

43196

T.C
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

KUYRUK MODELLERİ VE
İŞLETMELERE UYGULANMASI

İŞLETME YÖNETİMİ
YÜKSEK LİSANS BİTİRME TEZİ
OKTAY ERŞAHİN

TEZ DANIŞMANI : DOÇ. DR. MEHMET AHLATÇIOĞLU

İSTANBUL - 1995

İÇİNDEKİLER

	SAYFA
ÖZET	i
BÖLÜM 1	
1.1 KULLANILAN SEMBOLLER	1
1.2 GİRİŞ	
1.2.1 Kuyruğun Tanımı	3
1.2.2 Yöneylem Araştırmasında Kuyruk	3
1.2.3 Yöneticiler Açısından Kuyruğun Önemi	4
1.2.4 Kuyruk Teorisinin Amaçları	5
1.2.5 Basit Bir Kuyruk Modeli	6
1.3 BEKLEME HATTI İLE İLGİLİ TEMEL TANIMLAMALAR	
1.3.1 Müşteriler	7
1.3.2 Geliş Özellikleri	8
1.3.3 Kuyruk Disiplini (Servis Disiplini)	9
1.3.4 Servis Süreci (Servis Kanalı)	10
1.3.5 Servis Olgusu (Çıktılar)	12
1.3.6 Servis Hızı	13
1.3.7 Geliş Hızı	13
1.3.8 Geliş Kaynağı	13
1.3.9 Kuyrukta Ortalama Müşteri Sayısı	13
1.3.10 Sistemde Ortalama Müşteri Sayısı	14
1.3.11 Kuyrukta Bekleme Süresi	14
1.3.12 Sistemde Bekleme Süresi	14
1.3.13 Sistem Kullanım Faktörü	14
1.4 KUYRUK MODELİ ÖRNEKLERİ	15
1.5 KUYRUK MODELLERİNİN SINIFLANDIRILMASI	16
1.6 SERVİS SİSTEMLERİNDE ARAŞTIRMA	17
1.6.1 İşlem Karakteristikleri Yönünden Araştırma	18
1.6.2 Maliyet Yönünden Araştırma	19

1.7	KUYRUK MODELİNDE GELİŞ VE SERVİS YAPISINI	
	AÇIKLAMADA KULLANILAN DAĞILIMLAR	22
1.8	DAĞILIMIN UYGUNLUK TESTİ	25
1.8.1	Hipotez Testi	25
1.8.2	Ki - Kare Uygunluk Testi	26
1.9	KUYRUK SİSTEMLERİ	27
1.10	KUYRUK MODELLERİNİN İFADESİNDE	
	KENDAL LEE TAHA SİMGELEMESİ	31
1.11	TEK KANALLI KUYRUK MODELLERİ	
1.11.1	Üstel Servisli Sınırsız Kuyruk Modeli	33
	Örnek Problem 1	36
	Örnek Problem 2	37
1.11.2	Sonlu Geliş Kaynaklı Tek Kanallı Kuyruk Modelleri	40
	Örnek Problem 3	41
1.11.3	Sonsuz Geliş Kaynaklı , Sonlu Tek Kanallı Kuyruk Modelleri	43
	Örnek Problem 4	47
1.12	ÇOK KANALLI KUYRUK MODELLERİ	
1.12.1	Sonsuz Geliş Kaynaklı , Sonsuz Kuyruklu Çok Kanallı Model	49
	Örnek Problem 5	52
	Örnek Problem 6	53
1.12.2	Sonlu Geliş Kaynaklı , Çok Kanallı Model	54
	Örnek Problem 7	56
	BÖLÜM 2	
2.1	UYGULAMA	
2.1.1	Problemin Açıklanması	58
2.1.2	Yapılan Gözlem Sonuçları	61
2.1.3	Toplu Gözlem Sonuçları	69

	SAYFA
2.2 Kİ -KARE METODU İLE GELİŞLER ARASI SÜRENİN DAĞILIMININ ARAŞTIRILMASI	70
2.2.1 Dağılımın Tespiti İçin Gerekli Hesaplamalar	71
2.2.2 Gelişler Arası Sürenin Dağılımının Grafik İle Gösterimi	74
2.3 ANALİTİK YÖNTEM İLE ÇÖZÜM	75
2.4 SONUÇLAR	77
 KAYNAKLAR	80
ÖZGEÇMİŞ	82



ÖZET ;

İnsanoğlunun varoluşundan bugüne kadar her alanda gösterdiği teknolojik gelişme, bugün hayatımızı kolaylaştıran büyük başarıları da peşisıra getirmiştir. Ancak bugün, yeni bir yüzyıla başlamamıza çok az bir zaman kala dünyamızın, dolayısıyla insanlığın, en büyük sorunlarından birisi de hızlı nüfus artışı olmuştur. Bu da, başta açlık sorunu olmak üzere değişik problemleri ortaya çıkarmıştır. Bu problemlerden birisi de, günlük hayatımızda devamlı olarak karşılaştığımız kuyruklardır. İşte ben de bu nedenle bu kadar sık karşılaştığımız bir sorunu çalışma konusu olarak seçmeyi uygun buldum.

Bu tez çalışması iki ana bölümden meydana gelmektedir. Birinci bölümde kuyruklar ile ilgili tanımlamalar yapılmış, sınıflandırılarak önemi üzerinde durulmuştur. Ayrıca sistemin çalışmasına etki eden faktörler belirtilerek kuyruk modelleri incelenmiş, konunun daha iyi anlaşılabilmesi için her kuyruk modelinin sonunda örnek problemler çözülmüştür. Tüm bu açıklamalardan sonra ikinci bölümde bir uygulamaya yer verilmiştir. Problem en başından ele alınarak gözlemler yapılmış, bunların testlerle uygunlukları araştırılarak, analitik yöntemle çözümüne gidilmiştir. Elde edilen tüm bulgular sonuç kısmında değerlendirilmiştir.

BÖLÜM 1

KUYRUK MODELLERİ

1.1 KULLANILAN SEMBOLLER

λ :Geliş Hızı

λ_e :Etkin Geliş Oranı

μ :Servis Hızı

L_q :Kuyrukta Ortalama Müşteri Sayısı

L_s :Sistemde Ortalama Müşteri Sayısı

W_q :Kuyrukta Bekleme Süresi (Müşterinin kuyrukta harcadığı ortalama zaman)

W_s :Sistemde Bekleme Süresi (Müşterinin sistemde harcadığı ortalama zaman)

ρ :Sistem (Servis) Kullanım Faktörü

ρ_e :Etkin Trafik Yoğunluğu

U :Ortalama Gelişler Arası Süre

P_n :Sistemde n Sayıda Müşteri Bulunma Olasılığı

P_0 :Sistemde Müşteri Olmama Olasılığı (Sistemin Boş Olma Olasılığı)

P_M :Sistemin Dolu Olma Olasılığı

$W_s(t)$: Müşterinin Sistemde t Birim Zamandan Daha Fazla
Harcama Olasılığı

$W_q(t)$: Müşterinin Kuyrukta t Birim Zamandan Daha Fazla
Harcama Olasılığı

M :Kuyruk Sisteminde ki En Fazla Müşteri Sayısı

C :Kanal Sayısı

N :Kuyruk Sistemine Girebilecek Müşteri Sayısı

F_g :Gözlem Frekansı

F_h :Teorik Değere Göre Tahmin Edilen Frekans

V :Serbestlik Derecesi

k :Grup veya Şık Sayısı

g : H_0 Hipotezindeki Dağılımın Paremetre Sayısı

m :Uygulama İçin Yapılan Toplam Gözlem Sayısı

1.2 GİRİŞ

1.2.1 KUYRUĞUN TANIMI : Kuyruk ; herhangi bir hizmet biriminin tam kapasite ile çalıştığı halde, yeni bir hizmet talebini karşılayamayacak durumda kaldığı zaman ve hizmet talebinde bulunan birimin beklemesi sonucu oluşur.

Bugünkü ekonomik ve sosyal hayatta kuyrukta bekleme durumları ile çok sık karşılaşmaktayız. Öyle ki bekleyen insanlar ve araçlar artık büyük metropoller de olağan bir durum olarak görülmektedir.Örnek olarak; köprüden geçmek için trafikte bekleyen arabaları , stada girmek için gişeden bilet almak isteyen futbolseverlerin oluşturduğu bilet kuyruğunu, tren istasyonlarında gişe önünde ki kuyrukları ,hastanelerde ki hasta kuyruğunu , market mağaza gibi yerlerde kasa önünde oluşan kuyrukları , postanelerde ki kuyrukları verebiliriz. Bu kuyrukların oluşumundaki tek neden hizmet için gelen müşterilerin isteklerinin çeşitli nedenlerden dolayı hemen karşılanamamasıdır.Böylece kuyruk , sınırlı bir hizmet nedeni ile geciken bir bekleme dizisi (hattı) durumudur da denilebilir.¹

Kuyrukların oluşmasında ana neden ,olanaklara çok fazla talep olması veya servis olanaklarının yetersizliğidir.

1.2.2 YÖNEYLEM ARAŞTIRMASINDA KUYRUK : Yöneylem Araştırması'nda çok geniş uygulama alanı bulunan kuyruk problemleri ve onun ele aldığı teorilerle ilgili çalışmalar yıllar önce başlatılmıştır.Danimarka'lı mühendis A.K.Erlang (1878-1929) tarafından 1909 yılında ilk çalışmalar yapılmıştır. Earlang bu yüzyılın ilk yarısında

¹Prof. Dr. Ahmet Öztürk , *Yöneylem Araştırması , Uludağ Üniversitesi Basımevi 1991 , s.263*

yaptığı çalışmaları yayınlamıştır . Bugün de onu kendi adıyla anılan Earlang Dağılımı ile hatırlıyoruz.²

Kuyruk teorileri uygulama zorluklarına karşın , bugüne kadar devlet kuruluşlarında ve özel işletmelerde , sanayide , okullarda , hastanelerde, hatta savaş alanlarında kullanılmıştır.Çünkü tüm işletme tiplerinin müşterilerine etkin servis oluşturamamaktan dolayı karşılaştıkları küçük veya büyük kuyruk problemleri vardır. Bu problemleri çözmek için oluşturulan modeller (Bekleme Hattı Modelleri) yöneticilere yararlı olabilir .

1.2.3 YÖNETİCİLER AÇISINDAN KUYRUĞUN ÖNEMİ : Hizmet için herhangi bir işletmeye gelen müşteriler isteklerinin hemen karşılanmasını isterler , aksi takdirde psikolojik bir tedirginliğe girdikleri gibi , zamanlarını boşa geçirirler ve bunun da bir maliyeti vardır.Diğer taraftan müşterilerin karşılaştığı bu sorunlardan dolayı onları kaybetmek istemeyen yönetici ; zira uzun bekleme hatları , satış kayıplarına ve müşteri azalmasına neden olur , personel sayısını artırma yoluna gidebilir veya servis zamanını hızlandıracak ek tesisleri kurabilir ,ancak bunların işletmeye yükleyeceği maliyeti de düşünmelidir.İşletmeye alınacak ek uzman personelin ücret düzeyi yüksek olacağı gibi ek tesislerin de bir maliyeti olacağından işletmenin maliyeti eskisine göre bir hayli artacaktır.Buna karşın işletmenin pazar payı , yani müşteri sayısının da artması doğaldır.

Bunların yanısıra yönetici servis merkezlerinin tanzimini ve organizasyonunu en uygun şekilde yapmalıdır.Sonuç olarak yönetici en

²Cook Thomas M. ,*Introduction To Operations Research and Management Science , Chapter 13 ,s 395*

uygun maliyetle (maliyet maksimizasyonu) , müşterilerin bekleme zamanının minimuma inmesini amaçlamalıdır. Böylece ortaya işletmenin yararları ile müşterilerin yararlarını fazla çakıştırmayan bir ekonomik dengeye ulaşma sorunuyla karşılaşılır. İşte bu ekonomik denge yani müşterilere en iyi ve en etkin servis sağlama , ancak bekleme modelleri ile gerçekleştirilir.³

Burada şunu da belirtmek gerekir ki dengeye ulaşmak için optimum değerler kuyruk modelleri ile bulunur. Bu yaklaşım teorik olarak doğru olmasına rağmen maliyetleri değiştiren faktörler çok değişken oldukları için pratikte istenilen sonuca erişmek mümkün olmayabilir ve kuyruk teorisinin gerekli optimizasyonu sağlamadığı düşünülebilir , fakat kuyruk teorisi aşağıda da belirtilen problemler hakkında daha verimli bilgiler sunar.

1.2.4 KUYRUK TEORİSİNİN AMAÇLARI : Kuyruk teorisi ; kuyruklar için veya bekleme hatları için , matematiksel modeller kurar , problemi çözmede yardımcı olacak parametreleri ve karakteristikleri tahminde kullanılır.

Kuyruk teorisinin temelleri , olasılık teorisinden türetilmiştir , muhtemel dağılımlara göre çalışmayı esas alır.

Kuyruk problemleri ile çalışma yapmak için sırasıyla takip edilecek dört aşamalı prosedür şöyledir ;⁴

³Lawrance Ladin , *Quantitative Methods For Business Decisions* ,Harcourt Brace Jovanovich Inc. , New York 1975 , s. 560-561

⁴Hamdy A. Taha , *An Introduction To Operations Research* ,Mc Millan Pub. Co. 1971, s.451

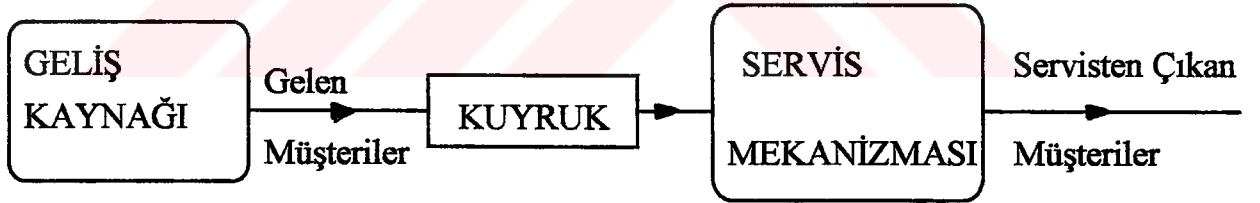
a)Değişken ve kararsız durumlarda problemin tanımlanması , amaçlanan ile bağlantının kurulması ,

b)Uygun istatistiki bilgileri kullanarak , olasılık tahminlerinin yapılması ,

c)Çalışma karakteristiklerinin geliştirilerek sistemin bir bütüne getirilmesi ,

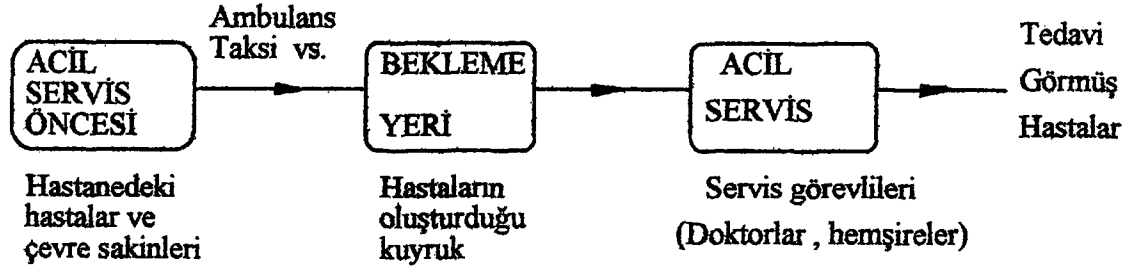
d)Duruma uygun karar modellerinin ve işletme karakteristiklerinin kullanılarak sistemin performansının geliştirilmesi.

1.2.5 BASİT BİR KUYRUK MODELİ : Basit bir kuyruk mekanizması için temel akış şöyledir ;⁵



Bu modeli bir hastanenin acil servisi için uygularsak ;

⁵ Doç. Dr. İlhan Or ,*Introduction To Stochastic Models In Operations Research* , Boğaziçi University Publications , Chapter 3 , s . 4



1.3 BEKLEME HATLARI İLE İLGİLİ TEMEL TANIMLAMALAR

Bekleme hattı , servise gelen müşteri isteklerinin servisteki personelce karşılanması sürecine denir.

Kuyruk problemleri , yapılmakta olan işin geliş hızı ile sürecin servis hızının uyumu veya diğer bir deyişle hızlar arasında uyum birliği sağlamaktan doğmaktadır.⁶

Bekleme hattında kullanılan bazı kavramlar şunlardır ;

1.3.1 MÜŞTERİLER : Müşteriler , işlerinin veya hizmet istemlerinin görülmesi için servis sistemine gelen ünitelerdir. Müşteri olarak kişiler , makinalar , yedek parçalar , hammadeler vb. örnek verilebilir. Müşterilerin servis için sisteme gelişleri , gelişlerin dağılımı ve gelişler arasındaki farklılaşma , müşteri topluluğu ile müşterilerin özellikleri ve istemlerine , sunulan servis v.b. gibi istemin ve doğanın koşullarına

⁶Doç. Dr. Müh. Osman Halaç , *Kantitatif Karar Verme Teknikleri (Yöneylem Araştırması)* 3.Baskı ,Evrin Basım Yayın 1991 , s.234

bağlıdır.Müşterilerin sisteme gelişleri aşağıdaki tiplerden biri olarak karşımıza çıkar.⁷

- Düzgün gelişler,
- Tamamen tesadüfi gelişler ,
- Genel bağımsız gelişler ,
- Zamana göre sıçramalı düzgün gelişler ,
- Toplu gelişler,
- Karmaşık gelişler ,
- Kesik zamanlı gelişler ,
- Zamana bağlı gelişler ,
- Sistemin diğer yönlerine bağlı gelişler ,
- Sürekli akış halinde gelişler .

Müşterilerin sisteme gelişleri yukarıda sıralanan türlerden biri olabilse de , genellikle tesadüfi gelişlerle (tekli veya toplu) karşılaşılır.

1.3.2 GELİŞ ÖZELLİKLERİ : Müşterilerin servis sistemine gelişleri türlü özellikler gösterir.Müşterilerin gelişleri bazen kontrol edilebilir , bazen de edilemez.Ayrıca gelişler bazen tek kişi veya gruplar halinde

⁷Gülçin Mutlualp , İ.T.Ü. İşletme Fakültesi , Endüstri Müh. Böl. ,Sistem Simülasyonu Projesi , 1991 , s.8

olabilir.Müşterilerin geliş olasılık dağılımları için Sabit dağılım , Üstel dağılım , Poisson dağılımı ile Erlang dağılımı kullanılır.

1.3.3 KUYRUK DİSİPLİNİ (SERVİS DİSİPLİNİ) : Müşteriler servis için sisteme geldiklerinde , sistemin durumuna göre işlem görür.Eğer müşterilerin beklemesi söz konusu ise ,bir bekleme hattı veya kuyruk oluşur.Sistemin ve istemin özelliğine göre servis isteyen müşteriler ;⁸

- Tek bir kuyruk ,
- Özel istemler için özel kuyruk ,
- Öncelikli servisler için ayrılmış kuyruk ,
- Aynı istemler için birden fazla kuyruk,

ve benzeri şekillerde beklerler.Yukarıdaki durumlarda birikimden servise alım için bir kural (disiplin) gerekir.İşte buna kısaca , yani müşterilerin hizmet için seçilme düzenine , kuyruk disiplini denir.Servis için gelen müşteriler kuyruğa girdiğinde belli bir zamanda servise girmeleri , servis disiplinince belirlenir.

Servis disiplininde kullanılan genel kural ilk gelen ilk hizmet görür kuralıdır.Bunun yanısıra önce sıra alanlar , rastgele seçim , hizmetin ivedilik özelliği , son gelen ilk servis görür ve en kısa servis gerektiren işler için gelenler servis görür , kuralları da kuyruk disiplininde kullanılır.⁹

⁸Köksal Mustafa , *Kuyruk Teorisi* , İ.Ü. ,İşletme Fakültesi Dergisi ,1990 , s.18

⁹Doç . Dr. İlhan Or ,a.g.e.,Chapter .3 , s.2

1.3.4 SERVİS SÜRECİ (SERVİS KANALI) : Müşterilere hizmeti veya servisi veren süreçtir.Örneğin otopark sahasında , park edilmek üzere bekletilen arabalar, müşterileri ve park sahası , servis kanalını belirler.Park sahası ne kadar büyükse kanal sayısı o kadar fazladır.

Servis süreci üç öğeden oluşur ;

1-Servis sunum olanakları ;

Herhangi bir anda bir müşteriye servis sunabilen nesneye servis noktası denir.Sistemin tümündeki servis noktaları servis olanaklarını meydana getirir.Servis olanaklarının tümü , noktalar veya kanalların birleşimiyle oluşur.Sistemin ve istemin içeriğine göre bunlar ;

-Paralel birleşim ,

-Seri birleşim ,

-Seri_Paralel birleşim ,

-Paralel_Seri birleşim şeklinde olabilir.

Çok kanallı servis sistemlerinde bütün kanallar servis için kullanılabileceği gibi , bazıları da özel servislere ayrılabilir.

Her nokta kendi başına bir servisi tamamladığında ,iki veya daha fazla servis noktalarının birbiri arkasına seri olarak dizilmiş haline ,akış (takipli) servis sistemleri denir.Böyle bir sistemde müşteri ilk servis noktasında işlemini tamamladıktan sonra ikinciye , sonra üçüncüye ve

devam ederek sonuncu servis noktasına gelir.Seri kanallarda müşteri servisten çıkmadan önce tüm hizmetlerden başarıyla geçmelidir.

2-Servis kapasitesi ;

Servis kapasitesi , tanımlanan bir zaman biriminde servise alınıp istemi karşılanabilen en fazla müşteri sayısıdır.

Sistemin amacı ve istemin niteliğine göre tasarımı yapılan servis sistemleri ya sabit kapasiteli ya da değişken kapasiteli sistemler olarak görülür.

Sabit kapasiteli sistemler , birim zamanda servis debisi hiçbir şekilde değiştirilemeyen sistemlerdir.Değişken kapasiteli sistemler , birim zamanda servis debisi iki değer arasında değiştirilebilen sistemlerdir.

3-Servis süresi ;

Herhangi bir müşteriye servis başlangıcı ile bitimi arasında ayrılan zaman servis süresi olarak tanımlanır.

Sistemin özelliği ve istemin niteliğine bağlı olan servis süresi için, aşağıdaki tipler sıralanabilir;¹⁰

-Düzenli servis süresi

-Üstel servis süresi

-Gama tür ve özel Erlangian servis süresi

¹⁰Köksal Mustafa , a.g.e...,s.19

- Genel Erlangian servis süresi
- Durağan olmayan servis süresi
- Sistemin diğer durumlarına bağlı servis süresi
- Müşteri farklılığına bağlı servis süresi

Servis süresi değişken olduğunda , başka bir deyişle bir müşteriye harcanan süre rastgele değiştiğinde , servis süresinin olasılık dağılım fonksiyonu söz konusu olur.Servis süresi olasılık dağılım fonksiyonunun genellikle negatif-üstel dağılım fonksiyonu olduğu söylenebilir.

1.3.5 SERVİS OLGUSU (ÇIKTILAR) : Hizmet veya iş istemiyle sisteme gelen her birim , servisin tamamlanmasıyla sistemin bir olgusu (çıktısı) olur.

Sistemin bir olgusu için aşağıdaki durumlardan biri veya birkaçı söz konusu olur ,¹¹

- Sistemi bir daha dönmek üzere terkeder,
- Sistemin içinde sürekli dönüş halindedir ,
- Sistemi terkeder ama gelecekte yine dönmesi beklenir ,
- Olgu yeni bir şekle girer ve diğer sistemlere kayar veya sistemlerin olgularıyla birleşir.

¹¹Galçin Mutualp ,a.g.e... ,s.12

1.3.6 SERVİS HIZI (μ) : Gerekli müşteri hizmetlerini (servisi) gerçekleyen servis kanalındaki müşteri sayısıdır ve birim zaman periyodundaki müşteriler olarak belirlenir.¹²

1.3.7 GELİŞ HIZI (λ) : Birim zamanda servis görmek üzere gelen müşterilerin sayısıdır. Aynı zamanda bu değer , saat başına müşteri , gün başına müşteri , olup bir orandan ibarettir. Normal olarak geliş hızının Poisson dağılımına göre rasgele dağılım verdiği varsayılmaktadır. Bu varsayım , servis veya geliş olaylarının tamamen birbirinden bağımsız olmasını gerektirir.

Geliş hızı için ; verilen bir servis kapasitesi veya verilen bir geliş hızına uygun olmak üzere , istenilen bir servis hızı için müşteri geliş hızının kabul edilebilirliği araştırılmalıdır.

1.3.8 GELİŞ KAYNAĞI : Müşterileri veren grubun büyüklüğü veya hacmidir. Eğer hizmet alan topluluk , potansiyel müşterilerin küçük bir kısmını oluşturuyorsa geliş kaynağı sonsuzdur (sınırsız) , değilse sonludur (sınırlı) denir.

1.3.9 KUYRUKTA ORTALAMA MÜŞTERİ SAYISI (L_q) : Servis görmek üzere beklemekte olan müşteri sayısıdır ve buna kuyruk uzunluğu da denir.¹³

¹²Doç.Dr. Müh. Osman Halaç , a.g.e... ,s.235

¹³Doç.Dr. Müh. Osman Halaç ,a.g.e.. ,s.236

1.3.10 SİSTEMDE ORTALAMA MÜŞTERİ SAYISI (L_S): Bekleme hattında her zaman müşteri olduğu varsayılarak , kuyrukta bekleyen ortalama veya ümit edilen müşteri sayısıdır.

1.3.11 KUYRUKTA BEKLEME SÜRESİ (W_q) : Boş olmayan kuyruk sistemlerinde bir müşterinin kuyrukta bekleyerek harcadığı süredir.

1.3.12 SİSTEMDE BEKLEME SÜRESİ (W_s) : Müşterinin kuyrukta bekleme süresi ile serviste harcadığı sürenin toplamıdır.

1.3.13 SİSTEM (SERVİS) KULLANIM FAKTÖRÜ (ρ) : Sistemin meşgul olma olasılığını yani bir anlamda , hizmet veren kişi veya sistemin harcadığı zaman oranıdır.

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (1)$$

formülü ile bulunur

Trafik yoğunluğu oranı da denilen sistem kullanım faktörü sonlu kuyruk sistemi için 1'den küçüktür. Ayrıca kanal başına düşen trafik yoğunluğu 1'den küçük ise kuyrukta bir sınırlama olmaz. Bu durumda kuyruk sistemi durağan durumda uzun süre kalmaz. Bazı modellerde ise

trafik yoğunluğunun değeri için böyle bir sınırlama yoktur. Bu tür modeller kuyruk uzunluğunun sınırlı (sonlu) olduğu durumları gösterir.¹⁴

1.4 KUYRUK MODELİ ÖRNEKLERİ

Bu temel kavramların ışığı altında oluşturulan kuyruk modellerine örnek olarak şunlar verilebilir;¹⁵

<u>Problem</u>	<u>Geliş kaynağı</u>	<u>Servis olanakları</u>
1. Benzin durağına gelen araçlara servis yapacak işçi sayısının belirlenmesi	Taşıt araçları	Benzin durağındaki işçiler
2. Bir klinikte hastalara bakacak doktor sayısının belirlenmesi	Hastalar	Doktorlar
3. Bir havalimanında uçak iniş kalkış pisti sayısının belirlenmesi	Uçaklar	İniş kalkış pistleri
4. Bir otopark sahasının büyüklüğünün belirlenmesi	Otolar	Otopark sahası

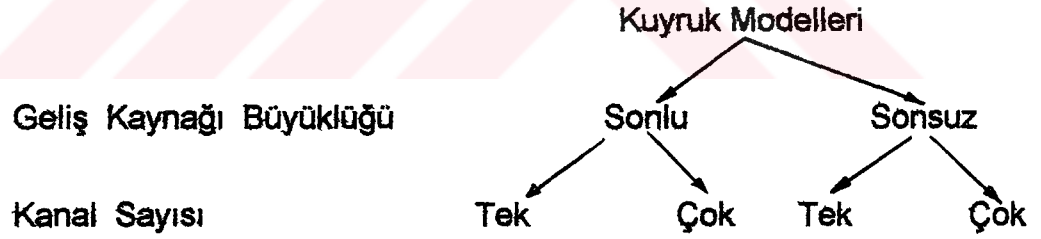
¹⁴Prof. Dr. Ahmet Öztürk , a.g.e..., s.269

¹⁵Doç. Dr. Müh. Osman Halaç ,a.g.e.. , s.238

5. Bir liman için servis hızının belirlenmesi	Gemiler	Liman
6. Bir motel kapasitesinin belirlenmesi	Yolcu sayısı	Müşteri ağırlama olanakları
7. Bozulan makinalara tamir yapacak tamirci sayısının belirlenmesi	Makinalar	Tamirci ustası

1.5 KUYRUK MODELLERİNİN SINIFLANDIRILMASI

Kuyruk modellerinin daha iyi anlaşılabilmesi için aşağıdaki gibi bir sınıflandırma yapılabilir.¹⁶



¹⁶Doç. Dr. Müh. Osman Halaç , a.g.e.....s.237

1.6 SERVİS SİSTEMLERİNDE ARAŞTIRMA

Tüm işletmelerde meydana gelen sorunlara yönelik olarak zaman zaman araştırma yapılır. Araştırmada genel amaç , bugünü geçmişle birlikte düşünerek değerlendirmenin yanısıra , işletmenin amaca yönelik olarak yönetimi , ileriye dönük planların , tasarımların yapılması için önlem almak şeklinde özetlenebilir. Ayrıca bir servis sistemi için de aşağıdaki konularda araştırma yapılabilir.¹⁷

-İşleyiş kuralları ve işlem karakteristiklerine ilişkin parametrelerin saptanması ,

-Beklemelerin nedeninin ve zaman durumunun belirlenmesi ,

-Servis istemi sonucu oluşan hasıla ile karşı gelen maliyetler arası en iyi dengeye ulaşması ,

-Herhangi bir durumda saptanan politikanın kullanılabilirliğinin belirlenmesi .

Pek çok servis sistemlerinde gelişlerin ve servis sürelerinin dağılımı ile servise alım kuralının belirlenmesi , kararlaştırılan etkinlik ölçüsüne ulaşmak için yeterlidir.

Bir servis sisteminin yöneticisi her türlü kararında işlem karakteristiklerini kullandığına göre ve genel olarak yönetimde maliyetin

¹⁷ Gülçin Mutlualp , a.g.e...s.16

en az olmasını amaçladığına göre , yapılacak araştırma ile bir servis sistemi;

-İşlem karakteristikleri ve

-Maliyet

yönünden incelenmelidir.

1.6.1 İŞLEM KARAKTERİSTİKLERİ YÖNÜNDEN ARAŞTIRMA

Servis sistemlerinde işlem karakteristikleri yönünden yapılacak araştırmayla öncelikle gelişler ve servis süresine ilişkin veriler incelenir.Çünkü yöneticinin istediği işlem karakteristiklerinin çoğu gelişler ve servis süresine doğrudan bağlıdır.İşlem karakteristiklerini dolaylı etkileyen unsurlar da araştırma kapsamına alınmalıdır.Sistemin özelliğine göre değişecek olan bu unsurlar aşağıdaki gibi sıralanabilir ;¹⁸

-Gelişleri etkileyen faktörler ,

-Gelişlerdeki sapmaları etkileyen faktörler ,

-Kuyrukta bekleyen birimlerin davranışları ,

-Kuyruğu terk eden müşterilerin davranışları ,

-Birden fazla kuyruk oluştuğunda , müşterilerin kuyrukları seçim nedenleri ,

-Servis olanaklarının durumu ,

¹⁸Güçlü Kayral , İ.T.Ü, İşletme Fakültesi , Endüstri Müh. Böl. ,Sistem Simülasyonu Projesi ,1991 ,s.26

-Servis olanaklarının aylak kalışını etkileyen faktörler ,

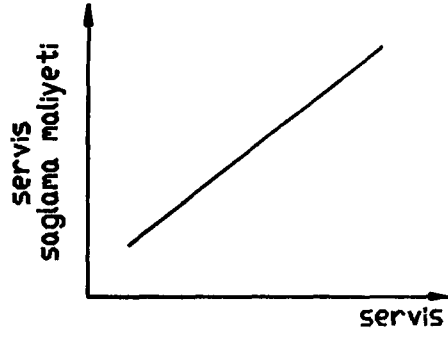
-Birimlerin servisten ayrılışı ve sonraki davranışları.

Yukarıda belirtilen unsurlardan hangisinin hangi işlem karakteristiğini ne yönde ve nasıl etkilediği sorusu araştırma sonucu yapılacak analizlerle yanıtlanır.

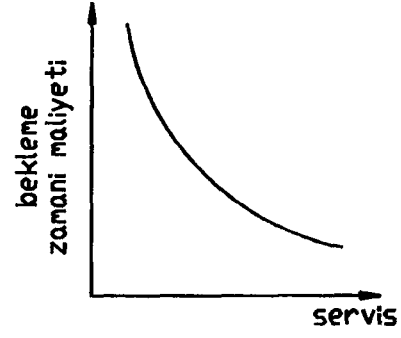
1.6.2 MALİYET YÖNÜNDEN ARAŞTIRMA :Kuyruk modellerinde müşterilerin servis için bekledikleri zaman kaybının maliyeti (bekleme zamanı maliyeti) ve müşteri servisi sağlama maliyeti vardır.

Servis düzeyi artarken , bekleme maliyeti azalır, fakat servis sağlama maliyeti artar.Bu ilişki şekil 1 ve şekil 2 ' de gösterilmiştir.Yönetici servis düzeyini artırırken bekleme zamanı maliyetini en düşük düzeyde tutmayı amaçladığını daha önce belirtilmişti , bu iki maliyetin toplamının en az olduğu noktada servis düzeyi işletme için en iyi miktar olmaktadır.Toplam beklenen servis işletim maliyetinin en düşük olduğu noktada ki servis düzeyi şekil 3'de gösterilmiştir.¹⁹

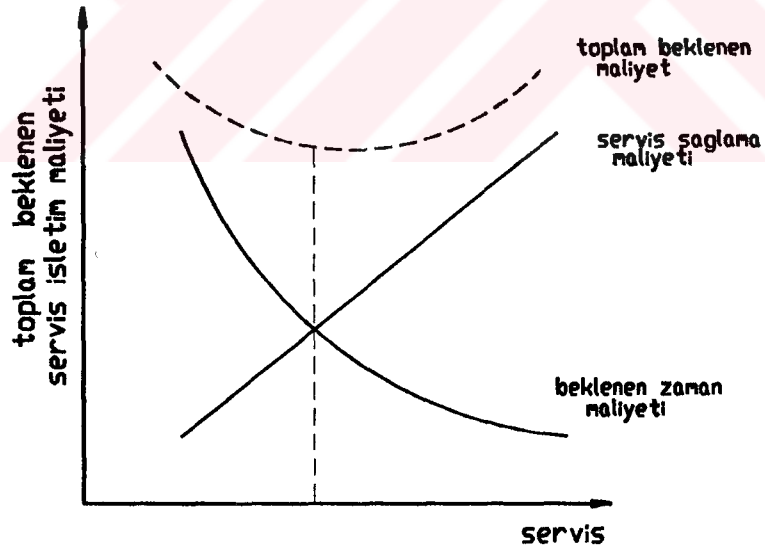
¹⁹Richard I.Levin , Charles A.Kirkpatrick ,David S.Rubin,*Quantitative Approaches To Management* .Fifth Edition , McGraw - Hill Book Company ,1982 ,s.575 - 576



Sekil-1



Sekil-2



Sekil-3

Sistemin etkinliği maliyet unsuruyla yakından ilgilidir.Bu nedenle servis sistemleri maliyet yönünden sürekli incelemeye tabi tutulmalıdır.

Maliyet analiziyle aşağıdaki hususlar araştırılır ;

-Sistemin tüm işleyiş maliyeti ,

-Bir kanal eklenmesi maliyeti ve / veya servis debisinin arttırımı maliyeti ,

-Belirli bir süre müşteri tutuş maliyeti ,

-Bazı kanalların onarımı ile boş tutulma maliyetleri ve karşılaştırılması ,

-Farklı kuyruk uzunluğundaki müşterilerin bekleme yerleri maliyeti ,

-Gelişlerin dağılımının kontrol maliyeti ,

-Müşterilerin bekleme maliyeti ,

-Kuyruktan ayrılan müşterilerin maliyeti ,

-Birim zamanda olanaklardan faydalanma maliyeti .

1.7 KUYRUK MODELİNDE GELİŞ VE SERVİS YAPISINI AÇIKLAMADA KULLANILAN DAĞILIMLAR

Kuyruk problemleri çözmek amacıyla kurulmuş olan modellerde gerçek sonuçlara ulaşabilmek için müşterilerin geliş yapısının ve onlara verilen servis yapısının bilinmesi gerekir.

Benzer olayların meydana gelmeleri arasındaki zaman aralığını açıklamak için üstel dağılım kullanılır. Verilen bir zaman aralığında bir olayın meydana gelme olasılığı az ve diğer olaylardan istatistiksel olarak bağımsız ise , olayların oluşları arasındaki zaman aralıkları üstel olarak dağılırlar. Doğumlar , kazalar , güvenilirlik analizinde elemanların arızalanma oranlarını açıklayabilmek için üstel dağılımlardan yararlanılır. Ayrıca benzer olaylar arasındaki zaman aralıkları üstel olarak dağılmış ise birim zaman aralığında meydana gelen olay sayısı bir Poisson dağılımına sahiptir.

Kuyruk sistemlerinde de müşterilerin sistemine gelişleri genellikle tesadüfidir. Dolayısıyla gelişler arasındaki süreyi (iki müşterinin geliş arasında geçen zaman) açıklamada olasılık dağılımlarından daha çok Poisson ve Üstel dağılım kullanılır. Müşterilerin kuyruk sistemine geliş süreçleri , geliş oranları ve gelişler arasındaki süre bulunarak açıklanır. Geliş oranı (λ) zaman birimi başına müşterilerin kuyruk sistemine geliş sayısıdır.

Ortalama gelişler arası süre (u) = $1/\lambda$ 'dır. Eğer müşterilerin geliş sayıları (ortalama geliş oranı λ) Poisson dağılımında ise gelişler

arasındaki süre ($\mu = 1/\lambda$ ile) Üstel dağılımdır. Bunun karşısı olarak denilebilir ki , bir hizmet birimine gelişler arasındaki süre üstel dağılım gösteriyorsa , zaman birimi başına müşterilerin gelişleri Poisson dağılımı gösterir .²⁰

Ortalama geliş oranı ve ortalama gelişler arası süre tüm geliş süreçlerini açıklamada yeterli olmayabilir. Böyle bir eksiği gidermek için yapılacak işlem geliş süreçlerinin tüm olasılık dağılımlarını kullanmaktır. Kuyruk sistemine gelen müşterilere servis sisteminin özelliğine göre , serviste görev yapan personelin nasıl ve ne kadar zamanda hizmet verdiğinin bilinmesi gerekir. Bu da yapılacak ölçümlerle bulunabilir.

Servis sisteminde ölçüm yapılırken şunlar gözönünde bulundurulmalıdır : Personel sayısı , personelin hizmetlerini uzmanlıklarına göre yapmaları veya yapmamaları , aynı anda çalışıp çalışmadıkları , hizmet vermede ki hızları , servis oranı ve servis süresi gibi.

Servis hızı (μ) , zaman birimi başına servis sayısıdır. Servis süresi , bir servisi gerçekleştirmek için gerekli olan zamandır. Saatte 30 sayfa yazan bir sekreter , bir sayfa yazıyı ortalama 2 dakikada yazabilir. Yani ortalama servis süresi ;²¹

$$(1/\mu) = (1/30)\text{saat} = (60/30) = 2\text{dak} / \text{sayfa}$$

²⁰Prof. Dr. Haluk Erkut , *Yönetim Bilimleri Dizisi , Yönetimde Simülasyon Yaklaşımı , İrfan Yayıncılık ve Ticaret 1992 , s.123*

²¹Prof. Dr. Ahmet Öztürk , *a.g.e... ,s.268*

Servis sürelerini ve servis oranlarını belirlemede daha çok Üstel , Poisson ve Sabit Dağılımlar kullanılır.

Poisson ve Üstel dağılımları kuyruk kuramında önemli bir rol oynar ve oldukça yararlı kuyruk modelleri bu iki dağılıma dayanır. Poisson süreci tesadüfi bir süreç olup aşağıdaki koşulları sağlamalıdır;²²

1. Bir zaman aralığında meydana gelen olayların sayısı daha önceki dönemlerde meydana gelen olaylardan tamamiyle bağımsızdır.

2. Geliş oranı λ ve servis oranı μ ele alınan tüm zaman diliminde sabit varsayılır.

3. Küçük zaman biriminde meydana gelen bir olayın olasılığı süreç oranı ile süre zaman birimi çarpımıdır.

Sürecin belirli bir zaman aralığında meydana gelen geliş ve servislerin tamamlanma olasılığını sağlayan dağılım Poisson dağılımıdır. Süreç olaylarının (geliş ve servisin tamamlanması) meydana gelişleri arasındaki sürelerin olasılığını sağlayan dağılım ise Üstel dağılımdır.

²²Gilbert Gordon , *Quantitative Decision Making For Business*, Prentice Hall International Inc. , London 1978 , s.422-423

1.8 DAĞILIMIN UYGUNLUK TESTİ

Toplanan veriler ile bilinen dağılımlar arasında belli bir benzerlik kurulabilirse , o zaman en uygun dağılımı ve uygunluk derecesini belirlemek için istatistik testler uygulanır.Bunlardan en çok kullanılanları "Ki-Kare " testi veya "Kolmogorov - Smirnov " testidir.²³

Her iki test de de önce bir hipotezin kabulü yapıp sonradan testin kabulüne veya reddine karar verilir.Hipotezi kurmak için " Hipotez " testi denilen istatiksel teknikten faydalanılır.

1.8.1 HİPOTEZ TESTİ : İstatiksel çalışmalarda devamlı kütle üzerinde çalışma yapmak hem pahalı , hem de zaman alıcıdır.Bu nedenle örnekleme yapılır.Ana kütle ile örnek kütlelerin aynı dağılımdan geldiğini , örnek kütle için elde edilen sonuçların ana kütleyle de temsil ettiğini göstermek amacıyla bir H_0 hipotezi kurulur.Bu hipotezde yapılan hesaplamalar açısından ana kütle ile örnek kütle arasında fark olmadığı kabul edilir.Bunun alternatifi olan hipotez ise (H_a) örnek ve ana kütle arasındaki farkın örnekleme hatasından kaynaklandığını kabul eder. H_0 hipotezinin kabulü halinde H_a hipotezi reddedilir.

Ana kütle ve örnek kütle her zaman normal dağılmaz.Çalışmalar daha çok örnek kütle üzerinden yapılacağı için gözlem sonucu elde edilen frekans dağılımının olayın tümü ele alındığında belirli bir kuramsal dağılıma makul ölçüde uygun olup olmadığını (buna uygunluk testi denir) veya frekansların aynı anda iki özelliğe göre dağıldığını göz

²³Prof. Dr. Haluk Erkuş , a.g.e... ,s.138-139

önüne alarak bu iki özellik arasında anlamlı bir ilişki bulunup bulunmadığını (buna bağımsızlık testi denir) test etmek amacıyla kullanılır.

1.8.2 Kİ - KARE UYGUNLUK TESTİ : Gözlem frekansı ile beklenen frekans arasındaki farkın ölçüsü ki-kare değeri ile belirlenir. Ki-kare testi 1903 'de Karl Pearson tarafından önerilmiştir. Ronald Fisher testi geliştirmiş ve 1924 'de Ki- Kare kritik değerleri yayınlanmıştır.

Test başlıca ;²⁴

1-Gözlem sonuçlarına göre hesaplanan sapma göstergesi , ve

2- χ^2 tablosundan , V serbestlik derecesi ve α anlam eşiğine göre okunan tablo değerinin kıyaslanması esasına dayanır.

F_g :Gözlem frekansı

F_h :Teorik değere göre tahmin edilen frekans

$$\chi^2 = \frac{\left(F_g - F_h \right)^2}{F_h} \quad (2)$$

formülüyle bulunur. Bu ifadeden hesaplanan değer ile tablo değeri karşılaştırılır.

²⁴Doç. Dr. Ateş Vuran ,*İstatistik 2 ,İhtimaller İstatiksel Takdir , İ.İ.T.İ.A İşletme Fakültesi ve Kantitatif Araştırmalar Enstitüsü Yayını No:82/2 , 1982 s.155*

$$X^2_{\text{hesap}} < X^2_{\text{tablo}} \Rightarrow H_0 \text{ kabul edilir}$$

$$X^2_{\text{hesap}} \geq X^2_{\text{tablo}} \Rightarrow H_0 \text{ red edilir}$$

Ki -kare tablosu $(1 - \alpha)$ anlam düzeyine karşılık serbestlik derecesi ile verilir. Serbestlik derecesini bulmak için ,

$$V = (k - 1) - g \quad (3)$$

formülü kullanılır.

V: Serbestlik derecesi

k: Grup veya şık sayısı

g: Ho Hipotezindeki dağılımın parametre sayısı

Uygunluk testi kullanılırken gerçek frekansların kullanılmasına , ayrıca herbir sınıf veya aralık için beklenen frekansın 5 veya daha fazla olmasına dikkat edilmelidir. Aksi halde komşu sınıflar gruplanmalıdır.²⁵

1.9 KUYRUK SİSTEMLERİ

Günlük yaşantımızda herhangi bir hizmete gerek duyulduğunda servisi veren kişi meşgul ise , orada bir kuyruk oluşur bu durumda sıra bize gelinceye kadar beklemek zorunda kalırız. Hizmeti alan kişi kuyruktan çıkar ve bu böylece sürüp devam eder.

²⁵Doç.Dr. Ateş Vuran , a.g.e..., s.161

Bazı durumlarda servis çalışmaya başlamadan , bir an önce hizmet almak isteyenler bir kuyruk oluşturabilirler.(Örneğin postanenin açılmasını bekleyen kişiler gibi .) Bu durumda kuyruk sistemi çalışmaya başladığında sistemdeki birimler , ilk durum ve geçen sürece etkilenirler.Bu zamanda sistemin geçici durum koşulunda olduğu söylenir.Yeterli bir süre geçtikten sonra sistemin durumu normal haline döner.Sistem çalışma zamanının çoğunda bu şekilde çalışır.

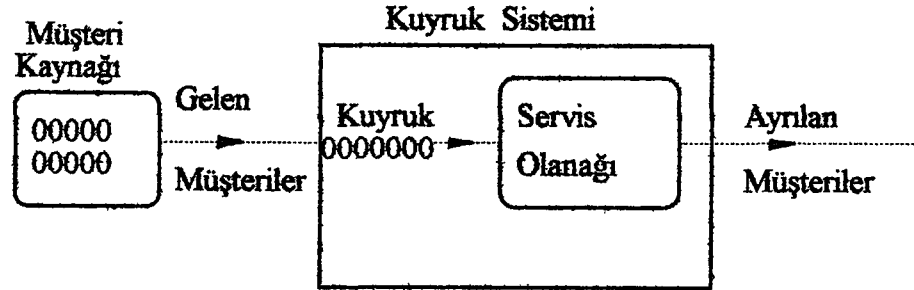
Çeşitli kuyruk sistemleri vardır.Herzaman çoğunlukla karşılaşılan en basit kuyruk sistemi belirli bir zamanda en önce gelen müşteriyi servise alan ve sonra gelenleri kuyrukta bekleterek servis olanakları sağlayan tek kanallı olanıdır.Buna tek kuyruk ,tek servis sistemi de denir.

Kuyruk prosesi , müşterilerin servis verilen yere gelmeleri , bütün servisler dolu ise bir bekleme hattında beklemeleri (kuyruk) , servis almaları ve bu faaliyetin yapıldığı yeri terketmeleri ile oluşan bir prosestir.²⁶

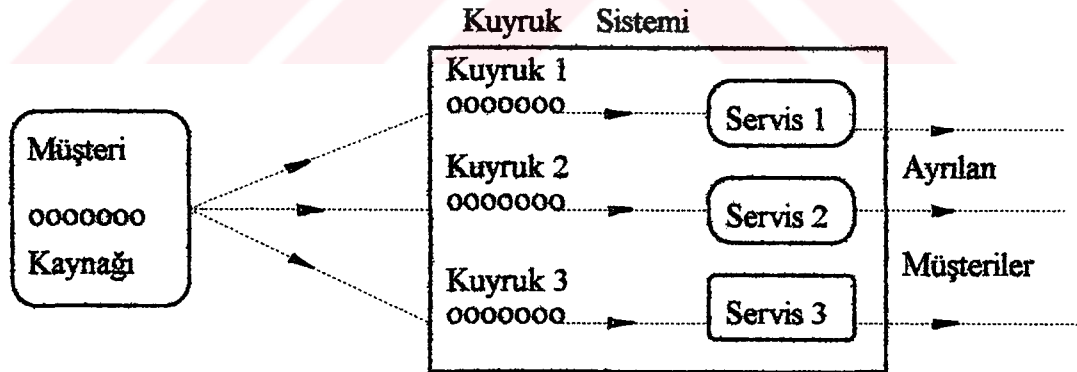
²⁶Richard Bronson ,*Theory And Problems Of Operations Research , Schaum's Outline Series McGraw - Hill International Editions , Singapore 1982 , Chapter 22 ,s.266*

Aşağıda çeşitli kuyruk sistemleri verilmiştir;²⁷

= Tek Kuyruk , Tek Servis Sistemi ;

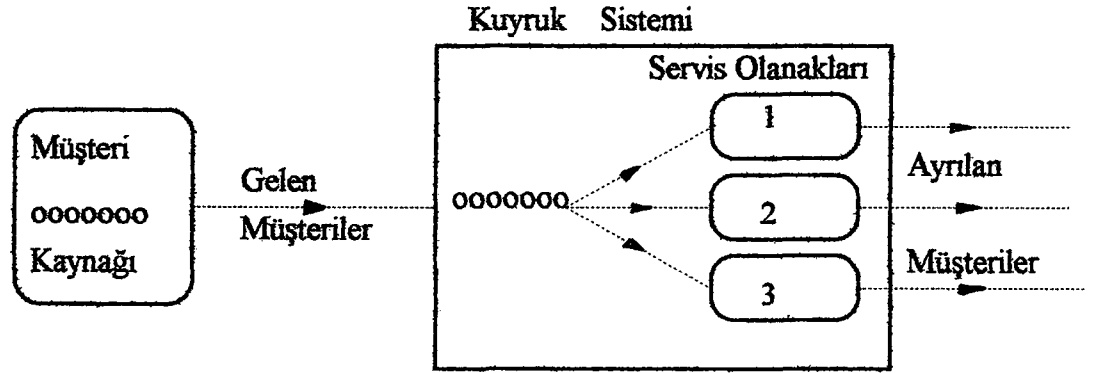


= Çoklu Kuyruk , Paralel Halinde Çoklu Servis Sistemi ;

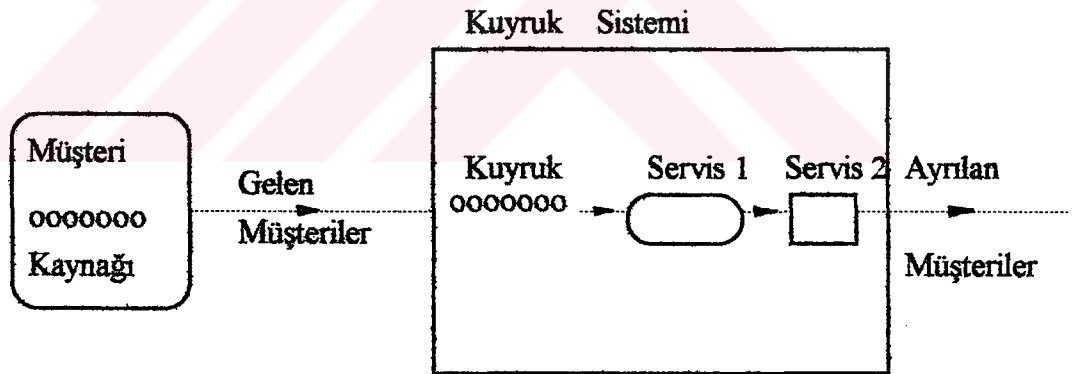


²⁷Richard Bronson , a.g.e... , Chapter 22 s.267

≡ **Tek Kuyruk , Paralel Halinde Çoklu Servis Sistemi ;**



≡ **Tek Kuyruk , Seri Halinde Çoklu Servis Sistemi ;**



1.10 KUYRUK MODELLERİNİN İFADESİNDE KENDAL LEE TAHA SİMGELEMESİ

D. Kendal (1953) çok kanallı kuyruklarda geliş dağılımı , servis süresi dağılımı ve sistem de bulunan servis sayısını tanımlamak üzere kullanışlı bir notasyon önermiştir. Daha sonra A. Lee (1966) notasyona dördüncü ve beşinci karakteristikler eklemiştir ki bunlar servis disiplini ve sistemde bulunan maksimum müşteri sayısıdır.,²⁸

H. A. Taha (1968) altıncı bir karakteristik olan geliş kaynağını simgelemeye katarak onları daha kapsamlı kılmıştır;

Tüm bir simgeleme ³²

$(a / b / c) : (d / e / f)$ şeklindedir. Bu simgelerin anlamları ise ;

a: Geliş (veya gelişler arası) dağılımı

b: Ayrılış (veya servis süresi) dağılımı

c: Sistemde bulunan paralel servis kanalları sayısı

d: Servis disiplini

e: Sistemde müsaade edilen maksimum müşteri sayısı (servis + kuyruk)

f: Geliş kaynağı

²⁸ Hamdy A. Taha , a.g.e... , s. 453

Verilen simgelemede bulunan özellikleri toplu halde açıklayacak olursak;

a ve b simgeleri

M: Poisson (Markovian) geliş ve ayrılış dağılımları

D :Deterministik gelişler arası süre veya servis süresi

E_k :Gelişler arası veya servis dağılımının Erlang veya Gamma dağılımı (k parametresi ile)

G₁ :Gelişlerin (veya gelişler arası sürenin) bağımsız dağılımı

G:Ayrılış (veya servis süresinin) genel dağılımı

d simgesi ;

FIFO : İlk giren ilk çıkar (First in first out)

LCSF :Son giren ilk çıkar (Last come first served)

SIRO : Rastgele servis (Service in random order)

GD :Genel servis disiplini (General service discipline)

c simgesi ;Paralel servis kanalı sayısını belirleyen pozitif bir değerdir.e ve f simgeleri ;Sonlu ve sonsuz kuyruklarda olmak üzere , sistemde ve geliş kaynağında bulunan birey sayısını vermektedir.²⁹

Bir örnek verilecek olursa ;

²⁹Hamdy A. Taha , a.g.e... ,s.454

$(M/M/C):(FIFO/N/\infty)$

M :Poisson Gelişli

M :Poisson Ayrılış

C :Paralel Kanal Sayısı

FIFO : İlk Giren İlk Çıkar

N :Sistemdeki Müşteri Sayısı

∞ :Sonsuz Geliş Kaynağı

Kuyruk problemlerini incelemeye yararlı görülerek verilen simgeleme seri ve karma (=şebekesi gibi) düzenli kuyrukları tanımlamakta faydasız veya yetersiz kalmaktadır.³⁰

1.11 TEK KANALLI KUYRUK MODELLERİ

1.11.1 ÜSTEL SERVİSLİ SINIRSIZ KUYRUK MODELİ

Bu modelde sisteme müşterilerin geliş süreçleri Poisson dağılımına ve servis sürelerinin Üstel dağılıma uyduğu, servisin ilk gelen ilk hizmet görür kuralına göre işlediği kabul edilmektedir. Ayrıca ortalama servis oranı, ortalama müşterilerin geliş oranından büyüktür. Bu durumda ($\mu > \lambda$) tüm müşterilere servis verme olanağı vardır. Eğer müşterilerin geliş oranı, ortalama servis verme olanağından büyük

³⁰Doç.Dr. Müh.Ösman Halaç, a.g.e... ,s.240

olursa ($\lambda > \mu$) kuyruk belirsizce büyüyecektir.(Kuyruk yapısı sonsuz olma özelliği gösterecektir.)

P_n , verilen bir zamanda sistemde n sayıda müşteri bulunma olasılığıdır.

Kuyruk sisteminin işleyişi ; başlangıç koşullarına yeni müşterilerin sayısına , kuyruk özelliğine (sonlu veya sonsuz) servis sayısı ile müşterilerin geliş dağılımına dayanır.Gelişlerin Poisson , servislerin üstel ve kuyruk uzunluğunda bir sınırlandırmaya gidilmediğinde aşağıdaki formüller uygulanabilir. Aşağıdaki formüllerin geçerli olabilmesi için trafik yoğunluğunun ;³¹

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1 \quad \text{olması gerekir.}$$

- Sistemde n birim bulunma olasılığı ;

$$P_n = (1 - \rho) \rho^n \quad (4)$$

- Servis verenin boş olma olasılığı ;

P_0 :Sistemde müşteri olmama olasılığını gösterir. (Yani kimse servis görmemekte)

$$P_0 = 1 - \rho \quad (5)$$

³¹Prof.Dr. Ahmet Öztürk ,a.g.e...,s.270-271-272

- Sistemde ortalama müşteri sayısı (L_s) ;

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{\rho}{1 - \rho} = L_q + \rho = \lambda W_s \quad (6)$$

- Ortalama (Beklenen) kuyruktaki müşteri sayısı veya ortalama kuyruk uzunluğu;

$$L_q = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} - \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{\rho^2}{1 - \rho} = L_s - \rho \quad (7)$$

- Servis ilk gelen ilk hizmet görür , kuralına göre verilirse yeni gelen müşterinin bekleme süresi yani müşterinin kuyrukta harcadığı ortalama zaman ;

$$W_q = \frac{\rho}{\mu - \lambda} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = W_s - \frac{1}{\mu} = \frac{L_s}{\mu} \quad (8)$$

- Kuyruk sisteminde müşterilerin harcadığı ortalama zaman ,

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda} = W_q + \frac{1}{\mu} = \frac{L_s + 1}{\mu} \quad (9)$$

Bu formül aynı zamanda yeni gelen müşterinin servis almak için harcadığı toplam süredir.

- Müşterilerin sistemde t birim zamanından daha fazla harcamalarının olasılığı

$$W_s(t) = e^{-t / w_s} \quad (t \geq 0) \quad (10)$$

Müşterilerin kuyrukta t birim zamandan daha fazla süreyi harcamalarının olasılığı da aşağıdaki formülle gösterilir.

$$W_q(t) = \rho e^{-t / w_s} \quad (t \geq 0) \quad (11)$$

ÖRNEK PROBLEM 1-³²

Büyük bir giyim mağazası , müşterileri için , bir terzi ile anlaşmıştır.Müşteri gelişlerinin Poisson dağılımına uyduğu ve bir saatteki ortalama geliş oranının 24 kişi olduğu saptanmıştır.Müşterilere ilk gelen ilk servis görür kuralına göre hizmet verilmekte ve müşteriler terzinin servisi için beklemeyi kabul etmektedirler.Servisin üstel dağılım gösterdiği , terzinin bir kişiye 2 dakika harcadığı tespit edilmiştir.

a) Terziyi bekleyen ortalama müşteri sayısı kaçtır ?

b)Müşterilerin harcaması beklenen ortalama zaman ne kadardır ?

c)Terzinin boş kalma olasılığı nedir ?

³²Richard Bronson , a.g.e...,s.275

d) Bir müşterinin terziyi 10 dakikadan daha fazla bekleme olasılığı nedir ?

e) Müşterilerin kuyrukta bekleme süresi ne kadardır ?

ÇÖZÜM ;

a) $\lambda = 24$ geliş / saat

$\mu = 1/2$ servis / dakika $\Rightarrow 30$ servis / saat

$\rho = 24/30 = 0.8$

$L_s = 0.8 / (1 - 0.8) = 4$ müşteri

b) $W_s = 1 / (30 - 24) = 1 / 6$ saat = 10 dakika

c) $P_0 = 1 - 0.8 = 0.2$ veya % 20

d) $t = 10$ dakika $\Rightarrow t = 1/6$ saat

$W_q(t) = 0.8 e^{-10/10} = 0.2943$ veya % 29

e) $W_q = 0.8 / (30 - 24) = 0.133$ saat $\Rightarrow 8$ dakika

ÖRNEK PROBLEM 2³³

Bir ekmek fabrikasına müşterilerin gelişleri poisson dağılımına göre ve saatte 42 kişidir. Fırındaki satış personeli ortalama saatte 60 kişiye hizmet verebilmektedir. Fırın günde 10 saat çalışmakta ve

³³Prof.Dr. Ahmet Öztürk , a.g.e..., s.275

ekmekleri satan kişiye saatte 80.000 TL ödenmektedir. Müşterilerin beklemekten ötürü maliyetlerinin saatte 100.000 TL olduğu kabul edilmektedir. Yönetici satışların daha hızlı yürütülmesi için ek Self-Servis sistemi kurarak bir saatlik servis oranını 80 kişiye çıkartmak istemektedir. Ek sistemin işletmede yerleştirilmesi günlük maliyeti 200.000 TL arttıracaktır. Buna göre ,

- a) Fırındaki müşterilerin ortalama sayısını nedir ?
- b) Müşterilerin fırında harcadıkları ortalama zaman ne kadardır ?
- c) Kuyruktaki müşterilerin ortalama sayısı nedir ?
- d) Kuyruktaki müşterilerin harcadığı ortalama zaman ne kadardır ?
- e) Self -Servis sistemi yerleştirilmeden önceki günlük toplam maliyeti ne kadardır ?
- f) Ek Self-Servis sistemi işletmeye ne kadarlık bir arttırım sağlayacaktır ?

ÇÖZÜM

$$a) \lambda = 42 \text{ müşteri / saat} \quad \mu = 60 \text{ servis / saat}$$

$$L_s = 42 / (60 - 42) = 2.3 \text{ müşteri}$$

$$b) W_s = 1 / (60 - 42) = 0.055 \text{ saat} \Rightarrow 3.3 \text{ dakika}$$

$$c) L_q = 42^2 / 42 (60 - 42) = 1.6 \text{ müşteri}$$

$$d) W_q = 42 / 60 (60 - 42) = 0.038 \text{ saat} \Rightarrow 2.28 \text{ dakika}$$

$$e) \text{Fırındaki personelin günlük ücreti} = 10 * 80.000 = 800.000 \text{ TL}$$

$$\text{Müşterilerin bekleme maliyeti} = 0.055 * 100.000 \cong 5.556 \text{ TL}$$

Fırına saatte 42 müşteri geldiğine göre , 10 saatte $42 * 10 = 420$ müşteri gelir. Müşterilerin beklemekten dolayı günlük maliyeti ,

$$420 * 5.556 \cong 2.333.520 \text{ TL}$$

$$\text{Toplam günlük maliyet} = \text{Kuyruk maliyeti} + \text{Personel maliyeti}$$

$$= 2.333.520 + 800.000 = 3.133.520 \text{ TL}$$

f) Yönetici işletmesinde Self -Servis sistemi kurarsa , satış personelinin servis oranı $\mu = 80$ müşteri / saat olacaktır. Bu durumda müşterilerin fırında harcayacakları süre ,

$$W_s = 1 / (80 - 42) = 1.6 \text{ dakika}$$

$$\text{Günlük kuyruk maliyeti} = (1 / 38) * 100.000 * 420 \cong 1.105.263 \text{ TL}$$

$$\text{Toplam günlük maliyet} = \text{Personel ücreti} + \text{Self -Servis maliyeti}$$

$$+ \text{Kuyruk maliyeti}$$

$$= 800.000 + 200.000 + 1.105.263 = 2.105.263$$

Yönetici Self -Servis sistemini yerleştirdiği takdirde ,

Günlük gelirden artım = 3.133.520 - 2.105.263 =1.028.257 TL olacaktır.

1.11.2 SONLU GELİŞ KAYNAKLI TEK KANALLI KUYRUK MODELLERİ

Bazı kuyruk problemlerinde hizmet için gelen müşterilerin sayısına kısıt getirilir.(Sistemde olması istenen maksimum müşteri sayısı limitlendirilmiştir)Belirli bir zamanda ancak N sayıda müşteri hizmet için kuyruk sistemine gelir ve kuyruk uzunluğu N-1 'den büyük olamaz.

Örneğin bir ustabaşı fabrikada ancak N sayıda makinenin onarımından sorumlu olur.Onarım için gelen makinelerin kuyruktaki sayısı N-1'dir.Bir anlamda sınırlı bir kuyruk vardır. Kuyruk sistemindeki en fazla müşteri sayısını N , müşterilerin gelişlerinin Poisson dağılımına göre ve kuyruğun sonlu olduğunu kabul edelim.Ayrıca müşterilerin servis verme süresi üstel dağılımlı ise aşağıdaki formüller yazılabilir ;³⁴

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^N \frac{N!}{(N-n)!} \rho^n \right]^{-1} \quad (12)$$

$$P_n = \frac{N!}{(N-n)!} \rho^n P_0 , \quad (n=1,2,...N) \quad (13)$$

³⁴Prof.Dr.Ahmet Öztürk ,a.g.e...s.277-278

$$L_s = N - \frac{1 - P_0}{\rho} \quad (14)$$

$$L_q = N - \frac{\rho + 1}{\rho} (1 - P_0) \quad (15)$$

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} \quad (16)$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad (17)$$

ÖRNEK PROBLEM 3 -

Bir fabrikada bir tamirci 4 makinanın bakımından sorumludur. Herbir makinanın bakıma gelişlerarası süresi 10 saattir. Bakıma alınan makinanın ortalama servis süresi 2 saattir.

Buna göre ,

a) Dört makinanın çalışır durumda olma olasılığı nedir ?

b)Dört makinanın kuyruk sisteminde olma olasılığı nedir ?

c)Çalışır durumda olan makinaların ortalama sayısı nedir ?

ÇÖZÜM

a) Problemde müşteri sayısı $N=4$, hizmet veren bir kişidir.

$$\rho = (1 / 10) / (1 / 2) = 1 / 5$$

$$P_0 = \left[\frac{4!}{4!} (1/5)^0 + \frac{4!}{3!} (1/5)^1 + \frac{4!}{2!} (1/5)^2 + \frac{4!}{1!} (1/5)^3 + \frac{4!}{0!} (1/5)^4 \right]^{-1} = 0.39$$

$$b) P_4 = \frac{4!}{0!} (1/5)^4 0.39 = 0.01$$

c)Çalışır durumda olan makinaların sayısını bulmak için önce onarımda olan makinaların sayısını bulmak gerekir.

$$L_s = (4) - (1 - 0.39) / (1/5) = 0.95$$

Çalışır durumda olan makina sayısı ise $4 - 0.95 = 3.05$

1.11.3 SONSUZ GELİŞ KAYNAKLI , SONLU TEK KANALLI KUYRUK MODELLERİ

Bir işletmenin kuyruk sistemi herhangi bir anda ancak belirli sayıda müşteriye hizmet verebilmektedir. Sistem ancak M sayıda müşteriye hizmet verebiliyorsa , herhangi bir zamanda kuyrukta bekleyen müşteri sayısı sonlu olup , bu sayı M-1 'den fazla olamaz. Kuyruk sistemine ek müşteri geldiğinde kuyruk dolu ise hizmet görmeden sistemi terketmelidir. Bu model kullanım faktörünün (ρ) birden küçük olması gibi bir koşula bağlı değildir. Bu modele sınırlandırılmış kuyruk modeli de denir ve aşağıdaki formüller yazılabilir.³⁵

P_M : Sistemin dolu olma olasılığı ise

Etkin geliş oranı ,

$$\lambda_e = \lambda (1 - P_M) \quad (18)$$

ve etkin trafik yoğunluğu da ;

$$\rho_e = \frac{\lambda_e}{\mu} = \frac{\lambda (1 - P_M)}{\mu} \quad (19)$$

$$\rho_e = \rho (1 - P_M) \quad (20)$$

³⁵Prof.Dr.Ahmet Öztürk ,a.g.e...s.280-281

Kuyruk modeli için denge denklemleri;

$$\begin{aligned}\lambda P_0 &= \mu P_1 & (n=0) \\ \lambda P_n + \mu P_n &= \lambda P_{n-1} + \mu P_{n+1} & (n=1,2,3,\dots,M-1) \\ \lambda P_{M-1} &= \mu P_M & (n=M)\end{aligned}$$

M : Kuyruk sisteminde en fazla müşteri sayısı

P_0 : Sistemde müşteri olmama olasılığı

$$P_0 = \frac{1 - \lambda / \mu}{1 - (\lambda / \mu)^{M+1}} = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{M+1}}, \quad \lambda \neq \mu \quad \text{veya} \quad \rho \neq 1 \quad (21)$$

$$P_0 = \frac{1}{M+1}, \quad \rho = 1 \quad (22)$$

- Sistemde n sayıda müşteri bulunma olasılığı (P_n)

$$P_n = (\lambda / \mu)^n P_0 \quad (23)$$

$$P_n = \rho^n P_0, \quad 0 \leq n \leq M \text{ veya } \lambda \neq \mu \quad \rho \neq 1 \quad n=0,1,2,\dots,M \quad (24)$$

$$P_n = \frac{1}{M+1}, \quad (\lambda = \mu) \quad (25)$$

- Sistemde ortalama müşteri sayısı (L_s)

$$L_s = \frac{\lambda / \mu}{1 - \lambda / \mu} - \frac{(M+1)(\lambda / \mu)^{M+1}}{1 - (\lambda / \mu)^{M+1}}, \quad (\lambda \neq \mu) \quad (26)$$

$$L_s = \frac{M}{2}, \quad (\lambda = \mu \text{ veya } \rho = 1) \quad (27)$$

- Gelen müşteri potansiyelini kaybetme oranı (sistemin dolu olma oranı);

$$P_M = P_0 \rho^M \quad (28)$$

- Etkin geliş oranı ,

$$\lambda_e = \lambda (1 - P_M) \quad (29)$$

- Etkin trafik yoğunluğu ,

$$\rho_e = \lambda_e / \mu \quad (30)$$

Kuyruk uzunluğu , servis kanalının meşgul olma süre oranını $(1 - P_0)$ ortalama müşteri sayısından çıkarmakla bulunur.

Yani ;

$$L_q = L_s - (1 - P_0) = \lambda_e W_q \quad (31)$$

- Müşterinin kuyrukta ortalama bekleme süresi

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda (1 - P_M)} = \frac{L_q}{\lambda} = W_s - \frac{1}{\mu} \quad (32)$$

- Müşterilerin sistemde harcadıkları ortalama süre ,

$$W_s = \frac{L}{\lambda \left(1 - \rho^M P_0\right)} = \frac{L}{\lambda (1 - P_M)} = \frac{L}{\lambda_e}$$

$$= W_q + \frac{1}{\mu} \quad (\lambda \neq \mu) \quad (33)$$

$$W_s = \frac{1}{\mu} \frac{M+1}{2} \quad (\lambda = \mu) \quad (34)$$

ÖRNEK PROBLEM 4³⁶

Bir yıkama servisi , arabaları yıkanmaya alınmadan önce park edebileceği yerlerin sayısını belirlemek istemektedir. Bir arabanın yıkanması 10 dakika almaktadır ve üstel bir dağılım izlemektedir. Müşterilerin ortalama 12 dakikada rastgele yıkama servisine gelecekleri düşünülür. Park yeri yoksa müşteriler arabalarını başka yere alacaklardır .Araba yıkanırken park yerini işgal etmediği varsayılarak ,

³⁶Prof Dr.Ahmet Öztürk ,a.g.e...,s.281

Sıfır sayıda park yeri , İki park yeri , Dört park yeri

b)Üç park yeri olduğunda sistemde bekleme süresini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$a) \mu = 1 / 10 \quad \lambda = 1 / 12 \quad \rho = (1 / 12) / (1 / 10) = 5 / 6$$

$$M = 1 \quad P_0 = [1 - (5 / 6)] / [1 - (5/6)^{1+1}] = 0.545$$

$$P_M = 0.545 * 0.833^1 = 0.453 \Rightarrow \% 45.3$$

$$b) M = 3 \quad P_0 = [1 - (5 / 6)] / [1 - (5/6)^{3+1}] = 0.323$$

$$P_M = 0.545 * 0.833^3 = 0.186 \Rightarrow \% 18.6$$

$$c) M = 5 \quad P_0 = [1 - (5 / 6)] / [1 - (5/6)^{5+1}] = 0.252$$

$$P_M = 0.545 * 0.833^5 = 0.100 \Rightarrow \% 10$$

$$d) M = 4$$

$$L_s = \frac{5/6}{1-5/6} - \frac{5(5/6)^5}{1-(5/6)^5} = 1.64$$

$$P_0 = [1 - (5 / 6)] / [1 - (5/6)^{4+1}] = 0.279$$

$$W_s = [1.64] / [(1/12) (1-(5/6)^4 * 0.279)] = 22.74$$

1.12 ÇOK KANALLI KUYRUK MODELLERİ

Çok kanallı kuyruk modellerinde tek hat veya çok hat halinde kuyruk sistemine gelen müşterilere servis , iki veya daha fazla paralel servis kanalinca sağlanabildiği gibi tek hat halinde gelen müşterilere servis olanakları birbirini izleyen seri halindeki kanallarca da verilebilir.

1.12.1 SONSUZ GELİŞ KAYNAKLI , SONSUZ KUYRUKLU ÇOK KANALLI MODEL

Bu kuyruk modelinde müşterilerin geliş kaynağı sonsuzdur ve kuyruk uzunluğunu sınırlayıcı herhangi bir faktör yoktur. Aynı servisi vermekte olan kanallardan birine müşteri sırası gelince girer ve hizmeti alıp sistemi terkeder. Müşterilerin sisteme geliş dağılımları Rastgele veya Poisson , servis süreleri ise Üstel dağılımlıdır. Örnek olarak süpermarketler , bankalar verilebilir.

Modelde c sayıda servis kanalı olduğu kabul edilir. Kuyruk sistemine gelen müşterilerin sayısı n , kanal sayısından az veya ona eşit ise , yani $n \leq c$ kuyrukta beklemeden müşteri hizmet göreceğinden kuyrukta bekleme süresi olmayacaktır. Buna karşın $n > c$ ise c sayıda müşteriye hizmet sunulacağından $n-c$ sayıdaki müşteri kuyrukta bekleyecektir.³⁷

Sistemin işleyebilmesi için ;

$$\frac{\lambda}{c\mu} < 1 \quad \text{veya} \quad \frac{\lambda}{\mu} < c$$

olmalıdır.

³⁷Prof. Dr. Ahmet Öztürk , a.g.e... ,s.284

Bu kuyruk modeli için aşağıdaki denklemler yazılabilir;³⁸

- Kuyruk sisteminde n sayıda müşteri bulunma olasılığı ;

$$P(n) = \left(\lambda / \mu \right)^n \frac{P_0}{n!} = \rho^n \frac{P_0}{n!}, \quad 0 \leq n \leq c \quad (35)$$

$$P(n) = \left(\lambda / \mu \right)^n \frac{P_0}{c! c^{n-c}} = \rho^n \frac{P_0}{c! c^{n-c}}, \quad n \geq c \quad (36)$$

- Sistemde müşteri bulunmama olasılığı ise ;

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{c-1} \frac{1}{n!} (\lambda / \mu)^n + \left[\frac{1}{c!} (\lambda / \mu)^c \frac{c\mu}{c\mu - \lambda} \right]}$$

$$= \frac{1}{\sum_{n=0}^{c-1} \frac{1}{n!} \rho^n + \frac{\rho^c}{c!(1-\rho/c)}}$$
(37)

³⁸Prof.Dr.Ahmet Öztürk ,a.g.e..., s.285

- Gelen müşterilerin bekleme olasılığı yani $n \geq c$ olduğunda ,

$$P(n \geq c) = \sum_{n=c} P_n$$

$$P_n = \left(\lambda / \mu \right)^c \frac{\mu}{(c-1)!(c\mu - \lambda)} P_0 \quad (38)$$

- Bekleme hattında ortalama müşteri sayısı(ortalama kuyruk uzunluğu)

$$L_q = \frac{\lambda \mu (\lambda / \mu)^c}{(c-1)!(c\mu - \lambda)^2} P_0 \quad (39)$$

- Sistemdeki ortalama müşteri sayısı ; sözü edilen sayı bekleme hattındaki ortalama müşteri sayısı ile servisteki ortalama müşteri sayısı toplamıdır.Yani ;

$$L_s = \frac{\lambda \mu (\lambda / \mu)^c}{(c-1)!(c\mu - \lambda)^2} P_0 + \lambda / \mu = L_q + \rho \quad (40)$$

- Kuyrukta herhangi bir müşterinin harcadığı ortalama süre

$$W_q = \frac{\mu (\lambda / \mu)^c}{(c-1)! (c\mu - \lambda)^2} P_0 = \frac{L_q}{\lambda} \quad (41)$$

- Sisteme gelen herhangi bir müşterinin harcadığı ortalama süre

$$W_s = W_q + 1 / \mu \quad (42)$$

ÖRNEK PROBLEM 5-

Bir kuaför salonunda 3 kişi müşterilere hizmet vermektedir. Müşterilerin kuaför'e gelişleri rastgele ve gelişlerin oranı saatte ortalama 3 kişidir. Her müşteriye verilen hizmet 30 dakika sürmekte ve servis süresi üstel bir dağılım göstermektedir. Buna göre ;

a) Kuaför salonunda hizmet veren üç kişinin boş kalma olasılığı nedir?

b) En az bir kişinin meşgul olma olasılığı nedir ?

c) Sistemde bekleyen müşterilerin sayısı kaçtır ?

ÇÖZÜM

a) $c = 3$, $\lambda = 3$, $\mu = 60/30 = 2$, $\rho = (3) / (2) = 3/2$

$$P_0 = \frac{1}{\frac{1}{0!} \left(\frac{3}{2}\right)^0 + \frac{1}{1!} \left(\frac{3}{2}\right)^1 + \frac{1}{2!} \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^3}{3! \left(1 - \frac{3/2}{3}\right)}} = 8/38$$

$$b) P_1 = 1 - P_0 = 1 - (8/38) = 30/38$$

c)

$$L_s = \frac{3 * 2 \left(\frac{3}{2}\right)^3}{(3-1)!(3*2-3)^2} \frac{8}{38} + \frac{3}{2} = 1.7 \text{ kişi}$$

ÖRNEK PROBLEM 6³⁹

Bir petrol rafinerisinde iki kanaldan tankerlere petrol ürünleri verilmektedir. Rafinerinin ürünleri, rafinerinin kendi tankerleri ve diğer firmaların tankerlerince taşınmaktadır. Diğer firmalar kendi tankerlerinin rafineride bekletildiklerinden şikayetçi olmaktadır. Tankerlerin rafineriye gelişleri ortalama saat başına iki tankerdir ve bir saatte ortalama üç tanker doldurulmaktadır. Tankerlerin %30 'u diğer firmalarındır.

Tankerlerin rafineriye gelişleri ve dolum işleri poisson dağılımına göre olduğunda

a) Herhangi bir tankerin bekleme olasılığı nedir ?

b) Herhangi bir tankerin kuyrukta bekleme olasılığı nedir ?

³⁹Prof.Dr. Ahmet Öztürk, a.g.e...s.289

c)Diğer firma tankerlerinin günlük toplam beklenen bekleme süresi nedir ?

ÇÖZÜM

a) $c = 2$, $\lambda = 2$ tank /saat , $\mu = 3$ tank /saat $n \geq$ olduğundan

$$P_0 = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2}(0.67)^2 \frac{6}{(6-2)}} = 0.5$$

$$P_2 = \frac{1}{2!} \left(\frac{2}{3} \right)^2 \frac{(2)(3)}{(2)(3)-2} (0.5) = 0.167 \Rightarrow \% 16.7$$

$$b) W_q = \frac{3 \left(\frac{2}{3} \right)^2}{(2-1)!(2*3-2)^2} (0.5) = 0.042 \text{ saat}$$

Herhangi bir tankerin kuyrukta bekleme olasılığı ;

$$W_n = 0.042 / 0.167 = 0.252 \Rightarrow \%25.2$$

c) Günlük tanker sayısı $= 2*8 = 16$ Firma yüzdesi $= \%30$

Bir tanker için beklenen süre $= 0.042$

Beklenen süre $= 16(0.3)(0.042) = 0.202$ saat / gün

1.12.2 SONLU GELİŞ KAYNAKLI ÇOK KANALLI MODEL ;

Kuyruğu oluşturacak olan müşterilerin sayıları bazen küçük sayıda olabilir.Bu durumda kuyruk sistemine girecek müşteri sayısı (N) sınırlıdır.

Kanal sayısı (c) birden fazla sayıldığı gibi ayrıca $1 \leq c \leq N$ yani kanal sayısı müşteri sayısına eşit veya ondan küçük sayılır.Sistem için aşağıdaki formüller yazılabilir,

- Sistemde herhangi bir müşterinin bulunmama olasılığı ;

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{c-1} \frac{N!}{(N-n)!n!} \rho^n + \sum_{n=c}^N \frac{N!}{(N-n)!c!c^{n-c}} \rho^n} \quad (43)$$

- Sistemde n müşteri bulunma olasılığı ;

$$P_n = \frac{P_0 N!}{(N-n)!n!} \rho^n, \quad 0 \leq n \leq c \quad (44)$$

$$P_n = \frac{P_0 N!}{(N-n)!c!c^{n-c}} \rho^n, \quad c \leq n \leq N \quad (45)$$

bağıntısı ile geçerlidir. Kanal sayısının değeri asla N'den büyük olamaz.

- Sistemde beklenen ortalama müşteri sayısı ,

$$L_s = \sum_{n=0}^{c-1} n P_n + \sum_{n=c}^N (n-c) P_n + c \left(1 - \sum_{n=0}^{c-1} P_n \right) \quad (46)$$

- Kuyrukta ortalama müşteri sayısı ;

$$L_q = \sum_{n=c}^N (n-c) P_n \quad (47)$$

ÖRNEK PROBLEM 7-40

Bir fabrikada 2 makinist 4 makinanın bakımından sorumludurlar. Herbir makina için servis gereksinimleri arası, ortalama zaman 10 saattir ve gelişler arası dağılımın üstel olduğu varsayılmaktadır. Makinaların bakımı aynı dağılımı izleyerek ortalama 2 saat sürmektedir. Herhangi bir makina bakıma alındığında, kaybedilen çalışma zamanının değeri saat de 80.000 TL.'dir. Makinistlerin herbirinin günlük ücretleri 250.000 TL.'dir.

a) Bakımda olan makinelerin beklenen sayısı kaçtır?

b) Toplam günlük maliyet ne kadardır ?

ÇÖZÜM

$$a) N=4 \quad c=2 \quad 1/\lambda = 10 \Rightarrow \lambda = 0.1 \quad 1/\mu = 2 \Rightarrow \mu = 0.5$$

$$P_0 = \frac{1}{\frac{4!}{4! \cdot 0!} (0 \cdot 2)^0 + \frac{4!}{3! \cdot 1!} (0 \cdot 2)^1 + \frac{4!}{1! \cdot 2! \cdot 2^1} (0 \cdot 2)^2 + \frac{4!}{0! \cdot 2! \cdot 2^2} (0 \cdot 2)^3} = 0.48$$

$$P_1 = 0.48 \frac{4!}{3! * 2!} (0 * 2)^1 = 0.38$$

$$P_2 = 0.48 \frac{4!}{2! * 2!} (0 * 2)^2 = 0.12$$

$c \leq n \leq N$ olduğundan ,

$$P_3 = 0.48 \frac{4!}{1! * 2! * 2!} (0 * 2)^3 = 0.02$$

$$P_4 = 0.48 \frac{4!}{0! * 2! * 2^2} (0 * 2)^4 = 0.002$$

$$L_s = 0(0.48) + 1(0.38) + 0(0.02) + 1(0.02) + 2(0.002) + 2(1 - 0.48 - 0.38) = 0.684$$

Günlük çalışma saati sekiz saat olduğuna göre makinaların bakımda olmaları $8(0.684) = 5.472$ saattir.

$$\begin{aligned} \text{Toplam günlük maliyet} &= (2 \text{ makinist}) (250.000) + (80.000)(5.472) \\ &= 837.760 \text{ TL} \end{aligned}$$

BÖLÜM 2

UYGULAMA

2.1 UYGULAMA

2.1.1 PROBLEMİN AÇIKLANMASI

Özellikle Türkiye gibi gelişmekte olan ülkelerde görülen , hızlı nüfus artışına bağlı olarak köyden kente göç , hemen her alanda işletmelerin kuyruk problemleriyle karşılaşmasına ve hizmetlerini gerektirdiği gibi yapamamalarına neden olmaktadır.Bu tür problemlerle sık sık karşılaşılan yerlerden birisi de bankalardır.Ben de böyle bir uygulama için bankanın uygun olacağını düşünerek Garanti Bankası Feneryolu Şubesini gözlem yapmak amacıyla seçtim.

Bu bankada da tabi ki amaç müşteri hizmetlerinin düzenli olarak zamanında ve müşteriye bekletmeden en seri biçimde yapılmasıdır.Bu durum banka şubelerinin bulunduğu yer ve gün itibariyle çok değişkenlikler göstermektedir.İş merkezlerine daha yakın olan şubelerin daha yoğun olacağı tahmin edilebilir.Ayrıca günlere bağlı olarak yapılan işler de çeşitlenmektedir. Tecrübe ile hangi gün ve saatlerde sıklıkla olacağı bilinebilir , fakat zamansız yığılmalarda söz konusudur.

Bankalarda kuyruk nedeniyle oluşacak problem müşterilerin zamanlarından çalacağı için , onların banka hakkında olumsuz görüşe sahip olmalarına neden olacaktır.Günümüz rekabet ortamında bu banka için bir dezavantajdır.

Benim de amacım yukarıda açıklamaya çalıştığım değişik sorunlara dayanarak , müşterilerine gelişen teknolojiyle en iyi hizmeti verebilme doğrultusunda çalışan bankanın , yapılacak gözlemlere bağlı

olarak geliş sıklığı ortalaması ile işlem sınırlarını tahmin edip olası yığılmaları önceden görebilmek , bankolara gelebilecek ortalama müşteri sayısını bularak , açılacak optimum banko sayısını belirlemek olacaktır.

Garanti Bankası Feneryolu şubesinde son zamanlarda uygulanmaya başlanan yeni bir çalışma doğrultusunda bankaya gelen müşteriler cari işlemler için tek bir kuyruğa girmektedir.Böylece müşterilerin yanlış yerde sırada beklemeleri önlenmiş olmakta , hizmet " ilk gelen ilk hizmet görür " kuralı ile işlerken kuyruğun ilerlemesinde haksızlıkların önüne geçilmiş olmaktadır.

Feneryolu şubesinde bütün cari işlemlere bakan iki banko bulunmaktadır.

Bir banka sistemi içerisinde birçok değişken bulunmaktadır.Bu değişkenlerin en başında denetlenemeyen bir dışsal girdi olan müşteri gelişleri arasındaki zaman gelir.Bunun yanısıra müşterilerin kuyrukta bekleme süreleri , onlara verilen hizmet süreleri (personelin performansına göre değişen) ve müşterilerin sistemde kaldıkları süreler denetlenemeyen değişkenlerdir.Diğer taraftan denetlenebilir bir değişken de bankada olması gereken banko sayısıdır.Bu değişkenler göz önünde bulundurularak bazı kabullerin yapılması gerekir .

Uygulamaya geçmeden önce bu çalışma için yaptığım varsayımlar şunlardır.

1) Tüm banko memurlarının performansı aynıdır.

2) Bankaya gelen müşteri vakit kaybetmeksizin bankolar için tek bir kuyruğa girmektedir.

3) Bankolar önünde oluşan kuyruk için sonsuz yeterlilikte yer olup , gelen bütün müşteriler kuyruğa kabul edilmektedirler.

4) Bankaya gelen müşteri kuyruğun uzunluğuna bakarak bankaya girmekten vazgeçmemektedir.Yani ortalama geliş oranı kuyruk uzunluğuna bağlı olmaksızın sabittir.

5) Müşteriler kuyruk uzunluğuna bakarak tüm isteklerini söylemekten çekinebilirler.Bu uygulamada müşteriler kararlarından vazgeçmemekteler ve istedikleri tüm hizmetleri almaktadırlar.

Yukarıdaki açıklayıcı bilgilerden sonra artık gözlem sonuçları verilebilir.Gözlem iki hafta boyunca dört gün tekrarlanmış ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir ;

2.1.2 YAPILAN GÖZLEM SONUÇLARI

15.11.94 TARİHİNDE YAPILAN GÖZLEM SONUÇLARI

GÖZLEM NO	GELİŞ ZAMANI	GELİŞLER ARASI ZAMAN	SERVİS BAŞLAMA ZAMANI	SERVİS BİTİŞ ZAMANI	HİZMET SÜRESİ	BANKO NO	MÜŞTERİNİN BEKLEME ZAMANI
1	9.02	2	9.02	9.07	5	1	0
2	9.17	15	9.17	9.27	10	2	0
3	9.21	4	9.21	9.23	2	1	0
4	9.22	1	9.23	9.30	7	1	1
5	9.25	3	9.27	9.33	6	2	2
6	9.26	1	9.30	9.35	5	1	4
7	9.28	2	9.33	9.39	6	2	5
8	9.29	1	9.35	9.44	9	1	6
9	9.32	3	9.39	9.43	4	2	7
10	9.33	1	9.43	9.48	5	2	10
11	9.45	12	9.45	9.47	2	1	0
12	9.49	4	9.49	9.53	4	1	0
13	9.57	8	9.57	10.00	3	2	0
14	9.59	2	9.59	10.05	6	1	0
15	10.02	3	10.02	10.07	5	2	0
16	10.04	2	10.05	10.06	1	1	1
17	10.11	7	10.11	10.20	9	1	0
18	10.16	6	10.16	10.21	5	2	0
19	10.18	2	10.20	10.26	6	1	2
20	10.24	6	10.24	10.29	5	2	0
21	10.27	3	10.27	10.31	4	1	0
22	10.29	2	10.29	10.34	5	2	0
23	10.37	8	10.37	10.41	4	2	0
24	10.38	1	10.38	10.47	9	1	0
25	10.39	1	10.41	10.46	5	2	2
26	10.43	4	10.46	10.50	4	2	3

15.11.94 TARİHİNDE YAPILAN GÖZLEM SONUÇLARI

GÖZLEM NO	GELİŞ ZAMANI	GELİŞLER ARASI ZAMAN	SERVİS BAŞLAMA ZAMANI	SERVİS BİTİŞ ZAMANI	HİZMET SÜRESİ	BANKO NO	MÜŞTERİNİN BEKLEME ZAMANI
27	10.47	4	10.47	10.51	4	1	0
28	10.50	3	10.50	10.53	3	2	0
29	11.01	11	11.01	11.06	5	2	0
30	11.06	5	11.06	11.07	1	1	0
31	11.14	8	11.14	11.16	2	1	0
32	11.21	7	11.21	11.26	5	1	0
33	11.24	3	11.24	11.30	6	2	0
34	11.27	3	11.27	11.31	4	1	0
35	11.34	7	11.34	11.38	4	2	0
36	11.40	6	11.40	11.47	7	1	0
37	11.43	3	11.43	11.51	8	2	0
38	11.48	5	11.48	11.51	3	1	0
39	11.49	1	11.51	12.02	11	2	2
40	11.52	3	11.52	12.04	13	1	0
41	11.53	1	12.02	12.12	10	2	9
42	11.54	1	12.04	12.10	6	1	10
43	11.55	1	12.10	12.20	10	1	15

(Tablo 1)

16.11.94 TARİHİNDE YAPILAN GÖZLEM SONUÇLARI

GÖZLEM NO	GELİŞ ZAMANI	GELİŞLER ARASI ZAMAN	SERVİS BAŞLAMA ZAMANI	SERVİS BİTİŞ ZAMANI	HİZMET SÜRESİ	BANKO NO	MÜŞTERİNİN BEKLEME ZAMANI
1	9.11	11	9.11	9.13	2	1	0
2	9.14	3	9.14	9.23	9	2	0
3	9.28	14	9.28	9.31	3	1	0
4	9.35	7	9.35	9.40	5	1	0
5	9.43	8	9.43	9.51	8	2	0
6	9.46	3	9.46	9.51	5	1	0
7	9.48	2	9.51	9.54	3	2	3
8	9.49	1	9.51	9.53	2	1	2
9	9.50	1	9.53	9.58	5	1	3
10	10.03	13	10.03	10.11	8	2	0
11	10.08	5	10.08	10.14	6	1	0
12	10.12	4	10.12	10.22	10	2	0
13	10.21	9	10.21	10.28	7	1	0
14	10.31	10	10.31	10.40	9	2	0
15	10.34	3	10.34	10.38	4	1	0
16	10.36	2	10.38	10.44	6	1	2
17	10.37	1	10.40	10.45	5	2	3
18	10.40	3	10.44	10.46	2	1	4
19	10.45	5	10.45	10.51	6	2	0
20	10.52	7	10.52	10.57	5	1	0
21	10.54	2	10.54	11.00	6	2	0
22	10.55	1	10.57	11.01	4	1	2
23	11.06	11	11.06	11.08	2	2	0
24	11.08	2	11.08	11.14	6	1	0
25	11.14	6	11.14	11.18	4	2	0
26	11.15	1	11.15	11.23	8	1	0
27	11.16	1	11.18	11.23	5	2	2

16.11.94 TARİHİNDE YAPILAN GÖZLEM SONUÇLARI

GÖZLEM NO	GELİŞ ZAMANI	GELİŞLER ARASI ZAMAN	SERVİS BAŞLAMA ZAMANI	SERVİS BİTİŞ ZAMANI	HİZMET SÜRESİ	BANKO NO	MÜŞTERİNİN BEKLEME ZAMANI
28	11.24	8	11.24	11.29	5	1	0
29	11.26	2	11.26	11.34	8	2	0
30	11.38	12	11.38	11.44	6	1	0
31	11.43	5	11.43	11.51	8	2	0
32	11.47	4	11.47	11.51	4	1	0
33	11.52	5	11.52	11.58	6	2	0
34	11.54	2	11.54	11.59	5	1	0
35	11.55	1	11.58	12.04	6	2	3
36	11.56	1	11.59	12.12	13	1	3
37	11.57	1	12.04	12.15	11	2	7

(Tablo 2)

22.11.94 TARİHİNDE YAPILAN GÖZLEM SONUÇLARI

GÖZLEM NO	GELİŞ ZAMANI	GELİŞLER ARASI ZAMAN	SERVİS BAŞLAMA ZAMANI	SERVİS BİTİŞ ZAMANI	HİZMET SÜRESİ	BANKO NO	MÜŞTERİNİN BEKLEME ZAMANI
1	9.03	3	9.03	9.08	5	1	0
2	9.10	7	9.10	9.12	2	2	0
3	9.12	2	9.12	9.22	10	1	0
4	9.17	5	9.17	9.23	6	2	0
5	9.19	2	9.22	9.27	5	1	3
6	9.27	8	9.27	9.33	6	2	0
7	9.29	1	9.29	9.31	2	1	0
8	9.34	5	9.34	9.37	3	1	0
9	9.40	6	9.40	9.47	7	2	0
10	9.49	9	9.49	9.55	6	1	0
11	9.54	5	9.54	9.57	3	2	0
12	10.00	6	10.00	10.08	8	1	0
13	10.14	4	10.14	10.16	2	2	0
14	10.20	6	10.20	10.26	6	1	0
15	10.33	13	10.33	10.37	4	2	0
16	10.42	9	10.42	10.46	4	1	0
17	10.43	1	10.43	10.48	5	2	0
18	10.46	3	10.46	10.50	4	1	0
19	10.47	1	10.48	10.54	6	2	1
20	10.48	1	10.50	10.56	6	1	2
21	10.49	1	10.54	11.01	7	2	5
22	10.51	2	10.56	11.02	6	1	5
23	10.52	1	11.01	11.06	5	2	9
24	10.54	2	11.02	11.07	5	1	8
25	10.57	3	11.06	11.12	6	2	9

22.11.94 TARİHİNDE YAPILAN GÖZLEM SONUÇLARI

GÖZLEM NO	GELİŞ ZAMANI	GELİŞLER ARASI ZAMAN	SERVİS BAŞLAMA ZAMANI	SERVİS BİTİŞ ZAMANI	HİZMET SÜRESİ	BANKO NO	MÜŞTERİNİN BEKLEME ZAMANI
26	11.00	3	11.07	11.13	6	1	7
27	11.09	9	11.12	11.19	7	2	3
28	11.17	8	11.17	11.23	6	1	0
29	11.19	2	11.19	11.22	3	2	0
30	11.25	6	11.25	11.26	1	2	0
31	11.34	9	11.34	11.42	8	1	0
32	11.38	4	11.38	11.43	5	2	2
33	11.40	2	11.42	11.46	4	1	2
34	11.41	1	11.43	11.47	4	2	2
35	11.48	7	11.48	11.52	4	1	0
36	11.51	3	11.51	11.56	5	2	0
37	11.56	5	11.56	12.05	9	1	0
38	11.57	1	11.57	12.10	13	2	0
39	11.58	1	12.05	12.15	10	1	7

(Tablo 3)

23.11.94 TARİHİNDE YAPILAN GÖZLEM SONUÇLARI

GÖZLEM NO	GELİŞ ZAMANI	GELİŞLER ARASI ZAMAN	SERVİS BAŞLAMA ZAMANI	SERVİS BİTİŞ ZAMANI	HİZMET SÜRESİ	BANKO NO	MÜŞTERİNİN BEKLEME ZAMANI
1	9.01	1	9.01	9.08	7	1	0
2	9.09	8	9.09	9.10	1	2	0
3	9.12	3	9.12	9.18	6	1	0
4	9.16	4	9.16	9.25	9	2	0
5	9.29	13	9.29	9.34	5	1	0
6	9.32	3	9.32	9.37	5	2	0
7	9.33	1	9.34	9.38	4	1	1
8	9.35	2	9.37	9.42	5	2	2
9	9.36	1	9.38	9.43	5	1	2
10	9.37	1	9.42	9.48	6	2	5
11	9.41	4	9.43	9.46	3	1	2
12	9.42	1	9.46	9.51	5	1	4
13	9.43	1	9.48	9.56	8	2	5
14	9.46	3	9.51	9.56	5	1	5
15	9.51	5	9.56	9.59	3	2	5
16	9.54	3	9.56	10.02	6	1	2
17	10.00	6	10.00	10.07	7	2	0
18	10.17	7	10.17	10.22	5	1	0
19	10.19	2	10.19	10.23	4	2	0
20	10.22	3	10.22	10.27	5	1	0
21	10.27	5	10.27	10.32	5	2	0
22	10.28	1	10.28	10.34	6	1	0

23.11.94 TARİHİNDE YAPILAN GÖZLEM SONUÇLARI

GÖZLEM NO	GELİŞ ZAMANI	GELİŞLER ARASI ZAMAN	SERVİS BAŞLAMA ZAMANI	SERVİS BİTİŞ ZAMANI	HİZMET SÜRESİ	BANKO NO	MÜŞTERİNİN BEKLEME ZAMANI
23	10.32	4	10.32	10.36	4	2	0
24	10.40	8	10.40	10.48	8	1	0
25	10.44	4	10.44	10.47	3	2	0
26	10.46	2	10.47	10.49	2	2	1
27	10.56	10	10.56	11.06	10	1	0
28	11.04	8	11.04	11.10	6	2	0
29	11.20	16	11.20	11.25	5	1	0
30	11.22	2	11.22	11.27	5	2	0
31	11.27	5	11.27	11.29	2	1	0
32	11.33	6	11.33	11.39	6	2	0
33	11.35	2	11.35	11.38	3	1	0
34	11.41	6	11.41	11.46	5	2	0
35	11.43	2	11.43	11.47	4	1	0
36	11.47	4	11.47	11.59	12	2	0
37	11.51	4	11.51	12.02	11	1	0

(Tablo 4)

2.1.3 TOPLU GÖZLEM SONUÇLARI

Bu gözlemlerin sonuçlarını toplu olarak verecek olursak ;

<u>Tarih</u>	<u>Yapılan Gözlem</u>	<u>Toplam Hizmet</u>	<u>Ortalama Hizmet</u>
	<u>Sayısı</u>	<u>Süresi</u>	<u>Süresi</u>
15.11.94	43	237 Dakika	237/43=5.51 Dak.
16.11.94	37	219 Dakika	219/37=5.91 Dak.
22.11.94	39	215 Dakika	215/39=5.51 Dak.
23.11.94	37	201 Dakika	201/37=5.43 Dak.

(Tablo 5)

$\Sigma(m)$: 156 Gözlem (müşteri)

2.2 Kİ - KARE METODU İLE GELİŞLER ARASI SÜRENİN DAĞILIMININ ARAŞTIRILMASI

Öncelikle gelişler arası sürenin bulunabilmesi için nihai gözlem frekansı (F_g) değerlerini bulmak gerekir. Bunun için yapılan gözlemlerden faydalanarak gelişler arası zaman değerlerini her bir tablodan çıkartıp yanyana yazarsak, aşağıdaki tablo elde edilir.

Tablo 1	2	15	4	1	3	1	2	1	3	1	12	4	8	2	3	2	7	6
G.a.z.	2	6	3	2	8	1	1	4	4	3	11	5	8	7	3	3	7	6
Değerleri	3	5	1	3	1	1	1											

Tablo 2	11	3	14	7	8	3	2	1	1	13	5	4	9	10	3	2	1	3
G.a.z.	5	7	2	1	11	2	6	1	1	8	2	12	5	4	5	2	1	1
Değerleri	1																	

Tablo 3	3	7	2	5	2	8	1	5	6	9	5	6	4	6	13	9	1	3
G.a.z.	1	1	1	2	1	2	3	3	9	8	2	6	9	4	2	1	7	3
Değerleri	5	1	1															

Tablo 4	1	8	3	4	13	3	1	2	1	1	4	1	1	3	5	3	6	7
G.a.z.	2	3	5	1	4	8	4	2	10	8	16	2	5	6	2	6	2	4
Değerleri	4																	

(Tablo 6)

2.2.1. DAĞILIMIN TESPİTİ İÇİN GEREKLİ HESAPLAMALAR

Tablo 6'dan gözlem değerleri bulunursa ;

t	Fg		t	Fg	t * Fg
1	35		1	35	35
2	24		2	24	48
3	23		3	23	69
4	14		4	14	56
5	13		5	13	65
6	11		6	11	66
7	8		7	8	56
8	10		8	10	80
9	5	7	9	7	63
10	2				
11	3	5	10	5	50
12	2				
13	3	6	11	6	66
14	1				
15	1				
16	1				
Toplam	156		Toplam		654

(Tablo 7)

$$\text{ortalama gelişlerarası süre ; } \lambda = 654 / 156 = 4.192$$

$$u = 1/4.192 = 0.238$$

Uç noktadaki üstel dağılımların hesaplanması için aşağıda verilen üstel dağılım formülü kullanılır.⁴¹

$$F_h = m(1 - e^{-ut})$$

	Fh
1) $F_h(1) = 156(1 - 0.788) = 33.08$	33
2) $F_h(2) = 156(0.788 - 0.621) = 26.052$	26
3) $F_h(3) = 156(0.621 - 0.489) = 20.592$	20
4) $F_h(4) = 156(0.489 - 0.385) = 16.284$	16
5) $F_h(5) = 156(0.385 - 0.304) = 12.636$	13
6) $F_h(6) = 156(0.304 - 0.239) = 10.14$	10
7) $F_h(7) = 156(0.239 - 0.189) = 7.8$	8
8) $F_h(8) = 156(0.189 - 0.148) = 6.396$	6
9) $F_h(9) = 156(0.148 - 0.117) = 4.836$	5
10) $F_h(10) = 156(0.117 - 0.092) = 3.9$	4
11) $F_h(11) = 156(0.092 - 0.072) = 3.12$	3

sonuçları

elde edilir. Ki-Kare metodunu uygulamak için tüm değerler artık hazırdır.

2'no'lu formülden çıkartılan sonuçlar da eklenerek tüm bulunanlar aşağıdaki nihai tabloda gösterilmiştir.

⁴¹ Prof.Dr.Haluk Erkut ,a.g.e...,s.122-123

t	F _g	t * F _g	F _h	F _g - F _h	$(F_g - F_h)^2 / F_h$
1	35	35	33	2	0.1212121
2	24	48	26	-2	0.1538462
3	23	69	20	3	0.45
4	14	56	16	-2	0.25
5	13	65	13	0	0
6	11	66	10	1	0.1
7	8	56	8	0	0
8	10	80	6	4	2.6666667
9	7	63	5	2	0.8
10	5	50	4	1	0.25
11	6	66	3	3	3

Toplam 156 654 7.7917249

(Tablo 8)

$$X^2_{hesap} = 7.7917$$

$$V = (11-1)-1 = 9$$

$\alpha = 0.05$ anlamlılık seviyesinde ,

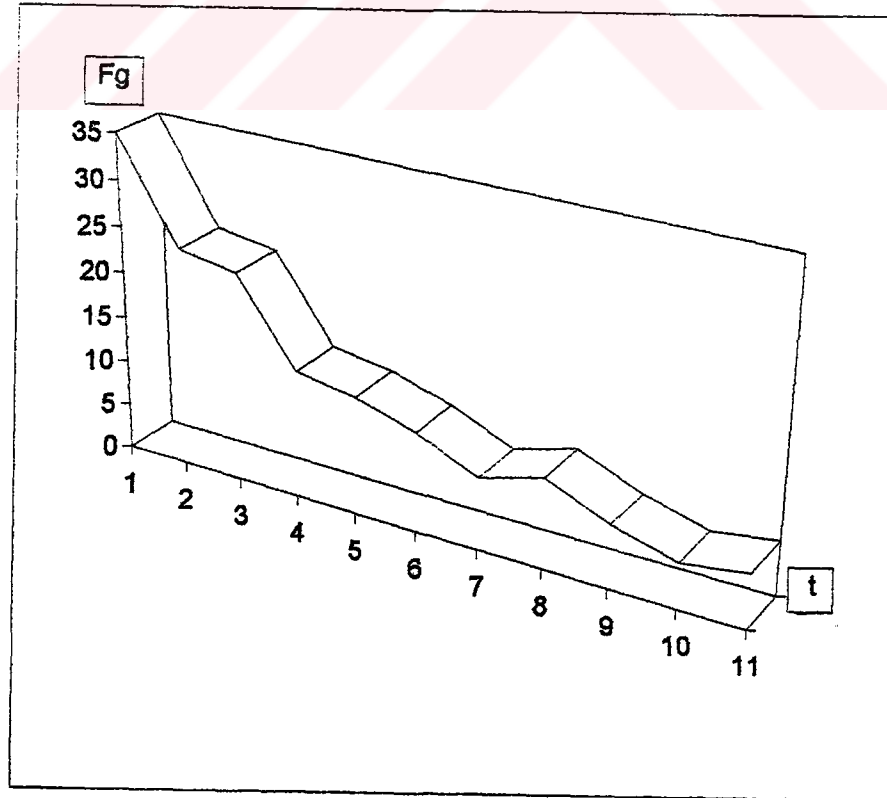
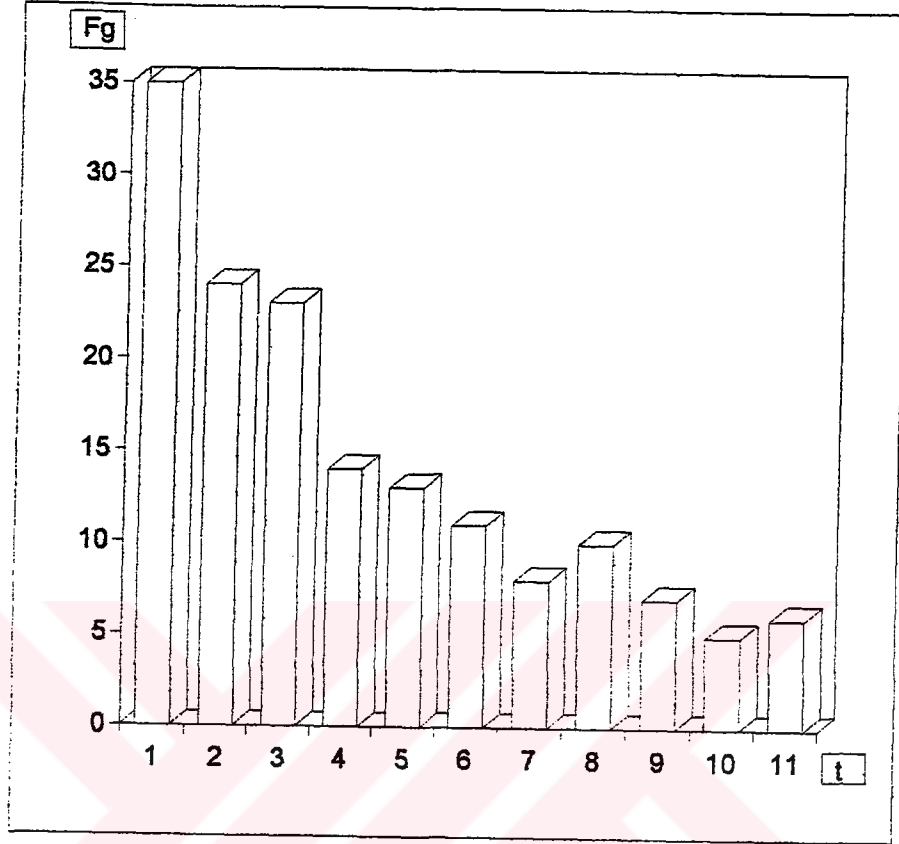
$$X^2_{tablo} = 16.919^{42}$$

Hesaplanan değer tablo değerinden küçük olduğu için gelişler arası süre üstel dağılımlıdır denir .Bunun bir gerektirmesi olarak sisteme gelecek müşteri sayısının olasılıklarının Poisson dağılımına uyduğu söylenir.

⁴² Tablo Değeri ;Doç .Dr.Ateş Vuran ,a.g.e.,Ek7

Tablo 7 ' nin sonuçlarına göre ;

2.2.2 GELİŞLER ARASI SÜRENİN DAĞILIMI



2.3 ANALİTİK YÖNTEM İLE ÇÖZÜM

Gelişler ve servis süresinin dağılımları belirtildikten sonra , servise alım kuralı ve yöntemin amaçları doğrultusunda sonuna fonksiyonel olarak çözüm arayıp karar değişkenlerini bulma yoluna Analitik Yöntem denir.

Bu yöntemi uygulamak için probleme geçerek ;

Bu banka şubesinin yapılan gözlem sonuçlarından 2 bankosu olduğu bilinmekte ve 3 saatlik inceleme sonucu ortalama 39 müşteri bankolar ile ilgili işler için gelmektedir.Öte yandan her bankonun bir müşteriye ortalama olarak sunduğu hizmet 6 dakikadır.Müşteri gelişlerinin Poisson dağılımına uyduğu bilinmektedir.Hizmet dağılımının üstel olduğu varsayılarak , bu banka şubesinde ;

- a)Her iki bankonun da aylak kalma olasılığını ,
- b)Her iki bankonun meşgul olma olasılığını ,
- c)Ortalama kuyruk uzunluğunu ,
- d)Bankadaki ortalama müşteri sayısını ,
- e)Kuyrukta bekleme süresini ,
- f)Sistemde bekleme süresini bulalım.

ÇÖZÜM ;

$$a) c=2 \quad \lambda = 39 / 3 = 13 \text{ müş./saat} \quad \mu = 60 / 6 = 10 \text{ müş. / saat}$$

$$\rho = 13 / 10 = 1.3 < c$$

$$P_0 = \frac{1}{\frac{1}{0!} 1.3^0 + \frac{1}{1!} 1.3^1 + \frac{1.3^2}{2 \left(1 - \frac{1.3}{2}\right)}} = 0.21 \Leftrightarrow \%21$$

$$b) P_2 = 1 - (P_0 + P_1)$$

$$= 1 - \left(0.21 + \frac{1.3^1 * 0.21}{1}\right) = 0.517$$

$$c) L_q = \frac{13 * 10 * 1.3^2}{1(2 * 10 - 13)^2} 0.21 = 0.94 \cong 1 \text{ kişi}$$

$$d) L_s = 1 + 1.3 = 2.3$$

$$e) W_q = 0.94 / 13 = 0.072 \text{ saat} \Leftrightarrow 4.33 \text{ dak.}$$

$$f) W_s = 0.072 + (1 / 10) = 0.172 \text{ saat} \Leftrightarrow 10.32 \text{ dak.}$$

2.4 SONUÇLAR

Problemden elde edilen sonuçlar irdelenirse ,

❖ Yapılan gözlemlere ve hesaplamalara dayanarak , bankaya gelen müşterilerin arka arkaya geliş zamanlarından oluşan sürelerin Üstel dağılım gösterdiği ve dolayısıyla sisteme gelecek müşteri sayısının olasılıklarının Poisson dağılımına uyduğu bulunmuştur.

❖ Sistemin işleyebilmesi için $\rho = \frac{\lambda}{c\mu} < 1$ olması gerektiği modelin incelenmesi sırasında daha önce belirtilmişti.Buna göre ;

$$\rho = \frac{\lambda}{c\mu} = 13 / (2 \cdot 10) = 0.65 < 1 \text{ olduğu görülür.}$$

Üç saatlik bir inceleme sonucu bir bankonun $0.65 \cdot 3 = 1.95$ saat çalıştığı tespit edilebilir.Buna göre bir banko üç saat içinde ,

$$3 - 1.95 = 1.05 \text{ saat boş kalacaktır.}$$

Banko sayısı 2 'den 3'e e çıkartılarak bekleme zamanı azaltılabilir , fakat bu da bankoların boş kalma sürelerinin , dolayısıyla banka maliyetlerinin de artmasına yol açacaktır.

❖ Kuyruk uzunluğunu (servis performansı) etkileyen birçok faktörün olduğu , yalnızca banko sayısının değiştirilmesiyle sonuca gidilemeyeceği banka yöneticileri tarafından göz önünde tutulmalıdır.Örneğin servisi veren kişilerin hızı , bu hızı etkileyen diğer unsurlar araştırılmalıdır.

❖ Yapmış olduğu gözlem sonuçlarına dayanarak bulunduğum ortalama kuyruk uzunluğunun , analitik yöntemle de aynı neticeyi verdiğini gördüm.Bunun yanısıra şayet gözlem sonuçlarına göre bankaların ortalama boş kalma yüzdeleri hesaplanırsa , bunun analitik yöntemle elde edilen sonuçla yaklaşık olarak aynı olduğu tespit edilebilir.

❖ Bu bankada bankaların boş kalma yüzdeleri göz önünde tutularak , normal zamanlarda bir bankonun hizmet için yeterli olabileceği , ancak kuyruğun fazla uzayabileceğinin tahmin edildiği veya uzadığı durumlarda ikinci bankonun devreye girmesi gerektiği söylenebilir.Tabi ki bu da bankanın kendi işletim politikalarından biridir.

Kuyruk teorisinin genel sonuçları üzerinde durmak gerekirse şunlar söylenebilir;

Bilgisayarların kullanımı diğer alanlarda olduğu gibi bugün simülasyon çalışmalarında da kullanılmaktadır ve bu yöntem kuyruk modellerine de uygulanmaktadır.Ayrıca tam anlamıyla analitik modeli kurulamayan kuyruk sistemlerinin performanslarının tahmininde ve analizlerinin yapılmasında simülasyon yönteminin analitik yöntemle göre gerçek durumu daha iyi yansıttığı bilinmektedir.

Burada şunu da belirtmek gerekir ki , bir işletmede ideal performansı elde etmek için , en basit kuyruk sistemi bile gerekse bunu uygulamak güç olabilir.

Kuyruk sistemleri hakkında araştırmalar yapan Murdoch şöyle diyor ;

" Bugün modern kuyruk teorilerini anlamak ve uygulamak yalnız yöneylem araştırmacılarının değil , aynı zamanda işletme yöneticilerinin ve temel işletme eğitimi veren kişilerin de görevidir.Zira yönetimde

karşılaşılan ana problemlerden biri olan servis fonksiyonlarının etkin bir şekilde dizaynı , kuyruk teorisinin uygulanmasıyla , temel çözüme ulaşmada önemli bir yol alınır." ⁴³

⁴³Michael Wilkes , *Operational Research Analysis And Applications* , Mc Graw Hill Book Company , London 1989 , s.276

KAYNAKLAR

Doç. Dr. Osman Halaç :

Kantitatif Karar Verme Teknikleri (Yöneylem
Araştırması) İstanbul Üniversitesi , 3. Baskı ,1991

Prof. Dr. Ahmet Öztürk :

Yöneylem Araştırması , Uludağ Üniversitesi
Basımevi ,1991

Prof . Dr. Müh. İlhami İ. Karayalçın:

Harekat Araştırması Dersleri , İ.T.Ü. Yayınları

Mustafa Köksal :

Kuyruk Teorisi , İ.Ü. İşletme Fakültesi Dergisi , 1990

Doç. Dr. Ateş Vuran :

İstatistik II ,İhtimaller İstatiksel Takdir
İ.İ.T.İ.A İşletme Fakültesi ve Kantitatif Araştırmalar
Enstitüsü Yayını , 1982

Prof. Dr. Haluk Erkut :

Yönetimde Simülasyon Yaklaşımı ,Yönetim Bilimleri
Dizisi , İrfan Yayıncılık ,1992

Gülçin Mutlualp :

İ.T.Ü İşletme Mühendisliği Bölümü
Sistem Simülasyonu Projesi ,1991

Güçlü Kayral :

İ.T.Ü İşletme Mühendisliği Bölümü
Sistem Simülasyonu Projesi ,1991

Doç. Dr. İlhan Or :

**Introduction To Stochastic Models In Operations Research
Boğaziçi University Publications**

Hamdy A .Taha :

**Operations Research on Introduction
Mac Millan Publishing Co. , New York 1971**

Richard I.Levin, Charles A.Kirkpatrick , David S.Rubin :

**Quantitative Approaches To Management
McGraw -Hill Book Company , Fifth Edition ,New York 1982**

Richard Bronson :

**Theory And Problems Of Operations Research
McGraw -Hill Book Company , Singapore 1982**

Michael Wilkes :

**Operations Research Analysis And Applications
McGraw - Hill Book Company ,London 1989**

Cook Thomas M. :

**Introduction To Operations Research And Management
Science**

Lawrance Ladin :

**Quantitative Methods For Business , Decisions
Harcout Brace Jovanovich Inc., Newyork 1975**

Gilbert Gordon :

**Quantitative Decision Making For Business
Prentice Hall International Inc., London 1978**

ÖZGEÇMİŞİM ;

1969 yılında Konya 'da doğdum.İlköğrenimimi Konya'da , ortaöğrenimimi ise İzmir'de , Bornova Suphi Koyuncuoğlu Lisesi'nde tamamladım.1991 yılında Yıldız Teknik Üniversitesi Makina Mühendisliği Bölümü'nden mezun oldum.1992 'de aynı üniversitenin Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Yüksek Lisans Bölümü'ne kayıt oldum.

