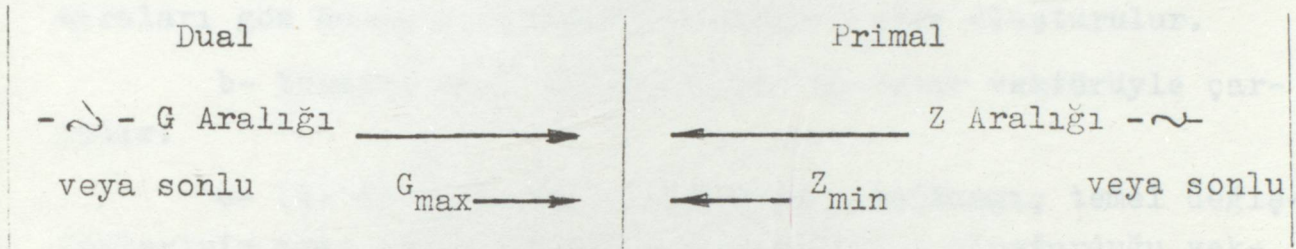
Buna göre, primal problemdeki n değişken ve m sınırlayıcı koşul bulunmaktadır. Ayrıca primal problem bir maksimizasyon, dual problem ise bir minimizasyon göstermektedir. Bunların yanında dikkat çeken başka bir özellikte, primal problemdeki sağ taraf sabitlerinin dual problemde amaç denklemi katsayılarını gösterir. Yani, aslında, dual problemin dual'i o problemin primalini vermektedir. Primal problemde ($\leq$) verilmiş bulunan sınırlayıcı koşulların dual problemde ($\geq$) dönüşmüş olmasında primal - dual ilişkilerinin başka bir özelliğidir. Burada sözü edilebilecek başka bir özelliği de, sınırlayıcı koşullardaki kat sayılar matrisinin dual problemde satırları ile sütunlarının yer değiştirmiş olarak bulunması oluşturur. Tabloda primal ve dual problemler arasındaki ilişki özetlenmiştir.

Tablo 3. 1 Primal Dual İlişkisi

		Primal					
Dual	Değişkenler	$x_1 \geq 0$	$x_2 \geq 0$		$x_n \geq 0$	İlişki	Sabitler
	$W_1 \geq 0$	a_{11}	a_{12}		a_{1n}	$\geq$	b_1
	$W_2 \geq 0$	a_{21}	a_{22}		a_{2n}	$\geq$	b_2
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$W_m \geq 0$	a_{m1}	a_{m2}		a_{mn}	$\geq$	b_m
	İlişki	$\leq$	$\leq$		$\leq$		$\leq$ $G_{\max}$
	Sabitler	c_1	c_2		c_n	$\geq Z_{\min}$	

Dualite Teoremi: Eğer primal ve dual problemlerin çözümleri varsa, primal problemin herhangi bir mümkün çözümü ile ilgili amaç denklemi değeri (Z) dual problemin herhangi bir çözümü ile ilgili amaç denklemi değerinden (G) daha büyük veya ona eşittir. Eğer $Z_{\max} = G_{\min}$ ise, her iki sistem içinde optimum mümkün çözüm vardır, primal ve dual problemlerin mümkün çözümleri yoksa optimum çözümleride yoktur.

Teoremi grafik olarak aşağıdaki gibi gösterebiliriz².



Bu açıklamalarımızı şöyle genelleştirmek mümkündür;

Primal	Dual
Amaç denklemi ($\geq Z_{\min}$)	Sağ taraf sabitleri
Sağ taraf sabitleri	Amaç denklemi ($\leq G_{\max}$)
Katsayılar matrisi	Transpoze katsayılar matrisi
İlişki:	Değişken:
(i'inci) eşitsizlik : $\geq$	$w_i \geq 0$
(i'inci) eşitlik : $=$	w_i işaretçe sınırsız
Değişken:	İlişki:
$x_j \geq 0$	(j'inci) eşitsizlik: $\leq$
x_j işaretçe sınırsız	(j'inci) eşitlik : $=$

²George B. Dantzig, Linear Programming and Extension
University Press, 1963

3.2 Primal Dual İlişkilerin Önemli Sonuçları

Buradaki dört önemli sonucu şöyle sıralayabiliriz:

1- Primal veya dual problemin simpleks çözümünün herhangi bir kademesinde başlangıç temel değişkenlerinin sütunlarının katsayılar vektörleri bir matris oluşturur. Bu matris $(z_j - c_j)$ satırının kurulmasında kullanılabilir. Bunun için;

a- Bulduğumuz kademenin temel değişkenlerine ait amaç denklemleri katsayıları belirlenir ve bunlarla, simpleks tablodaki sıraları göz önüne alınarak, bir satır vektör oluşturulur.

b- Yukarda sözü edilen matris bu satır vektörüyle çarpılır.

c- (b) de elde edilen vektörden, başlangıç temel değişkenlerinin amaç denklemindeki katsayılarının oluşturduğu vektör çıkarılır. Bu bize doğrudan doğruya ilgili $(z_j - c_j)$ değerlerini verir,

2- Simpleks çözümün herhangi bir kademesinde dual sınırlayıcı koşullardaki dual değişkenlerin yerlerine gölge fiyatları konulursa, bu koşulların sol tarafı ile sağ tarafının farkı primal problemdeki ilgili $(z_j - c_j)$ değerlerini verir. Benzer işlem primal sınırlayıcı koşullara uygulanırsa dual problemin ilgili $(z_j - c_j)$ değerleri bulunur.

3- Primal veya dual problemin simpleks çözümünün herhangi bir kademesinde, temel değişkenlerle ilgili değerler sonuç (1) de elde edilen matris ile, sınırlayıcı koşulların sağ taraf sabitlerinin gösterdiği vektörü çarparak elde edilir $((B^{-1} \cdot b)$ işlemi).

4- Primal veya dual problemin simpleks çözümünün herhangi bir kademesinde, herhangi bir değişkene ait sabit katsayıların gösterdiği sütun vektör (başlangıç çözümü içinde geçerli olmak üzere), sonuç (1)'de verilen matris ile, söz konusu değişken sütunundaki başlangıç katsayılarını gösteren vektörün çarpımına eşittir.

4.1. KARIŞIM PROBLEMİ

Genel olarak karışım problemleri, bir sistemde bulunan maddelerin bir arada bulunması ve etkileşimleri ile ilgilidir. Bu tür problemler, genellikle kimya, fizik ve mühendislik alanlarında karşılaşılmaktadır. Karışım problemleri, genellikle bir sistemin davranışını anlamak ve kontrol etmek için çözülür. Bu tür problemler, genellikle bir sistemin davranışını anlamak ve kontrol etmek için çözülür.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

KARIŞIM PROBLEMLERİ HAKKINDA BİLGİ VE YEM SANAYİNDE UYGULAMA

Karışım problemleri, genellikle bir sistemin davranışını anlamak ve kontrol etmek için çözülür. Bu tür problemler, genellikle bir sistemin davranışını anlamak ve kontrol etmek için çözülür.

Karışım problemleri, genellikle bir sistemin davranışını anlamak ve kontrol etmek için çözülür. Bu tür problemler, genellikle bir sistemin davranışını anlamak ve kontrol etmek için çözülür.

Karışım problemleri, genellikle bir sistemin davranışını anlamak ve kontrol etmek için çözülür. Bu tür problemler, genellikle bir sistemin davranışını anlamak ve kontrol etmek için çözülür.

4.1. KARIŞIM PROBLEMLERİ

Genel olarak karışım problemlerinde bir ya da daha fazla ürünü elde etmek için çok sayıda ara ürün karıştırılır. Çoğu kez hammaddeler açısından ürünün kalitesini ve miktarı etkileyen sınırlayıcı şartlar vardır. Buna ilaveten son ürünün elde edilmesinde değişik şartlara bağlı hammaddeler çok sayıda değişik biçimde ve miktarda karıştırılabilirler. Bu yüzden karışım probleminin verilen bir amaç fonksiyonunu optimize edecek bir biçimde düzenlenmesi gerekir. Bu genellikle belirli sınır ve şartları sağlayan bir maliyet minimizasyonudur.

Karışım problemlerine örnek yalnızca petrol endüstrisi değildir. Yem, gıda, demir - çelik, metallurji gibi sanayi kollarında da karışım problemleriyle karşılaşılır.

Doğrusal programlama değişik oranlarda doğrusal değişen karışımların, karışım işlemleri için uygun bir yapı gösterir. Bu hiç bir zaman karışımın bütün fiziki miktarlarının doğrusal değiştiği anlamına gelmez. Bu yüzden doğrusal programlama doğrusal olmayan durumlarda uygulandığında yalnızca yaklaşık bir sonuç verir. Bir çok durumlarda doğrusallık kabulü karışım işlemlerinin incelenmesinde, çok yararlı ve yeterli sonuçlar almayı sağlar.

Doğrusal programlamanın ilk tutarlı ve yararlı uygulaması petrol rafinerilerinin programlanmasında olmuştur. Yakın zamanlarda bir çok petrol şirketi bu konuda geniş çalışmalar yapmıştır.

Rafineri işlemleri ham petrolün havada damıtılmasıyla başlar. Bu damıtma sonucu çok sayıda ara ürünler ortaya çıkar. Diğer ürünler aynı hammadde ya da ara ürünlerin değişik oranlarda karıştırılmasından elde edilir. Bu yüzden rafineri işlemlerinin optimizasyonu oldukça karışıktır. Charnes Cooper ve Mellon bu konuda öncü çalışmalar yapmışlardır. Bunları diğer çalışmalar izlemiştir.

Demir çelik endüstrisi ve madencilik için değişik çalışmalar yapılmıştır. Demir çelik endüstrisinde üretim planlamasında ve yüksek fırınlara hammaddelerin yüklenmesiyle ilgili bir D.P. modelini T. Fabian geliştirmiştir.

Ayrıca değişik demir cevherlerinin değerlendirilmesinde ve düşük kaliteli cevherlerini paletlenmesinde doğrusal programlamadan yararlanılmıştır.

Dökümhanelerde kupol ya da endüksiyon ocağına malzeme yüklenmesinde değişik kombinezonlar söz konusudur. Minimum maliyetle, istenen kalitede alaşımlı döküm elde etmek için, doğrusal programlamadan yararlanılarak, değişik çalışmalar yapılmıştır.

Doğrusal programlama tekniği başta üretim planlama problemleri olmak üzere endüstride ve diğer sahalarda oldukça geniş bir uygulama alanına sahiptir. Çok değişik sorunlara uygulanmış ve büyük tasarruflar sağlanmıştır.

Her modelde olduğu gibi doğrusal programlama modelleri de bazı varsayımlardan hareket edilerek düzenlenmektedir. Kusursuz sonuçların geçerliliği modelin hazırlanmasında gerekli bilgilerin tutarlılığına bağlıdır. Varılan sonuçlar mutlak ve değişmez veriler değildir. Verilerin toplandığı dönemle uygulanacağı dönemin farklı olması ya da istenen doğrulukta bilgi bulunamaması gibi nedenlerle kesin sonuçlara varılamıyabilmir. Ancak soruna yaklaşımın nasıl yapılacağı belirlendiği için yeni verilerle gerçek durumu tespit etmek her zaman mümkündür.

Uygulama çalışmalarının işletme için en önemli yanı herşeyden önce mevcut durumu gözler önüne sermesidir. Ayrıca, üretim, pazarlama ve satınalma gibi işletme politikalarının yönlendirilmesinde, yönetici elinde güçlü araç olmasıdır.

SAKARYA YEM SANAYİ (YEMTAŞ) HAKKINDA TANITICI BİLGİ

Sakaryalı olan ortaklarının maddi ve manevi destekleriyle fabrika, Ankara asfaltının 8'inci k.metresinde 10.500 m² lik sahada kurulmuştur.

Yüz yirmi beş ortağı olan şirketin kuruluş sermayesi 500.000 dır. 1978 yılında sermayesini 16.000.000 TL'rasına 1984 yılında 160.000.000 TL'rasına çıkarmıştır.

Fabrika, 1977 yılının eylül ayındaki deneme üretiminden sonra, 1978 yılından itibaren üretimini hem kalite hemde miktar artırarak sürdürmüştür.

YEMTAŞ, Türkiyenin en kaliteli karma hayvan yemini saatte 10 ton, yılda 80.000 ton olarak üretmektedir. Yıllık üretiminin 0.80'ini kanatlı hayvan yemi, 0.20'sini büyük baş hayvan yemi oluşturmaktadır.

Üretimde kullandığı hammaddelerden buğdayı yöreden; yağlı tohum küspelerini Trakya ve Adanadan, balık ununu ise Karadeniz bölgesinden temin etmekte olup ürettiği mamulleri Sakarya, Bolu,Kocaeli illerinde tüketime sunmaktadır.

YEMTAŞ, kurumlar vergisi ödeme sıralamasında yüksek vergi ödeyenler arasında Sakarya vilayetin de üçüncü sırayı almaktadır.

1982 yılında yüz ton yemi Kuveyt'e ihraç eden işletme yeterli finansman sağladığı ve standart kalitede hammadde bulduğunda ihracat bağlantısı yapabilmektedir.

UYGULAMA HAKKINDA BİLGİ

Adapazarı Yem Sanayiinin den alınan etlik piliç yemi karışımı ile ilgili veriler ve kısıtlar sayfa 43'de sunulmuştur. Bu verilere göre etlik piliç yemi karışımının fiyatını minimize edecek uygun karışım araştırılmış ve doğrusal programlama paket programı kullanılarak çözüme gidilmiştir.

Tablo. 4.2

	ORTAAMA FİAL	HAM PROTEİN %	HAM SELÜLOZ	HAM KÜL %	Ca %	P %	LYSİN %	METABOLİK EN	METİOLİTEN	% VİSİSİN
MISIR 21	58	9.5	3.4	1.4	0.02	0.2	0.24	2813	0.18	85
ARPA	54	10.9	5.8	2.5	0.1	0.36	0.39	2700	0.19	76
BUÇDAY	62	11	3	1.9	0.05	0.28	0.3	2800	0.15	86
AYÇİÇEK KÜSPESİ	55	32	20	7	0.3	0.9	1.4	2300	0.6	56
PAMUK KÜSPESİ	50	38	12	6.8	0.1	0.9	1.5	2300	0.5	72
PAMUK KÜSPESİ	47	32	20	5.2	0.1	0.9	1	2100	0.5	70
SOYA KÜSPESİ	85	40	8	6.6	0.25	0.6	2.75	2600	0.6	70
FINDIK KÜSPESİ	63	40	10	8.2	10		1	2400	0.6	70
ET/KEMİK UNU	153	32	2.5	33	24	5	2.4	2300	0.5	55
KEMİK UNU	103	27		40	7	8		1900	0.67	0
BALIK UNU	230	65		12	39	3.5	4.7	2700	1.8	72
MERMER TOZU	5							2200		
TUZ	15				0.4					
MELAS	18	9	2	11	0.1	0.02	0.9	2300	0.23	40
RAZMOL	39	14	7	3.8	0.5	0.7	0.58	1700	0.23	57
KEPEK	33	12	10	4.7	0.05	0.28	0.58	1700	0.15	45
BONKALİTE	60	14	1.7	2		0.28	0.3	2700		86

Tablo. 4.2

Tablo. 4.1

ETLIK PİLİÇ YEMI KISITLARI

	MIN	MAX
MISIR	0.70	0.80
KEMİK UNU	0.005	0.04
PAMUK KUSPESİ	0.10	0.30
SOYA KUSPESİ	0.05	0.15
KIREÇ TAŞI	-	0.0015
BALIK UNU	0.04	0.05
TUZ	0.001	0.003
FINDIK KUSPESİ	0.10	0.50
HAM PROTEİN	0.16	-
HAM SELÜLOZ	0.001	0.05
HAM KÜL	-	0.06
Ca	0.009	-
P	0.006	-
LYSİNE	0.006	-
METHIONİNE	0.003	-

$$Z_{\min} = 58X_1 + 54X_2 + 62X_3 + 55X_4 + 50X_5 + 47X_6 + 85X_7 + 63X_8 + 153X_9 + 103X_{10} + 230X_{11} + 5X_{12} + 15X_{13} + 18X_{14} + 39X_{15} + 33X_{16} + 60X_{17} + 350X_{18}$$

$$1- 9.5X_1 + 10.9X_2 + 11X_3 + 32X_4 + 38X_5 + 32X_6 + 40X_7 + 40X_8 + 32X_9 + 27X_{10} + 65X_{11} + 9X_{14} + 14X_{15} + 12X_{16} + 14X_{17} \geq 16000$$

$$2- 3.4X_1 + 5.8X_2 + 3X_3 + 20X_4 + 12X_5 + 20X_6 + 8X_7 + 10X_8 + 2.5X_9 + 2X_{14} + 7X_{15} + 10X_{16} + 1.7X_{17} \leq 5000$$

$$3- 3.4X_1 + 5.8X_2 + 3X_3 + 20X_4 + 12X_5 + 20X_6 + 8X_7 + 10X_8 + 2.5X_9 + 2X_{14} + 7X_{15} + 10X_{16} + 1.7X_{17} \geq 100$$

$$4- 1.4X_1 + 2.5X_2 + 1.9X_3 + 7X_4 + 6.8X_5 + 5.2X_6 + 6.6X_7 + 8.2X_8 + 33X_9 + 40X_{10} + 12X_{11} + 11X_{14} + 3.8X_{15} + 4.7X_{16} + 2X_{17} \leq 6000$$

$$5- 0.02X_1 + 0.1X_2 + 0.05X_3 + 0.3X_4 + 0.1X_5 + 0.1X_6 + 0.25X_7 + 10X_8 + 24X_9 + 7X_{10} + 39X_{11} + 0.4X_{13} + 0.1X_{14} + 0.5X_{15} + 0.05X_{16} \geq 900$$

$$6- 0.2X_1 + 0.36X_2 + 0.28X_3 + 0.9X_4 + 0.9X_5 + 0.9X_6 + 0.6X_7 + 5X_9 + 8X_{10} + 3.5X_{11} + 0.02X_{14} + 0.7X_{15} + 0.28X_{16} + 0.28X_{17} \geq 600$$

$$7- 0.24X_1 + 0.39X_2 + 0.3X_3 + 1.4X_4 + 1.5X_5 + X_6 + 2.75X_7 + X_8 + 2.4X_9 + 4.7X_{11} + 0.9X_{14} + 0.58X_{15} + 0.58X_{16} + 0.3X_{17} \geq 600$$

$$8- 0.18X_1 + 0.19X_2 + 0.15X_3 + 0.6X_4 + 0.5X_5 + 0.5X_6 + 0.6X_7 + 0.6X_8 + 0.5X_9 + 0.67X_{10} + 1.8X_{11} + 0.23X_{14} + 0.23X_{15} + 0.15X_{16} \geq 300$$

$$9- X_1 \geq 700$$

$$10- X_1 \leq 800$$

$$11- X_{10} \geq 5$$

$$12- X_{10} \leq 40$$

$$13- X_5 \geq 100$$

$$14- X_5 \leq 300$$

$$15- x_6 \geq 100$$

$$16- x_6 \geq 300$$

$$17- x_7 \geq 50$$

$$18- x_7 \leq 150$$

$$19- x_{12} \leq 1.5$$

$$20- x_{11} \geq 40$$

$$21- x_{11} \leq 50$$

$$22- x_{13} \geq 1$$

$$23- x_{13} \leq 3$$

$$24- x_8 \geq 100$$

$$25- x_8 \leq 500$$

NOT: Hesaplamalar, 1000 kg üzerinden yapıldı.

KİMLİKLERİN YERİNE: SONUÇLAR

Malıyet 65.93 KG/TL / Çekim süratı 11 02/ 22 00

MADELER	FIAT	NEZİ S.	MAK H.	KAYIŞIN BİRLİK. FIAT	MAK. FİT
IR 21	58.00	700.00	300.00	700.00	17.00
İK UNJ	103.00	3.00	40.00	3700	17.00
ICENI KURU	23.00	XXXXXX	100.00	XXXXXX	XXXXXX
İK KUSPESİ	50.00	100.00	300.00	100.00	17.00
A KUSPESİ	05.00	20.00	130.00	20.00	17.00
AIK	0.00	XXXXXX	1.50	1.50	XXXXXX
İK UNJ	130.00	20.00	50.00	40.00	17.00
	18.00	1.00	3.00	3.00	XXXXXX
TETİK KUSPESİ	200.00	XXXXXX	1.00	XXXXXX	XXXXXX
TETİK KUSPESİ	200.00	XXXXXX	1.00	XXXXXX	XXXXXX
MİL	25.00	XXXXXX	100.00	XXXXXX	XXXXXX
KENTİK KUSPESİ	123.00	XXXXXX	50.00	XXXXXX	XXXXXX
KİBİSİ KUSPESİ	245.00	XXXXXX	15.00	XXXXXX	XXXXXX
AK	17.00	XXXXXX	30.00	30.00	15.00
DİS	13.00	100.00	500.00	100.00	17.00

Yem ismi : Etlik Biliç Yemi

Maliyet 65.93 KG/TL Çözüm süresi 11 Dk. 32 Sn.

BESLEYICI MADDELER	MIN.MIK.	MAX.MIK.	KARISIM
PROTEIN	16.000	9999.000	19.285
M.E. CAL/KG	xxxxxxxx	9999.000	2689.751
LYSINE	0.006	9999.000	0.755
METHIONINE	0.003	9999.000	0.345
METH.+CYS.	xxxxxxxx	9999.000	xxxxxxxx
KALSIYUM	0.009	9999.000	0.443
TOP.FOSFOR	0.006	9999.000	0.429
HAZ.FOS T.	xxxxxxxx	9999.000	xxxxxxxx
HAZ.FOS C.	xxxxxxxx	9999.000	0.040
SELULOZ	0.100	5.000	4.784
SODYUM	xxxxxxxx	9999.000	0.120
YAG	xxxxxxxx	9999.000	xxxxxxxx
N.D.	xxxxxxxx	9999.000	54.450
LINOLEIC ASIT	xxxxxxxx	9999.000	xxxxxxxx
TRY	xxxxxxxx	9999.000	xxxxxxxx

[A] ANA MENÜ [H] HAM MADDE A-Y.OK [P] PRINTE
 LIST 2RUN 3LOAD" 4SAVE" 5CONT 6,"LPT1 7TRON 8TROFF9KEY OSCREEN

BİLGİSAYARIN VERDİĞİ SONUÇLAR

Maliyet 65.93 KG/TL Çözüm süresi 11 Dk. 32 Sn.

HAM MADDELER	FIATI	MIN B.	MAX B.	KARISIM B	MIN. FIAT	MAX. FIAT
ISIR 21	58.00	700.00*	800.00	700.00	17.00	ACIK
EMIK UNU	103.00	5.00*	40.00	5.00	17.00	ACIK
YCICEGI KUSPE.	55.00	xxxxxxxx	100.00	xxxxxxxx	xxxxxxxx	17.00*
AMUK KUSPESI	50.00	100.00*	300.00	100.00	17.00	ACIK
OYA KUSPESI	85.00	50.00*	150.00	50.00	17.00	ACIK
OZAIK	5.00	xxxxxxxx	1.50*	1.50	xxxxxxxx	17.00
ALIK UNU	230.00	40.00*	50.00	40.00	17.00	ACIK
OZ	15.00	1.00	3.00*	3.00	xxxxxxxx	17.00
ENTETIK LYSINE	2800.00	xxxxxxxx	1.00	xxxxxxxx	xxxxxxxx	17.00*
ENTETIK METON.	2000.00	xxxxxxxx	1.00	xxxxxxxx	xxxxxxxx	17.00*
QZMOL	39.00	xxxxxxxx	1000.00	xxxxxxxx	xxxxxxxx	17.00*
KEMIK UNU	153.00	xxxxxxxx	50.00	xxxxxxxx	xxxxxxxx	17.00*
TKISEL YAG	345.00	xxxxxxxx	15.00	xxxxxxxx	xxxxxxxx	17.00*
ELAS	17.00	xxxxxxxx	30.00	0.50	15.00	39.00
NDIK	63.00	100.00*	500.00	100.00	17.00	ACIK

SONUÇ

Bilgisayarın sonuç tablosunda görüleceği gibi karışımın 1 kg ramının minimum maliyeti 65.93 T.L sıdır. Karışıma mısır, kemik unu, pamuk küspesi, soya küspesi, mozaik, balık unu tuz, melâs, fındık küspesi gibi ham maddelerin alınması gerekmektedir. 1600 kg lık karışımında 700 kg mısır, 5 kg kemik unu, 100 kg pamuk küspesi, 50 kg soya küspesi, 1.5 kg mozaik, 40 kg balık unu, 3 kg tuz, 0.5 kg melâs, 100 kg fındık küspesi kullanılması gerektiği sonucu elde edilmiştir.

Bilgisayarın yaptığı analiz sonuçlarına göre; mısır, kemik unu, pamuk küspesi, soya küspesi, balık unu ve fındık küspesinin fiatı 17 T.L den fazla, mozaik ve tuzun fiatı 17 T.L den düşük, melâs'ın fiatı 15 T.L ile 39 T.L arasında olduğu takdirde mümkün çözümün var olabileceği tesbit edilmiştir.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

- Aydıncıoğlu Aydın. Üretim Planlamasında Modern Metodlar ve Bir Örnek. İstanbul: Tez İ.T.Ü. 1973.
- Gürel Okan. Lineer Programlama. Ankara:1966
- Gürdoğan Nazif. Üretim Planlamasında Doğrusal Programlama ve Demir Çelik Endüstrisinde Bir Uygulama. Ankara: A.Ü. S.B.F. Yayını,1981
- Halaç Osman. Kantitatif Karar Verme Teknikleri. İstanbul: İ.Ü. İşletme Fakültesi Yayını, 1978.
- Hiç M. Girdi Çıktı analizi ve Doğrusal Programlamaya Giriş. İstanbul: 1968
- Kobu Bülent. İşletme matematiği 2. İstanbul: İ.Ü. İşletme Fakültesi Yayını,1981
- Karayağcın İlhami. Yöneylem Araştırması. İstanbul:İ.T.Ü. Yayını,1979.
- Karayağcın İlhami. Sanayi Mühendisliğine Giriş. İstanbul: İ.Ü. İşletme Fakültesi Yayını, 1974.
- Seyidoğlu Halil. Bilimsel Araştırma ve Yazma El Kitabı. Ankara: 1979.
- Tülünay Yılmaz. Matematik Programlama ve İşletme Uygulamaları İstanbul: İ.Ü. İşletme Fakültesi Yayını, 1980.

