

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

139729

HÜCUMBOTLARDAKİ ANA DİREĞİN
MODAL ANALİZİ

-139729-

Gemi İnş. ve Deniz Müh. Bahadır BASKAN

F.B.E. Gemi İnşaatı Mühendisliği Anabilim Dalında
Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Hüseyin YILMAZ

Doç. Dr. Hüseyin YILMAZ

Doç. Dr. Tamer TILMAZ

Doç. Dr. İsmail YÜKSEK

İSTANBUL. 2003

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
KUTUPHANESİ

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	i
KISALTMA LİSTESİ.....	ii
ŞEKİL LİSTESİ.....	iii
ÇİZELGE LİSTESİ.....	v
ÖNSÖZ.....	vi
ÖZET.....	vii
ABSTRACT.....	viii
1. GİRİŞ.....	1
2. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ.....	2
2.1 Sonlu Elemanlar Yönteminin Tarihçesi.....	2
2.2 Sonlu Elemanlar Tekniğinin Gelişimi.....	2
2.3 Sonlu Elemanlar Metoduna Genel Bakış.....	4
2.4 Sonlu Elemanlar Yönteminin Temel Kavramları.....	7
2.5 Sonlu Elemanlar Yönteminin Uygulama Alanları.....	8
2.5.1 Statik problemler.....	8
2.5.2 Özdeğer problemleri.....	8
2.5.3 Yayılma problemleri.....	9
2.6 Analiz Tipleri.....	9
2.6.1 Özdeğer (eigenvalue) analizi.....	21
2.6.2 Frekans tepki analizi.....	23
2.6.3 Geçici (sürekli) tepki analizi.....	25
2.7 Sonlu Elemanlar Modeli.....	25
2.8 Analiz Basamağı.....	26
2.8.1 Subspace metodu.....	27
2.8.2 Block Lanczos metodu.....	27
2.8.3 Power dynamics metodu.....	27
2.8.4 Reduce (householder) metodu.....	27
2.9 Çıktı Prosesi ve Değerlendirme.....	28
2.10 Durum Çalışmaları.....	29
3. MODAL ANALİZİN ÖNEMİ VE TARİHTEKİ ÖNEMLİ OLAYLAR.....	34
4. BİLGİSAYAR PROGRAMLARININ KULLANIMI.....	38
4.1 Adım Adım Analiz.....	40
4.2 Bilgisayar Programları.....	44
4.2.1 Runga.....	44
4.2.2 Bar ve Beam.....	46

5.	HÜCUMBOTLARDAKİ ANA DİREĞİN MODAL ANALİZİ.....	49
5.1	Referans Dokümanlar.....	49
5.2	Birim Sistemleri ve Tanımlamalar.....	49
5.3	Malzeme Özellikleri.....	50
5.4	Direğin Boyutsal Özellikleri.....	50
5.5	BV 1040'a Göre Direk Hesabı.....	50
5.5.1	Statik mukavemet analizi.....	50
5.5.2	Direğin rezonans hesabı.....	52
5.6	Direğin Sonlu Elemanlar Modeli.....	53
5.7	Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Elde Edilen Sonuçlar.....	57
5.7.1	İlk 10 doğal frekans değeri.....	57
5.8	Sonuçların Değerlendirilmesi.....	70
6.	SONUÇLAR.....	74
	KAYNAKLAR.....	75
	ÖZGEÇMİŞ.....	76



SİMGE LİSTESİ

a_x	Dinamik durum için x yönündeki ivme faktörü
a_y	Dinamik durum için y yönündeki ivme faktörü
a_z	Dinamik durum için z yönündeki ivme faktörü
$[C]$	Yapının sönümleme matrisi
$\{D\}$	Düğüm noktası yer değiştirme vektörü
$\{\hat{D}\}$	Azaltılmış yer değiştirme vektörü
$\{\dot{D}\}$	Düğüm noktası hız vektörü
$\{\ddot{D}\}$	Düğüm noktası ivme vektörü
$\{F\}$	Zaman değişkenli nodal yük vektörü
$\{f\}$	Eleman nodal kuvvetleri
$f_{\max}$	İzin verilen maksimum deformasyon
g	Bünye kuvvetleri
$[K]$	Yapının katılık matrisi
k_x	X yönünde yerçekimi ivmesi için yükleme faktörü
k_y	Y yönünde yerçekimi ivmesi için yükleme faktörü
k_z	Z yönünde yerçekimi ivmesi için yükleme faktörü
$[K_i^e]$	Eleman tekil katılık matrisi
$\hat{[K]}$	Azaltılmış katılık matrisi
L	Gemi boyu
$[M]$	Yapının kütle matrisi
$[M_i^e]$	Eleman tekil kütle matrisi
$\hat{[M]}$	Azaltılmış kütle matrisi
$[N]$	İnterpolasyon fonksiyonu
NEL	Sönüm elemanlarının sayısı
$\{\ddot{u}\}$	Eleman alanı içindeki diferansiyel hacmin ivmesi
α	Rayleigh kütle sönüm katsayısı
β	Rayleigh katılık sönüm katsayısı
$\lambda (\omega^2)$	Özdeğer
ω	Doğal frekans
ξ_i	Modal sönüm oranı

KISALTMALAR İSTESİ

BV Die Bauvorschriften (Construction Rules For German Navy Vessels)



ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 2.1 Sonlu farklar yöntemine göre elemanlara bölme.....	4
Şekil 2.2 Sonlu elemanlar yöntemine göre elemanlara bölme.....	5
Şekil 2.3 Sonlu elemanlar yönteminde düğüm noktaları, elemanlar ve yükleme şekilleri.....	6
Şekil 2.4 Frekans-Sönüm oranı grafiği.....	13
Şekil 2.5 Analizi yapılacak olan yapı.....	14
Şekil 2.6 Yapının detaylı kiriş modeli.....	15
Şekil 2.7 Yapının basit kiriş modeli.....	15
Şekil 2.8 Guyan Azaltımı.....	16
Şekil 2.9 Basit modelden elde edilen sonuç.....	16
Şekil 2.10 Basit modelden detaylı modele geçiş.....	17
Şekil 2.11 Ana serbestlik dereceleri.....	17
Şekil 2.12 Modal analiz.....	21
Şekil 2.13 5 elemanlı bir kiriş modelinde doğal frekanslar ve mod şekilleri.....	30
Şekil 2.14 20 elemanlı bir kiriş modelinde doğal frekanslar ve mod şekilleri.....	31
Şekil 2.15 10 elemanlı bir sac modelinde doğal frekanslar ve mod şekilleri.....	32
Şekil 2.16 40 elemanlı bir sac modelinde doğal frekanslar ve mod şekilleri.....	33
Şekil 3.1 Tacoma Narrow Köprüsü'nün rüzgar kuvveti altında rezonans hali.....	34
Şekil 3.2 Tacoma Narrow Köprüsü'nün rezonans sonucu yıkılması.....	35
Şekil 3.3 Tacoma Narrow Köprüsü'nün ANSYS'de yapılan geometrik modeli.....	36
Şekil 3.4 Tacoma Narrow Köprüsü'nün sınır koşulları ve yükleme durumu.....	36
Şekil 3.5 Tacoma Narrow Köprüsü'ne ait modelin 3. mod şekli.....	37
Şekil 4.1 Tipik bir sonlu elemanlar bilgisayar programının işleyiş diyagramı.....	39
Şekil 4.2 Etkili ve yeterli bir analiz için uygulanacak adımlar.....	41
Şekil 4.3 Düşük eleman sayılı bir barın gerilim değerleri.....	43
Şekil 4.4 Yüksek eleman sayılı bir barın gerilim değerleri.....	43
Şekil 4.5 Runga programının akış diyagramı.....	45
Şekil 4.6 Bar programının akış diyagramı.....	47
Şekil 4.7 Beam programının akış diyagramı.....	48
Şekil 5.1 Direğin boyutsal özellikleri.....	51
Şekil 5.2 BV 1040'a göre rezonans diyagramı.....	52
Şekil 5.3 Direğin kesit görünüşü.....	54
Şekil 5.4 Direğin sonlu elemanlar modeli.....	55
Şekil 5.5 Direğin sonlu elemanlar modeli (Yan görünüş).....	56
Şekil 5.6 1. Moddaki Deformasyon.....	58
Şekil 5.7 1. Moddaki Gerilmeler.....	58
Şekil 5.8 2. Moddaki Deformasyon.....	59
Şekil 5.9 2. Moddaki Gerilme.....	59
Şekil 5.10 3. Moddaki Deformasyon.....	60
Şekil 5.11 3. Moddaki Gerilme.....	60
Şekil 5.12 4. Moddaki Deformasyon.....	61
Şekil 5.13 4. Moddaki Gerilme.....	61
Şekil 5.14 5. Moddaki Deformasyon.....	62
Şekil 5.15 5. Moddaki Gerilme.....	62
Şekil 5.16 6. Moddaki Deformasyon.....	63
Şekil 5.17 6. Moddaki Deformasyon (Önden Görünüş).....	63
Şekil 5.18 6. Moddaki Gerilme.....	64
Şekil 5.19 7. Moddaki Deformasyon.....	64

	Sayfa
Şekil 5.20 7. Moddaki Deformasyon (Sol Taraf)	65
Şekil 5.21 7. Moddaki Gerilme.....	65
Şekil 5.22 8. Moddaki Deformasyon.....	66
Şekil 5.23 8. Moddaki Deformasyon (Sol taraf)	66
Şekil 5.24 8. Moddaki Gerilme.....	67
Şekil 5.25 9. Moddaki Deformasyon.....	67
Şekil 5.26 9. Moddaki Deformasyon (Sol taraf)	68
Şekil 5.27 9. Moddaki Gerilme.....	68
Şekil 5.28 10. Moddaki Deformasyon.....	69
Şekil 5.29 10. Moddaki Deformasyon (Sol Taraf)	69
Şekil 5.30 10. Moddaki Gerilme.....	70



ÇİZELGE LİSTESİ

	Sayfa
Çizelge 2.1 Özdeğer problemini çözmede kullanılan yöntemlerin karşılaştırılması.....	28
Çizelge 3.1 Tacoma Narrow Köprüsü'nün ilk 10 doğal frekansı.....	36
Çizelge 5.1 Direğin ilk 10 doğal frekansı ve bu frekanstaki deformasyon ve gerilme değerleri.....	57



ÖNSÖZ

Bu tezin, Deniz Kuvvetleri Komutanlığı bağılısı yüksek hızlı düşük deplasmanlı savaş gemilerinde üzerinde elektronik seyir cihazları ve radarların bulunduğu direğin doğal frekanslarının hesaplanmasıyla, maruz kalacağı olası tahrik frekanslarında oluşacak deformasyon ve direkte rezonansa neden olabilecek kritik frekanslarının belirlenmesinde müracaat edilebilecek yardımcı bir kaynak eser olacağına inanmaktayım.

Bu tezin hazırlanmasındaki yardımlarından dolayı Doç. Dr. Hüseyin Yılmaz'a teşekkür ederim.

Ayrıca ANSYS programının kullanımı sırasında karşılaşılan problemlerde yardımlarını hiçbir zaman esirgemeyen Yük. Müh. Çağlar Üçler'e teşekkür ederim.

Yabancı kaynakların tercümesinde yardımcı olan Yük. Müh. Kd. Üğm. Abdurrahman Yıldız'a ve Gökçe Yardibi'ye, bunların yazımındaki yardımlarından dolayı ablam Senem Baskan'a teşekkür ederim.

Her zaman için bana güvenen, iyi ve kötü günde destekleri, teşvikleri ve sevgileri ile arkamda olan ailemdeki mükemmel insanlara teşekkür etmeyi bir borç bilirim.



ÖZET

Bu çalışma, Türk Deniz Kuvvetleri Donanması'nda mevcut yüksek hızlı düşük deplasmanlı savaş gemilerinin direklerinin doğal frekans analizinin ve bu doğal frekans değerlerinde meydana gelecek yer değiştirme ve gerilme analizinin sonlu elemanlar yöntemi temeline dayanan bilgisayar programı ile gerçekleştirilmesini kapsamaktadır.

Bu çalışma içerisinde, doğal frekans analizinin mühendislikteki önemi, sonlu elemanlar yönteminin tarihçesi ve gelişimi, sonlu elemanlar yöntemini temel kavramları kısaca özetlenmiş, doğal frekans analizinde sonlu elemanlar yöntemi teorik olarak kısaca gösterilmiştir. Modal analizin önemi ve tarihteki önemli olaylar resimlerle açıklanmıştır. Tipik bir sonlu elemanlar bilgisayar programının işleyiş diyagramı ve herhangi bir mühendislik probleminde etkili ve yeterli bir analiz için uygulanacak adımlar akış diyagramları şeklinde belirtilmiştir. Son olarak da Türk Deniz Kuvvetleri bağlı yüksek hızlı düşük deplasmanlı savaş gemilerinin direklerinin modal analizi örnek bir uygulama olarak verilmiştir.

Anahtar Kelimeler : Doğal frekans, modal analiz, mod şekli, özdeğer, özvektör



ABSTRACT

This study introduces the analysis of natural frequencies and displacement and stress analysis in these frequencies for the mast of high-speed, low-displacement warships in Turkish Navy.

The thesis outlines briefly the importance of natural frequency analysis in engineering, historical progress of finite element method, basic concepts of finite element method and the theory of finite element method for natural frequency analysis. The importance of modal analysis and big disasters in history are explained with pictures. A flow chart of a typical finite element computer program and the steps to be followed for an effective and sufficient analysis in any engineering problem are presented. And finally, the modal analysis of high-speed, low-displacement warships' masts which belong to Turkish Navy is given as an example.

Key Words : Natural frequency, modal analysis, mod shape, eigenvalue, eigenvector



1. GİRİŞ

Mühendislikte kullanılan yapılar aslında üç boyutlu yapılardır. Ancak üç boyutlu yapıların matematiksel olarak modellenmesi oldukça karmaşıktır. Dolayısıyla bu yapılar bir takım kabuller yapılarak iki ve bir boyutlu hale dönüştürülür. Söz konusu yapılara örnek olarak köprüler, kuleler, demiryolları, tüneller, petrol boru hatları, barajlar ve makinelerin yapısal parçaları sayılabilir.

Söz konusu yapıların statik ve dinamik kuvvetler etkisi altında davranışı bu yapıların dizaynı aşamasında oldukça önemlidir. Yapıların dinamik kuvvetler etkisi altında davranışının incelenmesi için ilk aşamada serbest titreşim karakteristiklerinin belirlenmesi gerekmektedir. Serbest titreşim karakteristikleri yapının mod şekilleri ve titreşim frekanslarıdır. Yapıya etkiyen kuvvetlerin frekansları ile serbest titreşim frekanslarının karşılaştırılması rezonans olayı açısından önemlidir. Ayrıca yapıların dinamik kuvvetlere cevabının araştırılması da bu kuvvetlerin etkisi altındaki yapının nasıl davranacağını belirlemek bakımından oldukça önemlidir.

Mühendislikte kullanılan yapıların analitik olarak incelenmesi her zaman mümkün olmamaktadır. Bu gibi durumlarda sistemlerin sayısal olarak incelenmesine ihtiyaç duyulur. Bu nedenle hemen hemen her alanda sayısal yöntemler geliştirilmiştir. Sonlu elemanlar yöntemi de bu yöntemlerden biridir.

Sonlu elemanlar yöntemi yeterince doğru sonuç veren sayısal bir yöntemdir. Yöntem oldukça geniş bir aralıktaki problemlere uygulanabilmektedir. Özellikle otomotiv, uçak yapımı ve köprü yapımı gibi mühendislik uygulamalarının fazla olduğu alanlarda sıklıkla kullanılmaktadır. Bilgisayarların hızla gelişmesi sayesinde yöntemin uygulamaları gittikçe artmaktadır.

2. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ

2.1. Sonlu Elemanlar Yönteminin Tarihçesi

1941 yılında Hrennikoff (1941) kafes yöntemi denilen bir yöntem geliştirmiştir. Bu yöntemde elastik bir ortam çubukların ve kirişlerin yardımıyla gösterilmiştir. Bu ortamın bir alt bölgesindeki bilinmeyen fonksiyonları yaklaşık olarak bulmak için bu bölge üzerinde kısmi sürekli fonksiyonların kullanılması Courant'ın (1943) çalışmalarına dayanır. Courant, St. Venant burulma problemini incelerken, minimum potansiyel enerji ilkesini elde etmek için üçgen elemanlardan oluşmuş bir yapı kullanmıştır. Bu da sonlu elemanlar yönteminin belli başlı özelliklerinin gelişmesine yardımcı olmuştur. Yöntemin gelişmesi Hrennikoff ve Courant'ın çalışmalarına dayanır.

2.2. Sonlu Elemanlar Tekniğinin Gelişimi

1945 yılından itibaren karmaşık yapıların hesabı büyük önem kazanmaya başlamıştır. Bu önem özellikle detaylı araştırmalardan büyük kazanç sağlanan uçak mühendisliğinde doğru bir gerilme analizinin ihtiyacından ortaya çıkmıştır.

Karmaşık problemlerin çözümü gerçek yapının basit elemanlarla idealize edilmesiyle başlar. Bu nedenle bu metot “eleman metodu” olarak adlandırılır. Bu elemanlarda sadece belirli basit gerilme modları veya yer değiştirme modellerinin oluşacağı varsayımı yapılır. Kullanılacak bilinmeyenlere bağlı olarak eleman metodu “kuvvet metodu” ve “yer değiştirme metodu” olmak üzere iki metoda ayrılır. Belirli sınır koşulları ile birlikte denge ve birliktelik denklemlerinden gerilme değerleri veya yer değiştirme değerleri bulunabilir.

Kaynaklar eleman metodunun 1945 yılından daha eskilere dayandığını göstermektedir. Bir çerçevede kullanılan eleman eğilme ve uzamaya karşı dayanıklı kiriş elemanlardır. Bu kirişlerdeki kuvvetler ve momentler “Castigliano teoremleri” ile veya “Cross iteratif metodu” ile bulunabilir. Bu iki metot, kuvvet metodu ve yer değiştirme metodlarının örnekleridir. Sonlu elemanlar metoduna benzer bir başka metot da sonlu farklar metodudur.

Karmaşık yapıların analizi için kullanılan tekniklerin gelişimi daima hesaplama imkanlarının noksanlığı ve eksiklikleri ile engellenmiştir. Bu aynı zamanda 1961 yılına kadar kuvvet

metodunun yer değiştirme metodundan daha üstün olduğu dşncesinin sebebidir. Kuvvet metodundaki en önemli zorluk sistemin iç gerilmelerini bulmak için denge denklemlerinin çözümünde yatmaktadır.

Daha büyük bilgisayarların varlığı kuvvet metoduna göre birçok probleme göre uygulanması çok daha kolay olan deplasman metodunun kullanımını sağlamıştır. Yer değiştirme metodundaki ana zorluk ise, yüksek dereceli lineer denklemler takımının çözümünde yatar. Yer değiştirme metodundaki bu zorluk yardımcı hafıza birimli büyük bilgisayarlarla ortadan kaldırılmıştır. Yer değiştirme metodu, geniş çaplı kullanımı olan basit bilgisayar programlarına öncülük etmiştir. Günümüz bilgisayar özelliklerine bağlı olarak Almanya’da trbın şaftları ve boru sistemleri için geliştirilen bir başka eleman metodu olan “transfer matris metodu” yer değiştirme metodu ile yer değiştirmiştir. Yer değiştirme metodu ile ilgili olan ilk makale Turner (1956) tarafından yayınlanmıştır. Bu makale de kare ve üçgen levha elemanlar gibi birçok eleman tipini sunmuşlardır. Kuvvet metodunun etkisine bağlı olarak iki metot benzer sonuçlar vermiştir. Katılık için kuvvet ve yer değiştirme metotları kullanılarak alt ve st sınırların bulunma olasılığı Fraeys de Veubeke ve Benthem tarafından araştırılmıştır.

Yer değiştirme metodunda eleman ve yapının sertlik katsayı matrisi kısaca “sertlik matrisi” olarak adlandırılır. Bir eleman için sertlik matrisinin doğru olarak türetimi genel hatları ile “Melosh” tarafından açıklanmıştır.

Eleman metodunun başarılı bir şekilde uygulanması için uygun elemanlar mevcut olmalıdır. Turner tarafından levha elemanlarının sunumundan sonra yer değiştirme metodu 1961 yılında levha eğilme problemleri için uygun dikdörtgen levha elemanlarını sunan “Melosh” tarafından önemli bir gelişme kaydetmiştir.

Bu eleman için gerekli düzeltme 1965 yılında Bogner tarafından yapılmıştır. Aynı zamanda “Fraeys de Veubeke” ve bundan bağımsız olarak “Argyris” parabolik yer değiştirme dağılımlı bir levhadaki üçgen elemanları sundular. Bu elemanlar Turner üçgeninin uzantısıydılar ve özellikle konik kutu kiriş yapıların analizi için kullanışlı elemanlardı (Visse, 1968).

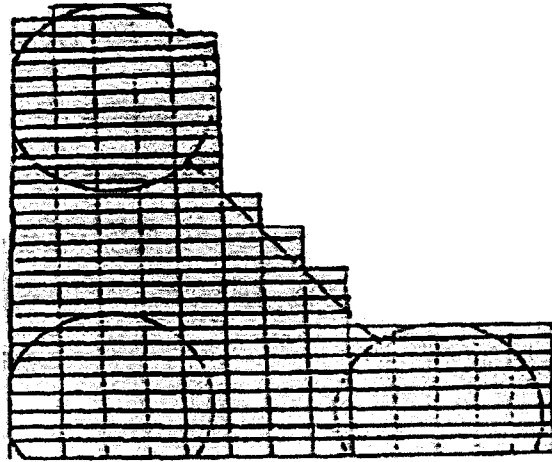
Eleman metodunun başarisına bağlı olarak araştırma alanları plastisite, non-lineer elastisite ve deformasyonlar üzerine yoğunlaştı.

2.3. Sonlu Elemanlar Metoduna Genel Bakış

Sonlu elemanlar metodu, birçok mühendislik uygulamalarında kullanılan çok yaygın bir yöntemdir. İlk zamanlarda yapısal analiz için geliştirilmiş olsa da günümüzde ısı transferi, akışkanlar mekaniği, akustik, elektromanyetik gibi alanlardaki problemlerin çözümünde kullanılmaktadır. Isı transferinde, bilinen sınır koşulları ve malzeme özellikleri ile yapı ya da sistem boyunca ısı dağılımı hesaplanır. Akışkanlar mekaniği uygulamaları; sıkıştırılamaz akış ile başlar ve kompleks viskoz sıkıştırılabilir akış ile ilerler. Akustik de sonlu elemanlar ve sınır eleman sayısal metotları temeline dayanan ve bu konuda büyük gelişmeler kaydedilmiş olan diğer bir alandır. Manyetik alan kuvveti için elektromanyetik çözümler elektromanyetik araçların dizaynında bir görüş sağlar (Irons, 1980).

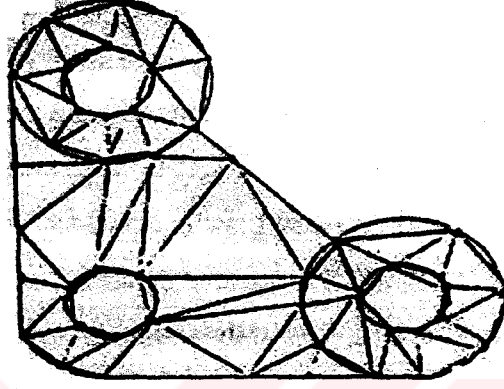
Genellikle doğadaki biyolojik, jeolojik ya da mekaniksel gibi bir çok olayı fizik kanunları yardımıyla tanımlayabiliriz. Mekaniksel, termal ya da aerodinamik yüklemeler etkisindeki bir ortamda gerilme dağılımını belirlemek, havadaki yada denizdeki kirlilik yoğunluğunu bulmak, hava olaylarını simüle etmek, hortumların ve fırtınaların mekanizmasını tahmin etmek gibi problemler buna örnek olarak gösterilebilir. Bu problemlerin denklemlerini tam olarak elde etmek ve çözmek sanıldığı kadar kolay değildir. Ancak belli analiz yöntemleri kullanarak bunların ancak yaklaşık çözümleri elde edilir. Bunların arasında sonlu farklar yöntemi, Ritz ve Galerkin yöntemi gibi varyasyonel yöntemler sıklıkla kullanılır.

Sonlu farklar yönteminde, çözüm bölgesi ayrık noktalardan yada düğümlerden oluşan elemanlara bölünür.



Şekil 2.1 Sonlu farklar yöntemine göre elemanlara bölme

Her düğüm için kısmi türevli diferansiyel denklemler yazılır ve bu kısmi türevler sonlu farklar cinsinden yazılıp denklemden yerine konulur. Bu yaklaşım kolay görünmesine rağmen bazı dezavantajları vardır. Örneğin, düzensiz geometrilere ve karışık sınır şartlarında uygulanması zordur. Sonlu elemanlar yöntemi yukarıda sözü edilen durumlarda daha iyi sonuç verir. Sonlu farklar yönteminin aksine sonlu elemanlar yöntemi çözüm bölgesini basit şekillere yani elemanlara böler.

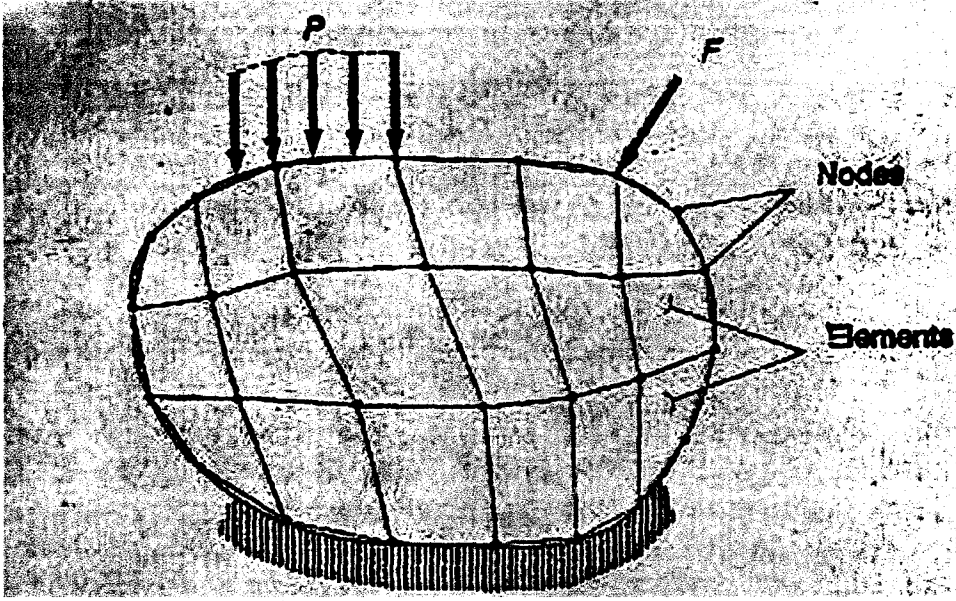


Şekil 2.2 Sonlu elemanlar yöntemine göre elemanlara bölme

Her eleman için yaklaşık bir çözüm elde eder. Tüm bölgenin genel bir çözümünü elde etmek için ise elemanlar için elde edilen her bir çözüm sınırlarda sürekliliği bozmayacak şekilde birleştirilir.

Sonlu elemanlar metodu devamlı fiziksel sistem alanı üzerinde denklem sistemlerinin çözümü için sayısal bir metottur. Bu metot, birçok bilim ve mühendislik dalına uygulanabilmektedir.

Katı cisimlerin analizi için sonlu elemanlar metodu aşağıdaki adımlarda özetlenebilir. Şekil 2.3’de de gösterildiği gibi “eleman” olarak adlandırılan küçük parçalar katı cisimleri alt parçalara ayırır.



Şekil 2.3 Sonlu elemanlar yönteminde düğüm noktaları, elemanlar ve yükleme şekilleri

Bu elemanlar “düğüm noktası (node)” olarak adlandırılan ve her bir elemanın üzerinde bulunan bağlantı noktaları ile birleşirler. Bu birleşim katı cisim modelini oluşturur. Her bir eleman alanı içinde denklemler için basit bir genel çözüm varsayılır. Her bir eleman için özel çözüm, düğüm noktalarındaki bilinmeyen çözüm değerlerinin fonksiyonu olur. Bütün elemanlara genel çözümün uygulanması, bilinmeyen nodal değerler için çözülecek sonlu sayıda cebirsel denklem takımı ile sonuçlanır. Yapıyı alt parçalara bölerek, bütün fiziksel sistemin çözümü için geçerli olan birleştirilecek her bir ayrı sonlu eleman için denklemler formüle edilir. Eğer yapı lineer elastik ise, cebirsel denklemler lineer olur ve yaygın olarak kullanılan sayısal yöntemlerle çözülür.

Şekil 2.3’de gösterildiği şekilde yayılı P yükü denk nodal değerlere dönüştürülürken F tekil kuvvetleri doğrudan düğüm noktalarına uygulanır. Şekil 2.3’de çizgilerle gösterilen destekler, desteklenen düğüm noktaları için belirtilmiş deplasmanlara ayrılır.

Burada en az iki hata kaynağı göze çarpar. Elemanı için varsayılan çözüm çok nadir olarak kesin çözümdür. Burada hata varsayılan çözüm ile kesin çözüm arasındaki farktır. Bu hatanın büyüklüğü çözüm çeşitliliği ile ilişkili olarak alt parçalara bölünmüş olan elemanların büyüklüğüne bağlıdır. Birçok eleman formülasyon eleman boyutları küçüldükçe gerçek çözüme yaklaşır. Diğer bir hata kaynağı ise cebirsel denklem çözümünün kesinliğidir. Bu ise

hesap doğruluğunun, hesap algoritmasının, denklem sayısının ve eleman bölmeleemesinin bir fonksiyonudur. Her iki hata kaynağı da iyi modelleme çalışmaları ile düşürülebilir.

Teorik olarak bütün katı yapılar 3 boyutlu katı sürekli elemanlarla modellenebilir. Her ne kadar bu birçok yapı doğruluk kaybı olmaksızın yaklaşımlarla basitleştirilirken pratik olmasa da, bunu yapmak çözüme ulaşmak için gereken çabayı büyük oranda azaltacaktır. Her bir sınıf yapıyı tanımlamak için çok çeşitli elemanlar formüle edilmiştir. Elemanlar yapısal ve sürekli elemanlar olmak üzere iki şekilde gruplandırılırlar.

Yapısal elemanlar; kafes, kirişler, levhalar ve kabuklardır. Bunların formülasyonları kendilerine ait ayrı yapısal teorileri olan aynı genel yaklaşımları kullanır. Yapısal elemanları kullanan sonlu elemanlar çözümleri, geleneksel kiriş ve levha teorilerini kullanan geçerli çözümlerden daha doğru değillerdir. Sürekli elemanlar, 2 ve 3 boyutlu katı elemanlardır. Bu tip elemanların formülasyonlarının temeli elastisite teorisine dayanır. Elastisite teorisi, elemanın malzemesi ile bunun dış etkiler altındaki davranışlarını gösterir yani gerilme ve şekil değiştirme bileşenleri arasındaki ilişkiyi açıklar ve yer değiştirme ile gerilme tepkileri için denklemleri sağlar (MATLAB User's Guide, 1995).

Mühendislik yapılarının tamamı üç boyutlu olmasına rağmen birçok gerilme analizi problemi daha düşük boyutlara indirgenerek basitleştirilip çözülür. Eğer yapının geometrisi ve yükleme basit bir sınıfa uyuyorsa üç boyutlu bir analiz yapmaya gerek görülmez. Genellikle boyut düşürülerek basitleştirilmiş modeller üç boyutlu modelleri iyi bir şekilde temsil ederler ve bu nedenle üç boyutlu bir analize genellikle ihtiyaç duyulmamaktadır. Üç boyutlu analizi gerektiren durumlarda mühendisler bazen daha düşük boyutlu yapıların davranışlarını analiz edebilirler ve bu basit analizlerden iyi bir üç boyutlu analiz yapabilmek için bir öngörü kazanırlar. Sonlu elemanlar analizinde yapılacak ilk ve en önemli adımlardan biri modelde yapının davranışlarını temsil edebilecek uygun elemanların seçimidir.

2.4. Sonlu Elemanlar Yönteminin Temel Kavramları

Sonlu elemanlar yöntemi, sayısal olarak kararlı, programlamaya uygun ve güvenilirdir. Yöntemin bu özelliği nedeniyle kullanıcıya problemini tanımlamadan başka fazla bir yük getirmeyen oldukça geniş bir problem tipine uygulanabilen program paketleri geliştirilmiştir. Bu yöntem, sağladığı çözümlerin doğruluğu açısından diğer sayısal çözüm tekniklerine göre daha iyidir.

Sonlu elemanlar yönteminin en önemli kısmı yapının eleman denilen uygun sayıda küçük ve geometrik olarak basit parçalara bölünmesidir. Elemanların kenarları düğüm noktalarında kesişirler. Bir eleman içersindeki bilinmeyenler yer değiştirmeler, gerilmeler veya hem yer değiştirmeler hem de gerilmeler olabilir. Bunlardan birincisinin formülasyonunda izlenen yol yer değiştirme yöntemi, ikincisindeki kuvvet yöntemi ve üçüncüsündeki yer değiştirme kuvvet yöntemi olarak adlandırılmaktadır. Bunlardan en çok kullanılan yer değiştirme yöntemidir. Eğer eleman içindeki bilinmeyen yer değiştirme alanı ise, şekil fonksiyonları eleman üzerindeki yer değiştirmelerin değişimini düğüm noktalarında tanımlanan bilinmeyen büyüklükler cinsinden tanımlar. Düğüm noktalarına ait bu değerler düğüm noktası yer değiştirmeleri diye bilinirler ve bir elemandaki deformasyon davranışının komşu elemana aktarılmasına izin verirler. Elemanda gerilme alanının varsayılması halinde de temel prensip aynıdır.

2.5. Sonlu Elemanlar Yönteminin Uygulama Alanları

Sonlu elemanlar yönteminin uygulama alanları üç ana kısımda incelenebilir. Bunlar sırasıyla statik problemler, özdeğer problemleri ve yayılma problemleridir.

2.5.1. Statik problemler

Sistemin zamanla değişmediği denge problemleridir. Elastik sistemlerin gerilme analizi, elektrostatik, manyetostatik ve ısı iletimi gibi konular bu kısma örnek verilebilir.

2.5.2. Özdeğer problemleri

Yapıların dengesi, elastik sistemlerin doğal frekanslarının belirlenmesi bu gruba örnek verilebilir. Bu tür problemlerde parametrelerin belli değerler için oluşacak frekansı bulunmaya çalışılır. Bir titreşim problemini ele alırsak, böyle bir problemin sonlu eleman çözümünde her bir mod ile ona karşı gelen frekans ya da reel bir değer arasında bir ilişki kurulmaya çalışılır.

2.5.3. Yayılma problemleri

Bu tür problemler içerisinde zamana bağlı olayların durumlarını inceler. Denizlerdeki gelgitsel değişme, esas deniz seviyesi üzerindeki yüksekliği ve uygun sınırlar içerisindeki sinüzoidal titreşimler örnek olarak verilebilir.

2.6. Analiz Tipleri

Bir yapı üzerinde zamana göre değişen bir yük varken, bu yapının vereceği reaksiyon da zamana göre değişecektir. Zamana göre değişen yükler için bile, uygulanan yükleme frekansı yapının doğal frekansının yaklaşık üçte birinden az olduğu sürece, tepki ani yükle orantılı olarak statik çözüm tarafından tanımlanacaktır.

Bununla birlikte, uygulanan yüklemenin çok hızlı değiştiği durumlarda, malzeme kütlesi ve sönümlenme etkileri yüzünden oluşan atalet etkilerini de içerecek şekilde farklı çözüm teknikleri kullanılmalıdır.

En genel anlamda, çözülecek problem, (2.1) numaralı denklemde verilmiştir. (2.1) numaralı denklem, eşit atalet kuvvetleri ve sönümlenme kuvvetlerini de içerecek şekilde yapıdaki her bir düğüm noktasının zamana bağlı reaksiyonunu verir. Atalet kuvvetleri kütle ile ivmenin çarpımı, sönümlenme kuvvetleri ise sönümlenme katsayısı ile hızın çarpımı olarak verilmiştir (Femer, 1987).

Genel denklem;

$$[M] \{\ddot{D}\} + [C] \{\dot{D}\} + [K] \{D\} = \{F\} \quad (2.1)$$

bu denklemde matris formatındaki M yapının kütle matrisini, $\ddot{D}$ düğüm noktası ivme vektörünü, C yapının sönümlenme matrisini, $\dot{D}$ düğüm noktası hız vektörünü, K yapının katılık matrisini, D düğüm noktası yer değiştirme vektörünü ve F ise uygulanan zaman değişkenli nodal yük vektörünü göstermektedir.

(2.1) denkleminde belirtilen $[M]$ yapının kütle matrisi;

$$[M] = \sum_{i=1}^{NE} [M_i^e] \quad (2.2)$$

denklemini ile bulunur. Bu denklemde $[M_i^e]$ eleman tekil kütle matrisidir. “NE” ise eleman sayısını göstermektedir. Elemanın kütle matrisi D’Alambert prensibi kullanılarak bulunur. Atalet etkileri, eleman üzerindeki ivme alanının kütle yoğunluğu ile çarpılmasından elde edilen bünge kuvvetleri olurlar. Bünge kuvvetleri, eleman katılık matris formulasyonundaki gerçek iş prensibi kullanılarak, nodal yüklere dönüşürler (Visse, 1968).

Sonuç ifadesi;

$$\{f\} = \int_V [N]^T \{g\} dV \quad (2.3)$$

$\{f\}$ eleman nodal kuvvetlerini, N interpolasyon fonksiyonlarını, g ise bünge kuvvetlerini göstermektedir. g ;

$$\{g\} = -\rho \{\ddot{u}\} \quad (2.4)$$

ile değiştirilir. Burada ρ kütle yoğunluğunu ve $\{\ddot{u}\}$ de eleman alanı içindeki diferansiyel hacmin (dv) ivmesidir.

Yer değiştirme için kullanılan aynı interpolasyon fonksiyonları kümesini kullanarak;

$$\{\ddot{u}\} = [N] \{\ddot{d}\} \quad (2.5)$$

daha sonra da eleman nodal yükleri (2.6) numaralı denklem kullanılarak hesaplanır.

$$\{f\} = \left(\rho \int_V [N]^T [N] dV \right) \{\ddot{d}\} \quad (2.6)$$

Eleman kütle matrisi (2.7) numaralı denklemde olduğu gibidir;

$$\{m\} = \left(\rho \int_V [N]^T [N] dV \right) \quad (2.7)$$

Bu eleman kütle matrisi tutarlı kütle matrisi olarak adlandırılır. Çünkü formulasyon katılık matrisini formüle etmek için kullanılan aynı interpolasyon fonksiyonlarını kullanır.

ANSYS yazılımında eleman kütle matrisi 3 tipte olabilir. Bunlar; sürekli (consistent), parçalanmış (lumped) veya azaltılmış (reduced) kütle matrisleridir. ANSYS'de varolan birçok eleman consistent kütle matrisini varsayılan olarak kullanır. Genelde eleman kütle matrisi olarak varsayılanın kullanılması tavsiye edilmektedir. Ancak yapı bir yönde diğer boyutlara oranla çok ufaksa (kiriş gibi) reduced ya da lumped kütle matrisinin kullanılması daha uygundur. Dalga yayılma problemleri için ise lumped kütle matrisi oldukça yardımcıdır. Consistent eleman kütle matrisi, eleman şekil fonksiyonları kullanılarak elde edilir. Bu şekil fonksiyonları katılık matrisini hesaplamada kullanılanlar ile aynıdır.

$$\begin{array}{l}
 UX_1 \\
 UY_1 \\
 ROTZ_1 \\
 UX_2 \\
 UY_2 \\
 ROTZ_2
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 x & 0 & 0 & x & 0 & 0 \\
 0 & x & x & 0 & x & x \\
 0 & x & x & 0 & x & x \\
 x & 0 & 0 & x & 0 & 0 \\
 0 & x & x & 0 & x & x \\
 0 & x & x & 0 & x & x
 \end{bmatrix}
 \begin{array}{l}
 \text{BEAM3 eleman} \\
 \text{için kütle matrisi}
 \end{array}$$

Lumped eleman kütle matrisinde elemanın kütlesi doğrudan kendi düğüm noktalarına bölünür. Diğer bir deyişle elemanın düğüm noktalarında bulunan yoğun kütleler eleman kütlesi ile yer değiştirir. Herbir yöndeki nodal kütlelerin toplamı toplam eleman kütlesine eşittir. Böylece her bir birleştirilmiş kütle için sadece yatay ataletleri mevcut olup, dönme ataletleri yoktur. Bu nedenle lumped kütle matrisi diyagonal bir matristir.

$$\begin{array}{l}
 UX_1 \\
 UY_1 \\
 ROTZ_1 \\
 UX_2 \\
 UY_2 \\
 ROTZ_2
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & x & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & x & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & x & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & x & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x
 \end{bmatrix}$$

(2.1) denkleminde belirtilen $[K]$ yapının katılık matrisi;

$$[K] = \sum_{i=1}^{NE} [K_i^e] \quad (2.8)$$

denklemini ile bulunur. Bu denklemde $[K_i^e]$ eleman tekil katılık matrisi olup “NE” ise eleman sayısını göstermektedir.

(2.1) denkleminde belirtilen $[C]$ yapının sönüm matrisi;

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] + \sum_{J=1}^{NMA} \beta_J [K_J] + [C\xi] + \sum_{k=1}^{NEL} [C_k] \quad (2.9)$$

denklemini ile bulunur. Bu denklemdeki $\alpha[M]$ terimi kütle sönümünü, $\beta[K] + \sum_{J=1}^{NMA} \beta_J [K_J]$ yapısal sönümü, $[C\xi]$ sönüm sabitini, $\sum_{k=1}^{NEL} [C_k]$ eleman sönümünü, $[C_k]$ eleman tekil sönüm matrisini, NEL ise sönüm elemanlarının sayısını ifade etmektedir. Pratikte yapı sönüm matrisini belirlemek oldukça zordur. Çünkü burada viskoz sönümden çok kuru sürtünme ve katı sönümle ilgilenilmektedir. Katılık matrisinin β çarpanı ile kütle matrisinin α çarpanının birleştirilmesi ile bir yaklaşım elde edilir.

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (2.10)$$

Bu denklemde β ve α Rayleigh sönüm katsayısı olarak bilinirler. Bu iki katsayının değeri genellikle analizci tarafından bilinmez. Çünkü birçok sönüm datası modal sönüm oranında (ξ_i) mevcuttur. Bu oran gerçek sönümün belirli bir titreşim modu için kritik sönüme oranıdır. Eğer ω_i i modunun doğal frekansı ise modal sönüm oranı (2.11) denklemindeki gibi olur;

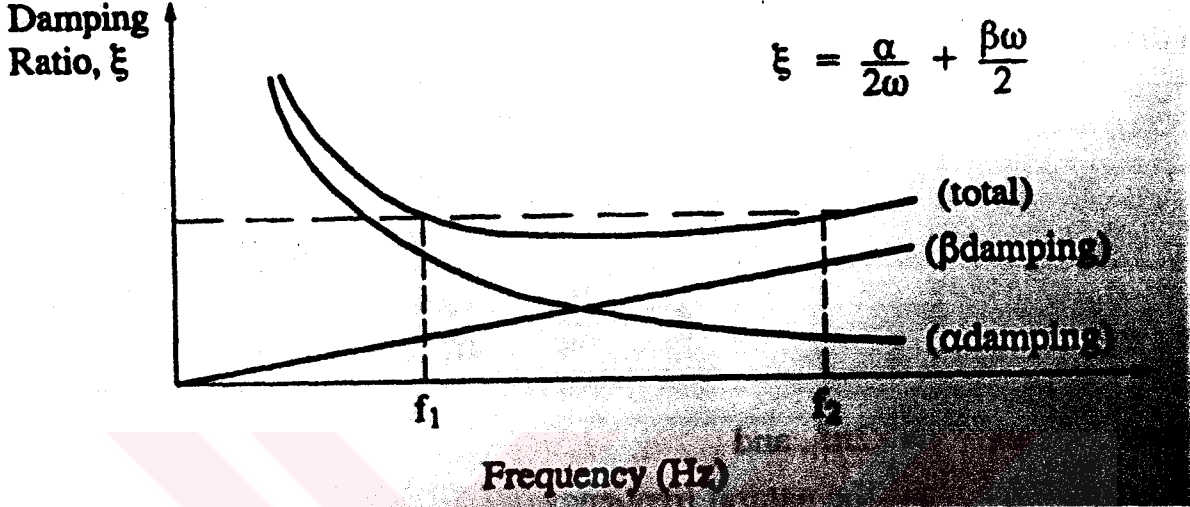
$$\xi_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2} \quad (2.11)$$

Bu denklemdeki α kütle sönümünü, β ise katılık (ya da yapısal) sönümünü ifade eder.

Yapısal sönüm (β) yapılarda doğal olarak bulunur. ANSYS’de iki yapısal sönüm belirlenebilir. Bunlardan biri sabit katılık matrisi ve diğeri ise malzemeye bağlı katılık matrisidir. Birçok problemde katı cisim sönümü ihmal edilir ($\alpha=0$). Bu nedenle;

$$\xi_i = \frac{\beta \omega_i}{2} \quad \text{veya} \quad \beta = \frac{2 \beta_i}{\omega_i} = \frac{\xi_i}{\pi f_i} \quad (2.12)$$

olur. β sönümünün verilen bir değeri ile sönüm oranı frekansla doğru orantılıdır. Yani düşük frekanslarda sönüm oranı da düşük olurken, yüksek frekanslarda sönüm oranı yüksek olur.



Şekil 2.4 Frekans-Sönüm oranı grafiği

Bazı durumlarda, frekans aralığının dışında kalan bir sönüm sabiti istenir. İki sönüm fonksiyonunun toplamı kesiştikleri yerdeki frekans aralığının üzerindeki sabite yakındır. Bu nedenle verilen bir sönüm oranı (ξ) ve frekans aralığında (f_1 ve f_2) iki denklem aynı anda α ve β 'ya göre çözülebilir (ANSYS User's Guide, 1993).

$$\frac{\alpha}{4\pi f_1} + \beta \pi f_1 = \xi \quad (2.13)$$

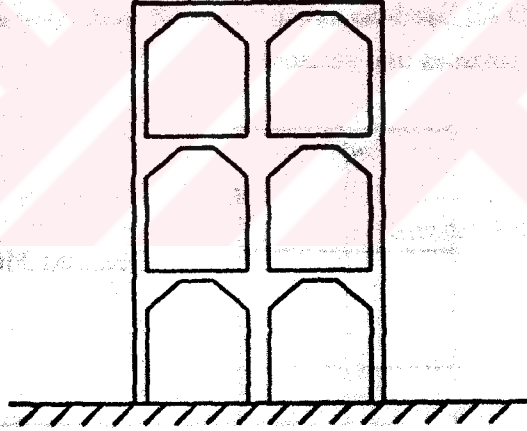
$$\frac{\alpha}{4\pi f_2} + \beta \pi f_2 = \xi \quad (2.14)$$

(2.1) denklemi, sonlu sayıda serbestlik derecesine sahip olarak modellenmiş olarak verilen herhangi bir yapının dinamik reaksiyonunun matris formatında verilmiş hareket diferansiyel denklemlerinin bir kümesidir. Statik geometrik tepki için sonlu eleman formülasyonu, diferansiyel denklem yaklaşımından çok integral yaklaşımını takip ederken, nümerik yaklaşımın zaman boyutlu formülasyonunun çoğu diferansiyel formu takip etmektedir. Bu

denklemin çözümü, yapının, herhangi bir yük altında zamana bağlı olarak değişen reaksiyonunu verir (Bathe, 1982).

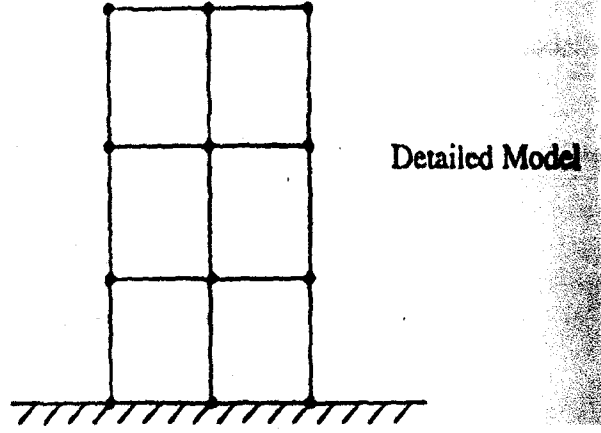
Herhangi bir dinamik analizde büyük bir denklem takımı ile bağlantılı sayısal zorluklar vardır. “Statik kısaltma” veya “Guyan azaltımı” diye adlandırılan bir yaklaşım, denklem sayılarını azaltmak için birçok sonlu elemanlar programında yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu yaklaşımda, ilk başta geometriyi ve yapının beklenen şekil bozukluklarını doğru bir şekilde temsil edecek bir model geliştirilir. Daha sonra modeldeki toplam serbestlik derecesinden, modeldeki yapısal tepkiyi gösteren daha baskın serbestlik derecelerinden bir ana serbestlik derecesi grubu seçilir. Buradaki baskın kelimesinin anlamı; bu ana serbestlik derecelerinin hareketleri titreşimi kontrol eder ve modelin diğer kalan serbestlik dereceleri pasif durumdadırlar. Çünkü bunlar ana düğüm noktaları tarafından belirlenen özellikleri takip ederler.

Şekil 2.5’de gösterildiği gibi bir yapıyı göz önünde bulunduralım.



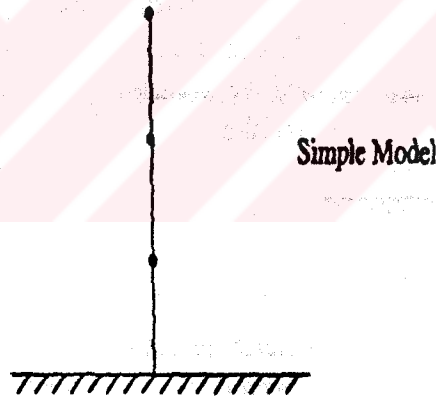
Şekil 2.5 Analizi yapılacak olan yapı

Bu yapının modellenmesi, gerilim veya dinamik tepki analizlerinden hangisinin yapılacağına bağlı olarak tamamen farklı bir şekilde yapılabilir. Eğer yapının gerilim sonuçları ile ilgileniliyorsa şekil 2.6’da gösterildiği gibi yapının çok detaylı olmayan bir modeline ihtiyaç duyulur. Şekil 2.6’daki kiriş modeli yapının gerilim değerlerini bulmak için yeterli olacaktır.



Şekil 2.6 Yapının detaylı kiriş modeli

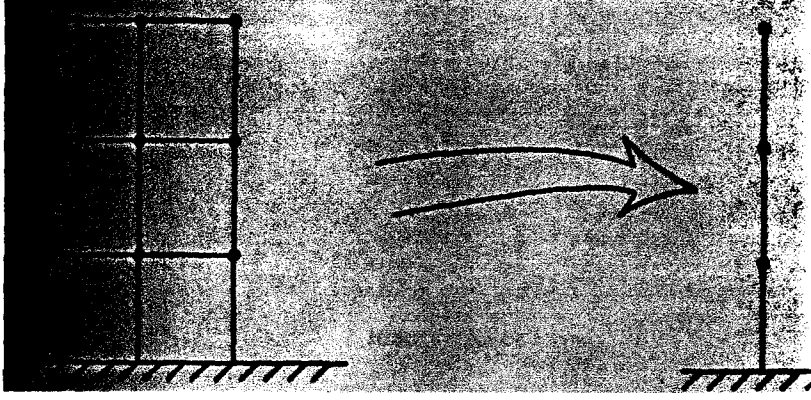
Eğer yapının dinamik davranışları ile ilgileniliyorsa çok daha basit bir model yeterli olacaktır. Şekil 2.7'deki gibi yukarıdaki şekle göre çok daha basit ancak aynı katılık, sönüm ve kütleye sahip bir model yaratıldığında bu model yapının doğal frekansları ve mod şekillerini belirlemek için yeterli olacaktır.



Şekil 2.7 Yapının basit kiriş modeli

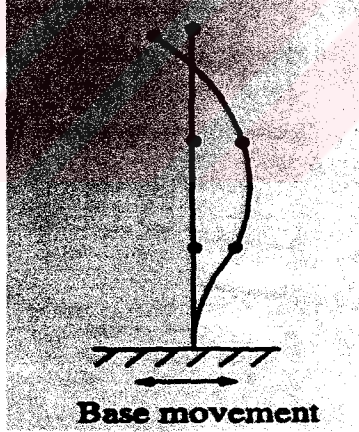
Yukarıdaki her iki modelin avantajları ve dezavantajları vardır. İlk modelde detaylı gerilme ve yer değiştirmeleri görmek mümkünken işlem süresi oldukça uzun ve işlem oldukça yavaştır. İkinci modelde ise çok daha kolay ve çabuk sonuç alınırken detaylı gerilim ve yer değiştirmeleri görmek mümkün olmaz. Genellikle istenen, sonuçların detaylı olarak görülebilmesi, çabuk sonuç alınması ve hızlı bir işlemdir. Matris azaltımı bu istenen özellikleri sağlar.

“Guyan Azaltımı” denilen işlem yapıldığında ilk yaratılan detaylı model, aynı katılığa, kütle ve sönüm karakteristiklerine sahip çok daha basit bir model halini alır. Yapıyı düşürmek için kullanılan adımlar Guyan Azaltımı işleminin bir parçası olarak kaydedilir.

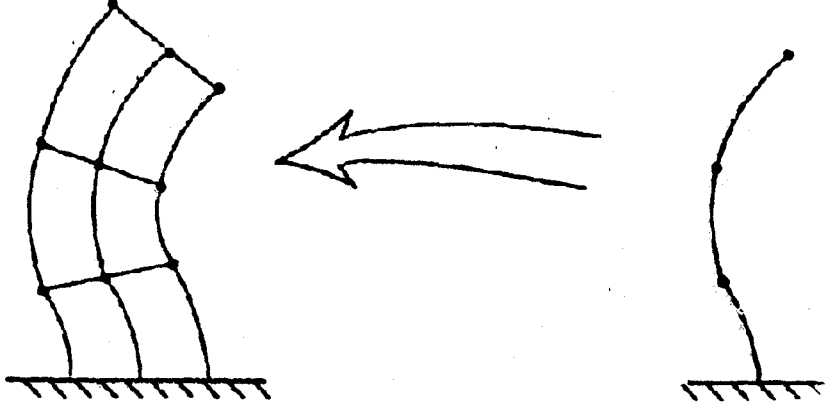


Şekil 2.8 Guyan Azaltımı

Bu daha basit olan düşürülmüş modelle dinamik analiz gerçekleştirilir. Kaydedilmiş adımlardan ters sırayla gidilerek ANSYS yazılımı basit modelden elde edilen sonuçları detaylı modele genişletir.

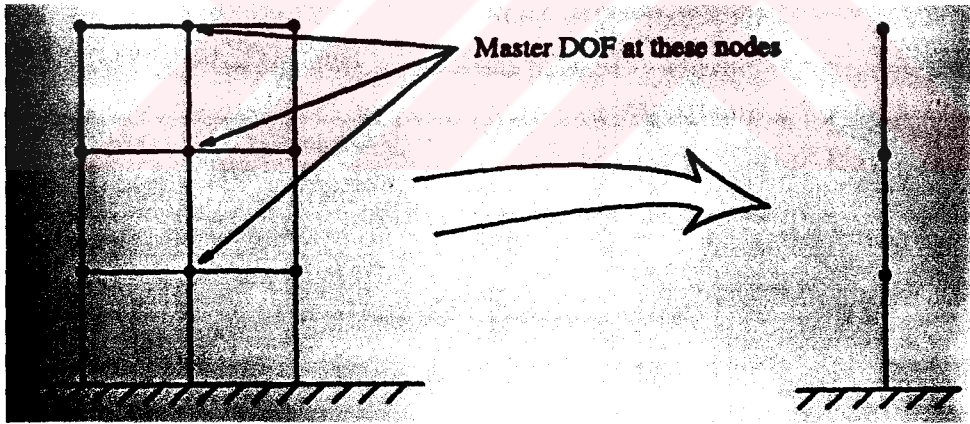


Şekil 2.9 Basit modelden elde edilen sonuç



Şekil 2.10 Basit modelden detaylı modele geçiş

Bu genişletilmiş model, detaylı sonuçları almak için (postprocessing adımı) kullanılır. Basit modelde kullanılan serbestlik dereceleri, detaylı modele ait serbestlik derecelerinin bir alt kümesidir. Ana serbestlik dereceleri kullanıcı tarafından seçilebildiği gibi ANSYS programı tarafından da seçilebilir. Matristen çıkarılan bu serbestlik dereceleri köle serbestlik dereceleri olarak adlandırılır.



Şekil 2.11 Ana serbestlik dereceleri

Matris azaltımı, ana serbestlik dereceleri tarafından taşınan elastik kuvvetlere oranla daha önemsiz olan köle serbestli derecelerindeki düşük frekanslar ile atalet kuvvetleri için bir yaklaşımdır. Köle serbestli derecelerinde kütle ve sönüm etkileri yoktur. Bunların yer değiştirmeleri sadece katı yapılık matrisi tarafından düzenlenir. Eğer ana serbestlik derecelerinin yer değiştirmeleri belirlenebilirse köle serbestlik derecelerinin yer değiştirmeleri

hesaplanabilir. Bütün serbestlik derecelerindeki yer eğişim çözümleri mevcut olduğunda gerilim ve şekil değışiklikleri bulunabilir.

Lineer bir sistemin serbest sönümsüz titreşim hareket denklemi;

$$[M]\{\ddot{D}\} + [K]\{D\} = \{0\} \quad (2.15)$$

denklemleri ile verilmektedir. Bu denklemin özdeğer problemine indirgenmesi durumunda ise (2.16) numaralı denklem elde edilir.

$$([K] - \lambda[M])\{D\} = \{0\} \quad (2.16)$$

burada $\lambda = \omega^2$ (özdeğer), ω ise doğal frekanstır. Ana serbestlik dereceli ve köle serbestlik dereceli terimlerin bölünmesiyle;

$$\left(\begin{bmatrix} [K_{mm}] & [K_{ms}] \\ [K_{sm}] & [K_{ss}] \end{bmatrix}_{n \times n} - \lambda \begin{bmatrix} [M_{mm}] & [M_{ms}] \\ [M_{sm}] & [M_{ss}] \end{bmatrix}_{n \times n} \right) \begin{Bmatrix} \{D_m\} \\ \{D_s\} \end{Bmatrix}_{n \times 1} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}_{n \times 1} \quad (2.17)$$

denklemleri elde edilir. Burada m alt indisi ile gösterilenler ana serbestlik derecelerini, s alt indisi ile gösterilenler ise köle serbestlik derecelerine ait değeri göstermektedir.

İlk yaklaşıma göre köle serbestlik derecelerindeki atalet (veya kütle) etkileri ana serbestlik dereceleri boyunca dağıtılabilir. Diğer bir deyişle katılık matrisi, köle serbestlik derecelerinin ana serbestlik derecelerini nasıl takip edeceğini belirtir. Bu nedenle yukarıdaki denklemin alt kısmının genişletilmesinde $\{D_s\}$ 'i çoğaltacak kütle matrisleri göz önünde bulundurulmaz. Kütle terimleri sadece $\{D_s\}$ 'in hesaplanmasında ihmal edilir, etkileri ise dağıtım işlemine hesaba katılır. Bu durumda alt bölümden;

$$[K_{sm}]\{D_m\} + [K_{ss}]\{D_s\} = \{0\} \quad (2.18)$$

veya

$$\{D_s\}_{s \times 1} = -[K_{ss}]^{-1}[K_{sm}]_{s \times m}\{D_m\}_{m \times 1} \quad (2.19)$$

elde edilir. Bütün serbestlik derecelerinin özvektörü (2.20) denklemindeki gibi yazılabilir.

$$\{D\} = \begin{Bmatrix} \{D_m\} \\ \{D_s\} \end{Bmatrix}_{nx1} = [T]_{n \times m} \{D_m\}_{m \times 1} \quad (2.20)$$

Bu denklemde belirtilen $[T]$ ise;

$$[T] = \begin{bmatrix} [I] \\ [-K_{ss}]^{-1} [K_{sm}] \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

denklemleri ile hesaplanır. Burada $[I]$ ise $m \times m$ boyutlarında benzerlik matrisidir.

(2.20) numaralı denklemin (2.16) numaralı denklemde yerine konması durumunda;

$$([\hat{K}] - \lambda[\hat{M}])\{\hat{D}\} = \{0\} \quad (2.22)$$

olur. $\hat{}$ işareti azaltılmış matrisi ifade etmek için kullanılmıştır. Bu denklemde;

$$[\hat{K}]_{m \times m} = [T]^T [K]_{n \times n} [T] \quad (2.23)$$

$$[\hat{M}]_{m \times m} = [T]^T [M]_{n \times n} [T] \quad (2.24)$$

$$\{\hat{D}\}_{m \times 1} = \{D_m\}_{m \times 1} \quad (2.25)$$

ile hesaplanır. Eğer sistemde sönüm varsa azaltılmış sönüm matrisi;

$$[\hat{C}]_{m \times m} = [T]^T [C]_{n \times n} [T] \quad (2.26)$$

olacaktır. Benzer şekilde sistem üzerinde bir yük tanımlanmışsa azaltılmış yük vektörü ise;

$$[\hat{F}]_{m \times m} = [T]^T [F]_{n \times n} \quad (2.27)$$

Böylece Guyan Azaltımı işlemi efektif olarak kütle ve sönüm etkilerini köle serbestlik derecelerinden ana serbestlik derecelerine taşır. Azaltılmış matris ifadesinden de açıkça görülebileceği gibi dağıtım katılık yoğunluğuna dayanır.

Ayrıca köle serbestlik derecelerinin yer değiştirmeleri, katılık terimiyle ana serbestlik derecelerinin yer değiştirmelerine bağlıdır.

$$\{D_s\} = -[K_{ss}]^{-1}[K_{sm}]\{D_m\} \quad (2.28)$$

Bu katılığın doğru olduğunu yani sistemin potansiyel enerjisinin korunduğunu gösterir. Kütle ve sönüm ise birer yaklaşımdır.

Ana serbestlik derecelerinin kullanılmasının amacı, yapının dinamik hareketlerini karakterize etmek için yeterli olan sadece bu serbestlik derecelerini kapsayan analizin maliyetini azaltmaktır. Ana serbestlik derecesinin birçok kümesi seçilebilir ve bu kümeler kabul edilebilir sonuçlar sağlayacaklardır. Doğru sonuçlar için bu ana serbestlik dereceleri yapının düşük frekansları ile birleştirilmelidir.

Ana serbestlik derecesinin seçimi hangi modlarla ilgilenildiğine, yapının nasıl yüklendiğine ve hangi modların verilen yükleme koşullarına en iyi şekilde katılacağına bağlıdır.

Ana serbestlik derecesi, köle serbestlik derecesinin atalet etkilerini paylaştığından bunların kütle-katılık oranı (M/K) köle serbestlik derecesininkinden daha yüksek olacaktır. Bu ise ana serbestlik derecesinin seçiminde yardımcı olacaktır. Sistemdeki yüksek M/K oranına sahip noktalar ana serbestlik derecesi olarak seçilmelidir. Ana serbestlik derecesinin seçiminde iki nokta önemlidir. Bunlar ana serbestlik derecesinin konumu ve sayılarıdır.

Ana serbestlik derecesinin konumunu belirlemede aşağıdaki maddelere dikkat etmek gerekir;

- Eğer bir yöndeki hareket başka yöndeki önemli bir hareketi paylaşıyorsa ana serbestlik derecesi diğer yönlerde tanımlanmalıdır.
- Harmonik tepki analizleri için sıfırdan farklı yer değiştirme ve kuvvete sahip noktalar ana serbestlik derecesi olarak seçilmelidir.
- Elastik temelli esnek yapılar için bütün normal serbestlik dereceleri ana serbestlik dereceleri olarak seçilmelidir.

Ana serbestlik derecesi sayısını belirlerken kural olarak mod sayısının en az iki katı olacak şekilde ana serbestlik derecesi belirlemek gerekir (ANSYS User's Guide, 1993)

2.6.1 Özdeğer (eigenvalue) analizi

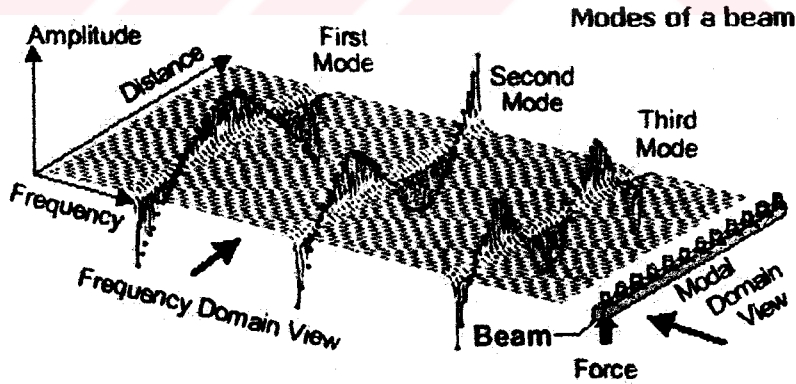
Yapıların dinamik analizinde en yaygın olarak kullanılan metot, doğal frekans veya özdeğer (eigenvalue) analizidir. Bir çok mühendislik uygulamalarında, bir yapının titreşiminin doğal frekans değerleri önem taşımaktadır. Bunlar yapının ilk baştaki statik denge durumunun bir ilk tetikleme yoluyla bozularak gözlenen sönümlenmemiş serbest titreşim reaksiyonudur (Femer, 1987).

Tüm malzemeler, fiziksel özelliklerinden kaynaklanan rezonanslara sahiptirler. Rezonans frekanslarının ve bu frekanslardaki sönümleme değerlerinin ne olduğunun bilinmesi ürün tasarımı açısından önemlidir. Bir malzemeye rezonans frekansında çok küçük bir tahrik kuvveti uygulayarak, yüksek titreşimler elde edilebilmektedir.

Modal analiz, malzemelerin :

- Doğal frekans (natural frequency)
- Sönüm (damping)
- Mod biçimi (mode shape)

değerlerini ortaya çıkarmak için yapılan bir çalışmadır.



Şekil 2.12 Modal analiz [1]

Bu özdeğer problemi, (2.1) denkleminde sönümleme katsayıları ve uygulanan yüklerin sıfırlanması ile elde edilir ($\{F\}=0$ ve $[C]=0$). Modal analizde $[M]$ kütle matrisi ve $[K]$ katılık matrisi sabittir ve yüklemelere izin verilmez (kuvvet, basınç, ısı vb.).

Modal analiz, diğer dinamik analizlerden önce yapılmalıdır. Modal analizden elde edilen sonuçlar diğer analiz tipleri için gerekli olan birçok faktörleri belirlemede yardımcı olur. Modal analizde serbest sönümsüz titreşimler göz önünde bulundurulur. Bu durumda ana denklem;

$$[M].\{\ddot{D}\} + [K].\{D\} = \{0\} \quad (2.29)$$

şeklini alır.

Yapı titreşimi, yer değiştirme, hız ve ivmenin bir başlangıç durumu ile başlar. Daha sonra, sonlu elemanlar modelindeki her düğüm noktasının hareketi, o düğüm noktası için tepe yer değiştirme genliğinin sinusoidal fonksiyonu olarak kabul edilir. (2.30) nolu denklemdeki yer değiştirme vektörünü tanımlayan $\{A\}$ sonlu elemanlar modelindeki her düğüm noktası yer değiştirme bileşeni için tepe yer değiştirme vektörü, ω ise titreşimin dairesel frekansıdır.

$$\{D\} = \{A\} \sin(\omega.t) \quad (2.30)$$

Bu durumda hız vektörü,

$$\{\dot{D}\} = \{A\} \omega \cos(\omega.t) \quad (2.31)$$

ve ivme;

$$\{\ddot{D}\} = -\{A\} \omega^2 \sin(\omega.t) \quad (2.32)$$

olur.

Bunları genel denklemde yerine koyduğumuzda özdeğer çözümünü elde ederiz.

$$([K] - \lambda.[M])\{A\} = \{0\} \quad (2.33)$$

λ özdeğer ω^2 'ye eşittir ve $\{A\}$ ise yaygın olarak mod şekli olarak adlandırılan λ 'nın her bir spesifik değeriyle beraber tepe düğüm noktaları yer değiştirmelerin özvektörüdür (eigenvector).

Sonlu elemanlar modelindeki toplam serbestlik derecesi kadar, aynı sayıda bağımsız özdeğer vardır. Her bir özdeğer, bağımsız bir özvektör veya mod şekline sahiptir. özvektörler sıfır vektör olmadığında, özdeğerler için çözüm denklemi şu şekilde olacaktır;

$$[K] - \lambda[M] = \{0\} \quad (2.34)$$

Yapıdaki özdeğerleri ve doğal frekansları bulduktan sonra, (2.33) nolu denklemde yerlerine koyarak karşılık gelen mod şekli bulunur. Mod şekil ve vektörü, vektördeki maksimum yer değiştirme bileşenine göre normleştirilmiş bağıl düğüm noktalarının yer değiştirmelerinin bir kümesidir. Titreşimi başlatan girdi şartları, verilen herhangi bir problemdeki gerçek titreşim genliğini kontrol eder. Özdeğerler sistemin doğal frekanslarını, özvektörler ise bu doğal frekanslara karşılık gelen mod şekillerinin temsil eder.

Böylece toplam çözüm, sonlu elemanlar modelindeki her bir serbestlik derecesi için bir doğal frekansta sonuçlanır. Bununla beraber, verilen modelin genellikle birkaç tane en düşük özdeğerine ihtiyaç duyulur. Gerçekte de, yapının herhangi bir sonlu elemanlar yaklaşımında daha büyük özdeğerler ve özvektörler doğru değildirler.

Teorik olarak, özdeğer denkleminin çözümü belirtir ki; eğer bir yapı onun ilk mod şeklinde deforme edilirse o mod şeklinde belirsiz titreşmeye devam edecektir. Pratikte ise, herhangi bir mekanik sistemde her zaman biraz sönümleme mevcuttur, dolayısıyla titreşim eninde sonunda azalacaktır (Huebner, 1982).

2.6.2. Frekans tepki analizi

İlgilenilen diğer bir dinamik analiz tipi, yapının verilen bir frekans değerindeki harmonik kuvvet girdisine karşı düzenli durum tepkisidir. Bu tepkiye herhangi bir frekans aralığı için ihtiyaç duyulabilir. Bu analiz tipinde, yapının harmonik girdiye karşı yer değiştirme tepkisi de harmoniktir ve aynı frekansta meydana gelir. Kuvvet girdileri (2.35) numaralı denklem ile tanımlanır;

$$\{F\} = \{F_0\} e^{i\omega t} \quad (2.35)$$

Her bir düğüm noktası kuvvet bileşeni, kompleks alanda ω frekansında harmonik değişim ile birlikte, kendi zirve genliği $\{F_0\}$ ile verilmiştir.

Buna karşı gelen düğüm noktaları yer değiştirmeleri şu şekli alacaktır;

$$\{D\} = \{D_0\} e^{i\omega t} \quad (2.36)$$

ve hız;

$$\{\dot{D}\} = \{D_0\} i\omega e^{i\omega t} \quad (2.37)$$

ve ivme;

$$\{\ddot{D}\} = -\{D_0\} \omega^2 e^{i\omega t} \quad (2.38)$$

Frekans tepki analizi için geçerli denklem, bu denklemlerin genel denklemde yerine konmasıyla bulunur;

$$(-\omega^2 [M] + i\omega [C] + [K]) \{D_0\} = \{F_0\} \quad (2.39)$$

Yer değiştirme genliğinin $\{D_0\}$ çözümü, açık olarak frekans, sönümlenme ve kuvvet genliğinin $\{F_0\}$ bir fonksiyonudur. Aynı frekans girdi aralıklarında bu denklemin çözümü, yapının titreşim frekans tepkisini tanımlar.

Bu durumdaki yer değiştirme genlikleri, deforme olmuş yapının şeklini tanımlamaktadır. Bu genellikle, giriş frekansı tesadüfi olarak doğal frekansla çakışmadığı sürece, yapının doğal frekanstaki mod şekli ile aynı şekil değildir. Çoğu yapılar hafifçe sönümlenir ve bir çok durumda çözümü basitleştirmek için sönümlenme göz ardı edilebilir. Eğer denklemde sönümlenme göz ardı edilirse, doğal frekansa eşit olan değerler hariç olmak üzere, bütün frekans değerleri için tepkiler hesaplanabilir. Sönümlenme olmadığı durumlarda, doğal frekansa eşit bir girdi, sonsuz yer değiştirme tepkisi oluşturur ve nümerik çözüm algoritması başarısız olur. Bu ciddi bir sorun değildir, çünkü doğal frekansa yakın bir tepki hesaplanabilir. Sönümlenmenin miktarının tayini oldukça zor bir işlemdir ve hesaplanan tepki çok güvenilir olmayacaktır (Huebner, 1982).

2.6.3. Geçici (süreksiz) tepki analizi

Eğer girdi yükleme fonksiyonu harmonik değil fakat keyfi zamana bağımlı fonksiyon ise, o zaman bir geçici tepki analizi uygulanmalıdır. Geçici dinamik tepki problemini çözmede iki genel yaklaşım vardır. Bunlardan bir tanesi; sistem denklemlerinin, hız ve ivme bileşenlerinin zaman boyutunda bir sonlu fark veya sonlu elemanlar metodu ile yaklaştırılmasından sonra doğrudan entegrasyonudur. Bu doğrudan entegrasyon yaklaşımı belirgin şekilde sistem denklemlerinin toplam kümesiyle ilgilidir ve her bir basamakta tamamlanmış bir çözümü içerecek şekilde birçok zaman basamaklarını kullanır. Bu büyük boyutlu problemler için, oldukça büyük bir hesaplama ameliyesi olabilmektedir.

İkinci yaklaşım modal süperpozisyon olarak adlandırılır ve bu hesaplama probleminin azaltılmasına yardımcı olur. Bu yaklaşımın temeli; yapının dinamik tepkisini uygun olarak ifade eden daha düşük frekanslardaki mod şekillerinin süperpozisyon yaklaşımıdır. Tamamlanmış tepki, düşük frekans mod şekillerinin doğru kısımlarının toplamı ile bulunur.

Bu tip analizlerin herhangi birisinde, bir yapının dinamik tepkisini bulma probleminin karmaşıklığının statik tepki için olandan çok daha fazla olduğu görülmektedir. Bu karmaşıklık güvenilir bir dinamik analizin gerçekleştirilmesindeki daha büyük zorluğu da göstermektedir.

Dinamik analizdeki zorluğun bir parçası da, titreşim problemi olan yapıların genellikle ince olması ve saç veya kabuk elemanları olarak modellemek zorunda kalınmasıdır. Bu elemanların statik analizlerinde ciddi dezavantajlara sahip olduğu da bilinmektedir (Huebner, 1982).

2.7. Sonlu Elemanlar Modeli

Sonlu elemanlar modeli, yapılacak analiz tipi ile uyumlu olmak zorundadır. İlk basamak dinamik modellemede kullanılacak olan uygun elemanın seçimidir. Burada kullanılacak olan eleman her zaman statik analizde kullanılacak olan elemanla aynı değildir. Bir modelde, statik yükleme için iki boyutlu düzlem gerilmeleri analiz edilebilir. Bütün doğal frekanslar ve mod şekillerini tanımlamada kullanılan özdeğer analizi için bir saç ya da kabuk eleman ile modellemeye ihtiyaç duyulur.

Bilinmelidir ki eleman seçimi çözümün bir parçasını yok edebilir. Eğer dinamik bir modal analiz için iki boyutlu düzlem elemanı seçilirse, o zaman sadece düzlem içi hareketlerle ilgilenen mod şekillerini ve doğal frekansları bulunur.

Dinamik durum için sayısal ağ gereklilikleri ayrıca problemin tipine bağlıdır. Eğer sadece doğal frekanslar aranıyorsa, o zaman daha kaba bir sayısal ağ kullanılabilir. Titreşim modlarından oluşan gerilmeleri elde etmek için de daha sık bir sayısal ağ kullanılmalıdır. Eğer sadece ilk birkaç doğal frekans önemli ise daha kaba bir sayısal ağ tatminkar olabilir. Daha fazla doğal frekans ihtiyacı daha hassas ve daha sık sayısal ağ ihtiyacını doğurur.

Doğal frekanslardaki mod şekilleri, hem simetrik hem de simetrik olmayan modellerde ilerlemeye meyillidirler. Bu nedenle modellenen yapının doğal frekanslarının bazılarını kaybetmeden model boyutunu küçültmek için simetri kullanılmaz. Simetrik bir modeli kullanırken bu kaybı önlemek için simetri düzlemindeki düğüm noktalarındaki sınır koşullarını dikkatli bir şekilde tanımlamak gereklidir.

Dinamik modellerde simetri statik modellerdeki kadar efektif kullanılmadığı için bu dinamik çözümün doğru bir şekilde elde edilmesini zorlaştırmaktadır (Knight, 1983).

2.8. Analiz Basamağı

Analizi yapacak olan kişi analiz tipinin seçiminden de sorumludur. Çoğu durumda daha sonra başka tip analiz yapılacak olsa bile ilk olarak bir özdeğer analizi yapılır. Özdeğer analizi, dinamik yapının beklenen davranışlarının iç yüzünü görme için oldukça önemli bir katkı sağlar. Tipik bir modal analizde çözülen temel denklem (2.33) denklemi ile verilen klasik özdeğer problemidir. Bu denklemi çözmek için bir çok nümerik metot vardır. ANSYS yazılımı bu denklemin çözümü için altı metot sunar (ANSYS User's Guide, 1993).

- Subspace Metodu
- Block Lanczos Metodu
- Power dynamics
- Householder Metodu
- Unsymmetric Metodu
- Damped Metodu

Bu altı metottan ilk dördü en çok kullanılanlardır.

2.8.1. Subspace metodu

Bu metot, Jacobi iterasyon algoritmasını kullanan subspace iterasyon tekniğini kullanır. Bu metotta sonuçlar oldukça doğrudur. Çünkü $[K]$ katılık matrisi ve $[M]$ kütle matrisinin tamamı kullanılır. Bu metot yüksek hassasiyet gerektiren durumlarda kullanılır.

2.8.2. Block Lanczos metodu

Block Lanczos özdeğer çözücüsü, blok vektörlerinin Lanczos tekrarları ile kullanıldığı Lanczos algoritmasını kullanır. Bu metot da subspace metodu kadar doğru sonuç verir. Bu metodun avantajı Subspace metoduna göre daha hızlı olmasıdır. Block Lanczos metodu seyrek matris çözücüsünü kullanır. Block Lanczos metodu, verilen bir sistemin verilen bir özdeğer spektrumundaki özfrekanslarını hesaplamada oldukça güçlüdür.

2.8.3. Power dynamics metodu

Power Dynamics içinde subspace iterasyonunu kullanır ancak çözücü olarak PCG iteratif çözücüsünü kullanır. Bu metot Block Lanczos metodu ve subspace metoduna göre oldukça hızlıdır ancak model zayıf şekilli elemanları içeriyorsa doğru bir sonuç vermeyebilir. Bu metot oldukça büyük modellerde (100.000 ve üzeri mesnet) ilk birkaç modu elde etmek için kullanışlıdır. Bu metot daima bir araya getirilmiş kütle matrisini kullanır.

2.8.4. Reduce (householder) metodu

Bu metot, özdeğer ve özvektörleri hesaplamak için HBI (Householder-Bisection-Inverse iterasyonu) algoritmasını kullanır. Bu metot diğerlerine oranla daha hızlıdır. Çünkü tam $[K]$ katılık matrisi ve yaklaşık $[M]$ kütle matrisi ile çalışır. Sonuçların doğruluğu kütle matrisi yaklaşımının ne derece doğru olduğuna bağlıdır.

Çizelge 2.1 Özdeğer problemini çözmede kullanılan yöntemlerin karşılaştırılması

Çözücü	Uygulama	Gerekli Bellek	Gerekli Sabit Disk Alanı
Subspace	Büyük modellerin ilk birkaç modunu (yaklaşık 40'a kadar) bulmak için kullanılır. Tavsiye edilen kullanım şekli modelin kaliteli katı ve kabuk elemanlardan oluşması durumudur.	Düşük	Yüksek
Block Lanczos	Büyük modellerde yüksek seviyedeki modları (40 ve üzeri) bulmak için kullanılır. Tavsiye edilen kullanım şekli modelin zayıf katı ve kabuk elemanlardan oluşması durumudur. Bu çözücü kabuk elemanlardan veya kabuk ve katı elemanların birleşiminden oluşan modellerde iyi sonuç verir. Subspace metoduna göre daha hızlıdır ancak %50 daha fazla bellek gerektirir	Orta	Düşük
Power Dynamics	Büyük modellerde ilk birkaç modu (yaklaşık 20'ye kadar) bulmak için kullanılır. 100 ve üzeri serbestlik dereceli modellerde özdeğerleri hesaplamada hızlıdır. Kaba modellerde frekanslar yaklaşıktır. Kayıp modların olması mümkündür.	Yüksek	Düşük
Householder	Orta ve küçük modellerin bütün modlarını bulmak için kullanılır. Büyük modellerin ise sadece birkaç modunu bulmak için kullanılabilir. Frekansların doğruluğu seçilmiş serbestlik derecelerine bağlıdır.	Düşük	Düşük

2.9. Çıktı Prosesi ve Değerlendirme

Özdeğer analizi sonuçları, ya bulunacak en düşük frekans sayısının özelliklerinden ya da bütün doğal frekansları bulunacak frekans aralığı özelliklerinden istenen doğal frekanslara sahip olacaktır.

Mod şekillerinin normalleştirilmesi, her bir şekildeki maksimum genlik değerinin birim değere ayarlanması ve değerleri birden az olacak şekilde ölçeklenmesi yoluyla yapılabilir. Teorik olarak doğal frekanslarının birinde tetiklenen yapının gerçek yer değiştirme genlik tepkisi sonsuz olmaktadır. O halde, özdeğer analizinde yer değiştirme için spesifik bir genlik sadece diğer değerlere bağlıdır.

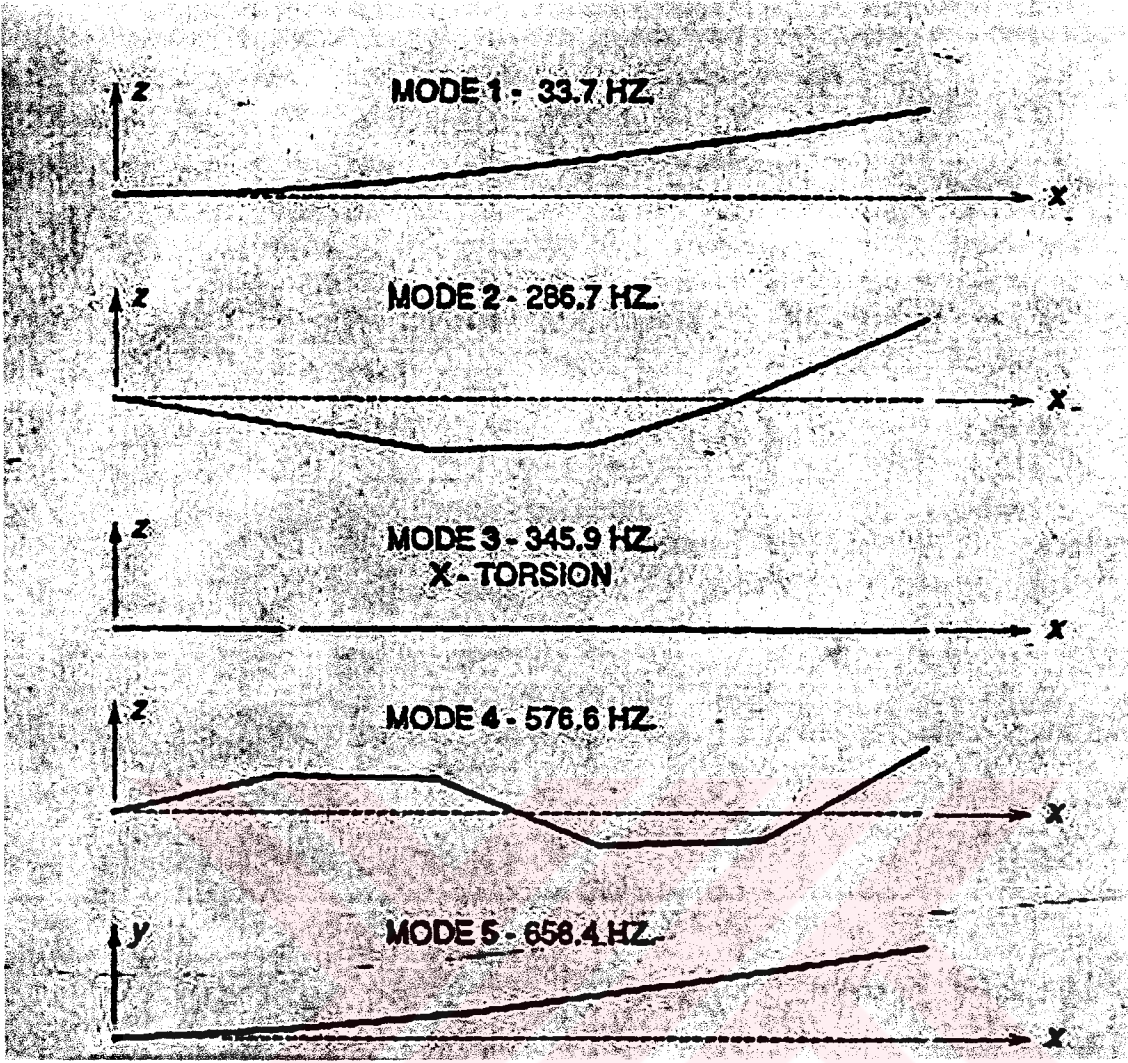
Özdeğer analizinden elde edilen deforme olmuş şekillerin grafikleri mod şekillerini gösterecektir. Analizci bulunacak ilgili mod şekillerini ve doğal frekansların sayısını analiz basamağında tanımlayabilir. Mod şekillerinin grafik bilgi dosyaları, her bir doğal frekans için yer değiştirme şekillerini içerecektir. Böylece her bir mod şekli için bir deforme olmuş grafik vardır. Önemli özdeğerlerin yeterli doğruluğunu elde edene kadar sayısal ağ düzeltilmesine devam edilmelidir.

Özdeğer analizinden elde edilen her bir mod şekli için gerilme grafikleri de mevcuttur. Ancak unutulmamalıdır ki, büyüklükler normalleştirilmiş deforme olan şekillere ölçeklenmiştir. Bu, değerleri oldukça yüksek yapabilir ve herhangi bir durumda gerçek yer değiştirme genlikleri bilinmediği için sadece bağıl değerleri temsil eder (Bathe, 1982).

2.10. Durum Çalışmaları (Knight, 1983)

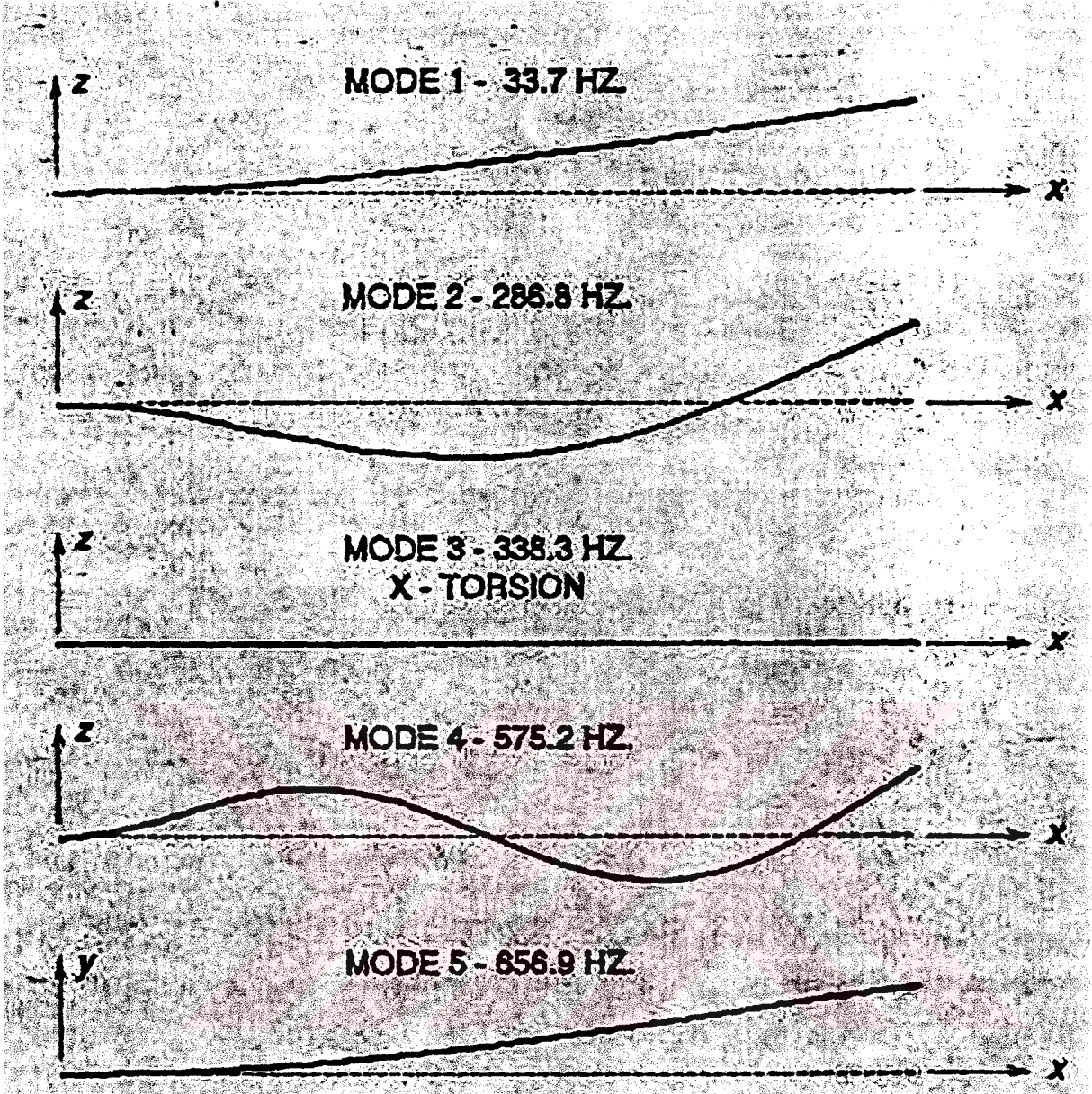
Burada, sivriltilmiş basit bir destekli kirişin ilk beş özdeğerleri ve mod şekilleri incelenmiştir. Çelik kiriş 10 inç uzunluğunda, 0,1 inç kalınlığındadır. Genişliği ise bağlı tarafta 2 inç serbest uçta ise 1,8 inç'tir. Farklı modelleme yaklaşımlarını ve sayısal ağ yakınlaşmalarını göstermek için birkaç model kullanılmıştır. İlk olarak kiriş eleman modeli daha sonra sac eleman modeli kullanılmıştır.

Beş elemanlı bir kiriş modeli şekil 2.13'deki sonuçları ortaya çıkarmıştır. Kirişin yön tayini; x eksenini boyunca 10 inç uzunluğunda, y eksenini 2 inç genişliğinde ve z eksenini de 0,1 inç kalınlığındadır. İlk mod, kiriş sonunun z yönünde hareketidir. İkinci mod da z eksenindeki diğer bir mod şeklidir. Üçüncü mod, x eksenini etrafında burulmadır ve grafik olarak kiriş boyunca düz bir çizgidir. Dördüncü mod, z eksenindeki üçüncü hareket modudur. Beşinci mod ise y eksenindeki ilk hareket modudur. Sayısal ağın kabalığı mod şekillerinde oldukça açık bir şekilde görülmektedir.



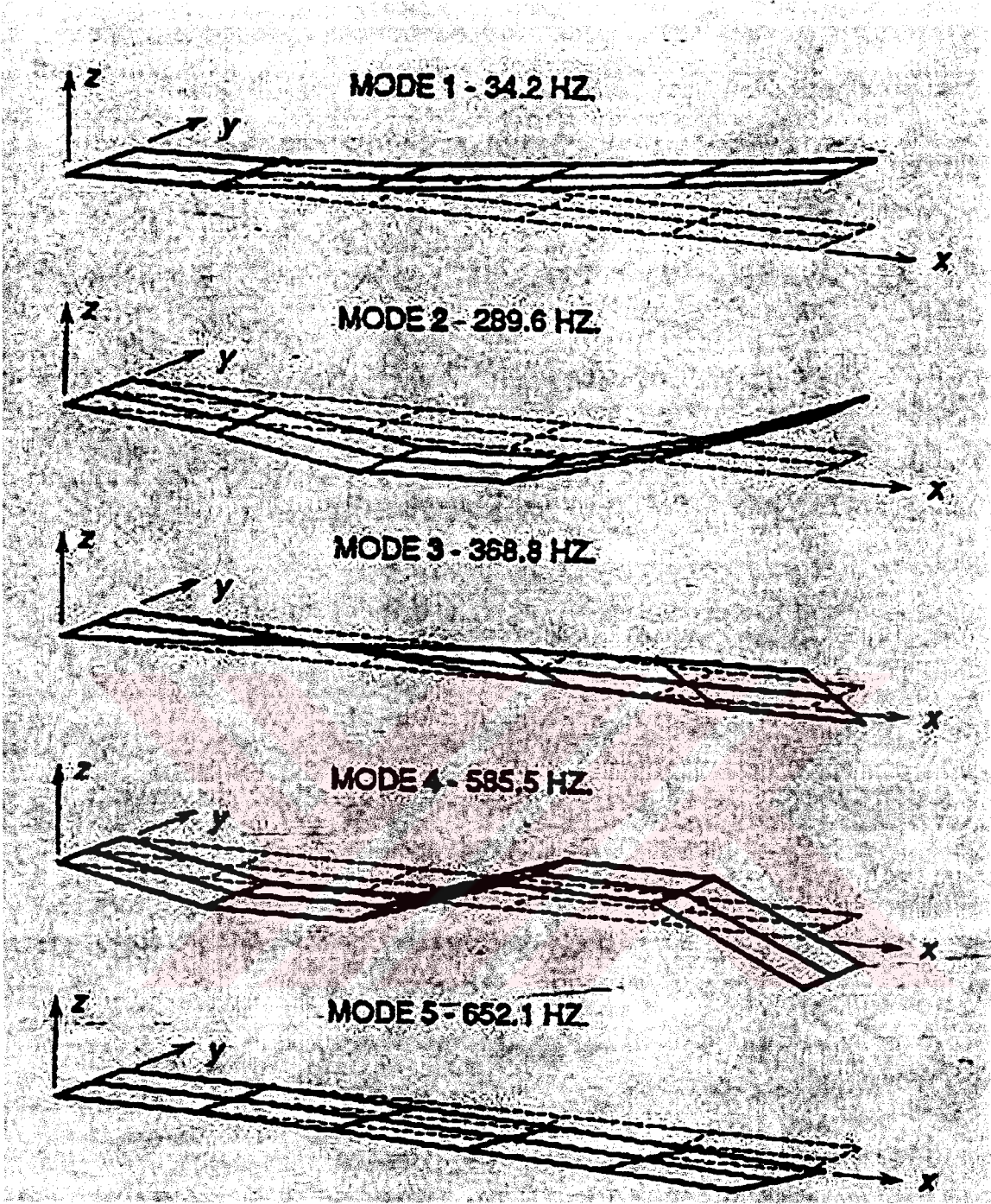
Şekil 2.13 5 elemanlı bir kiriş modelinde doğal frekanslar ve mod şekilleri

Yukarıda mod şekilleri görülen beş elemanlı kirişin yirmi elemanlı bir modele çevrilmesi durumundaki sonuçlar şekil 2.14’de gösterilmiştir. Mod şekil grafikleri belirgin olarak daha düzgündür. Ancak karakter yönünden beş elemanlı modelden çok önemli bir farkı görülmemektedir.



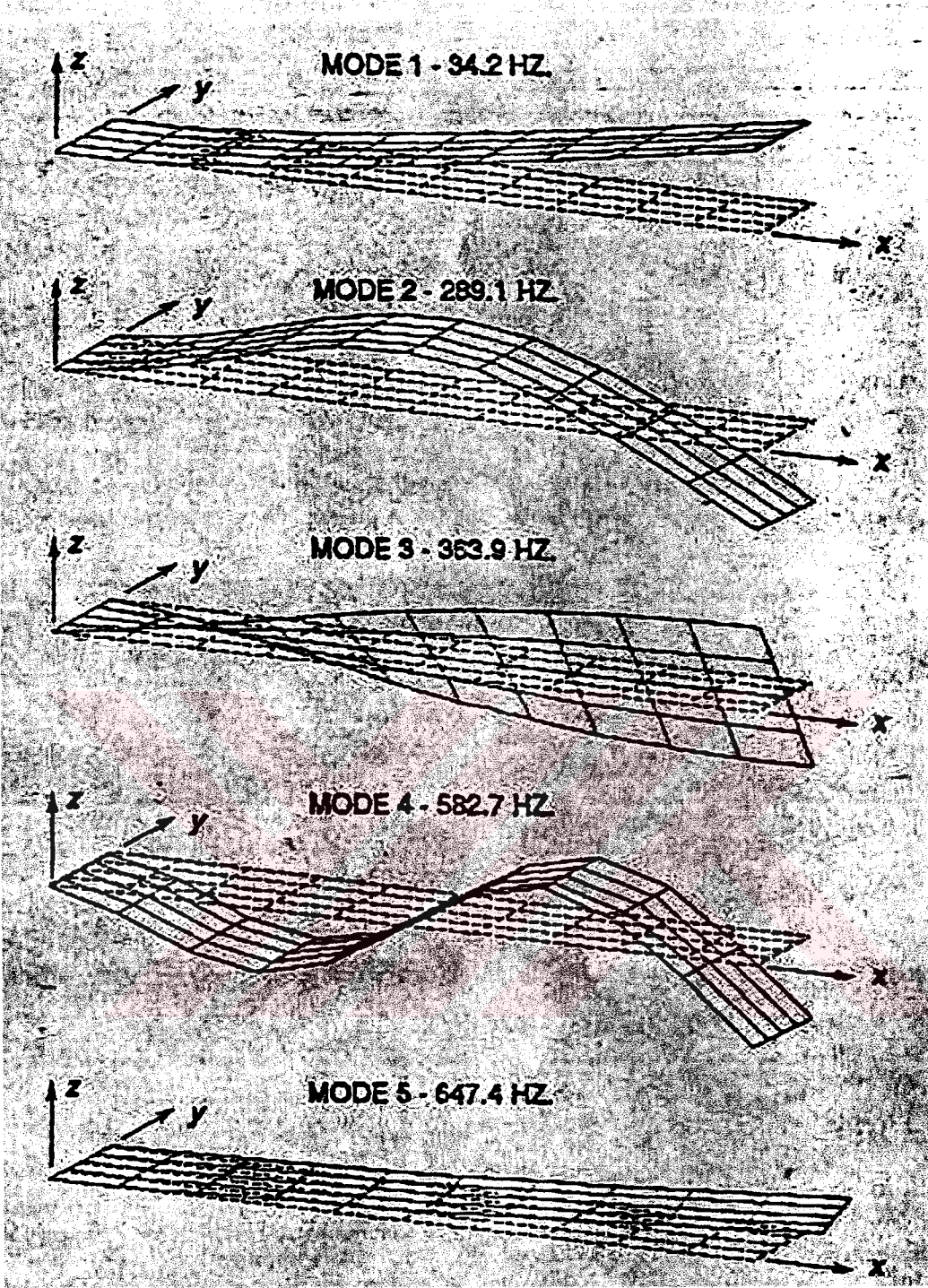
Şekil 2.14 20 elemanlı bir kiriş modelinde doğal frekanslar ve mod şekilleri

2x5 elemanlı bir sac modelinin sonuçları şekil 2.15’de verilmiştir. Bu frekans değerleri mod 3’deki frekans değerlerinin %8 daha fazla olması dışında diğerlerinde kiriş eleman modellerinin %2’si içerisinde.



Şekil 2.15 10 elemanlı bir sac modelinde doğal frekanslar ve mod şekilleri

2x5 elemanlı sac modelini 4x10 elemanlı bir ağ modeline çevrilmesi sonucu oluşan mod şekilleri ve frekans değerleri şekil 2.16'da verilmiştir. Bu mesh inceltmesi sadece frekans değerlerinde %1 oranında ve grafik görüntüde bir iyileştirme sağlamıştır.



Şekil 2.16 40 elemanlı bir sac modelinde doğal frekanslar ve mod şekilleri

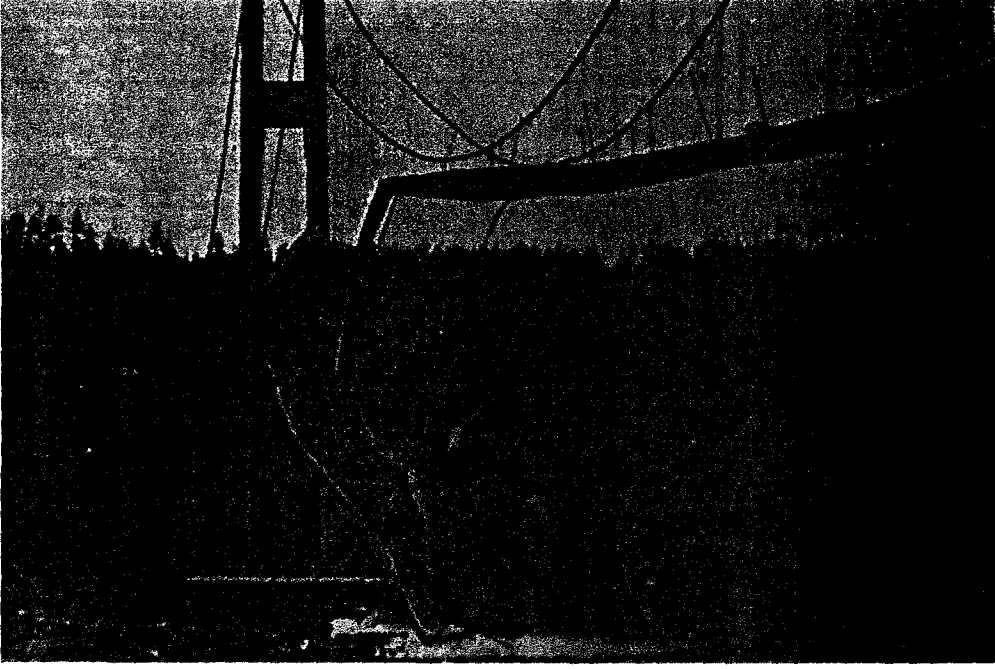
Bu çalışma göstermiştir ki, bu yapı için ya kiriş ya da sac elemanların kısmen kaba modellerini kullanarak, mantıklı bir doğrulukta doğal frekans değerleri ve mod şekilleri elde edilebilir. Bu ayrıca çoğu yapının mod şekillerini ve özdeğerlerini bulmada da genellikle doğrudur. Kaba modeller genellikle daha düşük özdeğerler için daha iyi sonuçlar verir.

3. MODAL ANALİZİN ÖNEMİ VE TARİHTEKİ ÖNEMLİ OLAYLAR

Yapıların dizaynında doğal frekans ve bu frekanslarda sistemlerin yaptığı hareketleri belirlemek sistemin gelecekte hangi yük altında nasıl davranacağını belirleyebilmek açısından büyük önem taşımaktadır. Titreşimin herhangi bir sistemi nasıl çökerttiği birçok trajik olayda görülmüştür. Bunlardan en çok bilineni Tacoma Narrow Köprüsü'dür. Tacoma Narrow Köprüsü, inşası 1 Temmuz 1940 yılında tamamlanan ve Tacoma Narrow'u birleştirmek amacı ile inşa edilen 1750 metre uzunluğunda dünyanın en uzun beşinci asma köprüsüdür. Projenin tamamlanmasından hemen sonra aşırı titreşim ve salınıma bağlı olarak güvenlik kaygısı nedeni ile kapatılmıştır. Köprü'nün tamamlanmasından 5 ay sonra orta kısmı yıkılarak altında bulunan kanala düşmüştür. Köprü'nün bu şekilde yıkılmasının sebebi, rüzgarın yarattığı rezonans durumu nedeni ile oluşan aşırı burulmaydı. Rüzgarın köprüyü yandan dövmesi ile oluşan titreşim ile köprü'nün doğal frekansının çakışması sonucu rezonansa neden olmuştu. Bu olaydan sonra yapıların doğal frekansları ve titreşim modlarının anlaşılması mühendislerin ilgisini çekmiştir. Bunun sonucu olarak günümüzde modal analiz, kompleks sistemlerin titreşim özelliklerini belirlemek için kullanılan yaygın bir hesap olmuştur [2].



Şekil 3.1 Tacoma Narrow Köprüsü'nün rüzgar kuvveti altında rezonans hali

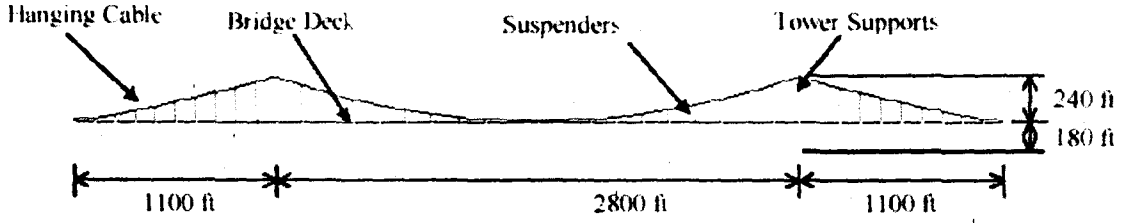


Şekil 3.2 Tacoma Narrow Köprüsü'nün rezonans sonucu yıkılması

Tacoma Narrow köprüsünün modal analizi ANSYS ile yapılmış olup bu analizde sistemin ilk 10 doğal frekansı ve mod şekilleri belirlenmiştir. Modal analiz sonucu sistemin ilk 3 mod şeklinin olayı açıkladığı köprüyü inceleyen araştırmacılar tarafından ifade edilmiştir. Raporlar köprünün 0,2 Hz. civarında aşırı burulma nedeni ile çöktüğünü belirtmektedir. ANSYS ile yapılan modal analiz sonuçları 3. doğal frekansın gerçek değerin hemen altında 0,15055 Hz olduğunu ve tamamen aynı mod şeklini oluşturduğunu göstermektedir.

Tacoma Narrow Köprüsü'nün geometrisi şekilde görüldüğü şekildedir. Modal analizi için modelleme yapılırken köprünün yol kısmı (bridge deck) için SHELL43 elemanı, kule destekleri (tower supports) için BEAM4 elemanı, asma kabloları ve taşıyıcı kablolar (hanging cable ve suspenders) için LINK8 elemanı kullanılmıştır.

Sınır şartları ve yükleme koşullarını belirlerken köprü zemine sabitlenmiş ve kule destekleri ve köprünün başlangıç ve bitiş kısımları mesnet kabul edilmiştir. Yükleme koşulu olarak sadece köprü ortasından kendi ağırlığı göz önünde bulundurulmuştur.



Şekil 3.3 Tacoma Narrow Köprüsü'nün ANSYS'de yapılan geometrik modeli



Şekil 3.4 Tacoma Narrow Köprüsü'nün sınır koşulları ve yükleme durumu

Çözüm tekniği olarak Block Lanczos metodu kullanılmıştır. İlk 10 doğal frekans köprünün kendi ağırlığından gelen ön gerilme altında çıkarılmıştır.

Çizelge 3.1 Tacoma Narrow Köprüsü'nün ilk 10 doğal frekansı

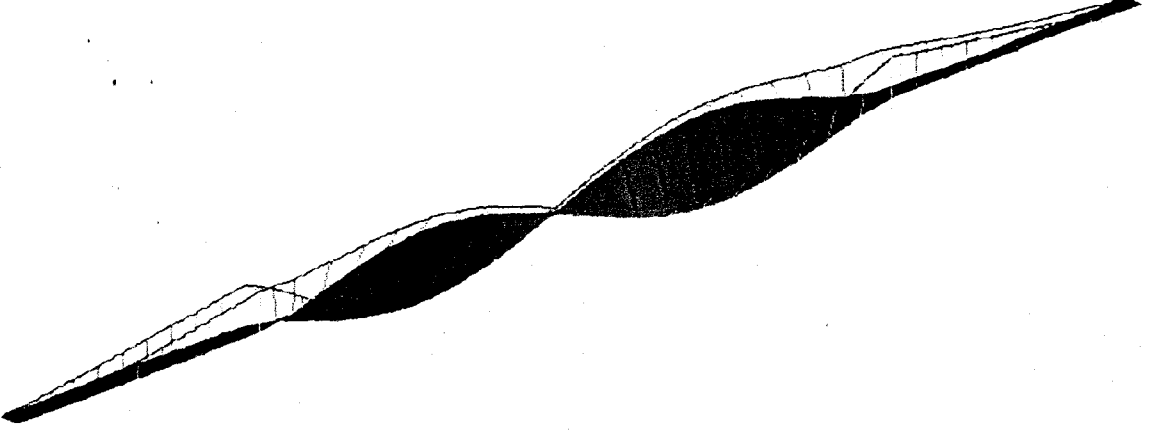
Natural Frequency No.	Frequency (Hz)	Natural Frequency No.	Frequency (Hz)
1	0.14492	6	0.21640
2	0.14948	7	0.21677
3	0.15055	8	0.21687
4	0.16346	9	0.21739
5	0.17049	10	0.23903

Köprüyü inceleyenler, köprünün hafif bir fırtınada sallandığını hissetmişlerdir. Bu sallanma köprünün 1. doğal frekansı ve mod şekli ile bağlantılıdır.

Biraz daha kuvvetli bir fırtınada (35 mil/h rüzgar hızında) köprünün dalgalandığı görülmüştür. Bu ise köprünün 2. doğal frekansı ve mod şekli ile bağlantılıdır.

Daha yüksek rüzgar hızında (41 mil/h) köprünün aniden dalgalanmadan burulmaya geçtiği görülmektedir bu burulma köprünün orta kısmındaki boşlukta olmuştur ve köprünün bir tarafı saat yönünde burulurken diğer tarafı ise saat yönünün aksi yönde burulmuştur. Bu olay sistemin 3. doğal frekansı ve mod şekli ile bağlantılıdır.

Görüldüğü gibi sistemin ilk 10 doğal frekansı birbirlerine çok yakın olan çok düşük frekanslardan oluşmaktadır. Bu bize tahrik genliğinde çok ufak bir değişimin sistemin bir sonraki doğal frekansta titreşmesine neden olacağını ve bu nedenle mod şekillerinde ani önemli değişikliklere neden olacağını göstermektedir.



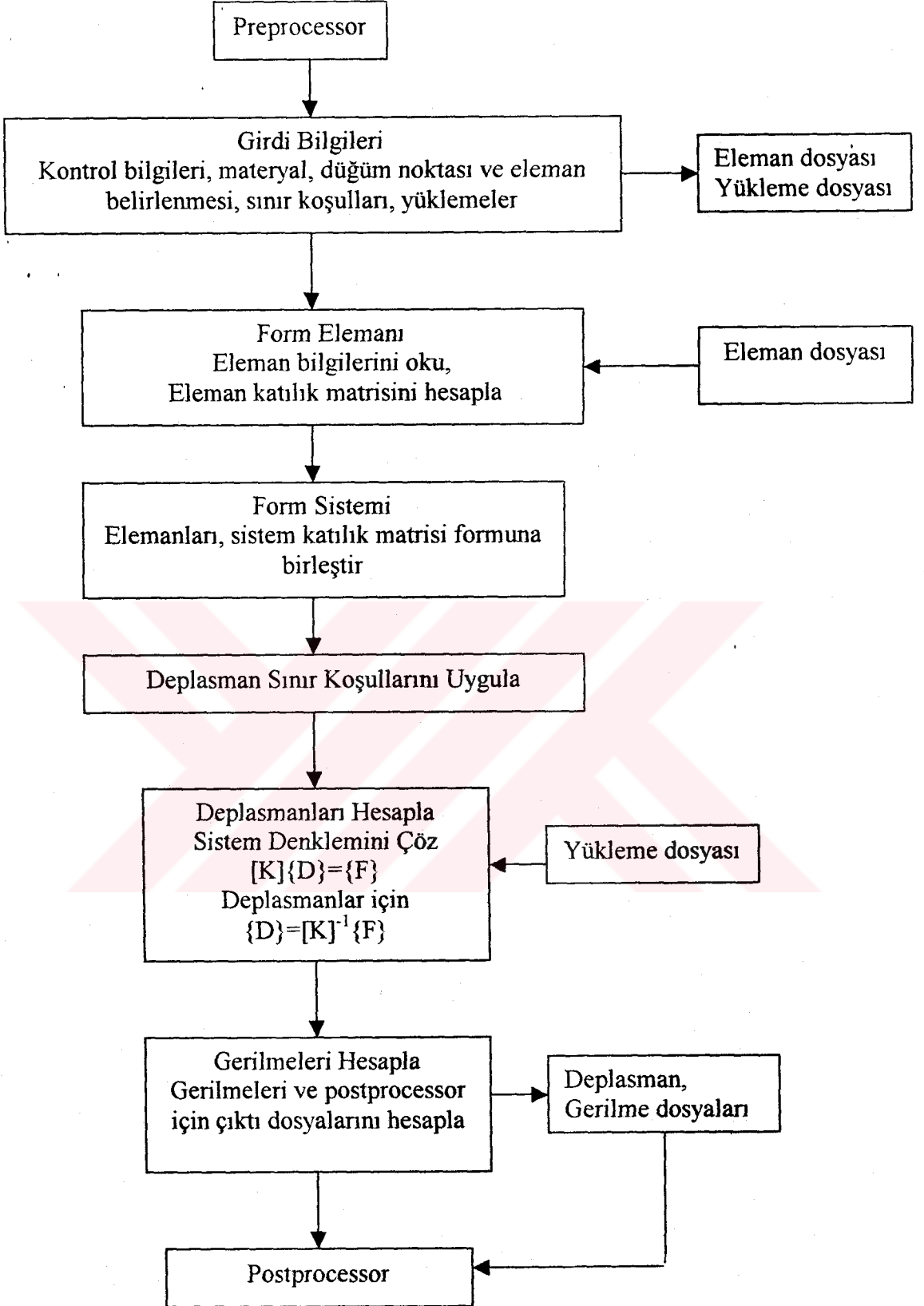
Şekil 3.5 Tacoma Narrow Köprüsü'ne ait modelin 3. mod şekli

4. BİLGİSAYAR PROGRAMLARININ KULLANIMI

Herhangi bir sonlu elemanlar programının kullanımını açıklayan 3 aşama vardır. Birinci aşama olan Preprocessing aşaması analizi yapan tarafından tedarik edilen girdiler yardımı ile yapının modelini yaratır. Preprocessor bilgileri bir sonraki aşamada processor tarafından gerçekleştirilecek işlemler için uygun formatta birleştirir. Processor sistemin denklemlerini çıkaran ve çözen bilgisayar kodudur. 3. aşama ise Postprocessing'tir. Çok basit durumlar hariç sayısal formdaki çözümleri değerlendirmek çok zordur. Postprocessor sayısal çözümü kabul eder, seçilmiş bilgileri sunar, anlaşılması ve değerlendirmesi çok daha kolay olan bilgilerin grafiksel görüntüsünü oluşturur. Şekil 4.1 tipik bir sonlu elemanlar bilgisayar programının işleyiş diyagramını gösterir.

Programın preprocessor işlemine başlamadan önce, kullanıcı modeli planlamalı ve gerekli bilgileri toplamalıdır. Preprocessor aşamasında kullanıcı modeli preprocessorde mevcut olan komutları kullanarak belirler. Bu belirleme, bütün düğüm noktalarının koordinatlarının oluşturulmasını ve girdisini, programın eleman kütüphanesinden uygun olan elemanın seçilmesini, elemanların birbirlerine bağlantılarının yapılmasını, materyal özelliklerinin girilmesini, bütün deplasman sınır koşullarının belirlenmesini, yüklemeleri ve yükleme durumlarını kapsar. Preprocessor aşamasının tamamlanması processor için girdi bilgi dosyalarının yaratılması ile sonuçlanır. Processor bu girdi bilgi dosyalarından her bir eleman bilgilerini okur, elemanın katılık matrisini hesaplar ve bunları bir data dosyasında saklar. Eleman tipinin seçimi, eleman sertlik matris formunu belirler. Bir sonraki adım yapı sertlik matrisini eleman sertlik matrisine ek olarak birleştirmektir. Katı yapı hareketini önlemek için yeterli sınır koşullarının uygulanması yapı sertlik matrisini tekil olmayan bir forma düşürür.

Daha sonra birkaç bilgisayar algoritması ile denklem çözümü yapılabilir. Bunların en çok kullanılanı Gaussion dönüşümüdür. Büyük denklem takımları için bu prosedesteki en zor adımdır. Buradaki çözüm modeldeki bütün düğüm noktaları deplasman bileşenleri için değeri ortaya çıkarır. Eleman hesap matrisi ile birleştirilmiş olan elemanlar ile bağlı olan düğüm noktası deplasmanları eleman şekil değiştirmelerini ortaya çıkarır. Materyal özellikleri ile eleman şekil değişimleri her bir elemandaki stresleri oluşturur. Daha sonra processor, postprocessor için kullanılacak çıktı dosyalarını bir data dosyasında toplar.



Şekil 4.1 Tipik bir sonlu elemanlar bilgisayar programının işleyiş diyagramı

Postprocessor sonuç dosyalarını alır ve kullanıcıya yapıdaki deformasyonları ve gerilmeleri grafik görüntüsü olarak yaratır. Düğüm noktası deplasmanları tekil değerlerdir. Buna karşılık eğer verilen bir düğüm noktasına birden fazla eleman bağlanmışsa gerilme düğüm noktaları değerleri çoklu değerlerdir. Düğüm noktaları gerilme değerlerine genellikle iç eleman değerlerinin ekstrapolasyonu ile ulaşılır ve daha sonra düğüm noktalarına bağlı bütün elemanlar için ortalama alınır. Kullanıcı tarafından istenen grafikler veya diğer gerilme grafikler düğüm noktaları değerlerinden yaratılır. Bundan sonra mühendis sonuçları yorumlamakla ve gerekli işlemi yapmakla sorumludur. Kullanıcı sonuçların geçerliliğini değerlendirmelidir (Bathe, 1982).

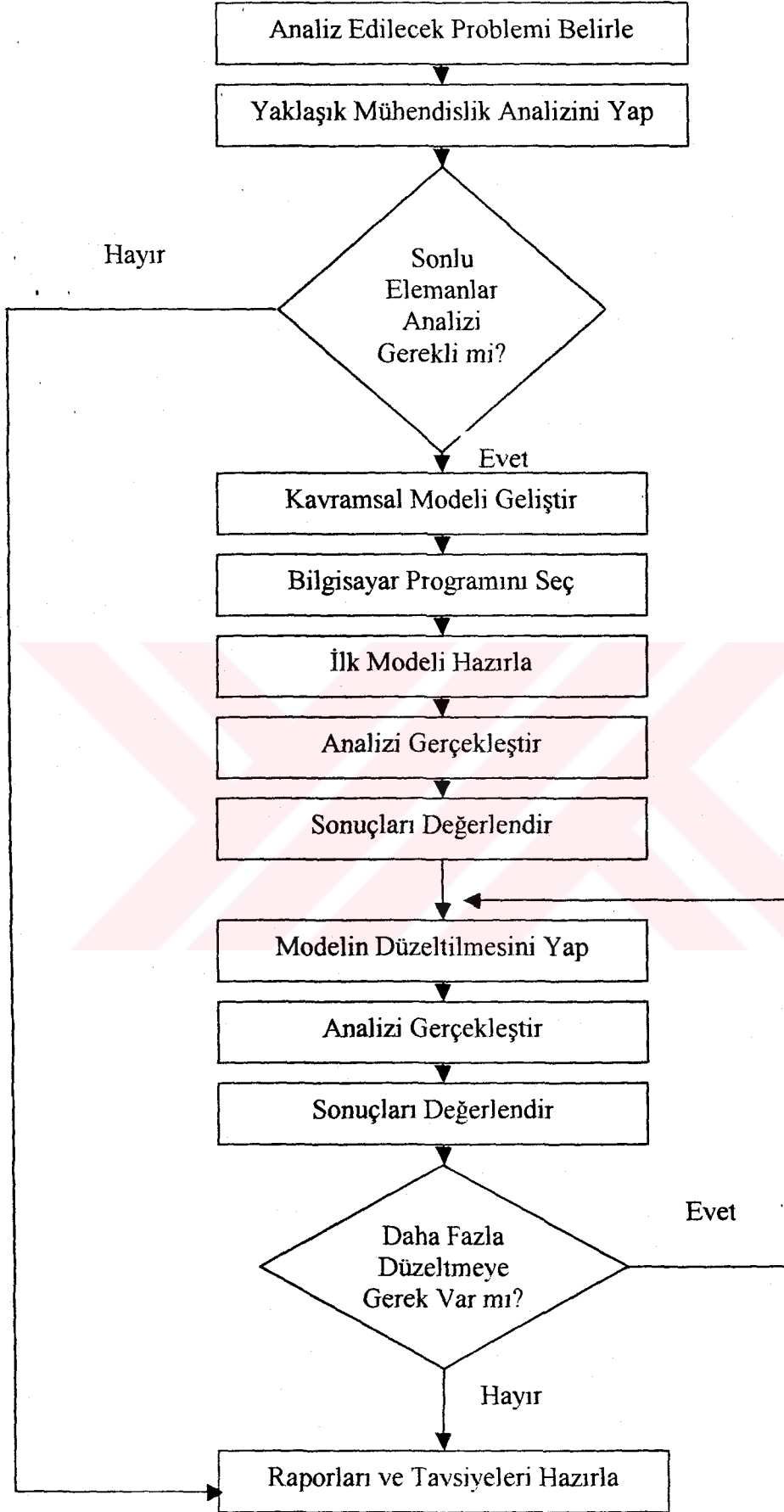
4.1. Adım Adım Analiz

İdeal bir analiz işlemi bütün adımları uygun sıra ile getirmelidir. Bu işlem ilk planlamayı, bir sonlu elemanlar analizine ihtiyaç olup olmadığına karar vermeyi, gerekli analizleri yapmayı ve sonuçları sunmayı içerir. Şekil 4.2'deki akış diyagramı etkili ve yeterli analiz için uygulanacak adımları göstermektedir.

Bir mühendis analiz için bir dizayn yarattığında veya varolan bir dizayn hatasının analize ihtiyacı olduğunda ilk adım problemi olduğunca açıklığı ile tanımlamaktır. Bu tanımlama; ne çeşit bir analizin yapılacağını (statik, dinamik, vs.), çözümün 2 boyutlumu, 3 boyutlumu yapılacağını ve analiz için hangi kriterlerin kullanılacağını içerir.

Analiz kriterleri değerlendirme için önemli değişkenler tanımlar. Bu değişkenler maksimum gerilme, ortalama gerilme, deformasyon, kısmi yük, kesme yüklemesi, kritik gerilmenin yerini içerir. Bunların en kritiği modellemede ve sonuçların sunumu için rehberlik eder. Örnek olarak; yeni bir dizaynda belirli bir yer kritik olarak kabul edilirse veya varolan dizaynda kritik olursa bu bölgeyi dikkatli bir şekilde test etmek için model düzeltilir / yeni bir biçim verilir.

Analizin tamamlanması için izin verilen zaman, uygun bir analizin yapılıp yapılamayacağını belirler. Eğer zaman kısıtlaması çok sıkıysa bu durumda doğruluktan ödün vermek gerekir ve analiz sadece dizaynın niteleyici durumunu gösterir.



Şekil 4.2 Etkili ve yeterli bir analiz için uygulanacak adımlar

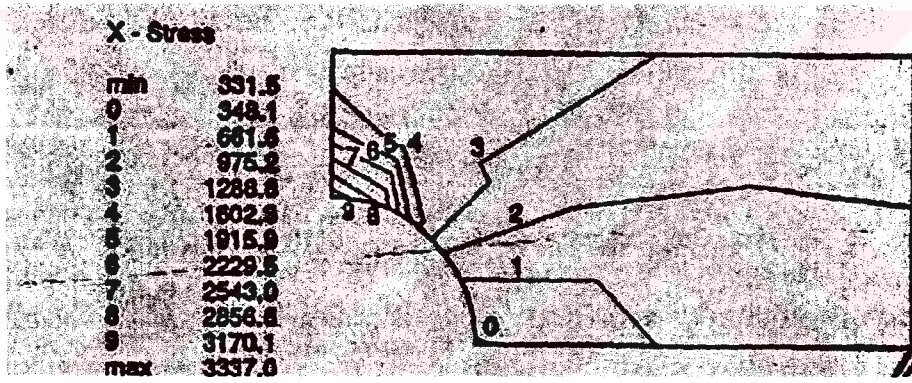
Problemin belirlenmesi tamamlandıktan sonra yaklaşık mühendislik analizi yapılmalıdır. Dizayn yükleme koşulları ve umulan ,veya mümkün olan, aşırı yükleme durumları belirlenir. Materyal özellik bilgileri istatistiksel çeşitliliği içerecek şekilde bulunur. Yapı kirişler, basit levhalar gibi çözümü bilinen benzer yapılarla karşılaştırılır. Bu yaklaşık sonuçlar kullanılarak problemin belirlenmesi safhasında tanımlanan kritik değişken değerleri tahmin edilir. Bu yaklaşımlar temelinde sonlu elemanlar analizine ihtiyaç duyulup duyulmadığı belirlenir. Eğer cevap “evet” ise sonlu elemanlar modeli kavram (konsept) olarak geliştirilmeye başlanır. Analizi yapan modeli geliştirerek model geometrisini oluşturur, en uygun eleman çeşidini seçer ve kabaca modelin sayısal ağ (mesh) planını yapar. Geometri ve yükleme koşulları için yapının simetrisini test eder ve bu simetrilere göre model geometrisini belirleyecek tekrar eden kesitleri seçer. Simetriden faydalanarak model yaratmak için gerekli efor düşürülür ve sayısal doğruluk artar.

Modelin 2 boyutlu mu, 3 boyutlu mu olacağı belirlenir. Eğer problem 3 boyutlu model gerektiriyorsa önce ilk analiz için 2 boyutlu basitleştirme yapılır. 2 boyutlu analiz her zaman 3 boyutlu analizden önce gelmelidir. Bu sayede problemin doğası ile ilgili öngörü kazanılır ve iyi bir 3 boyutlu model için tecrübe sağlanır.

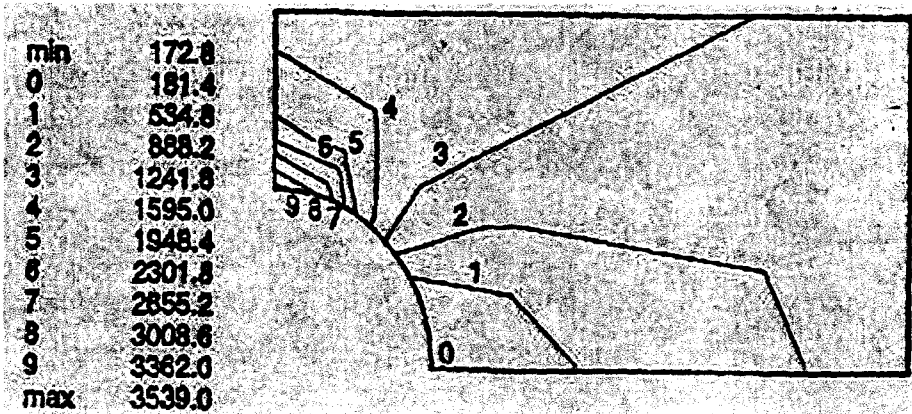
Kesit modeli için yapının davranışını doğru olarak temsil edebilecek gerekli olan sonlu elemanlar formülasyon tipi seçilir. Özel ara yüzler ve sınır koşullar için ihtiyaç duyulan destek eleman tipleri de belirlenir. Konsept modelin tamamlanması kullanılacak uygun bilgisayar programının seçimi için ihtiyaç duyulan bilgileri sağlar. Eğer birden fazla program mevcut ise programın seçiminde şu faktörlere dikkat etmek gerekir. En önemli faktör programın eleman kütüphanesinde yapıyı doğru olarak modellemek için ihtiyaç duyulan elemanların varlığıdır. Program seçimindeki bir diğer özellik programın mesh, preprocess, postprocess kabiliyeti ve sonuçların sunumu için grafik gösterimin mevcudiyetidir. Zaman genellikle önemli olduğundan bu tür özellikler mühendisler için büyük önem taşır. Program seçiminden sonra ilk model hazırlanır. Bu işlem bütün kritik bölgelerdeki istenen mesh düzeltmelerini içerecek şekilde detaylı mesh planının geliştirilmesi ile başlar. Analizci, preprocessor aşaması için bütün gerekli bilgileri ve girdi bilgilerini toplar. Gerçek mesh işlemini, sınır koşulları için deplasman uygulanması izler. Çözüm safhasına geçmek için yükleme durumları hazırlanır. Bu adım ilk modelin hazırlanması işlemini tamamlar. Ve model çözüm almak için hazırdır. Analiz programı çalıştırılır ve çalışmanın tamamlanmasının ardından ,hiç hata mesajı alınmadığı varsayımı ile, çıktı dosyası kontrol edilir. Programın

postprocessorüne girilir ve yapının deforme olmuş şekli hazırlanır. Grafik görüntüden gerilme sonuçları test edilerek sınır koşulları değerleri ile ve yaklaşık denklemlerle yapılan mühendislik hesapları ile karşılaştırılır.

Bu aşama ilk modelin doğru yapıp yapılmadığını iyi bir şekilde kontrol etme imkanı sağlar. İlk modelin sonuçlarının değerlendirilmesi doğru sonuca yaklaşmak için modelin neresinden iyileştirmeye başlanması gerektiğini gösterir. Modelde yüksek gerilme değerlerinin olduğu bölge düzeltme için seçilir. Yüksek gerilme değerlerinin gözlemlendiği bölgelerdeki eleman boyutlarının küçültülmesi iyileştirme sağlar. Düşük gerilme değerlerinin olduğu bölgelerdeki eleman sayılarının artırılması ile sistem denklemlerinin sayısını düşük tutarak bir iyileştirme sağlar. Sonuçların birbirine yaklaşması analizin geçerliliğinden emin olmak için önemlidir. Örneğin şekil 4.3 ve şekil 4.4'de merkez delikli bir barın çeyrek kesiti görülmektedir. Bu şekiller 2 ayrı model için uygulanan yüke paralel normal gerilmeleri göstermektedir.



Şekil 4.3 Düşük eleman sayılı bir barın gerilim değerleri



Şekil 4.4 Yüksek eleman sayılı bir barın gerilim değerleri

Şekil 4.4'deki sonuçlar şekil 4.3'deki modelin düzeltme yapılmış halidir. Yapılan düzeltme bu durum için tahmin edilen maksimum gerilme değerlerini arttırmıştır. Eğer sadece bir model bir düzeltme yapmadan analiz edilseydi ciddi hatalar yapılabilirdi. Şekil 4.3 ve 4.5'de görülen her iki gerilme değerleri de inandırıcı ve mantıklı görülebilir. Analizcinin ilk modeli çalıştırmışından hemen sonra sonuç %23 hata ile olacaktı. Düzeltme yapılan ikinci model bile %19 hata ile sonuçlanmıştı. Bu iki örnek her ne kadar grafik görüntüleri oldukça inandırıcı olabilse de herhangi bir sonlu elemanlar programının sonuçlarının doğruluğunu garanti edemediğini göstermektedir. Doğru analizler, iyi bir yargının ve sonlu elemanlar metodu üzerinde çalışılması ile elde edilen tecrübeler sayesinde gerçekleştirilir. Düzeltilmiş mesh ile ikinci bir analizin yapılması, doğruluğunu kontrol etmek için ilk çözümle kıyaslanabilecek ikinci bir çözüm sağlar.

Analizin tamamlanmasını istenen raporların ve sunum için istenen sonuçların hazırlanması izler.

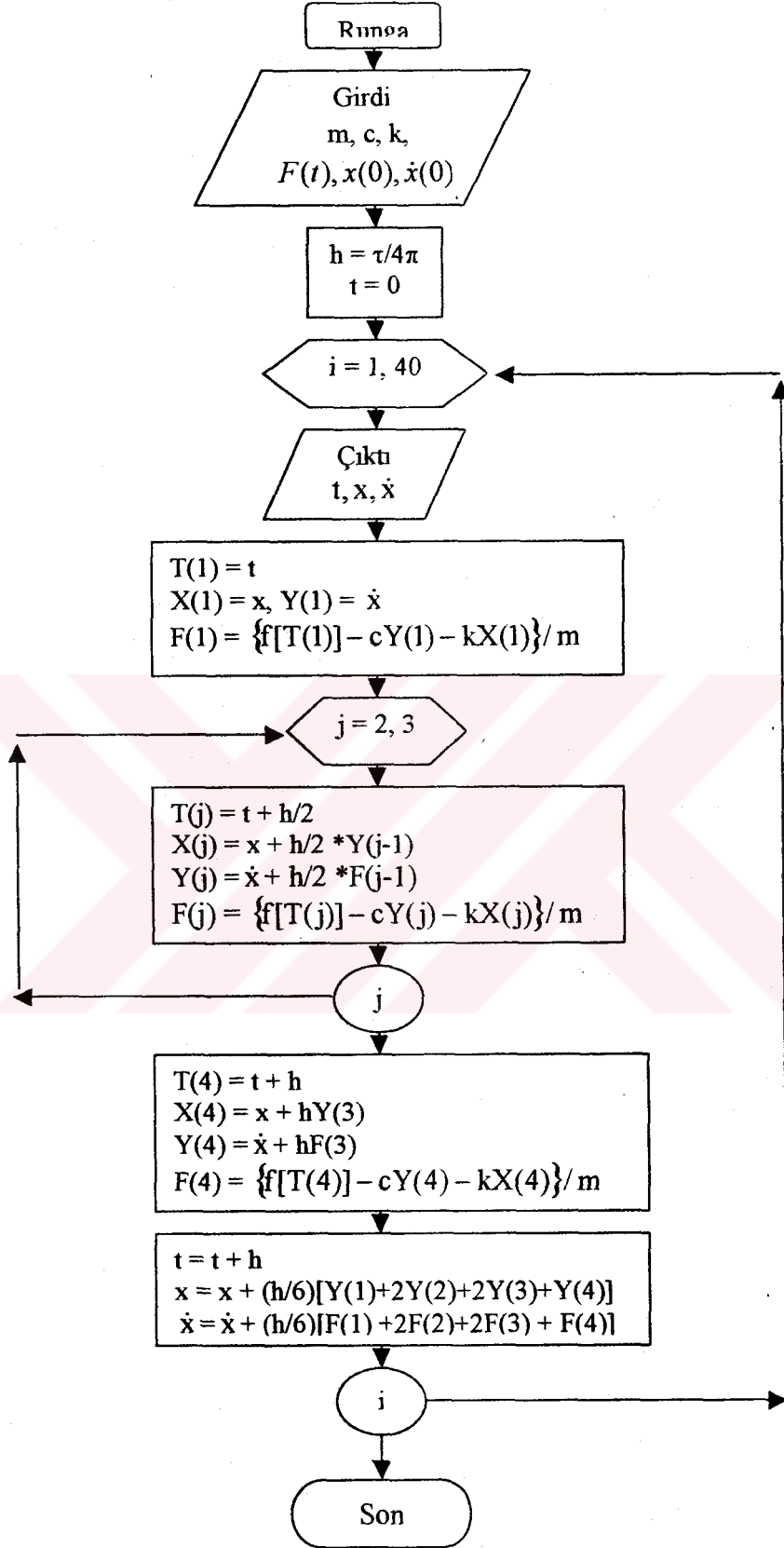
Herhangi bir sistem veya yapı için yapılan analizi doğru olarak tamamlamak çok önemlidir. Çünkü yapılacak olan bu analizlerin sonuçlarına göre sistem veya yapı için herhangi bir dizayn değişikliğine ihtiyaç olup olmadığına karar verilecektir (Irons, 1980).

4.2. Bilgisayar Programları

Bu bölümde belli bazı bilgisayar programlarının nasıl çalıştığı akış diyagramları ile gösterilmiştir.

4.2.1. Runga

RUNGA programı dördüncü dereceden Runge-Kutta metodunu kullanarak $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t)$ diferansiyel denklemini çözer. RUNGA.m programı Matlab programının yazım (script) dosyasıdır. Program kullanıcıdan m, c, k, h zaman adımlarını, $x(0)$ ve $\dot{x}(0)$ başlangıç değerlerinin girilmesini ister. Şekil 4.5'de programın akış diyagramı gösterilmiştir. Program $f(t)$ fonksiyonunu içeren bir fonksiyon dosyası ister. RUNGA.m programının çıktıları hem nümerik hem de grafik olarak alınabilir (MATLAB User's Guide, 1995).



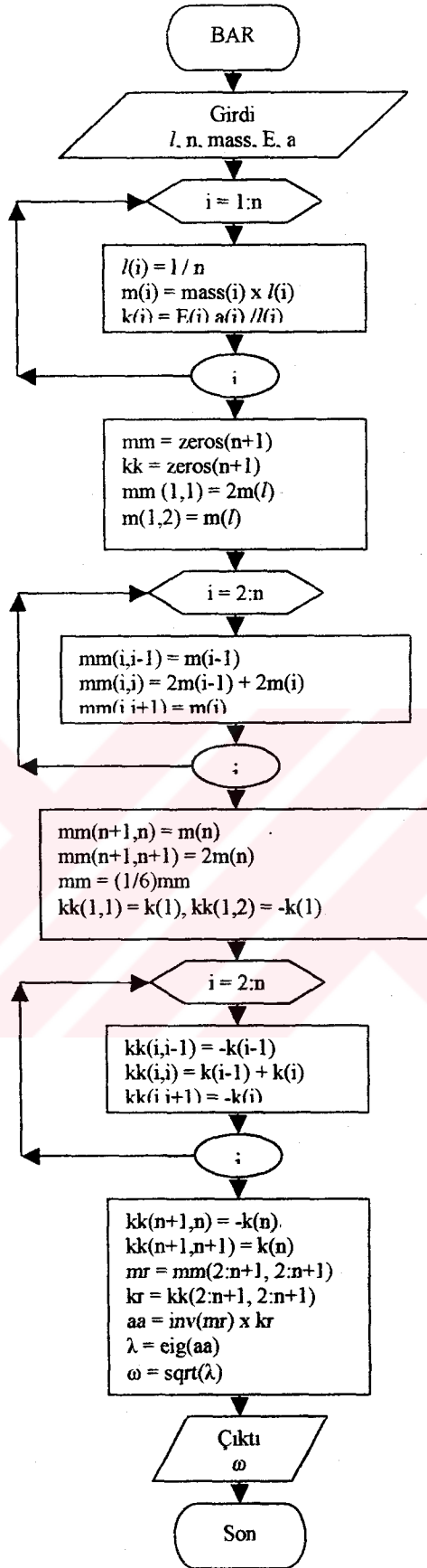
Şekil 4.5 Runge programının akış diyagramı

4.2.2. Bar ve beam

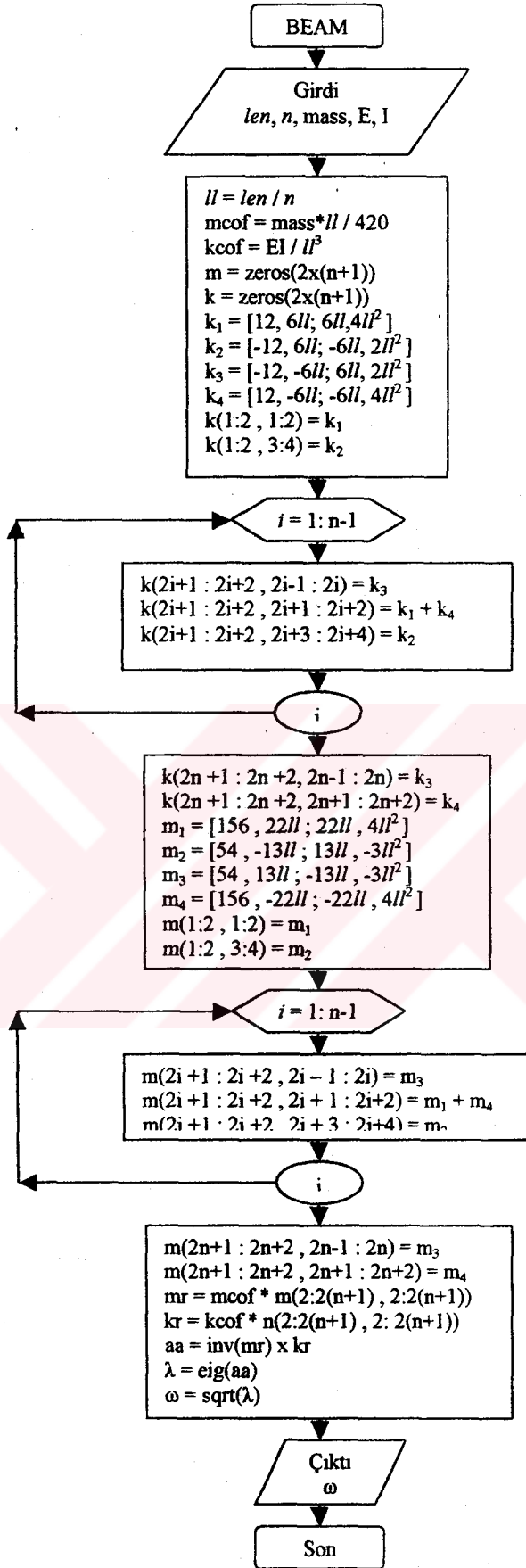
Bu iki program, bar ve uniform kirişlerin doğal frekanslarını hesaplamak için kullanılan sonlu elemanlar metodunu temel alan programlardır. Her iki programda sonlu elemanlar konfigürasyonu için kütle ve katılık matrisini hesaplar. Kütle matrisinin tersi ile katılık matrisinin çarpımından dinamik matrisi hesaplar. Dinamik matrisin özdeğerinin karekökü modelin doğal frekansını verir.

Bar programı kullanıcıdan barın uzunluğunu, istenen eleman sayısını, her bir elemanın kütlesini, her bir elemanın elastik modülünü ve her bir elemanın kesit alanını girmesini ister. Çıktı olarak da sonlu elemanlar modelinin doğal frekansını verir.

Beam programı da bar programına oldukça benzer bir şekilde çalışır. Program kullanıcıdan kirişin uzunluğunu, istenen eleman sayısını, kirişin kütlesini, kirişin elastik modülünü ve kirişin atalet momentini girmesini ister. Çıktı olarak da sonlu elemanlar modelinin doğal frekansını verir (Ralson, 1960)



Şekil 4.6 Bar programının akış diyagramı



Şekil 4.7 Beam programının akış diyagramı

5. HÜCUMBOTLARDAKİ ANA DİREĞİN MODAL ANALİZİ

Bu bölümde, Türk Deniz Kuvvetleri Komutanlığı bağlısı Hücumbotlarda mevcut bulunan ve üzerinde elektronik navigasyon cihazlarının, radarların, seyir fenerlerinin ve seyir sancağının da bulunduğu direğin modal analizi yapılmıştır. Deniz gibi birçok dinamik kuvveti bünyesinde bulunduran bir ortamda görev yapan yüksek süratli bir teknede yapılması gereken en önemli analizlerden biri doğal frekans hesabıdır. Gemide bulunan ana makinalar, dizel jeneratörler ve özellikle pervanelerin çalışmaları sırasında oluşan titreşimler gemi bünyesine iletilir ve bu titreşimler, belirli limitlerde kalmadığı zaman gerek gemi, gerek gemideki hassas elektronik cihazlar ve gerekse de gemi personeli açısından olumsuz etkilere neden olur. Bu nedenle geminin farklı çalışma frekanslarında en çok etkileneceği bölgelerden biri olan yaklaşık 11 metre yüksekliğindeki direğin doğal frekans analizi yapılmış olup bölüm 5.5.1’de açıklanan statik mukavemet analizi yapılmamıştır.

Yapılan hesaplamalarda direğe ait ilk 10 doğal frekans ve bu frekans değerlerindeki gerilmeler ve deformasyonlar hesaplanmıştır.

Modal analiz için pre-processing, processing ve post-processing işlemleri ANSYS 5.4 yazılımı ile gerçekleştirilmiştir.

5.1. Referans Dokümanlar

Hücumbotlarda mevcut direğin modal analizi için hesaplama yöntemlerinde aşağıdaki dokümanlar kullanılmıştır;

- Direk işçilik resimleri (3 adet)
- Alman Deniz Kuvvetleri Gemileri İçin İnşa Kuralları, Mukavemet Hesapları BV1040

5.2. Birim Sistemleri ve Tanımlamalar

Bu bölümde yapılan hesaplamalar ve modellemelerde kullanılan birimler aşağıdaki gibidir;

Uzunluk : mm

Zaman : sn

Kuvvet	: N
Gerilme	: $\text{N/mm}^2 \equiv \text{Mpa}$
Elastisite Modülü	: N/mm^2
Ağırlık	: $\text{Ns}^2/\text{mm} \equiv \text{t}$
Kütle atalet Momenti	: Ns^2mm
İvme	: mm/s^2

Koordinat sisteminin orijini (x,y,z) geminin ana güverte üzerinde merkez hattında direğin başlangıç noktası olan 25 ve 26. postalar arasına yerleştirilmiştir. x ekseni başa doğru pozitif, y ekseni yukarı doğru pozitif, z ekseni ise iskele tarafa doğru pozitif alınmıştır.

5.3. Malzeme Özellikleri

Malzeme : AlMg4.5Mn ve AlmgSi1/F28

Malzeme Özellikleri

Elastisite Modülü	: $E = 70000 \text{ N/mm}^2$
Poisson Oranı	: $\nu = 0.3$
Akma Gerilmesi	: $\sigma = 125 \text{ N/mm}^2$
Emniyet payı	: 1.5
İzin Verilebilir Max. Gerilme:	$\sigma_{\text{perm}} = 83.3 \text{ N/mm}^2$

5.4. Direğin Boyutsal Özellikleri

Hücumbotlarda mevcut direğinin genel görünüşü ve boyutsal özellikleri şekil 5.1'de gösterildiği gibidir.

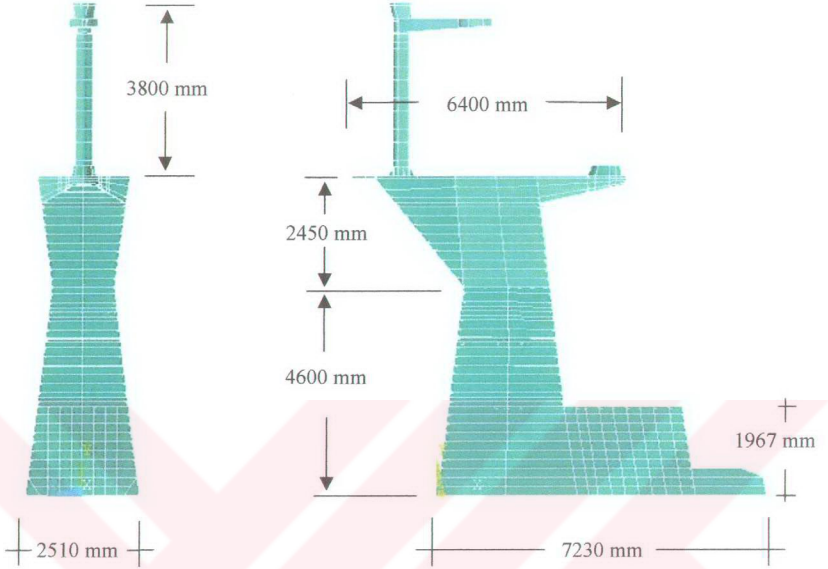
5.5. BV 1040'a Göre Direk Hesabı

BV 1040, direk hesabı için aşağıdaki hesapların yapılmasını gerekli görmektedir;

5.5.1. Statik mukavemet analizi

BV 1040 bölüm 3.3.8'e göre, yükleme koşulu olarak $\phi = 25^\circ$ 'lik bir meyil açısında aşağıdaki yükleme durumlarının yapılması gereklidir.

- Üzerindeki ekipmanlarla beraber direğin kendi ağırlığı;



Şekil 5.1 Direğin boyutsal özellikleri

Bu yükler, 25°'lik bir meyil açısında tanımlanacağı için yerçekimi ivmesinin y ve z bileşenlerini değiştirmek gerekir. Bu durumda;

$$a_y = g \cdot \cos 25^\circ \quad (5.1)$$

$$a_z = g \cdot \sin 25^\circ \quad (5.2)$$

Burada g yerçekimi ivmesi olup 9810 mm/s² olarak alınmıştır.

BV1040 bölüm 3.3.2.2'ye göre, güverte üzerinde bulunan bütün ekipman ve yapılar için, yükleri tanımlamada kullanılacak olan dinamik ivme faktörleri aşağıdaki şekilde hesaplanmıştır;

$$a_z = g \cdot k_z = 21880 \text{ mm/s}^2$$

$$a_y = -g \cdot k_y = -22270 \text{ mm/s}^2$$

$$a_x = g \cdot k_x = 16970 \text{ mm/s}^2$$

İzin verilen maksimum deformasyon ise gemi boyunun bir fonksiyonu olup normal durumlarda (5.7) formülü ile belirlenir.

$$f_{\max} = \frac{L}{300} \quad (5.3)$$

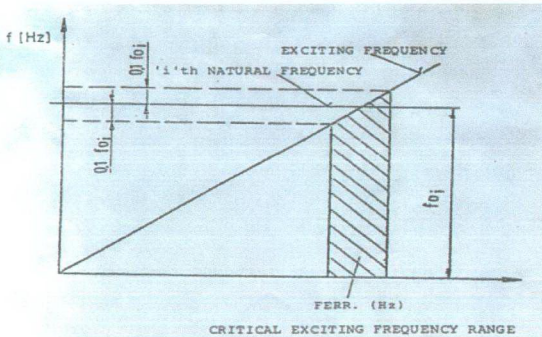
$$f_{\max} = 196 \text{ mm}$$

- Yanal rüzgar basıncı.

BV1040 bölüm 2.2'ye göre direğin dış yan yüzeyine negatif z yönünde 1.5 kN/mm^2 'lik bir rüzgar basıncı uygulanmalıdır.

5.5.2. Direğin rezonans hesabı

Sisteme ait doğal frekanslar hesaplanmalıdır ve olması muhtemel tahrik frekansları ile karşılaştırılmalıdır. Sonuçlar BV1040 bölüm 4.6'ya göre değerlendirilmelidir. BV1040 bölüm 4.6 Rezonansa Karşı Emniyet bölümüne göre; yapının hesaplanan doğal frekansları rezonans diyagramında olması mümkün tahrik frekanslarına karşı koymalıdır. Şekil 5.2'de bir frekans için rezonans diyagramı verilmiştir. Tahrik frekansları, frekans bandı formunda doğal frekansın $\pm 10\%$ 'unun dışında olmalıdır.



Şekil 5.2 BV 1040'a göre rezonans diyagramı

5.6. Direğin Sonlu Elemanlar Modeli

Hücumbotlarda mevcut bulunan ana direğin ANSYS yazılımı ile modellenmesinde;

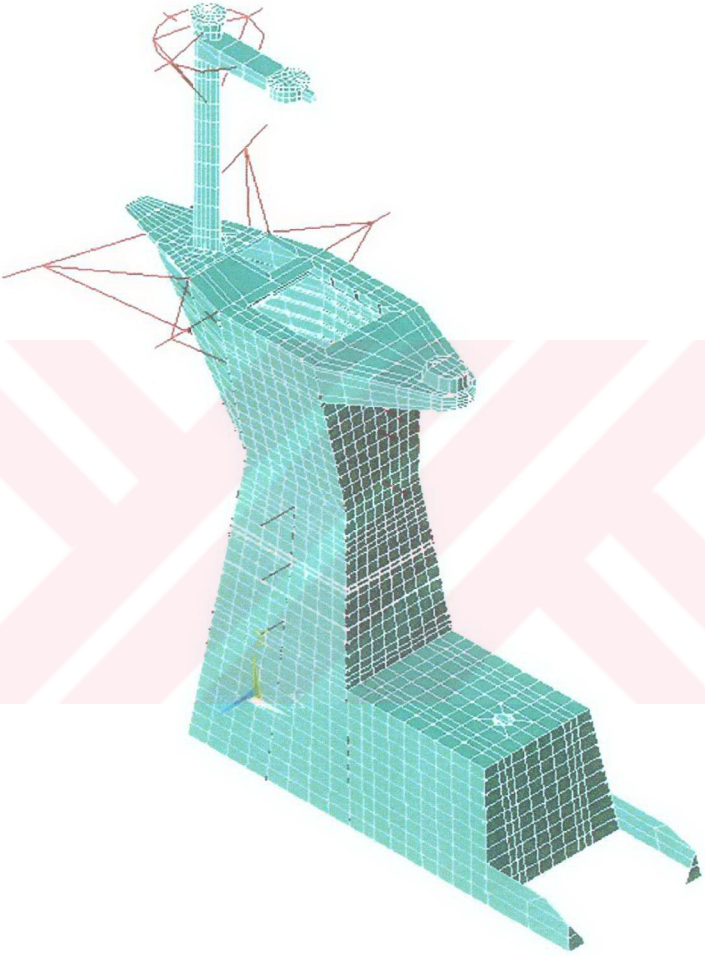
- 5821 çizgi
- 2599 alan
- 9246 düğüm noktası
- 8933 eleman

kullanılmıştır. Şekil 5.3, 5.4 ve 5.5’de direğin kesiti ve sonlu elemanlar modeli görülmektedir.

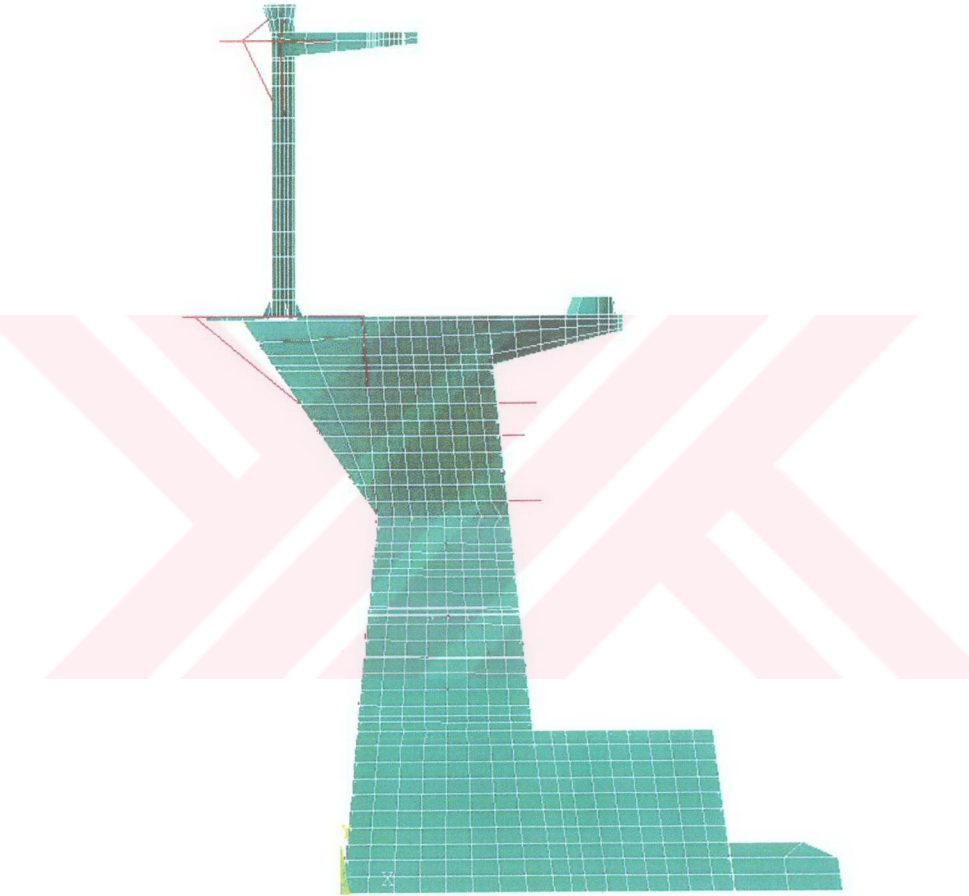
Yaratılan sonlu elemanlar modelinde, direğin üst kısmındaki uzantılar için BEAM 3 elemanı, iç mukavemet elemanları ve sac kaplamaları için SHELL 63 elemanı kullanılmıştır.



Şekil 5.3 Direğin kesit görünüşü



Şekil 5.4 Direğin sonlu elemanlar modeli



Şekil 5.5 Direğin sonlu elemanlar modeli (Yan görünüş)

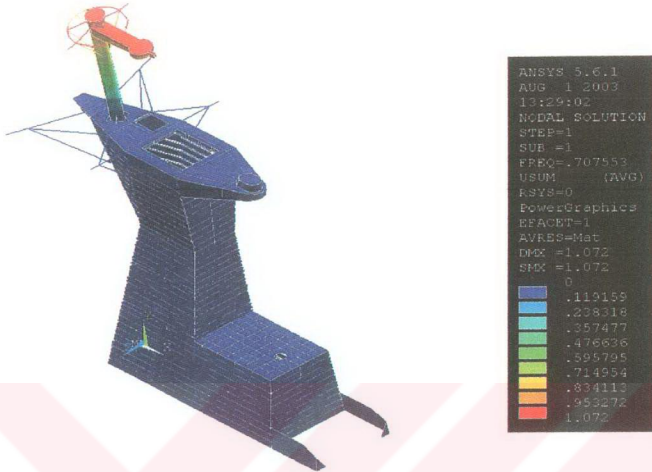
5.7. Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Elde Edilen Sonuçlar

5.7.1. İlk 10 doğal frekans değeri

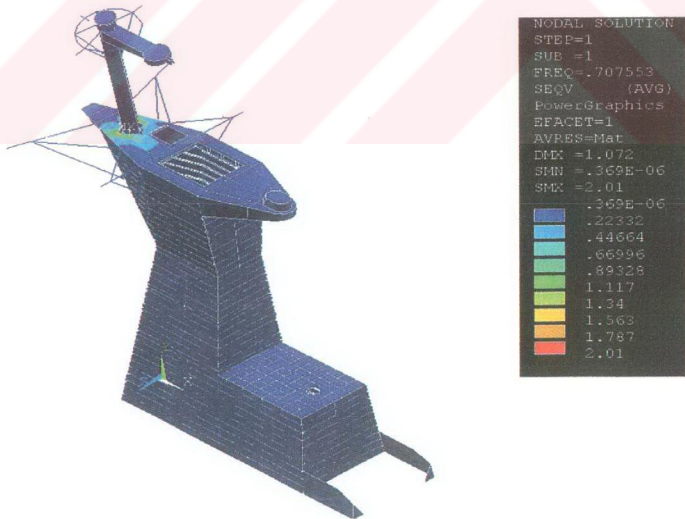
Direğe ait ANSYS 5.4 yazılımı ile ilk 10 doğal frekans, bu frekanslarda meydana gelen deformasyonlar ve gerilmeler hesaplanmıştır. Yapılan hesaplar neticesinde bulunan ilk 10 doğal frekans ve bu frekanslarda meydana gelen deformasyon ve gerilme değerleri çizelge 5.1'de gösterilmiştir.

Çizelge 5.1 Direğin ilk 10 doğal frekansı ve bu frekanstaki deformasyon ve gerilme değerleri

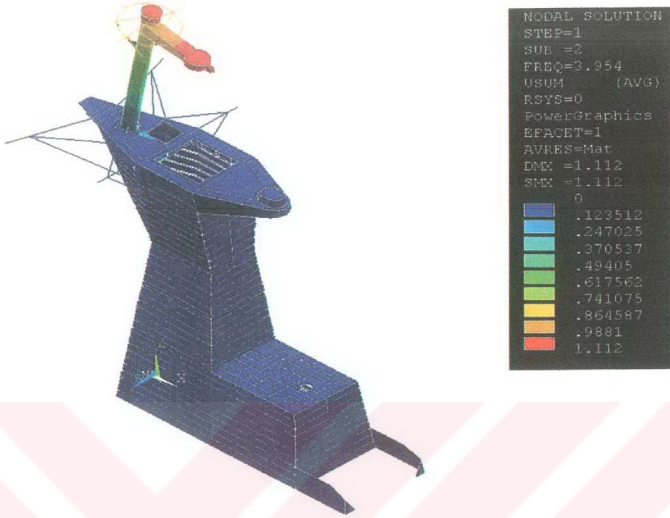
Mod Sayısı	Frekans (Hz)	Max. Deformasyon (mm)	Max. Gerilme (N/mm ²)
1	0,70755	1,072	2,01
2	3,9537	1,112	5,002
3	13,936	0,92595	14,415
4	14,910	1,388	5,098
5	25,195	1,749	8,518
6	27,661	3,012	30,291
7	28,415	5,364	21,31
8	30,500	3,384	33,163
9	31,280	5,46	32,639
10	32,835	2,745	49,201



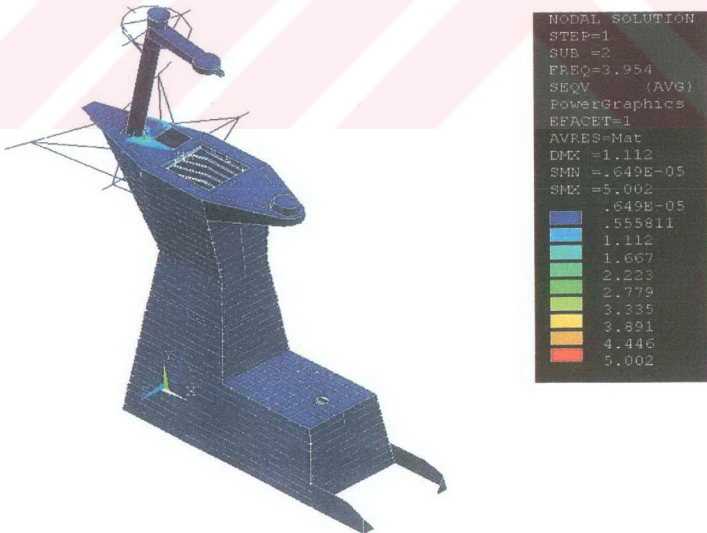
Şekil 5.6 1. Moddaki Deformasyon



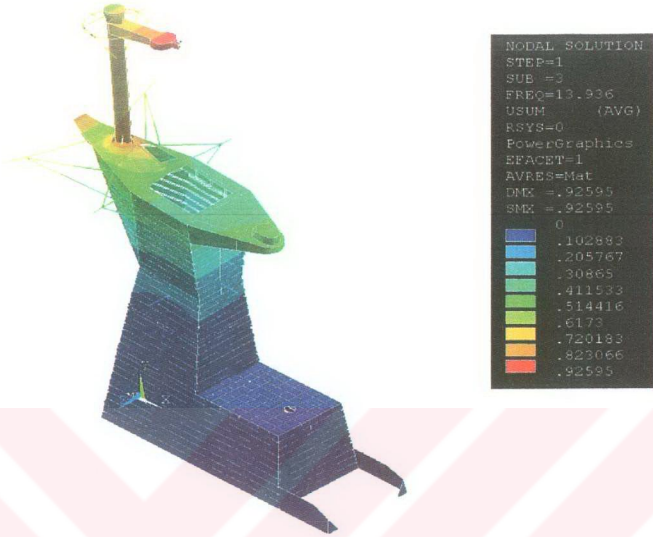
Şekil 5.7 1. Moddaki Gerilme



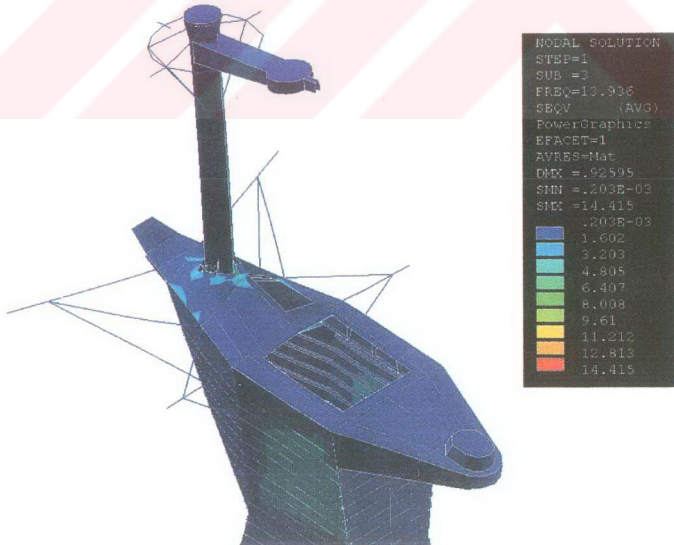
Şekil 5.8 2. Moddaki Deformasyon



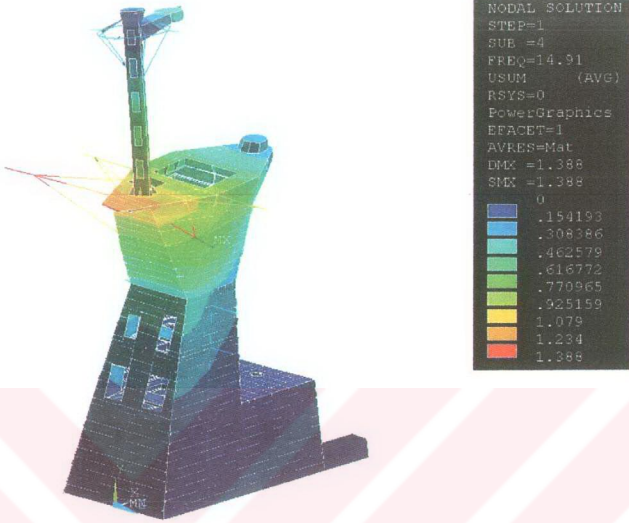
Şekil 5.9 2. Moddaki Gerilme



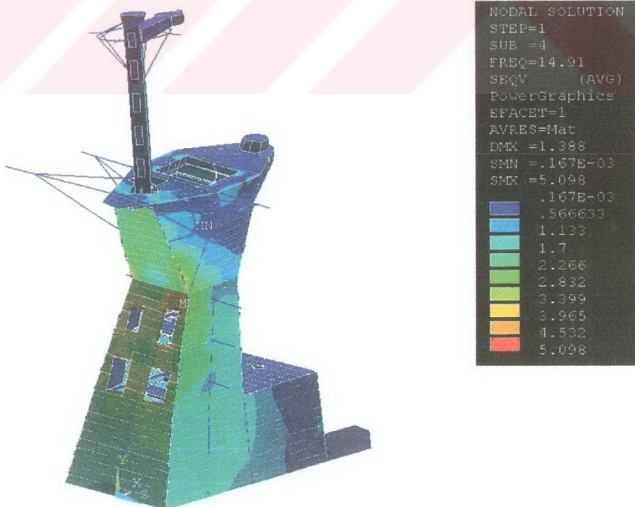
Şekil 5.10 3. Moddaki Deformasyon



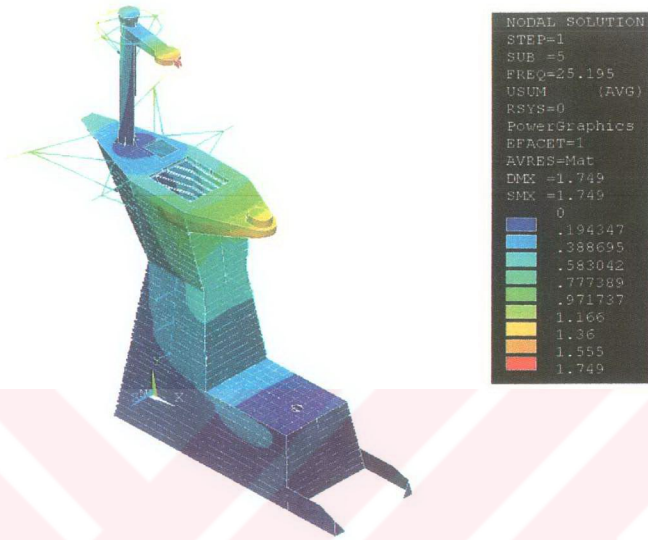
Şekil 5.11 3. Moddaki Gerilme



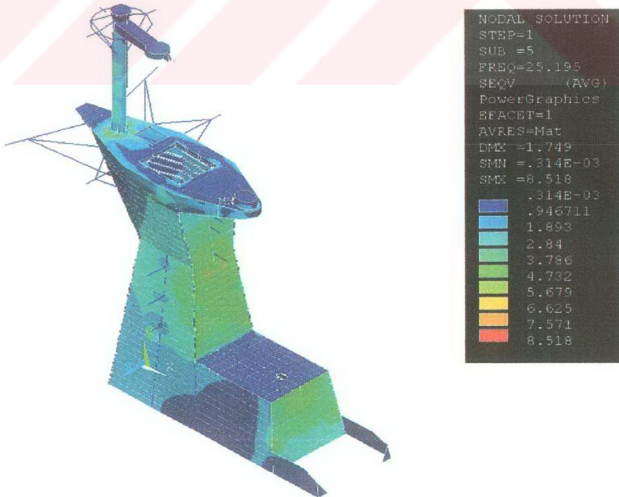
Şekil 5.12 4. Moddaki Deformasyon



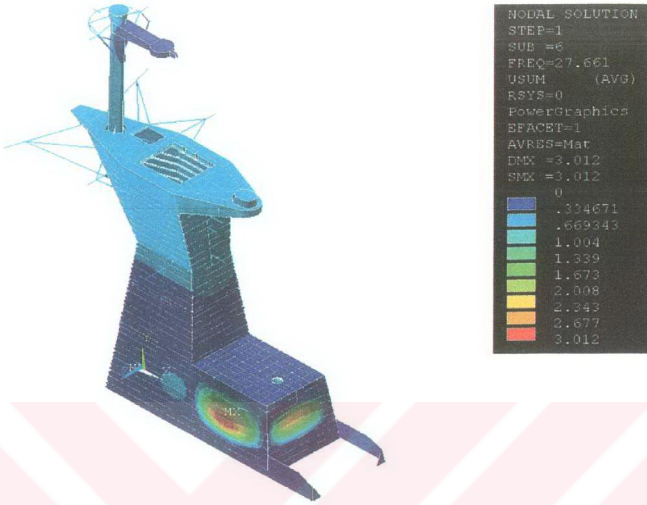
Şekil 5.13 4. Moddaki Gerilme



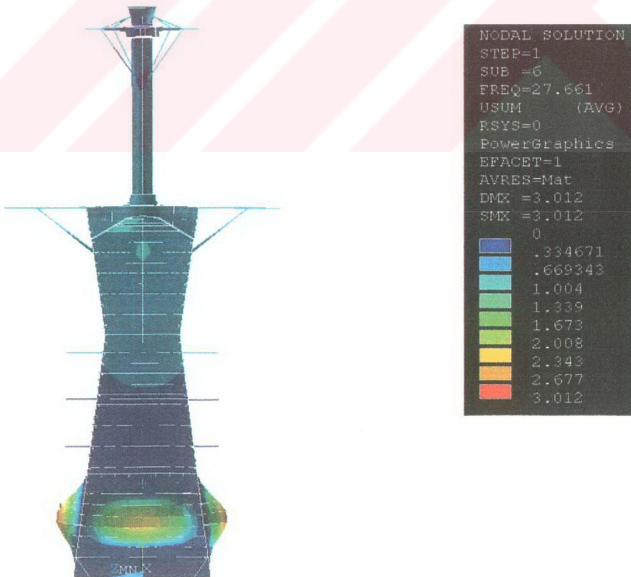
Şekil 5.14 5. Moddaki Deformasyon



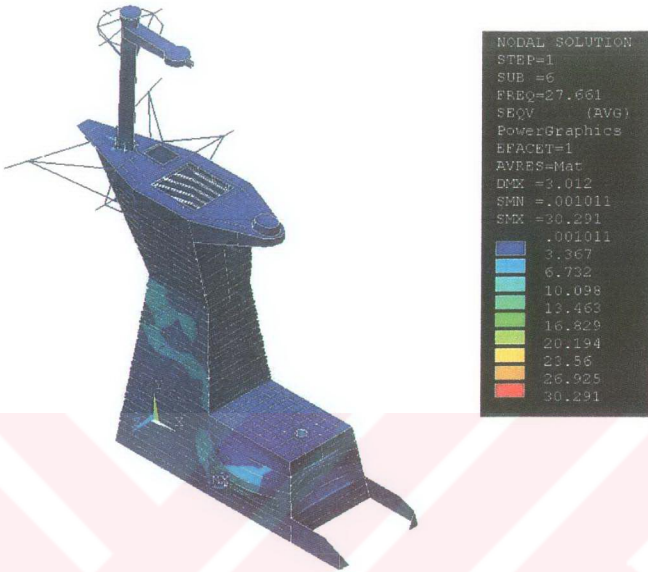
Şekil 5.15 5. Moddaki Gerilme



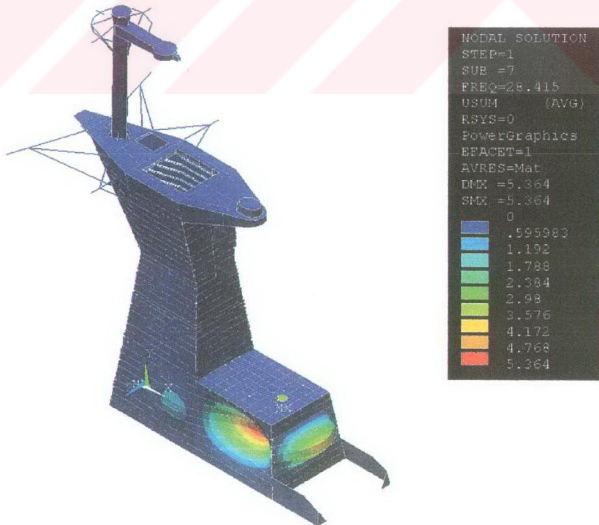
Şekil 5.16 6. Moddaki Deformasyon



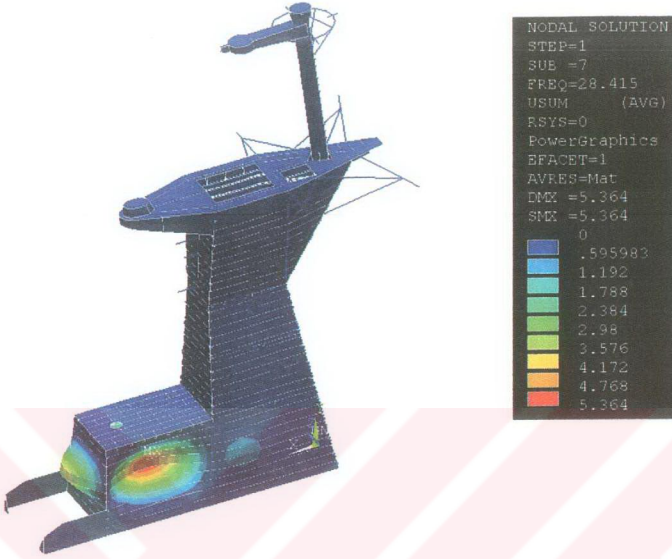
Şekil 5.17 6. Moddaki Deformasyon (Önden Görünüş)



Şekil 5.18 6. Moddaki Gerilme



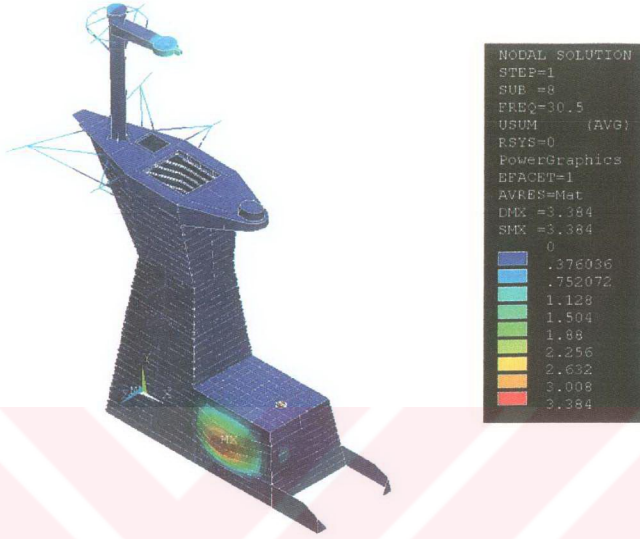
Şekil 5.19 7. Moddaki Deformasyon



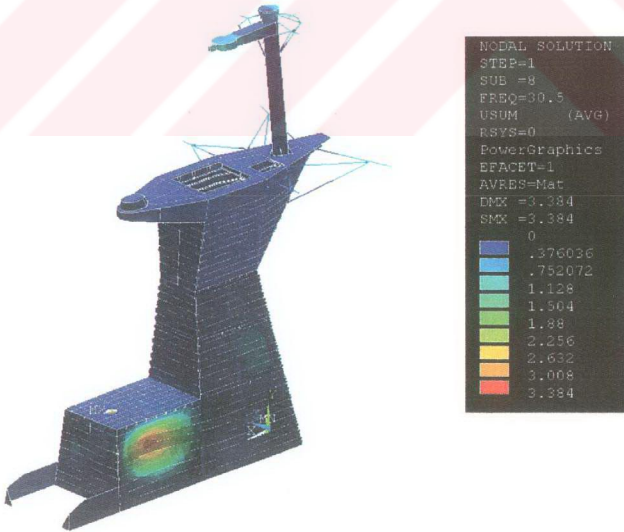
Şekil 5.20 7. Moddaki Deformasyon (Sol Taraf)



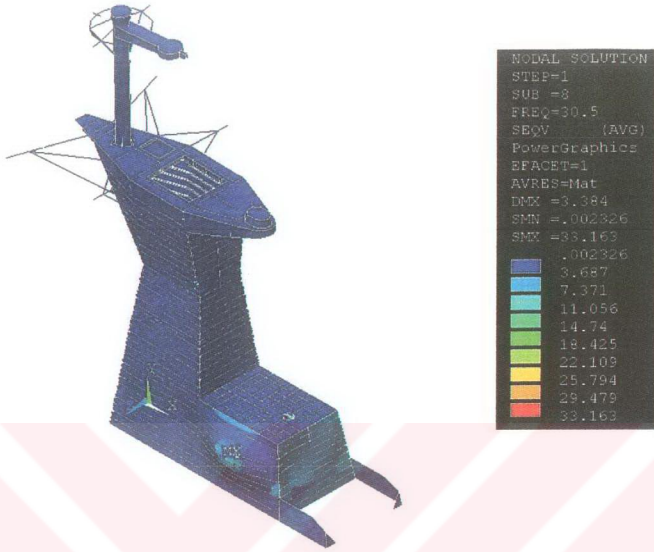
Şekil 5.21 7. Moddaki Gerilme



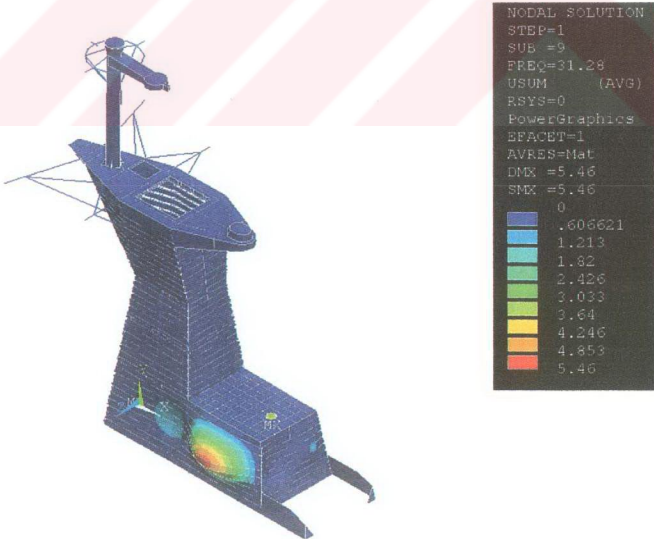
Şekil 5.22 8. Moddaki Deformasyon



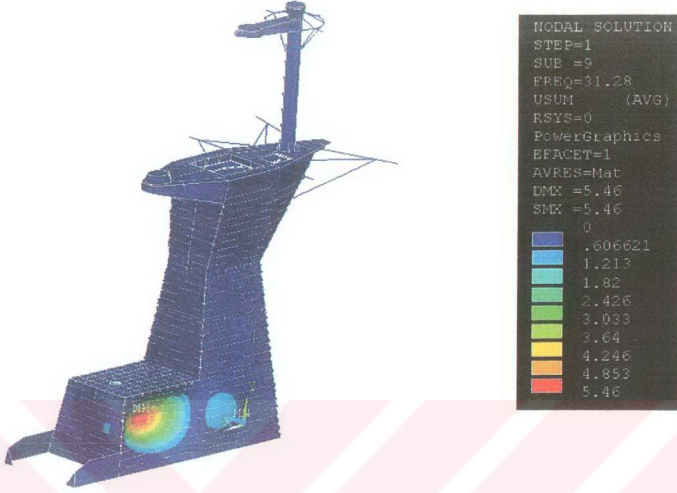
Şekil 5.23 8. Moddaki Deformasyon (Sol taraf)



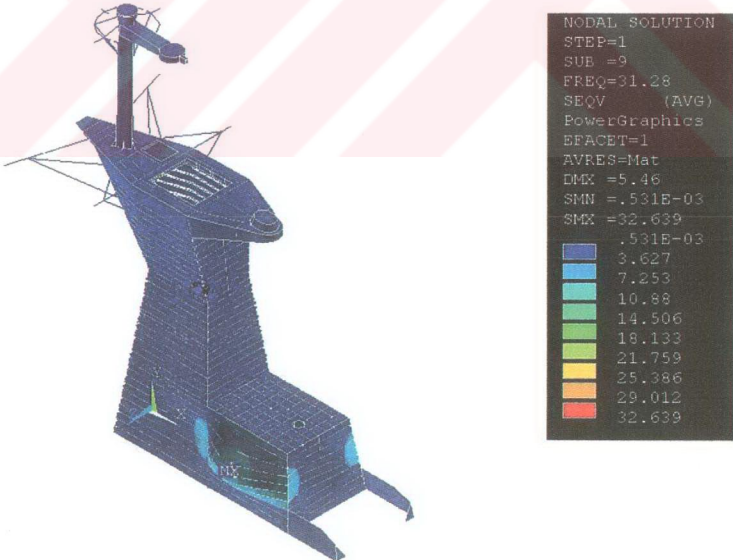
Şekil 5.24 8. Moddaki Gerilme



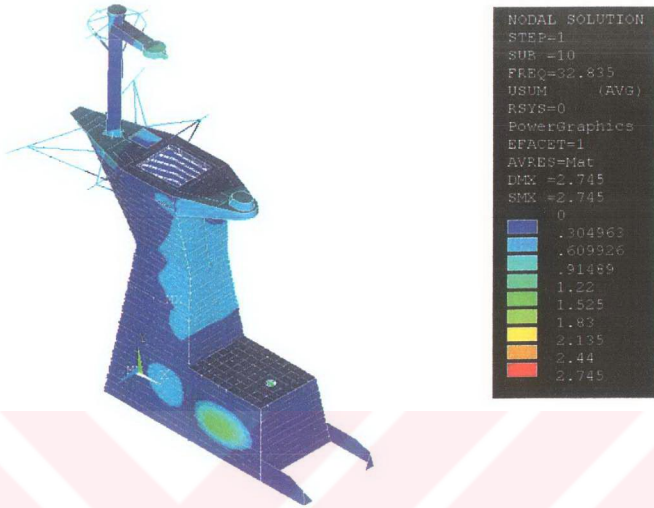
Şekil 5.25 9. Moddaki Deformasyon



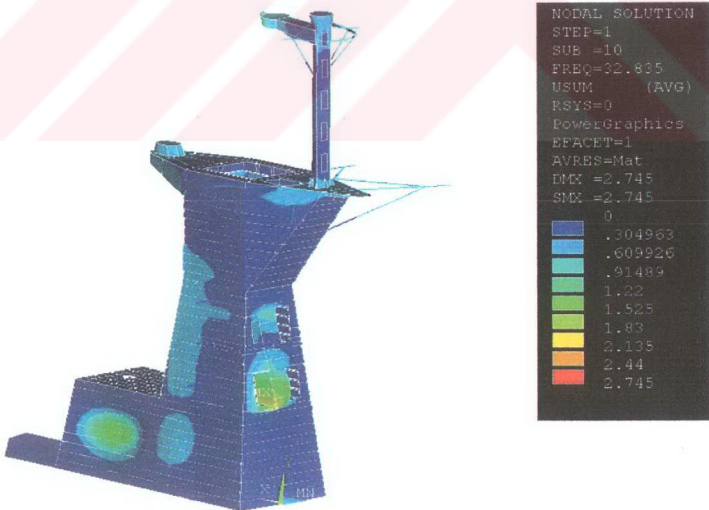
Şekil 5.26 9. Moddaki Deformasyon (Sol taraf)



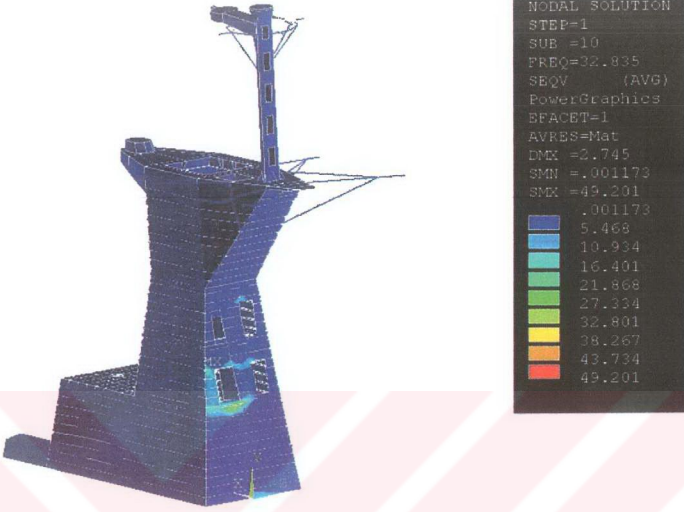
Şekil 5.27 9. Moddaki Gerilme



Şekil 5.28 10. Moddaki Deformasyon



Şekil 5.29 10. Moddaki Deformasyon (Sol Taraf)



Şekil 5.30 10. Moddaki Gerilme

5.8. Sonuçların Değerlendirilmesi

Yapılan modal analiz sonucu elde edilen Hücumbotların ana direklerine ait ilk 10 doğal frekans ve bu frekanslarda meydana gelen deplasman ve gerilme değerlerini gösteren şekiller, şekil 5.6 – şekil 5.30 arasında görülmektedir.

Her bir moda ait deformasyonlara ve gerilmelere ait şekillerde görülen kırmızı bölgeler, direğin o frekans değerinde yapacağı maksimum yer değiştirmeyi ve üzerindeki maksimum gerilmeyi göstermektedir.

Direğe ait deformasyon ve gerilme şekillerinin yanında bulunan renk skalasında görülen “SUB” ifadesi gerilme ve deformasyonların hangi moda ait olduğunu, “FREQ” ifadesi ise o moda ait frekans değerini Hertz biriminde göstermektedir.

Hücumbot ana direklerinin modal analizi sırasında “Subspace” ve “Block Lanczos” yöntemleri kullanılarak ayrı ayrı çözüm alınmıştır. Her iki yöntemde de sonuçların hemen hemen aynı olduğu ancak Block Lanczos yönteminde çözüm süresinin Subspace yöntemine göre daha kısa olduğu görülmüştür.

Yapılan modal analiz sonucu, üst direğin 1. modda +z yönünde eğilme hareketi yaptığı görülmüştür. 1. moda ait deformasyon ve bu modda direkteki gerilmeler şekil 5.6 ve şekil 5.7’de görülmektedir.

2. moda ait deformasyonlar ve direkteki gerilmeler şekil 5.8 ve şekil 5.9 görülmekte olup bu modda üst direk, +x yönünde eğilme hareketi yapmaktadır. Bu moda ait frekans değeri 3.95 Hz, maksimum deformasyon 1.112 mm, ve maksimum gerilme 5 N/Mm^2 olarak hesaplanmıştır.

3. modda üst direğin -x yönünde, maksimum 0.93 mm değerinde eğilme hareketi yaptığı şekil 5.10 ve şekil 5.11’de görülmektedir.

4. moda ait deformasyon ve gerilmeler şekil 5.12 ve 5.13’de görülmektedir. Bu modda üst direk -z yönünde eğilme hareketi yapmakta olup ana direk ise y eksenine etrafında burulmaktadır.

Şekil 5.14 ve şekil 5.15’de 5. moda ait deformasyon ve gerilme değerleri görülmektedir. Bu modda üst direk ve ana direk y eksenine etrafında burulma hareketi yapmaktadır olup maksimum yer değiştirme 1.749 mm olarak hesaplanmıştır.

6. moda ait deformasyon ve gerilmeler şekil 5.16, şekil 5.17 ve şekil 5.18’de görülmektedir. Bu modda ana direğin alt kısmının sancak ve iskele taraflarında şişme olduğu görülmektedir.

Şekil 5.19, şekil 5.20 ve şekil 5.21’de direğin 7. modundaki gerilmeler ve deformasyonlar görülmektedir. Bu modda ana direğin alt kısmının sancak ve iskele taraflarında +z ve -z yönlerinde göçme olduğu görülmektedir.

8. moda ait deformasyon ve gerilmeler şekil 5.22, şekil 5.23 ve şekil 5.24'de görülmektedir. Bu modda üst direk -y eksenine etrafında burulma hareketi yaparken ana direğin alt kısmının sancak tarafının +z yönünde şiştiği, iskele tarafının ise -z yönünde göçtüğü görülmektedir.

Şekil 5.25, şekil 5.26 ve şekil 5.27'de direğin 9. modundaki gerilmeler ve deformasyonlar görülmektedir. Bu modda ana direğin alt kısmının sancak tarafında şişme, üst direkte ise - z yönünde eğilme olduğu görülmektedir. Bu moddaki maksimum deformasyon 5.46 mm olup ilk 10 mod için maksimum yer değiştirme bu modda olmaktadır.

10. modda üst direğin ve ana direğin y eksenine etrafında burulduğu, ana direğin alt kısmının sancak tarafında şişme olduğu şekil 5.28, şekil 5.29 ve şekil 5.30'da görülmektedir. İlk 10 mod için maksimum gerilme 49.201 N/mm^2 olup 10. modda görülmektedir.

ANSYS yazılımı ile yaratılan modelde şekil 5.4 ve şekil 5.5'de de görüleceği gibi direğin sadece üst kısımlarındaki uzantılar beam eleman, diğer bütün iç mukavemet elemanları ve sac kaplamaları shell eleman kullanılarak modellenmiştir. ANSYS 5.4 versiyonunun eleman arşivindeki beam eleman, deplasman hesabını doğru yapmakta ancak içinde her gerilme görülememekte olup sadece Von Mises gerilmeleri belli olmaktadır ki bunlar da analitik yaklaşımlar doğrultusunda olduğu için takribi mertebeleri verecektir. Ayrıca beam elemanlarla shell elemanların bağlantı noktalarına dikkat edilmesi gerekip bu noktalardaki gerilme değerlerine çok güvenilemeyeceğinden mukavemet elemanları beam eleman yerine shell eleman olarak modellenmiştir. Ancak yaratılan modelde beam eleman yerine çok sayıda shell eleman kullanılması nedeni ile modelleme ve çözüm süreleri oldukça uzamıştır.

Yapılan analiz sonucunda, özellikle direğin ilk modlarında frekans değerlerinin düşük olduğu bu nedenle direğin düşük frekanslardaki tahrik kuvvetlerinden etkilenebileceği görülmektedir. Her ne kadar direğin bu frekans değerlerinde rezonansa girmesi durumunda oluşacak deformasyonlar ve gerilmeler çok düşük mertebelerde olsa da zamanla direğin o bölgelerinde oluşacak hareket nedeni ile zamanla metal yorulması oluşarak mukavemet yönünden zaafiyetlere neden olacaktır. Bu nedenle tahrik kuvvetlerinin, geçiş frekansları hariç, rezonans frekansı civarında olmamasına dikkat etmek gerekmektedir.

Elde edilen sonuçların kabul edilebilir seviyelerde olması nedeni ile direk üzerinde herhangi bir optimizasyona gerek görülmemiştir. Ancak 6., 7., 8. ve 9. modlarda görülen direğin alt tarafındaki şişme ve çökmeleri engellemek nedeni ile o kısımlardaki iç mukavemet elemanlarının boyutlarında değişiklik yaparak sistemin katılığı artırılıp, o kısımlarda oluşacak deformasyonun azaltılmasının mümkün olabileceği değerlendirilmektedir.



6. SONUÇLAR

Dizayn aşamasında, bilgisayarlar vasıtası ile numerik metotlarla yapılan analizler hiçbir zaman deneylerin yerine geçmemelidir. Numerik metotlarla bulunan sonuçların doğruluğunu elde edilecek gerçek sonuçlarla karşılaştırmak amacı ile analizi yapılan yapının prototipinin yapılması en doğru yöntemdir. Herhangi bir dizaynda sonlu elemanlar yöntemi gibi sayısal yöntemlerin kullanılması dizaynın bu aşamasında deney sayısında ve maliyetinde oldukça ciddi tasarruf sağlamaktadır. Ancak prototip üzerinde deney yapmanın mümkün olamayacağı durumlarda sayısal yöntemler ile elde edilen sonuçlar önem kazanmaktadır.

Bu çalışmada deniz gibi bölgesel ve mevsimsel olarak sürekli farklılıklar gösteren bir ortamda görev yapan ve birçok farklı titreşim kaynağına sahip olan hücumbotların ana direklerinin numerik olarak modal analizi yapılmıştır. İlk 10 mod için elde edilen frekans değerlerinde meydana gelen maksimum deformasyon 9. modda olup 5,46 mm olarak hesaplanmıştır.

Alman Deniz Kuvvetleri Gemileri İçin İnşa Kuralları, Mukavemet Hesapları BV1040'da belirtilen izin verilebilir maksimum deformasyon değeri ise $f_{max} = 196$ mm olarak hesaplanmış olup sadece ilk 10 mod için yapılan doğal frekans hesabında bulunan maksimum deformasyonun $f_{max} = 196$ mm değerini aşmadığı görülmektedir.

Ayrıca sonlu elemanlar yöntemi ile yapılan direğin doğal frekans hesabında ilk 10 mod için elde edilen frekans değerlerinde meydana gelen maksimum gerilme 10. modda 49,201 N/mm² olarak hesaplanmıştır.

Yüksek süratli düşük deplasmanlı savaş gemilerinde bulunan direğin inşa malzemesi olarak kullanılan AlMg4.5Mn ve AlMgSi1/F28 malzemelerinin akma gerilmeleri $\sigma = 125$ N/mm² olup 1,5 emniyet payı kullanıldığında izin verilebilir maksimum gerilme $\sigma_{perm} = 83.3$ N/mm² olarak hesaplanmıştır ve direğin sadece ilk 10 mod için yapılan doğal frekans hesabında bulunan maksimum gerilmenin $\sigma_{perm} = 83.3$ N/mm² değerini aşmadığı görülmüştür.

KAYNAKLAR

ANSYS Dynamics User's Guide For Revision 5.0, 1993.

Bathe, K.J., Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1982.

Construction Rules For German Navy Vessels, Strength Calculations BV1040, Edition 7/1982, Bundesamt für Wehrtechnik und Beschaffung, Koblenz, Germany.

Courant, R., Variational Methods For The Solution of Problems of Equilibrium and Vibrations, Bull. Amer. Math. Soc., 49, 1-23, 1943.

Femer, D.N. Engineering Stress Analysis, A Finite Element Approach with Fortran 77 Software, Halsted Press, John Willey and sons, New York, 1987.

Hrennikof, A., Solution of Problems in Elasticity by The Framework Method, Journal of Applied Mechanics, A8, 169-175, 1941.

Huebner, K.H. and Thornton, E.A. The Finite Element Method For Engineers, John Willey and sons, New York, 1982.

Irons, B. And Ahmad S., Techniques Of Finite Element, John Willey and sons, New York, 1980.

Knight, C.E. Jr., The Finite Element in Mechanical Design, Virginia Polytechnic Institute and state University, PWS-KENT Publishing Company, Boston, 1983.

The Student Edition of MATLAB Version 4 User's Guide, Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice Hall, 1995.

Turner, M.J., Clough, R.W., Martin, H.c.ve Topp, L.T., Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures, J. Aero. Sci., Vol.23, 805-823, 1956.

Visse, W., The Finite Element Method in Deformation and Heat Conduction Problem, Werktuigkundig Ingenieur Geborten Te Leek, 1968.

INTERNET KAYNAKLARI

[1] <http://www.proplan.com.tr/Uygulamalar/Titresim/Modal/modal.html>

[2] <http://members.optusnet.com.au/~dcole/docs/Dynamics%20III%20-%20Prac%202.pdf>

ÖZGEÇMİŞ

Doğum Tarihi	30.08.1975	
Doğum Yeri	İstanbul	
Lise	1989-1992	Büyüçekmece Lisesi
Lisans	1992-1997	İstanbul Teknik Üniversitesi Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fakültesi, Deniz Teknolojisi Mühendisliği Bölümü
Yüksek Lisans	2001-2003	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Gemi İnşaatı Mühendisliği Anabilim Dalı

Çalıştığı Kurumlar

1998-1999	Gölcük Tersanesi Komutanlığı
1999-2000	Toprak Bank
2000-	İstanbul Tersanesi Komutanlığı