



YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BULANIK LİNEER PROGRAMLAMA **VE BİR UYGULAMA**

Matematik Müh. H.Çiğdem UZUN

F.B.E. Matematik Mühendisliği Anabilim Dalında Hazırlanan
YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Ayşe KURUÖZÜM

İSTANBUL, 1995

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR

ÖZET.....	i
-----------	---

SUMMARY.....	ii
--------------	----

GİRİŞ.....	iii
------------	-----

BÖLÜM I

BULANIK KÜMELER.....	1
----------------------	---

1.1 BULANIK KÜME TANIMI.....	1
------------------------------	---

1.2 BULANIK KÜMELERE AİT TEMEL KAVRAMLAR.....	2
---	---

1.3 BULANIK KÜMELERDE İŞLEMLER.....	4
-------------------------------------	---

BÖLÜM II

BULANIK LİNEER PROGRAMLAMA MODELLERİ.....	6
---	---

2.1 BULANIK MATEMATİK PROGRAMLAMA.....	8
--	---

BÖLÜM III

ETKİLEŞİMLİ BULANIK LİNEER PROGRAMLAMA.....	15
---	----

3.1 CHANAS ALGORİTMASI.....	15
-----------------------------	----

3.2 ZIMMERMANN ALGORİTMASI.....	15
---------------------------------	----

3.3 WERNER ALGORİTMASI.....	16
-----------------------------	----

3.4 ETKİLEŞİMLİ LİNEER PROGRAMLAMA ALGORİTMASI.....	16
---	----

BÖLÜM IV

UYGULAMA.....	19
---------------	----

4.1 VERİLER.....	19
------------------	----

4.2 MODELİN KURULMASI.....	23
----------------------------	----

4.3 ÇÖZÜM.....	25
----------------	----

4.4 YORUM.....	36
----------------	----

KAYNAKLAR

ÖZGEÇMİŞ

TEŞEKKÜR

Hazırlamış olduğum yüksek lisans tezimde anlayış ve yardımlarından dolayı Sayın Doç. Dr. Ayşe KURUÜZÜM' e teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmalarım sırasında bana destek veren aileme, departman müdürüm Sayın Salim PINAR' a , amirim Sayın Özden KARAASLAN' a ve mesai arkadaşlarıma teşekkür ederim.

H. Çiğdem UZUN

Haziran 1995

ÖZET

Zadeh tarafından ortaya atılan bulanıklık ve bulanık küme kavramı, değişken özelliğe sahip belirsiz problemler sonucunda ortaya çıkan belirsizlik ve değişkenlik için oldukça uygun bir kavramdır.

Ortaya atıldığı tarihten bu yana gittikçe artan bir şekilde uygulama alanı bulmaya, mühendislik ve bilimin her alanına girmeye başlamıştır. Bulanık küme kavramının temeli, kesin olmayan gözlemlere dayanmaktadır ve bu tip problemlerin çözümünde kullanılmaktadır.

Bilinen keskin kümeler ile bulanık kümeler arasında, bir elemanın kümeye aitliği durumunda fark ortaya çıkmaktadır. Şöyle ki, bir eleman keskin kümeye ya aittir ya da değildir. Oysa bulanık kümede, o eleman bu kümenin tamamlayıcısına veya kendisine belirli bir dereceye kadar aittir. Bulanık kümeler olası kısmi üyelere izin verir ki, bu üyelik derecesi, o elemanın bulanıklık derecesi ile atanmaktadır. Aralarında böyle bir fark olmasına rağmen, bir bulanık küme için geçerli olan tanım ve teoremler keskin küme için de geçerli olmaktadır.

20.yy' ın başlarında, karmaşık gerçek dünya problemlerini, hassas matematik modelleri haline getirmek, matematik ve bilimin ana gelişim doğrultusunu oluşturdu. Yöneylem araştırması gerçek dünya karar verme problemlerine uygulanmaya başlandı. Ancak, karar verme olaylarında meydana gelen belirsizlikler yüzünden bazı durumlarda tam uygulanamadı. Zadeh' in bulanık küme kavramını ortaya atmasından sonra, belirsiz verilerle ve problemlerle de uğraşılabilmiştir. Böylece, Yöneylem Araştırmasının uygulanabildiği karmaşık gerçek dünya problemlerinde, karar verici ile karar prosesi arasındaki etkileşim, problemin çözümü için gereklidir ve ortaya kullanıcı bağımlı bulanık lineer programlama tekniğini çıkarmaktadır. Bu teknik ise problemin çözümünde daha etkili olmaktadır. Çünkü, karar verici, çözüm işlemi sırasında ortaya çıkan tüm iyi çözümleri belirlemeyi, faktörlerin problemin çözümünde ne derece önemli olduğunu görebilmekte ve tamamıyla problemin içinde bulunmaktadır. Burada yapacağımız uygulamada da etkileşimli lineer programlama üzerinde durulmuştur.

Çalışmanın birinci bölümü bulanık kümelerle ilgilidir. Burada bulanık küme tanımı, temel kavramları ve bulanık kümelerdeki işlemlere yer verilmiştir. İkinci bölümde, bulanık lineer programlama modelleri incelenmektedir ki etkileşimli lineer programlama modellerinin temelini oluşturur. Burada bulanık matematik programlamadan, simetrik ve simetrik olmayan modellerden kısaca söz edilmiştir. Üçüncü bölümde, asıl konumuzu oluşturan ve uygulamamızın temelini teşkil eden etkileşimli lineer programlama, bu konu üzerinde geliştirilen üç algoritma ve uygulamamızda kullanılan, aynı zamanda üç algoritmanın sentezi olan etkileşimli lineer programlama algoritması verilmiştir. Dördüncü bölümde ise etkileşimli lineer programlama ile ilgili bir uygulama bulunmaktadır. Bu uygulamanın amacı, bulanıklık kavramının etkileşimli lineer programlama problemlerinde ne derece önemli olduğunun vurgulanması, bulanık küme kavramının ortaya çıkmasından ve yöneylem araştırmasına uygulanmasından sonra, gerçek dünya problemlerine nasıl uygulandığı ve ne derece etkili olduğunun gösterilmesidir.

SUMMARY

Fuzziness and concept of fuzzy set introduced by Zadeh is suitable for fuzziness and variability, result of the fuzzy problems have changeable characteristics.

Since it was introduced, it has been applied in various cases in every branch of science and engineering in an increasing manner. Concept of fuzzy set is based on uncertain observations and is used to solve problems of this kind.

The difference between the crisp and fuzzy sets is the membership of the element. For example, in a crisp set, the element is a member of the set or not, but in a fuzzy set the element is a member of the set or its complement up to a level. Fuzzy sets permit partial elements whose degree of membership is defined by the degree of fuzziness. The definition and the theorems for fuzzy sets are also valid for crisp sets since there is a difference between a crisp set and a fuzzy set.

At the beginning of twentieth century, applying complex real life problem into mathematical model determined the direction of development of mathematics and the science. Operational research was started to be applied to the real-life decision making problems, however it can not be applied in some cases where uncertainty occurs in decision making problems. After Zadeh introduced concept of fuzzy set, uncertain data and the problems could be studied. In the complex real-life problems that operational research can be applied, the interaction between the decision maker and the decision process is necessary and results linear programming which depends on the user. This technique is more effective in problem solving, since decision maker apprehends the problem and could see all the satisfactory solutions and the how much the factors are efficient on problem solving. In this application we studied on interactive linear programming.

First part of the study is about fuzzy sets. In this part, definition, basic concepts and operations of fuzzy sets are described. In the second part, fuzzy linear programming models are studied which are basics of interactive linear programming models. Fuzzy mathematical programming, symmetric and nonsymmetric models are briefly described. In the third part, interactive linear programming, major subject of this study and basic of this application, three algorithms developed on this subject and the interactive linear programming algorithm which is synthesis of these three algorithms are given. The fourth part contains an application about interactive linear programming. The aim of this application is to determine the importance of fuzziness concept in interactive linear programming problems and how it is applied and how much it is effective on real-life problems after fuzzy set concept is done and applied to operational researches.

GİRİŞ

İnsanoğlu varolduğundan beri, dünya üzerinde karşılaştığı tüm belirsizlikleri ortadan kaldırmak istemiş, bu amaçla birçok çalışmalar yapmış ve yapmaktadır. Bu yüzden bilim adamları dünya üzerindeki tüm olaylarla ilgilenmişlerdir. Günümüz dünyasında iletişimin sayesinde belirsizlik olayları oldukça azalmıştır. Bilgi istenildiği yere kolaylıkla aktarılabilir ancak burada önemli olan bilginin bir yere aktarılabilmesi değil, zamanında ve mümkün olduğu kadar çabuk bu işin yapılabilmesidir. En önemlisi doğru yerde doğru şekilde kullanılabilmesidir.

Günümüzde insanların yaşadıkları toplum, yine insanlar tarafından *bilgi toplumu* olarak adlandırılmaktadır ve ekonominin en büyük parçasını, işleme, seçim, biriktirme, koruma, oluşturma, toplama, analiz etme ve bilginin saklanması oluşturmaktadır.

Problemimiz, karar verme, yönetim ve sonuçların tahmininde , çok bilgiye daha çabuk ulaşabilmekte ortaya çıkmaktadır. Neyi ne kadar biliyoruz ya da bilmiyoruz kavramı ile beraber belirsizlik ana konumuz haline gelmiştir. Peki bu belirsizlik ile nasıl başa çıkabiliriz?

Düşüncelerimizin az ya da çok belirsiz modellerden oluşmasından dolayı bilgisayarlardan farklıyız. Bir bilgisayar, mantıksal bir yapı üzerine kurulmuş olması ve tanımından dolayı herhangi bir belirsizliğe sahip değildir. Fakat insan belirsizliğe sahiptir, mantıksal düşünebilme ve tanımlayabilme yeteneğine ek olarak yaşamı boyunca genel düşünmek zorundadır. Bu genellik ise belirsizliğe, karmaşıklığa yol açmaktadır ve zaten belirsizlik faktörünü içermek zorundadır.

Günümüzde var olan hemen hemen tüm bilim dalları da zaten bu belirsizlikler yüzünden, bunların ortadan kaldırılması amacı ile ortaya çıkmıştır ve sürekli olarak geliştirilmektedir. Peki belirsizlik kavramı matematikte ne anlam ifade etmektedir?

Bir matematikçi için, bir eleman bir kümeye ya aittir ya da değildir. Fakat Zadeh bu düşünce tarzını ve bundan dolayı birçok problemde karşılaşılan zorlukları, üyelik kavramı ile ortadan kaldırmıştır. O' na göre bir eleman az ya da çok bir kümeye aittir. Buradan yola çıkarak ana kavram olan bulanık kümeleri matematik dünyasına sunmuştur.

Belirsizliğin gerçek dünya problemlerine uygulanabilirliği oldukça önemli bir konudur, çünkü, mühendislik, fizik, biyoloji, ekonomi ve diğer bilim dallarının hemen hemen hepsinde matematik modellerinin uygulanabilirliği kesin değil, değişkendir. Belirsizlik ve Zadeh' in belirsizlik kavramı ile çoğu problemin çözümüne ulaşmak mümkün olmuştur.

Bulanık küme teorisi, sistem analizi ve yeni tekniklerin elde edilip geliştirilmesinde, uygulanmasında temel teşkil etmektedir. Bulanık küme teorisinin en önemli uygulaması ise birden fazla alternatifli ve amaçlı karar verme olayında olmaktadır. Burada karar verici çeşitli belirsiz amaçlar ve alternatifler içinde seçim yapmak zorundadır. Seçimin, sonuçların tatminkarlığı karar vericiye ve belirsiz alternatiflere bağlıdır. Karar verme olayının temeli, karar nasıl verilmelidir ki en iyi ve en başarılı sonuçları elde edelim konusudur. Bunun içerisine, geliştirme, kişisel davranışlar, yeni ürün geliştirme, kaynakların kullanımı vb. olaylar girmektedir.

Bulanık kümelerin karar verme olayına uygulanması, çoğu yerde, klasik karar verme teorisinin uzantılarını içermektedir. Karar verme belirsizlik ve risk faktörüne sahip iken bulanık karar verme teorisi amaçların, kısıtların belirsizliğini ortadan kaldırmaya çalışmaktadır. Çeşitli risklerin belirlenmesi ve sonuçların tahmini ve bu sonuçlar karşısındaki stratejilerin saptanması ile uğraşır.

Çoğu gerçek dünya problemlerinde çevre, sınırlayıcı faktörleri ve kesin olarak bilinmeyen olaylardan dolayı önemli bir yer teşkil etmektedir. Bu belirsizlik ile uğraşılabilmek için, genellikle olasılık teorisinden ve özellikle karar, kontrol ve bilgi teorilerinin imkanlarından yararlanılmaktadır. Bu sebeple, doğası nasıl olursa olsun, bu belirsizlik olarak kabul edilir ve burada devreye bulanık küme kavramı girer. Böylece, karar prosesi bulanık küme teorisi ile önem kazanmaktadır.

Etkileşimli lineer programlama sayesinde karar verme prosesi yalnızca bir problemin optimal çözümünü bulmayı değil aynı zamanda, incelenen sistemin minimum malzeme ve zarar ile yüksek prodüktiviteli bir sistem haline getirilmesini sağlamaktadır. Burada problem " *verilen bir sistem nasıl optimize edilir?* " mantığından, " *optimal bir sistem nasıl kurulur?* " mantığına dönüşmektedir. Klasik lineer programlama modellerinden farklı olarak, kaynakların belirsizliği söz konusudur. Örneğin, makina zamanı, insan gücü, ihtiyaç duyulan hammadde miktarı vb. Bunlar doğadaki rezerv miktarları yüzünden çeşitlilik gösterdikleri için daima belirsizdirler ve belirsiz kaynaklar olarak kabul edilirler. İşte bu durumda lineer programlama probleminin çözümü içine bulanık küme teorisi girmektedir.

Böylece, bu tip modellerin çözümünün yapılabilmesi amacı ile lineer programlama modelleri üzerinde bir çok çalışma yapılmıştır. Ancak Zimmermann, Chanas ve Werners' in çalışmaları gerçek dünya problemlerinin çözümü için karar destekli lineer programlama modellerinin geliştirilmesinde oldukça etkili olmuştur. Bu üç bilim adamı tarafından yapılan çalışmalar literatürdeki benzer çalışmaların içerisinde en etkili ve pratik olanlarıdır.

Zimmermann ve Werners bulanık çevre içerisinde etkileşimli karar destekli ve expert sistemlerin modelleme metodlarını ve genel kavramlarını tanımlamışlardır. Diğer çalışmalar ise, çok kriterli, kesin veya bulanık karar verme problemlerini çözmek için etkileşimli yaklaşımları geliştirmişlerdir. Burada yaklaşım lineer programlama problemine en uygun çözümü bulmak için karar verici ile etkileşime dayandırılmaktadır.

Dikkat edilmesi gerekli olan bir nokta da, etkileşimli lineer programlamanın, sistem geliştirme ve sistem analizi alanlarında oldukça etkin bir kullanım imkanına sahip olmasıdır. Etkileşimli lineer programlama ile ortaya çıkabilecek risk faktörleri mümkün olduğu kadar azaltılmakta, en azından çözüm prosesi sırasında ortaya çıkabilecek risk faktörlerinin neler olacağı hakkında karar vericiye ön bilgi imkanı verilmektedir.

Kısaca söyleyebiliriz ki, etkileşimli bulanık lineer programlama sistemi, sisteme adaptasyonu, tüm olasılıkları inceleyerek sistemin özelliklerini öğrenmeyi, " EĞER-VE " mantığını kullanarak desteklemektedir.

B Ö L Ü M I

BULANIK KÜMELER

1.1.BULANIK KÜME TANIMI

Bulanık küme kavramı ilk olarak Azeri asıllı Lotfi Asker ZADEH tarafından 1965 yılında ortaya atılmıştır. O günden bu yana, her geçen gün birçok alanda kullanım oranı artan bulanık kümeler kavramı belirsiz, kesin olmayan bulanık gözlemler ve kavramlara ait problemlerin çözülmesinde kullanılmaktadır.

Bulanık küme kavramı, bilinen, klasik küme kavramının genel bir halidir. Yani, bulanık küme kavramının tanımları, teoremleri ve ispatları bulanık olmayan kümeler için de geçerlidir.

X bir evrensel küme, x ise bu evrensel kümenin bir elemanı olsun. A, X in bir bulanık alt kümesi ise, X deki her bir elemanı birbirine bağlayan $[0, 1]$ aralığında bir gerçel sayı olan üyelik fonksiyonu $\mu_A(x)$ şeklinde tanımlanır. (Klir et al. 1988) Buna göre bir bulanık küme aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$A = \{(x, \mu_A(x)), x \in X\} \quad (1.1)$$

Tanımdan da görüldüğü gibi, bulanık küme, olası kısmi üyelere izin veren bir sınıftır. Burada, $\mu_A(x)$, x' in A' daki üyelik derecesini verir ve X deki A kümesi ise $A = \{x, \mu_A(x), x \in X\}$ sıralı ikililerinin bir alt kümesidir. $\mu_A(x)$ ' in değeri, 1' e yaklaştıkça, x' in A bulanık kümesindeki üyeliği artar.

Her elemanın bir kümeye üyeliği bulanıklık derecesi ile belirlenir. Bulanıklık derecesi bir tanımlama işlevi olarak verilir.

$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ sonlu bir küme olsun. X' deki bir bulanık küme aşağıdaki gibi ifade edilebilir. (Klir at al. 1988)

$$A = \mu_A(x_1)/x_1 + \mu_A(x_2)/x_2 + \dots + \mu_A(x_n)/x_n \quad (1.2)$$

$$= \sum_{i=1}^n \mu_A(x_i)/x_i$$

Eğer yukarıda tanımını verdiğimiz X kümesi sonlu değil ise, yani sürekli ise, buna ait olan bir bulanık küme şu şekilde ifade edilebilir:

$$A = \int_x \mu_A(x)/x \quad (1.3)$$

ÖRNEK 1.1:

$X = \{\text{Pozitif Gerçel Sayılar}\}$ sonsuz kümesi olsun. A, ise "10' a göre kapalı gerçel sayılar" bulanık kümesi ise,

$$\mu_A(x) = 1/\{1 + [1/5(x - 10)]^2\}$$

üyelik fonksiyonu yardımı ile $A = \{x, \mu_A(x)\}$ şeklinde tanımlanabilir ve şu şekilde yazılabilir:

$$A = \int_{R^+} \mu_A(x)/x$$

1.2. BULANIK KÜMELERE AİT TEMEL KAVRAMLAR

1.2.1. Bulanık Kümenin Tümlenyeni

Üyelik dereceleri $[0, 1]$ aralığında olduğunda, X evrensel kümesine göre bir bulanık kümenin tümlenyeni $\bar{A}$ ile gösterilir ve,

$\forall n \in x$ için

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (1.4)$$

şeklinde ifade edilir. Böylece, eğer bir A bulanık kümesinde bir eleman 0.8 üyelik derecesine sahip ise onun A 'nın tümlenyenindeki üyelik derecesi 0.2' dir.

1.2.2. Bulanık Kümenin Desteği

X evrensel kümesindeki $\mu_A(x)$ noktalarının oluşturduğu kümeye A 'nın desteği denir. X ' in olağan bir alt kümesi olan bu küme aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\text{Supp}(A) = \{x \in X, \mu_A(x) > 0\} \quad (1.5)$$

$\mu_A(x) = 0.5$ değerine sahip x elemanları A 'nın köprü noktalarıdır. A 'nın üyeliği en üst olan noktası da A 'nın yüksekliğini tanımlar. Başka bir ifade ile A 'nın yüksekliği, en küçük en üst sınırla belirlenir.

1.2.3. α -Kesiti

α -kesiti, A bulanık kümesinin, A 'ya ait elemanlarının bir sıralı kümesidir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta en az α derecesine sahip olmaları gerektiridir. Buna göre, bir A bulanık kümesinin α -kesiti şu şekilde tanımlanabilir:

$$A_\alpha = \{x \in X, \mu_A(x) \geq \alpha\} \quad (1.6)$$

α -kesiti, bir bulanık kümenin desteğinin daha genelleştirilmiş halidir ve görüleceği gibi $\alpha = 0$ değeri için $A_x = \text{Supp}(A)$ elde edilir.

1.2.4. Bulanık Kümenin Konveksliği

$\forall x_1, x_2 \in R$ ve $\forall \lambda \in [0, 1]$ için, $A \subset R$ kümesi aşağıdaki halde konveks tir.

$$\mu_A[\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2] \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)) \quad (1.7)$$

Bulanık kümelerin konveksliği uygulamalar için oldukça önemlidir.

1.2.5. Bulanık Kümenin Normalliği

$A \subset R$ bulanık alt kümesi yalnız ve yalnız $\forall x \in R$ için

$$\bigvee_n \mu_A(x) = 1 \quad (1.8)$$

ise *normal* dir. Yani $\mu_A(x)$ ' in en büyük değeri 1' e eşit ise A bir *normal bulanık alt kümedir*. Bu maksimum tek değer olabilir veya olmayabilir. R ' de bir bulanık sayı, R ' de konveks ve normal olan bir bulanık alt kümedir.

1.2.6. Bulanık Kümenin Kardinali

Bir A bulanık kümesinin *kardinali* , A ' nın özelliklerine sahip X ' deki elemanların miktarını göstermektedir. Kardinalite,

X sonlu ise;

$$|A| = \sum_x \mu_A(x), \quad x \in X \quad (1.9)$$

X sonlu değil ise;

$$|A| = \int_x \mu_A(x) dx \quad (1.10)$$

şeklinde tanımlanır. A ' nın bağıl kardinalitesi ise şu şekilde tanımlanabilir:

$$\|A\| = \frac{|A|}{|X|} \quad (1.11)$$

1.2.7. Bulanık Kümenin m . Kuvveti

Bulanık kümelerin m . kuvveti ZADEH tarafından şu şekilde tanımlanmıştır. (TUNA, 1994)

$$\mu_A^m(x) = [\mu_A]^m \quad (1.12)$$

1.2.8. Bulanık Sayı

Bulanık sayılar, bulanık kümelerin özel bir halidir. Bulanık sayılar, gerçel sayıların uzayında tanımlanmış olan bulanık kümelerdir⁶.

Bir bulanık sayı, aşağıdaki şartlar sağlandığında, R ' de tanımlı bir bulanık kümedir:

i) A bulanık alt kümesi, $\forall x \in R$ için $\bigvee \mu_A(x) = 1$ ise, yani $\mu_A(x)$ ' in en büyük değeri 1' e eşit ise bir *normal bulanık alt kümedir*,

ii) $\forall x_1, x_2 \in R$ ve $\forall \lambda \in [0, 1]$ için , $\mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2))$ ise $A \subset R$ bulanık alt kümesi konvektir. Ayrıca, A ' nın bütün α - kesitleri de konvektir.

Buradan görüldüğü gibi, R ' deki bir bulanık sayı, R ' de konveks ve normal olan bir bulanık alt kümedir. Bulanık sayı hiç bir zaman rassal değişken olarak anlaşılmamalıdır. Rassal değişken, olasılık kuramında tanımlıdır ve objektiftir. Bulanık sayı ise subjektiftir. (KANDEL, 1988)

1.3. BULANIK KÜMELERDE İŞLEMLER

X ' in iki farklı bulanık alt kümesi A ve B olsun. Bulanık kümeler üzerinde geçerli olan bazı temel işlemleri bu iki küme üzerinde inceleyelim. (KANDEL, 1988)

1.3.1. Eşitlik

A ve B bulanık kümeleri ancak ve ancak aşağıdaki şartlardan biri sağlandığı zaman eşit olabilirler;

$$\int_x \mu_A(x)/x = \int_x \mu_B(x)/x \quad (1.13)$$

veya

$$\mu_A(x) = \mu_B(x) \quad , \quad \forall x \in X \quad (1.14)$$

1.3.2. Alt Küme Özelliği

B' nin A' yı kapsaması için gerek ve yeter koşul ($A \subseteq B$),

$$\int_x \mu_A(x)/x \leq \int_x \mu_B(x)/x \quad (1.15)$$

dir.

1.3.4. Bulanık Birleşim (Maksimum Operatörü)

A ve B bulanık kümelerinin birleşimi,

$$A \cup B = \int_x (\mu_A(x) \vee \mu_B(x))/x \quad (1.16)$$

şeklinde tanımlanır ve $A \cup B$ ile gösterilir. Burada $\vee$ bir maksimum işaretidir.

Maksimum operatörü: A ve B bulanık kümeleri için $\{(x, \mu_{A \cup B})\}$ şeklindeki bir bulanık kümeyi ifade eder. Burada $\mu_{A \cup B}$ ifadesi aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max [\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (1.17)$$

veya

$$\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x) \quad (1.18)$$

1.3.5. Bulanık Kesişim (Minimum operatörü)

A ve B bulanık kümelerinin kesişimi aşağıdaki gibi tanımlanır,

$$A \cap B = \int_x (\mu_A(x) \wedge \mu_B(x))/x \quad (1.19)$$

Burada, $A \cap B$ ile kesişim ifade edilir ve $\wedge$ bir minimum işaretidir.

Minimum operatörü: A ve B bulanık sayıları için $\{(x, \mu_{A \cap B})\}$ şeklindeki bir bulanık küme minimum operatörü tarafından ifade edilir. $\mu_{A \cap B}$ aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (1.20)$$

veya

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) \quad (1.21)$$

1.3.6. Cebirsel Çarpım

A ve B bulanık kümelerinin cebirsel çarpımı aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\mu_{A \cdot B}(x) = (\mu_A) \cdot (\mu_B) \quad (1.22)$$

1.3.7. Sınırlı Çarpım

A ve B bulanık sayılarının çarpımı aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\mu_A \otimes_B = \max(0, \mu_A + \mu_B - 1) \quad (1.23)$$

1.3.8. Cebirsel Toplam

A ve B bulanık kümelerinin cebirsel toplamı aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\mu_{A+B} = \mu_A + \mu_B - (\mu_A) \cdot (\mu_B) \quad (1.24)$$

1.3.9. Sınırlı Toplam

A ve B bulanık sayılarının sınırlı toplamı aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\mu_A \oplus_B = \min(1, \mu_A + \mu_B) \quad (1.25)$$

veya

$$A \oplus B = \int_x 1 \wedge (\mu_A(x) + \mu_B(x)) / x \quad (1.26)$$

B Ö L Ü M II

BULANIK LİNEER PROGRAMLAMA MODELLERİ

1970' de Bellman ve Zadeh bulanık karar kavramını ilk olarak ortaya atmışlardır. Yazarlar klasik karar teorisinde olduğu gibi bir bulanık ortamında amaç(ları) ve kısıtları aynı anda sağlayan bir karar elde etmeye çalışmışlar, kararın üyelik fonksiyonunun oluşturulmasında "mantıksal ve " kavramından faydalanmışlardır. Bellman ve Zadeh' in karar modeli ile ilgili basit bir örnek verelim.(Chen et al. 1992)

Örnek 1. Amaç : x ' in 10 dan büyük olması.

Kısıt : x ' in 11 civarında olması.

Amacın üyelik fonksiyonu ;

$$\mu_{\tilde{G}}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 10 \\ \frac{1}{1 + \frac{1}{(x-10)^2}} & x > 10 \end{cases} \quad (2.1)$$

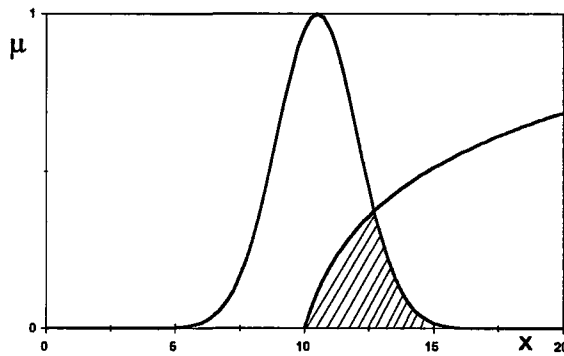
ile kısıtın üyelik fonksiyonu ;

$$\mu_{\tilde{C}}(x) = \frac{1}{1 + (x-11)^4}$$

olsun. Yazarlara göre kararın üyelik fonksiyonu da ;

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \mu_{\tilde{G}}(x) \wedge \mu_{\tilde{C}}(x) = \begin{cases} \min \left(1 + (x-10)^{-2} \right)^{-1}, \left(1 + (x-11)^4 \right)^{-1} & x > 10 \\ 0 & x \leq 10 \end{cases}$$

olur. Şekil 2.1' de bulanık kararı görülmektedir.



Şekil 2.1

Optimal karar ise üyeliği en yüksek olan yani üyelik derecesi maksimum olan karar olduğundan,

$$\max \mu_{\tilde{D}}(x) = \max_x \min \{ \mu_{\tilde{G}}(x), \mu_{\tilde{C}}(x) \}$$

formülü ile belirlenmektedir.

Yukarıdaki örneğe genellik kazandırmak için aşağıdaki tanımı verelim.

Tanım 1. $\mu_{\tilde{C}_i}$ $i = 1, \dots, m$, X üzerindeki kısıtların üyelik fonksiyonları, $\mu_{\tilde{G}_j}$ $j = 1, \dots, n$ amaç fonksiyonları veya hedeflerin üyelik fonksiyonları olsun. Kararın üyelik fonksiyonu

$$\mu_{\tilde{D}} = (\mu_{\tilde{C}_1} * \dots * \mu_{\tilde{C}_m}) \bullet (\mu_{\tilde{G}_1} * \dots * \mu_{\tilde{G}_n}) = *_i \mu_{\tilde{C}_i} \bullet *_j \mu_{\tilde{G}_j}$$

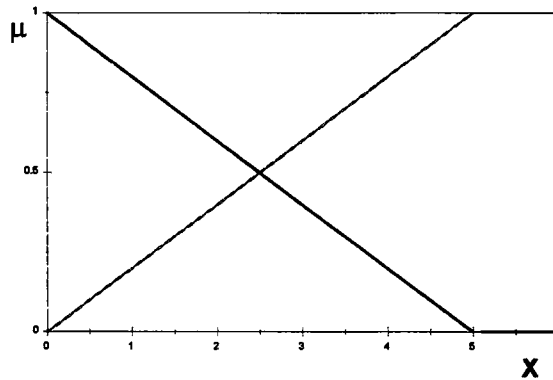
dir. Burada $\bullet, *$ koşullara bağlı, uygun operatörlerdir. $\mu_{\tilde{D}}(x)$ ' i maksimum yapan $x \in X$ lerin kümesi M ise, M maksimum kararının üyelik derecesi $\max \mu_{\tilde{D}}$ olacaktır.

Yukarıdaki örnekte hem amaç hem de kısıt bulanık idi. Amaç ve kısıtlardan tümü bulanık olmazsa ne olur? Bu durumu da basit bir örnekle inceleyelim. (Chen et al. 1992)

Örnek 2. Bir şirket temettü dağıtacaktır. Dağıtacağı temettünün maksimum olmasını istemektedir. Vergi oranının %50 olduğu kabulü ile amaç fonksiyonu $\max f(x)=x/2$ şeklinde alınabilir. Ancak kanuni ve yönetim kurulu üyelerinin istekleri nedeniyle birtakım sınırlamalar mevcuttur. Bu sınırlamaların bulanık olduğu kabul edilerek üyelik fonksiyonu

$$\mu_{\tilde{C}}(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{5} & 0 \leq x \leq 5 \\ 0 & x > 5 \end{cases}$$

verilmiştir. Şekil 2.2 problemi grafik olarak göstermektedir.



Şekil 2.2

Tanım 2. Orlovsky' e göre üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{C}}(x)$ olan $\tilde{C}$ bulanık kısıtına göre $\max f(x)$ probleminin optimal kararının üyelik fonksiyonu

$$\mu_{opt}(x) = \begin{cases} \sup \mu_{\tilde{C}}(x) & x \in \cup N(\alpha) \\ x \in N(\alpha) & \alpha > 0 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$$

olarak verilmektedir. Bu tanıımı örneğe uygularsak

$$\mu_{opt}(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{5} & 0 \leq x < 5 \\ 0 & x \geq 5 \end{cases}$$

olacaktır. Burada $\mu_{opt}(x)$, $x \in \tilde{X}$ in kısıtlar ve optimallik koşulunu sağlama derecesini göstermektedir. Reel değerli $f(x)$ fonksiyonunun $\tilde{C}$ bulanık kümesi, üzerindeki max kümesi $M(f)$ ' in üyelik fonksiyonu Orlovsky tarafından

$$\mu_f(r) = \begin{cases} \sup_{x \in f^{-1}(r)} \mu_{opt}(x) & r \in R \wedge f^{-1}(r) \neq \emptyset \\ 0 & \text{diğer yerlerde} \end{cases}$$

olarak verilmiştir. Örnekten

$$\mu_f(r) = \begin{cases} 1 - \frac{2r}{5} & 0 \leq r \leq 2,5 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$$

bulunur.

2.1. BULANIK MATEMATİK PROGRAMLAMA

Literatürde Karar Modelleri için yapılan en genel sınıflama aşağıdaki tabloda verilen sınıflamadır.

		Hedef(ler)	
		Kesin	Bulanık
Kısıtlar	Kesin	1) Geleneksel Karar (Mat. Prog. Modeli)	2) Simetrik Model
	Bulanık	3) Simetrik Olmayan Model	4) Simetrik Model

Bu sınıflama Zimmerman tarafından yapılmıştır. Bulanık Matematik Programlama konusunda yapılan çalışmalar temelde bu sınıflamaya uymaktadır.

SİMETRİK MODELLER

1) Amaç(lar)ı ve Kısıtları Bulanık olan model

Geleneksel bir Matematik Programlama problemi

$$\max f(x)$$

$$g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m$$

olarak ifade edilmektedir. Yapılan çalışmalar daha çok Lineer Programlama konusunda olduğu için biz de Matematik Programlamanın ' ın özel bir modeli olan Lineer Programlama problemini ele alacağız. Bir Lineer Programlama probleminin modeli

$$\max z = c^T x$$

$$A x \leq b$$

$$x \geq 0$$

şeklinde dir. Burada c ve x n boyutlu vektörler, A , $m \times n$ boyutlu bir matris, b m boyutlu bir vektördür.

1. tipe giren (tabloda 4. tip) bir Bulanık Lineer Programlama problemi ise

$$\tilde{\max} z = c^T x \text{ veya bul } x$$

$$c^T x \gtrsim z$$

$$A x \lesssim b \quad (2.2)$$

$$x \geq 0$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada $\lesssim$ bulanıklığı ifade eder. (2.2) modelini ,

$$\begin{pmatrix} c^T \\ A \end{pmatrix} = B \text{ ve } \begin{pmatrix} z \\ b \end{pmatrix} = d \text{ demek suretiyle}$$

Bul x

$$B x \lesssim d$$

$$x \geq 0$$

şeklinde $m+1$ satırlı bir Bulanık LP modeli haline getirebiliriz.

Herhangi bir satıra ait üyelik fonksiyonu $\mu_i(x)$ $i = 0, \dots, m$,ile gösterirsek Tanım 1 'den

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \min \{ \mu_0, \mu_1, \dots, \mu_m \}$$

olacaktır. (μ_0 amaç fonksiyonuna ait üyelik fonksiyonudur.) Maksimum çözüm ise

$$\max \min \{ \mu_0, \mu_1, \dots, \mu_m \} \quad \max \min_{x \geq 0} \mu_i(x) \quad i = 0$$

den bulunacaktır. Herbir kısıtın üyelik fonksiyonu ise $[0, 1]$ aralığında monoton olarak artan yani $[d_i, d_i + p_i]$ aralığında lineer olarak arttığını

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & (Bx)_i \leq d_i \\ \in [0, 1] & d_i \leq (Bx)_i \leq d_i + p_i \\ 0 & (Bx)_i > d_i + p_i \end{cases} \quad i = 0, \dots, m$$

kabul ederek,

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & (Bx)_i \leq d_i \\ 1 - \frac{(Bx)_i - d_i}{p_i} & d_i \leq (Bx)_i \leq d_i + p_i \\ 0 & (Bx)_i > d_i + p_i \end{cases} \quad (2.3)$$

şeklinde yazabiliriz. Bu Zimmerman' ın Simetrik modelidir. (2.3) modelini çözebilmek için uygun bir dönüşüm yapmak gerekir.

$\lambda = \mu_{\tilde{D}}(x)$ olsun.

$\mu_{\tilde{D}}(x)$ bütün üyelik fonksiyonlarının min olamına eşit olduğu için

$$\lambda \leq \mu_i(x) \quad i = 0, \dots, m$$

dir. (2.3) modeline bunu uygularsak, maksimum kararımız üyeliği en yüksek olan karar olduğundan amaç fonksiyonu da

$$\max \lambda$$

$$\mu_0 \geq \lambda$$

(2.4)

$$\mu_m \geq \lambda$$

$$\lambda, \mu_0, \mu_i \quad (i = 1, \dots, m) \in [0, 1]$$

$$x \geq 0$$

Problemine dönüştür. Bu bildiğimiz LP problemidir. Herhangibir LP paketi ile çözülebilir. Zimmerman' ın modelinde amacın b_0 hedefi ve P_0 max toleransı karar verici tarafından verilmektedir. Werner ise karar vericinin b_0 ve P_0 değerlerini veremeyeceğini düşünerek ;

$$Z^0 = \min \left(\max_{x \in X} C^T x \right) = Z^*(\theta = 0)$$

$$Z^1 = \max \left(\max_{x \in X} C^T x \right) = Z^*(\theta = 1)$$

olarak

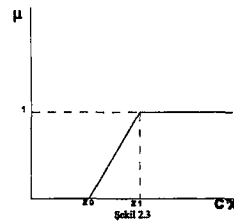
$$\tilde{\max} Z = C^T x$$

$$(A x)_i \leq b_i + \theta_{p_i} \quad (2.5)$$

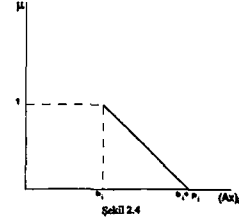
$$\theta \in [0, 1], x \geq 0$$

probleminin çözümünü araştırmıştır. Önce $\theta = 0$, $\theta = 0.1$, ..., $\theta = 1$ değerleri için (2.5) problemini çözmekte ve üyelik fonksiyonlarını

$$\mu_0 = \begin{cases} 1 & C^T x \geq Z^1 \\ 1 - \frac{Z^1 - C^T x}{Z^1 - Z^0} & Z^0 \leq C^T x \leq Z^1 \\ 0 & C^T x < Z^0 \end{cases}$$



$$\mu_i = \begin{cases} 1 & (A_x)_i < b_i \\ 1 - \frac{(A_x)_i - b_i}{p_i} & b_i \leq (A_x)_i \leq b_i + p_i \\ 0 & (A_x)_i > b_i + p_i \end{cases}$$



ile vermektedir. Problem yine (2.4) problemine dönüştürülerek çözülmektedir.

(2.4) denkleminde $\lambda = 1 - \theta$ seçilerek

Min θ

$$C^T x \geq Z^1 - \theta(Z^1 - Z^0)$$

$$(A_x)_i \leq b_i + \theta p_i \quad \forall_i \quad (2.6)$$

$$\theta \in [0, 1] \text{ ve } x \geq 0$$

problemi elde edilir. Bu problemin çözümü optimal çözüm olarak alınır.

2) Amaçları Fuzzy kısıtları kesin olan model önceki modelin özel bir halidir.

$$\tilde{Max} Z = C^T x$$

$$Ax \leq b \quad (2.7)$$

$$x \geq 0$$

şeklinde ifade edilebilir. (2.7) probleminin çözümü için, her C_i katsayısı $[C_i^L, C_i^U]$ ile ifade edilmektedir.

$$Z_{\min}^* = \max_{x \in X} Z_{\min}(x)$$

$$Z_{\max}^* = \max_{x \in X} Z_{\max}(x)$$

değerleri bulunarak

$$\max \lambda$$

$$(Z_{\min}^* - \tilde{Z}_{\min}) \lambda - Z(x) \leq -\tilde{Z}_{\min}$$

$$(Z_{\max}^* - \tilde{Z}_{\max}) \lambda - Z(x) \leq -\tilde{Z}_{\max} \quad (2.8)$$

$$Ax \leq b, \lambda \geq 0, x \geq 0$$

Rommelfanger 1986' de (2.8) problemini çözerken (Rommel fanger et. al. 1986), 1989' da $\forall i$ için $[C_i^L \text{ ve } C_i^U]$ aralığında bir üyelik fonksiyonu uydurmakta belirli bir α kesenleri ile aralığı daraltarak yeni C_i^α aralıkları bulmaktadır.(Rommel fanger, 1989)

SİMETRİK OLMAYAN MODELLER

Tanım 2' den faydalanan modellerdir.

$$\max f(x)$$

$$\mu_i(x) \geq \alpha \quad i = 1, \dots, m \quad (2.9)$$

$$x \in X$$

şeklinde ifade edilir. Burada α seviye kesenidir. Bu tip modellerle Orlovski, Tanaka, Chanas, Werner ilgilenmişlerdir.(Rommel fanger, 1989)

Örnek:

$$\max r = 1x_1 + x_2$$

$$x_1 \leq 3$$

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$5x_1 + x_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

tolerans değerleri de $p_1 = 6$, $p_2 = 4$, $p_3 = 2$ olsun. Werner' in üyelik fonksiyonlarından

$$\mu_1(x) = 1 - \frac{x_1}{6} = \frac{-x_1 + 6}{6}$$

$$\mu_2(x) = 1 - \frac{(x_1 + x_2) - 4}{4} = \frac{-x_1 - x_2 + 8}{4}$$

$$\mu_3(x) = 1 - \frac{(0.5x_1 + x_2) - 3}{2} = \frac{5 - 0.5x_1 - x_2}{2}$$

(2.9) modelinden

$$\mu_1(x) \geq \alpha$$

$$\frac{-x_1 + 6}{6} \geq \alpha$$

$$x_1 + 6 \geq 6\alpha$$

$$x_1 \leq 9 - 6\alpha$$

elde edilir ve problem

$$\max r = 2x_1 + x_2$$

$$x_1 \leq 9 - 6\alpha$$

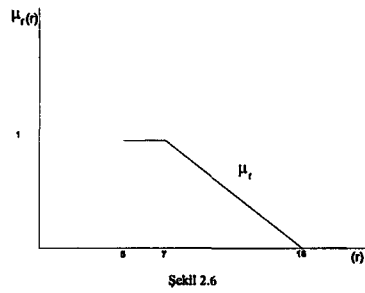
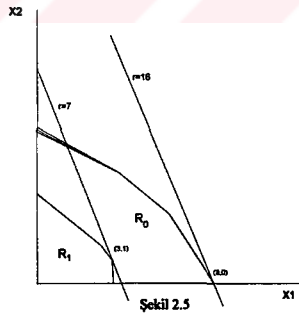
$$x_1 + x_2 \leq 8 - 4\alpha$$

$$0.5x_1 + x_2 \leq 5 - 2\alpha$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

problemine dönüştür.

$\alpha = 1$ için uygun bölge R_1 , $\alpha = 0$ için uygun bölge R_0 olsun. Şekil 2.5. uygun bölgeyi, şekil 2.6. da kararın üyelik fonksiyonunu göstermektedir. Karar verici $(r, \mu(f(r)))$ kombinasyonlarından kendisi için en iyi olanını seçecektir.



B Ö L Ü M III

ETKİLEŞİMLİ BULANIK LİNEER PROGRAMLAMA

20.yy' ın başlarında, Jakob Burkhardt' a göre, karmaşık gerçek dünya problemlerini, hassas matematik modelleri haline getirmek, bilim ve mühendisliğin ana gelişim doğrultusunu oluşturdu. O zamandan beri, Yöneylem Araştırması, gerçek dünya karar verme problemlerine uygulanmaya başlandı ve mühendislik ile bilimin en önemli alanlarından biri haline geldi. Bununla birlikte, pratik durumlar, genellikle iyi tanımlanmış değildir ve kesin bir şekilde tanımlı yapılamaz. Bu karmaşıklık, tesadüfi olmaktan çok belirsizlikten ileri gelmektedir. (Rommel fanger, 1989)

Bu sebeple, klasik Yöneylem Araştırması yaklaşımı, karar verme problemlerinin çözümünde gerçekten uygun olmayabilir. 1965 yılında Zadeh tarafından geliştirilen bulanık küme kavramından beri, yalnızca tam tanımlanamamış karmaşık datalarla değil aynı zamanda belirsiz veya kesin olmayan datalarla da uğraşabilmekteyiz. Örnek olarak, " *yaşam süresi 68 den daha büyük olmakta, %30 civarında kar vb.* "

Bulanık kümelerin karar prosesindeki rolü en iyi şekilde Bellman ve Zadeh' in kendi açıklamalarında ortaya çıkmaktadır. (Rommel fanger, 1989)

" Gerçek dünyada karar verme olaylarının bir çoğu, amaçların, kısıtların ve olası durumların sonuçlarının açıkça bilinemediği bir çevrede olmaktadır. Bu belirsizlikle başa çıkabilmek için, genellikle olasılık teorisinin kavram ve tekniklerine ve daha belirgin olarak karar verme, kontrol ve bilgi teorisinin geliştirdiği araçları uyguluyoruz. Böylelikle, tartışmadan kabul ediyoruz ki, belirsizlik-doğası ne olursa olsun- tesadüflikle eş tutulabilir. Bu, bizim görüşümüze göre, düşünülmesi gerekli bir kavramdır..."

Böylece, karar prosesi, belirsiz yaklaşımlardan ziyade, bulanık küme teorisi kullanılarak daha iyi çözülür ve tanımlanabilir. Bununla birlikte, karar vericinin kendisi bulanık küme teorisinde çok önemli bir rol oynamaktadır. Bu sebeple, karar verici ile karar prosesi arasındaki etkileşimli işlem problemlerimizi çözmek için gerekli olmaktadır. Bu, gerçekte, etkileşimli lineer programlama tekniği olmaktadır.

Bulanık küme teorisini kullanarak ve etkileşimli problem kavramı ile, lineer programlama tekniklerinin esnekliği ve sağlamlığı geliştirilmektedir. Etkileşimli bulanık lineer programlama yaklaşımı, Zimmermann' ın simetrik modeli, Werner' in, Verdegay' ın ve Chanas' ın bulanık lineer programlama yaklaşımları ile gelişmiştir.

Bu bölümde, Zimmermann, Chanas ve Werner' in etkileşimli lineer programlamaya yaklaşımlarını inceleyeceğiz.

3.1. CHANAS ALGORİTMASI

Chanas, simetrik olmayan modellerle ilgilenmiştir. Başlangıç noktası ise 2. bölümde verilen Tanım 2 dir.

Bu metodun sonucunda karar verici , $(z, \mu_f(z))$ kombinasyonlarından kendisi için en iyi olanı seçip uygulayabilir. α -kesme seviyesi için, çözümü yapılan eşitlik, klasik lineer programlama problemine dönüşür.

3.2. ZIMMERMANN ALGORİTMASI

Zimmermann simetrik modellerle ilgilenmiştir ve bu algoritmada, Zimmermann, amacın b_0 hedefini ve bunun p_0 toleransını karar vericinin belirlemesini istemektedir. Bununla birlikte, gerçek dünya problemlerinde, karar vericiye b_0 ve p_0 değerlerini hiçbir bilgi vermeden başlangıçta sormak gerçekçi değildir. Bununla birlikte, eğer b_0 çok geniş ise, bulanık lineer programlama modelinde bir

çözüm olmayacaktır. Aynı zamanda, eğer p_0 çok geniş verilmiş ise, üyelik fonksiyonunun bir anlamı olmayacaktır. Böylece, bu şekilde elde edilen çözüm tartışılır.

3.3. WERNER ALGORİTMASI

Zimmermann'ın algoritmasında olduğu gibi p_0 ve b_0 değerlerini karar vericiye sorarak üyelik fonksiyonunu oluşturmak yerine, Werner, karar vericinin bu değerleri veremeyeceğini düşünerek, iki olası uç nokta olan Z^0 ve Z^1 değerlerini kullanmaktadır. Bu değerler ise aşağıdaki gibidir:

$$Z^0 = \min \left(\max_{x \in X} C^t x \right) = Z^*(\theta = 0)$$

$$Z^1 = \max \left(\max_{x \in X} C^t x \right) = Z^*(\theta = 1)$$

Ancak, Zimmermann ile Werner'in üyelik fonksiyonları karşılaştırıldığında, Zimmermann'ın b_0 ve p_0 değerlerinin rasyonel oldukları varsayılabilir. Örneğin; $Z^0 \leq b_0 \leq Z^1$ ve $b_0 - p_0 \geq Z^0$ dır. Öyle ise, karar verici, Zimmermann'ın üyelik fonksiyonunu çoğu zaman daha kabul edilebilir olarak düşünebilir.

Şimdi, bu üç algoritmayı sentezleyen ve örnek modelimizde kullanacağımız, Young-Jou Lai ve Ching-Lai Hwang tarafından oluşturulmuş, etkileşimli lineer programlama algoritmasını inceleyelim. (Hwang et al., 1992)

3.4. ETKİLEŞİMLİ LİNEER PROGRAMLAMA ALGORİTMASI

ADIM 1:

Simplex metodu kullanarak klasik lineer programlama problemi çözülür. Tek optimal çözüm, bağlı ve kullanılan kaynakları ile karar vericiye sunulur.

ADIM 2:

Bu çözüm karar vericiyi tatmin etti mi? Aşağıdaki durumlar gözden geçirilir:

- i) Eğer sonuçlar tatmin edici ise, çıktılar alınır ve çözüm işlemi sona erer.
- ii) Eğer kaynak i , bazı i ' ler için atıl ise mümkün olan b_i azaltılır ve ADIM 1' e gidilir.
- iii) Mümkün olan kaynaklar kesin değil ise ve bazı toleranslar mümkün ise, bununla parametrik analizler yapılır ve ADIM 3' e devam edilir.

ADIM 3:

Parametrik lineer programlama problemi çözülür. Sonuçlar ile bir tablo oluşturulur ve aynı zamanda $Z^0 = Z^*(\theta = 0)$ ve $Z^1 = Z^*(\theta = 1)$ değerleri tanımlanır.

ADIM 4:

Oluşturulan ilk tabloda gösterilen çözümlerden herhangi biri karar vericiyi tatmin ediyor mu? Aşağıdaki durumlar incelenir:

- i) Eğer sonuç tatmin ediyorsa, çıktılar alınır ve çözüm prosedürü sona erer.
- ii) Eğer kaynak i , bazı i ' ler için boş ise b_i düşürülür (ve p_i ' yi değiştirilir) ve ADIM 1' e gidilir.
- iii) Eğer tolerans i , bazı i ' ler için kabul edilemez ise, p_i ' yi isteğe göre değiştirilir ve ADIM 3' e gidilir.
- iv) Eğer amaç belirsiz olarak değerlendirilirse, ADIM 5' den devam edilir.

ADIM 5:

İlk tabloya başvurduktan sonra, karar vericinin subjektif amacı b_0 ve onun toleransı p_0 , simetrik bulanık lineer programlama probleminin çözümü için sorulur. Eğer, karar verici, bulanık amaç için b_0 amacını vermek istemez ise, ADIM 6'ya gidilir. Eğer b_0 verilirse, ADIM 8'e gidilir.

ADIM 6:

Z^0 ve Z^1 ler ile elde edilen değerler ile oluşturulan model çözülür. Buradan Werner' in tek optimal çözümü elde edilir.

ADIM 7:

Elde edilen çözüm tatmin edici mi? Aşağıdaki durumlar gözden geçirilir:

- i) Eğer sonuç tatmin edici ise, çıktılar alınır ve çözüm prosedürü sona erer.
- ii) Eğer kullanıcı kendi amacını belirlerse, hedef b_0 verilir ve ADIM 8'e gidilir.
- iii) Eğer kaynak i , bazı i ' ler atıl ise, b_i düşürülür (ve p_i değiştirilir) ve daha sonra ADIM 1' e gidilir.

ADIM 8:

P_0 karar verici tarafından belirlendi mi? Eğer karar verici p_0 ' ı belirlemeyi isterse, ilk tablo karar vericiye yardımcı olmak amacıyla sunulur. Daha sonra ADIM 9' a gidilir. Eğer, p_0 verilmemiş ise, ADIM 11'e gidilir.

ADIM 9:

Zimmermann' ın yaklaşımı olan model çözülür ve buradan Zimmermann' ın tek optimal çözümü elde edilir.

ADIM 10:

Elde edilen çözüm tatmin edici mi?

- i) Eğer sonuç tatmin ediyor ise, çıktılar alınır ve çözüm prosedürü sona erer.
- ii) Eğer kullanıcı, kendi amacını ve onun toleransını daha iyi görürse, b_0 (ve p_0) verilir ve ADIM 8' e dönülür.
- iii) Eğer kaynak i , bazı i ' ler için atıl ise, b_i düşürülür (ve p_i değiştirilir) ve ADIM 1' e gidilir.
- iv) Eğer i toleransı, bazı i ' ler için kabul edilemezse, p_i ' yi isteğe göre değiştir ve ADIM 3' e gidilir.

ADIM 11:

Enson oluşturulan problem modeli tekrar bu değerler için çözülür, buradan p_0 ' lar kümesi elde edilir. Bu değerler ile bir önceki problemi çözebilmek için ADIM 9' a gidilir. Buradan elde edilen sonuçlar ile tekrar bir tablo oluşturulur.

ADIM 12:

Çıkan sonuçlar karar vericiyi tatmin ediyor mu? Eğer cevap evet ise, sonuçların çıktısı alınır ve çözüm prosedürü sona erer. Cevap aksi olursa, ADIM 13' den devam edilir.

ADIM13:

İleri analiz için, p_0 değerini belirlemesi için karar vericiye sorulur ve ADIM 9' a dönülür. Bu adımda, p_0 ' ı karar vericiye sormak daha mantıklıdır, çünkü, bu anda, karar verici olası p_0 değerleri hakkında daha iyi bilgiye sahiptir.

Bu etkileşimli lineer programlama algoritmasını gerçekleştirebilmek için, yalnızca iki çözüm tekniğine ihtiyacımız vardır: Simplex Metod ve Parametrik Metod. Böylece, etkileşimli bulanık lineer programlama basitliği sayesinde PC sistemlere kolayca uygulanabilir hale ulaşılır.



B Ö L Ü M IV

UYGULAMA

4.1. VERİLER

İncelediğimiz sistemde 21 çeşit boyar madde üretilmekte ve bu maddelerin üretimi dört grup makinada yapılmaktadır. İlk grupta çözme, diyazolama-kenetleme ve çöktürme kazanları, ikinci grupta filter-pres makinaları, üçüncü grupta kurutma fırınları ve dördüncü grupta da değirmen ve harman makinaları bulunmaktadır.(Karpak et al., 1984)

Modelle ilgili veriler kaynaklarla, kaynakların kullanımı ile, amaç katsayıları ve pazarlama olanakları ile ilgili veriler olmak üzere dört grupta toplanmıştır. Boyar maddelerin yapımında kullanılan hammadde miktarları Tablo 4.1' de görülmektedir.



Tablo 4.1
Ham madde Kullanımı (kg/üretim birimi)

Mamuller	H1	H2	H6	H7	H11	H13	H14	H17	H18	H19	H20	H21	H22
M1	100	93											
M2			176	153.2	3.3								
M3				151	223								
M4				14.75	21.03	73	169.75				1.18	0.63	
M6 (iç ve dış)		41.19	74.85	61.2		61.04	141.98	295.151					
M7													
M8 (iç ve dış)	57	47					160			92			
M9 (iç ve dış)													
M10	57	47					160			92	133.5	71	120
M11 (iç ve dış)							160			92			
M12 (iç ve dış)						140	320			184			
M13	14.71	12.13				5.85	54.68			123.44	40.04	20.23	97
M14						4.78	10.92			190.28	31.13	16.55	194
M15					366					276			
M16 (iç ve dış)					245					92			

Not : 8 ve 10 nolu mamuller aynı ithal maddeyi fakat farklı yerli ham madde kullanmaktadır

Her mamulün bir üretim biriminin kullandığı işçilik ve makina zamanı ile ilgili veriler Tablo 4.2' de verilmiştir.

Tablo 4.2
İşçilik ve Makina Zamanı Kullanımı

<u>Mamul</u>	<u>Üretim Birimi (kg.)</u>	<u>İşçilik Saltır. bi.</u>	M A K İ N A			
			<u>A</u>	<u>B</u>	<u>C</u>	<u>D</u>
M1	700	24	60	24	16	15
M2	751	56	96	24	16	23
M3	477	43	80	24	16	15
M4	890	81.76	50.77	25.38	16.92	27
M6	1,000	90.09	92.12	35.9	23.94	30
M7	720	56	80	24	16	22
M8	620	67	56	24	16	20
M9	566	42	40	24	16	17
M10	880	72	56	24	16	26
M11	1,070	69	48	24	16	32
M12	2,630	185	96	48	32	79
M13	1,365	96.88	56	24	16	43
M14	1,791	125.69	112	48	32	54
M15	3,500	174	144	72	48	105
M16	850	44	40	24	16	26

Tablo 4.3' de ise, iç piyasaya satılan her mamul için piyasada bulunması gerekli minimum miktar, piyasada satılabilecek maksimum miktar, birim başına satış fiyatları verilmiştir.

Tablo 4.3

Pazarlama Koşulları

<u>Mamul</u>	<u>Piyasada bulunması gerekli miktar (ür. bir.)</u>	<u>Piyasada maks. satılabilecek mik. (ür.bir.)</u>	<u>Mamulün piyasadaki satış fiyatı (TL/kg.)</u>
M1	7.14	21.43	120
M6 (iç)	15	120	190
M8 (iç)	16.13	48.39	265
M15	1.71	4.29	150

Tablo 4.4' de ise hammadde miktarları verilmiştir.

Tablo 4.4
Hammadde Miktarları

<u>Hammadde</u>	Mevcut Miktar (kg)
H1	1,680
H2	7,400
H3	24,000
H6	7,300
H7	5,630
H11	12,630
H13	75.73
H14	32,652
H17	310
H18	7,326
H19	19,448
H20	2,000
H21	1,200
H22	1,760

4.2. MODELİN KURULMASI

$$Z_{\max} = 120M_1 + 118M_2 + 210M_3 + 265M_4 + 130M_6 + 320M_7 + 265M_8 + 330M_9 + 200M_{10} + 150M_{11} + 150M_{12} + 170M_{13} + 170M_{14} + 150M_{15} + 170M_{16}$$

$$24M_1 + 56M_2 + 43M_3 + 81.76M_4 + 90.09M_6 + 56M_7 + 67M_8 + 42M_9 + 72M_{10} + 69M_{11} + 185M_{12} + 96.88M_{13} + 125.69M_{14} + 174M_{15} + 44M_{16} \leq 4100$$

$$60M_1 + 96M_2 + 80M_3 + 50.77M_4 + 92.12M_6 + 80M_7 + 56M_8 + 40M_9 + 56M_{10} + 48M_{11} + 96M_{12} + 56M_{13} + 112M_{14} + 144M_{15} + 40M_{16} \leq 9485.75$$

$$24M_1 + 24M_2 + 24M_3 + 25.38M_4 + 35.9M_6 + 24M_7 + 24M_8 + 24M_9 + 24M_{10} + 24M_{11} + 48M_{12} + 24M_{13} + 48M_{14} + 72M_{15} + 24M_{16} \leq 3189.893$$

$$16M_1 + 12M_2 + 16M_3 + 16.92M_4 + 23.94M_6 + 16M_7 + 16M_8 + 16M_9 + 16M_{10} + 16M_{11} + 32M_{12} + 16M_{13} + 32M_{14} + 48M_{15} + 16M_{16} \leq 2385.47$$

$$15M_1 + 23M_2 + 15M_3 + 27M_4 + 30M_6 + 22M_7 + 20M_8 + 17M_9 + 26M_{10} + 32M_{11} + 79M_{12} + 43M_{13} + 54M_{14} + 26M_{16} \leq 2637.25$$

$$100M_1 + 57M_8 + 57M_{10} + 14.71M_{13} \leq 1680$$

$$93M_1 + 41.13M_6 + 47M_8 + 47M_{10} + 12.13M_{13} \leq 7400$$

$$176M_2 + 74.85M_6 \leq 7300$$

$$153.2M_2 + 151M_3 + 14.75M_4 + 61.2M_6 \leq 5630$$

$$3.3M_2 + 223M_3 + 21.03M_4 + 366M_{15} + 245M_{16} \leq 12630$$

$$73M_4 + 61.04M_6 + 140M_{12} + 5.85M_{13} + 4.78M_{14} \leq 7573$$

$$169.75M_4 + 141.98M_6 + 160M_8 + 160M_{10} + 160M_{11} + 320M_{12} + 54.68M_{13} + 4.78M_{14} \leq 32652$$

$$295.151M_6 \leq 7300$$

$$92M8 + 92M10 + 92M11 + 184M12 + 123.44M13 + 190.28M14 + 276M15 + 92M16 \leq 19448$$

$$1.18M4 + 133.5M9 + 40.04M13 + 31.13M14 \leq 2000$$

$$0.63M4 + 71M9 + 20.23M13 + 16.55M14 \leq 1200$$

$$120M10 + 97M13 + 194M14 \leq 1760$$

$$M6 \geq 15$$

$$M8 \geq 16.13$$

$$M8 \leq 48.39$$

$$M1 \geq 7.14$$

$$M1 \leq 21.43$$

$$M15 \geq 1.71$$

$$M15 \leq 4.29$$

4.3. ÇÖZÜM

Yukarıda verilen modelin çözümünde, üç yöntemin sentezi olan, Young-Jou Lai ve Ching-Lai Hwang tarafından oluşturulan algoritma kullanılmıştır. (Hwang et al. 1989) Şimdi algoritmaya göre çözüm işlemine başlayalım:

Modeli önce simplex metodunu kullanılarak, LINDO paket programı ile çözülmüş, elde edilen optimal sonuç karar vericiyesunulmuştur.

$$Z^* = 15537.72 \quad \text{ve} \quad X^* = (7.14, 0, 0, 0, 15, 10.17, 16.13, 14.98, 0, 0, 0, 0, 1.71, 0)$$

Bulunan bu sonuçlar, modele uygulanmış , kullanılan kaynak miktarları belirlendikten sonra karar vericiyesunulmuştur.

b1 = 4099.64	b8 = 1122.75	b15 = 1999.83
b2 = 4372.52	b9 = 918	b16 = 1063.58
b3 = 1823.7	b10 = 625.86	b17 = 0
b4 = 1215.9	b11 = 915.6	
b5 = 1537.65	b12 = 4710.5	
b6 = 1633.41	b13 = 4427.265	
b7 = 2039.08	b14 = 1955.92	

Çıkan bu sonuçlara göre karar verici istediği kaynak için bir tolerans miktarı belirlemiş ve böylece modeli parametrik programlama modeli haline dönüştürmüştür.

$$Z \max = 120M1+118M2+210M3+265M4+130M6+320M7+265M8+330M9+200M10+150M11 \\ = 150M12+170M13+170M14+150M15+170M16$$

$$24M1+56M2+43M3+81.76M4+90.09M6+56M7+67M8+42M9+72M10+69M11+185M12+96.88M13 \\ +125.69M14+174M15+44M16 \leq 4100+10\theta$$

$$60M1+96M2+80M3+50.77M4+92.12M6+80M7+56M8+40M9+56M10+48M11+96M12+56M13 \\ +112M14+144M15+40M16 \leq 9485.75$$

$$24M1+24M2+24M3+25.38M4+35.9M6+24M7+24M8+24M9+24M10+24M11+48M12+24M13 \\ +48M14+72M15+24M16 \leq 3189.893$$

$$16M1+12M2+16M3+16.92M4+23.94M6+16M7+16M8+16M9+16M10+16M11+32M12+16M13 \\ 32M14+48M15+16M16 \leq 2385.47$$

$$15M1+23M2+15M3+27M4+30M6+22M7+20M8+17M9+26M10+32M11+79M12+43M13+54M14 \\ +105M15+26M16 \leq 2637.25$$

$$100M1+57M8+57M10+14.71M13 \leq 1680$$

$$93M1+41.13M6+47M8+47M10+12.13M13 \leq 7400$$

$$176M2+74.85M6 \leq 7300$$

$$153.2M2+151M3+14.75M4+61.2M6 \leq 5630$$

$$303M2+223M3+21.03M4+366M15+245M16 \leq 12630$$

$$73M_4+61.04M_6+140M_{12}+5.85M_{13}+4.78M_{14}\leq 7573$$

$$169.75M_4+141.98M_6+160M_8+160M_{10}+160M_{11}+320M_{12}+54.68M_{13}+4.78M_{14}\leq 32652$$

$$295.151M\leq 7300$$

$$92M_8+92M_{10}+92M_{11}+184M_{12}+123.44M_{13}+190.28M_{14}+276M_{15}+92M_{16}\leq 19448$$

$$1018M_4+133.5M_9+40.04M_{13}+31.13M_{14}\leq 2000+20\theta$$

$$0.63M_4+71M_9+20.23M_{13}+16.55M_{14}\leq 1200$$

$$120M_{10}+97M_{13}+194M_{14}\leq 1760$$

$$M_6\geq 15$$

$$M_8\geq 16.13$$

$$M_8\leq 48.39$$

$$M_1\geq 7.14$$

$$M_1\leq 21.43$$

$$M_{15}\geq 1.71$$

$$M_{15}\leq 4.29$$

Yukarıdaki parametrik programlama modeli, $\theta[0, 1]$ aralığında θ çözöldüğü zaman Tablo 4.5 deki sonuçlar elde edilmiştir.

Tablo 4.5

e	Z	b1	b2	b3	b4	b5	b6	b7	b8	b9	b10	b11	b12	b13	b14	b15	b16	b17
0	15537.27	4099.64	4372.52	1823.7	1215.9	1537.65	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	1999.83	1063.58	0
0.1	15544.79	4100.62	4373.72	1819.68	1216.22	1538.04	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2001.165	1064.29	0
0.2	15551.85	4101.46	4374.52	1824.66	1216.54	1538.38	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2003.835	1065.71	0
0.3	1558.91	4102.44	4375.52	1825.14	1216.86	1538.77	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2005.17	1066.42	0
0.4	15565.97	4103.86	4377.32	1825.86	1217.34	1539.33	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2007.84	1067.84	0
0.5	15573.04	4104.26	4377.72	1826.1	1217.5	1539.5	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2009.175	1068.55	0
0.6	15580.1	4105.66	4379.32	1826.82	1217.98	1540.06	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2011.845	1069.97	0
0.7	15587.16	4106.64	4380.52	1827.3	1218.3	1540.45	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2013.18	1070.68	0
0.8	15594.22	4107.48	4381.32	1827.78	1218.62	1540.79	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2015.85	1072.1	0
0.9	15601.29	4108.46	4382.52	1828.26	1219.42	1541.18	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2017.185	1072.81	0
1	15608.35	4109.86	4384.12	1828.98	1219.42	1541.74	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2019.855	1074.23	0

Tablo 4.5 karar vericiye sunulmuş ve karar verici, kaynakların belirsizliğinden dolayı daha ileri bir analiz yapılmasını istemiştir. Bunun için kendi seçtiği kaynak miktarlarını ve bunların maksimum toleranslarını vermiştir. Bunun sonucunda modelimiz aşağıdaki şekle dönüşmüştür.

$$Z_{\max} = 120M_1 + 118M_2 + 210M_3 + 265M_4 + 130M_6 + 320M_7 + 265M_8 + 330M_9 + 200M_{10} + 150M_{11} + 150M_{12} + 170M_{13} + 170M_{14} + 150M_{15} + 170M_{16}$$

$$24M_1 + 56M_2 + 43M_3 + 81.76M_4 + 90.09M_6 + 56M_7 + 67M_8 + 42M_9 + 72M_{10} + 69M_{11} + 185M_{12} + 96.88M_{13} + 125.69M_{14} + 174M_{15} + 44M_{16} \leq 4100 + 5\theta$$

$$60M_1 + 96M_2 + 80M_3 + 50.77M_4 + 92.12M_6 + 80M_7 + 56M_8 + 40M_9 + 56M_{10} + 48M_{11} + 96M_{12} + 56M_{13} + 112M_{14} + 144M_{15} + 40M_{16} \leq 4384.12 + 10\theta$$

$$24M_1 + 24M_2 + 24M_3 + 25.38M_4 + 35.9M_6 + 24M_7 + 24M_8 + 24M_9 + 24M_{10} + 24M_{11} + 48M_{12} + 24M_{13} + 48M_{14} + 72M_{15} + 24M_{16} \leq 1829 + 40\theta$$

$$16M_1 + 12M_2 + 16M_3 + 16.92M_4 + 23.94M_6 + 16M_7 + 16M_8 + 16M_9 + 16M_{10} + 16M_{11} + 32M_{12} + 16M_{13} + 32M_{14} + 48M_{15} + 16M_{16} \leq 1219.42 + 20\theta$$

$$15M_1 + 23M_2 + 15M_3 + 27M_4 + 30M_6 + 22M_7 + 20M_8 + 17M_9 + 26M_{10} + 32M_{11} + 79M_{12} + 43M_{13} + 54M_{14} + 105M_{15} + 26M_{16} \leq 1542 + 10\theta$$

$$100M_1 + 57M_8 + 57M_{10} + 14.71M_{13} \leq 1633.41 + 5\theta$$

$$93M_1 + 41.13M_6 + 47M_8 + 47M_{10} + 12.13M_{13} \leq 2039.08 + 40\theta$$

$$176M_2 + 74.85M_6 \leq 1122.75 + 50\theta$$

$$153.2M_2 + 151M_3 + 14.75M_4 + 61.2M_6 \leq 918 + 50\theta$$

$$3.3M_2 + 223M_3 + 21.03M_4 + 366M_{15} + 245M_{16} \leq 625.86 + 60\theta$$

$$73M_4 + 61.04M_6 + 140M_{12} + 5.85M_{13} + 4.78M_{14} \leq 915.6 + 50\theta$$

$$169.75M_4 + 141.98M_6 + 160M_8 + 160M_{10} + 160M_{11} + 320M_{12} + 54.68M_{13} + 4.78M_{14} \leq 4710.5 + 80\theta$$

$$295.151M_6 \leq 4427.265 + 10\theta$$

$$92M_8 + 92M_{10} + 92M_{11} + 184M_{12} + 123.44M_{13} + 190.28M_{14} + 276M_{15} + 92M_{16} \leq 1955.92 + 40\theta$$

$$1.18M_4 + 133.5M_9 + 40.04M_{13} + 31.13M_{14} \leq 2000 + 3\theta$$

$$0.63M_4 + 71M_9 + 20.23M_{13} + 16.55M_{14} \leq 1074.23 + 4\theta$$

$$120M_{10} + 97M_{13} + 194M_{14} \leq 1760$$

$$M_6 \geq 15$$

$$M_8 \geq 16.13$$

$$M_8 \leq 48.39$$

$$M1 \geq 7.14$$

$$M1 \leq 21.43$$

$$M15 \geq 1.71$$

$$M15 \leq 4.29$$

Oluşan bu yeni model, $\theta[0, 1]$ olarak çözüldüğünde Tablo 4.6' daki sonuçlar elde edilmiştir.



Tablo 4.6

Θ	Z	b1	b2	b3	b4	b5	b6	b7	b8	b9	b11	b12	b13	b14	b15	b16	b17	b18
0	15537.72	4099.64	4372.52	1823.7	1215.9	1537.65	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	1999.83	1063.58	0
0.1	15540.78	4100.2	4373.32	1823.94	1216.06	1537.87	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	1999.83	1063.58	0
0.2	15543.84	4100.2	4373.32	1823.94	1216.06	1537.87	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	1999.83	1063.58	0
0.3	15546.9	4100.76	4374.12	1824.18	1216.22	1538.09	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	1999.83	1063.58	0
0.4	15549.96	4102.16	4375.72	1824.9	1216.7	1538.65	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2002.5	1065	0
0.5	15553.02	4102.72	4376.56	1825.14	1216.86	1538.87	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2002.5	1065	0
0.6	15556.08	4102.72	4376.52	1825.14	1216.86	1538.87	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2002.5	1065	0
0.7	15559.14	4103.28	4377.32	1825.38	1217.02	1539.09	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2002.5	1065	0
0.8	15562.2	4103.84	4378.12	1825.62	1217.18	1539.31	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2002.5	1065	0
0.9	15565.26	4104.4	4378.92	1825.86	1217.34	1539.53	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2002.5	1065	0
1	15568.32	4104.4	4378.92	1825.86	1217.34	1539.53	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2002.5	1065	0

Tablo 4.6 karar vericiye sunulmuş, karar verici, sonuçlardan tatmin olmayıp çözüm işlemine devam edilmesini istemiştir. Bunun üzerine Tablo 4.6' dan p_0 değerini belirlemek için Z_0 ve Z_1 değerleri alınmıştır.

$$p_0 = Z_1 - Z_0 = 15537.72 - 15568.32 = 30.60$$

Model artık aşağıdaki hale dönüşmüş olur:

$$Z_{\max} = 120M1 + 118M2 + 210M3 + 265M4 + 130M6 + 320M7 + 265M8 + 330M9 + 200M10 + 150M11 + 150M12 + 170M13 + 170M14 + 150M15 + 170M16 \geq 15549.96 - 30.60\theta$$

$$24M1 + 56M2 + 43M3 + 81.76M4 + 90.09M6 + 56M7 + 67M8 + 42M9 + 72M10 + 69M11 + 185M12 + 96.88M13 + 125.69M14 + 174M15 + 44M16 \leq 4100 + 5\theta$$

$$60M1 + 96M2 + 80M3 + 50.77M4 + 92.12M6 + 80M7 + 56M8 + 40M9 + 56M10 + 48M11 + 96M12 + 56M13 + 112M14 + 144M15 + 40M16 \leq 4384.12 + 10\theta$$

$$24M1 + 24M2 + 24M3 + 25.38M4 + 35.9M6 + 24M7 + 24M8 + 24M9 + 24M10 + 24M11 + 48M12 + 24M13 + 48M14 + 72M15 + 24M16 \leq 1829 + 40\theta$$

$$16M1 + 12M2 + 16M3 + 16.92M4 + 23.94M6 + 16M7 + 16M8 + 16M9 + 16M10 + 16M11 + 32M12 + 16M13 + 32M14 + 48M15 + 16M16 \leq 1219.42 + 20\theta$$

$$15M1 + 23M2 + 15M3 + 27M4 + 30M6 + 22M7 + 20M8 + 17M9 + 26M10 + 32M11 + 79M12 + 43M13 + 54M14 + 105M15 + 26M16 \leq 1542 + 10\theta$$

$$100M1 + 57M8 + 57M10 + 14.71M13 \leq 1633.41 + 5\theta$$

$$93M1 + 41.13M6 + 47M8 + 47M10 + 12.13M13 \leq 2039.08 + 40\theta$$

$$176M2 + 74.85M6 \leq 1122.75 + 50\theta$$

$$153.2M2 + 151M3 + 14.75M4 + 61.2M6 \leq 918 + 50\theta$$

$$3.3M2 + 223M3 + 21.03M4 + 366M15 + 245M16 \leq 625.86 + 60\theta$$

$$73M4 + 61.04M6 + 140M12 + 5.85M13 + 4.78M14 \leq 915.6 + 50\theta$$

$$169.75M4 + 141.98M6 + 160M8 + 160M10 + 160M11 + 320M12 + 54.68M13 + 4.78M14 \leq 4710.5 + 80\theta$$

$$295.15M6 \leq 4427.265 + 10\theta$$

$$92M8 + 92M10 + 92M11 + 184M12 + 123.44M13 + 190.28M14 + 276M15 + 92M16 \leq 1955.92 + 40\theta$$

$$1.18M4 + 133.5M9 + 40.04M13 + 31.13M14 \leq 2000 + 3\theta$$

$$0.63M4 + 71M9 + 20.23M13 + 16.55M14 \leq 1074.23 + 4\theta$$

$$120M10 + 97M13 + 194M14 \leq 1760$$

$$M6 \geq 15$$

$$M8 \geq 16.13$$

$$M8 \leq 48.39$$

$$M1 \geq 7.14$$

$$M1 \leq 21.43$$

$$M15 \geq 1.71$$

$$M15 \leq 4.29$$

Bu modelin çözülmesi ile Tablo 4.7 elde edilmiştir. Karar verici bu tablodan kendisi için uygun olan θ değerini ve buna karşılık gelen kaynak miktarlarını belirlemiştir.



Tablo 4.7

e	Z	b1	b2	b3	b4	b5	b6	b7	b8	b9	b10	b11	b12	b13	b14	b15	b16	b17
0	15537.72	4099.64	4372.52	1823.7	1215.9	1537.65	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	1999.83	1063.58	0
0.1	15540.78	4100.2	4373.32	1823.94	1216.06	1537.87	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	1999.83	1063.58	0
0.2	15543.84	4100.2	4373.32	1823.94	1216.06	1537.87	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	1999.83	1063.58	0
0.3	15546.9	4100.76	4374.12	1824.18	1216.22	1538.09	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	1999.83	1063.58	0
0.4	15549.96	4101.74	4375.32	1824.66	1216.54	1538.48	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2001.165	1064.29	0
0.5	15553.02	4102.3	4376.12	1824.9	1216.7	1538.7	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2001.165	1064.29	0
0.6	15556.08	4102.3	4376.12	1824.9	1216.7	1538.7	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2001.165	1064.29	0
0.7	15559.14	4102.86	4376.92	1825.14	1216.86	1538.92	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2001.165	1064.29	0
0.8	15562.2	4103.42	4377.72	1825.38	1217.02	1539.14	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2001.165	1064.29	0
0.9	15565.26	4104.4	4378.92	1825.86	1217.34	1539.53	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2002.5	1065	0
1	15568.32	4104.4	4378.92	1825.86	1217.34	1539.53	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2002.5	1065	0

Tablo 4.7' den, karar vericinin seçtiği değerler şunlardır:

$\theta = 0.4$ için $Z_0 = 15537.72$ $b_0 = 15549.96$ Buradan ise p_0 toleransı elde edilir ki bu

değer;

$$p_0 = b_0 - Z_0 = 15549.96 - 15537.72 = 12.24$$

olur.

Bulunan bu değer, en son bulunan modelde Z max değerinin sağ tarafına $b_0 - (b_0 - Z_0)\theta$ şeklinde yazılarak problem tekrar çözülmüş ve Tablo 4.8 elde edilmiştir.

Tablo 4.8

Θ	Z	b1	b2	b3	b4	b5	b6	b7	b8	b9	b10	b11	b12	b13	b14	b15	b16	b17
0	15537.72	4099.64	4372.52	1823.7	1215.9	1537.65	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	1999.83	1063.58	0
0.1	15540.78	4100.2	4373.32	1823.94	1216.06	1537.87	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	1999.83	1063.58	0
0.2	15543.84	4100.2	4373.32	1823.94	1216.06	1537.87	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	1999.83	1063.58	0
0.3	15546.9	4100.76	4374.12	1824.18	1216.22	1538.09	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	1999.83	1063.58	0
0.4	15549.96	4101.74	4375.32	1824.66	1216.54	1538.48	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2001.165	1064.29	0
0.5	15553.02	4102.3	4376.12	1824.9	1216.7	1538.7	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2001.165	1064.29	0
0.6	15556.08	4102.3	4376.12	1824.9	1216.7	1538.7	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2001.165	1064.29	0
0.7	15559.14	4102.86	4376.92	1825.14	1216.86	1538.92	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2001.165	1064.29	0
0.8	15562.2	4103.42	4377.72	1825.38	1217.02	1539.14	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2001.165	1064.29	0
0.9	15565.26	4104.4	4378.92	1825.86	1217.34	1539.53	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2002.5	1065	0
1	15568.32	4104.4	4378.92	1825.86	1217.34	1539.53	1633.41	2039.08	1122.75	918	625.86	915.6	4710.5	4427.265	1955.92	2002.5	1065	0

Görüldüğü gibi Tablo 4.8 ' de çıkan sonuçlar bir önceki tablo değeri ile aynıdır. Karar vericiye bu tablo sunulduğunda, buradan kendisi için uygun olan optimal çözümü, yine kendisi seçmiştir.

Optimal çözüm:

$\theta = 0.4$ için;

$X^{**} = (7.14, 0, 0, 0, 0, 15, 10.24, 16.13, 15, 0, 0, 0, 0, 0, 1.71, 0)$

$Z^{**} = 15549.96$

olarak bulunur.

4.4. YORUM

Uygulamada da görüldüğü gibi, bulanık lineer programlama ve çözüm işlemleri, kullanıcı tarafından yönlendirilmeye izin veren bir yaklaşım izlemektedir. Bu yüzden, karar vericinin karşılaşılabileceği çok çeşitli durumlar, modelin kurulması ve kurulan modelin çözülmesinde dikkate alınmaktadır. Karar verici, çözümünden memnun olabilir veya olmayabilir. Ancak bu algoritma sayesinde, karar verici, modelin kurulmasından itibaren, çözüm işleminin içinde bulunduğundan, istediği zaman, orjinal modeli modifiye etmek için bazı durumları değiştirebilir. Modelin bir avantajı ise, karar vericinin herhangi bir zamanda kendisini tatmin edici sonuca ulaştığında çözüm işlemini durdurabilmesidir. Artık istenilen çözüme ulaşılmıştır. Aksi durum söz konusu olursa, yani, karar verici çıkan sonuçlardan memnun değil ise, etkileşimli çözüm prosesi, tatmin edici sonuca ulaşıncaya kadar devam edebilir. Burada algoritmanın yaklaşım amacının yalnızca verilen bir lineer programlama problemini çözmek değil, aynı zamanda yüksek prodüktiviteli bir sistemi dizayn etmek olduğu dikkat edilmesi gerekli bir durumdur.

Görüldüğü gibi, algoritma üç yaklaşımın, yani Chanas, Werners ve Zimmermann yaklaşımlarının en iyi kısımları üzerine kurulmuş olduğundan, çözümde elde edilecek sonuç ulaşılacak optimal sonuç olacaktır. Uygulanabilirlik açısından, yukarıda uygulamasını verdiğimiz Yang-Jou Lai ve Ching-Lai Hwang Etkileşimli Bulanık Lineer Programlama Algoritması en iyi yöntemdir.

ÖZGEÇMİŞ

Doğum Tarihi.....: 01 Haziran 1970

Doğum Yeri.....: Ankara

İlk Öğrenim.....: Antalya Dumlupınar İlkokul , 1981

Orta Öğrenim.....: İstanbul Suadiye Lisesi , 1987

**Yüksek Öğrenim.....:Yıldız Üniversitesi , Mühendislik Fakültesi , Matematik Mühendisliği Bölümü ,
1992**

Mesleği.....: Renault - Mais A.Ş. Programcısı

KAYNAKLAR

1. CHEN S-J., HWANG C-J., Fuzzy Multiple Attribute Decision Making, Berlin, 1992
2. KANDEL A., Fuzzy Mathematical Techniques with Applications, Addison-Wesley Publishing Com., California, 1988.
3. KARPAK B., ANAFARTA A., Daralan Koni Yöntemi ve Genelleştirilmiş Oyunlaa Yönteminin Karşılaştırılması, Yöneylem Araştırması IX. Ulusal Kongresi, 1984
4. KLIR, G.J., FOLGER T.A., Fuzzy Sets Uncertainty and Information, Prentice Hall, New Jersey, 1988.
5. LAI Y-L , HWANG C-L, Interactive Fuzzy Linear Programming, Elsevier Science Publishers, 0165-0114/92
6. LLENA J., On Fuzzy Linear Programming, European Journal of Operational Research 22, 1985, 216-223.
7. ROMMELFANGER H., HANUSCHECK R., WOLF J., Linear Programming with Fuzzy Objectives, Fuzzy Sets and Systems, 1986.
8. ROMMELFANGER H., Interactive Decision Making In Fuzzy Linear Optimization Problems, European Journal of Operational Research 41, 1989, 210-217.
9. TUNA B., Lisans Üstü Tezi, 1994