

**T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**DOĞRUSAL MATRİS EŞİTSİZLİKLERİ TABANLI H_{∞} DENETLEYİCİ İLE
YAPISAL SİSTEMLERİN TİTREŞİMLERİNİN AKTİF KONTROLÜ**

GÖKHAN KESKİN

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
MAKİNE TEORİSİ VE KONTROL PROGRAMI**

**DANIŞMAN
PROF.DR. RAHİMİ GÜÇLÜ**

İSTANBUL, 2012

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DOĞRUSAL MATRİS EŞİTSİZLİKLERİ TABANLI H_{∞} DENETLEYİCİ İLE
YAPISAL SİSTEMLERİN TİTREŞİMLERİNİN AKTİF KONTROLÜ

Gökhan KESKİN tarafından hazırlanan tez çalışması 13.01.2012 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı

Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ
Yıldız Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri

Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ
Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. İbrahim Beklan KÜÇÜKDEMİRAL
Yıldız Teknik Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Semih SEZER
Yıldız Teknik Üniversitesi

Bu alışma, TÜBİTAK'ın 109M523 numaralı projesi ile desteklenmiştir.

ÖNSÖZ

Sismik etki altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin kontrolü, gelişen teknoloji ve artan ihtiyaçlarımız doğrultusunda önemli bir çalışma alanı olmuştur. Geri-beslemeli denetim sistemleri de bu alanda kullanılabilecek önemli bir denetim mekanizmasıdır. Sistem durumlarının tamamını geri besleyebileceğimiz gibi çıkış olarak ölçebildiğimiz parametreleri de sisteme geri besleme yoluyla denetleme mekanizmamızı kurabiliriz. Durum geri-beslemeli veya çıkış geri-beslemeli H_∞ denetleyici ise son zamanlarda gelişmekte olan ve üzerinde birçok araştırma yapılan denetim yapısıdır. Matematiksel altyapısının olması sebebiyle güvenilir ve gelecek vadeden bir yöntemdir.

Yüksek Lisans Tezimde değerli fikir ve görüşlerine başvurduğum, disiplinine, çalışma istek ve arzusuna çok saygı duyduğum bundan sonraki yaşantıma yön verecek olan bu dönemde desteğini hiçbir zaman esirgemeyen değerli hocam ve tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ'ye saygı, sevgi ve teşekkürlerimi en içten dileklerle sunarım. Bununla birlikte, denetleme teorisinde beraber çalıştığım, karşılaştığım zorluklar ve sıkıntılarda benden yardımını ve desteğini esirgemeyen, ileride denetleme teorisi alanında Türkiye'deki en önemli bilim adamlarından biri olacağını düşündüğüm Sayın Yrd. Doç. Dr. Hakan YAZICI'ya teşekkürlerimi bir borç bilirim. Tez konumun dışında Yüksek Lisansım süresince zevkli ve eğlenceli bilimsel konularda beraber çalıştığım, her anımda yanımda olan, kişilik ve karakterinden çok etkilendiğim, anlayışlı ve olgun yönüyle birçok konuda fikir alışverişinde bulunduğum, Türkiye'de kendi alanında şimdiden yayınlarının takip edilmeye başlandığı başarılı bir akademisyen olan, bütün hayatım boyunca görüşmek isteyeceğim değerli hocam Sayın Arş. Gör. Muzaffer METİN'e de bütün öğrettikleri ve yardımları için teşekkürlerimi sunarım.

Bu zamana kadar benim gördüğüm en sabırlı ve anlayışlı insanlar olan, kritik zamanlarda vermiş oldukları kararlarla beni daima kendilerine hayran bırakan Annem ve Babama bana vermiş oldukları destek için ve bu günlere gelmemi sağladıkları için çok teşekkür ederim. Bana ait olan her şey aslında Anneme ve Babama ait. Bununla birlikte çalışmalarımı takip eden, bana daima destek olan sevgili kardeşime de ilgi ve alakasından dolayı sevgilerimi sunarım.

Lisans dönemimde beni, titreşim, kontrol, modelleme ve Matlab/Simulink ile tanıştıran, Yüksek Lisansa başlamamdaki en önemli etken olan hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Semih SEZER'e de teşekkürlerimi sunmaktan büyük mutluluk duyarım.

Yüksek Lisansımda, kendisinden denetleme teorisi ile ilgili dersler aldığım, denetleme teorisindeki bilgi ve becerisine saygı duyduğum, her zaman yanımda hissettiğim, akademisyenlik yönünün yanında alçakgönüllüğünü ve yardımseverliğini kendime daima örnek aldığım, benden hiçbir zaman yardımlarını esirgemeyen değerli hocam Sayın Doç. Dr. İbrahim Beklan KÜÇÜKDEMİRAL'a da sonsuz saygı ve sevgilerimi iletirim.

Ocak, 2012

Gökhan KESKİN

İÇİNDEKİLER

	sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	viii
KISALTMA LİSTESİ.....	ix
ŞEKİL LİSTESİ.....	x
ÇİZELGE LİSTESİ	xii
ÖZET	xiii
ABSTRACT.....	xiv
BÖLÜM 1	1
GİRİŞ	1
1.1 Literatür Özeti.....	1
1.2 Tezin Amacı.....	9
1.3 Hipotez.....	9
BÖLÜM 2	10
YAPISAL SİSTEMLERİN MODELLENMESİ ve DEPREM ETKİSİNDEKİ TİTREŞİMLERİNİN ANALİZİ	10
2.1 Yapısal Sistemin Kat Kütle Sönüm ve Rijitlik Değerlerinin Elde Edilmesi ..	10
2.2 Yapısal Sistemin Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi	14
2.3 Farklı Deprem Girişleri Etkisindeki Yapısal Sistemin Cevapları ve Frekans Analizi	17
BÖLÜM 3	22
SİNYAL VE SİSTEM NORMLARI	22
3.1 Sinyal Normları	22
3.2 Sistem Normları	23

BÖLÜM 4	28
DIŞ BÜKEY EN İYİLEŞTİRME VE DENETLEME TEORİSİNDE DOĞRUSAL MATRİS EŞİTSİZLİKLERİ	28
4.1 Dışbükey En İyileştirme	28
4.1.1 Parametre En İyileştirmesi	29
4.1.2 Fonksiyon En İyileştirmesi	30
4.1.3 Dışbükey Problemler	31
4.1.4 Dışbükey En İyileştirme Problemi	34
4.2 Denetleme Teorisinde Doğrusal Matris Eşitsizlikleri	34
4.2.1 DME'lerinin Kullanım Alanları	37
4.2.2 DME'lerinin Çözüm Yöntemleri	39
BÖLÜM 5	42
DOĞRUSAL ZAMANLA DEĞİŞMEYEN SİSTEMLER İÇİN DME TABANLI DENETLEYİCİ TASARIMLARI	42
5.1 H_∞ Denetleyici Sentezi	42
5.1.1 Cebirsel Riccati Denklemi ve Eşitsizliği	42
5.1.2 H_∞ Denetim Problemi.....	46
5.1.3 H_∞ Denetim İçin Genelleştirilmiş Yapı.....	47
5.2 DME Tabanlı Durum Geri Beslemeli H_∞ Denetleyici Tasarımı	48
5.3 DME Tabanlı Çıkış Geri-Beslemeli Dinamik H_∞ Denetleyici Tasarımı	51
BÖLÜM 6	54
BENZETİM ÇALIŞMALARI	54
6.1 Doğrusal Zamanla Değişmeyen Sistemlerde DME Tabanlı Durum Geri Beslemeli H_∞ Denetleyici için Benzetim Çalışmaları	54
6.2 Doğrusal Zamanla Değişmeyen Sistemlerde DME Tabanlı Çıkış Geri Beslemeli Dinamik H_∞ Denetleyici için Benzetim Çalışmaları	60
BÖLÜM 7	66
SONUÇLAR	66
KAYNAKLAR	68
EK-A.....	74
KÜTLE, SÖNÜM VE RİJİTLİK MATRİSLERİ	74
ÖZGEÇMİŞ	76

SİMGE LİSTESİ

A	Sistem Matrisi
A^T	A Matrisinin Transpozesi
A^{-1}	A Matrisinin Tersisi
$A > 0 (< 0)$	Simetrik Pozitif (Negatif) Tanımlı Matris
$A \geq 0 (\leq 0)$	Simetrik Pozitif (Negatif) Yarı Tanımlı Matris
B_h	Denetim Giriş Matrisi
B_w	Bozucu Giriş Matrisi
C	Ölçüm Matrisi
C_s	Sönüm Matrisi
c_1, \dots, c_4	Kat Sönüm Değerleri
\mathbb{C}	Kompleks Sayılar Kümesi
\mathbb{C}^n	n Bileşenli Kompleks Vektörler Kümesi
$\mathbb{C}^{n \times m}$	$n \times m$ Boyutlu Kompleks Matrisler Kümesi
I	Uygun Boyutlu Birim Matris
K	Denetim Kazanç Matrisi
K_s	Rijitlik Matrisi
k_1, \dots, k_4	Kat Rijitlik Değerleri
M_s	Kütle Matrisi
m_1, \dots, m_4	Kat Kütle Değerleri
\mathfrak{R}	Reel Sayılar Kümesi
\mathfrak{R}^n	Elemanları Reel Sayı Olan n Boyutlu Euclid Uzayı
$\mathfrak{R}^{n \times m}$	$n \times m$ Boyutlu Reel Matrisler Kümesi
$u(t)$	Denetim Giriş Vektörü
$w(t)$	Bozucu Giriş Vektörü
$x(t)$	Sistemin Durum Vektörünü
$z(t)$	Kontrol Edilmek İstenen Çıkış Vektörü
γ	En Küçük Bozucu Bastırma Seviyesi
$\ \cdot\ _\infty$	H_∞ normu
$\ \cdot\ _2$	H_2 normu
$:=$	Tanımsal Eşitlik

KISALTMA LİSTESİ

AAKD	Aktif Ayarlı Kütle Damperi
BD	Bulanık Denetim
CRE	Cebirsel Riccati Eşitsizliği
CRD	Cebirsel Riccati Denklemi
DME	Doğrusal Matris Eşitsizliği
EA	Elipsoid Algoritması
İNA	İç Nokta Algoritması
SGYT	Sınırlı Gerçek Yardımcı Teoremi
sup	Bir Kümenin Supremumu

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 2. 1	Altı Serbestlik dereceli yapısal sistemin fiziksel modeli 15
Şekil 2. 2	Modellenen yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin frekans cevapları 18
Şekil 2. 3	1940 El-Centro depremi yer hareketi 19
Şekil 2. 4	1995 Kobe depremi yer hareketi 19
Şekil 2. 5	1999 Kocaeli depremi yer hareketi 20
Şekil 2. 6	Yapının El-Centro depremi etkisindeki titreşimlerinin zaman cevapları 20
Şekil 2. 7	Yapının Kobe depremi etkisindeki titreşimlerinin zaman cevapları 21
Şekil 2. 8	Yapının Kocaeli depremi etkisindeki titreşimlerinin zaman cevapları 21
Şekil 5. 1	Durum geri-beslemeli denetim yapısının blok diyagramı 48
Şekil 6. 1	El-Centro depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 1 için zaman cevapları 55
Şekil 6. 2	El-Centro depremi etkisindeki yapısal sisteme uygulanan Denetleyici 1 kuvveti 55
Şekil 6. 3	El-Centro depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 1 için frekans cevapları 55
Şekil 6. 4	El-Centro depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye Denetimsiz ve Denetleyici 1 için yerdeğişim ve ivmeleri 56
Şekil 6. 5	Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 1 için zaman cevapları 56
Şekil 6. 6	Kobe depremi etkisindeki yapısal sisteme uygulanan Denetleyici 1 kuvveti 57
Şekil 6. 7	Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 1 için frekans cevapları 57
Şekil 6. 8	Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye Denetimsiz ve Denetleyici 1 için yerdeğişim ve ivmeleri 57
Şekil 6. 9	Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 1 için zaman cevapları 58
Şekil 6. 10	Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sisteme uygulanan Denetleyici 1 kuvveti 58
Şekil 6. 11	Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 1 için frekans cevapları 58

Şekil 6. 12	Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye Denetimsiz ve Denetleyici 1 için yerdeğişim ve ivmeleri.....	59
Şekil 6. 13	El-Centro depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 2 için zaman cevapları	60
Şekil 6. 14	El-Centro depremi etkisindeki yapıya uygulanan Denetleyici 2 kuvveti.....	61
Şekil 6. 15	El-Centro depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 2 için frekans cevapları ...	61
Şekil 6. 16	El-Centro depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye Denetimsiz ve Denetleyici 2 için yerdeğişim ve ivmeleri.....	61
Şekil 6. 17	Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 2 için zaman cevapları	62
Şekil 6. 18	Kobe depremi etkisindeki yapısal sisteme uygulanan Denetleyici 2 kuvveti	62
Şekil 6. 19	Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 2 için frekans cevapları	62
Şekil 6. 20	Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye Denetimsiz ve Denetleyici 2 için yerdeğişim ve ivmeleri.....	63
Şekil 6.21	Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 2 için zaman cevapları	63
Şekil 6. 22	Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sisteme uygulanan Denetleyici 2 kuvveti	64
Şekil 6. 23	Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 2 için frekans cevapları	64
Şekil 6. 24	Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye Denetimsiz ve Denetleyici 2 için yerdeğişim ve ivmeleri.....	64

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2. 1	Çelik konstrüksiyonda kullanılan IPE ve HEB profil tiplerinin birim kütleleri ve x-y yönlerindeki atalet momentleri.....	12
Çizelge 2. 2	Katlar arasında kullanılan çelik profil tipleri, sayıları ve katlar arası mesafeler.....	13
Çizelge 2. 3	Kat kütle, sönüm oranı ve rijitlik katsayıları.....	14

**DOĞRUSAL MATRİS EŞİTSİZLİKLERİ TABANLI H_∞ DENETLEYİCİ İLE
YAPISAL SİSTEMLERİN TİTREŞİMLERİNİN AKTİF KONTROLÜ**

Gökhan KESKİN

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ

Bu Yüksek Lisans Tezinde, depremler tarafından tetiklenen altı serbestlik dereceli bir yapının aktif titreşim kontrolünü ele almaktadır. Aktif titreşim kontrolü probleminin çözümü için arzu edilen zaman ve frekans cevaplarının elde edilmesinde doğrusal matris eşitsizlikleri (DME) tabanlı çıkış-geri beslemeli dinamik H_∞ denetleyici ve durum-geri beslemeli H_∞ denetleyici tasarlanmıştır. El-Centro, Kobe ve Kocaeli depremlerinin zaman alanındaki yer hareketleri modellenen yapıya bozucu girişler olarak uygulanmıştır. Çalışmanın sonunda, kat yerdeğiştirme ve ivmelerinin zaman cevapları; tüm katların tepeden tepeye yerdeğiştirme ve ivmelerinin zaman cevapları; denetleyici kuvvetinin değişimi ve frekans cevapları kontrol edilen ve kontrol edilmeyen durumlar için sunulmuştur ve sonuçlar değerlendirilmiştir. Tasarlanan iki çeşit kontrolcü yapısının performansı, El-Centro, Kobe ve Kocaeli depremlerinin yer hareketleri kullanılarak çeşitli yüklemeler ve bozucu girişler için gösterilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Yapısal sistem, titreşim, aktif kontrol, dinamik H_∞ kontrol, DME, çıkış-geri besleme, durum-geri besleme

**ACTIVE VIBRATION CONTROL OF STRUCTURAL SYSTEMS WITH
 H_∞ CONTROLLER BASED ON LINEAR MATRIX INEQUALITIES**

Gökhan KESKİN

Department of Mechanical Engineering

Ms. Thesis

Advisor: Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ

This Graduate Thesis is concerned with the active vibration control of a six-degree-of-freedom-structure, which is effected by earthquakes. To obtain desired time history and frequency responses for solution of active vibration control problem, linear matrix inequality (LMI) based output-feedback dynamic H_∞ controller and state-feedback H_∞ controller is designed in this thesis. The time history of ground motion of the El-Centro, Kobe and Kocaeli earthquakes, which are disturbance inputs, are applied to modeled structure. At the end of the Graduate Thesis, the time history of the storey displacements and accelerations; the time history of all storeys pick to pick displacements and accelerations; variety of controller force and frequency responses of both controlled and uncontrolled cases are presented and results are discussed. Performance of the designed two types of controllers have been shown for the different loads and disturbances using ground motion of the El-Centro, Kobe and Kocaeli earthquakes.

Key words: Structural system, vibration, active control, dynamic H_∞ control, LMI, output-feedback, state-feedback

YILDIZ TECHNICAL UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE

GİRİŞ

Bu bölümde, öncelikle H_∞ denetleyici tasarımı ile ilgili geniş bir literatür taraması yapılmaktadır. Tasarımda kullanılan Doğrusal Matris Eşitsizlikleri (DME), belirsizlik içeren sistemlerin dayanıklı kontrolü, H_∞ denetleyici sentezi gibi konularla birlikte, depremlerin etkisindeki yapısal sistemlerin kontrolüne kadar geniş bir ölçekte literatür taranmıştır. Bu konularda, önde gelen yayınlar ve güncel çalışmalar incelenmiştir. Daha sonra, tezin amacından bahsedilmektedir. Son olarak ise tez sonucunda elde edilen bulgular yer almaktadır.

1.1 Literatür Özeti

Bu bölümde, öncelikle doğrusal denetleyici tasarımıyla ilgili olarak yapılan çalışmalardan bahsedilmektedir. Bu kapsamda, ilk ortaya çıkan ve klasik doğrusal denetleyici tasarımları olarak adlandırabileceğimiz gelişmeler kısaca anlatılmaktadır. Daha sonra ise, denetleyici tasarımlarında kullanılan, sistem ve denetleme teorisinde yer alan DME'nin tarihsel gelişimi incelenmektedir. Bunun yanında, sistemlerdeki belirsizliklerden bahsedilmekte ve bu belirsizliklerin etkileri anlatılmaktadır. Son olarak ise DME tabanlı çıkış geri beslemeli veya durum geri beslemeli H_∞ denetleyici tasarımları ile dayanıklı denetleyici tasarımları konularında literatürde yer alan yayınlar detaylı olarak anlatılmaktadır.

Klasik doğrusal denetleyici tasarımları en basit ve ilk olarak oransal, integral ve türev katsayıları kullanılarak uzun zamandır yapılmaktadır. PI denetleyicinin P denetleyiciye göre avantajları, Maxwell'in 1868 yılındaki makalesinde ele alınmıştır [1]. Bu makale,

denetleyici tasarımı ve analizi konusunda ele alınan ilk makaledir. Geniş bir şekilde kullanılan PID, 1942 yılında Ziegler ve Nichols tarafından incelenmiştir [2]. “Servomekanizmaların Teorisi” isimli kitap [3] James, Nichols ve Philips tarafından derlenmiş ve bu kitapta denetleyici tasarımıyla ilgili önemli araştırmalara yer verilmiştir. 1957’de Newton, Gould, Kaiser tarafından yayımlanan kitap ise denetleyici tasarımına analitik yaklaşım konusunda ilkler arasındadır. Klasik doğrusal denetleyici tasarımını kapsayan konular Bode [4], Ogata [5], Horowitz [6] ve Dorf [7] tarafından ele alınmıştır. Kök-yer eğrisi metodu ilk defa [8]’de tanımlanmıştır. Doğrusal denetleyici tasarımının, klasik ve durum-uzay yöntemlerini içeren kitaplar Franklin, Powell ve Emami [9] ve Chen [10] tarafından derlenmiştir. Doğrusal zamanla değişmeyen denetleyici tasarımları için doğrusal karesel yöntemler [11-17]’de ele alınmıştır.

Dinamik sistemlerin analizinde, doğrusal matris eşitsizlikleri (DME)’nin tarihi 100 yıldan daha öncesine dayanır. 1890 yılında, günümüzde Lyapunov teorisi olarak adlandırılan özgün çalışmaların, Lyapunov tarafından yayımlanmasıyla başlar. Lyapunov eşitsizliği olarak bilinen DME önceleri, dinamik sistemlerin kararlılık analizinde kullanılmaktaydı. Daha sonra, 1940’larda meydana gelen dönüm noktası ile Lure, Postnikov ve diğerleri Lyapunov’un metodunu denetleme mühendisliğinde, bazı özel pratik problemlere uygulamışlardır. Özellikle eyleyicideki doğrusal olmayan olgular ile bir denetleme sisteminin kararlılık problemi üzerine çalışmışlardır. Matris eşitsizliklerini oluşturamaları da kararlılık kriterleri DME formuna sahipti. Bu eşitsizlikler el ile kontrol edilebilen polinom eşitsizliklerine dönüştürülmüştür. Yine de Lyapunov teorisini önemli ve zor problemlere uygulamış olmaları heyecan verici bir durumdur. Bir sonraki atılım ise 1960’ların başında Yakubovich, Popov, Kalman ve diğer araştırmacıların Lure’un probleminde meydana gelen DME’nin çözümünü “pozitif gerçek yardımcı teoremi (PGYT)” kullanarak basit grafiksel kriterlere indirgemeyi başarmalarıyla gerçekleşmiştir [18-20]. Bu durum, bilinen Popov kriteri, çember kriteri, Tsytkin kriteri gibi birçok değişikliğe sebep olmuştur. Bu kriterler yüksek dereceli sistemlere uygulanabilir ve incelenen sistemlerin, birden fazla doğrusal olmayan durumları içeren sistemlere dönüşmelerine yol açmazlar. PR yardımcı teoremi ise 1960’ların son çeyreğinde çalışılmış ve pasiflik teorisi, Zames ve Sandberg tarafından açıklanan küçük-kazanç kriteri ve karesel en iyi denetleme ile ilişkili olduğu

bulunmuştur. 1970'lerde PR yardımcı teoreminde görülen DME, sadece grafiksel olarak değil, aynı zamanda Cebirsel Riccati Denklemi (CRD) çözümü olarak da elde edilmiştir [21-22]. 1970'lerde araştırmacılar, özel tipteki DME'lerin çözümleri için grafiksel metod, Lyapunov ve Riccati denklemlerinin çözümü gibi birkaç yöntem biliyorlardı. Fakat bu yöntemler kapalı formda ya da analitik çözümlerdi. 1976'da Horisberger ve Belanger [23], DME içeren bir dışbükey problem olan karesel Lyapunov fonksiyonunun varlığına dikkat çekmiştir. Aynı zamanda, bu karesel Lyapunov fonksiyonu doğrusal sistemlerin toplamının kararlılığını ispatlamaktadır. DME ile ilgili bir sonraki gelişme ise büyük bir öneme sahiptir. Bu, sistem ve denetleme teorisinde meydana gelen DME'lerin çözümünde güçlü ve verimli iç-nokta yönteminin gelişimidir. 1984'de N. Karmarkar yeni bir doğrusal programlama algoritmasını açıklamıştır. Bu programlama elipsoid metodu gibi çok terimli doğrusal programları çözmektedir ama elipsoid metoda zıt olarak pratikte çok verimlidir. Karmarkar'ın çalışmaları doğrusal programlama için iç-nokta metodu alanında oldukça fazla çalışmayı tetiklemiştir. Aslında, bütün bu araştırma aktivitesi doğrusal ve dışbükey karesel problemler için algoritmalar üzerinde yoğunlaşmıştır. Daha sonra 1988'de Nesterov ve Nemirovskii iç-nokta metodunu geliştirmişlerdir ve direkt olarak DME içeren dışbükey problemlere uygulamışlardır. Denetleme teorisinde, DME'lerin gelişimiyle ilgili genel bir bakış yapacak olursak şöyle anlatılabilir: 1890 yılında ilk DME ortaya çıkmış ve Lyapunov DME'nin analitik çözümü Lyapunov denklemiyle birlikte yapılmıştır. 1940'larda Lyapunov metodu gerçek denetleme mühendisliği problemlerine uygulanmıştır. Buralarda oluşan küçük DME'ler el ile çözülmektedir. 1960'ların başında PR yardımcı teoremi diğer DME ailelerinin çözümü için grafiksel teknikleri vermekteydi. 1960'ların sonunda aynı DME ailesi CRD çözümü ile çözülebilmıştır. 1980'lerin başında ise dışbükey programlama ile bilgisayar kullanarak birçok DME'nin çözülebileceğinin farkına varılmıştır. 1980'lerin sonunda DME'ler için iç-nokta algoritmaları geliştirilmiştir. Kolayca söylenebilir ki Yakubovich bu alanın babasıdır ve Lyapunov ise büyükbabasıdır. Yeni gelişmeler, genel DME'lerin direkt olarak çözülebilmeye yeteneğine bağlı olarak ortaya çıkacaktır.

Geri-beslemeli denetim sistemlerinde amaç, geri beslenen duruma veya sistem parametresine bağlı olarak bozucuların sistem cevabı üzerindeki etkilerinin

azaltılmasıdır. Bu etkilerin azaltılmasında ise toplam enerjinin minimizasyonu ya da en kötü senaryonun minimizasyonu ele alınabilir. Bir diğer deyişle amaç, denetlenen çıkışlar ile bozucular arasındaki transfer fonksiyonu matrisinin H_2 veya H_∞ normunun minimum yapılmasıdır. Denetleme teorisinde, bu tezin de konusunu oluşturan H_∞ denetleyici tasarımı sıklıkla kullanılmaktadır. H_∞ en iyileştirme denetim probleminin çözümüne ait ilk çalışmalar, Francis [24] ve Doyle vd. [25] tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu ilk çalışmalarda, H_∞ en iyileştirme problemi, sistemin durum-uzay modeli göz önüne alınarak Riccati denklemlerinden yararlanılarak çözülmüştür. Daha sonra ise, Lyapunov'un kararlılık analizinde (1890) ortaya çıkan doğrusal matris eşitsizlikleri yaklaşımı ile H_∞ denetim probleminin çözümüne yeni bir yaklaşım getirilmiştir [26].

Gahinet ve Apkarian [27], Chilali ve Gahinet [28] yaptıkları çalışmalarla; DME'ler ile H_∞ ve H_2 en iyileştirme denetim problemini ele almışlardır. Ancak çözümlerin tutucu olması araştırmacıları daha farklı tasarımlar konusunda çalışmaya itmiştir. Daha az tutucu denetleyici yapılarının geliştirilmesi için, Gahinet vd. [29], de Oliveira vd. [30-32], parametrelerine bağımlı Lyapunov fonksiyonu kullanarak denetleyici tasarımları gerçekleştirmişlerdir. Oliveria vd. [33] ve Sato [34], geliştirdikleri parametrelerine bağlı çok terimli Lyapunov fonksiyonu tabanlı yaklaşım ile çeşitli çalışmalara zemin oluşturmuşlardır.

Boyd vd. [35] kitaplarında, DME yaklaşımını ele almışlardır ve DME yaklaşımının denetleme teorisine getirdiği kolaylıkları incelemişlerdir.

Chilali vd. [36], DME yaklaşımıyla çok amaçlı çıkış geri-beslemeli denetleyici analizi ve sentezi üzerine bir çalışma yapmışlardır.

Akın [37], yüksek lisans tezinde H_∞ en iyileştirme denetim probleminin doğrusal matris eşitsizlikleri ile çözümü üzerine çalışmıştır. Değişik sistemler için nümerik benzetim çalışmaları yapılmıştır. Akın [38] doktora tezinde, yeni bir H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirmiştir.

Löfberg [39], yaptığı çalışmayla DME'nin Matlab ile çözümünü sağlayacak YALMIP isimli bir ayrıştırıcı geliştirmiştir. Son yıllarda, Matlab'in kendi DME çözümüne ilişkin yazılımı ve bu ayrıştırıcı sıkça kullanılmaktadır.

Strum [40], MATLAB paket programı ile uyumlu, en iyileştirme problemlerinin çözümüne ilişkin yeni bir çözücü geliştirmiştir. Geniş bir skaladaki en iyileştirme problemleri, ayrıklaştırma yönteminden yararlanılarak SEDUMI ile etkin bir şekilde çözülebilmektedir. Bununla beraber, SEDUMI çözücüsü DME'lerinin MATLAB paket programı içerisinde uygun formda yazılmalarına imkan veren YALMIP ayrıştırıcısı ile de uyumlu çalışmaktadır.

Khargonekar vd. [41], doğrusal zamanla değişmeyen sistemler için dayanıklı kararlı kılma problemi üzerine çalışmışlardır. Sistemin durumlarındaki ve denetim girişindeki belirsizlikler ele alınıp çözümü gerçekleştirilmiştir. Çalışmada, dayanıklı kararlı kılma probleminin H_∞ denetim teorisiyle olan ilişkisi ortaya konulmuştur. Sonuç olarak, eğer bir kararlı kılma problemi Lyapunov metotlarıyla çözülebiliyorsa o halde aynı problemin H_∞ teorisi tabanlı metotlarla da çözülebileceği gösterilmiştir.

Zhou ve Doyle [42], hazırladıkları kitap ile dayanıklı kontrol tekniklerini incelemişlerdir. H_2 ve H_∞ denetim probleminin çözümünü Riccati denklemleri yaklaşımıyla gerçekleştirmişlerdir. Kitapta belirsizliklerin modellenmesi ve dayanıklılık anlatılmıştır.

Su ve Huang [43], doğrusal zaman gecikmeli belirsizlik içeren sistemlerin dayanıklı kararlılığı üzerine çalışmışlardır. Sistemdeki parametre belirsizliği yapısı normu sınırlı parametre belirsizliği ile elde edilmiştir.

Fu vd. [44], dayanıklı kararlılık üzerine çalışmışlardır. Ele almış oldukları sistem, zaman gecikmeli belirsizlik içeren bir sistemdir.

Du vd. [45], parametre belirsizliği yapısını, eyleyici gecikmeli sistemler ile birlikte ele almışlardır. H_∞ bozucu bastırma problemi üzerine çalışmışlardır. Sistemdeki kütle, sönüm ve rijitlik değerleri normu sınırlı parametre belirsizliği yapısında sistemin dinamiğine dahil edilmiştir.

Depremler, dünya üzerinde meydana gelen ve yapısal sistemler üzerinde ciddi bozucu etkilere sahip olan doğal etmenlerdir. Bu derece önemli bir sorun karşısında, yapıların daha dayanıklı veya güvenli yapılmasının yanında titreşimlerinin de kontrol edilebilmesi ihtiyacı ortaya çıkmıştır. Titreşimlerinin azaltılması ihtiyacı aynı zamanda rüzgar gibi bozucuların etkisindeki çok yüksek binalar için de geçerlidir. Bu ihtiyaçlar

doğrultusunda, birçok mühendislik ortak bir platformda buluşmuştur. Yapısal sistemlerin bozucu etkisindeki titreşimlerinin azaltılması probleminin çözümü için Deprem Mühendisliği, İnşaat Mühendisliği, Makine Mühendisliği ve Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği gibi farklı disiplinlerin ortak çalışması gerekmektedir. Bozucu etki altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin azaltılması ya da sönüm performanslarının iyileştirilmesi için denetim algoritmaları en önemli etkindir. Günümüzde bu algoritmaların pratik, uygulanabilir ve en az denetim kuvveti gerektirecek biçimde tasarlanması gerekliliği vardır. Bu alanda birçok araştırma yapılmaktadır [46-52].

Soong ve Constantinou [53] kitaplarında, yapısal sistemlerin titreşimlerinin azaltılmasında kullanılan aktif-pasif yapı kontrol sistemlerini açıklamışlardır. Kitapları, bu alandaki temel kaynak niteliğindedir.

Kelly [54] kitabında, deprem datalarından elde edilen bozucu girişleri uygulamış ve titreşimlerin azaltılmasında pasif denetim tekniklerini anlatmıştır.

Erdik ve Yüzügüllü [55] kitaplarında, yapısal sistemler ile ilgili bilgiler vermiştir. Bu bilgiler ışığında yapıların modellenmesini, mod ve frekansların belirlenmesini, yapıların yanal ve burulma davranışlarını anlatmıştır. Ayrıca yapıların sönüm değerleri titreşimlerinin analizinde oldukça önemli bir performans kriteridir. Bu konu da kitapta ayrıntılı bir şekilde anlatılmaktadır.

Kasımzade [56] kitabında, yapıların modellenmesi, deprem datalarının yapıya bozucu giriş olarak iletilmesi, deprem yönetmeliğine göre yapı tasarımı ve çok katlı yapılar için zemin izolasyonu konularını ele almıştır.

Gawronski [57] kitabında, yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolünü incelemiştir. Aktif titreşim kontrolü için LQR, LQG, H_2 ve H_∞ denetleyici tasarımları gerçekleştirmiştir. H_2 ve H_∞ denetim problemleri Riccati denklemlerinden yararlanılarak çözülmüştür. Ayrıca, denetleyicilerin sönüm performansları da yapılan çalışmada gösterilmiştir.

Yağız [58], kayan kipli denetleyici tasarımı gerçekleştirmiştir. Yapısal sistem, aktif ayarlı kütle damperli çok serbestlik derecelidir.

Al-dawod vd. [59], rüzgar etkisindeki yüksek binaları ele almışlardır. Bu tip binaların titreşimlerinin azaltılması için Bulanık Denetleyici ve LQG (Lineer Quadratik Gaussian) tasarımı gerçekleştirmişler ve elde edilen sonuçları karşılaştırmışlardır. BD'nin biraz daha iyi sonuç verdiği gözlemlenmiştir.

Güçlü [60] yaptığı çalışmada, beş serbestlik dereceli bir yapı modelinde meydana gelen titreşimleri azaltılması için Bulanık ve PD denetleyici tasarımları gerçekleştirmiştir. Yapılan benzetim çalışmalarının sonucunda BD'nin PD denetleyiciye göre çok daha iyi cevaplar verdiği gözlenmiştir.

Yazıcı [61] Yüksek Lisans Tezinde, sismik zorlanma altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin azaltılması için Bulanık ve PID denetleyici tasarımları gerçekleştirmiştir. Benzetim çalışmaları sonucunda BD'nin daha iyi cevaplar verdiği gözlemlenmiştir. Yazıcı [62] Doktora Tezinde ise deprem etkisi altındaki yapısal sistemlerin titreşim kontrolünü gerçekleştirmiştir. Eyleyici gecikmesi, doyumlu eyleyici ve dayanıklı denetleyici konularını ele almıştır. Çalışmanın özgün tarafı ise, bu problemlerin aynı anda sisteme uygulanmış olmasıdır.

Güçlü ve Yazıcı [63], 15 katlı AAKD'li bir yapının titreşimlerinin azaltılması için BD denetleyici tasarlamışlardır.

Güçlü ve Yazıcı [64], deprem etkisindeki sekiz katlı AAKD'li bir binanın titreşimlerinin aktif kontrolü için öz uyarlamalı BD tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada, özellikle frekans cevaplarında çok iyi sonuçlar elde edilmiştir.

Güçlü ve Yazıcı [65], doğrusal olmayan toprak yapı etkileşimindeki 15 katlı AAKD'li bir yapının titreşimlerinin azaltılması için Bulanık PID denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Yapılan çalışma ile titreşimlerin azaltılmasında başarı sağlanmıştır.

H_∞ normu, bozuculardan çıkışlara olan transfer fonksiyonları matrisinin sonsuz normunu ifade eder. H_∞ denetim ise sistemin bozucu girişlerden en az şekilde etkilenmesine yani H_∞ normunu en küçük yapma isteğine dayanır. Deprem gibi sınırlı enerjiye sahip, şiddeti ve özellikleri önceden bilinmeyen bozucu girişlerin etkisi altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü için son derece uygun bir

denetim algoritmasıdır. Bu nedenle son dönemlerde birçok aktif kontrol uygulamasında, denetim algoritması olarak H_∞ denetleyiciler sıklıkla kullanılmaktadır.

Köse vd. [66], deprem etkisindeki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü için statik çıkış geri-beslemeli H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışmada aynı zamanda belirsizlikler de ele alınmıştır ve zamanla değişen normu sınırlı parametre yapısında sistemin dinamiğine dahil edilmiştir.

Nanomi ve Sivrioğlu [67] dört serbestlik dereceli bir yapıyı ele almışlardır. Bu çalışmada, DME yaklaşımıyla durum ve çıkış geri-beslemeli standart H_2 , H_∞ ve karma H_2/H_∞ denetleyici tasarımları gerçekleştirilmiştir.

Kim ve Choi [68], normu sınırlı parametre belirsizliği yapısında modellenen üç serbestlik dereceli yapısal sistemin etkisindeki titreşimlerinin aktif kontrolü için dayanıklı H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir.

Fujinami vd. [69], 23 katlı gerçek bir binada rüzgar ve depremlerin etkisiyle oluşan eğilme ve burulma titreşimlerini incelemişler ve aktif hibrit kütle damperi kullanmışlardır. Denetim algoritması olarak ise H_∞ denetim metodu kullanılmıştır.

Wang vd. çalışmalarında [70], sistem ve denetim girişi matrislerinde parametre belirsizliği ve bozucu giriş matrisindeki yapısal olmayan belirsizlik içeren sistemlerin aktif titreşim denetimi için dayanıklı denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir.

Du vd. [71], sismik zorlanma altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü için dayanıklı H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Benzetim çalışmaları sonunda tasarlanan dayanıklı H_∞ denetleyicinin üstün sönüm performansı gösterdiği gözlenmiştir.

Yazıcı, Güçlü ve Keskin [72], gerçek kat kütle, rijitlik ve sönüm değerlerine sahip beş katlı bir yapının 1994 Northridge depremi etkisindeki titreşimlerinin aktif kontrolü için DME tabanlı çıkış geri-beslemeli dinamik H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışmada, iki denetleyici kullanılmıştır. Önerilen denetleyici ile yapısal titreşimlerin azaltılmasında ve frekans cevaplarında oldukça başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca, yüksek sönüm performansı sağlanmıştır.

1.2 Tezin Amacı

Özellikle son yıllarda denetleme teorisi alanındaki büyük gelişmeler, insanğolunun gelişen teknolojiyle birlikte artan ihtiyaçları, daha uygulanabilir ve güvenilir denetleyici yapılarının çalışılmasına olanak vermiştir. Klasik denetleyiciler olarak adlandırabileceğimiz PID ve fuzzy türevli denetleyiciler, çeşitli alanlarda ihtiyaçları karşılama noktasında yetersiz kalmaktadır. Bununla birlikte, modern denetleyici yapıları ortaya çıkmaktadır. Günümüzde H_∞ denetleyici yapısı sıklıkla titreşim kontrolünde kullanılmaktadır. Bunun başlıca sebebi ise matematiksel altyapısının olması, çeşitli kararlılık kriterlerini yerine getirmesi ve uygulanabilir olmasıdır.

Özetle, Yüksek Lisans Tezimin amacı, DME tabanında çıkış geri beslemeli dinamik H_∞ denetleyici ve durum geri beslemeli H_∞ denetleyici olmak üzere iki farklı denetleyici yapısı tasarlayarak, dünyada meydana gelmiş önemli ve yıkıcı depremler karşısında yapılarda oluşan titreşimlerin zaman ve frekans alanında başarıyla bastırılması ve yüksek sönüm oranlarının elde edilmesidir.

1.3 Hipotez

Yapılarda rüzgar, deprem gibi dışarıda etkiyen bozucu girişler ciddi problemlere yol açabilirler. Bunların en başında yerdeğıştirme, hız ve ivme cevaplarında oluşan yüksek genlikli titreşimler gelir. Bu titreşimler insan doğasına olduğu gibi yapının kendi dinamiğine de çok zararlıdır. Yapılarda, en büyük kesme kuvveti ilk katta, en büyük yerdeğıştirme ise son katta oluşmaktadır. Dolayısıyla bozucu etkiler karşısında hem yapı güvenliğini korumak hem de daha konforlu bir yaşam için özellikle bu katların titreşimlerinin kontrol edilmesi gerekmektedir. Bir diğer önemli konu ise frekans alanında, frekans tepelerinin bastırılması gerekliliğidir. Her sistemin olduğu gibi yapılarında mod frekansları vardır ve bu frekanslar yapının rezonansa girmesine sebep olmaktadır. Rezonans ise mutlak yıkım ile sonuçlanacak doğal bir dinamiktir. Bu kapsamda yapının mod frekansları belirlenmeli ve o frekans tepeleri başarıyla bastırılmalıdır.

YAPISAL SİSTEMLERİN MODELLENMESİ ve DEPREM ETKİSİNDEKİ TİTREŞİMLERİNİN ANALİZİ

Bu bölümde, deprem etkisindeki yapısal sistemlerin titreşimlerinin analizi için çok serbestlik dereceli yapısal sistem, zemin kaynaklı bozucu etkiler altındaki titreşimlerinin analizi için modellenmiş ve hareket denklemleri elde edilmiştir. Yapı parametreleri, analitik çözüm yöntemleriyle belirlenmiştir. Benzetim çalışmalarında ise enerjisi sınırlı bozucu giriş olarak yapısal sisteme uygulanacak olan dünyada meydana gelmiş bazı önemli yıkıcı depremler (1940 El-Centro, 1995 Kobe, 1999 Kocaeli) MATLAB-Simulink paket programı ile modellenmiştir. Parametreleri belirlenen yapısal sistem matematiksel olarak modellenip, bununla birlikte belirtilen depremler, modellenen yapısal sisteme bozucu giriş olarak uygulanmıştır. Elde edilen yapısal modeller ve deprem kayıtları, benzetim çalışmalarında tasarlanan denetleyicilerin performanslarının değerlendirilmesinde kullanılacaktır.

2.1 Yapısal Sistemin Kat Kütle Sönüm ve Rijitlik Değerlerinin Elde Edilmesi

Bu bölümde, çelik konstrüksiyon olarak inşa edilmiş herhangi bir yapısal sistemin, kat kütle, sönüm ve rijitlik değerlerinin nasıl hesaplanabileceği anlatılmıştır. Tezde kullanılan yapısal sistemin parametreleri ise literatürden alınmıştır [84].

Örnek olarak kullanılan ve matematiksel olarak modellenecek yapısal sistem, 6 katlı olup çelik konstrüksiyon olarak inşa edilmiştir. Yapının planlarına bakıldığında, çelik I profillerin kullanıldığı görülmektedir. Ayrıca, yine planlardan katlarda kullanılan çelik

profil çeşitleri, sayısı, yerleşme yerleri, boyları ve katlar arası mesafe gibi veriler de elde edilmektedir. Daha sonra, katlarda çelik yapı sebebiyle oluşan ağırlıklar Çizelge 2.1'de verilen çelik konstrüksiyonda kullanılan IPE ve HEB profil tiplerinin birim kütleleri ve x-y yönlerindeki atalet momentleri yardımıyla hesaplanmaktadır. Her kat için hesaplanan profil uzunluklarıyla Çizelge 2.1'den okunan birim uzunluk başına düşen kütle çarpılmış ve o profile ait kütle değeri elde edilmektedir. İlgili katta bulunan her profil için bu işlem tekrarlanmakta ve elde edilen kütleler toplanarak kat kütlesi belirlenmektedir. Ayrıca, katları birbirine bağlayan kolonların da bir kütlesi vardır. Yukarıda bahsedilen işlem kolonlara da uygulanarak, elde edilen kolon kütlelerinin yarısı alt kata yarısı üst kata eklenerek kolon kütleleri de kat kütlelerine eklenmektedir.

Çizelge 2. 1 Çelik konstrüksiyonda kullanılan IPE ve HEB profil tiplerinin birim kütleleri ve x-y yönlerindeki atalet momentleri

IPE Profiller	G (kg/m)	I _x m ⁴	I _y m ⁴
80	6.0	80.1	8.49
100	8.1	171	159
120	10.4	318	27.7
140	12.9	541	44.9
160	15.8	869	68.3
180	18.8	1320	101
200	22.4	1940	142
220	26.2	2770	205
240	30.7	3890	284
270	36.1	5790	420
300	42.2	8360	604
330	49.1	11770	788
360	57.1	16270	1040
400	66.3	23130	1320
450	77.6	33740	1680
500	90.7	48200	2140
550	106	67120	2670
600	122	92080	3390

HEB Profiller	G (kg/m)	I _x m ⁴	I _y m ⁴
100	20.4	450	167
120	26.7	864	318
140	33.7	1510	550
160	42.6	2490	889
180	51.2	3830	1360
200	61.3	5700	2000
220	71.5	8090	2840
240	83.2	11260	3920
260	93.0	14920	5130
280	103	19270	6590
300	117	25170	8560
320	127	30820	9240
340	134	36660	9690
360	142	43190	10140
400	155	57680	10820
450	171	79890	11720
500	187	107200	12620
550	199	136700	13080
600	212	171000	13530
650	225	210600	13980
700	241	256900	14440
800	262	359100	14900
900	291	494100	15820
1000	314	644700	16280

Çizelge 2.2'de yapısal sistemin parametrelerinin analitik olarak belirlenmesinde kullanılan yapıdaki tüm profillerin türleri, adetleri ve kat mesafeleri verilmektedir.

Çizelge 2. 2 Katlar arasında kullanılan çelik profil tipleri, sayıları ve katlar arası mesafeler

Kat	Profil			Kat Mesafeleri (m)
	HEB 240	HEB 300	HEB 400	
1	4	20	4	3.6
2	4	20	4	3.45
3	4	24	-	3.45
4	4	24	-	3.45
5	4	24	-	3.45
6	4	8	-	2.35

Kat rijitlikleri, kolonların ötelenmeye karşı direncine bağlı olarak hesaplanmaktadır. Burada, kat döşemelerindeki şekil değiştirmeler ihmal edilmekte ve bunlar rijit cisim gibi düşünülmektedir. Kolonların her iki ucunun da ankastre olduğu kabul edilirse kolon öteleme rijitliği;

$$k = \frac{12EI}{L^3} \quad (2.1)$$

formülü ile hesaplanabilir. Burada, E elastisite modülünü, I atalet momentini ve L de boyunu ifade etmektedir. Eşitlik (2.1) yardımıyla her kat için çelik profillerin tiplerine göre k rijitlik katsayısı hesaplanmakta ve her profil tipi için hesaplanan k değerleri toplanarak her kata ait eşdeğer bir k yay sabiti bulunmaktadır. Kütle ve rijitlik katsayıları bulunduktan sonra matematiksel modelde kullanılmak üzere c sönüm katsayısı ;

$$\xi = \frac{c}{c_{kr}} = \frac{c}{2\sqrt{km}} \Rightarrow c = \xi 2\sqrt{km} \quad (2.2)$$

formülü kullanılarak hesaplanmaktadır. Burada, ξ sönüm oranını, c sönüm katsayısını, c_{kr} kritik sönüm oranını, k rijitlik katsayısını, m ise kütleği ifade etmektedir. Yapısal

sistemde kullanılan çeliğin sönüm oranı 0.02'dir. Buradan eşitlik (2.2) kullanılarak yapısal sistemin katlarına ait sönüm değerleri hesaplanabilir.

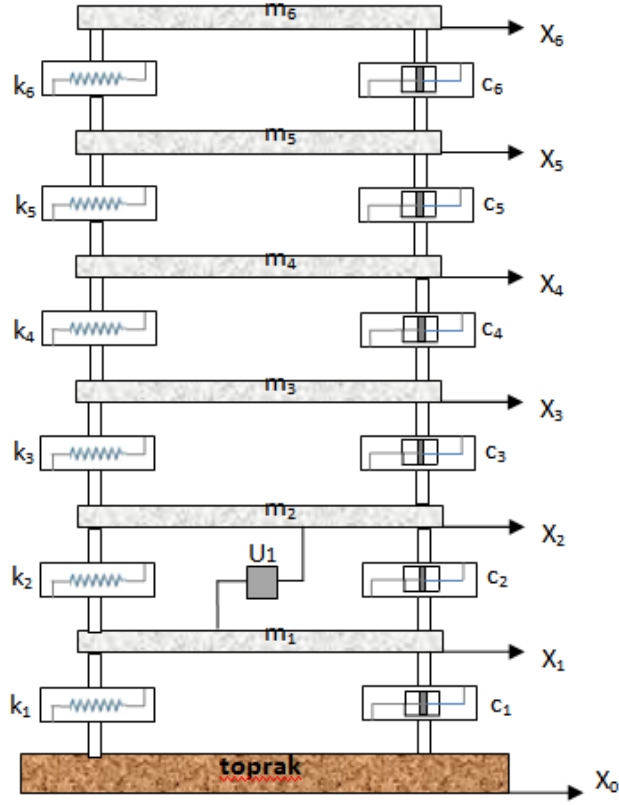
Çizelge 2.3'de tezde kullanılan yapısal sistemin kat kütle sönüm ve rijitlik değerleri verilmiştir.

Çizelge 2. 3 Kat kütle, sönüm oranı ve rijitlik katsayıları

Kat	Kat kütle m (kg)	Sönüm oranı c (Ns/m)	Rijitlik katsayısı k (N/m)
1	517500	26170	18050000
2	1050000	1575000	350000000
3	1050000	1575000	350000000
4	1050000	1575000	350000000
5	1050000	1575000	350000000
6	1050000	1575000	350000000

2.2 Yapısal Sistemin Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi

Yapı modeli oluşturulurken, tek bir yöndeki mesnet oynaması ve kat yer değiştirmeleri göz önüne alınmıştır. Aktif titreşim denetimi çalışmalarında kullanılmak üzere, tasarlanacak olan denetleyiciler için yapısal sistemin parametreleri ve hareket denklemleri elde edilmiştir. Şekil 2.1'de 6 katlı bir yapının fiziksel modeli gösterilmektedir.



Şekil 2. 1 Altı Serbestlik dereceli yapısal sistemin fiziksel modeli

Yapıya zeminden gelecek olan bozucu girişler tek yönde yatay yerdeğiştirme olarak değerlendirilmiştir. Burada, m_1 , m_2 , m_3 , m_4 , m_5 ve m_6 sırasıyla birinci, ikinci, üçüncü, dördüncü, beşinci ve altıncı katlara ait kütlelerdir. k_1 , k_2 , k_3 , k_4 , k_5 , k_6 ve c_1 , c_2 , c_3 , c_4 , c_5 , c_6 ise, sırasıyla birinci, ikinci, üçüncü, dördüncü, beşinci ve altıncı katlara ait rijitlik ve sönüm katsayılarıdır. Yapının matematiksel modelinin oluşturulmasında Lagrange Metodu kullanılmıştır.

Lagrange denkleminin genel ifadesi

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q_i} + \frac{\partial E_D}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial E_p}{\partial q_i} = Q_i \quad (2.3)$$

şeklindedir. Burada;

E_k = Toplam kinetik enerji

E_p = Toplam potansiyel enerji

E_D = Toplam sönüm enerjisi

Q_i = Genelleştirilmiş kuvvetler

q_i = Genelleştirilmiş koordinatlar

\dot{q}_i = Genelleştirilmiş hız

ifadelerini temsil etmektedir.

Bu durumda, altı serbestlik dereceli yapıya ait enerji denklemleri

$$E_K = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2)^2 + \frac{1}{2} m_3 (\dot{x}_3)^2 + \frac{1}{2} m_4 (\dot{x}_4)^2 + \frac{1}{2} m_5 (\dot{x}_5)^2 + \frac{1}{2} m_6 (\dot{x}_6)^2 \quad (2.4)$$

$$E_P = \frac{1}{2} k_1 x_1^2 + \frac{1}{2} k_2 (x_2 - x_1)^2 + \frac{1}{2} k_3 (x_3 - x_2)^2 + \frac{1}{2} k_4 (x_4 - x_3)^2 + \frac{1}{2} k_5 (x_5 - x_4)^2 + \frac{1}{2} k_6 (x_6 - x_5)^2 \quad (2.5)$$

$$E_D = \frac{1}{2} c_1 (\dot{x}_1)^2 + \frac{1}{2} c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1)^2 + \frac{1}{2} c_3 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2)^2 + \frac{1}{2} c_4 (\dot{x}_4 - \dot{x}_3)^2 + \frac{1}{2} c_5 (\dot{x}_5 - \dot{x}_4)^2 + \frac{1}{2} c_6 (\dot{x}_6 - \dot{x}_5)^2 \quad (2.6)$$

şeklinde elde edilir. Lagrange denklemi kullanılarak elde edilen katlara ait hareket denklemleri aşağıdaki gibidir.

$$m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 - c_2 \dot{x}_2 + (k_1 + k_2) x_1 - k_2 x_2 = u \quad (2.7)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + (c_2 + c_3) \dot{x}_2 - c_2 \dot{x}_1 - c_3 \dot{x}_3 + (k_2 + k_3) x_2 - k_2 x_1 - k_3 x_3 = -u \quad (2.8)$$

$$m_3 \ddot{x}_3 + (c_3 + c_4) \dot{x}_3 - c_3 \dot{x}_2 - c_4 \dot{x}_4 + (k_3 + k_4) x_3 - k_3 x_2 - k_4 x_4 = 0 \quad (2.9)$$

$$m_4 \ddot{x}_4 + (c_4 + c_5) \dot{x}_4 - c_4 \dot{x}_3 - c_5 \dot{x}_5 + (k_4 + k_5) x_4 - k_4 x_3 - k_5 x_5 = 0 \quad (2.10)$$

$$m_5 \ddot{x}_5 + (c_5 + c_6) \dot{x}_5 - c_5 \dot{x}_4 - c_6 \dot{x}_6 + (k_5 + k_6) x_5 - k_5 x_4 - k_6 x_6 = 0 \quad (2.11)$$

$$m_6 \ddot{x}_6 + c_6 \dot{x}_6 - c_6 \dot{x}_5 + k_6 x_6 - k_6 x_5 = 0 \quad (2.12)$$

Bozucu bir dış etki altındaki yapısal sistemin hareket denklemi,

$$M_s \ddot{x}(t) + C_s \dot{x}(t) + K_s x(t) = E_s w(t) \quad (2.13)$$

şeklindedir. Burada, $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t) \ x_4(t) \ x_5(t) \ x_6(t)]^T$ katların yatay yerdeğiştirmelerini gösteren durum vektörünü, $u(t)$ denetim kuvvetini, $F_u \in \mathfrak{R}^{m_u \times n}$ denetleyicinin yerleştirildiği yeri, $w(t) \in L_2$ sisteme uygulanan bozucu girişi, $E_w = [-(c_1 \dot{x}_0 + k_1 x_0) \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \in \mathfrak{R}^{m_w}$ bozucuların ağırlık matrisini göstermektedir. Sonuç olarak $M_s, C_s, K_s \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ sırasıyla kat kütle, sönüm ve rijitlik matrislerini göstermektedir. Bu matrisler Ek-A'da verilmiştir.

Yukarıda tanımlanan yapısal sistemin hareket denklemleri durum-uzay formuna,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_h u(t) + B_w w(t) \quad (2.14)$$

şeklinde dönüştürülebilir. Burada,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M_s^{-1}K_s & -M_s^{-1}C_s \end{bmatrix}, \quad B_h = \begin{bmatrix} 0 \\ M_s^{-1}F_u \end{bmatrix}, \quad B_w = \begin{bmatrix} 0 \\ M_s^{-1}E_w \end{bmatrix}$$

sırasıyla uygun boyutlu sistem, denetim girişi ve bozucu giriş matrislerini ve $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ sistemin durum vektörünü, $u(t) \in \mathfrak{R}^{m_u}$ sistemin denetim girişini, $w(t) \in \mathfrak{R}^{m_w}$ sistem üzerindeki bozucu giriş vektörünü göstermektedir.

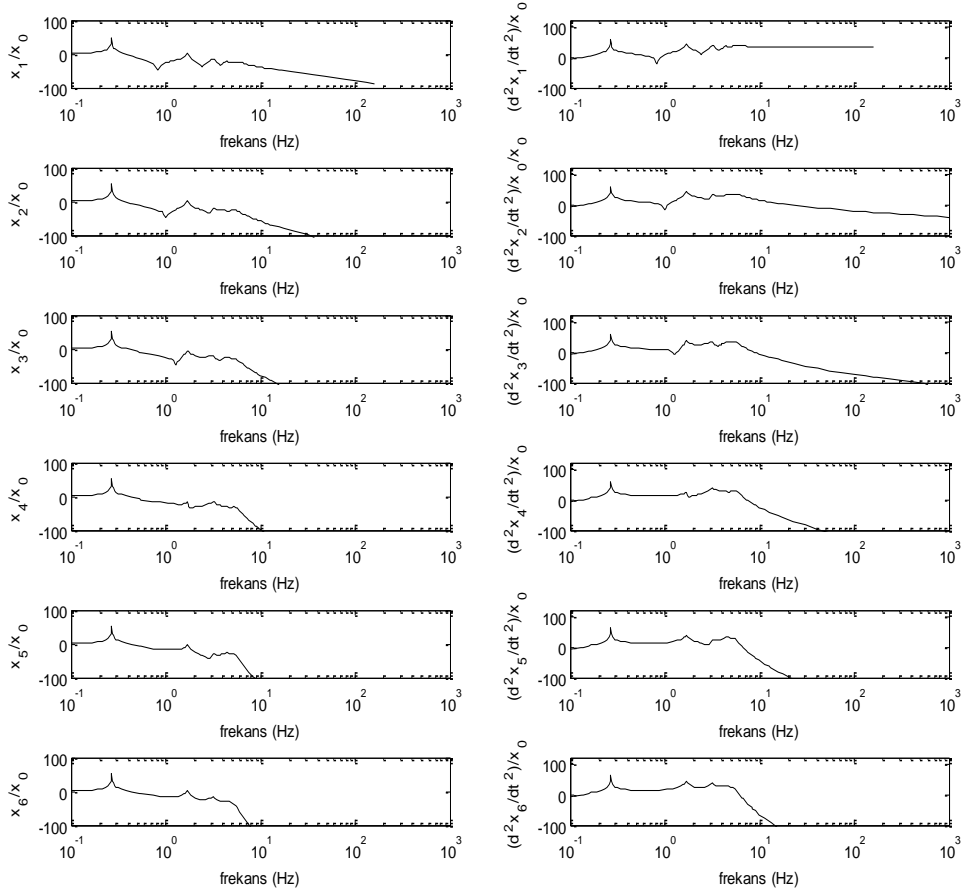
2.3 Farklı Deprem Girişleri Etkisindeki Yapısal Sistemin Cevapları ve Frekans Analizi

Bölüm 2.2'de, yapının zemin kaynaklı bozucu etkiler altındaki titreşimlerinin analizi için yapısal sistem modellenerek hareket denklemleri ve yapısal sistemin matematik modeli elde edilmektedir. Bu bölümde ise öncelikle yapısal sistemin frekans analizi yapılmıştır. Daha sonra ise matematiksel olarak modellenen yapısal sisteme dünyada meydana gelmiş bazı yıkıcı depremler uygulanmış ve elde edilen sonuçlar gözlemlenmiştir. Sistemin doğal frekanslarının belirlenmesiyle, rezonansa ve tehlikeli mod şekillerine sebebiyet verebilecek frekanslar da elde edilmiştir.

Modellenen yapının sönümsüz doğal frekansı,

$$W_n = \frac{1}{2\Pi} \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (2.15)$$

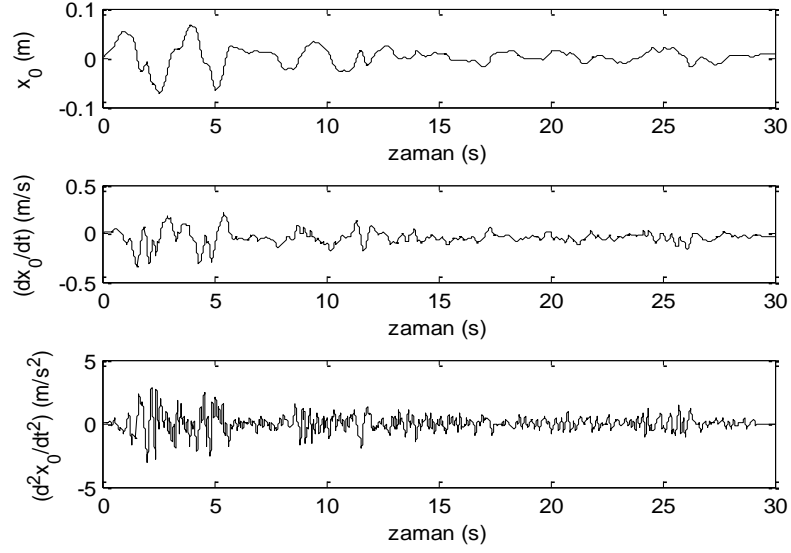
İfadesiyle elde edilir. Burada, K ve M sırasıyla katılık ve kütle matrisini, W_n ise sönümsüz doğal frekansı ifade eder. Eşitlik (2.15)'den 0.2690, 1.6863, 3.1710, 4.4158, 5.3083, 5.7756 Hz olmak üzere doğal frekans değerleri elde edilir. Sistem 6 serbestlik dereceli olduğundan 6 tane de doğal frekansı vardır. Modellenen yapının frekans cevapları, her bir katın yer değiştirmeleri ve ivmeleri için Şekil 2.2'de çizdirilmiştir.



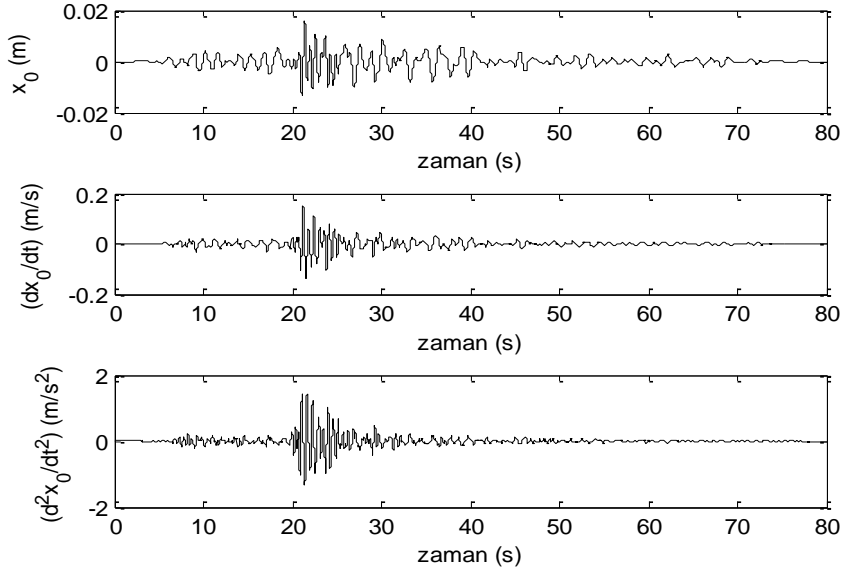
Şekil 2. 2 Modellenen yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin frekans cevapları

Matematiksel olarak modellenen yapısal sisteme, enerjisi sınırlı bozucu girişler olarak dünyada meydana gelmiş bazı yıkıcı depremler uygulanmıştır. Bu girişlere karşılık yapısal sistemin verdiği cevaplar gözlemlenmiştir. Çalışmada, deprem anında deprem ölçüm istasyonlarında kaydedilen datalar, MATLAB paket programı ile alçak ve yüksek geçiren filtrelerle işlenerek, ölçümden kaynaklanan gürültü ve benzeri bozucu sinyallerin arındırılmasıyla zamanın bir fonksiyonu şeklinde modellenmiştir. Şekil 2.3 -

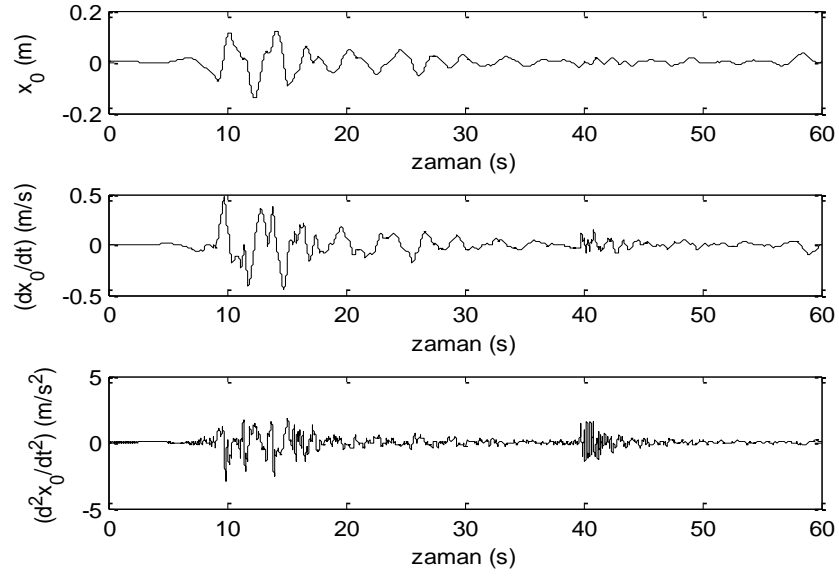
Şekil 2.5'de bozucu giriş olarak kullanılan, Amerika Birleşik Devletleri El-Centro'da 1940 yılında meydana gelen Mw=7.1 şiddetindeki El-Centro depremi, Japonya Kobe'de 1995 yılında meydana gelen Mw=6.9 şiddetindeki Kobe depremi ve Türkiye Kocaeli'de 1999 yılında meydana gelen Mw=7.4 şiddetindeki Kocaeli depreminin yer hareketleri sırasıyla gösterilmektedir.



Şekil 2. 3 1940 El-Centro depremi yer hareketi

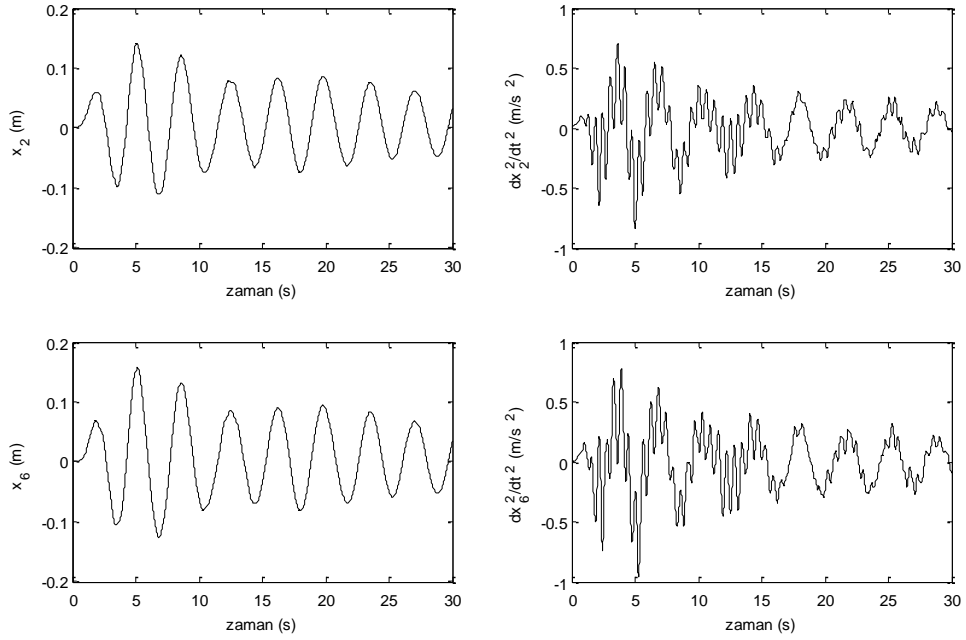


Şekil 2. 4 1995 Kobe depremi yer hareketi

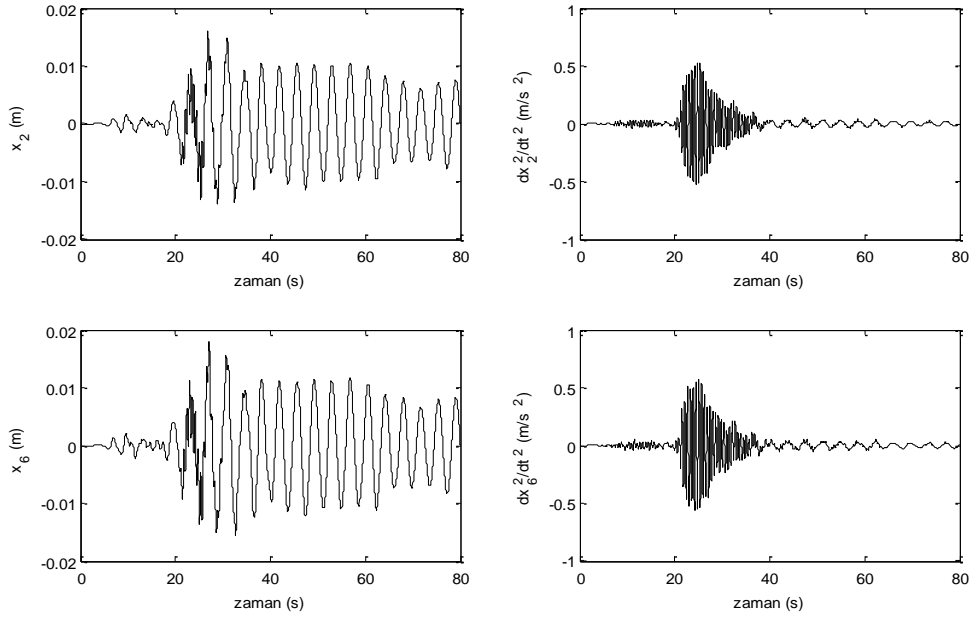


Şekil 2. 5 1999 Kocaeli depremi yer hareketi

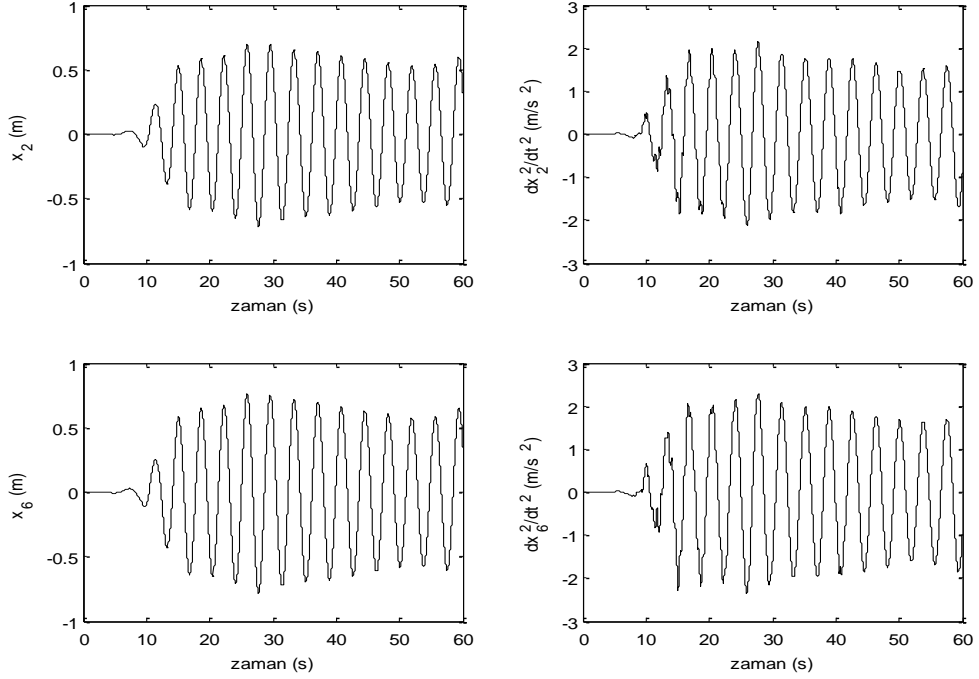
Şekil 2.6-Şekil 2.8'de modellenen yapısal sistemin, El-Centro, Kobe ve Kocaeli depremleri etkisindeki titreşimleri gösterilmektedir.



Şekil 2. 6 Yapının El-Centro depremi etkisindeki titreşimlerinin zaman cevapları



Şekil 2. 7 Yapının Kobe depremi etkisindeki titreşimlerinin zaman cevapları



Şekil 2. 8 Yapının Kocaeli depremi etkisindeki titreşimlerinin zaman cevapları

SİNYAL VE SİSTEM NORMLARI

Bir denetleme sisteminin performansı, ilgili sinyallerin boyutlarıyla tanımlanabilir. Örneğin, bir takip sisteminin performansı hata sinyalinin boyutu ile ölçülebilir. Bu bölümde, bir sinyalin boyutunun nasıl tanımlandığı ve var olan duruma göre hangi normun daha uygun olacağı anlatılmaktadır. Ayrıca, bir sistemin transfer fonksiyonunun normu da incelenmektedir.

3.1 Sinyal Normları

Bir sinyalin, $(-\infty, \infty)$ 'dan \mathfrak{R} 'ye gittiğini düşünecek olursak, böyle sinyaller parçalı sürekli sinyal olarak adlandırılır. Doğal olarak, $t < 0$ veya $t = 0$ anından başlaması durumunda sinyal sıfır olabilir. Değişik sinyaller için, çeşitli normlar açıklanmaktadır.

Öncelikle norm, aşağıdaki dört özelliği sağlamalıdır.

- i. $\|u\| \geq 0$
- ii. $\|u\| = 0 \Leftrightarrow u(t) = 0, \quad \forall t$
- iii. $\|au\| = |a|\|u\|, \quad \forall a \in \mathfrak{R}$
- iv. $\|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|$

Dördüncü özellik, üçgen eşitsizliği olarak adlandırılır.

Bir $u(t)$ sinyalinin 1 normu, onun mutlak değerlerinin toplamıdır.

$$\|u\|_1 := \int_{-\infty}^{+\infty} |u(t)| dt \quad (3.1)$$

Bir $u(t)$ sinyalinin 2 normu,

$$\|u\|_2 := \left(\int_{-\infty}^{+\infty} u(t)^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.2)$$

şeklinde ifade edilir.

Bir $u(t)$ sinyalinin ∞ normu, onun mutlak değerinin üst sınırı ile ifade edilir.

$$\|u\|_\infty := \sup_t |u(t)| \quad (3.3)$$

3.2 Sistem Normları

Ele alınan sistemin, doğrusal, zamanla değişmeyen ve sonlu boyuta sahip olduğunu varsayarsak, zaman alanında böyle bir sistem için giriş-çıkış modeli konvolüsyon denkleminin formuna sahiptir.

$$y = G * u \quad (3.4)$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(t - \tau) u(\tau) d\tau \quad (3.5)$$

Zaman düzlemindeki G transfer fonksiyonunun Laplace dönüşümü ile Laplace düzlemindeki $\hat{G}(s)$ transfer fonksiyonu elde edilir.

$\hat{G}(s)$ transfer fonksiyonunun 2 normu,

$$\|\hat{G}\|_2 := \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{G}(jw)|^2 dw \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.6)$$

ifadesi ile elde edilir.

$\hat{G}(s)$ 'in sanal eksen üzerinde kutbunun olmadığını düşünürsek, $\hat{G}(s)$ 'in 2 normu sonludur ve (3.7) denklemini elde edilerek hesaplanır. Bir sistemin H_2 normu sistemin impuls cevabı için toplam çıkış enerjisini göstermektedir.

$$\left\| \hat{G} \right\|_2^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \hat{G}(jw) \right|^2 dw = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} \hat{G}(-s) \hat{G}(s) ds = \frac{1}{2\pi j} \oint \hat{G}(-s) \hat{G}(s) ds \quad (3.7)$$

H_∞ doğrusal vektör uzayı, sağ yarı açık s düzleminde analitik, (3.8) ile verilen norma göre sınırlı olan fonksiyonların oluşturduğu L_∞ Banach uzayının kapalı bir alt uzayıdır. Bu uzayda tanımlı olan normada H_∞ normu denir. $\hat{G}(s) \in H_\infty$ ise H_∞ normu,

$$\left\| \hat{G}(s) \right\|_\infty := \sup_{\text{Re}(s)>0} \sigma_{\max}(\hat{G}(s)) = \sup_{w \in \mathfrak{R}} \sigma_{\max}(\hat{G}(jw)) \quad (3.8)$$

şeklinde ifade edilebilir. H_∞ vektör uzayı kararlı, düzgün transfer fonksiyonlarını içerir. Eşitlik (3.8)'deki ikinci eşitlik Maksimum Genlik Teoremi'nin genelleştirilmiş halidir (Boyd ve Desoer [73]). Burada, eğer $\hat{G}(s)$ tek girişli tek çıkışlı bir sistemin transfer fonksiyonu ise H_∞ normu,

$$\left\| \hat{G}(s) \right\|_\infty = \sup_{w \in \mathfrak{R}} \left| \hat{G}(jw) \right| \quad (3.9)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifade bir girişli bir çıkışlı sistemin transfer fonksiyonuna ilişkin Bode genlik diyagramındaki maksimum noktayı veya Nyquist eğrisinin orijinden olan maksimum uzaklığını verir [24].

H_∞ normu zaman alanında da tanımlanabilir. Doğrusal zamanla değişmeyen bir sistem için $w(t)$ sistemin girişi, $z(t)$ sistemin çıkışı olmak üzere, bunların enerjileri

$$\|w\|_2^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} w^T(t)w(t)dt \quad (3.10)$$

$$\|z\|_2^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} z^T(t)z(t)dt \quad (3.11)$$

olarak tanımlanabilir. Buradan, $\hat{G}(s)$ 'in H_∞ normu,

$$\left\| \hat{G} \right\|_\infty = \sup_{w \neq 0} \frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} \quad (3.12)$$

şeklinde elde edilebilir. Bu ifadeden de görüldüğü gibi H_∞ normu $L_2([0, \infty))$ uzayı üzerinden işaretlerin ne kadar kuvvetlendirileceğini gösterir. Aslında, H_∞ normu bir sistemin en kötü hal performansını belirler.

Doğrusal zamanla değişmeyen çok girişli çok çıkışlı sistemlerin H_∞ normunun Bode diyagramları üzerinden hesaplanması oldukça zordur. Bunun için değişik yaklaşımlar geliştirilmiştir. Bunlardan en sık kullanılanlar Ortay (Bisection) Algoritması, Cebirsel Riccati Denklemi (CRD) ve DME yaklaşımlarıdır.

Doğrusal zamanla değişmeyen bir sistem ele alalım;

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bw(t) \\ z(t) &= Cx(t) + Dw(t)\end{aligned}\tag{3.13}$$

burada, sistemin durum matrisi A Hurwitz'dir. Yani A'nın tüm özdeğerleri sol yarı açık s düzleminde. $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ sistemin durum değişkenlerini, $w(t) \in \mathfrak{R}^{m_w}$ sisteme etkiyen bozucu girişleri ve $z(t) \in \mathfrak{R}^p$ ise performans çıkışlarını göstermektedir. A, B, C ve D bilinen durum-uzay matrisleridir.

H_∞ normunun ortay algoritması ile hesaplanması amacıyla,

$$H_e := \begin{bmatrix} A + BR^{-1}D^TC & BR^{-1}B^T \\ C^T(I + DR^{-1}D^T)C & -(A + BR^{-1}D^TC)^T \end{bmatrix}\tag{3.14}$$

matrisi tanımlanabilir. Burada, $R := \gamma^2 I - D^T D$ dir.

Teorem 3.1 (Doyle [74]) Ancak ve ancak H_e 'nin imajiner eksen üzerinde özdeğerleri olmaması durumunda $\|G(s)\|_\infty < 1$ dir.

Bu teorem $\|G(s)\|_\infty$ normunun istenilen hassasiyette hesaplanmasına imkan vermektedir. Öncelikle γ gibi pozitif bir sayı seçilir, daha sonra $\|G(s)\|_\infty < \gamma$ ($\|\gamma^{-1}G(s)\|_\infty < 1$) şartı için uygun matrisin özdeğerleri için γ arttırılıp azaltılarak test edilir. Bu yöntem ortay teoremi olarak bilinir ve algoritma aşağıdaki gibidir [74].

1. $\|G(s)\|_\infty$ normu için γ_1 şeklinde bir alt sınırı tahmini olarak belirle.

2. $\|G(s)\|_\infty$ normu için γ_2 için şeklinde bir üst sınırı tahmin et ve bunun bir üst sınır olduğunun H_e 'nin özdeğerlerinin hiçbirinin sanal eksen üzerinde olmaması gereğinden yola çıkarak ispatla.

3. Şayet $\gamma_2 - \gamma_1$ önceden tanımlanmış olan hassasiyetten küçük ise algoritmayı durdur. Değil ise, Adım 4'ten devam et.

4. $\gamma = \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)$ şeklinde tanımla ve H_e 'ye ilişkin özdeğerleri hesapla. Şayet sanal eksen üzerinde özdeğerler bulunursa $\gamma_1 := \gamma$, aksi durumda $\gamma_2 := \gamma$ atamasını yap.

5. Adım 3'e git.

H_∞ normunun hesaplanmasında kullanılan diğer bir metod ise Cebirsel Riccati Denklemi (CRD)'nin çözümünden elde edilir. Aşağıdaki Sınırlı Gerçek Yardımcı Teoremi (SGYT) kullanılarak CRE ile bir sistemin H_∞ normu hesaplanabilir.

Teorem 3.2 (Sınırlı Gerçek Yardımcı Teoremi) (Zhou vd. [42]) Verilen sürekli zamanlı bir sistemin gerçekleştirilmesi $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ için aşağıdaki ifadeler eşdeğerdir.

i) A matrisi Hurwitz'dir (A'nın tüm özdeğerleri sol yarı açık s düzleminde) ve $\|C(sI - A)^{-1}B + D\|_\infty < \gamma$ dır.

ii) İlgili Hamiltonian Matrisinin özdeğerlerinin hiçbirisinin sanal eksen üzerinde olmaması gerekir.

iii) Aşağıdaki Cebirsel Riccati Eşitliğini çözen simetrik bir P matrisi vardır.

$$A^T P + PA + (B^T P + D^T C)^T (\gamma^2 I - D^T D)^{-1} (B^T P + D^T C) + C^T C = 0$$

CRE formülasyonunun başlıca dezavantajı, çözümün en kötü senaryo açısından ele alınması ve bu durumun tutuculuğu arttırmasıdır. Bu nedenle, CRE'leri DME ile yeniden formüle edilerek problemin çözümüne esneklik katılmıştır. Bu modifikasyonla problem eşitlik yerine eşitsizliklerin çözümünden elde edilir. Bu şekilde doğrusal matris eşitsizlikleri yaklaşımıyla elde edilen eşitsizlikler geçersiz oluncaya kadar, probleme getirilen kısıtların sınırları zorlanabilir. Bu nedenle, problemin çözümünde DME yaklaşımının kullanılmasıyla daha az tutucu sonuçlar elde edilebilir.

H_∞ normu ile DME arasındaki bağlantı, yukarıda verilen Sınırlı Gerçek Yardımcı Teoremi'nin düzenlenmesiyle sağlanır ve DME'lerinin sayısal çözümü için önerilen yöntem $G(s)$ 'in H_∞ normunun hesabında kullanılır.

Yardımcı Teorem 3.1 (Zhou vd. [42]) Verilen sürekli zamanlı bir sistemin gerçekleştirilmesi $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ için aşağıdaki ifadeler eşdeğerdir.

i) A matrisi Hurwitz'dir (A 'nın tüm özdeğerleri sol yarı açık s düzleminde) ve

$$\|G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D\|_\infty < \gamma .$$

ii) Aşağıdaki doğrusal matris eşitsizliğini çözen bir $P > 0$ matrisi vardır.

$$\begin{bmatrix} A^T P + P A & P B & C^T \\ B^T P & -\gamma I & D^T \\ C & D & -\gamma I \end{bmatrix} < 0$$

Burada γ , ekstra bir değişken gibi davranır ve γ 'nın minimizasyonu ile sistemin H_∞ normu hesaplanır.

DIŞ BÜKEY EN İYİLEŞTİRME VE DENETLEME TEORİSİNDE DOĞRUSAL MATRİS EŞİTSİZLİKLERİ

Bu bölümde, dışbükey en iyileştirme konusuna temel olarak değinilerek, dışbükey en iyileştirme ile ilgili temel kavramlar verilmiş ve denetleme teorisinde dışbükey en iyileştirme temeline dayanan doğrusal matris eşitsizlikleri anlatılmıştır.

4.1 Dışbükey En İyileştirme

En iyileştirme problemi, bir soruna çözüm arayan herkesin karşılaşacağı bir problemdir. Çünkü bir problemin birden çok çözümü olabilir ve bu çözümler arasından en iyisi seçilmelidir. Bu da bizi en iyileştirmenin tanımına götürür: En iyileştirme, bir problemin olası çözümleri arasından en iyisinin belirlenmesi eylemidir [75]. Bu tanımdaki “en iyi”nin kendi başına ise bir manası yoktur. Anlam kazanabilmesi için hangi nitelik bakımından “en iyi” olduğundan söz edilmelidir. Bu sorunun yanıtını veren niteliğe ise en iyileştirme ölçütü adı verilir. Her en iyileştirme problemi, ancak net olarak tanımlanmış bir en iyileştirme ölçütü ile var olabilir. En iyileştirme ölçütünün verilmesi ise aranan “en iyi”yi tanımlı hale getirir. “En iyi” olanın ayırt edilebilmesi için adayların “en iyi”liklerinin karşılaştırılabilmesi; bu karşılaştırmanın bilimsel çerçevede yapılabilmesi için ise bu “iyi”liklerin ölçülebilmesi gerekir. Bu, her adaya, en iyileştirme ölçütüne göre ne kadar “iyi” olduğunu gösteren bir skaler nicelik eşleştirilmesini gerektirir. Bu skalere başarımlık göstergesi ya da başarımlık ölçüsü adı verilir. En iyileştirme ölçütünün verilmesiyle, ilgili başarımlık göstergesinin de kendiliğinden belirli hale geleceği izlenimi doğabilir ise de bu her zaman doğru değildir. Örneğin bir ürünün en

iyileştirilmesinde ölçüt olarak "hafiflik" alındığında başarıml göstergesi "ürünün ağırlığı" olarak kendiliğinden ortaya çıkar. Buna karşılık ölçütün, sırasıyla, "dayanıklılık", "kullanışlılık" ve "güzellik" olarak alınması halleri şöyle bir göz önüne getirilirse bunlara karşılık gelen bir başarıml göstergesinin tanımlanmasının giderek güçleştiği ve sonunda olanaksız hale geldiği görülecektir. Esas alınması düşünülen en iyileştirme ölçütüne uygun bir başarıml göstergesinin bulunamadığı hallerde en iyileştirmeyi bilimsel çerçevede gerçekleştirme olanağı kalmaz. Bir bilim olarak en iyileştirmenin başlangıç noktasını başarıml göstergesi oluşturur. Bu çerçevede en iyi çözüm denildiğinde başarıml göstergesini ekstremum (yerine göre minimum ya da maksimum) yapan çözüm anlaşılır. Bilimsel çerçevede en iyileştirme, bir problemin olası çözümleri arasından başarıml göstergesini ekstremum yapanın belirlenmesi eylemidir. Bir en iyileştirme probleminde, ölçütün yeterli netlikte tanımlanamadığının, ya da ona uygun bir başarıml göstergesinin bulunamadığının fark edilmesi halinde, bu ölçütün bir yana bırakılarak, bu yoldan, çözümün değilse de problemin (yalınlık ölçütü bakımından) en iyi yapılması daha uygun olacaktır. Bir en iyileştirme probleminin matematiksel olarak formüle edilebilmesi için başarıml göstergesinin bir takım parametreler cinsinden ifade edilmesi gerekir. Bu parametreler bir takım skaler parametreler olabilecekleri gibi bağımsız bir değişkenin bir takım fonksiyonları da olabilirler. İlk halde bir parametre en iyileştirme probleminden, ikinci halde ise bir fonksiyon en iyileştirme probleminden söz edilir.

4.1.1 Parametre En İyileştirmesi

Parametre en iyileştirmede başarıml göstergesi, kendileri de birer skaler olan bir takım parametrelere bağlı bir skalerdir. Matematikte bir takım skalerlere bir skaler eşleştiren yasalara fonksiyon adı verildiğinden parametre en iyileştirmede başarıml göstergesi

$$P = f_0(x); \quad x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T \quad (4.1)$$

şeklinde bir fonksiyon olur. Bu fonksiyona amaç fonksiyonu ya da hedef fonksiyonu, bu fonksiyonun x_i parametrelerine ise en iyileştirme parametreleri adı verilir. Gösterilim kolaylığı bakımından çoğu kez en iyileştirme parametreleri n boyutlu bir x vektörü ile temsil edilirler. Bu vektörün boyutu olan n 'ye en iyileştirme probleminin boyutu denir.

Özel olarak $n=1$ halinde tek boyutlu en iyileştirmeden söz edilir. Parametre en iyileştirmede hedef, en iyileştirme parametrelerinin amaç fonksiyonunu ekstremum yapan değerlerinin belirlenmesidir. İstenen ekstremumun maksimum olması halinde amaç fonksiyonuna özel olarak değer fonksiyonu adı verilir. Tersine, istenenin minimum olması halinde ise bedel fonksiyonu terimi yeğlenir. Ancak, bir fonksiyonun maksimumunu arama problemiyle minimumunu arama problemi arasındaki farkı abartmamak gerekir. Çünkü bu iki problem kolayca birbirine dönüştürülebilir. Kimi parametre en iyileştirme problemlerinde, en iyileştirme parametreleri hiçbir sınırlamaya tabi olmaksızın her değeri alabilir. Bu durumda kısıtsız en iyileştirmeden söz edilir. Kimi zaman da bu parametreler kimi kısıtlamalara tabi olurlar. Bu kez de kısıtlı en iyileştirme söz konusudur. Kısıtlar, en iyileştirme parametrelerinin sağlamaları gereken kısıt denklemleri şeklinde ifade edilirler. Bunlar,

$$f_j(x) = 0; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (4.2)$$

şeklinde eşitlik kısıtları olabilecekleri gibi

$$f_j(x) \leq 0; \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (4.3)$$

şeklinde eşitsizlik kısıtları da olabilirler. Eşitlik kısıtlarının sayısı her zaman en iyileştirme probleminin boyutundan küçük olmak zorundadır. Çünkü aksi takdirde en iyileştirme parametrelerinin amaç fonksiyonunu ekstremum yapacak biçimde seçilmesi için gereken serbestlik yok olur.

4.1.2 Fonksiyon En İyileştirmesi

Fonksiyon en iyileştirmesinde başarımlık göstergesi, bağımsız bir değişkenin bir takım fonksiyonlarına bağlı bir skalerdir. Matematikte bir takım fonksiyonlara bir skaler eşleştiren yasalara fonksiyonel adı verildiğinden fonksiyon en iyileştirmesinde başarımlık göstergesi fonksiyonel olur.

$$P = J[x(t)] = \int_{t_a}^{t_b} f_0[x(t), \dot{x}(t), t] dt; \quad x(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}^T \quad (4.4)$$

Burada t , bağımsız değişkeni; $x_i(t)$ fonksiyonları ise en iyileştirme fonksiyonlarını göstermektedir. Fonksiyon en iyileştirmesinde hedef J fonksiyoneli ekstremum yapacak $x_i(t)$ fonksiyonlarının hiçbir sınırlamaya tabi olmadığı kısıtsız ve bazı kısıtlamalara uymak zorunda olduğu kısıtlı en iyileştirme problemleri söz konusu olabilir. Fonksiyon en iyileştirmesinde hedef, J fonksiyoneli ekstremum yapacak $x_i(t)$ fonksiyonlarının belirlenmesidir. Fonksiyon en iyileştirmesi problemlerinde de, $x_i(t)$ fonksiyonlarının hiç bir sınırlamaya tabi olmadığı kısıtsız ve bazı kısıtlamalara uymak zorunda olduğu kısıtlı en iyileştirme problemleri söz konusu olabilir. Matematikte, fonksiyonelleri ekstremum yapan fonksiyonların bulunması problemi varyasyonlar hesabının konusunu oluşturur. Öte yandan, bilindiği gibi, her fonksiyonun serilerle temsil edilmesi olanağı vardır. Bilinmeyen bir fonksiyonun belirlenmesi problemi, bu kanaldan, bilinen bir serinin bilinmeyen katsayılarının belirlenmesi problemine; böylece bir fonksiyon en iyileştirme problemi de bir parametre en iyileştirme problemine dönüştürülebilir. Buna, varyasyonlar hesabı probleminin doğrudan çözümü denir.

4.1.3 Dışbükey Problemler

Bir optimizasyon probleminde amaç fonksiyonu ve mevcut kısıtların serbest bıraktığı olası çözümler kümesi dışbükeylik adı verilen bir özelliğe sahip olduğunda problemin dışbükey bir problem olduğu söylenir. Minimizasyon amaçlı dışbükey problemler, gerek yeter koşul ve yerel minimum genel minimum ikilemelerinde çözümü kolaylaştıran bazı önemli özelliklere sahiptir. Bu bölümde kısaca bu konu üzerinde durulacaktır.

Tanım 4.1 (Dışbükey Fonksiyon) Bir $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ fonksiyonunun, $H(x_1, x_2, \dots, x_n)$ Hessian Matrisi, n boyutlu x_i 'ler uzayının her noktasında pozitif belirli ise bu fonksiyon bir tam dışbükey fonksiyondur denir. Bazı (ya da bütün) noktalarda pozitif yarı-belirlilik söz konusu olduğunda ise, bir sıradan dışbükey fonksiyondan söz edilir. Tam dışbükey fonksiyonların bir ve yalnızca bir stasyoner noktaya sahip oldukları ve bunun muhakkak bir minimum olduğu önemli bir özelliktir.

Tanım 4.2 (Dışbükey Küme) Eğer n boyutlu x_i 'ler uzayında tanımlı bir C noktalar kümesine ait herhangi iki noktayı birleştiren üzerindeki bütün P noktaları yine bu kümeye ait ise, C 'nin bir dışbükey küme olduğu söylenir.

Bir noktalar kümesi, $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ şeklinde bir fonksiyon eşitliğini sağlayan noktaların kümesi şeklinde tanımlanmış olabilir. Bu şekilde tanımlanan bir kümenin dışbükey olup olmaması ile $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ fonksiyonunun doğrusal olup olmaması arasında doğrudan bir ilişki vardır. Bazen de noktalar kümesi, $g(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b$ şeklinde bir fonksiyon eşitsizliğini sağlayan noktaların kümesi şeklinde tanımlanmış olabilir. Bu durumda, $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ fonksiyonunun (sıradan ya da tam) bir dışbükey fonksiyon olması, tanımlanan kümenin dışbükey olmasını garanti eder. Ancak bunun tersi doğru değildir; yani $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 'nin dışbükey olmaması, kümenin dışbükey olmadığını göstermez. Bununla birlikte, hepsi dışbükey olan kümelerin bir ara kesit kümesi varsa bu küme de dışbükeydir.

Tanım 4.3 (Dışbükey Kabuk) Normlu doğrusal uzay olan H_r kümesi içinde kompakt bir küme olan Z_k kümesinin ($Z_k \subset H_r$) dışbükey kabuğu $\text{conv}(Z_k)$ ile gösterilir ve $Z_k \in H_r$ alt kümesini kapsayan tüm kümelerin kesişimidir. Eğer Z_k kümesini kapsayan sonlu sayıda dışbükey küme varsa, bu kümelerin kesişim noktalarına $\text{conv}(Z_k)$ kümesinin köşe noktaları denir. Sonlu sayıda eleman içeren bir kümenin dışbükey kabuğu bir politoptur. Bu önermenin terside aynen geçerlidir. Eğer her $x \in Z_k$ ve $\alpha > 0$ için $\alpha x \in Z_k$ sağlanıyorsa bu küme bir koniktir. Rastgele seçilen dışbükey konik kümelerin kesişimi de yine bir dışbükey küme oluşturur.

Tanım 4.4 (İlgün Küme) Her $x_1 \in Z_k$, $x_2 \in Z_k$ ve $\alpha \in \mathfrak{R}$ için $x := \alpha x_1 + (1 - \alpha)x_2$ ile tanımlanan nokta, doğrusal vektör uzayında tanımlı alt küme olan Z_k içerisinde ise bu kümeye ilgın küme denir. İlgün kümelerde, ilgili küme içerisinde seçilen iki nokta arasındaki doğru parçası her zaman ilgili küme içerisinde kalır. Her ilgın küme dışbükeydir.

Tanım 4.5 (İlgün Fonksiyon) Her $x_1 \in Z_k$, $x_2 \in Z_k$ ve $\alpha \in \mathfrak{R}$ için

$$f(\alpha x_1 + (1 - \alpha)x_2) = \alpha f(x_1) + (1 - \alpha)f(x_2) \quad (4.5)$$

ise f fonksiyonu ilgın fonksiyondur.

Dışbükey fonksiyonlarla çalışmanın en önemli avantajı, yerel en küçüğün her zaman için küresel en küçüğe eşit olmasıdır. Burada, yerel ve küresel en iyilik kavramlarının açıklanmasında fayda vardır.

Tanım 4.6 (Yerel ve Küresel En İyilik) Normlu H_r uzayının bir alt kümesi olarak Z_k kümesini ele alalım. Eğer $\varepsilon > 0$, $\|x - x_0\| < \varepsilon$ koşulu altındaki her $x \in Z_k$ için $f(x_0) \leq f(x)$ eşitsizliği sağlanıyorsa, $x_0 \in Z_k$, $f: Z_k \rightarrow \mathfrak{R}$ fonksiyonunun yerel en iyi çözümüdür. Bu eşitsizlik bir koşul gerektirmeksizin her $x \in Z_k$ için sağlanıyorsa çözüm artık küresel en iyi olur.

Önerme 4.1 $f: Z_k \rightarrow \mathfrak{R}$ fonksiyonunu dışbükey kabul ettiğimizde, f fonksiyonunun her yerel en iyi çözümü aynı zamanda küresel en iyi çözümü olacaktır. Eğer f fonksiyonu kesin dışbükey ise küresel en iyi çözüm tektir.

İspat: f fonksiyonu dışbükey ise ve $x_0 \in Z_k$ noktası bu fonksiyonun yerel en iyi çözümü ise her $x \in Z_k$ ve $\alpha \in (0,1)$ için

$$f(x_0) \leq f(x_0 + \alpha(x - x_0)) = f((1-\alpha)x_0 + \alpha x) \leq (1-\alpha)f(x_0) + \alpha f(x) \quad (4.6)$$

eşitsizliği ve bu eşitsizlikten

$$0 \leq \alpha(f(x) - f(x_0)) \quad (4.7)$$

elde edilir. Bir başka gösterimle $f(x_0) \leq f(x)$ sonucuna ulaşılır. Bundan dolayı x_0 fonksiyonu küresel en iyi çözümdür. Eğer fonksiyon kesin dışbükey ise bu durumda (4.6) eşitsizliğindeki ikinci kısım kesin olacak, bunun doğal bir sonucu olarak (4.7) eşitsizliği de kesin olacak ve x_0 tek olacaktır.

Bu ispat bize çözümün varlığı hakkında bilgi sunmaz. Burada asıl amaç, dışbükey fonksiyonlarda eğer bir yerel en iyi çözüm varsa bunun aynı zamanda küresel en iyi olduğunu göstermektir. Bu nedenle dışbükey fonksiyonlarda sadece yerel en iyi çözümü bulmak, küresel en iyi çözümü bulmak anlamına gelmektedir [76-77].

4.1.4 Dışbükey En İyileştirme Problemi

Standart forma getirilmiş haliyle

$$P = f_0(x); \quad x = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}^T \rightarrow \min \quad (4.8)$$

$$f_j(x) = 0; \quad j = 1, 2, \dots, J; \quad J < N \quad (4.9)$$

$$g_k(x) = b_k; \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (4.10)$$

şeklindeki bir en iyileştirme probleminde, (4.9) eşitlik ve (4.10) eşitsizlik kısıtları, bir S aday çözümler kümesi dışbükey küme, amaç fonksiyonu da (en azından S kümesinin sınırları içerisinde) dışbükey bir fonksiyon olan en iyileştirme problemlerine dışbükey en iyileştirme problemi denir [75].

4.2 Denetleme Teorisinde Doğrusal Matris Eşitsizlikleri

Dinamik sistemlerin analizinde doğrusal matris eşitsizliklerinin (DME) tarihi yüz yıldan daha öncesine uzanır. Bu konudaki ilk çalışmalar 1890 yılında, Lyapunov'un günümüzde Lyapunov teorisi olarak adlandırdığımız özgün çalışmalarını yayınlamasıyla başlar. Lyapunov,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) \quad (4.11)$$

diferansiyel denkleminin ancak ve ancak (4.12) denklemini sağlayan pozitif tanımlı bir P matrisinin var olması durumunda kararlı olacağını, bir diğer deyişle bütün yörüngelerin sifıra gideceğini göstermiştir.

$$A^T P + PA < 0 \quad (4.12)$$

P matrisinin pozitif tanımlı ($P > 0$) olması gerekliliği ve (4.12) denklemi, günümüzde DME'nin özel bir formu olan Lyapunov eşitsizliği olarak adlandırılır. Ayrıca, Lyapunov bu DME'nin açıkça çözülebileceğini de göstermiştir. Eğer A matrisi kararlı ise $Q = Q^T > 0$ şeklinde seçilen pozitif tanımlı bir Q matrisinin doğrusal

$$A^T P + PA = -Q \quad (4.13)$$

denklemini sağlaması ile elde edilen pozitif tanımlı P matrisi (4.12) denklemini de sağlamış olur. Diğer bir deyişle, P matrisinin elde edilmesi ve her iki koşulun da sağlanıyor olması sebebiyle (4.12) çözülmüş olur.

Doğrusal matris eşitsizliği,

$$F(x) \triangleq F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0 \quad (4.14)$$

formundadır. Burada, $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in \mathfrak{R}^n$ çözüm sonunda bulunacak bilinmeyen sabit elemanlı vektördür. x_i 'ler karar değişkenleri veya en iyileştirme değişkenleri olarak da isimlendirilir. F_0, \dots, F_n gerçekte simetrik matrisleri göstermektedir. Bir ifadenin sıfırdan küçük olması kesin negatifliği göstermektedir. Diğer bir deyişle simetrik (Hermitian) ve gerçekte bir matris için tüm özdeğerlerin negatif olmasıdır ($\lambda_{\max}(F(x)) < 0$). DME formu x üzerinde dış bükey bir kısıttır. Yani, $\{x | F(x) > 0\}$ kümesi dış bükeydir. DME formu, belli bir forma sahip gibi görünmesine rağmen x üzerindeki dış bükey kısıtların geniş bir çeşitliliğini yansıtır. Denetleme teorisinde ortaya çıkan doğrusal eşitsizlikler, dış bükey karesel eşitsizlikler, matris norm eşitsizlikleri ve kısıtlar DME formuna dönüştürülebilir. Dışbükey fonksiyon ve küme tanımlarından da bilindiği gibi

$$F_1(x) > 0, \dots, F_k(x) > 0 \quad (4.15)$$

şeklindeki DME'lerin her birinin oluşturduğu olası kümenin kesişimi de dışbükeydir. (4.15) DME'lerini sağlayan tüm x 'lerin kümesi dışbükeydir. DME'lerini tek tek yazmak yerine, tamamı tek bir DME olarak,

$$F(x) = \begin{bmatrix} F_1(x) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & F_2(x) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & F_k(x) \end{bmatrix} > 0 \quad (4.16)$$

şeklinde yazılabilir. Bu son eşitsizlik her hangi bir x için, F(x) matrisinin simetrik olduğunu belirtmektedir. F(x) matrisinin özdeğerlerinin oluşturduğu küme $F_1(x), \dots, F_k(x)$ matrislerinin tek tek özdeğerlerinin birleşiminden oluşan küme ile aynıdır. $F(x) > 0$ doğrusal matris eşitsizliğini sağlayan x ifadesi, (4.15) ile belirtilen tüm

doğrusal matris eşitsizliklerini de sağlamaktadır. Bu şekilde çoklu DME kısıtlamaları tek bir DME kısıtlamasına indirgenebilir. Bu durum DME'ni çok amaçlı en iyileştirme ve denetim problemlerinin çözümünde etkin bir şekilde kullanılabilir bir araç haline getirmiştir.

Doğrusal olmayan matris eşitsizlikleri, Schur tümleyen ile doğrusal matris eşitsizlikleri formuna çevrilebilir [85]. Örneğin, $S \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ olmak üzere,

$$S = S^T = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

matrisini ele alalım. Burada, S_{11} 'in $r \times r$ boyutlu tekil olmayan bir matris olduğunu kabul edersek,

$$M := S_{22} - S_{21}S_{11}^{-1}S_{12} \quad (4.18)$$

şeklinde tanımlı M matrisi, S matrisi içerisinde S_{11} 'in Schur tümleyeni olur. S simetrik matris olduğundan

$$S < 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} S_{11} & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} S_{11} < 0 \\ M < 0 \end{cases} \quad (4.19)$$

şeklinindedir. Yüksek lisans tezinde, denetleyici tasarımlarında kullanılan Schur tümleyen, aşağıdaki yardımcı teoremde verilmiştir.

Yardımcı Teorem 4.1 $S = S^T$ simetrik matrisi (4.17)'de tanımlandığı gibi verilmiş olsun. Bu ayrıştırmada, $S_{11} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ karedir ve aşağıdaki önermeler birbirine eşdeğerdir.

$$S < 0;$$

$$S_{11} < 0, \quad S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0 \quad (4.20)$$

$$S_{22} < 0, \quad S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0 \quad (4.21)$$

4.2.1 DME'lerinin Kullanım Alanları

Günümüzde pek çok denetim problemi DME yaklaşımı ile bir en iyileştirme problemine dönüştürülerek çözülebilmektedir. $f : \mathcal{D} \rightarrow \mathfrak{R}$ tanımlı bir performans fonksiyonunun minimizasyonu veya maksimizasyonu problemi doğrusal matris eşitsizliği olan $F(x) < 0$ gibi x değişkeni üzerinden tanımlı dışbükey kısıtlamalar gösteriyorsa, aslında bu tip problemler dışbükey en iyileştirme problemidir. $F(x)$ performans fonksiyonu, dışbükey olduğu sürece çözüme ilişkin algoritmalar geliştirilebilir. Aslında, DME'ler için $F: \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{S}$ ılgın ise genelde iki temel çalışma alanı vardır.

a) Varlık: $F(x) < 0$ DME kısıtlamasını sağlayan en az bir $x \in \mathcal{X}$ 'in var olup olmadığını irdelemektir.

b) En iyileştirme: DME kısıtlamalarını sağlayan elemanlar ile oluşturulmuş küme $\mathcal{D} := \{x \mid F(x) < 0\}$ şeklinde ifade edilirse, $V_{\text{opt}} = \inf_{x \in \mathcal{D}} f(x)$ belirleme problemine DME kısıtlamalarıyla en iyileştirme problemi denir.

Doğrusal eşitsizlikler, matris eşitsizlikleri, dışbükey karesel eşitsizlikler, Lyapunov ve Riccati eşitsizlikleri gibi birçok yapı DME şeklinde formüle edilebilir. Bu yaklaşım özellikle denetim kuramında pek çok problemin çözümüne önemli katkılar sunmuştur. Bunlara aşağıdaki temel örnekler verilebilir.

- **Kararlılık:**

Doğrusal zamanla değişmeyen bir sistemin Lyapunov kararlılığı aşağıdaki gibi gösterilebilir. Doğrusal zamanla değişmeyen otonom bir sistem

$$\dot{x}(t) = Ax(t) \quad A \in \mathfrak{R}^{n \times n} \quad (4.22)$$

şeklinde tanımlanabilir. Bu yapıda bir sistem, ancak ve ancak $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ sağlanıyorsa asimptotik kararlıdır. $X > 0$ ve $A^T X + XA < 0$ Lyapunov eşitsizliklerini sağlayan öyle bir $X = X^T$ bulabilirsek bu sistem asimptotik olarak kararlıdır. Bu önerme $V(x(t), t) := x^T(t)Xx(t)$ Lyapunov fonksiyonuyla gösterilmektedir. Burada, X değişkeni doğrusal bir fonksiyondur ve Yarı Tanımlı Programlama (YTP) yaklaşımıyla İNA yardımıyla sayısal olarak çözümü mümkündür. Buradan, sistemin asimptotik kararlılık problemi,

$$\begin{bmatrix} -X & 0 \\ 0 & A^T X + XA \end{bmatrix} < 0 \quad (4.23)$$

gibi bir DME'nin çözümüne ait varlık problemine indirgenebilir.

- **Durum Geri-Besleme Problemi:**

Doğrusal zamanla değişmeyen bir sistem,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (4.24)$$

şeklinde tanımlansın. Burada, $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ve $B \in \mathcal{R}^{n \times m}$ şeklindedir. Problem, bu sistemi $u(t) = Fx(t)$ durum geri besleme kuralı ile asimptotik kararlı kılan F statik kazanç matrisinin belirlenmesidir. Aşağıdaki matris eşitsizliklerini sağlayan F ve X matrisleri bulunduğunda problem çözülmüş olacaktır.

$$\begin{cases} X < 0 \\ (A + BF)^T X + X(A + BF) < 0 \end{cases} \quad (4.25)$$

F ve X matrislerinin bilinmeyen olması nedeniyle (4.25) eşitsizliği doğrusal matris eşitsizliği formunda değildir. $K = FY$ ve $Y = X^{-1}$ gibi yeni değişkenler tanımlanıp eşitsizlikler tekrar yazılırsa elde edilen aşağıdaki eşitsizlikler bilinmeyenler üzerinden doğrusal olacaktır.

$$\begin{cases} Y < 0 \\ AY + YA^T + BK + K^T B^T < 0 \end{cases} \quad (4.26)$$

Görüldüğü gibi durum geri-besleme problemimiz, (4.26) DME'lerinde Y ve K matrislerinin varlığının incelenmesi problemine dönüşmüştür. Y ve K matrislerinin belirlenmesi ile F statik kazanç matrisi, $F = KY^{-1}$ ifadesi ile kolaylıkla elde edilebilir.

- **μ Analizi:**

μ analizinde, bir M matrisine karşın $\|DMD^{-1}\| < 1$ eşitsizliğini sağlayan köşegen bir D matrisinin aranması problemi ile karşılaşılır.

$$\begin{aligned}
\|DMD^{-1}\| < 1 &\Leftrightarrow D^{-T}M^TD^TDMD^{-1} < I \\
&\Leftrightarrow M^TD^TDM < D^TD \\
&\Leftrightarrow M^T XM - X < 0
\end{aligned} \tag{4.27}$$

Burada, $X := D^TD > 0$ dır ve D matrisinin aranması bir DME varlık problemidir.

4.2.2 DME'lerinin Çözüm Yöntemleri

Denetim kuramı içerisinde sıklıkla kullanılan ve analitik olarak çözülemeyen büyük ölçekli en iyileştirme problemleri içeren DME'lerinin, nümerik olarak ele alınarak İNA yoluyla çözümü mümkündür. DME sayısal çözümüne ilişkin geliştirilmiş algoritmalarından en çok bilinenleri Elipsoid Algoritması (EA) ve İNA dır.

EA nümerik olarak dayanıklı ve kolay uygulanabilirliği ile etkin bir algoritmadır. Ancak bu yöntemin en büyük dezavantajı dışbükey problemlerin çözümünde yetersiz kalmasıdır. Büyük ölçekli en iyileştirme problemlerinde oldukça yavaş çalışması ise diğer bir sorundur.

Dış bükey en iyileştirme alanındaki en önemli yenilik, iç nokta yönteminin geliştirilmesidir. Nesterov ve Nemirovskii'nin [78] çalışması, DME yaklaşımıyla formüle edilen en iyileştirme problemlerinin gerçekçi ve uygulanabilirlik açısından anlam kazanmasını sağlamıştır. Dışbükey programlama çalışmalarındaki bu gelişmeler konik karesel programlama, yarı tanımlı programlama gibi alanlarda gelişmelerin yaşanmasına neden olmuştur. Bu nedenle, bu bölümde İNA'nın açıklanması yararlı olacaktır.

İNA'nın ana fikri şu şekilde özetlenebilir. F ılgın bir fonksiyon ve minimize etmek istediğimiz $f : \delta \rightarrow \mathfrak{R}$, $\delta := \{x \mid F(x) < 0\}$ uzayında tanımlı bir dışbükey fonksiyon olsun.

En iyileştirmek istediğimiz dışbükey problem ise,

$$V_{\text{opt}} = \inf_{x \in \delta} f(x) \tag{4.28}$$

olsun. Bu problemi çözebilmek için (en iyi veya en iyiye çok yakın çözüm) öncelikle bir bariyer fonksiyonu tanımlanır. Bu fonksiyon aşağıdaki özelliklere sahip olmalıdır:

- δ 'nin içinde kesin dışbükey olmalı,

- δ 'nin içindeki birbirini takip eden $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ noktaları boyunca $+\infty$ yaklaşıldığında, fonksiyon da δ 'nin sınırına yakınsamalıdır.

θ gibi bir bariyer fonksiyonu verildiğinde, $x \in \delta$ koşulundaki $f(x)$ fonksiyonunun minimizasyonu şeklindeki kısıtlamalı en iyileştirme problemi,

$$f_t(x) := tf(x) + \theta(x) \quad (4.29)$$

şeklindeki kısıtlamasız bir en iyileştirme problemine dönüşmüş olur. Burada $t > 0$ dır ve ceza parametresini simgelemektedir. Ayrıca f_t fonksiyonu \mathfrak{R}^n de kesin dışbükeydir. Temel fikir f_t fonksiyonunun $x(t)$ 'sini herhangi $t > 0$ anında minimize edebilecek $t \rightarrow x(t)$ ye uygun eşlemeyi belirlemektir. Kısıtlamasız en iyileştirme problemi çözümü için kullanılan hemen hemen tüm iç nokta yöntemlerinde Newton-Raphson iterasyon tekniği kullanılır.

Eğer $F(x) < 0$ gibi bir DME'nin çözümünün varlığı problemi ile karşı karşıyaysak, burada f fonksiyonun bir rolü yoktur. Olası bariyer fonksiyonlarından biri logaritmik fonksiyondur. Bir bariyer fonksiyonu logaritmik fonksiyon olarak

$$\theta(x) := \begin{cases} \log \det - F(x)^{-1} & \text{Eger } x \in S \\ \infty & \text{tüm diğer durumlarda} \end{cases} \quad (4.30)$$

δ kümesinin boş olmadığı ve sınırlı olduğu kabul edilirse, θ kesin dışbükey olur ve δ üzerinde bir bariyer fonksiyonu olur. Bu durumda, θ fonksiyonunun en küçüğünü teşkil eden x_{opt} çözümünün tek olarak var olduğu gösterilebilir. Açıktır ki, bu nokta δ kümesinin içindedir ve δ 'in çözüm kümesinin analitik merkezi olarak adlandırılır. x_{opt} noktası genellikle klasik Newton iterasyonununundan kolayca,

$$x_{k+1} := x_k - (\theta'(x_k))^{-1} \theta'(x_k) \quad (4.31)$$

şeklinde hesaplanabilir. Buradaki θ' ve θ'' ifadeleri sırasıyla θ 'nin gradyanı ve Hesiyanını göstermektedir.

Eğer $F(x) < 0$ gibi bir DME'ye bağlı $f(x)$ fonksiyonun minimizasyonu problemi başka bir deyişle

$$\hat{F}_t(x) := \begin{bmatrix} f(x) - t & 0 \\ 0 & F(x) \end{bmatrix} < 0 \quad (4.32)$$

DME'nin çözümünün varlığı problemi şeklinde de ifade edilebilir. Burada $t > t_0 := \inf_{x \in \delta} f(x)$ ceza parametresidir. Aynı bariyer fonksiyonu kullanıldığında, kısıtlamasız en iyileştirme problemi

$$gt(x) := \log \det - \hat{F}_t(x)^{-1} = \underbrace{\log \frac{1}{t - f(x)}}_{\theta_0(t - f(x))} + \underbrace{\log \det - F(x)^{-1}}_{\theta(x)} \quad (4.33)$$

fonksiyonunun minimizasyonu olarak şekillenmektedir [76-77].

DOĞRUSAL ZAMANLA DEĞİŞMEYEN SİSTEMLER İÇİN DME TABANLI DENETLEYİCİ TASARIMLARI

Bu bölümde, öncelikle H_∞ denetleyici sentezi yapılacaktır. Bu kapsamda, DME'lerin çözümünde kullanılan Cebirsel Riccati Denklemi (CRD) ve Eşitsizliği (CRE) anlatılmaktadır. Denetleyici tasarımlarına geçmeden önce H_∞ denetleme problemi ve genelleştirilmiş yapı ele alınmaktadır. Son olarak ise, DME yaklaşımıyla durum geri-beslemeli H_∞ denetleyici ile çıkış geri-beslemeli dinamik H_∞ denetleyici tasarımları gerçekleştirilmektedir.

5.1 H_∞ Denetleyici Sentezi

Bu kısımda, H_∞ probleminin çözümünü sağlayan CRE ve CRD ile birlikte H_∞ denetim için genelleştirilmiş yapı verilmektedir.

5.1.1 Cebirsel Riccati Denklemi ve Eşitsizliği

H_∞ problemine yaklaşımımızın temelini Riccati Eşitliği ya da Eşitsizliği oluşturmaktadır. SGYT ispat edilmekte ve H_∞ probleminin Riccati çözümü elde edilmektedir. $R \geq 0$ ve Q verilen simetrik matrisler olmak üzere CRE,

$$A^T X + XA + XRX + Q < 0 \quad (5.1)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Benzer şekilde CRD de,

$$A^T X + XA + XRX + Q = 0 \quad (5.2)$$

olarak elde edilmektedir. Burada, X 'in daima gerçek simetrik ya da kompleks Hermitian olduğu varsayılmaktadır. Dahası, belirsiz genel bir Q 'ya imkan verilmektedir. Eğer (A,R) denetlenebilir ise sonuçlar şu şekilde özetlenebilir: Ancak ve ancak A, R, Q vasıtasıyla tanımlanan Hamiltonian matrisi sanal eksen üzerinde özdeğere sahip değil ise CRD ya da CRE çözümü vardır. Eğer CRE ya da CRD çözüme sahipse, CRD'nin tek bir dengeleyici çözümü X_- ve tek bir dengeleyici olmayan çözümü X_+ vardır. CRD ya da CRE'nin diğer bütün çözümleri X ise $X_- \leq X \leq X_+$ eşitsizliğini sağlar.

Teorem 5.1 Q matrisinin simetrik, R matrisinin pozitif yarı tanımlı ve (A,R) 'nin ise denetlenebilir olduğunu varsayalım. Hamiltonian matrisi,

$$H := \begin{pmatrix} A & R \\ -Q & -A^T \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

eşitliği ile tanımlanır ve aşağıdaki ifadeler eşdeğerdir.

- a) H 'nin sanal eksen üzerinde özdeğeri yoktur.
- b) $A^T X + XA + XRX + Q = 0$ ifadesinin tek bir dengeleyici çözümü X_- vardır.
- c) $A^T X + XA + XRX + Q = 0$ ifadesinin tek bir dengeleyici olmayan çözümü X_+ vardır.
- d) $A^T X + XA + XRX + Q < 0$ ifadesinin simetrik bir çözümü X vardır.

Eğer bir tanesi ve bu yüzden diğer durumların hepsi sağlanıyor ise, CRD ya da CRE'nin herhangi bir çözümü X , $X_- \leq X \leq X_+$ eşitsizliğini sağlar. Buradan, dengeleyici çözümün CRD'nin diğer bütün çözümleri arasında en küçük ve dengeleyici olmayan çözümün en büyük olduğu sonucuna ulaşılır.

Teorem 5.2 Teorem 5.1'deki bütün hipotezlerin gerçekleştiğini ama (A,R) 'nin sadece kararlı kılınabilir olduğunu varsayalım. Bu durumda aşağıdaki ifadeler eşdeğerdir.

- a) H 'nin sanal eksen üzerinde özdeğeri yoktur.
- b) $A^T X + XA + XRX + Q = 0$ ifadesinin tek bir dengeleyici çözümü X_- vardır.
- c) $A^T X + XA + XRX + Q < 0$ ifadesinin bir simetrik çözümü X vardır.

Eğer bir tanesi ve bu yüzden diğer durumların hepsi sağlanıyor ise bu durumda CRD ya da CRE'nin herhangi bir çözümü X , $X_- \leq X$ eşitsizliğini sağlar. Bu ispat, H 'nin sanal eksen üzerinde özdeğerinin olmadığını bir kez doğrulanması ile çözüm üretmenin zor olmadığını ortaya çıkarır. Dahası, H 'nin C^0 'da özdeğerlerinin olmadığını düşünürsek, bu durumda n tane özdeğerinin C^- 'de ve n tane özdeğerinin C^+ 'da olduğunu söyleyebiliriz. Schur tümleyeni,

$$T^*HT = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ 0 & M_{22} \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

şeklinde T matrisini elde etmek için uygulanır. Burada, M_{11} $n \times n$ boyutlarında kararlı ve M_{22} $n \times n$ boyutlarında kararlı olmayan matrislerdir. T matrisi,

$$T = \begin{pmatrix} U & * \\ V & * \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

şeklinde $n \times n$ boyutlarında dört parçaya bölünebilir. Teorem 5.2, U matrisinin tekil olmayan bir matris olduğunu ve CRD'nin dengeleyici çözümünün (5.6) olduğunu ortaya çıkarır.

$$X = VU^{-1} \quad (5.6)$$

Eğer Schur tümleyeni M_{11} 'in özdeğerleri C^+ içerisinde ve M_{22} kararlı olacak şekilde seçilirse, aynı prosedür dengeleyici olmayan çözüme yol açar.

Eğer Q negatif yarı tanımlı ise Hamiltonian matrisinin sanal eksen üzerindeki özdeğerleri kontrol edilemez ve gözlemlenemez modlar ile verilebilir.

Yardımcı Teorem 5.1 $R \geq 0$, $Q \leq 0$ matrisleri ve $\lambda \in C^0$ (5.3) ifadesinin bir özdeğeri olmak üzere, ancak ve ancak $\lambda \in C^0$ (A,R) 'nin denetlenemez bir modudur ya da (A,Q) 'nin gözlemlenemez bir modudur.

İspat $i\omega$ H matrisinin bir özdeğeri olmak üzere, ancak ve ancak (5.7) matrisi tekildir.

$$H - i\omega I = \begin{pmatrix} A - i\omega I & R \\ -Q & -A^T - i\omega I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A - i\omega I & R \\ -Q & -(A - i\omega I)^* \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

Eğer $i\omega$ (A,R) 'nin kontrol edilemez bir modu ise $\begin{pmatrix} A-i\omega I & R \end{pmatrix}$ tam rank değildir. Eğer $i\omega$ (A,Q) 'nin gözlemlenemez bir modu ise $\begin{pmatrix} A-i\omega I \\ -Q \end{pmatrix}$ tam rank değildir. Her iki durumda da $H-i\omega I$ ifadesinin tekil olduğu sonucuna ulaşılır.

Diğer taraftan, $H-i\omega I$ ifadesinin tekil olduğunu düşünelim. Bu durumda sıfır olmayan x ve y değerleri,

$$\begin{pmatrix} A-i\omega I & R \\ -Q & -(A-i\omega)^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0 \quad (5.8)$$

şeklinde mevcuttur. Bu durum,

$$(A-i\omega I)x + Ry = 0 \quad -Qx - (A-i\omega I)^* y = 0 \quad (5.9)$$

olduğunu gösterir. İlk denklemi y^* ile ikinci denklemi de x^* ile çarparsak,

$$y^* (A-i\omega I)x + y^* Ry = 0 \quad (5.10)$$

$$-x^* Qx - y^* (A-i\omega I)x = -x^* Qx - x^* (A-i\omega I)^* y = 0 \quad (5.11)$$

ifadeleri elde edilir. Bu durum gösterir ki

$$y^* Ry = x^* Qx \quad (5.12)$$

Çünkü, $R \geq 0$, $Q \leq 0$ matrisleri ile $Qx=0$ ve $Rx=0$ olduğu sonucuna ulaşılır. Bu durumda denklem (5.9), $(A-i\omega I)x=0$ ve $(A-i\omega I)^* y=0$ olduğunu gösterir. Eğer $x \neq 0$ ise $i\omega$, (A,Q) 'nin gözlemlenemez bir modudur. Eğer $y \neq 0$ ise $i\omega$, (A,R) 'nin denetlenemez bir modudur. Bu yüzden, eğer (A,R) kararlı kılınabilir, $Q \leq 0$ ve (A,Q) sanal eksen üzerinde gözlemlenemez bir moda sahip değilse, ilgili Hamiltonian matrisinin sanal eksen üzerinde özdeğeri yoktur. Bu durumun altında yatan sebep ise CRD'nin dengeleyici bir çözüme sahip olması ve CRE'nin de çözülebilir olmasıdır.

5.1.2 H_∞ Denetim Problemi

Genelleştirilmiş yapı,

$$\begin{pmatrix} z \\ y \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} w \\ u \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} w \\ u \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

eşitliğiyle ifade edilmektedir. Burada y ölçülen çıkış vektörünü, u denetleme girişini, z denetlenen çıkışı ve w bozucu girişi belirtmektedir. P 'nin ise dengeleyici denetleyici olduğunu farzedelim. Öyle ki, (A, B_2) kararlı kılınabilir ve (A, C_2) meydana çıkarılabilir. Doğrusal zamanla değişmeyen sistemler için denetleyiciler,

$$u = Ky = \begin{bmatrix} A_K & B_K \\ C_K & D_K \end{bmatrix} y \quad (5.14)$$

ifadesiyle A_K, B_K, C_K, D_K denetleyici matrisleri aracılığıyla durum-uzay formunda belirtilir. H_∞ denetim probleminde amaç, sistemin bozuculardan çıkışlara ($w \rightarrow z$) transfer fonksiyonunun H_∞ normunun dengeleyici denetleyiciler kullanarak minimum yapmaktır. Denetlenen kapalı çevrim sistem için (5.14) notasyonu ile

$$z = S(P, K)w = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} w \quad (5.15)$$

ifadesi elde edilir. Burada amacımız P 'yi kararlı kılan, yani A matrisini kararlı hale getiren K denetleyici matrisini bulmaktır.

$$\|S(P, K)\|_\infty = \left\| \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \right\|_\infty \quad (5.16)$$

Benzer şekilde, transfer matrisinin H_∞ normunun belirlenmesine gelince alt-en iyi H_∞ denetim problemi olarak adlandırılan konu akla gelmektedir: $\gamma > 0$ için öyle bir denetleyici K bulunmalı ki K, P 'yi kararlı kılsın ve $\|S(P, K)\|_\infty < \gamma$ ifadesini sağlasın ya da böyle bir denetleyici olmadığı sonucuna ulaşsın.

Genellikle, ağırlıklandırmayı açıklamak için 1 sınırı ölçeklendirilmektedir. Bu,

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\gamma}P_{11} & \frac{1}{\gamma}P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{\gamma}P_{11} & P_{12} \\ \frac{1}{\gamma}P_{21} & P_{22} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{\gamma}P_{11} & \frac{1}{\sqrt{\gamma}}P_{12} \\ \frac{1}{\sqrt{\gamma}}P_{21} & P_{22} \end{pmatrix} \quad (5.17)$$

durumlarından birinin P'nin yerine geçmesi manasına gelmektedir ve durum-uzay formunda (6.18) ile gösterilmektedir.

$$\begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ \frac{1}{\gamma}C_1 & \frac{1}{\gamma}D_{11} & \frac{1}{\gamma}D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} A & \frac{1}{\gamma}B_1 & B_2 \\ C_1 & \frac{1}{\gamma}D_{11} & D_{12} \\ C_2 & \frac{1}{\gamma}D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} A & \frac{1}{\sqrt{\gamma}}B_1 & B_2 \\ \frac{1}{\sqrt{\gamma}}C_1 & \frac{1}{\sqrt{\gamma}}D_{11} & \frac{1}{\sqrt{\gamma}}D_{12} \\ C_2 & \frac{1}{\sqrt{\gamma}}D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

Bu yüzden, H_∞ denetim problemi yeniden şu şekilde formüle edilir: Öyle bir K denetleyici matrisi bulunmalı ki P'yi kararlı kılsın ve $\|S(P, K)\|_\infty < 1$ koşulunu sağlasın.

Bu koşul, durum-uzay formunda,

$$\lambda(A) \subset C^- \text{ ve } \|C(SI - A)^{-1}B + D\|_\infty < 1 \quad (5.19)$$

şeklinde ifade edilir.

Belirtmeliyim ki K denetleyici matrisi bulunabilir de bulunmayabilir de. Bu yüzden amaç, böyle bir K denetleyici matrisinin varlığı için genelleştirilmiş P yapısı açısından formüle edilen doğrulanabilir durumların sağlanmasıdır. Eğer bir denetleyicinin var olduğu biliniyorsa, P'yi kararlı kılan, $\|S(P, K)\|_\infty < 1$ koşulunu ve (5.19) ifadesini sağlayan uygun bir K denetleyici matrisi inşa edecek algoritmayı bulmaya da ihtiyacımız vardır.

5.1.3 H_∞ Denetim İçin Genelleştirilmiş Yapı

Genelleştirilmiş yapı,

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1w + B_2u \\ z &= C_1x + D_{11}w + D_{12}u \\ y &= C_2x + D_{21}w + D_{22}u \end{aligned} \quad (5.20)$$

denklemleriyle ifade edilir. H_∞ probleminin çözümü DME teknikleriyle kolayca elde edilmektedir[82],[83]. Burada sadece düzenli problemler ele alınmaktadır. Düzenli problemler, D_{12} 'nin ve D_{21} 'in tam rank olduğu hipotezler anlamına gelmektedir. Bu varsayımlar temelde şunu belirtir: Denetim sinyali u , z içerisinde $D_{12}u$ vasıtasıyla görünür ve ölçülen çıkış sinyali y , gürültü tarafından $D_{21}w$ vasıtasıyla bozulur. Formül çıkarmayı basitleştirmek için bu durum (5.21)'de gösterilen daha etkili özelliklerle sınırlandırılmaktadır.

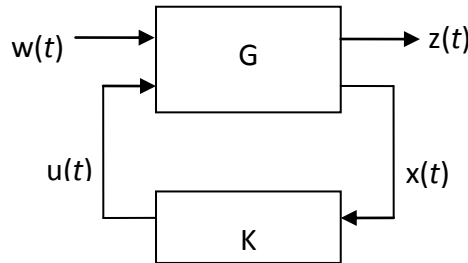
$$D_{11} = 0 \quad D_{22} = 0 \quad D_{12}^T (C_1 \quad D_{12}) = (0 \quad I) \quad \begin{pmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{pmatrix} D_{21}^T = \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix} \quad (5.21)$$

Bu yüzden, P_{11} ve P_{22} 'nin her ikisinin de uygun olduğu düşünülmektedir. Dahası, D_{12} sadece tam rank değildir ama sütunları ortonormaldir ve C_1 'in sütunlarına ortogonaldır. Benzer şekilde, D_{21} 'in satırları ortonormaldir ve B_1 'in satırlarına ortogonaldır.

5.2 DME Tabanlı Durum Geri Beslemeli H_∞ Denetleyici Tasarımı

Bu bölümde, aktif titreşim kontrolü çalışmalarında tasarım özellikleri bakımından literatürde sıklıkla önerilen durum geri-beslemeli H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Titreşim kontrolü alanında etkin bir şekilde kullanılacak, arzu edilen frekans ve geçici rejim cevaplarının elde edilebilmesini sağlayacak denetim algoritması olarak DME yaklaşımıyla H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir.

Durum geri-beslemeli denetim yapısının blok diyagramı Şekil 5.1'de gösterilmektedir.



Şekil 5. 1 Durum geri-beslemeli denetim yapısının blok diyagramı

Denetim problemi durum-uzay formunda,

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\ z(t) &= C_1 x(t) + D_{11} w(t) + D_{12} u(t)\end{aligned}\tag{5.22}$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada, $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ durum vektörünü, $z(t) \in \mathfrak{R}^p$ denetim çıkış vektörünü, $w(t) \in \mathfrak{R}^{m_w}$ bozucu giriş vektörünü, $u(t) \in \mathfrak{R}^{m_u}$ denetim giriş vektörünü göstermektedir. $A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_{11}, D_{12}, D_{21}, D_{22}$ ve D_{22} matrisleri ise sistemin bilinen uygun boyutlu durum-uzay matrisleridir. Denetim girişinin $u(t) = Kx(t)$ ($K \in \mathfrak{R}^{m_u \times n}$) gibi durumların doğrusal bir fonksiyonu olduğu kabulünden yola çıkarak (5.23)'de verilen kapalı-çevrim sistemi elde edilir. Burada, K durum geri-beslemeli denetim kazancını göstermektedir.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= (A + B_2 K)x(t) + B_1 w(t) \\ z(t) &= (C_1 + D_{12} K)x(t) + D_{11} w(t)\end{aligned}\tag{5.23}$$

H_∞ performans problemi, kapalı-çevrim (5.23) sistemini kararlı kılacak ve sistemin girişlerinden çıkışlarına olan transfer fonksiyonları matrisinin sonsuz normunu $\|T_{z_1 w}\|_\infty$, γ gibi bulunabilecek en küçük skaler pozitif bir değerden küçük kılacak bir denetleyici bulmaktır. Bilindiği gibi, H_∞ normu ile DME arasındaki bağlantı sınırlı gerçek yardımcı teoremi kullanılarak yapılır. $V(x(t)) = x^T(t)Px(t)$, $P = P^T > 0$ şartıyla karesel Lyapunov fonksiyonudur. $\gamma > 0$ olmak üzere sistemin performans ve kararlılık kısıtları için tanımlanan aşağıdaki (5.24) eşitsizliği, tüm $x(t)$ ve $w(t)$ 'ler için negatif tanımlı olmalıdır.

$$\dot{V}(x(t)) + z^T(t)z(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t) < 0\tag{5.24}$$

Eşitsizlik (5.24)'ün (5.23) ile birleştirilmesiyle,

$$\begin{aligned}[(A + B_2 K)x(t) + B_1 w(t)]^T P x(t) + x^T(t)P[(A + B_2 K)x(t) + B_1 w(t)] \\ + [(C_1 + D_{12} K)x(t) + D_{11} w(t)]^T [(C_1 + D_{12} K)x(t) + D_{11} w(t)] - \gamma^2 w^T(t)w(t) < 0\end{aligned}\tag{5.25}$$

eşitsizliği elde edilir. Burada, (5.25)'in düzenlenmesiyle

$$\begin{bmatrix} ((A+B_2K)^T P + P(A+B_2K) + (C_1+D_{12}K)^T(C_1+D_{12}K)) & PB_1 + (C_1+D_{12}K)^T D_{11} \\ B_1^T P + D_{11}^T(C_1+D_{12}K) & -\gamma^2 I + D_{11}^T D_{11} \end{bmatrix} < 0 \quad (5.26)$$

matris eşitsizliği elde edilir. Schur tümleyeni ve (5.26)'nın sağından ve solundan P^{-1} ile çarpılması sonucunda

$$\begin{aligned} & P^{-1}(A+B_2K)^T + (A+B_2K)P^{-1} + P^{-1}(C_1+D_{12}K)^T(C_1+D_{12}K)P^{-1} \\ & - (B_1 + P^{-1}(C_1+D_{12}K)^T D_{11})(-\gamma^2 I + D_{11} D_{11}^T)^{-1}(B_1^T + D_{11}^T(C_1+D_{12}K)P^{-1}) < 0 \end{aligned} \quad (5.27)$$

eşitsizliği elde edilir. $X_\infty = P^{-1}$ değişken dönüşümüyle,

$$\begin{bmatrix} ((A+B_2K)X_\infty + X_\infty(A+B_2K)^T X_\infty(C_1+D_{12}K)^T(C_1+D_{12}K)X_\infty) & B_1 + X_\infty(C_1+D_{12}K)^T D_{11} \\ B_1^T + D_{11}^T(C_1+D_{12}K)X_\infty & -\gamma^2 I + D_{11}^T D_{11} \end{bmatrix} < 0 \quad (5.28)$$

$$\begin{bmatrix} (A+B_2K)X_\infty + X_\infty(A+B_2K)^T & B_1 \\ B_1^T & -\gamma I \end{bmatrix} + \frac{1}{\gamma} \begin{bmatrix} X_\infty(C_1+D_{12}K)^T \\ D_{11}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (C_1+D_{12}K)X_\infty & D_{11} \end{bmatrix} < 0 \quad (5.29)$$

DME'leri elde edilebilir. Yine Schur tümleyeni kullanılarak $X_\infty > 0$ için, (5.23)'de tanımlanan kapalı-çevrim sistemin H_∞ performans kısıtları aşağıdaki DME şeklinde elde edilir.

$$\begin{bmatrix} (A+B_2K)X_\infty + X_\infty(A+B_2K)^T & B_1 & X_\infty(C_1+D_{12}K)^T \\ B_1^T & -\gamma I & D_{11}^T \\ (C_1+D_{12}K)X_\infty & D_{11} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (5.30)$$

DME'lerinin çözümünden elde edilir. Yukarıda durum geri-beslemeli denetleyici için H_∞ denetim koşulları DME yaklaşımıyla türetilmiştir. Yukarıda elde edilen (5.30) eşitsizliği, KX_∞ teriminden dolayı dışbükey değildir. $X = X_\infty$ kabulü ile dışbükeyliği sağlamak için ise $W = KX$ değişken dönüşümü yapılarak, $X = X^T$ şartları altında H_∞ denetim problemini çözen

$$\begin{bmatrix} AX + XA^T + B_2W + W^TB_2^T & B_1 & XC_1^T + W^TD_{12}^T \\ B_1^T & -\gamma I & D_{11}^T \\ C_1X + D_{12}W & D_{11} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (5.31)$$

DME'si elde edilir. (5.31) DME'sini çözen uygun X ve W matrisleri bulunursa, en iyi durum geri-beslemeli H_∞ denetleyici kazancı

$$K = WX^{-1} \quad (5.32)$$

şeklinde elde edilir. Burada, durum geri-beslemeli H_∞ denetleyici kazancı γ ile belirlenir [35].

5.3 DME Tabanlı Çıkış Geri-Beslemeli Dinamik H_∞ Denetleyici Tasarımı

Bu bölümde, DME yaklaşımıyla çıkış geri-beslemeli dinamik H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Tasarımın en önemli aracı olarak dışbükey en iyileştirme temelindeki DME'leri kullanılmıştır. Enerjisi sınırlı bozucu etkiler altındaki sistemlerin girişleri ile çıkışları arasındaki transfer fonksiyonları matrisinin H_∞ normunu en küçük yapan ve denetleyici kazancını çıkış geri-beslemeli dinamik olarak ayarlayan denetleyici yapısının sentez denklemleri aşağıdaki gibidir.

İlk olarak aşağıdaki gibi durum-uzay gerçekleştirilmesi ile tanımlanan açık çevrim sistemi ele alalım.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \\ z(t) &= C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t) \\ y(t) &= C_2x(t) + D_{21}w(t) + D_{22}u(t) \end{aligned} \quad (5.33)$$

Burada; $A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_{11}, D_{12}, D_{21}$ ve D_{22} matrisleri sırasıyla, sistem matrisi, bozucu giriş matrisi, denetim giriş matrisi, performans çıkış matrisi, ölçüm matrisi, performans çıkışları için bozucu giriş matrisi, performans çıkışları için denetim giriş matrisi, ölçümler için bozucu giriş matrisi ve ölçümler için denetim giriş matrisidir. $x(t) \in \mathcal{R}^n$, $w(t) \in \mathcal{R}^{m_w}$, $u(t) \in \mathcal{R}^{m_u}$, $z(t) \in \mathcal{R}^{n_z}$ ve $y(t) \in \mathcal{R}^{n_y}$ vektörleri ise sırasıyla durum vektörünü, bozucu giriş vektörü, denetim giriş vektörü, performans çıkış vektörünü ve ölçüm vektörünü göstermektedir. Eşitlik (5.33)'de durum-uzay gerçekleştirilmesi şeklinde

tanımlanan sistemin açık-çevrim gösteriminden yola çıkarak, (5.34)'de verilen dinamik denetleyici yapısı ile (5.38)'de verilen kapalı-çevrim sistem elde edilmiştir.

Seçilen dinamik denetleyicinin yapısı,

$$\begin{aligned}\dot{x}_k(t) &= A_k x_k(t) + B_k y(t) \\ u(t) &= C_k x_k(t) + D_k y(t)\end{aligned}\tag{5.34}$$

şeklindedir. Eşitlik (5.33)'deki $y(t)$ terimi, (5.34)'de yerine yazılarak,

$$\begin{aligned}\dot{x}_k(t) &= A_k x_k(t) + B_k C_2 x(t) + B_k D_{21} w(t) \\ u(t) &= C_k x_k(t) + D_k C_2 x(t) + D_k D_{21} w(t)\end{aligned}\tag{5.35}$$

eşitliği elde edilir. Benzer şekilde, (5.35)'deki $u(t)$ terimi, (5.33)'de yerine konularak

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 C_k x_k(t) + B_2 D_k C_2 x(t) + B_2 D_k D_{21} w(t) \\ z(t) &= C_1 x(t) + D_{11} w(t) + D_{12} C_k x_k(t) + D_{12} D_k C_2 x(t) + D_{12} D_k D_{21} w(t)\end{aligned}\tag{5.36}$$

eşitliği elde edilir.

Bu durumda kapalı-çevrim sistem,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_k(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B_2 D_k C_2 & B_2 C_k & B_1 + B_2 D_k D_{21} \\ B_k C_2 & A_k & B_k D_{21} \\ C_1 + D_{12} D_k C_2 & D_{12} C_k & D_{11} + D_{12} D_k D_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_k(t) \\ w(t) \end{bmatrix}\tag{5.37}$$

şeklinde olacaktır. Kapalı-çevrim sistemin eşdeğer gösterimi

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{cl}(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{cl}(t) \\ w(t) \end{bmatrix}\tag{5.38}$$

şeklinde ifade edilebilir. H_∞ performans problemi, yukarıda elde edilen kapalı-çevrim sistemini kararlı kılacak ve L_2 kazancını γ gibi bulunabilecek en küçük skaler pozitif bir değerden küçük kılacak bir denetleyici bulmaktır. Dinamik denetleyici kazançlarını elde etmek için çözülmesi gereken DME'leri (5.39), (5.40) ve (5.41)'de verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{XA} + \mathbf{A}^T \mathbf{X} + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{C}_2 + \mathbf{C}_2^T \hat{\mathbf{B}}^T & \mathbf{XB}_1 + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{D}_{21} & \mathbf{C}_1^T + \mathbf{C}_2^T \hat{\mathbf{D}}\mathbf{D}_{12}^T \\ * & -\gamma\mathbf{I} & \mathbf{D}_{11}^T + \mathbf{D}_{21}^T \hat{\mathbf{D}}\mathbf{D}_{12}^T \\ * & * & -\gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (5.39)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{AY} + \mathbf{YA}^T + \mathbf{B}_2 \hat{\mathbf{C}} + \hat{\mathbf{C}}^T \mathbf{B}_2^T & \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 \hat{\mathbf{D}}\mathbf{D}_{21} & \mathbf{YC}_1^T + \hat{\mathbf{C}}^T \mathbf{D}_{12}^T \\ * & -\gamma\mathbf{I} & \mathbf{D}_{11}^T + \mathbf{D}_{21}^T \hat{\mathbf{D}}\mathbf{D}_{12}^T \\ * & * & -\gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (5.40)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{Y} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (5.41)$$

Burada (*) gösterimi bir simetrik matriste köşegen dışı elemanların endüklemediği simetrik elemanları sembolize etmektedir. Şayet yukarıdaki problemi çözen uygun boyutlu \mathbf{X} , \mathbf{Y} , $\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{B}}$, $\hat{\mathbf{C}}$ ve $\hat{\mathbf{D}}$ matrisleri ve en küçük skaler γ değeri bulunabilirse,

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &:= [\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 \hat{\mathbf{D}}\mathbf{D}_{21} \quad \mathbf{YC}_1^T + \hat{\mathbf{C}}^T \mathbf{D}_{12}^T] \\ \mathbf{\Pi} &:= [\mathbf{XB}_1 + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{D}_{21} \quad \mathbf{C}_1^T + \mathbf{C}_2^T \hat{\mathbf{D}}\mathbf{D}_{12}^T] \\ \mathbf{\Sigma} &:= \begin{bmatrix} -\gamma\mathbf{I} & * \\ \mathbf{D}_{11} + \mathbf{D}_{12} \hat{\mathbf{D}}\mathbf{D}_{21} & -\gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.42)$$

tanımlamaları altında denetleyici matrisleri

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_k &= \hat{\mathbf{D}} \\ \mathbf{C}_k &= \hat{\mathbf{C}}\mathbf{X}^{-1} - \mathbf{D}_k \mathbf{C}_2 \\ \mathbf{B}_k &= \mathbf{X}^{-1} \hat{\mathbf{B}} - \mathbf{B}_2 \mathbf{D}_k \\ \mathbf{A}_k &= \mathbf{B}_2 \mathbf{C}_k + (\mathbf{A} + \mathbf{B}_k \mathbf{C}_2) \mathbf{Y}\mathbf{Z}^{-1} + \mathbf{X}^{-1} (\mathbf{A} + \mathbf{B}_2 \mathbf{D}_k \mathbf{C}_2)^T \mathbf{Z}^{-1} - \mathbf{X}^{-1} \mathbf{\Pi} \mathbf{\Sigma}^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{Z}^{-1} \end{aligned} \quad (5.43)$$

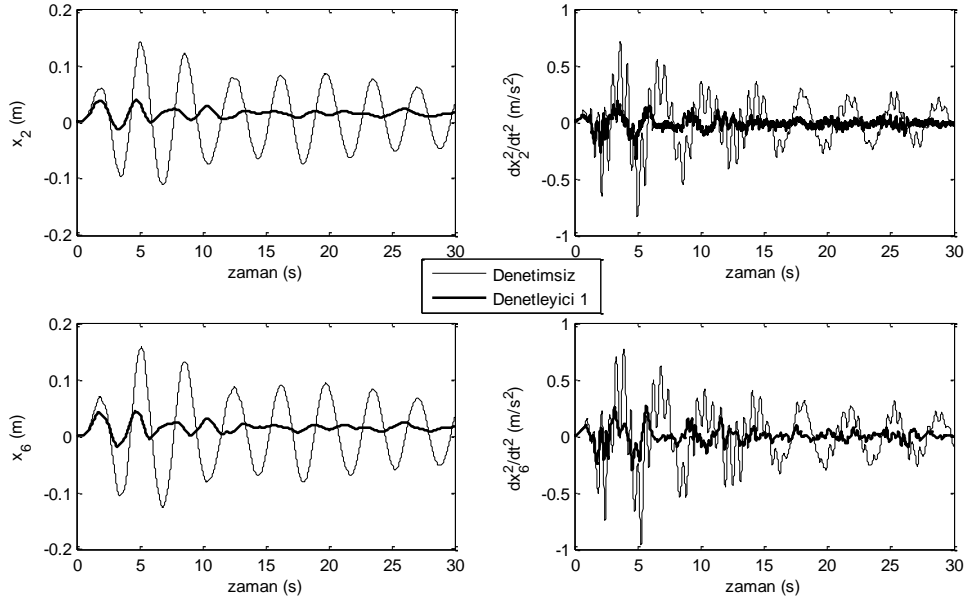
şeklinde hesaplanabilir [79-81, 72].

BENZETİM ÇALIŞMALARI

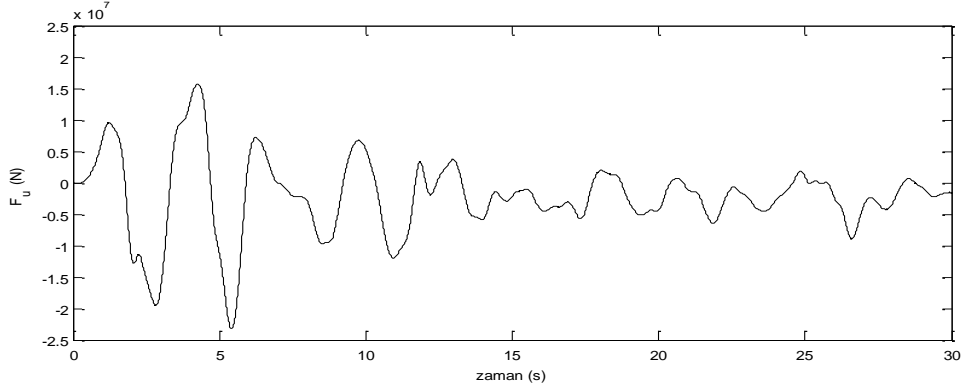
Bu bölümde, dünyada oluşan yıkıcı ve önemli depremler, enerjisi sınırlı bozucu etki olarak yapısal sisteme uygulanıp bozucu girişe karşı Bölüm 5’de tasarlanmış olduğum denetleyicilerin başarıları benzetim çalışmalarıyla verilmektedir. Yapısal sistemin nominal parametreleriyle durum geri beslemeli H_∞ denetleyici ve çıkış geri beslemeli dinamik H_∞ denetleyicinin çeşitli depremler karşısında gösterdikleri performansları incelenmektedir.

6.1 Doğrusal Zamanla Değişmeyen Sistemlerde DME Tabanlı Durum Geri Beslemeli H_∞ Denetleyici için Benzetim Çalışmaları

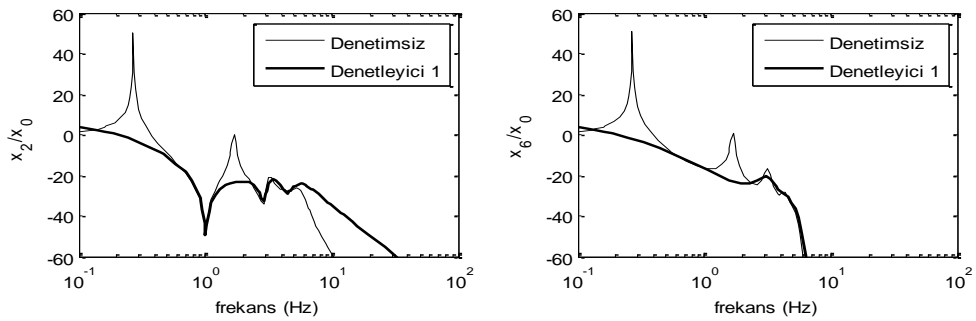
Bu bölümde, dünyada meydana gelen önemli ve yıkıcı El-Centro, Kobe ve Kocaeli depremleri etkisindeki 6 serbestlik dereceli yapısal sisteme ait sonuçlar benzetim çalışmalarıyla sunulmuştur. Bu kapsamda, denetleyicisiz ve DME yaklaşımıyla tasarlanan durum geri beslemeli H_∞ denetleyici için yapısal sistemin katlarının yerdeğiştirme ve ivmelerinin zaman cevapları, frekans cevapları, denetleyici kuvvetindeki zamana bağlı değişim ve yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye zaman cevapları sunulmaktadır. Denetleyici 1 ile DME tabanlı durum geri beslemeli H_∞ denetleyici ifade edilmektedir.



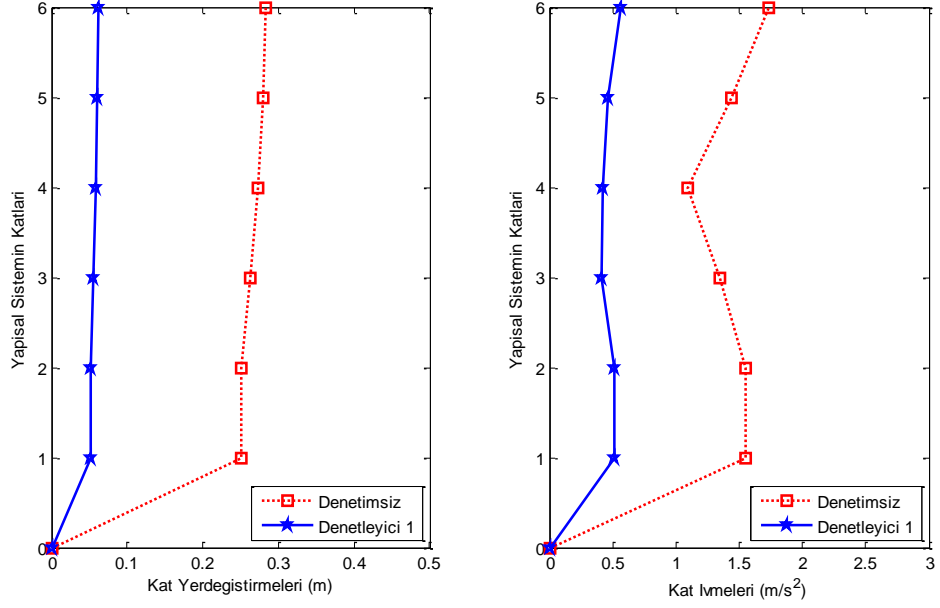
Şekil 6. 1 El-Centro depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değıştirme ve ivmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 1 için zaman cevapları



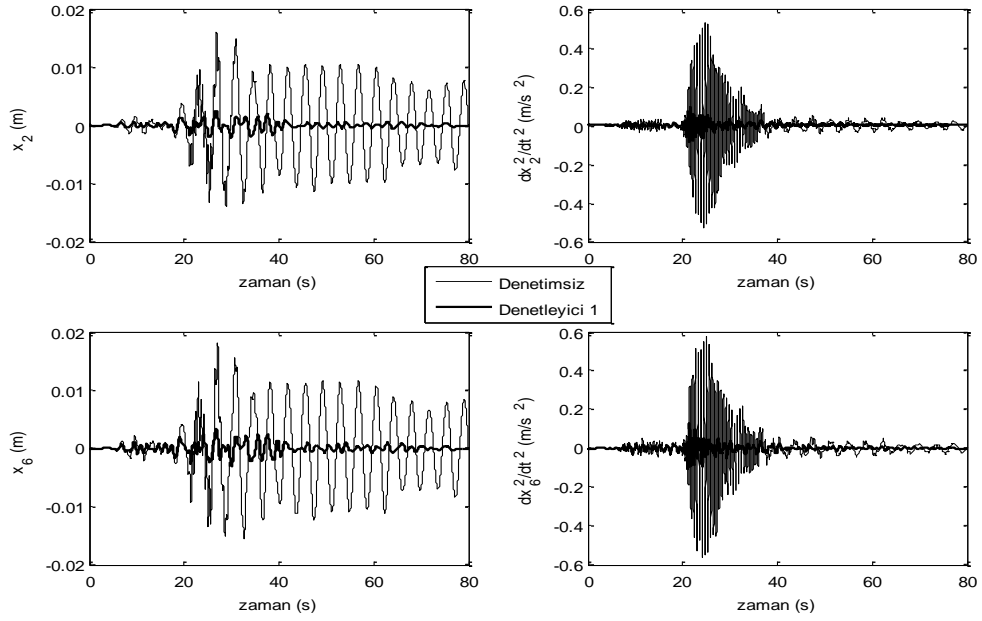
Şekil 6. 2 El-Centro depremi etkisindeki yapısal sisteme uygulanan Denetleyici 1 kuvveti



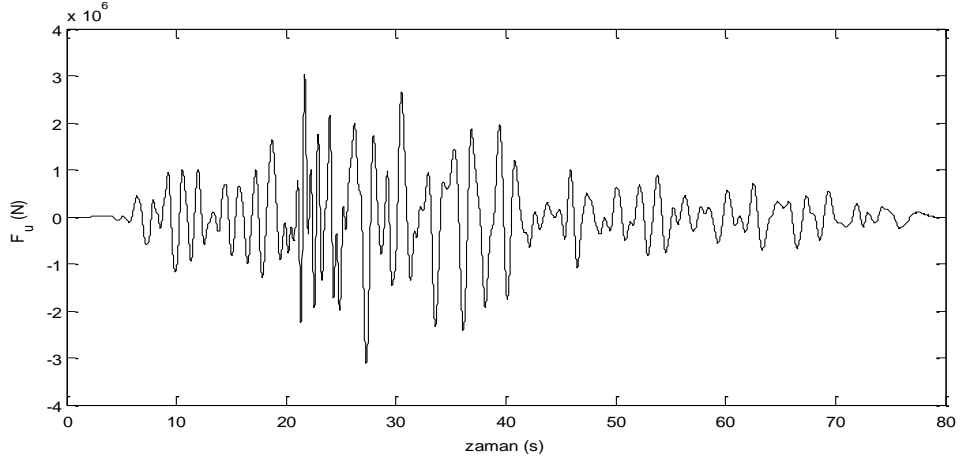
Şekil 6. 3 El-Centro depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değıştirmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 1 için frekans cevapları



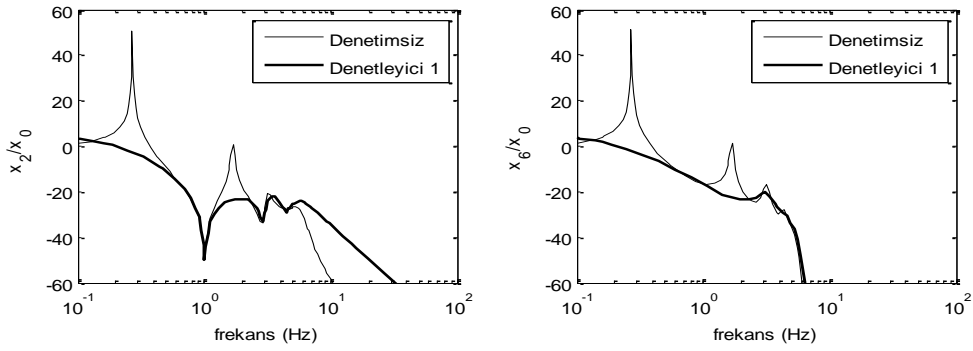
Şekil 6. 4 El-Centro depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye Denetimsiz ve Denetleyici 1 için yerdeğişim ve ivmeleri



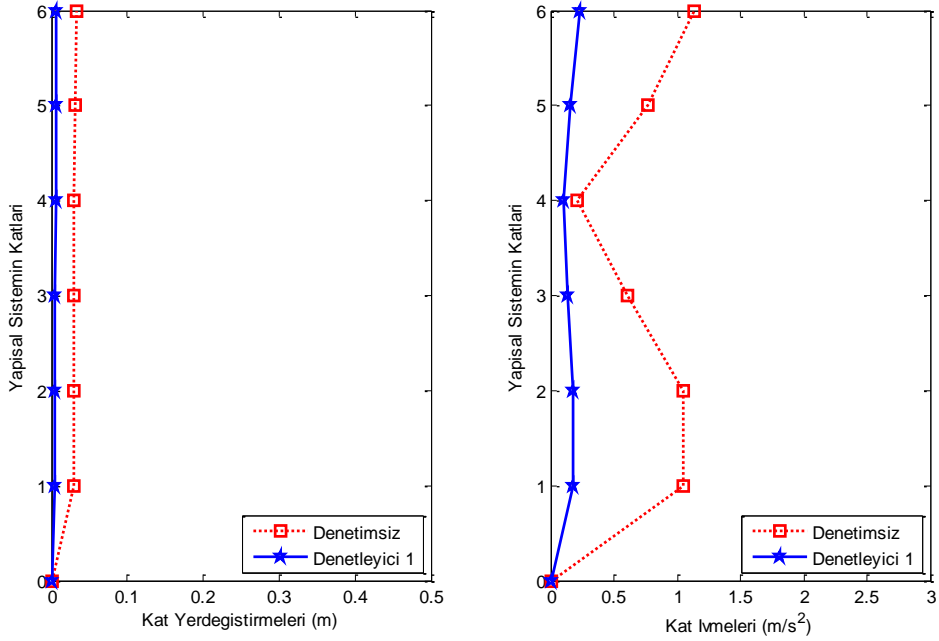
Şekil 6. 5 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değıştirme ve ivmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 1 için zaman cevapları



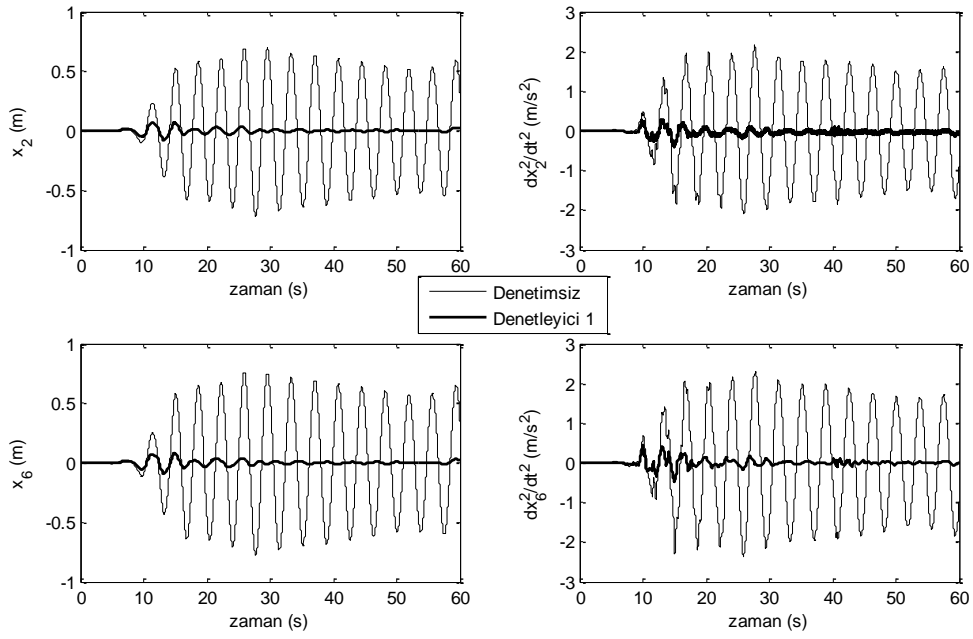
Şekil 6. 6 Kobe depremi etkisindeki yapısal sisteme uygulanan Denetleyici 1 kuvveti



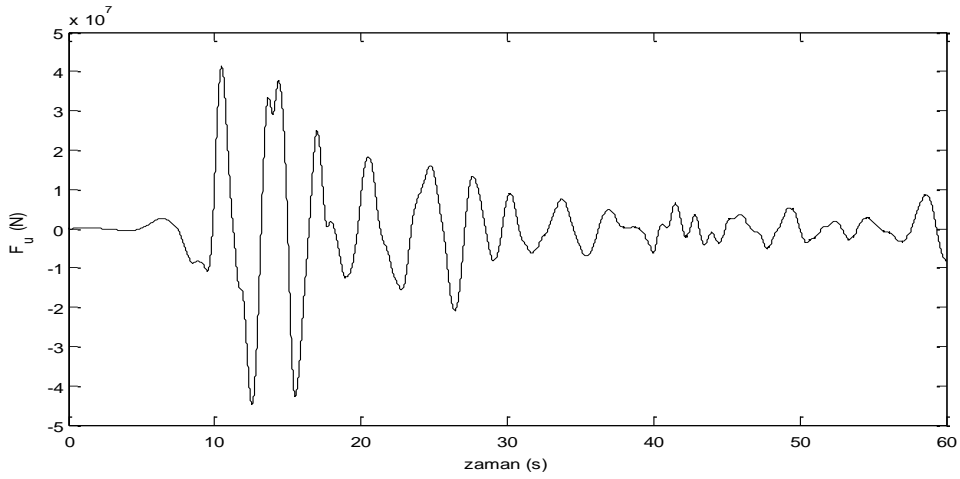
Şekil 6. 7 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değıştirme ve ivmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 1 için frekans cevapları



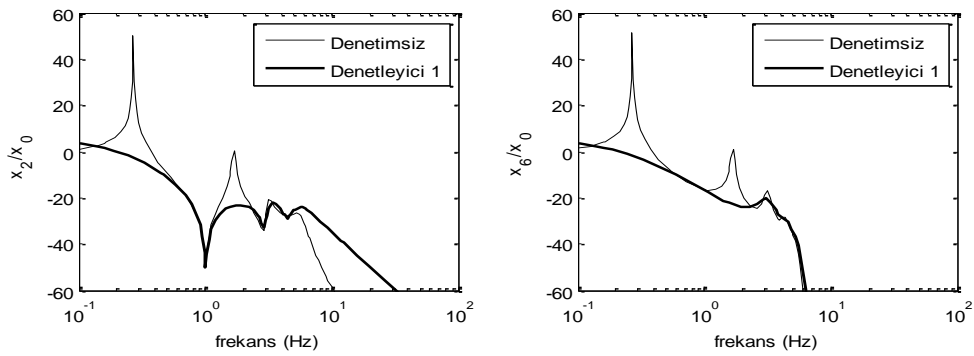
Şekil 6. 8 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye Denetimsiz ve Denetleyici 1 için yerdeğışim ve ivmeleri



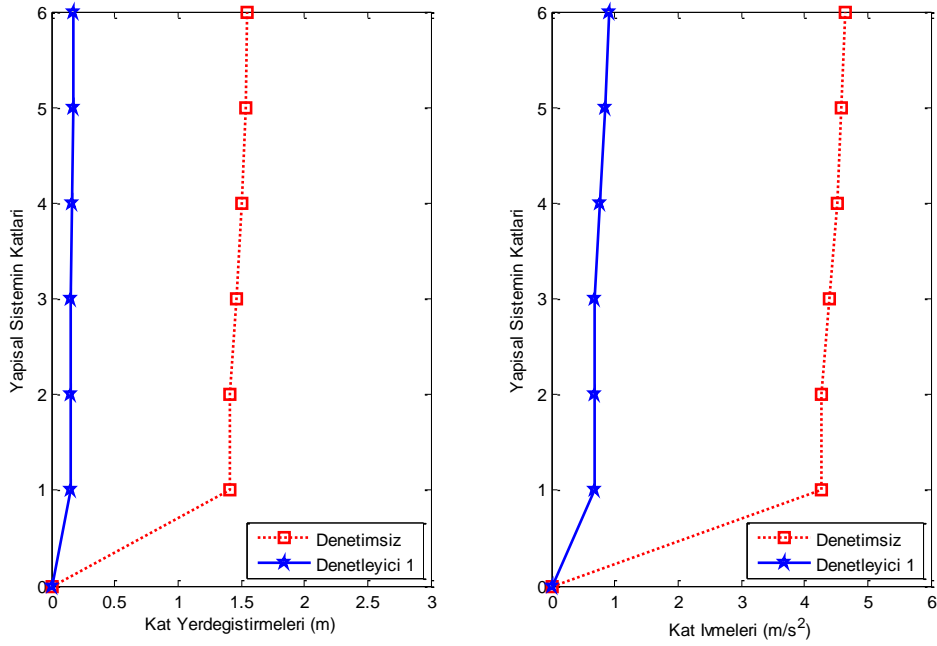
Şekil 6. 9 Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değıştirme ve ivmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 1 için zaman cevapları



Şekil 6. 10 Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sisteme uygulanan Denetleyici 1 kuvveti



Şekil 6. 11 Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değıştirme ve ivmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 1 için frekans cevapları

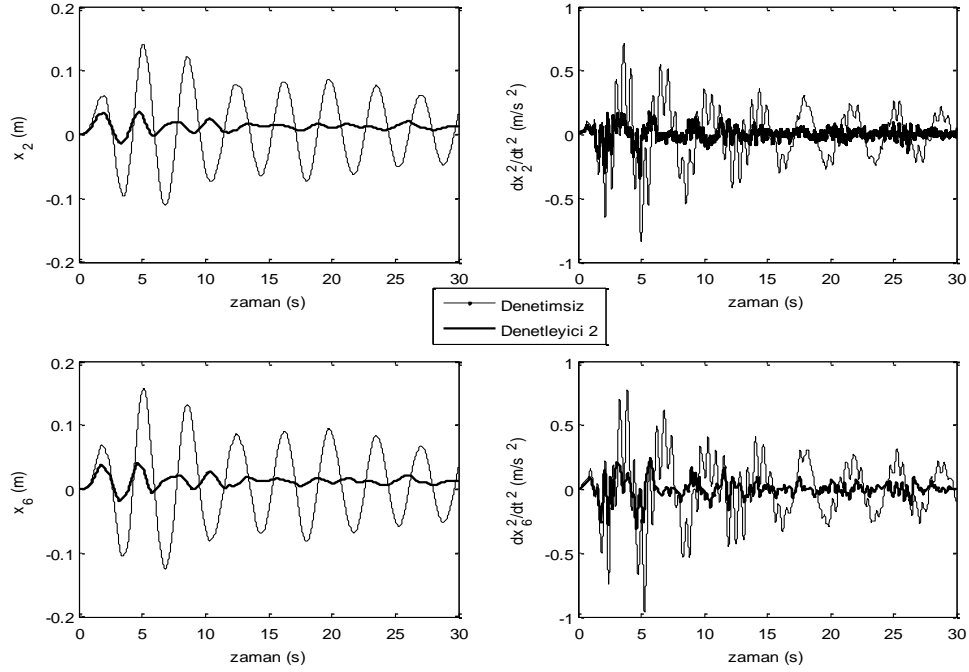


Şekil 6. 12 Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye Denetimsiz ve Denetleyici 1 için yerdeğişim ve ivmeleri

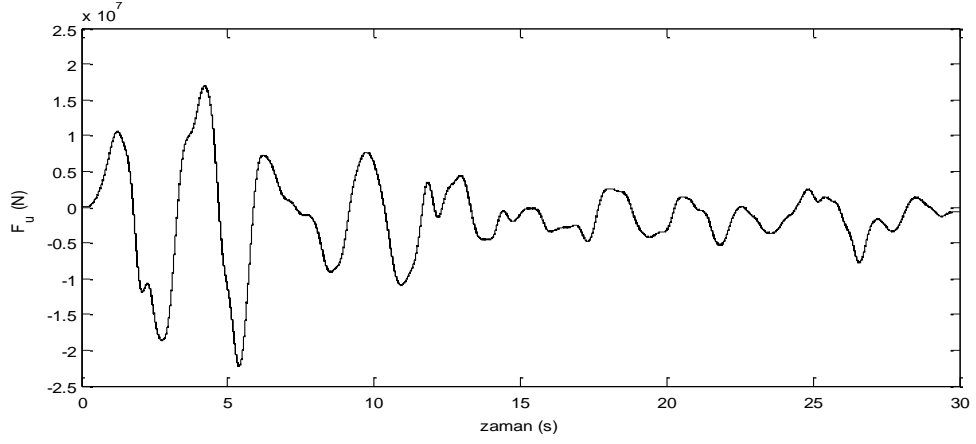
Denetimsiz ve DME tabanlı durum geri beslemeli H_∞ denetleyici için yapılan benzetim sonuçları Şekil 6.1-6.12 ile gösterilmektedir. Yapısal sistemlerde, en büyük kesme kuvvetinin ilk katta ve en büyük yerdeğiştirmenin son katta olması beklenir. Bu açıdan ilk ve son katlar en kritik ve denetlenmesi istenen en önemli titreşimlere sahiptir. Benzetim çalışmaları sonucunda, dünyada en önemli ve en yıkıcı depremlerin başında gelen El-Centro, Kobe ve Kocaeli depremlerinin etkisindeki yapısal sisteme ait ikinci ve altıncı katlarda oluşan yerdeğiştirme ve ivmeler büyük bir başarıyla azaltılmıştır. Bir çalışmanın başarısından söz edilebilmesi için frekans alanında da tepelerin bastırılması gerekmektedir. Öyle ki, yapısal sistemi rezonansa sokabilecek frekans bölgelerindeki tepeler, tasarlanan Denetleyici 1 ile başarıyla bastırılmıştır. Bununla birlikte, denetleyici kuvvetinin zamana bağlı değişimi de verilmektedir. Son olarak ise, tüm katlara ait tepeden-tepeye zaman cevapları verilmiştir. Bu grafiklerden de rahatlıkla görülebileceği gibi tasarlanan Denetleyici 1, her kat için yerdeğiştirme ve ivme genliklerini başarıyla bastırmıştır ve oldukça yüksek sönüm oranları elde edilmiştir.

6.2 Doğrusal Zamanla Değişmeyen Sistemlerde DME Tabanlı Çıkış Geri Beslemeli Dinamik H_∞ Denetleyici için Benzetim Çalışmaları

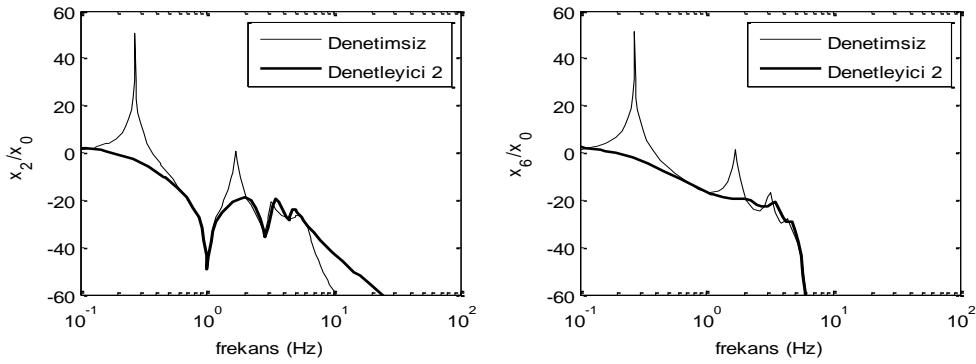
Bu bölümde, dünyada meydana gelen önemli ve yıkıcı El-Centro, Kobe ve Kocaeli depremleri etkisindeki 6 serbestlik dereceli yapısal sisteme ait sonuçlar benzetim çalışmalarıyla sunulmuştur. Bu kapsamda, Denetleyicisiz ve DME yaklaşımıyla tasarlanan çıkış geri beslemeli dinamik H_∞ denetleyici için yapısal sistemin katlarının yerdeğiştirme ve ivmelerinin zaman cevapları, frekans cevapları, denetleyici kuvvetindeki zamana bağlı değişim ve yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye zaman cevapları sunulmaktadır. Denetleyici 2 ile DME tabanlı çıkış geri beslemeli dinamik H_∞ denetleyici ifade edilmektedir.



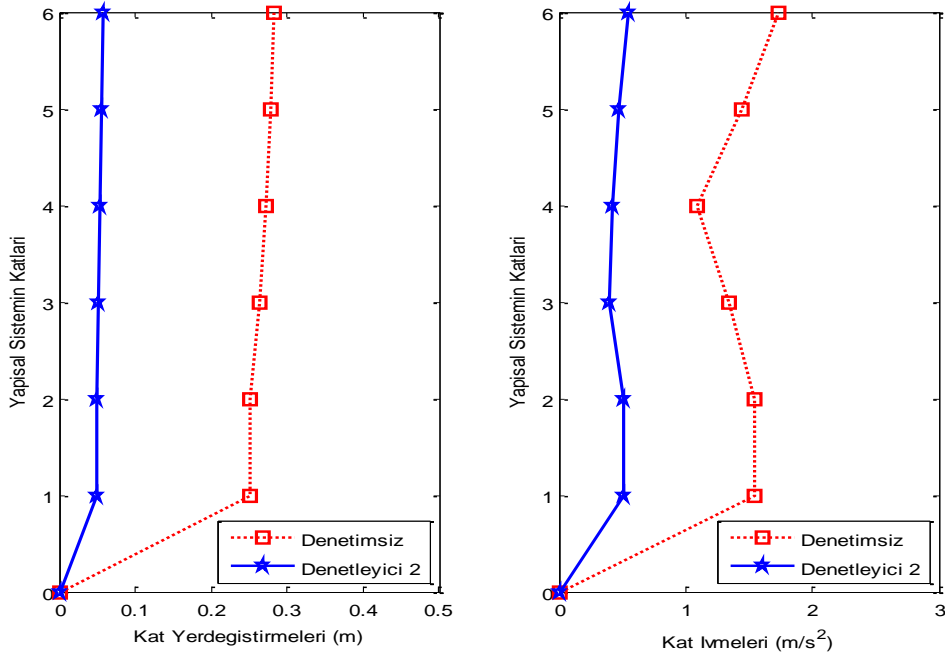
Şekil 6. 13 El-Centro depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 2 için zaman cevapları



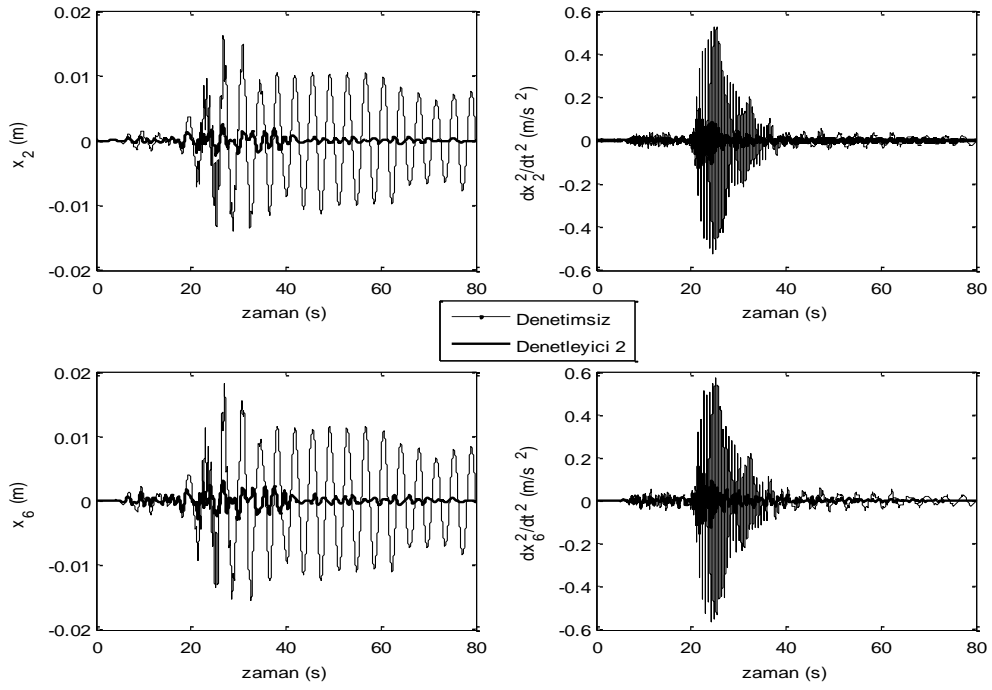
Şekil 6. 14 El-Centro depremi etkisindeki yapıya uygulanan Denetleyici 2 kuvveti



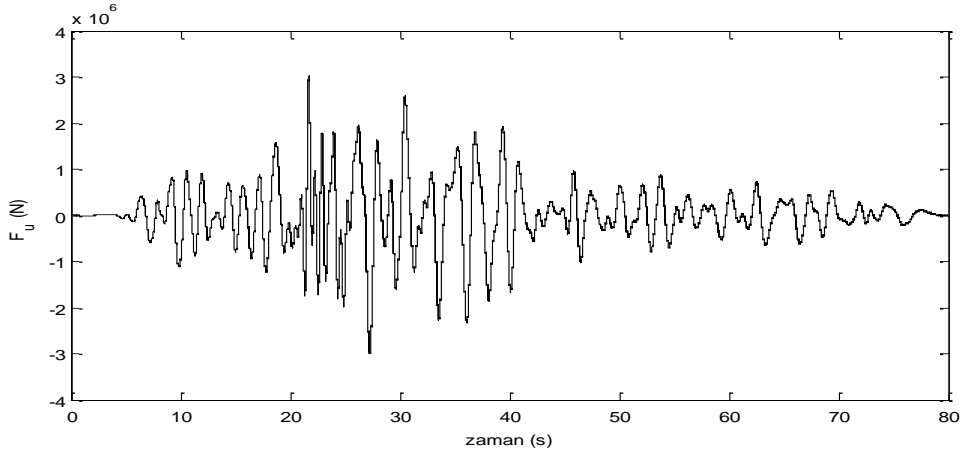
Şekil 6. 15 El-Centro depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 2 için frekans cevapları



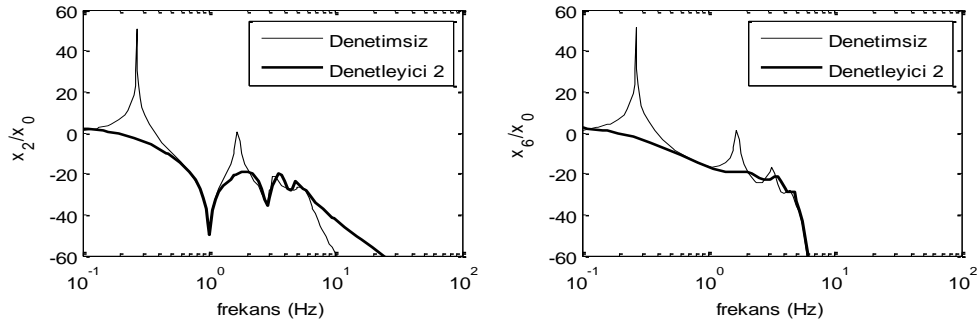
Şekil 6. 16 El-Centro depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye Denetimsiz ve Denetleyici 2 için yerdeğişim ve ivmeleri



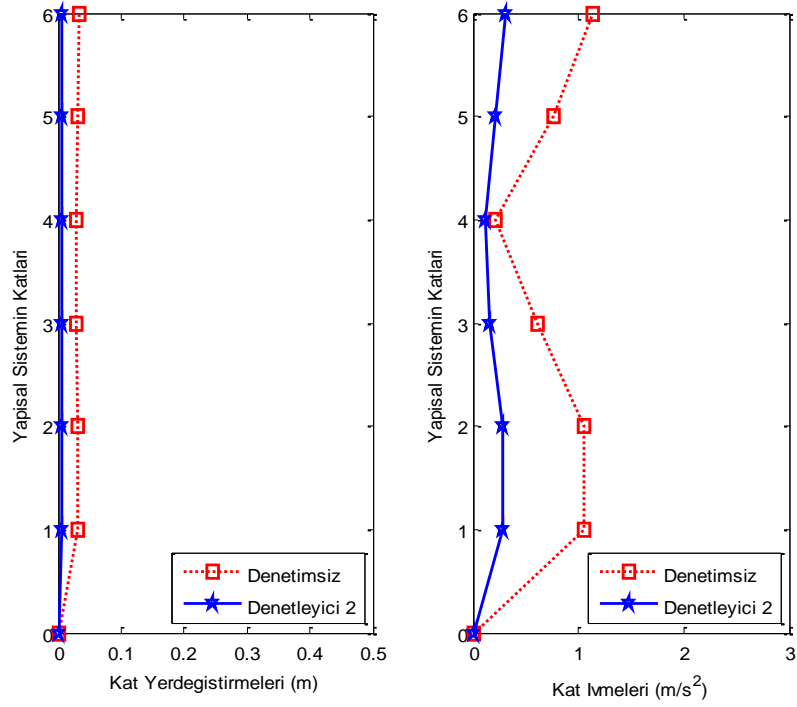
Şekil 6. 17 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 2 için zaman cevapları



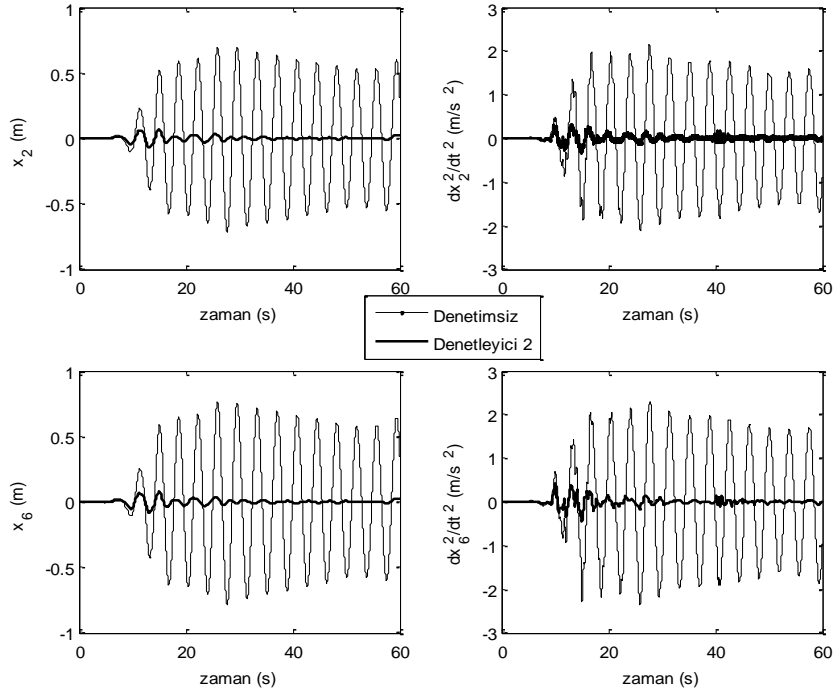
Şekil 6. 18 Kobe depremi etkisindeki yapısal sisteme uygulanan Denetleyici 2 kuvveti



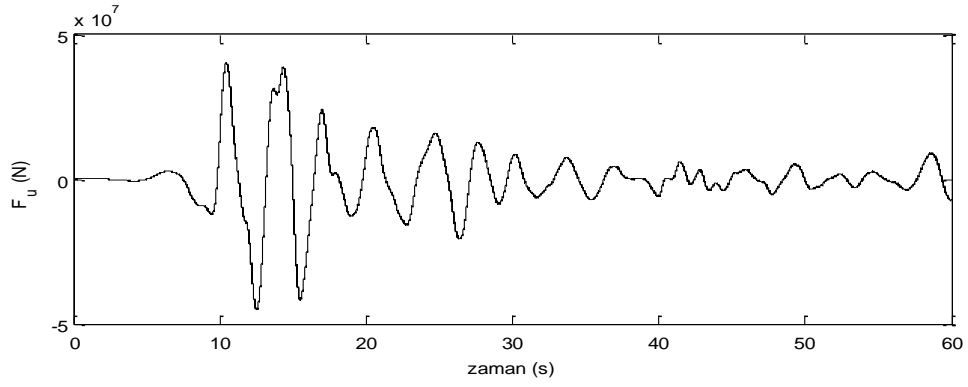
Şekil 6. 19 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 2 için frekans cevapları



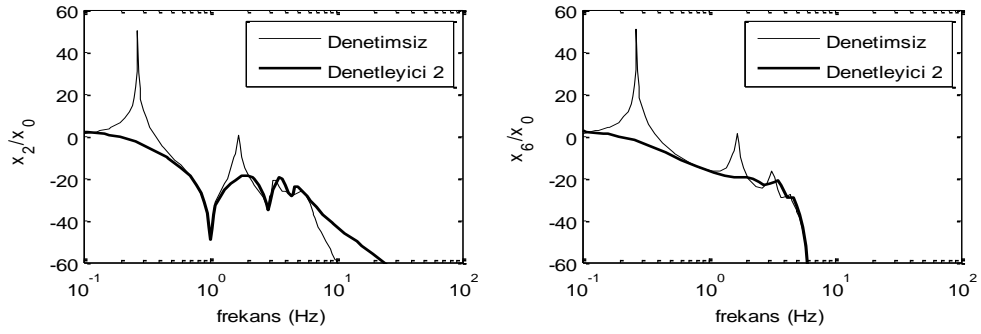
Şekil 6. 20 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye Denetimsiz ve Denetleyici 2 için yerdeğişim ve ivmeleri



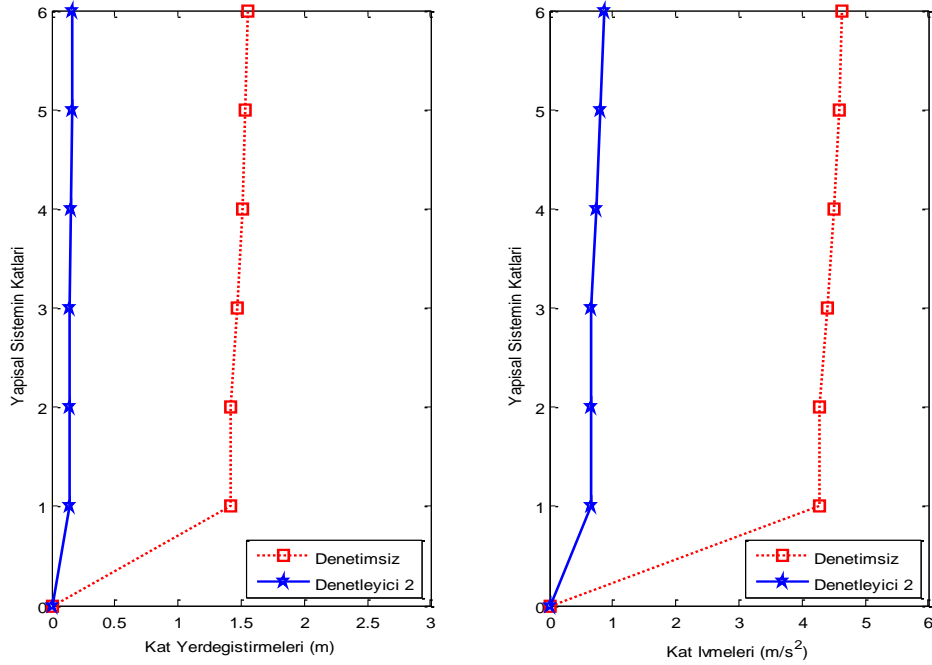
Şekil 6.21 Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 2 için zaman cevapları



Şekil 6. 22 Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sisteme uygulanan Denetleyici 2 kuvveti



Şekil 6. 23 Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirmelerinin Denetimsiz ve Denetleyici 2 için frekans cevapları



Şekil 6. 24 Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye Denetimsiz ve Denetleyici 2 için yerdeğişim ve ivmeleri

Denetimsiz ve DME tabanlı çıkış geri beslemeli dinamik H_{∞} denetleyici için yapılan benzetim sonuçları şekil 6.13-6.24 ile gösterilmektedir. Yapısal sistemlerde, en büyük kesme kuvvetinin ilk katta ve en büyük yerdeğiştirmenin son katta olması beklenir. Bu açıdan ilk ve son katlar en kritik ve denetlenmesi istenen en önemli titreşimlere sahiptir. Benzetim çalışmaları sonucunda, dünyada en önemli ve en yıkıcı depremlerin başında gelen El-Centro, Kobe ve Kocaeli depremlerinin etkisindeki yapısal sisteme ait ikinci ve altıncı katlarda oluşan yerdeğiştirme ve ivmeler büyük bir başarıyla azaltılmıştır. Bir çalışmanın başarısından söz edilebilmesi için frekans alanında da tepelerin bastırılması gerekmektedir. Öyle ki, yapısal sistemi rezonansa sokabilecek frekans bölgelerindeki tepeler tasarlanan Denetleyici 2 ile başarıyla bastırılmıştır. Bununla birlikte, denetleyici kuvvetinin zamana bağılı değişimi de verilmektedir. Son olarak ise, tüm katlara ait tepeden-tepeye zaman cevapları verilmiştir. Bu grafiklerden de rahatlıkla görülebileceği gibi tasarlanan Denetleyici 2, her kat için yerdeğiştirme ve ivme genliklerini başarıyla bastırmıştır ve oldukça yüksek sönüm oranları elde edilmiştir.

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tezde, dünyada meydana gelmiş önemli depremlerin yapılar üzerinde oluşturdukları titreşimler, hem zaman alanında hem de frekans alanında incelenmiştir. Teoride bilinen ve yapılan benzetim çalışmalarından da rahatlıkla görülebileceği gibi yapılarda, en büyük kesme kuvveti ilk katta, en büyük yerdeğiştirme ise son katta oluşmaktadır. Dolayısıyla bozucu etkiler karşısında, yapı güvenliğini korumak ve daha konforlu bir yaşam için DME tabanlı çıkış geri beslemeli dinamik H_∞ denetleyici ve durum geri beslemeli H_∞ denetleyici olmak üzere iki farklı denetleyici yapısı kullanılmıştır. Böylece, kararlı bir denetleyici yapısı oluşturularak tüm katların titreşimleri oldukça başarılı bir şekilde azaltılmıştır. Hem tasarlanan denetleyicilerin performanslarını gösterebilmek hem de tehlikeli durumların oluşup oluşmadığını anlamak için bütün katların yerdeğiştirme ve ivmelerinin tepeden tepeye maksimum genliklerinin grafikleri de verilmiştir. Bu grafiklerden de görülebileceği gibi her katın titreşimleri başarıyla azaltılmış ve oldukça yüksek sönüm oranları elde edilmiştir. Bir diğer önemli konu ise frekans alanında, frekans tepelerinin bastırılması gerekliliğidir. Her sistemin olduğu gibi yapıların da mod frekansları vardır ve bu frekanslar yapının rezonansa girmesine sebep olmaktadır. Rezonans ise mutlak yıkım ile sonuçlanacak bir olaydır. Yapının mod frekansları belirlenmeli ve o frekans tepeleri başarıyla bastırılmalıdır. Bu kapsamda, frekans analizi yapılmış ve yapının mod frekansları bulunmuştur. Yapılan benzetim çalışmaları sonucunda ise tasarlanan denetleyici yapılarının, yapısal sisteme ait mod frekanslarında oluşan ve rezonansa sebebiyet veren tepeleri oldukça başarılı bir şekilde bastırdığı gözlemlenmektedir.

Temelde, tasarlanan denetleyiciler farklı dinamik yapılar sahiptirler. Denetleyici 1'de, sistemin durumlarını geri besleyerek tasarım yapılmıştır. Denetleyici 2'de ise belirlenen performans çıktıları, sistem çıktıları geri beslenerek ve aynı zamanda denetleyici matrisleri dinamik olarak sürekli ayarlanarak bir tasarım gerçekleştirilmiştir. Durum geri beslemeli ve çıkış geri beslemeli olarak tasarlanan H_∞ denetleyicilerin her ikisi de zaman alanındaki yerdeğişim ve ivme titreşimlerinin azaltılmasında ve frekans tepelerinin bastırılmasında başarılı olmuştur. Bu tasarımlar sonucunda, denetleyiciler arasında da kıyaslama yapılacak olursa, benzetim çalışmalarında gösterilen frekans ve ivme cevaplarından da görüleceği gibi durum geri beslemeli H_∞ denetleyici yapısı, çıkış geri beslemeli dinamik H_∞ denetleyici yapısına göre titreşimlerin azaltılması ve frekans tepelerinin bastırılmasında daha başarılı olmuştur.

KAYNAKLAR

- [1] Maxwell, J.C., (1868). "On Governors", Proc. Royal Soc., 16:270-283.
- [2] Ziegler, J. ve Nichols, N., (1942). "Optimum Settings for Automatic Controllers", ASME Trans., 64:759-768.
- [3] James, H., Nichols, N. ve Philips, R., (1947). Theory of Servomechanisms, McGraw-Hill.
- [4] Bode, H.W., (1945). Network Analysis and Feedback Amplifier Design, Van Nostrand.
- [5] Ogata, K., (1990). Modern Control Engineering, Prentice-Hall, Second Edition.
- [6] Horowitz, I.M., (1963). Synthesis of Feedback Systems, Academic Press.
- [7] Dorf, R.C., (1988). Modern Control Systems, Addison-Wesley, Fifth Edition.
- [8] Evans, W.R., (1950). "Control System Synthesis by Root Locus Method", AIEE Transactions, 69:66-69.
- [9] Franklin, G.F., Powell, J.D. ve Emami-Naeni, A., (1986). Feedback Control of Dynamic Systems, Addison-Wesley.
- [10] Chen, C.T., (1987). Linear Control System Design and Analysis, Holt, Rinehart ve Winston.
- [11] Athans, M. ve Falb, P., (1966). Optimal Control, McGraw-Hill.
- [12] Kwakernaak, H. ve Sivan, R., (1972). Linear Optimal Control Systems, John Willey&Sons.
- [13] Anderson, B. ve Moore, J.B., (1990). Optimal Control: Linear Quadratic Methods, Prentice-Hall.
- [14] Brayson, A.E. ve Ho, Y.C., (1975). Applied Optimal Control, Hemisphere Publishing.
- [15] Lunze, J., (1989). Robust Multivariable Feedback Control, Prentice-Hall.
- [16] Maciejowski, J.M., (1989). Multivariable Feedback Design, Addison-Wesley.

- [17] Vidyasagar, M., (1985). Control System Synthesis: A Factorization Approach, MIT Press.
- [18] Yakubovich, V.A., (1962). "The Solution of Certain Matrix Inequalities in Automatic Control Theory", Soviet Math. Dokl., 3:620-623.
- [19] Yakubovich, V.A., (1964). "Solution of Certain Matrix Inequalities Encountered in Nonlinear Control Theory", Soviet Math. Dokl., 5:652-656.
- [20] Yakubovich, V.A., (1967). "The Method of Matrix Inequalities in The Stability Theory of Nonlinear Control Systems, 1, 2, 3", Automation and Remote Control, 25-26(4): 905-917, 577-592, 753-763.
- [21] Willems, J.C., (1971). "Least Squares Stationary Optimal Control and The Algebraic Riccati Equation", IEEE Trans. Aut. Control, 9(1):105-134.
- [22] Yakubovich, V.A., (1988). Dichotomy and Absolute Stability of Nonlinear Systems with Periodically Nonstationary Linear Part, Syst. Control Letters.
- [23] Horisberger, H.P. ve Belanger, P.R., (1976). "Regulators for Linear, Time Invariant Plants with Uncertain Parameters", IEEE Trans. Aut. Control, AC-21:705-708.
- [24] Francis, B.A., (1987). A Course in H_∞ Control Theory, Lecture Notes in Control and Information Sciences 88, Edited by M. Thoma and A. Wyner, Springer-Verlag, New York.
- [25] Doyle, J.C., Glover, K., Khargonekar, P.P. ve Francis B.A., (1989). "State-Space Solutions to Standart H_2 and H_∞ Control Problems", IEEE Transactions on Automatic Control, 34(8):831-847.
- [26] Lyapunov, A., (1947). Problema General de la Stabilité du Mouvement, Annals of Mathematical Studies, Princeton University Press, Princeton.
- [27] Gahinet, P. ve Apkarian, P., (1994). "A Linear Matrix Inequality Approach to H_∞ Control", International Journal of Robust and Nonlinear Control, 4:421-448.
- [28] Chilali, M. ve Gahinet, P., (1996),. " H_∞ Design with Pole Placement Constraints: An LMI approach", IEEE Transactions on Automatic Control, 41(3):358-367.
- [29] Gahinet, P., Apkarian, P. ve Chilali, M., (1996), "Affine Parameter Dependent Lyapunov Functions and Real Parametric Uncertainty", IEEE Transactions on Automatic Control, 41(3):436-442.
- [30] de Oliveira, M.C., Geromel, J.C. ve Bernussou, J., (2002). "Extended H_2 and H_∞ Characterization and Controller Parametrizations for Discrete-Time Systems", International Journal Of Control, 75(9):666-679.
- [31] de Oliveira, P.J., Oliveira, R.C.L.F., Leite, V.J.S., Montagner, V.F. ve Peres, P.L.D., (2004). " H_2 Guaranteed Cost Computation by Means of Parameter Dependent Lyapunov Functions", International Journal of System Science, 35(5):305-315.

- [32] de Oliveira, P.J., Oliveira, R.C.L.F., Leite, V.J.S., Montagner, V.F. ve Peres, P.L.D., (2004). " H_∞ Guaranteed Cost Computation by Means of Parameter Dependent Lyapunov Functions", *Automatica*, 40(6):1053–1061.
- [33] Oliviera, R.C.L.F., de Oliveira, M.C. ve Peres, P.L.D., (2006). "LMI Relaxations for Robust H_2 Performance Analysis of Polytopic Linear Systems", *Proc. IEEE Conference on Decision & Control*, CA, San Diego, 2907–2912.
- [34] Sato, M., (2005). "Robust Performance Analysis of Linear Time-Invariant Parameter-Dependent Systems using Higher-Order Lyapunov Functions", *American Control Conference*, 8-10 June 2005, Proceedings of the 2005:615–620.
- [35] Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E. ve Balakrishnan, V., (1994). *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, SIAM Studies in Applied Mathematics, Philadelphia.
- [36] Chilali, M., Gahinet, P. ve Scherer, C., (1996). "Multi-Objective Output-Feedback Control via LMI Optimization", *IFAC 13th Triennial World Congress*, San Francisco.
- [37] Akin, M., (1997). H_∞ Optimal Kontrol Problemlerinde Doğrusal Matris Eşitsizlikleri Yaklaşımı, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [38] Akin, M., (2003), H_∞ Model Eşleme Problemlerinin Lineer Matris Eşitsizlikleri Yaklaşımı İle Çözümü, Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [39] Löfberg, J., (2004). "Yalmip: A toolbox for Modeling and Optimzation in MATLAB", *Proceedings of the CACSD Conference*, Taipei, Taiwan.
- [40] Strum, J.F., (1999). "Using SeDuMi 1.02 a Matlab for Optimization over Symmetric Cones", *Optimization Methods and Software*, 11(2):625-653.
- [41] Khargonekar, P.P., Petersen, I.R. ve Zhou, K., (1990). "Robust Stabilization of Uncertain Linear Systems: Quadratic Stability and H_∞ Control Theory", *IEEE Trans. Automatic Control*, 35:356-361.
- [42] Zhou, K., Doyle, J. ve Glover, K., (1995). *Robust and Optimal Control*, Prentice-Hall, Inc. Upper Saddle River, NJ, USA.
- [43] Su, T.J. ve Huang, C.G., (1992)., "Robust Stability of Delay Dependence of Linear Uncertain Systems", *IEEE Trans. Automatic Control*, 37:1656-1659.
- [44] Fu, M., (1997). *Robust Stability and Stabilization of Time-Delay Systems via Integral Quadratic Constraint Approach*, Chapter 4 in *Stability and Control of Time- Delay Systems*, Edited by Dugard and Verriest, Springer-Verlag, 101-116.
- [45] Du, H., Lam, J. ve Sze, K.Y., (2005). " H_∞ Disturbances Attenuation for Uncertain Mechanical Systems with Input Delay", *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 27(1):37-52.

- [46] Aldemir, U., (2009). "Causal Semi-Active Control of Seismic Response," *Journal of Sound and Vibration*, 322:665–673.
- [47] Yazici, H. ve Guclu, R., (2008), "Active Vibration Control of a Structure with ATMD using a Robust Self-tuning Scheme P-ID Type Fuzzy Controller", *The Mechanics Conference to Celebrate the 100th Anniversary of The Department of Engineering Science and Mechanics*, 29-30 May 2008, Virginia.
- [48] Agarwala, R., Ozcelik, S. ve Faruqi, M., (2000). "Active Vibration Control of a Multi-Degree-of-Freedom Structure by the Use of Direct Model Reference Adaptive Control," *American Control Conference*, Chicago, 3580-3584.
- [49] Park, K., Koh, H. ve Seo C., (2004). "Independent Modal Space Fuzzy Control of Earthquake Excited Structures", *Engineering Structures*, 26:279-289.
- [50] Ikhouane, F., Manosa, V. ve Rodellar, J., (2005), "Adaptive Control of Hysteretic Structural System", *Automatica*, 41:225-331.
- [51] Guclu, R. ve Sertbas, A. (2005), "Evaluation of Sliding Mode and Proportional – Integral-Derivative Controlled Structures with an Active Mass Damper", *Journal of Vibration and Control*, 11:397-406.
- [52] Guclu, R. ve Yazici, H. (2007), "Fuzzy Logic Control of a Non-Linear Structural System against Earthquake Induced Vibration", *Journal of Vibration and Control*, 13(11):1535-1551.
- [53] Soong, T.T. ve Constantinou, M.C. (1994), "Passive and Active Structure Vibration Control in Civil Engineering", Springer-Verlag, New York.
- [54] Kelly, J.M., (1996), *Earthquake Resistant Design with Rubber*, Springer-Verlag, London.
- [55] Erdik M. ve Yüzügüllü Ö., (1980), *Deprem Mühendisliği Açısından Yapı Dinamiğine Giriş*, T.C. İmar ve İskan Bakanlığı Deprem Araştırma Başkanlığı, ODTÜ, Ankara.
- [56] Kasımzade, A.A., (2004), *Yapı Dinamiği*, Birsen Yayınevi, İstanbul, Türkiye.
- [57] Gawronski, W., (2004), *Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures*, Springer Verlag.
- [58] Yagiz, N., (2001). "Sliding Mode Control of a Multi-Degree-of-Freedom Structural System with Active Tuned Mass Damper", *Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences*, 25:651-657.
- [59] Al-dawod, M., Samali, B., Naghdy, F. ve Kwok, K.C.S., (2001). "Active Control of along Wind Response of Tall Building Using a Fuzzy Controller", *Engineering Structures*, 23:1512-1522.
- [60] Guclu, R., (2001). "Fuzzy Logic Control of Vibrations of Analytical Multi-Degree-of-Freedom Structural Systems" *Turkish J. Eng. Env. Sci.*, 27:157–167.
- [61] Yazıcı, H., (2006). Çok Serbestlik Dereceli Bir Yapının Titreşimlerinin Bulanık Mantıkla Kontrolü, YTÜ, FBE, Yüksek Lisans Tezi.

- [62] Yazıcı, H.,(2011). Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu ve Dayanıklı H_∞ Denetleyiciyle Deprem Etkisi Altındaki Yapısal Sistemlerin Titreşimlerinin Kontrolü, YTÜ, FBE, Doktora Tezi.
- [63] Guclu, R. ve Yazici, H., (2008). "Vibration Control of a Structure with ATMD Against Earthquake using Fuzzy Logic Controllers", Journal of Sound and Vibration, 318(1-2):36-49.
- [64] Guclu, R. ve Yazici, H., (2009). "Seismic-Vibration Mitigation of a Non-Linear Structural System with an ATMD Through a Fuzzy PID Controller", Nonlinear Dynamics, 58(3): 553-564.
- [65] Guclu R. ve Yazici, H., (2009). "Self-Tuning Fuzzy Logic Control of a Non-Linear Structural System with ATMD Against Earthquake", Nonlinear Dynamics, 56(3):199-211.
- [66] Kose, I.E., Schmitendorf, W., Jabbari, F. ve Yang, J., (1996). " H_∞ Active Seismic Response Control Using Static Output Feedback", Journal of Engineering Mechanics, 122(7):651–659.
- [67] Nonami, K. ve Sivrioglu, S., (1996). "Active Vibration Control Using LMI-Based Mixed H_2/H_∞ State and Output Feedback Control with Nonlinearity", Proc. of the 35th IEEE Conference on Decision and Control (CDC), Kobe, 161-166,.
- [68] Kim, S.J. ve Choi, J.W. (2000). "Parametric Uncertainty in Controlling the Vibration of a Building", SICE Iizuka, Japan, 107-112.
- [69] Fujinami, T., Saito, Y., Morishita, M., Koike, Y. ve Tanida, K. (2001). "A Hybrid Mass Damper System Controlled by H_∞ Control Theory for Reducing Bending-Torsion Vibration of an Actual Building", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 30:1639-1653.
- [70] Wang, S.G., Yen, H.V. ve Roschke, P.N., (2001). "Robust Control for Structural Systems with Parametric and Unstructured Uncertainties", Journal of Vibration and Control, 7: 713-722.
- [71] Du, H., Lam, J. ve Sze, K.Y., (2004). "Non-Fragile H_∞ Vibration Control for Uncertain Structural Systems", Journal of Sound and Vibration 273, 1031-1045.
- [72] Yazici, H., Guclu, R. ve Keskin, G., (2011). "Active Vibration Control of Seismic-Excited Structural System with LMI Based Dynamic Output-Feedback H_∞ Controller", Vibration Problems ICOVP 2011: The 10th International Conference on Vibration Problems, Springer Proceedings in Physics 139, 419-424.
- [73] Boyd, S. ve Desoer, C. A., (1985). "Subharmonics Functions and Performance Bounds in Linear Time-Invariant Feedback Systems", IMA J. Math. Cont. and Info., 2:153-170.
- [74] Doyle, J., Fancis, J. ve Tannenbaum, K., (1995). Feedback Control Theory, Mcmillian Englewood Clifts, NJ, USA.

- [75] Turhan, Ö., (2010). Optimizasyon Yöntemleri, Yüksek Lisans Ders Notları, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [76] Delibaşı, A., (2008). Doymumlu Eyleyicilere Sahip DPD Sistemler İçin Dayanımlı Denetleyici Tasarımı, Dotor Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [77] Scherer, C. ve Weiland, S., (1999). Linear Matrix Inequalities in Control, Lecture Notes DISC Course, Netherlands.
- [78] Nesterov, Y. ve Nemirovskii, A., (1994), Interior -Point Polynominal Algorithms in Convex Programming, Theory and Application, Philadelphia.
- [79] Masubuchi, I., Ohara, A. ve Suda, N., (1998). "LMI-Based Controller Synthesis: A Unified Formulation and Solution" International Journal of Robust and Nonlinear Control, 8(8):669-686.
- [80] Jabbari, F., (1997). "Output-Feedback Controllers for Systems with Structured Uncertainty", IEEE Transactions on Automatic Control, 42(5):715-719.
- [81] Polat, İ. (2006), LPV Control of Two Link Flexible Manipulator, Yüksek Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [82] Yazici, H., Guclu, R. ve Kucukdemiral, I.B., (2011). "Seismic Vibration Attenuation of a Structural System Having Actuator Saturation with a Delay-Dependent H_∞ Controller", Vibration Problems ICOVP 2011: The 10th International Conference on Vibration Problems, Springer Proceedings in Physics 139, 413-417.
- [83] Yazici, H., Guclu, R., Kucukdemiral, I.B. ve Alpaslan Parlakci, M.N., (2011). "Robust Delay-Dependent H_∞ Control for Uncertain Structural Systems with Actuator Delay", Journal of Dynamic Systems Measurement and Control.
- [84] Wang, S.G., Roschke, P.N. ve Yeh, H.Y., (2004). "Robust Control for Structural Systems with Unstructured Uncertainties", Journal of Engineering Mechanics ASCE, 337-346.
- [85] Wu, M., He, Y. ve She, J.H., (2010). Stability Analysis and Robust Control of Time-Delay System, Springer, Beijing.

KÜTLE, SÖNÜM VE RİJİTLİK MATRİSLERİ

Kütle Matrisi:

$$M_s = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_6 \end{bmatrix}$$

Sönüm Matrisi:

$$C_s = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 \end{bmatrix}$$

Rijitlik Matrisi:

$$K_s = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 + k_5 & -k_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_5 & k_5 + k_6 & -k_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_6 & k_6 \end{bmatrix}$$

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Gökhan KESKİN
Doğum Tarihi ve Yeri : 18.05.1987 ÇANAKKALE
Yabancı Dili : İngilizce
E-posta : gkhnkskn@gmail.com

ÖĞRENİM DURUMU

Derece	Alan	Okul/Üniversite	Mezuniyet Yılı
Lisans	Makine Müh.	Yıldız Teknik Üniversitesi	2010
Lise	Fen Bilimleri	Milli Piyango Anadolu Lisesi	2005

İŞ TECRÜBESİ

Yıl	Firma/Kurum	Görevi
2010-	Yıldız Teknik Üniversitesi	Araştırmacı

YAYINLARIM

Uluslar Arası Bildiriler

1. Yazici, H., Guclu, R. ve Keskin, G., (2011). "Active Vibration Control of Seismic-Excited Structural System with LMI Based Dynamic Output-Feedback H_{∞} Controller", Vibration Problems ICOVP 2011: The 10th International Conference on Vibration Problems, Springer Proceedings in Physics 139, 419-424.

Ulusal Bildiriler

1. Metin, M., Güçlü, R. ve Keskin, G., (2011). "Bir Hafif Metro Aracında Tekelek-Ray Etkileşiminin Boji Üzerindeki Etkisi", 15. Ulusal Makine Teorisi Sempozyumu, 119-128
2. Metin, M., Güçlü, R. ve Keskin, G., (2011). "Çok Gövdeli Hafif Metro Taşıtlarının Titreşim Analizi", 15. Ulusal Makine Teorisi Sempozyumu, 549-558.
3. Metin, M., Duman, F., Keskin, G., Özer, A., Güçlü, R. ve Can, K., (2011). "İstanbul Şehir İçi Ulaşımında Kullanılan Bir Raylı Taşıta Ait Bojinin Dinamik Davranışının İncelenmesi", 15. Ulusal Makine Teorisi Sempozyumu, 459-464.

Projeler

1. 109M523 TUBİTAK 1001 "Yapısal Sistemlerin Farklı Bozucu Girişler Etkisi Altındaki Titreşimlerinin Analizi ve Aktif-Pasif Kontrolü", Güçlü R., Yazıcı, H., Metin, M., Bayraktar, M., Keskin G., (2010-...)
2. İstanbul Ulaşım A.Ş. Ar-Ge Biriminde gerçekleştirilen "Hafif Raylı Taşıtların Dinamik Simülasyonu ve Süspansiyon Elemanlarının Seçimi" isimli projede araştırmacı (2010-2011).